«Успехи физических наук» журналы. 1931. № 1

РЕЛЯТИВИСТЛИК КОСМОЛОГИЯНЫҢ ҲӘЗИРГИ ЖАҒДАЙЫ

М. П. Бронштейн, Ленинград

Қарақалпақ тилине аўдарған Б.Абдикамалов

Аўдарыўшыдан

“Космология жийи қәтелеседи, бирақ ҳеш ўақытта да гүманланбайды”.
Л.Д.Ландау.

“Космологияның тарийхы изертлеўшилердиң ҳәр бир әўладының ақыр-аяғында Әлемниң ҳақыйқый тәбиятын ашқанлығына исениминиң мол болғанлығын көрсетеди”.
Charles H. Lineweaver.

1930-жылы «Релятивистлик космологияның ҳәзирги жағдайы» мақаласын «Успехи физических наук» журналы ушын жазған Матвей Петрович Бронштейн 24 жаста ғана еди. Ол узақ жасай алмады. Репрессияның ақыбетинде уллы илимпаз 1938-жылы 32 жасында қайтыс болды. Биз дәслеп оның өмири ҳаққында қысқаша мағлыўматлар беремиз[1].

1906-жылы 2-декабрь күни Винница қаласында шыпакер шаңарағында туўылған. Оның балалық дәўири биринши жер жүзилик, революция ҳәм гаржданлық урыс дәўирлерине туўры келди. Нәтийжеде ол мектепте дерлик оқый алған жоқ ҳәм мектеп программасы бойынша билимди өз бетинше алды. Бронштейнниң рентген нурларының спектрине бағышланған биринши илимий жумысы 1925-жылы 19 жасында электромеханикалық техникум оқыўшысы дәўиринде сол ўақытлары Жер жүзине белгили болған Германиядағы илимий журналда жарық көрди [Zur Theorie des kontinuierlischen Röntgenspektrums // ZP. 1925. Bd. 32. S. 881-885.]. Усы 1925-жылы М.П.Бронштейнниң үш, ал 1926- жылы да үш мақаласы жарық көрди [мысалы Bemerkung zur Quantentheorie des Laue-Effektes // Ibid.S. 886-893; Über die Bewegung eines Elektrons in Felde eines festen Zent rums mit Berücksichtigung der Massenveranderung bei der Ausstrahlung // ZP. 1926. Bd 35. S. 234, 863; Bd. 39. S. 901; Zur Theorie der Feinstruktur des Spektrallinien // ZP. 1926. Bd. 37. S. 217-224].

1929-жылы жулдызлардың атмосферасына бағышланған астрофизика бойынша бир қатар илимий жумысларды орынлады.

[1] М.П.Бронштейнниң өмири ҳәм илимий жумыслары ҳаққында толық түрде оқыў ушын Г.Е.Горелик пенен В.Я.Френкельдиң «Матвей Петрович Бронштейн: 1906-1938» китабын усынамыз. Москва. «Наука» баспасы. 1990-жыл. 272 бет.

1930-жылы Ленинград университетин тамамлағаннан кейин Ленинград физика-техникалық институтта ислеген (ҳәзирги ўақытлардағы А.Ф.Иоффе атындағы физика-техникалық институт). Ленинград политехникалық институты менен Ленинград мәмлекетлик университетиниң профессоры болды. 1935-жылы 29 жасында «Гравитациялық майданды квантлаў» темасында диссертация жақлап, физика-математика илимлериниң докторы илимий дәрежесин алған. Өзиниң диссертациясында ол биринши рет, қала берсе избе-из, жеткиликли дәрежеде квант механикасының усылларын сәйкес өзгертиў ҳәм улыўмаластырыў жолы менен тартылыс майданын квантлады.

1932-жылы ярым өткизгишлер теориясы бойынша жумысларын баспадан шығарды. 1935–1936 жыллары әззи магнит майданының квант теориясын ислеп шықты. 1937-жылы Бронштейн «Фотонлардың спонтан түрде бөлеклерге бөлиниўи» атлы жумысын баспадан шығарды. Бул жумыста фотонлардың бөлеклерге бөлиниўиниң мүмкин емес екенлиги дәлилленди ҳәм Әлемниң кеңейиўи тийкарланды. Соның менен бирге бул жумыс элементар бөлекшелер физикасы менен космология арасындағы тығыз байланысты көрсетиўши биринши ҳақыйқый нәтийже еди. Усындай байланыс тийкарында космологиялық бақлаўлардан элементар бөлекшелердиң қәсийетлери анықланады, ал космологиялық моделлер элементар бөлекшелер теориясы тийкарында дүзиледи.

М.П.Бронштейн «Дон-Кихотты» испан тилинде, ал айырым физикалық мақалаларды япон тилинде оқый алған. Әййемги Римлик шайыр Катулдың латын тилинде жазылған ҳәм Украина шайырларының шығармаларын рус тилине аўдарған.

М.П.Бронштейн тийкарсыз репрессияға ушыраған ҳәм 1937-жылы 6-август күни Киев қаласында гезектеги мийнет дем алысы ўақытында әке-шешесиниң үйинде қамаққа алынған. СССР Жоқарғы судының Әскерий коллегиясы тәрепинен өлим жазасына ҳүким етилген ҳәм 1938-жылы 18-февраль күни атылған. 1957-жылы 9-май күни СССР Жоқарғы судының Әскерий коллегиясы тәрепинен ақланған.

Көпшиликке арналған бир қатар илимий китаплардың авторы. Солардың ишинде рус тилинде жарық көргенлери мыналар:

Солнечное вещество. Москва, 1936-жыл (гелийдиң ашылыўы ҳаққында). Екинши рет Москвада 1957-жылы, үшинши рет Москвада 1990-жылы басылды. 164 бет (үшинши басылыўына оның «Лучи икс» ҳәм «Изобретатели радиотелеграфа» китаплары да киргизилген).

Атомы, электроны, ядра. Москва. 1936-жыл. Элементар бөлекшелер ҳаққындағы бул китап 1980-жылы Москвада қайтадан басылып шықты (152 бет).

Лучи Икс. Москва-Ленинград, 1937-жыл (рентген нурларының ашылыўы ҳаққында).

Енди космологияның (релятивистлик космологияның) 1930-жылға шекемги раўажланыў жолы ҳаққында гәп етемиз.

Эйнштейнниң улыўмалық салыстырмалық теориясын (ҳәзирги ўақытлары көбинесе Эйнштейнниң гравитация теориясы деп атайды) өз ўақытында дурыс түсинген Россиялы физик теоретик В.Фредерикс 1921-жылы «Успехи физических наук» журналында басылып шыққан «Общий принцип относительности Эйнштейна» мақаласында былай деп жазады[2]:

«Эйнштейнниң салыстырмалықтың принципи бойынша ең биринши жумысы ретинде 1914-жылы Берлин Илимлер Академиясының протоколларында жарық көрген „Pie formale GrundSagen der allgemeiner Relativitatstheorie") (Улыўмалық салыстырмалық теориясының формал тийкарлары) (Berlin. Sitzungsberiehte der Preussischen Akademie der Wissenscften. 1914. T. XLI) жумысын қабыл етиў керек. Бир қанша дүзетиўлер қосымшалар киргизилген бул жумыс 1916-жылы Annalen d.Physik журналында басылды. Мақаланың оттисклери сатыўға тарқатылды. Усының салдарынан Эйнштейнниң жумысы көпшиликке белгили бола баслады. 1915-1916 жыллары Лейденде салыстырмалылық теориясы бойынша лекциялар оқыған Lorentz бул теорияны «Эйнштейнниң тартылыс теориясы», математик Hubert 1915-1916 жыллары жарық көрген мақалаларын «Die Grundlagen der Physik» (Физика тийкарлары), ал математик Weyl 1918-жылы шыққан ҳәм бул теорияға бағышлаған китабын „Raum, Zeit, Malerie" (Кеңислик, ўақыт, материя) деп атады. Усы атлардың өзи Эйнштейн тәрепинен дөретилген теорияның барлық физиканы қамтыйтуғынлығын көрсетеди, ал бундай теорияның үлкен қызығыўшылықты пайда етпеўи мүмкин емес. Сонлықтан бул теория пайда болыўдан оның менен Lorentz, Hubert, Weyl усаған атақлы физиклер менен математиклер шуғыллана баслады».

Бизлер улыўмалық салыстырмалық теориясы толық дөретилип болынған жылды 1915-жыл деп есаплаймыз.

Биз гравитация бойынша ең биринши физикалық тәлиматтың XVII әсирдиң екинши ярымында ашылған Ньютонның пүткил дүньялық тартылыс нызамы екенлигин жақсы билемиз. Соның менен бирге бул тәлиматтың адамзат ушын ҳәзирги ўақытларға шекем хызмет етип киятырғанлығын, ҳәтте космослық кораблдердиң ушыў траекториялары менен басқа да параметрлериниң басым көпшилик жағдайларда (егер арнаўлы түрде Эйнштейн теориясы тийкарында болжанатуғын эффектлерди бақлаў ямаса өлшеў мәселеси қойылмаса) Ньютон нызамы тийкарында исленетуғынлығын да билемиз. Усыған тийкарланып биз биринши гезекте Эйнштейнниң улыўмалық салыстырмалық теориясының өз заманынан әдеўир бурын дөретилгенлигин сеземиз. Усының нәтийжесинде 20-әсирдиң 40-жылларына келе бул теория дыққаттан сыртта қала баслады ҳәм бул теорияға кеўил бөлиў ҳәм бул теория тийкарында жаңа физикалық эффектлерди болжаў өткен әсирдиң 60-жылларында қайтадан жанланды.

Енди теориялар ҳаққында тийкарғы жағдайлардың бирин еске алып өтемиз. Әдетте теорияны «жаман» ямаса «жақсы» деп есапламайды (әдетте физикада бундай түсиниклер қолланылмайды). Жаңадан ашылған дурыс теория ҳеш кашан өзинен бурын ашылған теорияны бийкарламайды, ал белгили бир шеклерде сол өзинен бурын ашылған теорияға айланады. Екиншиден жаңа теория тийкарында бурын түсиндирилмеген ямаса еле ашылмаған жаңа эффектлердиң бар екенлиги болжанады. Сол эффектлердиң ҳақыйқатында да бар екенлигиниң тәжирийбелерде тастыйықланыўы теорияның үлкен жеңиси болып есапланады. Усы көз қараста биз қәлеген теорияның буннан кейин дөретилетуғын жетилискен ҳәм улыўмалырақ болған теорияның дара жағдайы болып қалатуғынлығының тәбийий нәрсе екенлигин сеземиз.

Улыўмалық салыстырмалық теориясы белгили шеклерде Ньютонның пүткил дүньялық тартылыс нызамына айланады. Соның менен бирге бул теория кейинирек

[2] Қарақалпақша аўдармасы усы сайтта.

экспериментлерде табыслы түрде тастыйықланған мынадай үш эффекттиң бақланатуғынлығын көрсетти:

1. Жақтылық нурының гравитация майданында тарқалыў бағытын өзгертиўи (1919-жылы-ақ Қуяштың толық тутылыў ўақытында өткерилген экспериментлердиң дәллиги шеклеринде бақланды).

2. Планетаның перигелийиниң аўысыўы (Меркурий ушын ҳәр жүз жылда перигелийдиң 43 мүйешлик секундқа аўысатығынлығы улыўмалық салыстырмалық теориясы тийкарында 1915-1916 жыллары Эйнштейнниң өзи тәрепинен түсиндирилди).

3. Гравитация майданында ўақыттың өтиўиниң әстелениўи (әсиресе Мёссбауэр эффекти ашылғаннан кейин жоқары дәлликте тастыйықланды).

Солай етип Эйнштейнниң гравитация теориясы тәжирийбеде толық тастыйықланған теория болып табылады.

Әлбетте биринши гезекте улыўмалық салыстырмалық теориясы тийкарында 1905-жылы А.Эйнштейн тәрепинен ашылған арнаўлы салыстырмалық теориясы жатады[3]. Ал улыўмалық салыстырмалық теориясын дөретиў бойынша оғада қурамалы болған жумысларын А.Эйнштейн 1907-жылы баслады. Бул ўақытлары ол гравитация майданын қандай математикалық шама менен тәриплеўди билмеди. Тек 1913-жылы ғана гравитация майданына Риманның кеңисликлик-ўақытлық геометриясындағы 10 қураўшыға ийе симметриялық метрлик тензордың сәйкес келетуғынлығына оның көзи жетти[4]. Ал улыўмалық салыстырмалық теориясының тийкарында жатады деп есапланатуғын эквивалентлик принципи болса бул формализмге физикалық теңлемелер координаталарды улыўмалық түрлендириўге қарата инвариант болыўы шәрт деген талап түринде киргизиледи[5].

Солай етип улыўмалық салыстырмалық теориясының теңлемелери жоқарыда еслетилип өтилген Риманның кеңисликлик-ўақытлық геометриясындағы 10 қураўшыға ийе метрлик тензорды канаатландыратуғын ҳәм улыўмалық ковариант болған (барлық есаплаў системаларында бирдей түрге ийе болатуғын) теңлемелер болып табылады[6]. Сол теңлемелер мына түрге ийе

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = -8\pi G T_{ik}. \qquad (1)$$

Бул жерде G шамасы әдеттеги гравитация турақлысы болып табылады. T_{ik} арқалы энергия-импульс тензоры берилген. Вакуумде $T_{ik} = 0$. Сонлықтан бос кеңисликтеги Эйнштейн теңлемеси

[3] Қараңыз: усы сайтта (www.abdikamalov.narod.ru) А.Эйнштейн. Қозғалыўшы денелер электродинамикасына (1905-жылы жарық көрген жумыс).

[4] Әлбетте 2-рангли болған төрт өлшемли метрлик тензор улыўма жағдайда 16 қураўшыға ийе болады. Бирақ оның симметриясы ($g_{ik} = g_{ki}$) бир биринен ғәрезсиз қураўшыларының санын 10 ға шекем азайтады.

[5] А.Эйнштейн тәрепинен қабыл етилген эквивалентлик принципи гравитациялық ҳәм инерт массалардың өз-ара тең екенлигине тийкарланады ҳәм оның мәнисин мынадай тастыйықлаў түринде көрсетиў мүмкин: ***ықтыярлы түрде алынған гравитациялық майданның кеңислик-ўақтының ҳәр бир ноқатында сондай «координаталардың локаллық-инерциялық системасын» қабыл етиў мүмкин болып, бул системаға салыстырғанда сол ноқатқа жеткиликли дәрежеде жақын жайласқан орынларда тәбияттың нызамлары турақлы тезлик және туўры сызық бойынша қозғалатуғын Декарт координаталар системасындағыдай болып орынланады***.

[6] Әлбетте улыўмалық ковариант (барлық есаплаў системаларында бирдей түрге ийе болатуғын) теңлемелер тек дифференциал геометрия тилинде сәйкес тензорлардан пайдаланған түрде жазылады.

$$R_{ik} = 0$$

түрине ийе болады. Еки ямаса үш өлшемли кеңислик-ўақытта бул жағдай толық иймеклик тензоры болған $R_{ik\mu\nu}$ диң нолге тең болатуғынлығын, соған сәйкес гравитация майданының болмайтуғынлығын билдиреди.

1917-жылы А.Эйнштейн өзиниң улыўмалық салыстырмалық теориясын пүткил Әлем ушын қолланды (Einstein A., *Kosmologische Betrachtungen zur allgemien Relativistatstheorie*, Sitzungsber, Dtsch. Akad. Berlin 1917)[7]. Сол 1917-жылды релятивистлик космологияның туўылган жылы деп атаймыз. Усы ўақытлары дерлик бәрше қәнигелер Әлемди стационар деп есаплайтуғын еди. Сонлықтан Әлемди стационар ҳәм соған сәйкес оның иймеклик тензоры ўақытқа байланыслы өзгермейди деп есаплаған А.Эйнштейнге Әлемниң стационар емес екенлигин сәўлелендиретуғын (1)-теңлемеге Әлемди стационар етип тәриплеў ушын универсаллық константа деп аталыўшы қосымша ағза болған λ ни киргизиўге туўры келди. Майданның ҳалынан ғәрезсиз болған бул ағзаны теңлемеге киргизиў кеңислик-ўақытқа материяға да, гравитациялық толқынларға да байланыслы болмаған, жоқ етиў мүмкин емес иймекликти бериўди аңлатады. Солай етип 1917-жылы өзгертилген А.Эйнштейн теңлемелери мына түрге ийе болады:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R - \lambda g_{ik} = -8\pi G T_{ik}. \tag{2}$$

Бул аңлатпадағы λg_{ik} ағзасы космологиядағы қыйыншылықларды сапластырыў ушын Эйнштейн тәрепинен биринши рет жазылды ҳәм усыған байланыслы өлшем бирлиги 1/см^2 болған λ турақлысын космологиялық турақлы деп атаймыз.

Эйнштейн өз мақаласында алдына қойған мәселени шешиў барысында Әлем ушын еки әҳмийетли қәсийетти қабыл етти. Олар ҳәзирги ўақытлары тәжирийбелерде толық тастыйықланған үлкен масштаблардағы бир теклилик пенен изотроплық болып табылады[8]. Ҳәзирги ўақытлары Әлемниң кеңислик бойынша бир теклилиги менен изотроплығы гипотезасын космологиялық принцип деп атайды.

Солай етип биз Әлем кеңислигиниң бир теклилиги менен изотроплылығын космологиялық принцип сыпатында қабыл етемиз. Ал изотроп кеңисликтиң иймеклилигиниң қәсийети тек бир космологиялық турақлы жәрдеминде анықланады. Усыған сәйкес тек үш кеңисликлик метриканың орын алыўы мүмкин: 1) турақлы оң мәнисли иймекликке ийе кеңислик ($\lambda > 0$), 2) турақлы терис мәнисли иймекликке ийе кеңислик ($\lambda < 0$), 3) иймеклиги нолге тең болған кеңислик ($\lambda = 0$). Бул кеңисликлердиң кейингиси тегис, яғный Евклидлик кеңислик болып табылады.

$\lambda \neq 0$ деген болжам бос кеңисликтиң $\lambda = 0$ болған теориядағыдай тартылыс майданын пайда ететуғынлығын, бирақ барлық кеңисликтиң массасының тығызлығы $\rho_\lambda = \dfrac{c^2\lambda}{8\pi G}$, энергиясының тығызлығы $\varepsilon_\lambda = \dfrac{c^4\lambda}{8\pi G}$ ҳәм басымы $p_\lambda = -\varepsilon_\lambda$ болған материя менен толтырылып туратуғынлығына сәйкес келетуғынлығын аңлатады. $\lambda = 10^{-55}$ *см*$^{-2}$ шамасы

---

[7] Қараңыз. Усы сайтта А.Эйнштейн. Космология мәселелери ҳәм улыўмалық салыстырмалық теориясы».

[8] Үлкен масштаблар деп Әлемниң бақлаў мүмкин болган бөлиминиң шама менен үш мыңнан бир үлесине , яғный сызықлық өлшемлери ~ 10^8 жақтылық жылына тең областларға айтамыз.

ушын $\rho_{\lambda} = 10^{-28}$ *г/см*^{3} ҳәм $\varepsilon_{\lambda} = 10^{-7}$ *эрг/см*^{3}. Усындай мәнисте вакуумның энергиясының тығызлығы ҳәм басымы (кернеў тензоры) ҳаққында айтыўға болады.

1917-жылы Эйнштейн теңлемелери жәрдеминде турақлы иймекликке ийе космология мәселелери менен Голландиялы астроном де-Ситтер де шуғылланды (De-Sitter, *On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences*, Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 1916-1917). Оның моделинде материя жоқ, кеңислик пүткиллей бос, ал Әлемниң радиусы (10)-экспоненциал нызам бойынша өзгереди.

1923-жылы немец математиги Г.Вейль бос Әлемге сәйкес келетуғын де-Ситтер моделине затлар жайластырылса, онда әлемниң кеңейиўиниң керек екенлигин анықлады. Тап сол жылы А.Эддингтон де-Ситтер әлеминиң стационар емес екенлигин тапты.

1922-жылы болса Петроградлы математик А.А.Фридман өзиниң «Кеңисликтиң иймеклилиги ҳаққында» мақаласында Эйнштейнниң улыўмалық салыстырмалық теориясы тийкарында биринши рет стационар емес, ал иймеклик радиусы ўақытка ғәрезли болған Әлемниң моделин усынды. Мақалада ол былай деп жазады: Өзлериниң улыўмалық космологиялық мәселелерге бағышланған жумысларында Эйнштейн ҳәм де-Ситтер әлемниң ақылға сайкес келетуғын еки типине келеди: Эйнштейн ***цилиндрлик дүнья*** деп аталатуғын дүньяны алады, бундай дүньяда кеңислик ўақыттың өтиўи менен өзгермейтуғын иймекликке ийе, қала берсе иймеклик радиусы кеңисликте жайласкан материяның улыўмалық массасы менен байланыстырылған; Де-Ситтер шар тәризли дүньяны алған, бундай дүньяда тек кеңислик емес, ал дүньяның бәри белгили бир дәрежеге шекем турақлы иймекликке ийе дүньяның характерине ийе болады … Бул мақала цилиндрлик ҳәм сфера тәризли дүньялардың улыўмалық шәртлерге сәйкес алынатуғын дүньяның дара типлери екенлигин көрсетиў, буннан кейин кеңисликлик координаталарға салыстырғанда турақлы болған иймеклиги ўақытқа байланыслы өзгеретуғын, яғный ўақыт сыпатында қабыл етилген төртинши координатаға ғәрезли болған, басқа қәсийетлери бойынша Эйнштейнниң цилиндрлик дүньясын еске салатуғын айрықша дүньяны алыўдың мүмкин екенлигине бағышланған. Фридман өз мақаласында егер дүнья стационар болатуғын болса, онда оның Эйнштейнниң цилиндрлик дүньясы ямаса де-Ситтердиң сфералық дүньясы болатуғынлығын көрсеткен.

Ҳәзирги ўақытлары көпшилик тәрепинен қабыл етилген космологиядағы эталон модель Фридман шешимлеринен келип шығады. Бул моделге биз тоқтап өтемиз.

Биз биринши гезекте Әлемниң бир теклилиги менен изотроплығына сүйенемиз ҳәм буған Эйнштейнниң майдан теңлемесин қосамыз. Бул Әлемниң келешегиниң оның иймеклигине байланыслы екенлигине алып келеди: ашық Әлем шексиз кеңейеди, жабық Әлемде ҳәзирги кеңейиў кейинирек улыўмалық қысылыў менен алмасады[9].

Изотроп кеңисликте аңлатпалар әпиўайыласады, тензорлар скалярлар менен алмасады. Қурамалы математикалық есаплаўларды қалдырып мысал ретинде Эйнштейн теңлемелериндеги t-t қураўшының (тек ўақытқа сәйкес келиўши қураўшы) мына теңлемени беретуғынлығын атап өтемиз:

$$3\ddot{R} = -4\pi G(\rho + 3p)R . \qquad (3)$$

[9] Соңғы экспериментлердиң бизиң Әлемимиздиң тегис Әлем екенлигин көрсеткенлиги ҳәм сонлықтан оның шексиз кеңейе беретуғынлығы ҳаққында кейинирек гәп етемиз. Сонлықтан «эталон модель» жөнинде айтқанымызда бул гәплеримизди толығы менен бизиң Әлемимизге тийисли деп түсинбеўимиз керек.

Бул теңлемедеги R = R(t) арқалы «Әлемниң радиусы» белгиленген, ρ менен p сәйкес тығызлық пенен басымға сәйкес келеди. Ал таза кеңисликлик қураўшылар болса мына теңлемеге алып келеди:

$$R\ddot{R} + 2\dot{R}^2 + 2k = -4\pi G(\rho - p)R^2. \tag{4}$$

Басқа қураўшылардың барлығы 0 = 0 теңлиги болып табылады. Бул аңлатпадағы k шамасы +1, -1 ҳәм ноль мәнислерин қабыл етеди. $k = +1$ болған жағдайда Әлемниң кеңислигин төрт өлшемли Евклид кеңислигиндеги радиусы R(t) болған сфераның бети деп қараўға болады [сонлықтан R(t) шамасын «Әлемниң радиусы» деп атадық]. $k = -1$ ямаса $k = 0$ болғанда қандай да бир фигураның радиусы ҳаққында гәптиң болыўы мүмкин емес. Бирақ сол үш жағдайдың бәринде де R(t) ди космослық масштаблық фактор деп атай беремиз.

(3) пенен (4) тен $\ddot{R}$ ти жоғалтып R(t) ушын биринши тәртипли теңлемени аламыз:

$$\dot{R}^2 + k = \frac{8\pi G}{3}\rho R^2. \tag{5}$$

Буннан басқа жәнe энергияның сақланыў нызамын мына түрде жазамыз:

$$\frac{d}{dR}\left(\rho R^3\right) = -3pR^2. \tag{6}$$

Егер p = p(ρ) ҳал теңлемеси берилген болса, онда оны R диң функциясы ретинде ρ ны анықлаў ушын пайдаланыўға болады. Мысалы егер Әлемниң энергиясының тығызлығына тийкарғы үлести есапқа алмастай киши басымға ийе релятивистлик емес затлар беретуғын болса, онда p << ρ болғанда

$$\rho \sim R^{-3}. \tag{7}$$

Ал егер Әлемниң энергиясында фотон сыяқлы релятивистлик бөлекшелердиң үлеси жоқары болса, онда $p = \frac{\rho}{3}$ шәрти орынланғанда

$$\rho \sim R^{-4}. \tag{8}$$

байланысы орын алады.

Егер ρ ның R ден ғәрезлилиги белгили болса (5)-теңлемени шешип ўақыттың барлық моментлери ушын R(t) ғәрезлилигин алыўға болады. Солай етип Эйнштейн теңлемеси (5-теңлеме), энергияның сақланыў нызамы (6-теңлеме) ҳәм ҳал теңлемеси динамикалық космологияның фундаменталлық теңлемелери болып табылады. Жоқарыда келтирилген теңлемелер тийкарында R(t) анықланатуғын космологиялық моделлер Фридман моделлери деп аталады.

Биз сөзимиздиң ақырында А.Эйнштейнниң улыўмалық салыстырмалық теориясының қандай шеклерге ийе екенлигин атап өтемиз.

Бириншиден бул теорияда гравитация майданы Максвелдиң электромагнит майданы сыяқлы (векторлық, биринши рангли тензор менен тәриплениўши) физикалық майдан емес, ал кеңислик-ўақыттың майысыўы – геометриялық характердеги (екинши рангли тензор менен тәриплениўши) тензорлық майдан болып табылады. Бундай көз-қарас пенен қарағанда гравитация майданын кристаллық қатты денелердеги деформацияларға, ал гравитациялық толқынларды кристаллардағы сес толқынларына усатыў мүмкин.

Екиншиден Эйнштейнниң гравитация майданы квантланбайды. Ал ҳәзирги көз-қараслар бойынша майданлардың барлығы квантланыўы шәрт. Усыған байланыслы бул теория тийкарында гравитация майданын алып жүриўши квазибөлекшелер (гравитонлар) ҳәм олардың квантлық-механикалық характеристикалары хаққында ҳеш нәрсе айтыўға болмайды.

Бул айтылғанлар Эйнштейнниң улыўмалық салыстырмалық теориясының әҳмийетин төменлетпейди, ал тек перспективада бул теорияны да өз ишине қамтыйтуғын жетилискен теориялардың пайда болатуғынлығын көрсетеди.

Енди усы бизиң күнлеримизде космологияның Әлемниң дүзилиси ҳаққында қандай мағлыўматларды беретуғынлығына тоқтап өтемиз.

Әлемниң жасы 13,7 миллиард жыл.

Әлемниң бақланыўы мүмкин болған бөлиминиң өлшеми 13,7 миллиард жақтылық жылына ямаса шама менен 10^{28} *см* ге тең.

Әлемдеги затлардың орташа тығызлығы 10^{-29} *г/см*^{3}.

Әлемниң геометриясы тегис. Үлкен масштабларда үш мүйешликлердиң ишки мүйешлериниң қосындысы 180^0 қа тең, параллел туўрылар ҳеш бир жерде кесилиспейди.

Әлем (кеңислик) үлкен масштабларда бир текли ҳәм изотроп.

Биз кеңейиўши Әлемде жасап атырмыз. Әлемде алынған қәлеген еки ноқат (мысалы еки галактиканың орайлары) арасындағы кеңейиўдиң салдарынан орын алатуғын бир биринен қашықласыў тезлиги v сол ноқатлар арасындағы кашықлық r ге туўры пропоционал, яғный

$$v = Hr. \tag{9}$$

Бул аңлатпадағы H Хаббл турақлысы деп аталып, оның ҳәзирги дәўирлердеги мәниси $H = 73 \pm 8 \dfrac{км}{с * Мпс} \approx (73 \pm 8) * 10^{11}\ 1/жыл$[10]. Бул нызам 1929-жылы Эдвин Пауэл Хаббл (E.P.Hubble) тәрепинен 18 галактикаға шекемги қашықлықларды олардың Допплер эффекти бойынша алынған тезликлери менен салыстырыў жолы менен ашылған ҳәм ол топарларға кирмейтуғын галактикалар ҳәм тутас галактикалар топарлары ушын дәл орынланады.

$v = \dfrac{dr}{dt}$ екенлиги мәлим. Сонлықтан (9) ден $\dfrac{dr}{r} = H \cdot dt$ екенлигине ийе боламыз ҳәм оның шешими

$$r = r_0 e^{Ht} \tag{10}$$

[10] Хаббл турақлысы ўақытқа байланыслы өзгериўши шама болып, сонлықтан оны «Хаббл параметри» деп те атайды.

болады. r_0 арқалы Әлемниң $t=0$ ўақыт моментиндеги радиусы белгиленген. (10) ден Әлемниң радиусының турақлы емес, ал экспоненциал нызам бойынша өсетуғынлығы автомат түрде келип шығады. Бундай өсиўдиң де-Ситтер моделинде орын алатуғынлығын еске түсиремиз.

Әлемниң қурамы:

Әлемдеги материяның 73 проценти «Қараңғы энергия». Бул энергияның тығызлығы Әлемдеги барлық орынларда бирдей. Тәбияты еле белгисиз.

Әлемдеги материяның 23 проценти «Қараңғы материя». Бундай материя әдетте галактикалар әтирапында бақланады. Тәбияты еле анықланбаған.

Әдеттеги материя Әлемниң 4-5 процентин ғана қурайды. Сол 4-5 процент өз гезегинде мыналардан турады:

1 см^3 көлемдеги реликтив фотонлар ~ 400 (температурасы 2.726±0.001 K).

1 см^3 көлемдеги барионлар 10^{-7}.

1 см^3 көлемдеги нейтринолар (+анти-нейтринолар) ~ 300 (температурасы ~2 K).

Гелий ~ 23-24 %.

Әлемниң бақланыўы мүмкин болған бөлимин қураўшы затлардың массасы ~ 10^{55} *грамм*. (Бул Қуяштың массасынан ~ 10^{22} есе үлкен).

Әлемдеги затлардың энергиясы менен гравитациялық энергияның қосындысы нолге тең ҳәм бул шама өзгериссиз сақланады.

Соңғы он жыл ишинде ашылған әҳмийетли жаңалықлар:

Әлем туўылыўдан оғада үлкен тезлениў менен кеңейди (Әлемниң инфляциясы).

Шама менен 5 миллиард жыл бурын Әлемниң кеңейиўи және тезлениў ала баслады, бирақ бул тезлениў Әлем туўылғандағы кеңейиўдиң тезлениўинен жүдә киши.

Жоқарыда келтирилген мағлыўматлар космологияның қанша дәрежеде раўажланып кеткенлигин анық сәўлелендиреди. Усы жағдайда 1930-жыллардағы аўҳаллар қандай еди деген тәбийий сораў туўылады. Өз мақаласының 1-параграфында М.П.Бронштейн бул сораўға жеткиликли дәрежеде толық жуўап береди. Бирақ мақала менен танысыў оның тийкарынан бир мәселеде жағдайдың қандай екенлигин билмегенлигин анық көрсетеди. Бул да болса Әлемниң стационар емеслиги ҳәм 1929-жылы Э.П.Хаббл тәрепинен Америкада ашылған (9) менен (10) нызамларынынан мақала авторының хабарының жоқлығында ямаса бул нызамға жеткиликли дәрежеде итибардың болмағанлығынан болып тур. Буның себеби Хаббл тәрепинен анықланған Хаббл турақлысы H тың мәнисиниң $500\,\frac{км}{с \cdot мпс}$ шамасына тең болыўында. Ал Әлемниң кеңейе баслағаннан берги жасы болса 1/H шамасынан артық болмаўы керек. 1/H тың мәниси шама менен 2×10^9 жылға тең болып шығады. Бул Жердеги айырым таў жынысларының жасынан да киши шама. Усының нәтийжесинде болса керек, 4-§ «Де-Ситтер менен Эйнштейнниң шешимлериниң базы бир астрономиялық нәтийжелери» деп аталып, бул шешимлерге көбирек дыққат аўдарылып, М.П.Бронштейн Фридманның стационар емес космолологиясының әҳмийетин толық анық ашып бере алмаған ҳәм сонлықтан А.Эйнштейн теңлемелериниң Эйштейн, де-Ситтер, Фридман шешимлери дерлик бирдей орынларды ийелеп тур.

Редакциядан[11]

Космологиялық проблема ҳәзирги заман физикасының шешилиўи ең қыйын проблемаларының бири болып табылады (егер ең қыйын проблемасының өзи болмаса). Классикалық физика бул проблеманы дерлик қойған жоқ. Физиканың ең соңғы раўажланыўы, тийкарынан улыўмалық салыстырмалық теориясы бул проблеманы қойыўға мүмкиншилик береди. Бирақ физика менен астрономияның ҳәзирги жағдайлары космологиялық проблеманы шешиў ушын жеткиликли материалды береди деп ойламаў керек. Усы күнлери усынылып жүрген космологиялық проблеманың шешимлери проблеманы ҳәтте жуўық түрде шешемен деп те тырыса алмайды. Олардың барлығы да ықтыярлы түрде ойлап табылған болжаўларға тийкарланған. Бундай болжаўларсыз теорияның дөретилиўи мүмкин емес (мысалы әлемдеги материяның муғдары ҳәм оның тарқалыўы ҳаққындағы болжаўлар). Бирақ бул болжаўларды тастыйықлаў ушын бизде астрофизикалық мағлаўматлар дерлик жоқ.

Өзиниң раўажланыўының биринши этапында улыўмалық салыстырмалық теориясы кеңисликтиң қурылысы гравитация пайда етиўши массалардың жайласыўлары менен анықланады деген болжаўды усынды. Ҳәзирги теорияларда нур энергиясы да дыққатқа алынады. Бирақ салыстырмалық теориясының бул жағдайы дүньяның қурылысы проблемасын шешиў ушын жеткиликсиз. Буның ушын материяның тығызлығы менен нурланыўдың тығызлығы ҳаққындағы анық болжаў, усының менен бирге ds тиң түрин, яғный метриканың қәсийетлери ҳаққында келисимге келиў зәрүр. Бул болжаўлардың анық емеслиги ҳәзирги физикадағы космологиялық проблемада ҳәр қыйлы моделлериниң пайда болыўының себеби болып келмекте.

Бирақ барлық ҳәзирги заман моделлерине улыўмалық еки белги тән: кеңисликтеги дүньяның шеклилиги (дүньяның радиусының шеклилиги) ҳәм гравитация пайда етиўши массалардың нурланыўға өтиў процессиниң қайтымсызлығы.

Ҳәтте дүньяның радиусының шексиз өсиўин қабыл ететуғын динамикалық теориялар да ҳақыйқатында дүньяның кеңисликтеги шеклилигин басшылыққа алады. Солай етип дүньяның радиусы барлық ўақытта да шекли мәниске ийе.

Усы жуўмақларды атомның радиусы ямаса Планк турақлысының мәниси сыяқлы физиканың дәл ҳәм оғада әҳмийетли болған жетискенлиги деп есаплаў пүткиллей дурыс емес болған болар еди. Дүньяның шеклилигин ҳәўес пенен жақлаўшылар жуўмақлардың алыныўы менен сол жуўмақларды келтирип шығаратуғын болжаўларды тез умытыўға жол коймақта.

Солай етип белгили бир болжаўлардың нәтийжелери абсолютке көтерилмекте ҳәм дәллилинген деп есапланбақта. Сонлықтан ҳәзирги физика менен астрономия дүньяның шеклилигин дәлиллейди деп тастыйықлаў пүткиллей надурыс жуўмақ болып табылады.

Дүньяның шеклилигин тастыйықлаўшы теориялардың қанаатландырарсызлығы ҳәм пайдаланыўға болмайтуғынлығы атап айтқанда соннан ибарат болып, олар толығы менен шеклилик көз-қарасында турып, шексизликти бийкарлайды ҳәм өзиниң қурылысының

[11] Марксистлик-Ленинлик диалектикалық материализм көз-қарасларында турып 1930-жыллардағы сиясий дүзимге сәйкес етип жазылған бул редакциялық бөлим қарақалпақ тилине қысқартылып аўдарылды. Бул бөлимдеги космология туўралы келтирилген көз-қараслардың дурыслығына исеним пайда етиў мүмкин емес ҳәм сонлықтан М.П.Бронштейнниң мақаласын түсиниў ушын оны оқып шығыўдың зәрурлиги жоқ (Аўдарыўшы).

тийкарына абстракт түсиникти жатқарыўшы барлық теориялардың тек өзлерине тән болған шеклениўшилик пайда етеди.

Дүньяның шеклилиги ҳаққындағы теорияларды мақулламаў ямаса бийкарлаў шексиз дүньяны тутасы менен тәриплеўден (сәўлелендириўден) пүткиллей бас тартыў дегенди аңлатпайды. Барлық мәселе шеклилик пенен шексизлик арасындағы ҳақыйқый диалектикалық қатнасты түсиниўден ямаса түсиндириўден ибарат.

…

Ҳәзирги ўақытлардағы космологиялық теориялардың Эйнштейнниң дәслепки космологиялық теорияларынан айырмасы соннан ибарат, олар материяның раўажланыўы ҳаққындағы қойылған сораўға жуўап бере алмайды.

Бирақ процесслердиң абсолют қайтымсызлығын мойынлаў дүньяның дөреўиниң тең салмақлық халдан дәслепки шығыўын тәмийинлейтуғын материаллық емес актине алып келеди.

Солай етип дүньялық процесслердиң қайтымсызлығы ҳаққындағы тәлиматтың пайда болыўына алып келип атырған тийкарлар материализм менен өтип болмастай қарама-қарсылықта турады.

Биз космологиялық проблеманың ҳәзирги жағдайлары қандай да бир дәрежеде тамамланған деп есаплаўға болмайтуғынлығын көриў менен бирге барлық теориялардың шекленгенлигин ҳәм методологиялық жақтан қабыл етиўге болмайтуғын ҳәм дурыс емес негизлерге ийе екенлигине исенемиз. Биз мақалада келтирилген физикалық ямаса астрономиялық бири бирине сәйкес келмейтуғын жағдайлар ҳаққында гәп етип атырғанымыз жоқ. Мәселениң қанаатландырарлықтай қандай да бир шешимин бериў ушын бизиң физикалық ҳәм астрономиялық билимлеримиз жеткиликли дәрежеде жетисип қәлиплескен емес. Усының менен бирге методологиялық талап та тийкарынан өзгертилген болыўы шәрт: дүньяның шеклилигин бир тәреплеме мойынлаўдан шеклилик пенен шексизлик арасындағы қатнас проблемасын диалектикалық тийкарда қойыў керек. Усы көрстилген кемшиликлерине қармастан ҳәзирги физикада космологиялық проблеманы қандай етип шешип атырғанлығы сәўлелендирилген М.П.Бронштейнниң мақаласын жәриялаўды редакция зәрүр деп есаплайды.

1-§. КИРИСИЎ

Улыўмалық салыстырмалық теориясының ең зор нәтийжелериниң бири космологиялық проблемаға, яғный тутасы менен алынған дүнья проблемасына жаңа қатнас жасаўға мүмкиншилик бериўи болып табылады. Әййемги адамлар Әлемди[12] жер шарының дөгерегинде айланыўшы жети жақтыртқыштың жыйнағы сыпатында көз алдына елеслетти; бул курылыстың барлығы ишки тәрептен жулдызлар топарларының нурлы иероглифлери менен безелген ҳеш нәрсени өткермейтуғын хрустал сфераның ишинде жайласқан. Бирақ астрономия Клавдий Птолемейдиң «математикалық синтаксисинде» келтирилген тәлиматтан қутылғаннан баслап Әлем хаққындағы көз-қараслар пүткиллей өзгерди; Галилей өзиниң телескопын биринши рет қозғалмайтуғын жулдызлардың сырлы

[12] Айқын түрде бизиң әлемимиз ҳаққында айтылғанда «Әлем» сөзи үлкен ҳәрип пенен, ал жүзеге келетуғын әлмелер ҳаққында гәп етилгенде киши ҳәрип пенен жазылады (Б.А.).

дүньясына қаратқаннан баслап хрусталь сфера қыйратылды ҳәм Қус жолының жумбағы шешилди. Астрономға Әлем галактикалық система, яғный бизиң Қуяшымызға усаған бизден Қуяшқа салыстырғанда оғада үлкен қашықлықларға узықласқан жулдызлардың оғада көп санлы жыйнағы түринде көринди. Усы оғада үлкен қашықлықларды өлшеў де мүмкин болып шықты. 1838-жылы астрономлар Струве, Бессель ҳәм Гендерсонлер бир бирине байланыссыз бизге салыстырмалы жақын жайласқан үш жулдызға шекемги аралықларды өлшей алды (Лираның α сы, Кентаврдың α сы ҳәм Аққуў) ҳәм астроном Джон Гершелдиң тили менен айтқанда «астрономия қәҳәрленип өте алмай турған дийўалды бир ўақытта үш жерде қыйратты». Ҳәзирги ўақытлары астрономлар бизиң Қуяшымыз қурамына киретуғын галактикалық системаны көлеми бойынша тең өлшеўли емес тарқалған бир неше онлаған миллиард жулдыздан туратуғын жулдызлардың жыйнағы деп есаплайды. Бул система созылған сфероидтың формасына ийе болып, оның үлкен диаметри бир неше онлаған мың парсекке тең (парсек жулдызлар астрономиясында қолланылатуғын узынлықтың бирлиги болып, оның шамасы $3{,}08*10^{18}$ см ге тең). Бирақ ҳәзирги ўақытлардағы астрономның әлеми тек бир галактикалық система менен шекленип қоймайды: бизиң галактикалық системамыз бенен бир қатарда бизиң телескопларымыздың жәрдеминде көпшилик жағдайларда дурыс формаға ийе (көпшилик жағдайларда спирал тәризли формаға ийе, бирақ айырым жағдайларда дөңгелек, эллипс тәризли, соның менен бирге дурыс емес формаларға да ийе думанлықлар) әззи түрде жақтылық шығаратуғын думанлық түринде көринетуғын онлаған миллиард жулдызлардан туратуғын оғада көп санлы «атаў әлемлер» де бар. Олардың айырымларына шекемги қашықлықлар Хаббл, Лундмарк ҳәм Шэпли тәрепинен өлшенди. Олар мынадай болған қолайлы жағдайдан пайдаланды: ҳәзирги ўақытлардағы күшли астрономиялық қураллар бизге жақын «атаў әлем» лердеги жарық айырым жулдызларды көриўге мүмкиншилик береди; усындай жулдызлардың ишинде Cephei диң δ сы сықлы өзгермели жулдызлар бар болып (оларды цефеидлер деп атаймыз), олар ушын олардың абсолют жақтылығы менен (бундай жулдызлардан 10 парсек стандарт аралыққа қашықлықта турған бақлаўшының көз-карасы бойынша тап усындай жақтылыққа ийе болған болар еди) оның жақтылығының өзгериси дәўири арасында қатнас орын алады; бул қатнасты «атаў әлемлердеги» ашылған цефеидлерге қолланыў усы цефеидлердиң абсолют жақтылығын анықлаўға мүмкиншилик береди. Ал оларды бақланатуғын жақтылығы менен салыстырыў бул жулдызларға шекемги қашықлықты, яғный олар кириўши жулдызлар топарларына шекемги аралықларды анықлаўға имканият туўғызады. Усындай жоллар менен Хаббл Андромеда жулдызлар топарындағы N.G.C. 224 үлкен думанлылығына шекемги қашықлықты анықлады ҳәм ол қашықлық 285 мың парсекке тең болып шықты[13]. Ал Үш мүйешлик жулдызлар топарындағы N.G.C. 598 думанлығына шекемги аралық 263 мың парсекке тең екен. Бизиң галактикамыздың диаметри Сирс бойынша 90 мың парсектен үлкен емес болғанлықтан бул объектлердиң бизиң системамыз болған Қус жолы шеклеринен тыста жайласқан жулдызлардың жыйнағы екенлиги келип шығады (яғный бизики сықлы «атаўлық әлемлер» екенлиги түсиникли болады). Қысқалық ушын биз буннан былай усындай «атаўлық әлемлер» ди галактикалар деп атаймыз.

N.G.C. 598 ҳәм N.G.C. 224 деги сықлы қашықлықларды анықлағандай барлық қашықлықлар жоқарыдағыдай болып тиккелей өлшенбейди; көпшилик жағдайларда бундай объектлердиң көринерлик диаметрлер менен бақланыўшы жақтылықларына тийкарланған жанапай усыллардан пайдаланады. Ҳәзирги ўақытлардағы ең қуўатлы астрономиялық қураллардың бири Қуяш обсерваториясының жүз дюймлық рефлекторы болып табылады (Түслик Калифорния, Вильсон таўы) ҳәм бул телескоп жәрдеминде көринетуғын 18-жулдыз шамасындағы спираллық думанлықтан бизге шекемги аралық

[13] N.G.C. 224 жазыўы «Dreyer's New General Catalogue (1888)» каталогинде 224-сан менен белгиленген екенлигин билдиреди.

$1{,}5*10^{26}$ см ди қурайды. Джинстың сөзлери менен айтқанда бул әмелий астрономияда жумыс алып барылатуғын уллы қашықлық болып табылады. Хабблдың шамалаўы бойынша диаметри усындай шамаға тең болған шардың ишине шама менен еки миллион галактика жайласады. Бундай жағдайда астрономиялық қашықлықларды өлшеў ушын ҳәтте $3{,}08*10^{18}$ см ге тең парсек узынлықтың жүдә киши бирлиги болып қалады. Усындай мәселелерди шешкенде де-Ситтер тәрепинен усынылған 10^{24} см ге тең А бирлигин қолланған қолайлы (1 А ға тең узынлықты жақтылық толқынлары 1 миллион жылда өтеди). Солай етип Хабблдың баҳалаўы бойынша көлеми 2 миллион куб А ға тең сферада еки миллион галактика жайласқан болады. Басқа сөз бенен айтқанда атаў әлемлер кеңисликте шама менен 1 A^3 көлемде бир галактика жайласатуғындай болып тарқалған.

Ҳәзирги ўақытлардағы астрономларға көринетуғын әлем тап усындай: ҳәр қайсысы бир неше онлаған миллиард жулдызлардан туратуғын жулдызлар жыйнақлары орын алып, олар бир биринен оғада үлкен бос кеңислик пенен айрылған (қоңсылас галактикалық системалар арасындағы орташа қашықлық 1 А ның әтирапында). Ең қуўатлы астрономиялық құраллар менен қуралланған бақлаўшылар әлем ҳаққында усы айтылғанларды айта алады.

Бирақ олар радиусы 150 А болған сфераның шеклериниң арғы тәрепинде нелердиң бар екенлигин айта алмайды. Тәбияттың дөретиўшилик фантазиясы галактикаларды бир куб А көлемде бир галактикадан жайласатуғынлай етип жайластырған ба ямаса олардың тығызлығы бизиң Кус жолы да киретуғын галактикалардың топарының базы бир орайынан қашықлаған сайын кемейип бара ма деген сораўға ҳәзирги астрономлар жуўап бере алмайды. Ҳәтте астрономиялық әсбаплардың «узақтан көре алғышлығы» көп есе үлкейгенде де астроном тек бақлай алатуғын сферасының ишиндеги аспан денелериниң қалайынша тарқалғанлығын ғана айта алады. Астроном бул сфераның сыртындағы кеңисликте нелердиң бар екенлигин айта алмайды, солай етип ол тутасы менен алынған дүнья ҳаққында ҳеш нәрсе биле алмайды. Сонлықтан космологиялық проблема эмперикалық илим тәрепинен шешилмейтуғын, жеңип алыў мүмкин емес қорғандай болып көринеди[14].

Бирақ астроном-бақлаўшы проблеманы шешиўде өзиниң күшсизлигине көзин жеткергенде шешилиўине үмит жоқ болған проблеманы шешиўге физик араласады.

Физик әлемди улыўмалық ҳәм жоқары көз-қараста қарайды: бундай көз-қарас бойынша атомлардан туратуғын денелерде материяның атомлық қурылысы үзликсиз бир текли орталық деп алмастырылатуғын (мысалы гидродинамикада суйықлықлар тығызлығы бир ноқаттан екинши ноқатка карай өзгеретуғын орталық деп қаралады) бир қатар пәнлердегидей сыяқлы галактикалық системалардың өзлери тосыннан болатуғын бир тексизлик (бир теклилик емес) деп қаралады. Тап сол сыяқлы релятивист атом орнын галактикалық системалар ийелейтуғын дүньяның атомлық қурылысына итибар бермейди ҳәм затлар әлемде базы бир тең өлшеўли орташа тығызлық пенен тарқалған деп есаплайды. Егер Вильсон таўындағы жүз дюймлық рефлекторда бақланатуғын галактикалардың бир текли тарқалыўы ҳақыйқатында да дурыс болса ҳәм усындай тарқалыў әлемниң басқа да бөлимлеринде орын алатуғын болса, онда бул орташа тығызлық шекли мәниске ийе болады (Оортттың тастыйықлаўы бойынша галактиканың массасы Қуяштың массасынан 10^{11} есе үлкен) ҳәм буннан изленип атырған Әлемдеги затлардың орташа тығызлығы бир A^3 көлемде 10^{11} **€**, яғный $2*10^{-28}$ г/см^3 ты қурайды[15].

---

[14] Тәжирийбелер нәтийжелерине сүйенетуғын илим мәнисинде (Б.А.).

[15] **€** арқалы Қуяштың массасы белгиленген.

Тығызлықтың усындай киши шамасына таң қалыўға болады, бундай тығызлыққа шама менен 10 куб дициметрге бир водород атомының массасы сәйкес келеди! Бул галактикалық системалардың өлшемлерине салыстырғанда олар арасындағы қашықлықлардың қаншама үлкен екенлигинен мағлыўмат береди). Бирақ егер ҳәзирги ўақытлардағы астрономларға көринетуғын кеңисликтеги галактикалардың тарқалыўы әлемниң басқа бөлимлериндеги галактикалардың тарқалыўы менен ҳеш қандай улыўмалық байланысқа ийе болмаса ҳәм егер бизге атаўлық әлемлер айрықша көп болған кеңисликтеги орында жасаў бахты мүнәсип болған болса, онда затлардың кеңисликтеги орташа тығызлығы жүдә киши болған $2*10^{-28}$ г/см^3 шамасынан да киши болыў, сондай-ақ нолге жүдә жақын болыўы да мүмкин (орташа тығызлық шексиз кеңислик шекли сандағы жулдызға, улыўма айтқанда шекли массаға ийе болғанда нолге тең болады). Релятивист пенен бирликте басты шыр айландыратуғын әлемдеги затлардың тарқалыўы тең өлшемли болып көринетуғын усы бийикликке көтерилиў ушын ҳәм галактикалар арасындағы қашықлықларды затлардың үзликсиз тарқалыўы ҳаққындағы көз-қараслар менен тийкарланған «феноменологиялық» теориялардағы атомлар арасындағы қашықлықлардай етип түсиндирилетуғын болса, онда әдеттеги релятивистлик математика, атап айтқанда Риман геометриясы менен қуралланыў керек. Қолының астында сәйкес курслар болмаған оқыўшы ушын биз келеси параграфты беремиз. Бул жерде бизге зәрүрли болған барлық формулаларды келтиремиз.

2-§. Математика областына экскурс

Салыстырмалық теориясы пайдаланатуғын Риман геометриясы улыўмаластырылган әдеттеги Евклид геометриясы болып табылады. Әдеттеги Евклид кеңислигинде A ҳәм B ноқатларын аламыз ҳәм туўры сызықлы координаталар системасын киргиземиз. Мейли A ноқатының бул системадағы координаталары x_A, y_A, z_A, ал B ноқатының координаталары x_B, y_B, z_B болсын. Бундай белгилеўлерде AB арасындағы қашықлық аналитикалық геометрияның формулалары бойынша

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2} \qquad (1)$$

шамасына тең болады. Егер туўры мүйешли координаталардың орнына биз қандай да бир басқасын алсақ (мысалы сфералық координаталар, эллипсоидаллық координаталар ҳәм басқалар), онда ноқатлар арасындағы аралықты есаплаў формулалары бир канша қурамалы болады. Егер биз бир бирине шексиз жақын жайласқан ноқатларды алсақ мәселе әпиўайыласады. Мейли $x_A = x$, $y_A = y$, $z_A = z$, $x_B = x + dx$, $y_B = y + dy$, $z_B = z + dz$ болсын. Бул аңлапалардағы dx, dy, dz лер шексиз киши шамалар. Егер бир бирине шексиз киши жайласқан A хәм B ноқатлары арасындағы қашықлықты ds арқалы белгилесек, онда (1)-формула мынаны береди:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}\,. \qquad (2)$$

Енди x, y, z координаталарының орнына қандай да жаңа (туўры мүйешли болыўы шәрт емес, ал қәлеген түрли болыўы мүмкин) λ, μ, ν координаталары пайдаланылатуғын болсын. Бундай жағдайда x, y, z координаталары бойынша λ, μ, ν координаталарын ҳәм керисинше λ, μ, ν координаталары бойынша x, y, z координаталарын есаплаў мүмкин.

Яғный x, y, z шамаларының хәр қайсысы λ, μ, ν шамаларының функциясы түринде былайынша берилиўи мүмкин:

$$x = f_1(\lambda, \mu, \nu),$$
$$y = f_2(\lambda, \mu, \nu),$$
$$z = f_3(\lambda, \mu, \nu).$$

Буннан

$$dx = \frac{\partial f_1}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial f_1}{\partial \mu} d\mu + \frac{\partial f_1}{\partial \nu} d\nu,$$
$$dy = \frac{\partial f_2}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial f_2}{\partial \mu} d\mu + \frac{\partial f_2}{\partial \nu} d\nu,$$
$$dz = \frac{\partial f_3}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial f_3}{\partial \mu} d\mu + \frac{\partial f_3}{\partial \nu} d\nu,$$

екенлиги келип шығады. Буны (2) ге қойсақ хәм

$$g_{11} = \left(\frac{\partial f_1}{\partial \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial f_3}{\partial \lambda}\right)^2,$$

$$g_{22} = \left(\frac{\partial f_1}{\partial \mu}\right)^2 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial \mu}\right)^2 + \left(\frac{\partial f_3}{\partial \mu}\right)^2,$$

$$g_{33} = \left(\frac{\partial f_1}{\partial \nu}\right)^2 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial \nu}\right)^2 + \left(\frac{\partial f_3}{\partial \nu}\right)^2,$$

$$g_{23} = \frac{\partial f_1}{\partial \mu}\frac{\partial f_1}{\partial \nu} + \frac{\partial f_2}{\partial \mu}\frac{\partial f_2}{\partial \nu} + \frac{\partial f_3}{\partial \mu}\frac{\partial f_3}{\partial \nu} = g_{32},$$

$$g_{31} = \frac{\partial f_1}{\partial \nu}\frac{\partial f_1}{\partial \lambda} + \frac{\partial f_2}{\partial \nu}\frac{\partial f_2}{\partial \lambda} + \frac{\partial f_3}{\partial \nu}\frac{\partial f_3}{\partial \lambda} = g_{13},$$

$$g_{12} = \frac{\partial f_1}{\partial \lambda}\frac{\partial f_1}{\partial \mu} + \frac{\partial f_2}{\partial \lambda}\frac{\partial f_2}{\partial \mu} + \frac{\partial f_3}{\partial \lambda}\frac{\partial f_3}{\partial \mu} = g_{21}.$$

белгилеўлерди қабыл етсек биз мынаған ийе боламыз:

$$ds = \sqrt{g_{11}d\lambda^2 + g_{22}d\mu^2 + g_{33}d\nu^2 + 2g_{23}d\mu d\nu + 2g_{31}d\nu d\lambda + 2g_{21}d\lambda d\mu}.$$

Егер қолайлылық ушын λ, μ, ν белгилеўлериниң орнына жаңа x_1, x_2, x_3 белгилеўлерин қабыл етсек, онда былай жаза аламыз:

$$ds = \sqrt{\sum_{i,\,k=1}^{3} g_{ik} dx_i dx_k}\,. \qquad (3)$$

Узынлықтың дифференциалы болған (3)-аңлатпа бир биринен шекли қашықлықта турған A ҳәм B ноқатлары арқалы өткерилген қәлеген сызықтың узынлығын есаплаўға мүмкиншилик береди. Бул узынлық A ҳәм B ноқатларын тутастырыўшы иймеклик бойынша алынған

$$\int_A^B \sqrt{\sum_{i,\,k=1}^{3} g_{ik} dx_i dx_k}$$

интегралы жәрдеминде бериледи. Мысалы, егер бул иймеклик $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ түриндеги параметрлик формада берилетуғын болса, онда $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ лар t өзгериўшилериниң функциялары болып, олар $t = t_0$ мәнисинде A ноқатының коорди наталары болған x_1, x_2, x_3 лерди береди, ал басқа $t = t_1$ мәнисинде B ноқатының координаталарына тең болады. Ал t ның аралықлық мәнислеринде иймекликтиң аралықлық ноқатларын береди. Улыўма айтқанда x_1, x_2, x_3 лардың функциялары болған g_{ik} коэффициентлери де t ның функциялары болады. Оларды биз $g_{ik}(t)$ арқалы белгилеймиз, dx_i дың орнына $\frac{dx_i}{dt}dt$ деп жазамыз ҳәм A дан B ға шекемги иймекликтиң узынлығы енди мына анық интегралдың жәрдеминде есапланады:

$$\int_{t_0}^{t_1} \varphi(t) dt\,.$$

Бул интегралдағы $\varphi(t) = \sqrt{\sum_{i,\,k=1}^{3} g_{ik}(t) \frac{dx_i(t)}{dt} \frac{dx_k(t)}{dt}}$.

$g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1$ болған дара жағдайда басқа барлық g_{ik} лар нолге тең ҳәм (3)-формула мынаны береди:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}\,.$$

Бул (2)-формуланың өзи болып табылады. g_{ik} шамалары $i = k$ болғанда бәрҳама 1 ге, ал $i \neq k$ болғанда 0 ге тең болатуғындай етип координаталар системасын сайлап алыў ҳәмме ўақытта да жеткиликли ҳәм зәрүрли. Буның ушын мүмкин болған туўры мүйешли координаталар системасының биреўин сайлап алыў керек. Бундай сайлап алыўға Евклид кеңислигинде ҳеш ким ҳеш қашан тыйым сала алмайды. Егер биз x_1, x_2, x_3 координаталарынан гөне координаталардың функциялары болған жаңа x_1', x_2', x_3' координаталарға өтетуғын болсақ онда

$$\sum_{i,k=1}^{3} g_{ik}' dx_i' dx_k' = \sum_{j,l,i,k=1}^{3} g_{il} \frac{\partial x_j}{\partial x_i'} \frac{\partial x_l}{\partial x_k'} dx_i' dx_k' =$$

$$=\sum_{j,l=1}^{3} g_{il}\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial x_j}{\partial x_i'}dx_i'\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial x_l}{\partial x_k'}dx_k' = \sum_{j,l=1}^{3} g_{jl}dx_j dx_l = ds^2.$$

теңликлери орынланатуғындай мына функцияны киргизиў жеткиликли:

$$g_{ik}' = \sum_{j,\,l=1}^{3} g_{il}\frac{\partial x_j}{\partial x_i'}\frac{\partial x_l}{\partial x_k'} \qquad (4)$$

Егер g_{ik} функциялары ески координаталар системасында қандай орынды ийелейтуғын болса g_{ik}' функциялары жаңа координаталар системасында сондай орынды ийелейди. Сонлықтан (4)-формула g_{ik} функцияларының түрлендириў нызамы болып табылады. Жоқарыда айтылғанларға байланыслы (4)-формулада $i=k$ шәрти орынланғанда $g_{ik}'=1$, ал $i\neq k$ болғанда $g_{ik}'=0$ орынланатуғын жаңа координаталар системасын сайлап алыўға барлық ўақытта да болады. Егер координаталар системасы берилген болса (яғный қәлеген ноқатты x_1, x_2, x_3 үш саннан туратуғын система арқалы белгилеў мүмкин ҳәм усы x_1, x_2, x_3 өзгериўшилердиң функциялары болған g_{ik} функциялары берилген болса, онда (4)-формула керекли болған g_{ik} ларды беретуғын $x_i(x_1', x_2', x_3')$ $(i=1,2,3)$ функцияларын барлық ўақытта да табыў мүмкин. Ал g_{ik} лар усындай $x_i(x_1', x_2', x_3')$ $(i=1,2,3)$ функцияларын таба алмайтуғын болса не болады? Бул жағдайға сәйкес келиўши Евклид кеңислигиниң болмайтуғынлығы түсиникли. Солай етип биз пүткиллей тәбиййй ҳәм әпиўайы түрде Евклидлик емес геометрия идеясына келемиз. Бизиң гедей кеңислик ҳаққындағы сезимлеримиз тәрепинен шекленилген үлкен әҳмийетке ийе емес кеңисликтиң өлшемлер санын алып тасласақ болды, биз Риман геометриясының формулировкасына келемиз.

Риман кеңислиги ямаса континуумы деп n дана $x_1, x_2, ..., x_n$ координаталарын бериў менен характерленетуғын ноқатлардың жыйнағына айтамыз. Бул координаталарды белгили шеклерде (әдетте $-\infty$ ден $+\infty$ ге шекем) өзгертиў арқалы континуумның барлық ноқатларын аламыз. Усының менен қатар n^2 дана (барлық i ҳәм k лар ушын $g_{ik} = g_{ki}$ теңлиги орынланатуғын) усы координаталардың g_{ik} $(i, k=1,2,...,n)$ функциялары берилип

$$g = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ g_{n1} & g_{n2} & \cdots & g_{nn} \end{vmatrix} \qquad (5)$$

анықлаўышы континуумның ҳеш бир ноқатында нолге айланбаўы керек. A ҳәм B ноқатларын тутастыратуғын ноқатлардың үзликсиз қатары сызық деп аталады. Оның узынлығы сызықтың бойы арқалы алынған интегралға тең:

$$\int_A^B \sqrt{\sum_{i,\,k=1}^{n} g_{ik}dx_i dx_k}\ .$$

Солай етип бундай жағдайда бир бирине шексиз жақын еки $(x_1, x_2, ..., x_n)$ ҳәм $(x_1 + dx_1, x_2 + dx_2, ..., x_n + dx_n)$ ноқатлары арасындағы қашықлық (өлшем анықлаў)[16]

$$ds^2 = \sum_{i,\,k=1}^{n} g_{ik} dx_i dx_k \tag{6}$$

формуласы жәрдеминде анықланады. Ал

$$g_{ik}' = \sum_{j,l}^{n} g_{jl} \frac{\partial x_j}{\partial x_i' \partial x_k'}$$

формуласы жәрдеминде $x_1, x_2, ..., x_n$ координаталар системасынан $x_1', x_2', ..., x_n'$ системасына өткенде g_{ik} коэффициентлериниң орнына жазылатуғын g_{ik}' коэффициентлери анықланады. Егер $i \neq k$ орынланғанда $g_{ik}' = 0$ ҳәм $i = k$ шәрти орын алғанда $g_{ik}' = 1$ болатуғын (6)-формула менен өлшем анықланатуғын кеңислик n өлшемли Евклид кеңислиги деп аталады. Бирақ буны барлық жағдайларда әмелге асырыў мүмкин болмайды ҳәм сонлықтан Евклид геометриясы өзиниң ишине оғада көп нәрсени камтыйтугын Риман геометриясының киши ғана дара жағдайы болып табылады.

Тартылыс нызамы менен улыўмалық салыстырмалық теориясындағы жақтылықтың тарқалыў нызамын келтирип шығармастан бурын буннан кейин бизге пайдаланыў ушын керек болатуғын бир теореманы келтирип шығарамыз. Бунң ушын мынадай мәселени қараймыз: өлшем анықлаў (6)-формула менен берилген n өлшемли Риман кеңислигинде A ҳәм B ноқатлары берилген болсын. Бул ноқатларды ең қысқа сызық пенен тутастырыў керек (геометрия нызамлары көз-қарасында сызықтың ең қысқа болыўы ушын бул кеңисликте

$$\int_A^B ds = \int_A^B \sqrt{\sum_{i,k=1}^{n} g_{ik} dx_i dx_k}$$

интегралы ең киши мәниске ийе болыўы керек). Бул шәрт тек

$$\delta \int_A^B ds = 0 \tag{7}$$

теңлиги орнылanатуғын сызықлар ушын ғана қанаатландырылады (яғный олардың узынлықлары екинши тәртипли шексиз киши шамаға шекемги дәлликте сол A ҳәмB ноқатларын бир бири менен тутастыратуғын оған шексиз жақын болған басқа сызықтың узынлығына тең. (7) ни қанаатландыратуғын сызықлар ***геодезиялық сызықлар*** деп аталады. Усыған байланыслы енди геодезиялық сызықтың дифференциал теңлемелерин келтирип шығарамыз.

[16] «Қашықлық», «өлшем анықлаў» сөзлериниң орнына ендигиден былай ҳәзирги ўақытлары қабыл етилген «интервал» сөзин пайдаланамыз (Б.А.).

$$\delta(ds)=\delta\sqrt{\sum_{i,k=1}^{n}g_{ik}dx_i dx_k}=\frac{1}{2}\delta\frac{\sum\limits_{i,k=1}^{n}g_{ik}dx_i dx_k}{\sqrt{\sum\limits_{i,k=1}^{n}g_{ik}dx_i dx_k}}=$$

$$=\frac{1}{2ds}\sum_{i,k=1}^{n}dx_i dx_k\delta g_{ik}+\frac{1}{2ds}\sum_{i,k=1}^{n}g_{ik}dx_i\delta dx_k+\sum_{i,k=1}^{n}g_{ik}dx_k\delta dx_i=$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{i,k=1}^{n}\left\{\frac{dx_i}{ds}\frac{dx_k}{ds}\delta g_{ik}+g_{ik}\frac{dx_i}{ds}\frac{d}{ds}(\delta x_k)+g_{ik}\frac{dx_k}{ds}\frac{d}{ds}(\delta x_i)\right\}ds=$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\sum_{i,j,k=1}^{n}\frac{dx_i}{ds}\frac{dx_k}{ds}\frac{dx_{ik}}{dx_j}\delta x_j+\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{n}g_{ik}\frac{dx_i}{ds}+\sum_{j=1}^{n}g_{jk}\frac{dx_j}{ds}\right)\frac{d}{ds}(\delta x_k)\right\}ds$$

аңлатпасына ийе боламыз. Сонлықтан геодезиялық сызық шәрти мына түрге ийе болады:

$$0=\delta\int_A^B ds=\int_A^B\delta(ds)=\frac{1}{2}\int_A^B\sum_{i,j,k=1}^{n}\frac{dx_i}{ds}\frac{dx_k}{ds}\frac{\partial g_{ik}}{\partial x_j}\delta x_i ds+\frac{1}{2}\int_A^B\sum_{j=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{n}g_{ij}\frac{dx_i}{ds}+\sum_{k=1}^{n}g_{jkj}\frac{dx_k}{ds}\right)\frac{1}{ds}(\delta x_j)ds.$$

Соңғы интегралды бөлеклерге бөлип интеграллаймыз. Соның менен бирге дәслеп берилген иймекликти усы иймекликке шексиз жақын ҳәм A және B ноқатлары арқалы өтетуғын иймекликлер менен салыстырылып атырғанлығын умытпаймыз. Басқа сөз бенен айтқанда δx_j интеграллаў жолының басында ҳәм ақырында жоқ болады. Сонлықтан бөлеклерге бөлип интеграллаў мынаны береди:

$$0=\delta\int_A^B ds=\frac{1}{2}\int_A^B\sum_{j=1}^{n}\left\{\sum_{i,k=1}^{n}\frac{dx_i}{ds}\frac{dx_k}{ds}\frac{\partial g_{ik}}{\partial x_j}-\frac{d}{ds}\left(\sum_{i=1}^{n}g_{ij}\frac{dx_i}{ds}+\sum_{k=1}^{n}g_{jkj}\frac{dx_k}{ds}\right)\right\}\delta x_j ds.$$

δx_j вариациялары бир биринен ғәрезсиз болғанлықтан интегралдың нолге тең болыўы δx_j вариациялары алдындағы коэффициентлердиң интеграллаў жолындағы барлық ноқатларда нолге тең болыўын талап етеди. Басқа сөз бенен айтқанда j тың барлық мәнислери ушын

$$\sum_{i,k=1}^{n}\frac{dx_i}{ds}\frac{dx_k}{ds}\frac{\partial g_{ik}}{\partial x_j}-\sum_{i=1}^{n}\frac{dg_{ij}}{ds}\frac{dx_i}{ds}-\sum_{i=1}^{n}g_{ij}\frac{d^2x_i}{ds^2}-\sum_{i=1}^{n}\frac{dg_{ik}}{ds}\frac{dx_k}{ds}-\sum_{k=1}^{n}g_{jk}\frac{d^2x_k}{ds^2}=0$$

теңлигиниң орынланыўы керек. Кейинги сумманың ақырынан санағанда үшиншисине тең екенлигин аңлаў қыйын емес ҳәм сонлықтан

$$\frac{dg_{ij}}{ds}=\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial g_{ij}}{\partial x_k}\frac{dx_k}{ds}\quad\frac{dg_{jk}}{ds}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial g_{jk}}{\partial x_i}\frac{\partial x_i}{\partial s}$$

екенлиги анық теңликти пайдалансақ

$$-\frac{1}{2}\sum_{i,k=1}^{n}\frac{dx_i}{ds}\frac{dx_k}{ds}\left(\frac{\partial g_{ik}}{\partial x_j}-\frac{\partial g_{ij}}{\partial x_k}-\frac{\partial g_{jk}}{\partial x_i}\right)+\sum_{i=1}^{n}g_{ij}\frac{d^2x_i}{ds^2}=0 \tag{8}$$

деп жазыўға болады.

Енди мынадай белгилеўлерди киргиземиз: g анықлаўышындағы (5-формула) g_{ik} элементиниң алгебралық қосымшасын (анықлаўшының өзине бөлинген) g^{ik} арқалы белгилеймиз (i ҳәм k белгилери жоқарыда жазылған). Анықлаўшылардың элементар қәсийетлеринен

$$\sum_{j=1}^{n}g^{lj}g_{ij}=\begin{cases}1\ (\text{егер } i=l \text{ болса}),\\ 0\ (\text{егер } i\neq l \text{ болса}).\end{cases}$$

Егер физикада қабыл етилгендей $i=l$ болғанда 1 ге, ал $i\neq l$ болғанда 0 ге тең болатуғын шаманы δ_{il} арқалы белгилесек, онда

$$\sum_{j=1}^{n}g^{lj}g_{ij}=\delta_{il} \tag{9}$$

деп жазамыз. (8)-формуланың еки бөлимин де g^{lj} қа көбейтемиз ҳәм j $(=1, 2, ..., n)$ бойынша суммалаймыз. Нәтийжеде (9)-формуланың жәрдеминде аламыз:

$$-\frac{1}{2}\sum_{i,k=1}^{n}\frac{dx_i}{ds}\frac{dx_k}{ds}\sum_{j=1}^{n}g^{lj}\left(\frac{\partial g_{ik}}{\partial x_j}-\frac{\partial g_{ij}}{\partial x_k}-\frac{\partial g_{jk}}{\partial x_i}\right)+\sum_{i=1}^{n}\delta_{il}\frac{d^2x_i}{ds^2}=0.$$

Соңғы суммада $i=l$ шәртин қанаатландырмайтуғын ағзалардың барлығы да жоқ болады (δ_{il} диң қәсийетлерине сәйкес). Усы жағдайды есапқа алсақ ҳәм

$$\begin{Bmatrix}ik\\ l\end{Bmatrix}=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}g^{lj}\left(\frac{\partial g_{jk}}{\partial x_i}+\frac{\partial g_{ij}}{\partial x_k}-\frac{\partial g_{ik}}{\partial x_j}\right) \tag{10}$$

белгилеўин пайдалансақ биз геодезиялық сызықтың теңлемелерин аламыз:

$$\frac{d^2x_l}{ds^2}+\sum_{i,k=1}^{n}\begin{Bmatrix}ik\\ l\end{Bmatrix}\frac{dx_i}{ds}\frac{dx_k}{ds}=1. \tag{11}$$

Бул формуладағы Христофель қаўсырмалары деп аталатуғын $\begin{Bmatrix}ik\\ l\end{Bmatrix}$ шамалары (10)-формула жәрдеминде анықланады. (10)-формуладан көринип турғанындай, Христофель қаўсырмалары $x_1, x_2, \ldots , x_n$ координаталарының функциялары болып табылады ҳәм бул координаталардың шамалары егер сол координаталардың функциялары болған g_{ik} лар белгили болса есапланады. $\begin{Bmatrix}ik\\ l\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}ki\\ l\end{Bmatrix}$ теңлиги барлық ўақытта да орынланатуғын болғанлықтан (10)-формуладан n өлшемли кеңисликте бир биринен ғәрезсиз болған

Христофель қаўсырмаларының саны $\frac{n^2(n+1)}{2}$ болыўы керек. Мысалы улыўмалық салыстырмалық теориясы ушын $n=4$ (төрт өлшемли континуум) $\frac{4^2\cdot 5}{2}=40$ дана бир биринен ғәрезсиз болған Христофель қаўсырмаларына ийе боламыз.

3-§. Тийкарғы теңлемелер ҳәм космологиялық проблема. Эйнштейн менен Де-Ситтер шешими

Жоқарыда келтирилген дифференциал геометрия бойынша мағлыўматлардың минимумы менен қуралланып ҳақыйқатлық пенен жақынласыў ушын математикалық абстракциялардан және де басқа тәрепке алыслаймыз. Физика қатнас жасайтуғын затлар менен ўақыялар дүньясы төрт өлшемли континуум болып табылады. Себеби қандай да бир физикалық қубылысты тәриплеў ушын кеңисликтиң қайсы ноқатында ҳәм ўақыттың қайсы моментинде атап айтқанда нениң болып өткенлигин көрсетиў зәрүр.

Кеңисликтиң ҳәр бир ноқаты үш координата менен аңлатылады – бизиң кеңислигимиз үш өлшемли. Буны бизиң ҳәр күнги тәжирийбелеримиз көрсетип тур. Ўақыттың ҳәр бир моменти бир координата менен бериледи (сааттың көрсетиўи, белгили бир моменттен баслап өткен ўақыт, мысалы, түсликтен баслап ҳәм басқалар). Кеңислик пенен ўақыттың қосындысы материяның жасаўының формасы болып табылады. Қәлеген физикалық қубылысты тәриплеў ушын бул төрт өлшемли фондағы ҳәр бир ноқатта оны тәриплейтуғын барлық физикалық шамалар белгили болыўы керек. Демек бизге төрт x_1, x_2, x_3, x_4 координаталардың функциялары түринде берилген болыўы керек. Олардың биреўи анық бир бақлаўшы тәрепинен өлшенген ўақыт, ал қалған үшеўи болса сол бақлаўшы тәрепинен өлшенген кеңисликлик координаталар болып табылады (салыстырмалық теориясында бақлаўшы деп белгили бир координата системасы, яғный сол төрт координатаны өлшеўдиң анық бир усылы түсиниледи). Усының менен бир қатар салыстырмалық теориясы постулат түринде кабыл етеди: берилген координаталар системасында сондай g_{ik} лар (i, k = 1, 2, 3, 4) бар болып, олар $g_{ik}=g_{ki}$ симметриялық шәртин ҳәм (5)-анықлаўшының (бул жерде n = 4) жоғалыў шәртин қанаатландырады және мынадай қәсийетлерге ийе болады:

1. Егер

$$ds^2=\sum_{i,k=1}^{n} g_{ik}dx_i dx_k$$

аңлатпасында берилген бақлаўшыда ўақытты аңлататуғын координатаның дифференциалын нолге тең деп есапланса ҳәм оның белгиси өзгертилсе, онда бул бақлаўшының көз-қарасы бойынша $ds^2=-\sum_{i,k=1}^{3} g_{ik}dx_i dx_k$ аңлатпасы алынып, бул аңлатпа бул бақлаўшының көз-қарасы бойынша кеңисликтиң геометриясын анықлайды (яғный бул бақлаўшы ушын узынлықларды, көлемлерди, мүйешлерди х.т.басқа шамаларды анықлаў ушын хызмет ететуғын масштабларды анықлайды)

2. Егер кеңисликтеги x_1, x_2, x_3 координаталарына ийе ноқаттан x_4 ўақыт моментинде жақтылық сигналы жиберилсе ҳәм бул сигнал $x_4 + dx_4$ ўақыт моментинде $x_1 + dx_1, x_2 + dx_2, x_3 + dx_3$ ноқатында қабыл етилген болса, онда $ds^2 = -\sum_{i,k=1}^{4} g_{ik} dx_i dx_k = 0.$

3. Бир бақлаўшыдан екинши бақлаўшыға өтилгенде, яғный x_1, x_2, x_3, x_4 координаталар системасынан x_1', x_2', x_3', x_4' координаталар системасына өткенде g_{ik} функциясы g_{ik}' функциясына алмастырылып, $\sum_{i,k=1}^{4} g_{ik} dx_i dx_k = \sum_{i,k=1}^{4} g_{ik}' dx_i' dx_k'$ шәрти орынланады, яғный ds^2 шамасы өзгермейди (ds шамасы салыстырмалық теориясының ең әҳмийетли инварианты болып, ол x_1, x_2, x_3, x_4 ҳәм $x_1 + dx_1, x_2 + dx_2, x_3 + dx_3, x_4 + dx_4$ ўақыялары арасындағы интервал деп аталады.

4. Егер затлық координаталар менен пайдаланыўшы бақлаўшы $i \neq k$ болғанда барлық g_{ik} лар жоғалатуғын координаталар системасын тапқан болса, онда $g_{11}, g_{22}, g_{33}, g_{44}$ санларының үшеўи бир белгиге, ал төртиншиси (ўақыттың дифференциалының алдында турған коэффициент) басқа белгиге ийе болады.

5. Электр менен зарядланбаған денелер (дәлиреги электромагнит күшлери тәсир етпейтуғын денелер) төрт өлшемли кеңисликлик-ўақытлық фондағы олардың избе-из аўҳалларын тутастырыўшы сызықлар $\delta\int ds = 0$ геодезиялық сызықлар болатуғындай болып қозғалады. Тап усындай аўҳал жақтылық бөлекшелериниң (фотонлардың) қозғалыўы, яғный жақтылық нурлары сызықлары бойынша электромагнит толқынларының тарқалыўы ушын да тийисли.

Оқыўшының көрип турғанындай бул постулатлардың барлығының да қоятуғын талаплары оғада уллы: бул постулатлар жәрдеминде кеңисликтиң геометриясы (1-постулат), жақтылық сигналларының тарқалыў тезлиги (2-постулат) ҳәм усының менен бирге саатлардың қәсийетлери де анықланады (себеби физикада ҳәр қыйлы орынларда турған саатлар мына шәрт тийкарында теңлестириледи: Егер A пунктинен B пунктине қарай сигнал жиберилсе ҳәм бул сигнал B да шағылысып A пунктине келип жететуғын болса, онда B пунктиндеги саат пенен өлшенген B пунктинде сигналдың қабыл етилиў ўақыты A пунктиндеги сааттың көрсетиўи бойынша сигнал қайтып келемен дегенше кеткен ўақыттың орташа арифметикалық ярымына тең болады). Буннан басқа жоқарыда келтирилген күшлер тәсир етпейтуғын денелердиң қозғалыс нызамларын анықлаўшы 5-постулат қарап атырылған кеңисликтиң инерция майданын анықлайды. Жоқарыда келтирилген постулатлардың қолланылыўының ең әпиўайы мысалы x, y, z, t координаталар системасы болып, мына теңликтиң орынланыўы керек:

$$ds^2 = -dx^2 - dy^2 - dz^2 + c^2 dt^2. \tag{12}$$

Бул аңлатпада c арқалы оң мәниске ийе турақлы белгиленген. Бундай жағдайда 1-постулат бойынша кеңислик ушын жазылған ds^2 тың шамасы $dx^2 + dy^2 + dz^2$ ға тең болып, бул кеңисликтеги масштаблардың қәсийетлери әдеттеги Евклид геометриясы бойынша анықланады. 2-постулатқа сәйкес жақтылықтың тезлиги c ға тең болады. Себеби x, y, z ноқатынан жиберилген жақтылық сигналы $x + dx, y + dy, z + dz$ ноқатына dt ўақытында жетиўи ушын

$$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}=c$$

шәрти талап етиледи. 4-постулат қанаатландырылды. 5-постулат күшлер тәсир етпейтуғын дененең қозғалысының траекториясының $\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{d^2y}{dt^2}=\frac{d^2z}{dt^2}=0$ таңлемеси менен анықланатуғынлығын талап етеди (себеби Христофелдиң барлық қаўсырмалары жоғалады, 10- ҳәм 11-теңлемелерди қараңыз). Буннан x, y, z ҳәм t лардың s тиң сызықлы функциялары екенлиги келип шығады. s ти жоғалтып x, y ҳәм z лердиң t ның сызықлы функциясы екенлигине көз жеткеремиз. Яғный күшлер тәсир етпейтугын денелер туўры сызықлы ҳәм тең өлшеўли қозғалады екен (Ньютонның биринши нызамы). Ақырында 5-постулаттан жақтылық нурларының туўры сызықлар екенлиги келип шығады. Солай етип төрт өлшемли континуум (физиклер төрт өлшемли дүнья деп атайды) өзиниң базы бир бөлиминде (12)-интервалына ийе болады. Бирақ интервалдың ҳақыйқатында да тап сондай болыўының ҳеш қандай зәрүрлиги жоқ. Дара жағдайда тәжирийбелер үлкен массалы денелер қасында (мысалы Жер ямаса басқа да аспан денелери) төрт өлшемли дүньяның интервалы (12) ден әдеўир басқаша болатуғынлығын көрсетеди. Күшлер тасир етпейтуғын денелер енди Ньютонның биринши нызамы болған $\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{d^2y}{dt^2}=\frac{d^2z}{dt^2}=0$ нызамына бағынбайды, ал (11)-нызам бойынша қозғалады (бул жерде n=1, $x_1=x, x_2=y, x_3=z, x_4=t$). Бул жағдайда физика усы денелерге жоқарыда еслетилип өтилген үлкен массалардан шыгатуғын «тартылыс күши» тәсир етеди деп гәп еткен еди, ал релятивистлик физиканың терминологиясы бойынша денелер инерциясы бойынша қозғалады. Бирақ жақын орынларда үлкен массаға ийе денелер бар болғанлықтан инерция майданының түри өзгерген. Белгили бир материаллық денелер менен нур энергиясының бар болыўына базы бир инерция майданы g_{ik} сәйкес келеди. Сол материаллық денелер менен нур энергиясы ҳәм оларды қанаатландыратуғын инерция майданы g_{ik} арасындағы байланыс нызамын ***тартылыс нызамы*** деп атайды.

Енди биз тартылыс нызамын келтирип шығарыўға өтемиз. Биз усы жерде мына жағдайға итибар беремиз: бул нызамнан материаллық денелер болмағанда (12)-менен берилген интервалдың алынатуғынлығы келип шығады, бирақ кери жуўмақ, атап айтқанда материаллық денелер болмағанда (12)-интервалдың сөзсиз орын алыўы деген жуўмақ келип шықпайды. Тартылыстың [тартылыс деп биз әдетте төрт өлшемли дүньяның интервалының оның ең әпиўайы формасы (12) менен сәйкес келмеўин түсинемиз] массалы «тартыўшы» денелер болмағанда да пайда бола алыўы релятивистлик космология ушын оғада үлкен әҳмийетке ийе.

Тартылыс нызамын Эйнштейн тәрепинен ашылған тартылыс нызамы түринде жазыў ушын G_{ik} $(i, k=1, 2, 3, 4)$ шамаларын киргиземиз ҳәм оларды «Риман-Христофелдиң қысқартылған тензорының» қураўшылары деп атаймыз. Бул шамалардың анықламасы мынадай:

$$G_{ik}=-\sum_{j=1}^{4}\frac{\partial}{\partial x_j}\begin{Bmatrix} i\,k \\ j \end{Bmatrix}+\sum_{j,l=1}^{4}\begin{Bmatrix} i\,j \\ l \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} k\,l \\ j \end{Bmatrix}+\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k}\log\sqrt{-g}-\sum_{j=1}^{4}\begin{Bmatrix} i\,k \\ j \end{Bmatrix}\frac{\partial}{\partial x_j}\log\sqrt{-g}. \qquad (13)$$

Бул аңлатпадан $G_{ik} = G_{ki}$ екенлиги көринип тур. Биз бул жерде қандай да бир басқа емес, ал атап айтқанда жоқарыдағы қурамалы аңлатпаның тартылыс нызамын келтирип шығарыўда үлкен орын ийелейтуғынлығын толық түсиндирип отырмаймыз. Бирақ усы аңлатпаның тартылыс нызамын келтирип шығарыўға байланыслы әҳмийетли қәсийети болған анаў ямаса мынаў бақлаўшы тәрепинен сайлап алынған арнаўлы координата системасынан ғәрезсиз екенлигин атап өтемиз. G арқалы

$$G = \sum_{i,k=1}^{4} g^{ik} G_{ik} \tag{14}$$

шамасын белгилеймиз. Егер биз ρ арқалы төрт өлшемли дүньяның берилген ноқатындағы тығызлықты (бул шамаға бир куб сантиметрдеги материяның граммлар саны менен бир қатар сол көлем бирлигиндеги нур энергиясының граммларының да саны қосылады), p арқалы нур энергиясының басымын белгилесек, онда материаллық денелер менен нур энергиясының бар болыўына ғәрезли болған дүньяның геометриясын анықлаўшы Эйнштейнниң тартылыс теориясы мына түрде аңлатылады:

$$G_{ik} - \frac{1}{2} G g_{ik} + \lambda g_{ik} + \chi \left(\sum_{\alpha=1}^{4} \sum_{\beta=1}^{4} g_{i\alpha} g_{k\beta} \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) \frac{dx_\alpha}{ds} \frac{dx_\beta}{ds} - g_{ik} \frac{p}{c^2} \right) = 0. \tag{15}$$

Бул аңлатпадағы $\frac{dx_\alpha}{ds}$ (α = 1, 2, 3, 4) шамалары берилген ноқаттағы материяның қозғалыс тезлигин анықлайды (егер сайлап алынған координаталар системасында $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$, $x_4 = t$ болса, онда $\frac{dx_1}{ds} : \frac{dx_2}{ds} : \frac{dx_3}{ds} : \frac{dx_4}{ds} = v_x : v_y : v_z : 1$, v_x, v_y, v_z лер материя тезлигиниң қураўшылары, қала берсе $\sum_{i,k=1}^{4} g_{ik} \frac{dx_i}{ds} \frac{dx_k}{ds} = 1$), λ болса мәниси еле белгисиз базы бир универсал турақлы[17], χ арқалы 8 ге көбейтилген ҳәм жақтылықтың тезлигиниң квадратына бөлинген Ньютонның тартылыс нызамының турақлысы ($\chi = 1{,}87 \times 10^{-27}$ $г^{-1} см$) белгиленген. Биз бул жерде тартылыс нызамы (15) тиң нeликтен тап усындай формаға ийе екенлигин түсиндирмеймиз. Себеби бул бойынша толық мағлыўматларды оқыўшы салыстырмалық теориясы бойынша жақсы жазылған қәлеген курстан таба алады (мысалы Эддингтонда, Вейлде ямаса Лауэде)[18]. Егер нур энергиясының изотроп майданында нур

---

[17] Келтирилген λ турақлысының мәниси жүдә киши: оның итимал болған шамасы 10^{-54} $см^{-2}$ ниң әтирапында. Егер λ нолге тең болмаса, онда $\lambda^{-1/2}$ шамасы болса узынлықтың «тәбийий» бирлигин береди. Эддингтонның пикири бойынша (оның «Mathematical Theory of Relativity» мақаласын қараңыз) бундай бирликтиң бар болыўы зәрүр. Себеби бундай болмағанда «электрон қандай өлшемлерге ийе болыўын билмеген болар еди».

[18] (15)-формуланы Эйнштейнниң «Kosmologische Betrachtungen» (мақаланың ақырындағы әдебияттың дизимин қараңыз) атлы жумысында келтирилген тартылыс нызамының формуласы менен салыстырған оқыўшы олар арасындағы айырманы көреди. Бундай айырманың болыўы соннан ибарат, Эйнштейнде нур энергиясы жоқ, бирақ бөлекшелер ҳәр қыйлы мәнистеги ҳәм хаотик тарқалған тезликлер менен қозғалады (суйықлық ямаса газдиң молекулалары), оның формулаларындағы p суйықлық ямаса газдиң басымын (нур энергиясының басымын емес) аңлатады, $\frac{dx_\alpha}{ds}$ шамасы бөлекшелердиң хақыйқый тезликлерине емес, ал оғада көп санлы молекулаларға ийе затлардың ең киши көлеминиң салмақ орайының тезлигине тийисли. Нур энергиясы қатнасатуғын жағдайлар ушын жазылған (15)-формуланың толық мазмуны бойынша физиклер арасында толық келисимге келинген жоқ.

энергиясының тығызлыгының оның басымының үш еселенген мәнисине тең болатуғынлығын еске түсирсек, онда ρ ның

$$\rho = \rho_0 + \frac{3p}{c^2} \tag{16}$$

түринде берилетуғынлығын табамыз. (16)-формулада ρ_0 арқалы материаллық тығызлық (көлем бирлигиндеги материя массасының бирликлериниң саны), ал $\frac{3p}{c^2}$ арқалы көлем бирлигиндеги нур энергияснының массасының бирликлер саны белгиленген. Төрт өлшемли дүньяның берилген ноқатындағы ρ менен p мүмкин болған барлық бақлаўшылар ушын бирдей болып шығады, яғный координаталар системасынан ғәрезли емес. Бундай жағдайда салыстырмалық теориясы курсларында дәлилленгениндей, (15)-тартылыс нызамы да координата системасынан ғәрезли болмайды. Басқа сөз бенен айтқанда бир бақлаўшы ушын тартылыс нызамы (15)-формада орынланатуғын болса, басқа бақлаўшы ушын да дәл сондай формада орынланады (x_i координаталары, сәйкес $\frac{dx_i}{ds}$ лер, соның менен бирге барлық g_{ik} лар менен G_{ik} лар хәр қыйлы бақлаўшы ушын хәр қыйлы болатуғын болса да). Ҳәзирги ўақытлардағы физиканың хүкими болған «ковариантлық талабы» ның мәниси усыннан ибарат болып, ҳақыйқый деп есапланыўға талапланатуғын хәр бир физикалық нызам усы «ковариантлық талабы» на бағыныўы керек.

Енди биз космологиялық проблемаға ҳәм усы күнлерге шекем белгили болған оның шешимлерине тиккелей жантасыўымызға болады. Егер биз 1-параграфта еске салынған сол жоқары көз-қарасларда туратуғын болсақ ҳәм дүньяны материя ҳәм нурланыў менен тең өлшеўли толтырылған деп есапласақ, онда бизиң мәселемиз $g_{ik} = g_{ki}$ шәртин, $g = \|g_{ik}\|$ анықлаўышының нолге тең емес шәртин, соның менен бирге төртинши постулатты қанаатландыратуғын, усы айтылғанлар менен бир қатарда турақлы базы бир ρ менен p ларға ийе (15)-теңлемени қанаатландыратуғын төрт координатаның функциясы болған он алты g_{ik} лерди табыўдан ибарат болады. Релятивистлик космология тарийхында ең үлкен орынды үш шешим ийелеп, оларды де-Ситтер A, B ҳәм C шешимлери деп атады. Усы шешимлердиң ишиндеги ең әпиўайысы кейинги C шешими болып табылады. Усы үш шешимниң ҳәммесин тәртиби менен қарап шығамыз.

A шешими Эйнштейн тәрипинен берилди [1]. $x_1 = \chi, x_2 = \vartheta, x_3 = \varphi, x_4 = t$ деп белгилеймиз ҳәм $i \neq k$ да $g_{ik} = 0$, $g_{11} = -R^2$, $g_{22} = -R^2 \sin^2\chi$, $g_{33} = -R^2 \sin^2\chi \sin^2\vartheta$, $g_{44} = c^2$ болған төрт өлшемли континуумды қараймыз. Бул аңлатпаларда c арқалы жақтылықтың тезлиги (8×10^{10} *см/сек*) белгиленген. R болса өлшеми узынлықтың өлшеми болған базы бир турақлы шама. Келтирилген аңлатпаларда χ менен ϑ шамалары 0 ден π ге шекем, ал φ болса 0 ден 2π ге шекем өзгереди. Усындай төрт өлшемли дүньяда ds^2

$$ds^2 = -R^2\left[d\chi^2 + \sin^2\chi\left(d\vartheta^2 + \sin\vartheta d\varphi^2\right)\right] + c^2 dt^2 \tag{17}$$

формуласы жәрдеминде анықланады. Егер кимде ким өзиниң кеңисликлик көз-қарасларын мәжбүрлеп көп өлшемли кеңисликлер терминлеринде ойлай алатуғын болса, онда туўры мүйешли x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 координаталарына ийе бес өлшемли Евклид кеңислигин алып, бул кеңисликте көшери x_1 көшерине параллел, радиусы R болған төрт өлшемли туўры цилиндр алса, онда төрт өлшемли кеңисликтиң геометриясы ҳаққында көргизбели түрдеги көз-қарасқа ийе болады. Бундай цилиндрдиң теңлемелери үш өлшемли кеңисликтеги еки өлшемли цилиндрлик беттиң теңлемесин алған сыяқлы төмендегидей түрде алынады

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \xi_1, \\ x_2 &= R\cos\xi_2, \\ x_3 &= R\sin\xi_2\cos\xi_3, \\ x_4 &= R\sin\xi_2\sin\xi_3\cos\xi_4, \\ x_5 &= R\sin\xi_2\sin\xi_3\sin\xi_4. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Бул аңлатпалардағы ξ_1, ξ_2, ξ_3, ξ_4 арқалы цилиндрдеги ноқаттың орнына сәйкес келетуғын параметрлер ямаса координаталар берилген. Цилиндрдиң $x_1 = \text{const}$ болған тегислик пенен кесилисиўиниң мүмкин болған барлық ноқатларын алыў ушын ξ_2 менен ξ_3 ти 0 ден π ге шекем, ал ξ_4 ти 0 ден 2π ге шекем өзгертиў керек. Бес өлшемли кеңисликти Евклид кеңислиги деп қабыл еткенликтен

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2 + dx_5^2$$

екенлиги келип шығады.

(18)-формула менен есапланған x_i координаталарының дифференциалларын бул аңлатпаға қойып цилиндрдиң бетинде ds^2 тиң

$$ds^2 = d\xi_1^2 + R^2\left[d\xi_2^2 + \sin^2\xi_2\left(d\xi_3^2 + \sin^2\xi_3 d\xi_4^2\right)\right]$$

екенлигин алыўымызға болады. Егер енди R ди iR менен алмастырсақ (i арқалы жормал бирлик жазылған) ҳәм $\xi_1 = ct$, $\xi_2 = \chi$, $\xi_3 = \vartheta$, $\xi_4 = \varphi$ деп белгилесек, бул аңлатпадан ds^2 ушын жазылған (17)-формуланы аламыз. Солай етип (егерде жормал екенлигине итибар берилмесе) (17)-интервалға ийе төрт өлшемли дүнья радиусы R болған цилиндрлик дүнья болып табылады. Биз бул жерде дүньяның радиусы менен биринши рет ушырасып атырмыз.

Эйнштейнниң цилиндрлик дүньясы усы «дүньяда жасаўға мәжбүр» болған адамларға қандай болып көринеди? Ең дәслеп дүньяның радиусы, яғный R диң шамасы жүдә үлкен болып шығады. Сонлықтан дүньяның цилиндрлик формасы Жердиң шар тәризли формаға ийе болыўы бир өжирениң ишинде болып атырған ўақыяларға тәсир етпейтуғынлығы сыяқлы дүньяның салыстырмалы киши болған участкаларында болып өткен ўақыяларға сезилерли тәсир жасамайды. Хақыйкатында χ координатасының орнына

$$\chi = \frac{r}{R} \tag{19}$$

қатнасы жәрдеминде r шамасын киргизсек биз төмендегини аламыз:

$$ds^2 = -dr^2 - r^2\left(\frac{\sin\frac{r}{R}}{\frac{r}{R}}\right)^2\left(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2\right) + cdt^2.$$

Егер r ге салыстырғанда R жүдә үлкен болса, онда жуўық түрде былайынша жазыўға болады:

$$ds^2 = -dr^2 - r^2\left(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2\right) + cdt^2.$$

Бирақ бул ds^2 тың ақырғы аңлатпасы $x = r\cos\vartheta$, $y = r\sin\vartheta$, $z = r\sin\vartheta\sin\varphi$ жаңа координаталарын киргизиў арқалы

$$ds^2 = -\left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right) + c^2dt^2$$

түрине түрлендириў мүмкин. Бул жоқарыда көргенимиздей, дүньядағы барлық кубылыслардың әпиўайы өтетуғынлығынан дерек береди: жақтылық с тезлиги менен туўры сызықлы таркалады, күшлер тәсир етпейтуғын денелер тең өлшеўли ҳәм туўры сызықлы қозгалады ҳәм тағы басқалар. Усының менен бирге x, y, z лер кеңисликтиң туўры сызықлы координаталары, ал r, ϑ, φ лер болса аналитикалық геометриядан белгили болған поляр координаталар. Бул (17)-формуладағы χ, ϑ, φ лардың физикалық мәнисин түсиндиреди: ϑ менен φ лер әдеттеги мәнислерге ийе болады, χ болса координата басынан есапланған узынлық R диң бирликлериндеги қашықлық болып табылады.

Бирақ егер бақлаўшы координата басына жақын қоңсылас орынларды бақлаў менен шекленбей, дүньяның үлкен бөлимлерине ямаса дүньяның толық көринисине көз салса мәселе басқаша болады. Бундай жағдайда бақлаўшыға оның дүньясының

$$ds^2 = dr^2 + r^2\left(\sin^2\vartheta d\varphi^2 + d\vartheta^2\right)$$

интервалына емес, ал әдеўир қурамалырақ

$$ds^2 = R^2\left[d\chi^2 + \sin^2\chi\left(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2\right)\right]$$

интервалына ийе екенлиги менен санасыўға зәрүрлик туўады.

Егер координата басынан орайдан сыяқлы етип радиусы $r = R\chi$ болған сфера жүргизсек, оның бети

$$4\pi R^2\sin^2\chi = 4\pi r^2\left(\frac{\sin\frac{r}{R}}{\frac{r}{R}}\right)^2$$

шамасына тең болып шығады.

Радиуслары $R\chi$ ҳәм $R(\chi + d\chi)$ болған сфералар арасындағы көлем мынаған тең:

$$4\pi R^2 \sin^2 \chi \cdot R d\chi$$

χ ны 0 ден π ге шекем өзгертип биз кеңисликтиң барлық нокатларын қамтып аламыз ҳәм төрт өлшемли кеңисликлик-ўақытлық дүньяның геометриясы (17)-формула менен тәрипленетуғын бақлаўшы ушын үш өлшемли кеңисликтиң көлеми былайынша есапланады:

$$V = \int_0^\pi 4\pi R^3 \sin \chi d\chi^2 = 2\pi^2 R^3. \tag{20}$$

Әлбетте бул көлем шекли мәниске ийе. Егер үш өлшемли кеңисликти Евклидлик ҳәм шексиз деп көз уйреткен адамға жоқарыда келтирилген үш өлшемли кеңисликти көз алдыға келтириў аңсат болмайды. Бирақ радиус R жүдә үлкен болса, онда жүдә үлкен масштабтағы қубылысларды қарағанда ғана парадокслердиң пайда болыўы мүмкин. (17) дей интервалга ийе кеңисликтиң жеткиликли дәрежеде киши болған бөлимлеринин Евклидтиң әдеттеги кеңислигинен ҳеш кандай айырмасы болмайды. А шешиминиң (сондай-ақ В менен С шешимлериниң де) әҳмийетли қәсийети соннан ибарат, (17) түриндеги интервалға ийе төрт өлшемли кеңисликтиң барлық ноқатлары пүткиллей тең ҳуқықлы: бул дүнья қәлеген ноқатынан турып қарағанда басқа ҳәр бир ноқаттан турып қарағандай болып көринеди.

Енди (17)-интервалдың ҳақыйқатында да космологиялық проблеманы шешетуғынлығына көз жеткеремиз: егер биз i менен k ның ҳәр кыйлы комбинацияларында (10)-, (13)- ҳәм (14)-формулаларды қолланыў арқалы

$$G_{ik} - \frac{1}{2} G g_{ik} + \lambda g_{ik}$$

аңлатпасын есапласақ, онда $i \neq k$ болғанда олардың барлығы да нолге айланады. Бирақ $i = k = 1$ болғанда $1 - \lambda R^2$ аңлатпасы алынады, $i = k = 2$ болғанда оган және бир көбейтиўши $\sin^2 \chi$ қосылады. Ал $i = k = 3$ теңлиги орынланғанда олардан басқа $\sin^2 \vartheta$ көбейтиўшиси қосылады, ал $i = k = 4$ болғанда $\lambda c^2 - \frac{3c^2}{R^2}$ аңлатпасын аламыз. Егер биз

$$T_{ik} = -\frac{1}{\kappa} G_{ik} + \frac{1}{2\kappa} G g_{ik} - \frac{\lambda}{\kappa} g_{ik} \tag{21}$$

белгилеўин қабыл етсек, онда Эйнштейнниң цилиндрлик дүньясында мына шамалардың орын алатуғынлығына ийе боламыз:

$$T_{11} = \frac{\lambda R^2 - 1}{\kappa}, \; T_{22} = \frac{\lambda R^2 - 1}{\kappa} \sin^2 \chi, \; T_{33} = \frac{\lambda R^2 - 1}{\kappa} \sin^2 \chi \sin^2 \vartheta, \; T_{44} = \frac{3c^2}{\kappa R^2} - \frac{\lambda c^2}{\kappa},$$

$$i \neq k \text{ да } T_{ik} = 0.$$

(15)-тартылыс нызамы менен салыстырыў арқалы оның

$$p = \frac{c^2}{\kappa R^2} - \frac{\lambda c^2}{\kappa}, \; \rho = \frac{3}{\kappa R^2} - \frac{\lambda}{\kappa}, \; \frac{d\chi}{ds} = \frac{d\vartheta}{ds} = \frac{d\varphi}{ds} = 0, \; \frac{dt}{ds} = \frac{1}{c} \tag{22}$$

шәртлери орынланғанда қанаатландырылатуғынлығына ийе боламыз. Буннан қала берсе

$$\rho_0 = \frac{2\lambda}{\kappa},\ \rho - \rho_0 = \frac{3p}{c^2} = \frac{3}{\kappa}\left(\frac{1}{R^2} - \lambda\right) \quad (23)$$

екенлиги келип шығады. Биз буннан (17)-интервалға ийе дүньяның ҳақыйқатында да жасай алатуғынлығын көремиз. Бундай дүньяда материя менен нур энергиясы бирдей тығызлықта тарқалған ҳәм материя салыстырмалы тынышлықта жайласады. Тығызлық ρ ны (20)-формула бойынша есапланған дүньяның көлеми V ға көбейтип дүньяның массасын аламыз:

$$M = \frac{6\pi^2 R}{\kappa} - \frac{2\pi^2\lambda}{\kappa}R^3. \quad (24)$$

Қала берсе усы массадағы материяның үлеси

$$M_0 = \frac{4\lambda}{\kappa}\pi^2 R^2,$$

ал нур энергиясы үлесине

$$M - M_0 = \frac{6\pi^2}{\kappa}\left(R - \lambda R^3\right)$$

тийисли.

Биз универсал турақлылар λ менен κ ның берилген мәнислеринде дүньяның қәсийетлериниң оның радиусы R менен анықланатуғынлығын көремиз ҳәм биз радиусты масса ең үлкен мәниске ийе болатуғындай етип сайлап ала аламыз.

$$\frac{dM}{dR} = \frac{6\pi^2}{\kappa}\left(1 - \lambda R^2\right),\ \frac{d^2M}{dR^2} = -\frac{12\pi^2\lambda}{\kappa}R$$

болғанлықтан оң мәниске ийе λ ҳәм κ ушын бул мәселени радиус шешеди:

$$R = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}. \quad (25)$$

Бул мыналарды береди:

$$p = 0,\ \rho = \rho_0 = \frac{2}{\kappa R^2},\ M = M_0 = \frac{4\pi^2}{\kappa}R. \quad (26)$$

Басқа сөз бенен айтқанда биз тығызлығы $\frac{2}{\kappa R^2}$ шамасына тең ҳәм нурланыў пүткиллей болмайтуғын дүньяға ийе боламыз. Бул дара жағдай Эйнштейн тәрепинен оның 1917-жылғы жумысында қарап шығылған еди. Бирақ биз усы дара жағдай менен бир қатарда космологиялық проблеманың талапларының егер $R < \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ деп есапласақ қанаатландырылатуғынлығын көремиз (егер $R > \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ деп алынса нур энергиясының басымы менен тығызлығы терис мәниске ийе болады, ал бул жағдайдың орын алыўы мүмкин емес). Бундай жағдайда дүнья материядан басқа нур энергиясына да ийе болады ҳәм оның улыўмалық массасы (24)-формула жәрдеминде анықланады.

Енди азмаз ўақыт ишинде бир неше рет жоқарыда еслетилип өтилген «жоқары» көз-қарастан дүнья ҳақыйқатында да А шешими сүўретлегендей көриниске ийе деп болжайық.

$$\rho_0 = \rho = 2\times10^{-28}\ \text{г/см}$$

деп қабыл етип (1-параграфты караңыз) биз

$$R = 2{,}3\times10^{27}\ \text{см} = 2300\ \text{A},$$
$$\lambda = 1{,}9\times10^{-55}\ \text{см}^{-2},$$
$$M = 4{,}88\times10^{55}\ \text{г}$$

екенлигине ийе боламыз. Бул егер дүнья А шешими типи бойынша дүзилген болса бул шама массаның мүмкин болған ең үлкен мәниси болып табылады. Бул массаның мәниси Қуяштың массасынан $2{,}46\times10^{22}$ есе үлкен. Ҳәр бир галактика орташа 10^{11} **€** ге ийе болады деп есапласақ, онда әлемде $2{,}5\times10^{11}$ галактика болады. Олардың тек 0,003 проценти ғана бизиң ең күшли телескопларымыздың көриў шеклеринде жайласқан. Егер әлем А типи бойынша дүзилген болса ҳәм соның менен бирге $\rho = \rho_0 = 2\times10^{-28}$ *г/см*^{3} тығызлыққа ийе болса, онда әлемде 3×10^{79} санынан артық сандағы протонның болыўы мүмкин емес.

Салыстырмалық теориясы берген космологиялық проблеманың биринши шешими усылардан ибарат[19]. Астрономиялық көз-караслар бойынша қабыл етиўге болатуғынлығы ямаса болмайтуғынлығынан ғәрезсиз бул шешим адам ойының шексиз батырлығының басып өтиўге болмайтуғын естелиги болып қалады.

Эйнштейн жоқарыда талқыланған А шешимин берген 1917-жылы Голландия астрономы де-Ситтер В шешими деп атаған басқа да шешимниң бар екенлигин көрсетти [2]. Бул шешим де (15) ти турақлы ρ менен p ларда қанаатландырады.

Де-Ситтердиң шешими интервалы

[19] Текстте келтирилген санлар әлемди галактикалық системалардың системасы деп карайтуғын ҳәзирги ўақытлардағы көз-караслар тийкарында алынған. Эйнштейнниң [1] жумысында ҳеш кандай санлық мағлыўматлар жоқ. Салыстырмалық теориясының тийкарын салыўшы санлық мағлыўматлардан қашты. Шамасы ол дүньяның өлшемлерин баҳалаўдың мүмкин болған усылларын исенимсиз спекуляция деп есаплаған ямаса мәселениң усы бөлимин шешиўди астроном-қәнигелерге калдырған. Бирақ 1917-жылы жазылған де-Ситтердиң [2] жумысында А шешимине сәйкес келиўши дүньяның радиусы баҳаланған. Мысалы $\rho = \rho_0 = 6\times10^{-24}$ *г/см*^{3} деп есаплап [бул Каптейн тәрепинен галактикалық системаның орайындағы жулдызлардың тығызлығы (1 куб парсекте 80 жулдыз)] ол $R = 1{,}35\times10^{25}$ *см* ди алды. Бизиң галактикамыздың шеклеринен тыста көплеген басқа галактикалар бар деген гипотеза тийкарында (бул гипотезаны ол ең «итимал» деп есаплады), ҳәр бир галактиканың массасы $\frac{1}{3}\times10^{10}$ **€** деп болжап, ал қоңысылас галактикалар арасындағы орташа қашықлық $1{,}5\times10^{23}$ *см* деп есаплап де-Ситтер әлемдеги затлардың орташа тығызлығы ушын 2×10^{-27} *г/см*^{3} ҳәм сәйкес радиус ушын $7{,}5\times10^{26}$ *см* шамаларын алды. Усының менен бирге де-Ситтер бул радиусты дүньяның радиусының жоқары шеги деп есаплайды. Себеби галактикаларда топланған массалар менен бир қатарда әлемде басқа да массалардың болыўы мүмкин. Оларды есапқа алыў үлкен орташа тығызлықты ҳәм соған сәйкес киши радиусты береди.

$$ds^2 = c^2\cos^2\chi dt^2 - R^2\left[d\chi^2 + \sin^2\chi\left(d\vartheta^2 + \sin\vartheta d\varphi^2\right)\right] \quad (27)$$

Бул интервалдың «көргизбели» геометриялық мәнисин көриў ушын туўры мүйешли x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 координаталарына ийе бес өлшемли евклид кеңислигинде радиусы R болған төрт өлшемли шар бетин қараймыз. Параметрлик формадағы оның теңлемелери:

$$\begin{aligned}
x_1 &= R\cos\xi_1 \\
x_2 &= R\sin\xi_1\cos\xi_2 \\
x_3 &= R\sin\xi_1\sin\xi_2\cos\xi_3 \\
x_4 &= R\sin\xi_1\sin\xi_2\sin\xi_3\cos\xi_4 \\
x_5 &= R\sin\xi_1\sin\xi_2\sin\xi_3\sin\xi_4.
\end{aligned}$$

Булардан

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2 + dx_5^2 = R^2\left\{d\xi_1^2 + \sin^2\xi_1\left[d\xi_2^2 + \sin^2\xi_2(d\xi_3^2 + \sin^2\xi_3 d\xi_4^2)\right]\right\}$$

екенлиги келип шығады.

Төмендегидей белгилеўлерди қолланамыз:

$$\sin\chi = \sin\xi_1\sin\xi_2,\ \operatorname{tgh}\frac{ct}{R} = i\operatorname{tg}\xi_1\cos\xi_2,\ \vartheta = \xi_3,\ \varphi = \xi_4$$

Бундай жағдайда

$$d\chi = \frac{\cos\xi_1\sin\xi_2 d\xi_1 + \sin\xi_1\cos\xi_2 d\xi_2}{\sqrt{1-\sin^2\xi_1\sin^2\xi_2}},$$

$$\frac{c}{R}dt = i\frac{\cos\xi_2 d\xi_1 - \sin\xi_1\cos\xi_1\sin\xi_2 d\xi_2}{\cos^2\xi_1 + \sin^2\xi_1\cos_2\xi_2}.$$

Бизиң ҳәр бир оқыўшымыз орынлай алатуғын элементар есаплаўлар төмендегини береди:

$$R^2 d\chi^2 - c^2\cos^2\chi dt^2 = R^2\left(d\xi_1^2 + \sin^2\xi_1 d\xi_2^2\right).$$

R ди iR ге алмастырып биз (27)-интервалды аламыз.Солай етип төрт өлшемли (27)-интервалға ийе дүнья сфералық дүнья болып табылады екен.

Шардың бетинде ξ_1, ξ_2, ξ_3 лер 0 ден π ге шекем, ал ξ_4 координатасы 0 ден 2π ге шекем өзгеретугын болғанлықтан χ менен ϑ лер 0 ден π ге, φ шамасы 0 ден 2π ге, t шамасы болса $-\infty$ тен $+\infty$ ке шекем шекем өзгериўи керек.

Егер $r = \chi R$ белгилеўин қолллансақ, онда (27) мына түрге ийе болады:

$$ds^2 = c^2\cos^2\frac{r}{R}dt^2 - dr^2 - R^2\sin^2\frac{r}{R}(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2).$$

Буннан де-Ситтер дүньясының Эйнштейн дүньясындай координата басынан R радиусқа салыстырғанда киши қашықлықларда интервалы $ds^2 = c^2dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)$ болган дүньядан әмелий жақтан айырмасының жоқ екенлиги көринеди. χ, ϑ, φ, t координаталары Эйнштейн дүньясындағыдай физикалық мәниске ийе (χ арқалы R бирликлеринде өлшенген координата басына шекемги қашықлық, ϑ хәм φ лер поляр координаталар, t ўақыт белгиленген).

Координата басынан $r = \frac{\pi}{2}R$ қашықлығында ds^2 мына түрге ийе болады:

$$ds^2 = 0 \cdot dt^2 - R^2\left[d\chi^2 + d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi\right],$$

яғный $g = \|g_{ik}\|$ анықлаўышы нолге айланады хәм g_{ik} ның аңлатпасында $d\chi^2$, $d\vartheta^2$ хәм $d\varphi^2$ лар алдында турған коэффициентлер ғана жоғалмайды (егер бундай болмағанда төрт өлшемли кеңислик үш өлшемли кеңисликке айланған болар еди). Усы жағдай менен басқа да парадокслер байланыслы: координата басында жайласқан (χ=0) бақлаўшыдан $R\chi$ қашықлығында тынышлықта саат турған болса ($d\chi = d\vartheta = d\varphi = 0$), онда бул саат ушын төмендегиге ийе боламыз:

$$ds = c \cdot \cos\chi \cdot dt\,.$$

Ал саат салыстырмалық теориясының көз-қараслары бойынша интервал ds ти өлшейтуғын әсбап болғанлықтан, оның көрсетиўлери турақлы фактор c ға бөлинген интервалга тең болады. Сонлықтан бул саат тәрепинен өлшенген ўақыт аралығы $d\tau$ мынаған тең:

$$d\tau = \cos\chi \cdot dt\,.$$

Бул аңлатпада t арқалы бақлаўшының сааты менен өлшенген ўақыт белгиленген (яғный координата басында жайласқан саат пенен өлшенген ўақыт). Бақлаўшыдан қаншама қашықлықта жайласқан болса, саат бақлаўшының көз-қарасы бойынша соншама әстерек жүреди! Ең ақырында $\chi = \frac{\pi}{2}$ де, яғный бақлаўшыдан $\frac{\pi}{2}R$ қашықлығында $d\tau = 0$ болыўы керек, яғный бақлаўшыдан усындай қашықлықта турған саат тоқтап турған болып көринеди. Демек усындай қашықлықта турған орында турып қарағанда ўақытқа ғәрезли жүретуғын барлық физикалық қубылыслар толық тоқтағандай болып көринеди. Бақлаўшы қандай күшли телескопқа ийе болса да ҳақыйқатында усындай қашықлықтан хеш нәрсе де көре алмайды. Биз еске түсирейик: бақлаўшыға қарай бағытланған жақтылық нуры ушын ($d\varphi = d\vartheta = 0$), жақтылықтың тезлиги $ds^2 \equiv c^2\cos^2\chi - R^2d\chi^2 = 0$ шәрти менен анықланады. Сонлықтан r қашықлығынан бақлаўшыға шекем жақтылық сигналы жетип келетуғын ўақыт аралығы мынаған тең болады:

$$\int_0^{\frac{r}{R}} \frac{R}{c}\frac{d\chi}{\cos\chi} = \frac{R}{c}\log\sqrt{\frac{1+\mathrm{tg}\frac{r}{2R}}{1-\mathrm{tg}\frac{r}{2R}}}\,.$$

Егер $r = \frac{\pi}{2}R$ болса бул ўақыт аралығы шексиз үлкен шамаға тең болады: де-Ситтер дүньясында почтаның ең жақын конторасынан $r = \frac{\pi}{2}R$ қашықлығында турған орынға жиберилген хат усы хат почта жақтылықтың тезлиги менен қозғалатуғын болса да (яғный радио менен жеткерип беретуғын болса да) ҳеш қашан жетип бара алмайды. Координата басында турған бақлаўшы ушын әлем $\frac{\pi}{2}R$ қашықлығында ҳәр тәрептен «горизонт» пенен шекленген болып көринеди (Вейль усындай деп атады). Бул «горизонт» та ўақыт өтпейди, әйемги Хронос тоқтап, өзиниң тулымшағын услап, ал тәбият мәңги тынышлықта қатып калды. Дүньядағы ең тез қозғалатуғын хабаршылар болған жақтылық нурлары горизонттан бизге ҳеш қашан жетип келе алмайды, бирақ усы жағдайға қарамастан биз бир ўақытлары горизонттың арғы тәрепинде болып атырған ўақыяларды билиўге мүмкиншилик туўады: көриўге қумар астрономнан Айдың екинши тәрепи кандай болып жасырынған болса де-Ситтер дүньясының екинши ярымы да бақлаўшыдан тап сондай болып жасырынған болып шығады. Гомердиң қаҳарманларының океан менен шексизликке кеткениндей бизиң физикалық дүньямыз да барлық тәрептен горизонт пенен шекленген. Бирақ Гомердиң океанынан парқы соннан ибарат, де-Ситтер дүньясының горизонты тек жетип болмайтуғын орын болып ғана қалмастан, ҳәр бир айырым бақлаўшы ушын ҳәтте иллюзия да болады: сфералық дүньяның барлық ноқатлары бир бири менен тең ҳуқықлы, ҳәр бир бақлаўшының кеңислиги тап сондай горизонт пенен қоршалған, егер биз горизонтқа жақынламақшы болғымыз келип орын алмастырсақ, онда горизонтта (радуганың оған жақынламақшы болған баладан қашқанындай) бизден қашады. Евклид кеңислиги, Эйнштейнниң цилиндрлик кеңислик-ўақыты қандай бир текли болса, Де-Ситтердиң кеңислик-ўақыты да тап сондай бир текли болады.

Енди де-Ситтердиң сфералық дүньясының космологиялық проблеманың шешимлериниң бири екенлигине көз жеткеремиз. Буның ушын бурын ислегенимиздей (21) деги T_{ik} шамаларын есаплаймыз ($x_1 = \chi$, $x_1 = \vartheta$, $x_3 = \varphi$, $x_4 = t$ деп белгилеўлер қолланылғанда)

$$T_{11} = \frac{\lambda R^2 - 3}{\kappa},\ T_{22} = \sin^2\chi \frac{\lambda R^2 - 3}{\kappa},\ T_{33} = \sin^2\chi \sin^2\vartheta \frac{\lambda R^2 - 3}{\kappa},$$

$$T_{44} = \frac{c^2\cos^2\chi}{\kappa}\left(\frac{3}{R^2} - \lambda\right),\ i \neq k \text{ да } T_{ik} = 0.$$

(15)-формула менен салыстырып

$$\frac{d\chi}{ds} = \frac{d\vartheta}{ds} = \frac{d\varphi}{ds} = 0,\ p = \frac{c^2}{\kappa}\left(\lambda - \frac{3}{R^2}\right),\ \rho = \frac{p}{c^2}\left(tg^2\chi - 1\right),\ c\cos\chi\frac{dt}{ds} = 1$$

екенлигин табамыз. Демек (27)-интервалға ийе дүнья космологиялық проблеманы шешеди екен, яғный тек

$$R = \sqrt{\frac{3}{\lambda}} \tag{28}$$

шәрти орынланғанда бир текли тығызлық пенен басымды береди. Бундай жағдайда

$$p = \rho = 0$$

келип шығады, яғный де-Ситтер дүньясы материя менен нур энергиясына ийе болмайды екен. Усыннан де-Ситтер шешимин жүз дюймлик телескоп пенен қуралланған бақлаўшыға әлемдеги материяның орташа тығызлығының 2×10^{-28} *г/см*^{3} болып көринген жағдайларда емес, ал ҳақыйкатында нолге тең болғанда ғана пайдаланыўға болатуғынлығы көринеди (бул жағдай әлемдеги материяның муғдары шекли болғанда дурыс болады, мысалы ҳәзирги бақлаўларда көринип жүрген галактикалардың жыйнағы тезден тамам болатуғын ҳәм усының менен дүньяның радиусы R жүдә үлкен болғанда, дүньяның массасын оның көлемине бөлгенде жоқ болып кететуғындай киши шама алынғанда орын алады). Солай етип де-Ситтер дүньясы идеал шекли жағдайға сайкес келеди; тек ғана де-Ситтер дүньясы қәсийетлерин ҳақыйқый дүньяның қәсийетлерине пайдаланыўға болама деген сораў ҳаққында гәп етилиўи мүмкин. Усындай салыстырыўды қандай дәрежеде жүргизиў керек екенлиги ҳаққында келеси параграфта гәп етиледи.

Эйнштейн дүньясы менен де-Ситтер дүньясының базы бир қәсийетлерин салыстырамыз.

1. Эйнштейн дүньясы шексиз көп вариациялардың орын алыўына мүмкиншилик береди. κ менен λ ның белгили бир мәнислеринде дүнья ҳәр кыйлы радиусларға ҳәм усыған байланыслы ҳәр қыйлы массаларға ҳәм әлемниң материаллық бөлиминиң оның нур бөлегине қатнасының ҳәр кыйлы мәнислерине ийе болыўы мүмкин.

2. Берилген κ менен λ лерде де-Ситтердиң тек бир дүньясы болады, оның радиусы (28)-формула менен анықланады, оның массасы нолге тең, бул дүньяда материя да, нур энергиясы да жоқ.

3. Эйнштейн дүньясының де-Ситтердиң дүньясынан парқы соннан ибарат, ол бос түринде жасай алмайды: егер оның массасы нолге тең болса (24-формуланы қараңыз), онда дүньяның радиусы R коренлери 0, $\sqrt{\frac{3}{\lambda}}$ ҳәм -$\sqrt{\frac{3}{\lambda}}$ ке тең болған кублық теңлемени қанаатландырады. Эйнштейн дүньясының радиусы 0 менен $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ аралығында жататуғын болғанлықтан (радиустың мәнисине усы еки шама да киреди) тек R = 0 болған корень қалады. Бул кеңисликтиң болмаўына сәйкес келеди. Лауэниң сөзлери бойынша «барлық кеңисликлик-ўақытлық қатнаслар, демек барлық физикалық қубылыслар материаллық денелердиң бар болыўына байланыслы» деген пикирлердиң тийкары усында болып табылады. Нолге тең емес ds^2 қа, сәйкес инерция майданына ийе Де-Ситтердиң дүньясында болса материаллық денелерсиз де жасай алады. Усыған байланыслы де-Ситтер Эйнштейнниң шешиминиң тийкарына (А шешим) Махтың «инерцияның материаллық постулаты» жатыр деп көрсетти. Бул постулат бойынша инерцияның өзиниң бар болыўы материаллық денелердиң бар болыўына байланыслы. Ал де-Ситтердиң шешиминде (В шешим) бул Мах постулаты «инерцияның математикалық постулаты» менен алмастырылған.

Жоқарыда биз А ҳәм В гипотезалары менен бир катарда С гипотезасының да бар екенлигин атап өткен едик ҳәм бул гипотезаны «әпиўайы» гипотеза деп атадық. Бул шеклик жағдай егер биз R = ∞ деп есапласақ Эйнштейнниң

$$ds^2 = c^2dt^2 - dr^2 - r^2\left(\frac{\sin\frac{r}{R}}{\frac{r}{R}}\right)^2\left(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2\right)$$

шешиминен ҳәм де-Ситтердиң

$$ds^2 = c^2\cos^2\frac{r}{R}dt^2 - r^2\left(\frac{\sin\frac{r}{R}}{\frac{r}{R}}\right)^2\left(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2\right)$$

шешиминен алынады. С шешимине сәйкес келиўши геометрия

$$ds^2 = c^2dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

узынлық элементиниң квадраты жәрдеминде анықланады. Бул салыстырмалық теориясының әдеттеги кеңислиги – Минковский дүньясы болып табылады. Оның базы бир қәсийетлери ҳаққында жоқарыда айтылды. Егер (22)-формулаларда биз R = ∞ деп есапласақ, онда мына шамаларға ийе боламыз:

$$p = -\frac{\lambda c^2}{\kappa},\ \rho = -\frac{\lambda}{\kappa}.$$

Басым p терис мәниске ийе бола алмағанлықтан шамаларды төмендегидей деп алыўға туўры келеди:

$$\lambda = 0^{20},\ p = 0,\ \rho = 0.$$

Егер R ди шексиз үлкен деп есапласақ бундай нәтийжелер де-Ситтер шешиминен де келип шығады (28-формуланы қараңыз). Биз төменде С шешиминиң А ҳәм В шешимлериниң жақсы тәреплерине ийе емес екенлигин, соның менен бир қатарда А ҳәм В шешимлериниң бар кемшиликлериниң барлығына да ийе екенлигин көремиз.

4-§. Де-Ситтер менен Эйнштейнниң шешимлериниң базы бир астрономиялық нәтийжелери

Эйнштейн дүньясына ҳәм де-Ситтер дүньясына массасы киши болған «сынап көрилетуғын дене» ни орналастырамыз[21]. Масса соншама киши болыўы керек, денени бир орыннан екинши орынға көшириў дүньяның бир теклигин өзгертпеўи керек. Қысқалық ушын биз бундай денени комета деп атайық. Егер сырттан күшлер тәсир етпесе кометаның қозғалыс теңлемеси (11)-формула менен бериледи. Эйнштейн дүньясы жағдайында бул теңлеме мына түске ийе:

---

[20] Сораў бериледи: неликтен λ терис мәниске ийе шама емес? Бул сораў пүткиллей тәбийий. Бирақ R=∞ те егер λ<0 болса, онда $\rho - 3\frac{p}{c^2} = \frac{2\lambda}{\kappa} < 0$ (әдеттеги материяның тығызлығы терис мәниске ийе). Сонлықтан бул шешимди алып таслаўға туўры келеди.

[21] «Пробное тело» сөзлери «сынап көрилетуғын дене» деп аўдарылған (Б.А.).

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d^2\chi}{ds^2}-\sin\chi\cos\chi\left[\left(\frac{d\vartheta}{ds}\right)^2+\sin^2\vartheta\left(\frac{d\varphi}{ds}\right)^2\right]=0\\
&\frac{d^2\vartheta}{ds^2}-2\cot g\chi\frac{d\vartheta}{ds}\frac{d\chi}{ds}-\sin\vartheta\cos\vartheta\left(\frac{d\varphi}{ds}\right)^2=0\\
&\frac{d^2\varphi}{ds^2}-2\cot g\chi\frac{d\chi}{ds}\frac{d\varphi}{ds}+2\cot g\vartheta\frac{d\vartheta}{ds}\frac{d\varphi}{ds}=0\\
&\frac{d^2t}{ds^2}=0.
\end{aligned}\right\}\tag{29}$$

Де-Ситтер дүньясы жағдайында болса:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d^2\chi}{ds^2}-\sin\chi\cos\chi\left[\left(\frac{d\vartheta}{ds}\right)^2+\sin^2\vartheta\left(\frac{d\varphi}{ds}\right)^2\right]-\frac{c^2}{R^2}\cos\chi\sin\chi\left(\frac{dt}{ds}\right)^2=0\\
&\frac{d^2\vartheta}{ds^2}+2\cot g\chi\frac{d\vartheta}{ds}\frac{d\chi}{ds}-\sin\vartheta\cos\vartheta\left(\frac{d\varphi}{ds}\right)^2=0\\
&\frac{d^2\varphi}{ds^2}+2\cot g\chi\frac{d\chi}{ds}\frac{d\varphi}{ds}+2\cot g\vartheta\frac{d\vartheta}{ds}\frac{d\varphi}{ds}=0\\
&\frac{d^2t}{ds^2}-tg\chi\frac{dt}{ds}\frac{d\chi}{ds}=0.
\end{aligned}\right\}\tag{30}$$

Еки жағдайды да тәртиби менен таллаймыз.

А шешими. (29)-формуладан ўақыт t ның s тиң сызықлы функциясы екенлиги келип шығады. χ, ϑ, φ хәм t координаталарын дүньяны тәриплеў ушың пайдаланыўшы бақлаўшы ушын егер (29) дағы биринши үш формуладағы s хәрипин t хәрипи менен алмастырса киши массаға ийе денениң қозғалыс теңлемеси алынады. Күшлер тәсир етпейтуғын киши массалы денениң үш өлшемли кеңисликтиң ең қысқа сызығы бойынша қозғалатуғынлығын аңсат көриўге болады. χ=const, ϑ=const, φ=const деп есаплағанда да теңлемелер қанаатландырылады. Басқа сөз бенен айтқанда егер бақлаўшыдан қәлеген қашықлыққа киши массалы денени жайластырсақ хәм оған басланғыш тезлик берилмесе, онда ол дене бақлаўшыға салыстырғанда тынышлықта қалады.

В шешими. χ=const, ϑ=const, φ=const деп есапласақ (30)-теңлеме қанаатландырылмайды $\left(c^2\cos^2\chi\left(\frac{dt}{ds}\right)^2-R^2\left\{\left(\frac{d\chi}{ds}\right)^2+\sin^2\chi\left[\left(\frac{d\vartheta}{ds}\right)^2+\sin^2\vartheta\left(\frac{d\vartheta}{ds}\right)\right]\right\}=1\right.$ теңлигиниң орынлатануғынлығын умытпаўымыз керек). Күшлер тәсир етпейтуғын киши массалы дене бақлаўшыға салыстырганда тынышлықта қала алмайды, ал сөзсиз қозғалыста болыўы керек. Усы қозғалысты үйренемиз.

(30) дың кейинги теңлемеси мына түрге ийе

$$\frac{d}{ds}\left(\cos^2\chi\frac{dt}{ds}\right)=0.$$

Биз буннан

$$\frac{d}{ds}=\frac{\text{const}}{\cos^2\chi}\frac{d}{dt},\ \frac{d^2}{ds^2}=\left(\frac{\text{const}}{\cos^2\chi}\right)^2\left(\frac{d^2}{dt^2}+2\text{tg}\chi\frac{d\chi}{dt}\frac{d}{dt}\right)$$

екен деген жуўмаққа келемиз.

Басланғыш момент $\frac{d\varphi}{dt}=0$ болатуғын етип φ=const тегислигин жүргиземиз (биз баслангыш моментте комета бақлаўшыға салыстырганда сөзсиз тынышлықта турады деп болжамаймыз). Бундай жағдайда пүткиллей φ=const шәрти орынланады, яғный инерция бойынша қозғалатуғын денениң траекториясы бир тегисликте жатады. Буннан кейин биз төмендегини аламыз:

$$\frac{d^2\chi}{dt^2}+2\text{tg}^2\chi\left(\frac{d\chi}{dt}\right)^2-\sin\chi\cos\chi\left[\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2+\frac{c^2}{R^2}\right]=0,$$

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2}+2(\text{tg}\chi+\cot\text{g}\chi)\frac{d\chi}{dt}\frac{d\vartheta}{dt}=0.$$

Де-Ситтердей болып бизлер де χ өзгериўшисиниң орнына

$$P=R\text{tg}\chi$$

өзгериўшисин қолланамыз. Бул өзгериўши бақлаўшыдан киши қашықлықларда $r=R\chi$ шамасынан парқы жоқ, ал горизонтта $\frac{\pi}{2}R$ ге емес, ал ∞ ке тең. Бундай жағдайда кометаның қозғалыс теңлемеси оғада әпиўайыласады ҳәм биз төмендегини табамыз:

$$\frac{d^2P}{dt^2}-P\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2=\frac{c^2}{R^2}P,$$

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2}+\frac{2}{P}\frac{dP}{dt}\frac{d\vartheta}{dt}=0.$$

Буннан дәрҳәл «майданлар интегралы»

$$P^2\frac{d\vartheta}{dt}=h\ \text{(h арқалы интеграллаў турақлысы белгиленген)}$$

ҳәм «тири күшлер интегралы»

$$\left(\frac{dP}{dt}\right)^2+P^2\left(\frac{d\vartheta}{dc}\right)^2=\frac{c^2}{R^2}P^2+k\ \text{(k арқалы басқа турақлы белгиленген)}$$

алынады. Ўақыт t ны жоғалтып траекторияның дифференциал теңлемесин аламыз:

$$\left(\frac{dP}{d\vartheta}\right)^2\frac{h^2}{P^4}+\frac{h^2}{P^2}=\frac{c^2}{R^2}P^2+k\,.$$

Бул теңлемени интеграллаў аңсат, тек

$$y=\frac{1}{2P^2}$$

жаңа өзгериўшисин киргизиўимиз керек. Бундай жағдайда элементар есаплаўлар

$$\left(\frac{dy}{d\vartheta}\right)^2+4y^2=\frac{c^2}{h^2R^2}+\frac{2ky}{h^2}$$

аңлатпасын береди. Буннан

$$\vartheta=\pm\frac{1}{2}\int\frac{dy}{\sqrt{\left(\frac{c}{2hR}\right)^2+\frac{k}{2h^2}y-y^2}}=\pm\frac{1}{2}\arccos\frac{2y-\frac{k}{2h^2}}{\sqrt{\frac{c^2}{h^2R^2}+\frac{k^2}{4h^4}}}+\vartheta_0$$

екенлиги келип шығады. Бул аңлатпада ϑ_0 арқалы интеграллаў турақлысы белгиленген. Орбитаның ең кейинги теңлемеси

$$P^2\left[1+\varepsilon\cos 2(\vartheta-\vartheta_0)\right]=\frac{2h^2}{k}. \tag{31}$$

Бул аңлатпадағы $\varepsilon=\sqrt{1+\frac{4c^2h^2}{R^2k^2}}$.

(31)-теңлемеден көринип турғанындай кометаның траекториясы гипербола тәризли болады (поляр координаталарда P менен ϑ лердиң плюслери гиперболаның орайына сәйкес келеди). Хақыйқатында да, егер биз

$$x=P\cos(\vartheta-\vartheta_0)$$
$$y=P\sin(\vartheta-\vartheta_0)$$

өзгериўшилерин киргизсек ҳәм буннан басқа

$$a=h\sqrt{\frac{2}{k(\varepsilon+1)}},\quad b=h\sqrt{\frac{2}{k(\varepsilon-1)}}$$

болса

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

теңлемеси алынады.

Гиперболаның a ҳәм b ярым көшерлериниң физикалық мәнислери жүдә әпиўайы: биз карап атырған комета усы гипербола менен қозғалса тири күшлер интегралынан көринип турганындай оның тезлиги P «қашықлығы» менен мына нызам бойынша бирге өседи:

$$v^2 = \frac{c^2}{R^2}P^2 + k .$$

Комета бақлаўшыға жақын аралықта турғанда ($\vartheta = \vartheta_0$) қашықлық пенен тезлик сәйкес түрде төмендегиге тең:

$$P_0 = h\sqrt{\frac{2}{k(\varepsilon+1)}}\,,\quad v_0 = \sqrt{\frac{2c^2h^2}{(\varepsilon+1)kR^2}} = k\frac{ch}{R}\sqrt{\frac{2}{k(\varepsilon+1)}}\,.$$

Буннан

$$a = P_0\,,\ b = \frac{R}{c}v_0\,.$$

Егер $v_0 = 0$ болса $b = 0$ теңлиги орынланады ҳәм гипербола туўры сызыққа айланады. P_0 ҳәм v_0 турақлылары менен k ҳәм h ты алмастырыў мүмкин. Биз $h = P_0v_0$ ге ийе боламыз (себеби P_0 қашықлығында тезлик радиус-векторға перпендикуляр болыўы керек, сонлықтан майданлар турақлысы P_0 ҳәм v_0 турақлыларының көбеймесине тең болыўы керек). P_0 ҳәм v_0 ушын келтирилген аңлатпалар мыналарды береди:

$$k\frac{(\varepsilon+1)}{2} = \frac{h}{P_0^2} = v_0^2\,,\quad k\frac{(\varepsilon+1)}{2} = \frac{c^2h^2}{R^2v_0^2} = \frac{c^2}{R^2}P_0^2\,.$$

ε ни жоғалтып, төмендегини аламыз:

$$k = v_0^2 - \frac{c^2}{R^2}P_0^2\,.$$

Буннан тири күшлер интегралынан

$$v^2 = \frac{c^2}{R^2}P^2 + v_0^2 - \frac{c^2}{R^2}P_0^2\,.$$

екенлигин табамыз.

Егер $v^2 = \left(\frac{dP}{dt}\right)^2 + P^2\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2$ екенлигин еске түсирсек ($\frac{dP}{dt} = v_\rho$ арқалы тезликтиң көриў бағытындағы қураўшысы берилген, ал $P\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{h}{P}$ көлденең қураўшысы), онда v^2

шамасынан $\frac{h^2}{P^2}=\frac{P_0^2 v_0^2}{P^2}$ ты алып тасласақ, нур қураўшысы ушын төмендегидей де-Ситтер формуласын аламыз[22]:

$$\frac{v_\rho}{c}=\pm\frac{P}{R}\sqrt{\left(1-\frac{P_0^2}{P^2}\right)\left(1+\frac{v_0^2}{c^2}\frac{R^2}{P^2}\right)}. \tag{32}$$

Инерция бойынша (31)-гипербола тәризли орбита бойынша қозғалыўшы киши массалы денеде белгили бир сызықлы спектр шығарўшы атмолар болатуғын болса, онда координата басында турған бақлаўшы қозғалыўшы денениң нурлық тезлигин Допплер эффекти бойынша өлшегиси келиўи мүмкин. Бул эффектти есаплаў жүдә аңсат. Егер (координата басында турған бақлаўшының көз-қарасы бойынша) қозғалыўшы кометадан жақтылық сигналы t ўақыт моментинде жиберилген болса, онда бақлаўшы оны

$$t+\frac{R}{c}\int_0^{\chi}\frac{d\chi}{\cos\chi}$$

ўақыт моментинде қабыл етеди. Келеси сигнал t+dt ўақыт моментинде жиберилген болса, онда қозғалып баратырган денениң координаталары енди χ ҳәм ϑ емес, ал $\chi+d\chi$ ҳәм $\vartheta+d\vartheta$ болады. Бизиң бақлаўшымыз ол сигналды мына ўақыт моментинде қабыл етеди:

$$t+dt+\frac{R}{c}\int_0^{\chi+d\chi}\frac{d\chi}{\cos\chi}.$$

Еки сигналды қабыл етиў арасындағы ўақыт аралығы

$$dt+\frac{R}{c}\frac{d\chi}{\cos\chi}$$

шамасына тең болады.

$P=R\mathrm{tg}\chi$ болғанлықтан $\frac{1}{c}\frac{dP}{dt}$ ны бериўши (32)-формуладан

$$\frac{R}{c}d\chi=\pm\sin\chi\cos\chi\sqrt{\left(1-\frac{P_0^2}{R^2\mathrm{tg}^2\chi}\right)\left(1+\frac{v_0^2}{c^2\mathrm{tg}^2\chi}\right)}dt$$

[22] Де-Ситтердиң 1930-жылы Амеракада жарық көрген [5] жумысында қәтелик жибериўдиң нәтийжесинде бул формула дурыс емес түрде берилген (атап айтқанда соңғы қаўсырмада $\left(1+\frac{v_0^2}{c^2}\frac{R^2}{P^2}\right)$ ның орнына $\left(1+\frac{v_0^2}{c^2P^2}\right)$ деп жазылған). Усының нәтийжесинде ол қәтелик пенен $P>>P_0$ де v_0 шамасынан ғәрезсиз $\frac{v_\rho}{c}$ қатнасы $\pm\frac{P}{R}$ қатнасына сәйкес келеди деп жуўмақ шығарған. Голландияда жарық көрген [5] мақаласында қәтелик сапластырылған.

екенлиги келип шығады.

Бақлаўшының сааты менен өлшенген сигналларды қабыл етиў арасындағы ўақыт аралығын кометадағы саат жәрдеминде сигналларды жөнелтиў арасындағы ўақыт аралығы менен салыстырыў ушын (Допплер эффектиниң мәниси усыннан ибарат болады)

$$\frac{1}{c}ds = \sqrt{\cos^2\chi - \frac{R^2}{c}\left(\frac{d\chi}{dt}\right)^2 - \frac{R^2}{c}\sin^2\chi\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\cos^2\chi - \sin^2\chi\cos^2\chi\left(1 - \frac{P_0^2}{R^2 tg^2\chi}\right)\left(1 + \frac{v_0^2}{c^2 tg^2\chi}\right) - \frac{R^2}{c^2}\sin^2\chi\left(\frac{P_0 v_0}{R^2 tg^2\chi}\right)^2}\, dt$$

теңлигиниң орын алыўының керек екенлигин аңғарамыз. Бул формуладан кометадан жиберилген спектралллық сызықтың узынлығы λ болса координата басында турған бақлаўшы узынлығы λ + dλ болған нурланыўды қабыл етеди. Бул жерде

$$\frac{\lambda + d\lambda}{\lambda} = \frac{dt + \frac{R}{c}\frac{d\chi}{\cos\chi}}{\frac{1}{c}ds} =$$

$$= \frac{1 \pm \sin\chi\sqrt{\left(1 - \frac{P_0^2}{R^2 tg^2\chi}\right)\left(1 + \frac{v_0^2}{c^2 tg^2\chi}\right)}}{\sqrt{\cos^2\chi - \sin^2\chi\cos^2\chi\left(1 - \frac{P_0^2}{R^2 tg^2\chi}\right)\left(1 + \frac{v_0^2}{c^2 tg^2\chi}\right) - \frac{P_0^2 v_0^2\cos^2\chi}{R^2 c^2 tg^2\chi}}}. \quad (33)$$

Допплер эффектиниң дәл формуласы усыннан ибарат[23]. Егер бақлаўшы кометаға шекемги қашықлықты дәл билетуғын болса (яғный оның координатасы P ны дәл билетуғын болса) ҳәм ол бақлаўшы $Rtg\chi >> P_0$ ҳәм $v_0 << c$ деп есаплай алатуғын болса, онда

$$\frac{\lambda + d\lambda}{\lambda} = \frac{1 \pm \sin\chi}{\sqrt{\cos^2\chi - \sin^2\chi\cos^2\chi}} = \frac{1 \pm \sin\chi}{\cos^2\chi}$$

ямаса

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = tg^2\chi \pm \frac{tg^2\chi}{\cos^2\chi} = \frac{\sin^2\chi \pm \sin\chi}{1 - \sin^2\chi} = \pm\frac{P}{R}\sqrt{1 + \frac{P^2}{R^2}} + \frac{P^2}{R^2}$$

---

[23] Вейль [3] $\pm$ белгиге ийе емес $\frac{d\lambda}{\lambda} = tg\chi$ формуласын келтирип шығарды. Зильберштейн [4] те бул формулаға өзиниң $\frac{d\lambda}{\lambda} = \pm\sin\chi$ формуласын карсы қояды ҳәм Вейлдиң қәтесин тек $\pm$ тың жоқлығында емес, ал $\sin\chi$ ның орнында $tg\chi$ ның турғанлығында көреди. Ҳақыйқатында жуўықлаўдың усы дәрежесинде $\sin\chi$ пенен $tg\chi$ өз-ара тең болады.

формулаларының жәрдеминде дүньяның радиусын есаплай алады. Егер $\sin\chi$ киши шама болатуғын болса, онда оның кубы менен төртинши дәрежесин есапқа алмай кетиўге болады. Бундай жағдайда мына жуўық формула алынады:

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = \pm\sin\chi + \sin^2\chi \tag{34}$$

Биз бақлаўшы тәрепинен өлшениўи мүмкин болған Допплер эффектиниң еки себептен келип шығатуғынлығын көремиз: ҳәм + ҳәм – белгиге ийе эффекттиң биринши бөлими кометаның инерция бойынша гипербола тәризли орбита бойынша қозғалыўынан келип шығады (бул қозғалыстың бир бирине қарама-қарсы еки бағыт бойынша да орын алыўы мүмкин). Квадратлық, ал $\sin\chi$ ға қарата сызықлы емес эффекттиң екинши бөлими cdt ның алдында $\cos\chi$ көбейтиўшисиниң бар екенлиги менен байланыслы (яғный бақлаўшыдан үлкен қашықлықларда «ўақыттың өтиўиниң әстелениўи» менен байланыслы). Эффекттиң биринши бөлиминиң Допплердиң ҳақыйқый эффекти деп аталыўы мүмкин. Жақтылықтың дерегиниң қозғалысы менен байланысы болмаған екинши бөлими болса Допплер эффекти сыяқлы болып көринетуғын эффект болып табылады. Еки эффект те дерек бақлаўшыдан қашықлаған сайын үлкейеди.

А шешими менен анықланатуғын Эйнштейн дүньясында бундай нәрселердиң болыўы мүмкин емес. Киши массалы денениң қозғалыс тезлиги бақлаўшыға шекемги қашықлық пенен ҳеш кандай байланысқа ийе емес. Допплер эффектиниң екинши бөлими де (Допплер эффекти сыяқлы болып көринетуғын эффект) Эйнштейн дүньясында орын алмайды. Тап усындай гәплерди С шешими ушын да айтыўға болады.

Де-Ситтердиң өзи де жоқарыда көрсетилген Допплер эффектинде В шешимин эмперикалық тексерип ҳәм бул шешимниң А шешими менен салыстырып көриўдиң мүмкиншилигин көрди. Өзиниң Monthly Notices тағы [2] тийкаргы жумысында ол қурамына биринши гезекте барлық спираль тәризли думанлықлар киретуғын алыстағы объектлердиң спектроскопиялық жоллар менен өлшенген бизден қашықлаў тезликлери әдетте бизге жақын жайласқан жулдызлардың тезликлеринен үлкен емес екенлигин көрсетти. 1917-жылы бар болган эмперикалық материал дым аз еди. Усыған байланыслы де-Ситтер тезликлери жеткиликли дәрежеде жақсы өлшенген үш думанлықты көрсете алды. Олар мыналар еди:

Нурлық тезлиги – 311 *км/сек* болған N. G·. C. 224
Нурлық тезлиги + 925 *км/сек* болған N. G. O. 1068
Нурлық тезлиги + 1185 *км/сек* болған N. G. C. 4594

[Нурлық тезликлер спектр сызықларының аўысыўы бойынша $\frac{v}{c} = \frac{\delta\lambda}{\lambda}$ формуласы жәрдеминде анықланады, бақлаўшыдан сыртқа қарап бағытланған тезликлер (қызыл шетке қарай аўысыў) оң мәнисли тезликлер, ал бақлаўшыға қарай бағытланған тезликлер (фиолет тәрепке қарай аўысыў) терис мәнисли тезликлер деп аталады]. Спирал тәризли думанлықларға шекемги қашықлықлар ол дәўирде белгили емес еди, сонлықтан де-Ситтер сол объектлерге шекемги итимал болған қашықлық деп пүткиллей өзинше 10^5 парсек $= 3\times10^{23}$ *см* ди алды (1-параграфта биз N. G·. C. 224 объектине шекемги қашықлықтың $2{,}8\times10^5$ парсек екенлигин атап өткен едик, сонлықтан шаманың тәртиби де-Ситтер тәрепинен дурыс болжанған).

Усының менен бир қатар де-Ситтер мынадай деп талқылады: квадрат эффект пенен байланыслы болған қызыл тәрепке қарай аўысыў турақлы белгиге ийе болады, ал сызықлы эффектке байланыслы пайда болған аўысыўлар ҳәр қыйлы белгилерге ийе болады. Сонлықтан, егер орта шамалар пайдаланылатуғын болса, онда квадрат эффектке байланыслы пайда болған аўысыў ғана қалады. Ҳақыйқатында жоқарыда атлары аталган думанлықлар ушын орташа шама + 600 *км/сек* қа тең (спектрдиң қызыл шетине қарай аўысыў). Бул аўысыў ушын де-Ситтер

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{2}\sin^2\chi$$

формуласын қолланды (1/2 көбейтиўшиси де-Ситтер тәрепинен әлбетте қәте қойылған. Ол мынаны тийкар етип алды: бақлаўшыға салыстырғанда тынышлықта турған думанлық ушын $\frac{1}{c}ds = \cos\chi dt$ орынланыўы керек ҳәм Допплер эффектиниң барлығы да бақлаўшының ўақыты dt менен думанлықтың «меншикли ўақыты» $\frac{1}{c}ds$ арасындағы айырмада деп есаплады. Буннан $\frac{\lambda + d\lambda}{\lambda} = \frac{dt}{\frac{1}{c}ds} = \frac{1}{\cos\chi}$ ҳәм $\frac{d\lambda}{\chi} = \frac{1-\cos\chi}{\cos\chi} \sim \frac{1}{2}\sin^2\chi$). Егер астрономияда орын ийелейтуғын «қашықлық» сыпатында $R\chi$ ҳәм $Rtg\chi$ шамаларын емес, ал $R\sin\chi$ шамасын есаплайтуғын болсақ (себеби координата басы орайы болған сфераның бети $R^2\sin^2\chi$ ға пропорционал , соның ушын жақтылық күши сол $R^2\sin^2\chi$ шамасына кери пропорционал рәўиште кемейеди), онда де-Ситтер тәрепинен қабыл етилген санлардан төмендеги

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{600}{300000} = \frac{1}{2}\sin^2\chi = \frac{1}{2}\left(\frac{3\times10^{23}}{R}\right)^2.$$

аңлатпасы келип шығады.

Буннан

$$R = 3\times10^{23}\sqrt{250} = 4{,}8\times10^{24} \text{ см} = 4{,}8 \text{ A}.$$

Бул сан бүгинги күнниң көз-караслары менен қарағанда жеткиликли дәрежедеги мәниссиз сан болып табылады (бул санды де-Ситтер «тек үш думанлықтан келтирилип шығарылған бул нәтийже әлбетте әмелий жақтан ҳеш қандай баҳаға ийе емес» деген ескертиў менен толықтырды).

Эмперикалық материаллардың жыйналыўы менен бизден кашықлаган объектлердиң үлкен тезликлерине болған көз-караслары кем-кемнен өзгере баслады. Эддингтон өзиниң «The Mathematical Theory of Relativity» (Кэмбридж, 1923) китабында Слайфер тәрепинен (Аризонадағы Лоуэл обсерваториясы) дүзилген кестени келтирди. Бул кестеде 1922-жылдың февраль айына шекем белгили болған спираль тәризли думанлықлардың нур тезликлери ҳаққында мағлыўмат берилген. Кесте 41 думанлық хаққында мағлыўмат береди. Олардың 36 сы оң мәниске ийе нур тезлигине ийе (бизден сыртқа қарай қозғалады), ал қалған бесеўи терис мәнисли нур тезлигине ийе (соның ишинде N.G.C. 221 ҳәм Андромеда думанлығы N.G.C. 224 бизге қарай 300 *км/сек* тезлиги менен қозғалады).

Слайфер кестесинде келтирилген ең үлкен тезлик N.G.C. 584 думанлығына тийисли болып, ол + 1800 *км/сек* ке тең тезлик пенен қозғалады[24]. Кестеден бизден үлкен қашықлықлардағы объектлердиң басым көпшилиги оң нур тезлигине ийе екенлиги анық көринеди. Ҳәзирги ўақытлары (1930-жыл) бул фактти толық анықланған эмперикалық факт деп есаплаў керек: де-Ситтер Маунт-Вильсон обсерваториясының көп материалын кайта ислеп шықты ҳәм өзиниң алдына думанлықтың нур тезлиги менен оларға шекемги қашықлықлар арасындағы корреляцияны анықлаў мақсетин қойды. Ал тек бир неше думанлықларга шекемги қашықлық исенимли усыллар менен анықланған еди. Усыған байланыслы де-Ситтер басқа көплеген думанлықларға шекемги қашықлықларды олардың жарықлығы ҳәм көриниў диаметри бойынша анықлап, усы материалларды кеңейтти. Қашықлық пенен спектраллық сызықлардың аўысыўы бойынша өлшенген нур тезлиги арасында мынадай корреляциялық байланыс бар болып шықты:

$$\frac{v}{c} = \frac{r}{2000}$$

Бул аңлатпада v арқалы нур тезлиги, c арқалы жақтылықтың тезлиги ҳәм r арқалы A бирликлеринде өлшенген қашықлық белгиленген (қашықлықтың $R\sin\chi$ екенлиги түсиникли). Бирақ Эддингтон тәрепинен биринши рет баспадан шығарылған тек Слайфердиң материаллары белгили болған ҳәтте 1923-жылының өзинде-ақ де-Ситтердиң квадратлық Допплер эффектине тийкарланған түсиндириўиниң дурыс болыўы мүмкин емес еди. Егер оның талқылаўлары ҳақыйқатында да дурыс болған болса, онда турақлы белгиге ийе квадратлық эффекттиң үстине өзгермели белгиге ийе сызықлы эффект түскен ҳәм сонлықтан тек орташа шамалар ғана қызылға аўысыўды көрсеткен болар еди.

Де-Ситтер шешиминен оң белгиге ийе нур тезликлериниң терис мәниске ийе нур тезликлеринен әдеўир артық болатуғынлығының зәрүрлиги келип шықпайды, бундай артық болыўы де-Ситтер шешимине қарама-қарсы келеди. Эддингтон ҳәм Вейль ҳәр қыйлы ҳақыйқый ҳәм ҳақыйқый емес жоллар менен де-Ситтер дүньясындағы материяға тән тарқалыўға (шашыраўға) тырысыўдың орын алады деген пикирлер менен усындай артықмашлықтың болыўын түсиндириўге тырысты. Егер материя ҳақыйқатында да тарқалыўға (шашыраўға) тырысатуғын болса, онда + ҳәм – белгилериниң тек биринишисин қалдырып жүдә үлкен болмаған қашықлықлар ушын[25]

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \sin\chi$$

формуласын алған болар едик [себеби (34)-формуладағы сызықлы эффектке салыстырганда квадратлық эффектти есапқа алмай кетиўге болады]. Де-Ситтердиң эмперикалық формуласы менен салыстырыў арқалы де-Ситтер дүньясының радиусы ушын

$$R = 2000\ A = 2\times10^{27}\ \textit{см}$$

шамасын алған болар едик. Тәртиби усындай болган шаманы 3-параграфта Эйнштейн дүньясының радиусы ушын алған едик.

[24] Ҳәзирги ўақытлары де-Ситтер Маунт-Вильсон обсерваториясының еле жарық көрмеген мағлыўматларына сүйенип де-Ситтер өлшенген ең үлкен нур тезлиги + 12 000 км/сек тезлик деп тастыйықлайды.

[25] Қарақалпақшаға аўдарыў процессинде «Рассеяние» сөзи «тарқалыў» ҳәм «шашыраў» сөзлери менен алмастырылған (Б.А.).

Людвик Зильберштейн [4] Вейль менен Эддингтон тәрепинен ашылған «шашыраўға тенденция» га жедел түрде қарсы шықты. Ол шашыраўды де-Ситтер космологиясынан пүткиллей келип шықпайды деп есаплады ҳәм бул мәселеде ол пүткиллей ҳақ еди. Себеби де-Ситтер дүньясы пүткиллей бос, де-Ситтер дүньясынан материяның ҳеш кандай улыўмалық қәсийетлери келип шыға алмайды. Де-Ситтер дүньясына материяны тек контрабанда жола менен «кометалар», яғный «des riens visibles» (массаға ийе емес денелер) түринде киргизиў мүмкин. Шашыраўға тенденцияның жоқ екенлиги де де-Ситтер шешиминен келип шықпайды. Солай етип «шашыраўға тенденция» ушын жүргизилген айтыслар тәреплер каншама тапқарлық көрсетсе де пүткиллей жемиссиз айтыслар еди. Вейль менен Эддингтонның Доплер эффектинде тек «+» белгисин қалдырыў зәрүрлиги бойынша исенимсиз дәлиллери менен келискиси келмей Зильберштейн басқа тәрепке ҳәдден зыят кетиўге жол қойды: ол спираль тәризли думанлықларға нәзер тастағанды тоқтатты ҳәм бизиң Қус жолының жулдызлары, шар тәризли жулдызлар топарлары сыяқлы әдеўир жақын болған объектлердиң тезликлери менен шуғыллана баслады. Зильберштейнниң пикири бойынша бул объектлерге шекемги қашықлықлар ҳәм олардың нур тезликлери арасында корреляциялық байланыс бар, кала берсе тезликтиң белгиси емес, ал абсолют шамасы әҳмийетли деп есаплады. Бизде бар мағлыўматлар бойынша бундай пикирде Зильберштейн жалғыз еди. Бирақ усыған қарамастан биз оның пикирлерине Эддингтонның бизди мәжүрлегиси келгениндей мысқыллаў менен қарамаўымыз керек, себеби Зильберштейнниң пикиринде аты шыққан «шашыраўға тенденция» бойынша Эддингтон менен Вейлдиң пикирлериндеги қәтеликлерге салыстырғанда қәтеликлер әдеўир кем. Зильберштейнниң жуўмақлары салыстырмалық теориясы көз-карасларында емес, ал астрономиялық көз-қарастан бийкарлаў керек. Жулдызлар арасында тезликлердиң тарқалыўын үйрениў Зильберштейнди де-Ситтердиң дүньясы ушын басқа авторларға қарағанда әдеўир киши болған радиустың тәрепин алыў зәрүрлигине алып келди. Мысалы өзиниң кейинги мақалаларының биринде [6] ол дүньяның радиусын $1{,}55\times10^{6}$ парсек деп тастыйықлайды (яғный 5×10^{24} *см* ямаса 5 А). Бундай дүньяда бизиң Қус жолымыз сыяқлы бир неше миллион жулдызлар системасы еркин сыяды деп ол айтқан болса да, бизиң 1-парагаф пенен танысқан оқыўшы 5×10^{24} *см* санының астроном ушын ақылға муўапық келместей оғада киши деген пикир менен келиседи[26]. Эддингтонның пикири бойынша (бул мәселеде ол пүткиллей ҳақ) Зильберштейн тәрепинен ашылған жулдызлардың тезликлери менен оларға шекемги қашықлықлар арасындағы корреляция Қус жолының өз көшери дөгерегинде айланыўы менен байланыслы. Зильберштейн тәрепинен усынылган тезликлерден усы Оорттың жумысларында үйренилген айланыўға байланыслы болған қосымшаларды алып тасланса, онда корреляциядан ҳеш нәрсе де калмайды.

Бул шолыўдан ең соңғы ўақытларға шекем релятивистлик космологияның аўҳалы пүткиллей жақсы болмағанлығы көринип тур. А шешими, яғный Эйнштейн кеңислик-ўақыты қашықласқан объектлердиң тезликлериниң тарқалыўындағы нызамлықларды түсиндириўге жарамсыз болғанлықтан пайдаланыўдан алып тасланыўы керек. Оның менен бирге оның дара жағдайы болған С шешими де алып тасланады. Сонлықтан тек В шешими сақланып қалып, оның тәрепдарлары тек усы шешим ғана астрономиялық

---

[26] Зильберштейнниң пикири бойынша спирал тәризли думанлықларга шекемги қашықлықлар Хаббл тәрепинен өлшенген шамаларга карағанда көп есе киши болыўы керек. Думанлықтың көринетуғын жақтылығы $R^2\sin^2\chi$ ға (ал мысалы $R^2 tg^2\chi$ шамасына емес) кери пропорционал болыўы керек. Сонлықтан егер Хаббл тәрепинен жақында ғана қолланылған цефеидлердиң дәўири менен оның абсолют жақтылығы арасындағы байланыс ҳақыйқатында да дурыс болса, онда цефеидлер усылы менен өлшенген қашықлық $R^2\sin^2\chi$ шамасына тең болыўы, яғный дүньяның радиусынан кем болыўы керек. Ҳәзирги күнги астрономларға усы «егер» орынланбайды деп есаплаў аңсат емес.

фактлер менен сәйкес келеди деп тастыйықлады. Бирақ бизиң тап ҳәзир ғана көргенимиздей, бундай «жақсы оптимизм» усы жағдайда зорға пайдаланыўға ылайық. В шешими бақлаўшыдан алыслаған сайын тезликлердиң абсолют шамасының үлкейиўин ғана түсиндирди, бирақ бул тезликлердиң турақлы белгиге ийе екенлигин түсиндире алган жоқ. Дүньяны пүткиллей бос деп дағазалаўшы, инерция майданын өлшеў ушын оғада киши сынап көриўши дигениң киргизилиўине мүмкиншилик беретуғын усындай космологияда қандай да бир нәрсениң қалайынша сәтли болыўы мүмкин? Усындай «сынап көрилетуғын» дене ушын де-Ситтердиң шешиминиң тәрепдарлары спирал тәризли думанлықты, бир биринен 10^{24} *см* қашықлықта турған галактикалар менен қоршалған онлаған миллиард жулдызлардан туратуғын галактикалық системаны усынды. Әлемдеги материяның орташа тығызлығының нолге тең болыўының итималлылығының оғада кем екенлигин айтпағанда (салыстырмалық теориясының тийкарын салыўшы өзиниң Принстон лекцияларында тастыйықлағанындай ҳәм бул мәселеде оның пикирине қосылыў дурыс болып көринеди) $\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \sin\lambda$ формуласын фактлер менен салыстырыў жолы менен алынатуғын дүньяның радиусының шамасы де-Ситтер космологиясының мүмкиншиликлерине карсы болган күшли аргументлер болып табылады. Ең кеминде де-Ситтердиң өзи ушын оның өз космологиясынан ўаз кешкен [5] жумысында өзи исенген нәрселерди «өртегенлиги» ең күшли аргумент болып табылады. Егер орташа тығызлықты $\rho = 2\times10^{-28}$ *г/см*^{3} деп қабыл етип Эйнштейн космологиясы тийкарында есапланған 2300 А ға шама менен тең келетуғын 2000 А ға тең болған радиустың өзи де гүман туўдырады. Бизиң телескопларымыз кеңисликтеги 150 А дай тереңликлерди көре алады. Егер әлемниң радиусы 2000 А болса, онда әлемниң массасы (бул массаның радиусы 150 А болған сфераның массасынан әдеўир үлкен болатуғынлығының итимал екенлиги айқын) оның орташа тығызлығы нолге тең болады деп есаплаў ушын дым үлкен. Булардың барлығы да салыстырмалық теориясының барлық курсларында мақталып жүрген В шешиминиң алып тасланыўының кереклигине алып келеди. 1930-жылы буны В шешиминиң ең берилген тәрепдарларыде-Ситтер ҳәм Эддингтонлар мойынлады.

Келеси параграфта олар тәрипинен ҳәзирги күнлери пропагандалып жүрген көз-қараслар баянланады.

5-§. Космологиялық проблеманың статикалық емес шешимлери

Эйнштейн шешими де, де-Ситтер шешими де (15)-теңлемелердиң статикалық шешимлери болып табылады. Бул Эйнштейн дүньясында да, де-Ситтер дүньясында да сондай координата системасын сайлап алыўдың мүмкин екенлигин аңлатып, $ds^2 = \sum_{i,k=1}^{4} g_{ik} dx_i dx_k$ аңлатпасындағы g_{ik} ның ўақыттың функциясы емес, ал басқа кеңисликлик координаталарға ғәрезли болады. Ҳақыйқатында да (13)- ҳәм (27)-интерваллар бул шәртлерди қанаатландырады. Бирақ усындай статикалық шешимлер менен шекленип қалыўдың зәрүрлиги жоқ. 1922-жылдың өзинде марҳум рус математиги А.А.Фридман [7]

$$ds^2 = -R^2\left[d\chi^2 + \sin^2\chi\left(d\vartheta^2 + \sin^2\chi d\varphi^2\right)\right] + c^2dt^2$$

интервалына ийе төрт өлшемли дүньяны қарап шықты. Бундай дүньяда Эйнштейн дүньясындағыдай R турақлы емес, ал ўақыттың функциясы болып табылады. Бирақ Фридман өзиниң шешимин p = 0 шәрти менен шекледи ҳәм бундай дүнья нур энергиясына ийе емес деп талап етти. Бундай етип талап койыў физикалық жақтан зәрүр емес. Фридманның жумысы ярымына умытылды[27]. Тек 1927-жылы Лемэтр [8] сол интервалды қайтадан карап шықты ҳәм оны материя менен бир қатар нур энергиясы менен толған дүньяға қолланды. Егер биз (21)-формула менен анықланған T_{ik} шамаларын есапласақ, мына аңлатпаларға ийе боламыз:

$$T_{11}=\frac{\lambda R^2-1}{\kappa}-\frac{1}{\kappa c^2}\left[\left(\frac{dR}{dt}\right)^2+2R\frac{d^2R}{dt^2}\right],$$

$$T_{22}=\sin^2\chi T_{11},\quad T_{33}=\sin^2\vartheta T_{22},$$

$$T_{44}=\frac{c^2}{\kappa}\left(\frac{3}{R^2}-\lambda\right)+\frac{3}{\kappa R^2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2,\quad i\neq 0 \text{ де } T_{ik}=0.$$

(15)-теңлемелер менен салыстырып биз төмендегилерди аламыз:

$$\frac{d\chi}{ds}=\frac{d\vartheta}{ds}=\frac{d\varphi}{ds}=0,\quad \left(\frac{dt}{ds}\right)^2=\frac{1}{c^2},$$

$$\left.\begin{aligned} p&=\frac{c^2}{\kappa}\left(\lambda-\frac{1}{R^2}\right)-\frac{1}{\kappa}\left[\frac{1}{R^2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2+\frac{2}{R}\frac{d^2R}{dt^2}\right],\\ \rho&=\frac{1}{\kappa}\left[\frac{3}{R^2}-\lambda+\frac{3}{c^2\kappa R^2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2\right]\end{aligned}\right\}. \tag{35}$$

буннан

$$\rho_0=\rho-\frac{3p}{c^2}=\frac{6}{\kappa R^2}\left[\frac{1}{c^2}R\frac{d^2R}{dt^2}+\frac{1}{c^2}R\left(\frac{dR}{dt}\right)^2+1\right]-\frac{\lambda}{\kappa}. \tag{36}$$

$$\frac{1}{R^3}\frac{d}{dt}\left(R^3\rho\right)+\frac{3}{R}\frac{dR}{dt}\frac{p}{c^2}=0 \tag{37}$$

теңлемесиниң дурыс екенлигин тексерип көриў қыйын емес. Бул теңлемеге ҳәзир қызықлы физикалық мәнис бериў мүмкин. Буның ушын дүньяның көлеми V ны киргиземиз. Ҳәр бир t ўақыт моментинде үш өлшемли кеңисликтиң геометриясы

---

[27] Бул жағдайға алып келген себеп Эйнштейн тәрепинен Фридманның жумысына берилген сын [7] болса керек. Бул сынның өзи турпайы қәтеге тийкарланған. Ковариант дифференциаллаўдың формуласын надурыс пайдаланып Эйнштейн былай деп тастыйықлайды: T_{ik} тензорының тарқалыўшылығының нолге тең екенлиги ҳаққындағы белгили формула болып табылатуғын теңлемелердиң төртиншиси (энергияның сақланыў теңлемеси) $\frac{d\rho}{dt}=0$ екенлигин береди. Ҳақыйқатында болса $p=0$ де текстте келтирип шығарылған (37)-теңлемениң дара жағдайы болып табылып, $\frac{1}{R^3}\frac{d}{dt}\left(R^3\rho\right)=0$ теңлиги орынланады.

Эйнштейн шешиминдегидей болғанлықтан, биз (20)-формуладан пайдалана аламыз ҳәм $V = 2\pi^2 R^3$ деп жаза аламыз. Бизиң физикалық кеңислигимиздеги ҳәр бир ноқатқа узынлық элементи $R\sqrt{d\chi^2 + \sin^2\chi\left(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2\right)}$ болған сфералық кеңисликте бирден диаметрлик қарама-қарсы еки ноқат сәйкес келеди деген (де-Ситтердиң оның «горизонты» менен шешиминде әсиресе көбирек қызығыў пайда ететуғын) пикир бар. Бул жағдайда $V = \pi^2 R^3$ формуласынан пайдаланыў керек. Қандай болғанда да V көлеми R^3 пенен турақлы көбейтиўши дәллигинде сәйкес келеди. Сонлықтан (37)-теңлемеден

$$d\left(V\rho c^2\right) + pdV = 0.$$

келип шығады.

$V\rho$ ға тең болған дүньяның массасына энергия менен массаның эквивалентлилиги принципинен $E = V\rho c^2$ энергия сәйкес келеди. Сонлықтан оның энергиясы $E = V\rho c^2$ ҳәм көлеми V мына теңлеме бойынша бир бирине байланыслы:

$$dE + pdV = 0. \tag{38}$$

Бул теңлеме газдиң адиабаталық кеңейиўи ямаса кысылыўына дәл сәйкес келеди. Дүньяның массасы (материаллық ҳәм нурлық) ўақытка байланыслы өзгереди ҳәм соның менен бирге оның өлшемлери де өзгереди. Дүнья кеңейгенде (спираль тәризли думанлықлардың бақланыўшы тезликлерин түсиндириў ушын кеңейиўдиң орын алыўының кереклигин биз көремиз) оның массасы ҳәм оның энергиясы (тек егер $\rho \neq 0$ болса ғана) киширейеди. Ньютон қайтыс болғаннан соң 200 жылдан кейин оның дүньяның энергиясы үзликсиз кемейеди деген болжаўы күтилмеген жерде қайта тирилди. (38) деги энергияның сақланыў нызамына қарама-қарсылық жоқ, керисинше бул жағдай энергияның сақланыў нызамының дифференциал формасының нәтийжеси болып табылады [улыўмалық салыстырмалық теориясы менен таныс оқыўшылар (37)-теңлемениң жыйнағы энергия менен импульстиң сақланыў нызамын беретуғын төрт теңлемениң бири екенлигин сезеди ҳәм бул теңлемениң «материя менен энергия тензоры T_{ik} ның тарқалыўшылығы нолге тең» екенлигин көрсетип турғанын биледи. Егер дүнья энергиясы киширейетуғын болса, онда оның себеби соннан ибарат (физиктиң еситиўи ушын ересилеў фраза), бул энергия дүньяның адиабаталық кеңейиўи ушын жумсалады.

Бул мәселени жақыннан қарап шығыў ушын дүньяның радиусы R дың ўақыттан ғәрезлилигин табыў керек. Қатаң түрде айтқанда тек бир (36)-теңлеме бул әҳмийетли сораўға жуўап бере алмайды. R диң ўақыттан қәлеген ғәрезлилиги усы теңлемелерге p ушын да, ρ ушын да ғәрезлиликлерди қойыў арқалы алынады. Сонлықтан қандай да бир жаңа физикалық гипотеза керек болады. Егер биз $\rho = \rho_0 + \dfrac{3p}{c^2}$ екенлигин еске түсирсек ҳәм (38) ге $E = V\rho c^2 = V\rho_0 c^2 + 3pV = M_0 c^2 + 3pV$ аңлатпасын қойсақ (M_0 арқалы дүньяның материаллық массасы белгиленген), онда (38) диң орнына

$$c^2 dM_0 + 4pdV + 3Vdp = 0 \tag{39}$$

теңлемесин аламыз. Лемэтр дүньяның материаллық массасы турақлы (M_0 = const) деген гипотезаны усынды. Буннан $4pdV + 3Vdp = 0$ ҳәм ақырында

$$pV^{\frac{4}{3}} = \text{const}$$

теңлемесине ийе боламыз. Дүнья салыстырмалы жыллылық сыйымлықларының қатнасы 1,33 ке тең болған адиабаталық кеңейиуши газдей болып кеңейеди. Егер Фридмандай болып p = 0 деп есапласақ биз M_0 = const деген жуўмаққа келемиз.тап усындай гипотезаны есаплаўлардың әпиўайыласыўы тәрепин алыўшы Эддингтон да усынады. Бирақ бундай болжаў физикалық жақтан ақлана алмайды, себеби астрофизикалық мағлыўматлар бойынша дүньяның материаллық массасы нурланыўға айланыўдың нәтийжесинде үзликсиз кемейеди. Бул жағдай (38)-теңлемени таллағанда дыққатқа алыныўы керек. Усындай етиўди Тольман [10] усынды. Ол усындай идеялар жыйнағын Фридман менен Лемэтрден ғәрезсиз келтирип шығара баслады. Тап усы мәселени де-Ситтер де [5] изертлей баслады. Бирақ ол материяның аннигиляциияcының тәсири ҳеш қандай үлкен болмайды деген жуўмаққа келди[28].

Де-Ситтердиң изинен жүрип ρ ҳәм p лардың орнына мына өзгериўшилерди пайдаланамыз:

$$\alpha = \kappa\left(\rho - \frac{3p}{c^2}\right)R^3 = \kappa\rho_0 R^3, \quad \beta = \frac{\kappa}{c^2} pR^4 .$$

Бундай жағдайда (39)-теңлемениң орнына

$$R\frac{d\alpha}{dt} + 3\frac{d\beta}{dt} = 0 \tag{40}$$

[28] Де-Ситтердиң [5], Эддингтонның [9] ҳәм басқалардың (15)-теңлемеге текстте берилген мәнистен бир канша басқа мәнис бергенлигин атап өтемиз. $\frac{dx_i}{ds}$ шамасын олар материяның айырым бир бөлегиниң тезлиги деп есапламай (мысалы галактикалардың тезлиги деп есапламай), қандай да бир орташа тезлик деп есаплайды (мысалы галактикалар ағымының тезлиги). Усыған сәйкес p ҳаққында гәп етилгенде бул шамаға тек нур энергиясының басымы емес, ал галактикалардың орынларында айырым молекулалар болған жағдай ушын есапланылған басым да киреди (кинетикалық теорияның формулалары бойынша бундай басым көлем бирлигиндеги екиден үш кинетикалық энергияға тең). Усындай талқылаў салыстырмалық принципине муўапық бизиң талқылаўымыз бенен (буның дурыслығын қатаң түрде көрсетиўге болады) эквивалент. Бирақ бииздегилей айырым галактикалар бир бирине салыстырғанда тынышлықта тур деген талап ҳәм Эддингтон менен де-Ситтердиң галактикалардың «жыллылық» қозғалысындағы қосынды тезликтиң болмайтугынлығы талабы арасында айырма бар. Қатаң түрде қарағанда Де-Ситтер менен Эддингтонның талқылаўлары әдеўир қурамалы болган формулаларға алып келеди. Себеби газ басымы 3 коэффициентке ийе энергия тығызлығы аңлатпасында емес, ал $\frac{3}{2}$ коэффициентли энергия тығызлығы аңлатпасында катнасады. Сонлықтан, егер ρ арқалы масса тығызлығы (материаллық ҳәм нур), ал p арқалы басым белгиленген болса, онда $\rho_0 = \rho - 3\frac{p}{c^2}$ шамасы де-Ситтер менен Эддингтонның тастыйықлаганындай материяның «тыныш турған» массасы емес болып шығады. Қала берсе, әмелий жақтан галактикалар ағымы «басымы» жүдә киши болып, кеңисликти толтырып турған нур энергиясының басымынан тезирек киширейеди. Сонлықтан Эддингтон ҳәм де-Ситтер ақыр аяғында кинематикалық басымды есапқа алмаў зәрүрлигине келеди (Эддингтон бойынша индивидуаллық қозғалыслардың сөниўи) ҳәм еки талқылаў арасындағы айырма жоғалады. Сондай-ақ нур энергиясының басымы да жүдә киши, себеби материяның үзликсиз «ериўине» қарамастан әлем соншама тез кеңейип, кеңисликтеги нур энергиясының тығызлығы барлық ўақыт кемейеди.

теңлемеси алынады. Дүньяның материаллық массасы киширейетуғын болғанлықтан $\frac{d\alpha}{dt}$ терис мәниске ийе болады ҳәм де-Ситтер мынадай гипотезаны усынады:

$$\frac{1}{\alpha}\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{\gamma}{R}\frac{dR}{dt}.$$

Бул аңлатпада γ оң турақлы шама. Егер усы гипотеза бойынша есаплаўлар жүргизсек, онда

$$\alpha = \alpha_0 R^{-\gamma}$$

аңлатпасын аламыз (α_0 арқалы интеграллаў турақлысы белгиленген). Бундай жағдайда (40)-теңлеме төмендегини береди:

$$\beta = \beta_0 + \frac{\gamma\alpha_0}{3(1-\gamma)} R^{1-\gamma},$$

буннан

$$p = \frac{c^2}{\kappa}\frac{\beta_0}{R^4} + \frac{\gamma c^2 \alpha_0}{3(1-\gamma)\kappa}\frac{1}{R^{3+\gamma}}.$$

Егер дүньяның $V = 2\pi^2 R^3$ көлемин киргизсек, онда әлемдеги нур энергиясының муғдары мынаған тең болады:

$$2\pi^3 R^3 \cdot 3p = \frac{6\pi^2 c^2}{\kappa}\left(\frac{\beta_0}{R} + \frac{\gamma\alpha_0}{3(1-\gamma)}\frac{1}{R^\gamma}\right).$$

Бизиң көргенимиздей дүнья кеңейгенде бул муғдар кемейеди. Солай етип, де-Ситтердиң айтқанындай «жулдызлар тәрепинен кеңисликке үзликсиз нурландырылып атырған энергия не болады деген ески сораўға теория жуўап береди. Бул энергия дүньяның адиабаталық кеңейиўине жумсалады ҳәм ҳәтте бунын ушын жеткиликсиз болып шығады».

Фридман-Лемэтр космологиясының ең зор қәсийети соннан ибарат болып, ол усы ўақытларга шекем жумбақ болып келген барлық спираль тәризли галактикалардың нурлық тезлигиниң бирдей белгиге ийе болыў фактин әпиўайы түсиндиреди. Фридман-Лемэтр дүньясында инерциясы бойынша қозғалатуғын дененин қозғалыс теңлемесин жазатуғын болсақ, онда

$$\frac{d^2\chi}{ds^2} + \frac{2}{R}\frac{dR}{dt}\frac{dt}{ds}\frac{d\chi}{ds} - \sin\chi\cos\chi\left(\frac{d\vartheta}{ds}\right)^2 - \sin\chi\cos\chi\sin^2\vartheta\left(\frac{d\vartheta}{ds}\right)^2 = 0,$$

$$\frac{d^2\vartheta}{ds^2} + \frac{2}{R}\frac{dR}{dt}\frac{dt}{ds}\frac{d\vartheta}{ds} + 2\cot g\chi\frac{d\chi}{ds}\frac{d\vartheta}{ds} - \sin\vartheta\cos\vartheta\left(\frac{d\vartheta}{ds}\right)^2 = 0,$$

$$\frac{d^2\varphi}{ds^2}+\frac{2}{R}\frac{dR}{dt}\frac{dt}{ds}\frac{d\varphi}{ds}+2\cot g\,\chi\frac{d\chi}{ds}\frac{d\varphi}{ds}-2\cot g\,\vartheta\frac{d\vartheta}{ds}\frac{d\varphi}{ds}=0,$$

$$\frac{d^2t}{ds^2}+\frac{R}{c^2}\frac{dR}{dt}\left(\frac{d\chi}{ds}\right)^2+\frac{R}{c^2}\frac{dR}{dt}\sin^2\chi\left(\frac{d\vartheta}{ds}\right)^2+\frac{R}{c^2}\frac{dR}{dt}\sin^2\chi\sin^2\vartheta\left(\frac{d\varphi}{ds}\right)^2=0,$$

Бул тенлемелер тек $\chi=\mathrm{const}$, $\vartheta=\mathrm{const}$, $\varphi=\mathrm{const}$ ҳәм t шамасы s тиң сызықлы функциясы болғанда орынланады. Бул мынаны аңлатады: бақлаўшыға салыстырғанда тыныш турған дене усы ҳалда қалады, яғный өзиниң χ, ϑ ҳәм φ координаталарын өзгертпейди. Бақлаўшыға салыстырғанда оны қоршап турған материаллық дүньяның массасының басым көп бөлеги усындай тынышлықта турады. Бирақ бул әлемниң қозғалмайтуғын объектлерине шекемги сантиметрлерде (ал дүньяның радиусының бөлегинде өлшенген қашықлықлар емес) өлшенген қашықлықлар барлық ўақыт өзгереди. Себеби қашықлықлар турақлы болып қалатуғын масштаб ўақытқа байланыслы өзгеретуғын масштаб болып табылады. Усының нәтийжесинде орын алатуғын Допплер эффектин аңсат есаплаўға болады. Егер жақтылық сигналы t ўақыт моментинде координаталары χ, ϑ, φ ноқатынан жиберилетуғын болса, онда усы сигналдың координата басында турған бақлаўшы тәрепинен қабыл етилетуғын ўақыты мына теңлик жәрдеминде анықланады:

$$\chi=\int_{t}^{t+\tau}\frac{c}{R}dt$$

Жақтылық толқынларының жолы туўры сызық болғанлықтан $\vartheta=\mathrm{const}$, $\varphi=\mathrm{const}$ ҳәм олардың тарқалыў ўақыты $ds^2=c^2dt^2-R^2d\chi^2=0$ бойынша анықланады. Келеси сигнал координаталары сол χ, ϑ, φ нокаттан t+dt ўақыт моментинде жөнелтиледи, ал сигналды кабыл етиў ўақыты енди t + τ емес, ал t + τ + dτ болады. Бул жерде

$$\chi=\int_{t+dt}^{t+\tau+d\tau}\frac{c}{R}dt=\int_{t}^{t+\tau}\frac{c}{R}dt+\left(\frac{c}{R}\right)_{t+\tau}d\tau-\left(\frac{c}{R}\right)_{t}dt.$$

буннан

$$d\tau:dt=\left(\frac{c}{R}\right)_{t}:\left(\frac{c}{R}\right)_{t+\tau}=(R)_{t+\tau}:(R)_{t}.$$

Спираль тәризли думанлықта турған сааттың көрсетиўи бойынша еки сигналды жиберилиў ўақытлары моментлери арасындагы айырма бурынғыдай dt га тең болады, себеби $d\chi=d\vartheta=d\varphi=0$ ҳәм сәйкес $\frac{1}{c}ds=dt$. Сонлықтан Допплер эффекти ушын төмендегиге ийе боламыз:

$$\frac{\lambda+d\lambda}{\lambda}=\frac{d\tau}{dt}.$$

Буннан

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{(R)_{t+\tau} - (R)_t}{(R)_t}$$

ямаса

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{\tau}{(R)_t}\left(\frac{dR}{dt}\right)_{t+\eta\tau}.$$

Бул аңлатпада $0 \le \eta \le 1$. Егер думанлықтан жақтылық бизге жетип келемен дегенше кеткен ўақыт τ дүньяның радиусы сезилерликтей үлкеймейтуғындай киши болса, онда шама менен былайынша жаза аламыз:

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{\tau}{R}\frac{dR}{dt},$$

ал жуўықлаўдың усындай дәрежесинде $\tau = \frac{r}{c}$ болса (r арқалы $r = R\chi$ формуласы бойынша өлшенген думынлыққа шекемги аралық белгиленген, соның менен бирге астрономиялық жоллар менен алынған қашықлықларды пайдаланатуғын болсақ $r = \sin\chi$ емес екенлигин мойынлаймыз), онда

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{r}{R}\frac{dR}{c\,dt}. \qquad (41)$$

Бул формуладан Допплер эффектиниң барлық қашықласқан объектлер ушын бирдей белгиге ийе ҳәм қашықлыққа пропорционал болатуғынлығы көринип тур. Егер $\frac{dR}{dt} > 0$ болса дүньяның радиусы киширеймейди, ал өседи ҳәм (41)-формула барлық бақлаўлар жуўмақлары менен толық сәйкес келеди (қашықлыққа берилетуғын астрономиялық анықламаға $\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \sin\left(\frac{r}{R}\right)\cdot\frac{dR}{c\,dt}$ формуласы көбирек сәйкес келеди, бирақ ҳәзирги ўақытлары сол формулалар арасындағы айырма шама менен бар эмперикалық материалдың ҳақыйқатлығының шеклеринен тыста турады). Егер биз (41)-формуланы де-Ситтердиң эмперикалық формуласы менен салыстыратуғын болсақ, онда

$$\frac{1}{R}\frac{dR}{dt} = \frac{3}{2}\times 10^{-17}\ \textit{сек}^{-1}$$

шамасын аламыз. Буннан таң қаларлық нәтийже келип шығады: әлем ҳәзиргидей болып тез кеңейсе, оның радиусы $\log 2\frac{2}{3}10^{17}$ *сек* = $4{,}62\times 10^{16}$ *сек* = $1{,}5\times 10^{9}$ жылда еки есе өседи екен. Эддингтонның айтыўынша бул ўақыт аралығы тек «геологиялық» тәртиптеги ўақыт аралығы болып табылады.

$\frac{1}{R}\frac{dR}{dt}$ шамасының табылған мәниси γ шамасының (де-Ситтердиң гипотезалық турақлысы) мәнисин анықлаўға мүмкиншилик береди. Спираль тәризли думанлықлардың абсолют жақтылығын олардың болжанған массалары менен салыстырып де-Ситтер ҳәр бир галактиканың бир секундта орташа 3×10^{-24} өзиниң массасын нурланыўушын жоғалтады. Бул нәтийжени пүткил әлемге қолланып жуўық түрде $\frac{1}{\alpha}\frac{d\alpha}{dt}=-3\times10^{-24}$ деп жазыўға болады. Буннан $\gamma=2\times10^{-7}$.

Сонлықтан де-Ситтер биринши жақынласыўда еркин түрде $\gamma = 0$ деп алыўға, яғный дүньяның материаллық массасын дерлик турақлы деп қараўға болады деп жуўмақ шығарады.

Егер усы усынысты қабыл етсек, онда $\alpha=\mathrm{const}$, $\beta=\mathrm{const}$ қа ийе боламыз ҳәм (35)-теңлемелердиң екиншиси мынаны береди:

$$\frac{1}{\kappa}\left(\frac{3}{R^2}-\lambda\right)+\frac{3}{c^2\kappa R^2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2=\frac{\alpha}{\kappa R^3}+\frac{3}{\kappa}\frac{\beta}{R^4}.$$

Бул дифференциал теңлеме эллипслик функциялар жәрдеминде интегралланады. Бирақ усы пунктке тийисли болған Фридманның шешиминиң улыўмаластырылыўы болып табылатуғын де-Ситтердиң есаплаўлары [5] үлкен физикалық қызығыўшылықты пайда етпейди. Себеби бул есаплаўлардан санлық шамаларды тек арнаўлы гипотезалар жәрдеминде ғана алыўға болады. Олардың бири (буны Эддингтон менен де-Ситтер ҳақыйқатлыққа ең сәйкес келетуғыны деп есаплайды) мынадан ибарат: әлем кенейиўинен алдын оның радиусы шексиз көп ўақыт (жүдә көп ўақыт даўамында) турақлы болып қалған. Егер усы радиусты R_0 арқалы белгилесек, онда

$$\frac{1}{\kappa}\left(\frac{3}{R_0^2}-\lambda\right)=\frac{\alpha}{\kappa R_0^3}+\frac{3\beta}{\kappa R_0^4}$$

аңлатпасын аламыз.

R диң турақлы екенлиги ds^2 интервалының Эйнштейн шешиминдеги интервалдан парқының жоқ екенлигин билдиреди. Егер кеңисликтиң өзи сыйдыра алғандай үлкен масса менен толтырылған болса, онда (26 га қараңыз) $\alpha=2R_0$, $\beta = 0$, $R_0=\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$.

Усыған байланыслы R анықланатуғын дифференциал теңлеме мына түрге ийе болады:

$$\frac{3}{R^2}-\lambda+\frac{3}{c^2R^2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2=\frac{2}{\sqrt{\lambda}R^3}. \tag{42}$$

Бақлаўлар ҳәзирги ўақытлары $\frac{1}{R}\frac{dR}{dt}=\frac{3}{2}\times10^{-17}$ екенлигин көрсетип аттырганлыгына байланыслы әлемниң усы күндеги радиусы мына теңлемени қанаатландырады:

$$\frac{3}{R^2}-\lambda+\frac{3}{4}\times10^{-54}=\frac{2}{R^3\sqrt{\lambda}}. \tag{43}$$

Екинши тәрептен, егер әлемниң ҳәзирги ўақытлардағы тығызлығы 2×10^{-28} *г/см*^{3} шамасына тең деп болжасақ, онда сол радиус мына теңлемени де қанаатландырады:

$$2\times10^{-28}\ R^3=\frac{2\lambda}{\kappa}\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right)^3.$$

Себеби $\frac{2\lambda}{\kappa}$ әлемниң кеңейместен бурынғы тығызлығы, ал $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ оның радиусы. $\kappa=1{,}87\times10^{-27}$ болғанлықтан биз мынаны аламыз:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}}=1{,}87\times10^{-55}\ R^3.$$

Буны (43)-теңлеме менен комбинациялаў арқалы

$$3-\lambda R^2+\frac{0{,}75\times10^{-54}}{1{,}87\times10^{-55}\ R\sqrt{\lambda}}=\frac{2}{R\sqrt{\lambda}}$$

теңлемесин аламыз. Буннан жуўық түрде:

$$R\sqrt{\lambda}=\frac{R}{R_0}=2$$

шамасын аламыз. Демек әлемниң ҳәзирги радиусы оның дәслепки радиусынан еки есе үлкен екен. Усының менен бир қатарда

$$\lambda=1{,}5\times10^{-54}\ см^{-2},$$

$$R=1{,}6\times10^{27}\ см = 1600\ A.$$

Соның менен бирге, бул хаққында де-Ситтердиң өзи де усындай деп есаплайды, бул санлар өзлерин исенимли деп айтыўды талап етпейди. Бирақ усы жағдайға қарамастан оларға олардың өзлеринен келип шығатуғын базы бир басқа санлық мағлыўматларды қосамыз. (26) ға сәйкес $\frac{4\pi^2}{\kappa}R_0$ болыўы керек әлемниң массасы 1,7 × 10^{55} граммға, яғный 0,8 × 10^{22} **€** шамасына тең болады. Әлемдеги протонлар саны 10^{79}.

Радиус қанаатландыратуғын (42)-дифференциал теңлемениң ақырғы есапта эллипслик функцияларсыз да интегралланыўы мүмкин. Егер жазыў ушын қолайлы болған $z=R\sqrt{\lambda}$ өзгериўшисин киргизетуғын болсақ, онда элементар есаплаўлар жәрдеминде мына қатнасты алыў мүмкин:

$$2\log\left(\sqrt{z+2}+\sqrt{z}\right)+\frac{1}{\sqrt{3}}\log\frac{\sqrt{3z}-\sqrt{z+2}}{\sqrt{3z}+\sqrt{z+2}}=c\sqrt{\frac{\lambda}{3}}\ t+\text{const}.$$

Бул қатнастан жүдә үлкен терис мәнисли t да z өзгериўшисиниң мәниси 1 ге жақын болыўы керек (радиусы $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ ге тең болған Эйнштейн әлеми). Ал жүдә үлкен оң мәниске ийе t ларда z тиң мәниси $\cosh\left(c\sqrt{\frac{\lambda}{3}}\,t\right)$ ға пропорционал. Егер биз $R = R_0 \cosh\left(c\sqrt{\frac{\lambda}{3}}\,t\right)$ ты (42)-теңлемеге қойсақ, онда оң тәрепин жүдә үлкен t ларда еркин түрде нолге тең деп есаплаўға болады ҳәм $R_0 = \sqrt{\frac{3}{\lambda}}$ де теңлеме қанаатланатуғын болып шығады. Сонлықтан жүдә үлкен оң мәнисли t ларда ds^2 мына теңлеме менен аңлатылады:

$$ds^2 = -\frac{3}{\lambda}\cosh^2\left(c\sqrt{\frac{3}{\lambda}}\,t\right)\left[d\chi^2 + \sin^2\chi\left(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2\right)\right] + c^2\,dt^2 .$$

(35)-формулалар бойынша бундай интервалдың материясы менен нур энергиясының тығызлығы нолге шекем үзликсиз кемейетуғын дүньяға сәйкес келетуғынлығын тексерип көриў қыйын емес. Материяның толық тарқалыўы, ең кеминде галактикалардың толық тарқалыўы бизиң дүнья барыўға тырысатуғын тәғдир болып табылады. Оның раўажланыўының басланғыш пункти болып радиусы 0,8 × 10^{27} *см* лик Эйнштейн дүньясы болып табылады. Эддингтон бойынша бундай әлем орнықлы емес: ҳақыйқатында да, егер биз (35)-теңлемелерге p = 0 мәнисин берсек, онда $-\frac{6}{\kappa}\frac{d^2R}{dt^2} = Rc^2\left(\rho - \frac{2\lambda}{\kappa}\right)$ екенлигин аламыз. Буннан тең салмақлық ушын $\rho = \frac{2\lambda}{\kappa}$ шәртиниң орынланыўының кереклигине исенемиз. Егер қандай да бир себеплерге байланыслы орташа тығызлық үлкейсе ($\rho > \frac{2\lambda}{\kappa}$), онда дүньяның радиусы киширейеди, ал бул тығызлықтың буннан былай өсиўине алып келеди. Егер тығызлық өзиниң тең салмақлық ҳалга сәйкес келетуғын мәнисинен кемейсе, онда дүньяның радиусы үлкейеди, ал тығызлық болса оннан да бетер киширейеди. Солай етип турақлы радиусқа ийе дүнья орнықлы емес болып шығады, қашан болса да тең салмақлық ҳал бузылады ҳәм статикалық шешим динамикалық шешим менен алмасады.

Эддингтон менен де-Ситтерде көп санлы берилген тәрепдарларды тапқан жаңа космологиялық теория тийкарларға ийе гүманлар, келиспеўшиликлер пайда етпейди деп ойламаў керек. Бул теорияның ең бир бир түрли болып көринетуғын пункти әлемниң радиусының өсиўиниң әдеттегидей емес өсиўи болып табылады. Бул жаңа көз-қарасларды космогонияшылардың бизиң галактикалық системамыздағы жулдызлар пайда болған моменттен баслап усы ўақытларга шекем өткен ўақыт аралықлары менен сәйкеслендириў дым қыйын (мысалы Джинстиң пикири бойынша бизиң галактикамыздың жасы шама менен 10^{13} жылға тең).

Эддингтон былай деп жазады:

«Әлемниң тез кеңейиўи биллон жыл көз-қараслары менен пүткиллей сәйкес келмейди. Әлемниң радиусы өзиниң ең дәслепки шамасынан бир ярым есе өсемен дегенше кеткен ўақыт 10^{10} жылдан өткен болмаса керек. Егер Қуяш ҳақыйқатында да 5 × 10^{12} жыл жасаған болса, онда оның соншама көп ўақытлар даўамында өзин планеталар системасы менен қоршап алмағанлығы, ал ол тең салмақлық ҳалына келе баслағанда ғана өзин планеталар системасы менен қоршап алғанлығы дым ерси. Ҳәзирги ўақытлары әлемниң радиусы ҳәр бир ярым миллиард жылда еки есе үлкейеди. Енди 10^{10} жылдан кейин спираль тәризли думанлықлар ҳәзирги ўақыттағыдан 10 жулдыз шамасына ҳәлсизленеди. Егер биллион жыллар ҳаққындағы болжаўлар дурыс болып шыққан болса, астрономлар өзлериниң айрықша бахытлы екенлигин мойынлаўы керек. Себеби олар ҳәзирги ўақытлары үлкен кызығыўшылық пенен спираль тәризли думынлықларды бақлап атыр. Ал олар болса оғада кызықлы, бирақ тез жоғалып кететуғын аспан объектлери болып табылады».

Космологиялық теория еле сөзсиз жүдә көп өзгерислерге ушырайды. Биринши гезекте космологияға ҳәзирги космогонияшыларға дым тар болып көринетуғын өзиниң мүддетлерин кеңейтиўге туўры келеди.

ӘДЕБИЯТ

1. A. Einstein. Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativifätstheorie, Berl. Sitzungsber. 142. 1917.

2 W.de S i t t e r . On Einstein' s Theory of Gravitation and its Astronomical Consequences. Third Paper. Mont. Not. Roy. Astr. Soc. 7. 8 (1917). Қараңыз және Proc. Akad. Amsterdam. 19. 1217 (1917) ҳәм 50 229 (1917). Қараңыз және A. Einstein, Berl. Sitzungsber. 270 (1918). ҳәм W. de S i t t e r . Proc. Akad. Amsterdam. 20, 1309 (1918).

3. E.Weyl. Zur algemeinen Relativifatstheorie. Phys. ZS. 24, 230 (1923). Қараңыз және Raum-Zeit-Materie. 5. Aufl. 322-323 (1923).

4. L. S i l b e r s t e i n . The Theory of Relativity. 2-nd edition, p. 519. (1924).

5. W.de S i t t e r . On the distances and radial velocities of extragalactic nebulae etc. Proc. Nat. Acad. U.S.A. 16, 474 (1930); Қараңыз және De snelheden der extragalactische novels en hunne verklarmg door de relativiteitstheorie. Proc Akad. Amsterdam, 39. 82 (1930). Де-Ситтерде астрономиялық материаллар айрықша Bulletin Astr. Inst, Netherlands1 85 (1930).

6. L. S i l b e r s t e i n . The Radius of Space. Nature. 123. 618 (1929) (Нью-Йоркnfy каблограмма); New Determination of the Curvature Radius of Space-time. Ibid. 124, 179 (1929). Қараңыз және оуың китабы The Size of the Universe (1930) (ол ҳаққында A.S.Eddington. Space and its Properties. Nature. 125, 849 (1930).

7. A. Friedman. Uber die Kriimmung des Raumes, ZS. f. Phys. 10, 377 (1922); О кривизне пространства. Ж. Р. Ф. Х. О., ч.физ. 56, 59 (1924); A. E i n s t e i n . Bemerkung zu der Arbeit von A.Friedman. ZS. f. Phys. 11, 326 (1922); Қараңыз және A. Friedman, Uber die Moglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Kriimmung des Raumes. ZS. f. Phys. 21, 326 (1924).

8. G. Lemaître. Un univers homogene de masse constante et de rayon croissant, rendant compte de la vitesse radiale des nebuleuses extra-galactiques. Ann. de la Soc. Scientif. de Bruxelles, 47, 49 (1927).

9. A.S.Eddington. On the Instability of Einstein's Spherical World. Mont. Not. Roy. Astr. Soc. 90, 668 (1930).

10. R. C. Tolman. The Effect of the Annihilation of Matter on the Wave-Length of Light from the Nebulae, Proc. Nat. Acad. U. S. A. 16. 320 (1930); More complete Discussion of the Time-Dependence of the Nonstatic Line Element for the Universe. Ibid. 16, 409 (1930). On the Estimation of Distances in a Curved Universe with a Non-Static Line Element. Ibid. 16 511 (1930).