А.Эйнштейн

КОСМОЛОГИЯ МӘСЕЛЕЛЕРИ ҲӘМ УЛЫЎМАЛЫҚ САЛЫСТЫРМАЛЫҚ ТЕОРИЯСЫ[1]

Қарақалпақ тилине аўдарған Б.Абдикамалов

Пуассонның

$$\Delta\varphi = 4\pi K\rho \qquad (1)$$

дифференциал теңлемесиниң материаллық ноқаттың қозғалыс теңлемеси менен бирликте Ньютонның узақтан тәсирлесиў теориясын алмастыра алмайтуғынлығы белгили. Кеңисликтеги шексизликте потенциал φ белгили бир шекке умтылады деген шәртти қосыў керек болады. Салыстырмалықтың улыўмалық принципинен келип шығатуғын тап усындай аўҳал тартылыс теориясында да орын алған. Бул жерде де егер биз дүньяны кеңисликте шексиз үлкен деп есаплайтуғын болсақ, онда сол кеңисликтеги шексизлик ушын теңлемелерге шегаралық шәртлердиң қойылыўы керек.

Планеталар системасы менен байланысқан мәселелерди қарағанда биз кеңислик бойынша шексизликте тартысыўдың барлық потенциаллары $g_{\mu\nu}$ турақлы мәнислерге ийе болады деп есаплап усындай шегаралық шәртлерди сайлап алдық. Бирақ тәжирийбелерден ғәрезсиз Әлемниң үлкен областларын қарағанда усындай шегаралық шәртлерди пайдаланыўдың мүмкиншилиги пүткиллей айқын емес. Төменде бул принциапиаллық мәселе бойынша усы ўақытқа шекем қәлиплескен ой-пикирлер баянланады.

§ 1. Ньютон теориясы

Ньютонның кеңисликтеги шексизликте φ ушын турақлы мәниске ийе шек бар деген формадағы шегаралық шәрттиң материяның тығызлығының шексизликте нолге айланады деген жуўмаққа алып келетуғынлығы белгили. Ҳақыйқатында да Әлемде сондай орынды табыў мүмкин, усы орынның әтирапында материяның гравитациялық майданы тутасы менен алғанда сфералық симметрияға ийе болады (орай). Бундай жағдайда Пуассон теңлемесинен ρ орташа тығызлығы орайдан қашықлық r диң үлкейиўи менен φ диң шексизликте базы бир шекке умтылыўы ушын $1/r^2$ қа қарағанда тезирек нолге умтылыўы керек[2]. Усындай мәнисте дүнья Ньютон бойынша шексиз үлкен массаға ийе бола алатуғын болса да кеңисликте шекли.

Буннан ең дәслеп аспан денелери тәрепинен нурландырылған нурлардың бир бөлегиниң Ньютон дүньясын орайдан басланатуғын радиал бағыт бойынша шексизликте жоғалатуғын болып таслап кететуғынлығы келип шығады. Усы нәрсе пүтин аспан денеси ушын орын ала ма? Бул фактти бийкарлаўдың мүмкиншилиги жоқ, себеби φ ушын кеңисликтеги шексизликте белгили мәниске ийе болған шек бар деген болжаўдан шекли кинетикалық энергияға ийе аспан денеси Ньютонның тартылыс күшин жеңип кеңисликтеги шексизликке жетиўи мумкин. Статистикалық механикаға сәйкес бундай ўақыялар жулдызлар системасының улыўмалық энергиясы жеткиликли дәрежеде үлкен

---

[1] *Kosmologische Betrachtungen zur allgerneinen Relativitatstheorie.* Sitzungsber: preuss. Akad. Wiss., 1917, 1, 142—152.

[2] Бул жерде ρ арқалы кеңисликтиң бир бирине қоңысы болған қозғалмайтуғын жулдызлар арасындағы қашықлықтан үлкен, бирақ барлық жулдызлар системасының өлшемлеринен киши қашықлыққа ийе областында анықланған материяның тығызлығы белгиленген.

ҳәм усы энергияны бир аспан денесине алып бергенде бул аспан денеси шексизликке шекем саяхат қылып, сол жақтан ҳеш қашан қайтып келе алмайтуғын жағдай орын алғанша жүз береди.

Бул өзине тән қыйыншылықтан шығыўға көрсетилген шегаралық потенциал шексизликте жүдә үлкен мәниске ийе болады деп тырысыўға болады. Егер тартысыў потенциалы аспан денесиниң өзи тәрепинен пайда етилген болмаса бул болжаўды қолланыўға болар еди. Ҳақыйқатында да биз гравитациялық майданның потенциалларының үлкен айырмаларының бар екенлиги бар фактлерге қайшы келеди деген жуўмаққа келемиз. Керисинше, потенциаллар айырмасы соншама киши тәртипте болыўы керек, усы айырманың салдарынан жулдызлар алатуғын тезликлер ҳақыйқатта бақланып жүрген мәнислеринен үлкен болмаўы шәрт.

Егер газ молекулаларының тарқалыўының Больцман нызамын жулдызлар системасын газ сыпатында қарап стационар жыллылық қозғалысындағы жулдызлар ушын қолलансақ, онда Ньютон Әлеминиң жүзеге келиўиниң мүмкин емес екенлиги алынады. Себеби орай менен шексизлик арасындағы потенциаллардың шекли айырмасы тығызлықлардың шекли қатнасына сәйкес келеди. Демек шексизликтеги ноллик тығызлық орайдағы ноллик тығызлыққа алып келеди.

Бул қыйыншылықлардан Ньютон теориясы шеклеринде қутылыў, көринип турғанындай, мүмкин емес. Бирақ сол қыйыншылықлардан Ньютон теориясын модификациялаў жәрдеминде шығыў мүмкин бе? деген сораў туўылады. Бул сораўға жуўап бериў ушын итибар бериўге онша ылайық емес, бирақ бизиң кейинги таллаўларымызды жақсы түсиндириў ушын хызмет ететуғын бир жолды көрсетемиз. Пуассон теңлемесиниң орнына жазамыз

$$\Delta\varphi - \lambda\varphi = 4\pi K\rho. \qquad (2)$$

Бул аңлатпадағы λ базы бир универсаллық турақлы шама.

Егер ρ_0 массаның тарқалыўының турақлы тығызлығы болатуғын болса, онда

$$\varphi = -\frac{4\pi K}{\lambda}\rho_0 \qquad (3)$$

(2)-теңлемениң шешими болып табылады. Бул шешим қозғалмайтуғын жулдызлардың кеңисликтеги тең өлшеўли тарқалыўына, ал ρ_0 болса материяның дүньялық кеңисликтеги ҳақыйқый орташа тығызлығына сәйкес келеди. Бул шешим материя менен бир текли толтырылған шексиз үлкен кеңислик ушын дурыс.

Егер енди материяның тарқалыўында тарқалыўдың орташа мәнисин өзгертпейтуғын жергиликли тең өлшеўли емес жағдайлар орын алса, онда φ потенциалдың (3) турақлы мәнисине қосымша φ шамасын қосыўға туры келеди. Бул қосымша шама $4\pi K\rho$ ға салыстырғанда $\lambda\varphi$ шамасы қаншама киши болса тығызырақ массаға ийе денелер қасында Ньютон майданына көбирек усаған болады.

Бундай дүнья гравитациялық майданға қатнасы бойынша орайға ийе болмаған ҳәм тығызлық шексизликте киширейеди деп болжаўдың кереги болмаған, ал орташа потенциал ҳәм орташа тығызлық керисинше шексизликке жеткенше турақлы мәниске ийе болар еди. Усындай жағдайда Ньютон теориясы ҳәм статситикалық механика арасындағы конфликт болмайды. Турақлы (жүдә аз) тығызлықта материя тең салмақлықта турады ҳәм усы тең салмақлықты сақлап турыў ушын ишки күшлерди (басымды) талап етпейди.

§ 2. Улыўмалық салыстырмалық теориясында талап етилетуғын шегаралық шәртлер

Буннан былай оқыўшыға мен өткен тегис емес ҳәм ийрек-ийрек жол менен жүриўди усынаман. Себеби усындай жағдайда ақырғы нәтийже қызық болады деп ойлайман. Усы ўақытларға шекем мен қоллап-қуўатлап келген гравитациялық майданның теңлемелерин өткен параграфта Ньютон теориясы ушын көрсетилген принципиаллық қыйыншылықлардан кутылыў ушын базы бир өзгерислерге (модификацияға) ушыратыў керек деген исенимге келдим. Бул модификация (1)-Пуассон теңлемесинен (2)-теңлемеге өтиўге толық сәйкес келеди. Бундай жағдайда кеңисликтеги шексизликтеги шегаралық шәртлердиң пүткиллей кереги болмайды. Себеби дүньялық континуум өзиниң қеңисликтеги өлшемлерине қатнасы бойынша шекли (үш өлшемли) кеңисликлик көлемге ийе туйық континуум сыпатында қаралады.

Кеңисликтеги шексизликке шегаралық шәртлер ҳаққындағы мениң жақын ўақытлардағы айтқанларым төмендигидей көз-карасларға тийкарланған. Салыстырмалық теориясында инерцияны «кеңисликке» салыстырып анықлаўға болмайды, ал массалардың инерциясын бир бирине салыстырып анықлаў мүмкин. Сонлықтан егер мен қандай да бир массаны Әлемниң басқа барлық массаларынан жеткиликли дәрежедеги үлкен қашықлықларға алып кетсем, онда бул массаның инерциясының нолге умтылыўы керек болады. Бул шәртти математикалық жоллар менен дүзиўге тырысамыз.

Улыўмалық салыстырмалық теориясына сәйкес импульс (кери белгиси менен) $\sqrt{-g}$ ға көбейтилген

$$m\sqrt{-g}\,g_{\mu\alpha}\frac{dx_\alpha}{ds} \tag{4}$$

ковариант тензорының биринши үш қураўшысы, ал энергия ақырғы қураўшысы менен анықланады. Қала берсе, барлық ўақыттағыдай

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx_\mu dx_\nu. \tag{5}$$

Айрықша көргизбели жағдай болған гравитациялық майданды кеңисликтиң ҳәр бир ноқатында изотроп болатуғындай координаталар системасын сайлап алғанда бул шама әпиўайырақ түрге ийе болады

$$ds^2 = -A\left(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2\right) + Bdx_4^2.$$

Егер бир ўақытта

$$\sqrt{-g} = 1 = \sqrt{A^3B}$$

шәртлери орынланатуғын болса, онда киши тезликлер жағдайында биринши жақынласыўда импульстың қураўшылары ушын

$$m\frac{A}{\sqrt{B}}\frac{dx_1}{dx_4}, \qquad m\frac{A}{\sqrt{B}}\frac{dx_2}{dx_4}, \qquad m\frac{A}{\sqrt{B}}\frac{dx_3}{dx_4}.$$

шамаларына, ал энергия ушын (тынышлық жағдайында)

$$m\sqrt{B}$$

шамасына ийе боламыз.

Имульс ушын жазылған аңлатпадан $m\frac{A}{\sqrt{B}}$ шамасының инерт массаның орнын ийелейтуғынлығы келип шығады. m ноқатлық масса менен байланыслы константа ҳәм бул массаның қай орында турғанлығынан ғәрезсиз болғанлықтан анықлаўшы ушын орнатылған шәртти сақлағанда бул аңлатпа кеңислик бойынша шексизликте A нолге умтылғанда, ал B шексизликке умтылғанда нолге айланады. Солай етип $g_{\mu\nu}$ коэффициентлериниң усындай қәсийетлери қәлеген инерцияның салыстырмалығының нәтийжеси сыяқлы болып көринеди. Буннан ноқаттың потенциал энергиясы $m\sqrt{B}$ ның шексизликте шексиз үлкен болатуғынлығы келип шығады. Солай етип ноқатлық масса системаны ҳеш қашан таслап кете алмайды; толығырақ өткерилген изертлеўлер усындай нәтийженин жақтылық нурлары ушын да орынланатуғынлығын көрсетеди. Гравитациялық майданның потенциалының шексизликтеги усындай аўҳалы Әлемниң Ньютон теориясын талқылағанда көрсетилген бос болыў қәўипинен қутқарған болар еди.

Бул талқылаўлардың тийкарына жатқарылған гравитациялық потенциал ҳаққындағы әпиўайыластырылған жағдай тек үлкен көргизбелилик ушын исленгенлигин аңғарамыз. Шексизликтеги $g_{\mu\nu}$ шамасының қәсийетлерин тәриплеў ушын қандай да бир шеклеўши жағдайларды қабыл етпей-ақ мәселениң мәнисин аңлататуғын улыўмалық формулировканы табыў мүмкин.

Математик Громмердиң дослық жәрдемин пайдаланып мен орайға қарата симметриялы статикалық гравитациялық майданды изертледим. Бул майдан шексизликте жоқарыда көрсетилгендей қәсийетлерге ийе. Гравитациялық майдан $g_{\mu\nu}$ ның берилген потенциалынан гравитациялық майдан теңлемелери тийкарында материя энергиясы $T_{\mu\nu}$ тензоры есапланды. Бирақ усының нәтийжесинде усындай әўлад жулдызлар системасы ушын шегаралық шәртлердиң қабыл етилиўи мүмкин емес болып шықты. Бул жағдай жақында астроном де Ситтер тәрипинен де әдил түрде атап өтилди.

Ҳақыйқатында салмағы бар материя энергиясының контравариант тензоры $T^{\mu\nu}$ мына түрге ийе

$$T^{\mu\nu} = \rho \frac{dx_\mu}{ds}\frac{dx_\nu}{ds}.$$

Бул аңлатпада ρ арқалы материяның өлшенген тығызлығы берилген.

Координаталар системасын тийисли түрде сайлап алған жағдайда жулдызлардың тезлиги жақтылықтың тезлигине салыстырғанда жүдә киши болады. Сонлықтан ds шамасын $\sqrt{g_{44}}dx_4$ шамасы менен алмастырыў мүмкин. Буннан $T^{\mu\nu}$ тензорының барлық қураўшыларының оның ең ақырғы қураўшысы T^{44} тен жүдә киши екенлиги көринеди. Бирақ бул шәртти сайлап алынған шегаралық шәртлер менен сәйкеслендириў мүмкин емес. Жоқарыда баянғанлардан кейин бул нәтийже таңланыў пайда етпейди. Жулдызлардың тезлигиниң үлкен емес екенлиги факты мынадай жуўмақ шығарыўға мүмкиншилик береди: қозғалмайтуғын жулдызлар турған барлық орынларда гравитациялық майданның потенциалы (бизиң жағдайымызда $\sqrt{B}$) биздегиге қарағанда айтарлықтай үлкен болмайды. Бул Ньютон теориясындағыдай статистикалық аңлаўлардан келип шығады. Қандай болмағанда да бизиң есаплаўларымыз мени кеңисликлик шексизлик ушын $g_{\mu\nu}$ ушын тап сондай вырождение шәртиниң постулат түринде қабыл етилиўи мүмкин емес деген исенимге алып келди.

Бул тырысыўлардың сәтсиз болыўынан кейин ең дәслеп еки мүмкиншилик пайда болады: а) планета проблемасы жағдайындағыдай кенислик бойынша шексизликте координаталар системасын тийисли түрде сайлап алғанда $g_{\mu\nu}$ диң

$$\begin{matrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

мәнисине умтылыўын талап етиў ямаса б) кеңислик бойынша шексизлик ушын ҳеш қандай әдил шегаралық шәртлер орнатпаў; ҳәр бир айырым жағдайда қарап атырған областтың кеңисликлик шегарасында $g_{\mu\nu}$ ды айрықша түрде бериў (бизлер усы ўақытларға шекем басланғыш шәртлерди берип усындай нәрселерди ислеўге үйренгенбиз).

«б» ның мүмкиншилиги проблеманың қандай да бир шешимине сәйкес келмейди ҳәм оның шешиминен бас тартыўды билдиреди. Бул көз-қарастың дурыслығын бийкарлаўға болмайды; ҳәзирги ўақытлары усындай көз-қарасты де Ситтер қоллап-қуўатлайды[3]. Бирақ мен мойынлаўым керек, бул принципиаллық мәселеде сондай үлкен келисиўге барыўым мен ушын қыйын болды. Усыған мен тек қанаатландырарлық шегаралық шәртлер табылған жағдайларды табыўға бағдарланған барлық тырысыўлар нәтийжесиз болып шыққан жағдайда ғана келисим беремен.

«а» мүмкиншилиги көп тәрептен қанаатландырарлық емес. Бириншиден бундай шегаралық шәртлер есаплаў системасын белгили бир сайлап алыўды басшылыққа алады. Ал бул салыстырмалық принципине қайшы келеди. Екиншиден мәселени усындай етип қарағанда инерцияның салыстырмалылығынан бас тартыўға туўры келеди. Ҳақыйқатында тәбийий өлшенген массасы m болған материаллық ноқаттың инерциясы $g_{\mu\nu}$ ден ғәрезли. Бирақ бул кейинги шама кеңислик бойынша шексизликтеги постулат түринде қабыл етилген мәнисинен жүдә аз шамаға айрылады. Усының салдарынан шекли қашықлықта жайласқан материя инерцияға тәсир етсе де, инерцияның өзиниң *пайда болыўына алып келмейди*. Егер тек бир материаллық ноқат ғана бар болғанда усы көз-қараслардан ол бизиң реал дүньямыздағыдай басқа массалар менен қоршалып турған жағдайдағы дерлик тап сондай инерцияға ийе болған болар еди. Ең ақырында бул көз-қарасқа қарсы Ньютон теориясы ушын жоқарыда көрсетилген статистикалық жақтан қоллап-қолламаўшылықты да келтириўге болады.

Жоқарыда айтылғанлардың ақыбетинен маған усы ўақытқа шекем кеңисликлик шексизлик ушын шегаралық шәртлерди табыўдың сәти түспеди. Бирақ усыған қарамастан «б» де еслетилип өтилген жағдайлардан бас тартпай өтиўдиң және бир мүмкиншилиги бар. Атап айтқанда егер дүньяны кеңислиги бойынша туйық континуум деп қарайтуғын болсақ, онда усындай шегаралық шәртлердиң зәрүрлиги жоғалған болар еди. Буннан кейинги баянлаўлардан салыстырмалық принципиниң талабы да, жулдызлардың тезликлериниң үлкен емес екенлигиниң де Әлемниң кеңислик бойынша туйықлығы гипотезасы менен сәйкес келетуғынлығы көринеди. Бирақ буны әмелге асырыў ушын гравитациялық майданның теңлемелерин базы бир улыўмаластырыў зәрүр болады.

§ 3. Тең өлшеўли тарқалған материяға ийе кеңислик бойынша туйық дүнья

Улыўмалық салыстырмалық теориясы бойынша төрт өлшемли кеңислик-ўақытлық континуумның метрлик характери (иймеклиги) ҳәр бир ноқатта усы ноқатта жайласқан материя ҳәм оның ҳалы менен анықланады. Сонлықтан материя тең өлшеўли емес тарқалған болса бул континуумның метрлик қурылысы қурамалы болыўы керек. Бирақ кеңисликтиң тутасы менен алғандағы қурылысы ҳаққында гәп ететуғын болсақ, онда материяны кеңисликтиң оғада үлкен областында тең өлшеўли тарқалған, ал оның тығызлығы оғада әстелик пенен өзгеретуғын функция болады деп есаплаў мүмкин. Усы

---

[3] D. Sitter. Akad. van Welensch te Amsterdam, 1916-жыл, 8-ноябрь.

жағдайда биз геодезистлердей болып ҳәрекет етемиз. Олар деталлары бойынша оғада қурамалы болған Жердиң бетин жуўық эллипсоид пенен алмастырады.

Материяның тарқалыўы бойынша бизге белгили болған фактлердиң ең әҳмийетлиси жулдызлардың тезлигиниң жақтылықтың тезлигине салыстырғанда оғада киши екенлигинде. Сонлықтан мен дәслеп бизиң талқылаўларымыздың тийкарына төмендегидей жуўық түрдеги жол қойыўды дурыс деп есаплайман: координаталар системасы бар болып, усы системаға салыстырғанда материя узақ ўақытлар даўамында тынышлықта турады. Усы координата системасына қатнасы бойынша материяның контравариант тензоры $T^{\mu\nu}$ (5) ке байланыслы мынадай әпиўайы түрге ийе болады:

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{matrix} \qquad (6)$$

Тарқалыўдың (орташа) тығызлығының скаляры ρ кеңисликлик координаталардың функциясы бола алады. Бирақ дүньяны кеңислик бойынша туйық деп есапласақ, онда ρ орыннан ғәрезсиз деп жуўмақ шығарыў тәбийий. Бул гипотезаны бизиң буннан былайғы талқылаўларымыздың тийкарына саламыз.

Гравитация майданына келетуғын болсақ, онда

$$\frac{d^2 x_\nu}{ds^2} + \begin{Bmatrix} \alpha\beta \\ \nu \end{Bmatrix} \frac{dx_\alpha}{ds}\frac{dx_\beta}{ds} = 0$$

материаллық ноқаттың қозғалыс теңлемесинен статикалық гравитациялық майданда тек g_{44} орыннан ғәрезсиз болғанда ғана материаллық ноқаттың тынышлықта туратуғынлығы келип шығады. Буннан басқа биз барлық шамалар ушын ўақыт координатасы x_4 тен ғәрезсизлик орын алады деп болжайтуғын болғанлықтан биз излеп атырған шешимлер ушын барлық x_ν лер ушын

$$g_{44} = 0 \qquad (7)$$

шәртиниң орынланыўын талап етемиз. Буннан кейин барлық статикалық мәселелерде әдетте қолланылатуғындай

$$g_{14} = g_{24} = g_{34} = 0 \qquad (8)$$

деп аламыз. Енди бизиң континуумның (g_{11}, g_{12}, ... , g_{33}) тек кеңисликлик-геометриялық қәсийетлерин характерлейтуғын гравитациялық майданның потенциалының қураўшыларын анықлаў қалады. Майдан пайда етиўши массалардың тең өлшеўли тарқалыўы ҳаққындағы бизиң қабыл еткен болжаўымыздан биз излеп атрған метрлик кеңисликтиң иймеклигиниң турақлы болатуғынлығы келип шығады. Солай етип массалар биз болжағандай болып тең өлшеўли тарқалған болса изленип атырған туйық континуум (турақлы x_4 теги x_1, x_2, x_3 лер) сфералық кеңислик болыўы керек.

Мысалы, усындай кеңисликке биз төмендегидей жоллар менен келемиз. Төрт өлшемли, сызықлы элементи $d\sigma$ болған Евклид кеңислигинен (ξ_1, ξ_2, ξ_3, ξ_4) келип шығамыз. Мейли бул жағдайда

$$d\sigma^2 = d\xi_1^2 + d\xi_2^2 + d\xi_3^2 + d\xi_4^2 \qquad (9)$$

болсын. Бул кеңисликтеги

$$R^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2 \tag{10}$$

гипербетин қараймыз (бул аңлатпада R арқалы турақлы шама белгиленген) Бул гипербеттиң ноқатлары үш өлшемли континуум – иймеклик радиусы R болған сфералық көлемди пайда етеди.

Биз басшылыққа алған төрт өлшемли Евклид кеңислиги тек бизиң гипербетти қолайлы етип анықлаў ушын хызмет етеди. Бизди материя тең өлшеўли тарқалған физикалық кеңисликтиң қәсийетлери менен сәйкес келиўши метрлик қәсийетлерге ийе усы беттиң ноқатлары қызықтырады. Усы үш өлшемли континуумды тәриплеў ушын ξ_1, ξ_2, ξ_3 координаталарынан (ξ_4 = 0 гипербетине түсирилген проекциялары) пайдаланыўға болады, себеби (10) ды пайдаланып ξ_4 ти ξ_1, ξ_2, ξ_3 лер арқалы аңлатыў мүмкин. (9) дан ξ_4 ти жоғалтып сфералық кеңисликтиң сызықлы элементи ушын мына аңлатпаларды аламыз:

$$\left.\begin{aligned} d\sigma^2 &= \gamma_{\mu\nu} d\xi_\mu d\xi_\nu, \\ \gamma_{\mu\nu} &= \delta_{\mu\nu} + \frac{\xi_\mu \xi_\nu}{R^2 - \rho^2}. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Бул аңлатпада егер $\mu = \nu$ болса $\delta_{\mu\nu} = 1$, егер $\mu \neq \nu$ болса $\delta_{\mu\nu} = 0$, ал $\rho^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2$. ξ_1 = 0, ξ_2 = 0, ξ_3 =0 ноқатынаң этирапын изертлеў ҳаққында гәп болғанда сайлап алынған координаталар жүдә қолайлы.

Солай етип енди бизге изленип атырған төрт өлшемли кеңислик-ўақытлық дүньяның сызықлы элементи де берилген. Әлбетте еки индекси де 4 ке тең емес $g_{\mu\nu}$ потенциаллары ушын биз жаза аламыз:

$$g_{\mu\nu} = -\left(\delta_{\mu\nu} + \frac{x_\mu x_\nu}{R^2 - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)}\right). \tag{12}$$

Бул теңлик (7) ҳәм (8) бенен бирликте биз қарап атырған төрт өлшемли кеңисликтеги масштаблардың, саатлардың, жақтылық нурларының қәсийетлерин толық анықлайды.

§ 4. Гравитациялық майданның теңлемелерине киргизиў зәрүр болған қосымша ағза ҳаққында

Мен усынған гравитациялық майданның теңлемелери мынадай түрге ийе:

$$\left.\begin{aligned} & G_{\mu\nu} = -\kappa\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T\right), \\ & \text{бул жерде} \\ & G_{\mu\nu} = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\begin{Bmatrix}\mu\nu \\ \alpha\end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix}\mu\alpha \\ \beta\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}\nu\beta \\ \alpha\end{Bmatrix} + \frac{\partial^2 lg\sqrt{-g}}{\partial x_\mu \partial x_\nu} - \begin{Bmatrix}\mu\nu \\ \alpha\end{Bmatrix}\frac{\partial lg\sqrt{-g}}{\partial x_\alpha}. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Егер $g_{\mu\nu}$ диң мәнислерин (7), (8) ҳәм (12) ден қойсақ, ал материя энергиясының (контравариант) тензорының орнына (6) ны қойсақ (13)-теңлемелер системасы ҳеш ўақытта да қанаатландырылмайды. Ендиги параграфта усындай есаплаўларды қалайынша қолайлы етип жүргизиў көрсетиледи. Солай етип мен еле пайдаланбаған тек (13)-майдан теңлемесин улыўмалық салыстырмалық принципи менен сәйкес келетуғынлылығына исеним болса, онда салыстырмалық теориясын дүньяның туйықлығы ҳаққындағы гипотеза менен әлбетте үйлеспейди деп жуўмақ шығарыў керек.

Бирақ (13)-теңлемелер системасы салыстырмалық постулаты менен жоқарыдағы Пуассон теңлемесин (2)-теңлеме түринде улыўмаластырыўға толық сәйкес келетуғын улыўмаластырыўды әмелге асырыўға мүмкиншилик береди. Ҳақыйқатында (13)-майдан теңлемесиниң шеп тәрепине бизге ҳәзирше белгисиз болған λ универсаллық константа менен фундаменталлық тензор $g_{\mu\nu}$ дың көбеймесин қоса аламыз. Усының менен бирге биз улыўмалық ковариантлықты бузбаймыз ҳәм (13)-теңлемелердиң орнына аламыз

$$G_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = -\kappa\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T\right). \qquad (13a)$$

Бул майдан теңлемеси λ ның жеткиликли дәрежедеги киши мәнисинде ең кеминде Қуяш системасында жүргизилген бақлаўларға сәйкес келеди. Бул теңлеме импульс пенен энергияның сақланыў нызамларын да қанаатландырады. Ҳақыйкатында да бул нызамлардың дурыслығына кепиллик беретуғын Гамильтон принципиндеги Риман скалярының орнына усы скалярдың универсал турақлыға көбеймесин қойсақ, онда (13)-теңлемениң орнына (13а) теңлемени алыўға болады. Төменде майдан теңлемеси (13а) ның майдан ҳәм материя ҳаққындағы бизиң болжаўларымызға сәйкес келетуғынлығы көрсетиледи.

§ 5. Есаплаўлар. Нәтийже

Бизиң континуумның барлық ноқатлары бир бири менен бирдей болғанлықтан есаплаўларды тек бир ноқат ушын, мысалы координаталары $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$ болған ноқат ушын жүргизсек болады.

Усындай жағдайда (13а) теңлемедеги $g_{\mu\nu}$ лердиң усы шамалар дифференциалланбаған ямаса бир рет дифференциалланған болған жағдайларында мына мәнислердиң берилиўи керек

$$\begin{matrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Солай етип дәслеп аламыз

$$G_{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x_1}\begin{Bmatrix}\mu\nu \\ 1\end{Bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x_2}\begin{Bmatrix}\mu\nu \\ 2\end{Bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x_3}\begin{Bmatrix}\mu\nu \\ 3\end{Bmatrix} + \frac{\partial^2 \lg\sqrt{-g}}{\partial x_\mu \partial x_\nu}.$$

(7), (8) ҳәм (13) лерди дыққатка алып егер

$$-\frac{2}{R^2} + \lambda = -\frac{\kappa\rho}{2}, \qquad -\lambda = -\frac{\kappa\rho}{2}$$

еки қатнасы орынланғанда (13а) теңлемелердиң барлығының канаатландырылатуғынлығын аңсат табамыз. Демек

$$\lambda = \frac{\kappa\rho}{2} = \frac{1}{R^2}. \tag{14}$$

Солай етип егер тең салмақлық ҳалында сақланатуғын тарқалыўдың орташа тығызлығы ρ, сфералық кеңисликтиң радиусы R ҳәм оның көлеми $2\pi^2R^3$ белгили болса биз киргизген универсал турақлы λ ниң мәниси анықланады екен. Бизиң көз-қарасымыз бойынша Әлемниң толық массасы M шекли ҳәм

$$M = \rho * 2\pi^2 R^3 = 4\pi^2 \frac{R}{\kappa} = \frac{\sqrt{32}\pi^2}{\sqrt{\kappa^3\rho}} \tag{15}$$

шамасына тең.

Бизиң талқылаўларымыз бойынша ҳақыйқый дүнья ҳаққындағы теориялық көз-қараслар төмендегидей: материяның тарқалыўына сәйкес кеңисликтиң иймеклигиниң характери орын менен ўақыттан ғәрезли. Бирақ бул кеңисликти тутасы менен жуўық түрде сфералық кеңислик түринде көз алдыға келтириў керек. Қандай болғанда да бул көз-қарас логикалық жақтан қарама-қарсылықларға ийе емес ҳәм улыўмалық салыстырмалық теориясы көз-қарaслары бойынша ең тәбиийи болып табылады. Биз бул жерде сол көз-қараслардың ҳәзирги астрономиялық билимлер көз-қарасында дурыс ямаса надурыс екенлиги ҳаққындағы мәселени қарамаймыз. Ҳақыйқатында да қарама-қарсылықсыз көз-қарасларға өтиў ушын гравитация майданының теңлемелерине тартысыў ҳаққындағы бизиң билимлеримизге сәйкес келмейтуғын улыўмаластырыўларды биз бәри бир киргизиўимиз керек. Бирақ соны атап өтиўимиз зәрүр, кеңисликтиң ишиндеги материяның салдарынан пайда болған оның оң мәнистеги иймеклиги жоқарыда көрсетилген қосымша ағза киргизилмесе де алынады. Бул қосымша ағза бизге жулдызлардың бақланатуғын киши тезликлерине сәйкес келиўши материяның квазистационарлық тарқалыўын тәмийинлеў ушын зәрүрли.

1917-жыл 15-февраль күни келип түсти.

Бул жумыста улыўмалық салыстырмалық теориясының раўажланыўында және бир қәдем қойылған. Бул қәдем жаңа илим – релятивистлик космологияның пайда болыўына алып келди. Бирақ бул жумысында Эйнштейн космологияның теңлемелериниң шешимлери биринщиден статикалық, екинщиден Әлемниң туйық моделине алып келиўи керек деп есаплады. Биринши шәрт космологиялық турақлының киргизилиўин талап етти.

Усы шәртлердиң екеўи де кейинирек А.А.Фридман тәрепинен алып тасланды. Оның жумыслары теорияның тәжирийбе менен сәйкеслениўине алып келди. (Хаббл эффекти – галактикалардың бир биринен қашыўы). Эйнштейн дурыс емес деп қарсылық көрсетиўден кейин Фридманның идеяларының дурыслығын мойынлады.