

S. E. FRISH hám A. V. TIMOREVA

ULIWMA FIZIKA KURSI

TOM I

**MEXANIKANIN FIZIKALIQ TIYKARLARI
MOLEKULALIQ FIZIKA
TERBELISLER HÁM TOLQINLAR**

On birinshi basılım, stereotiplik

**Rossiya Federaciyasının Joqarı hám orta arnawlı bilim ministrligi tárepinen mámleketlik
universitetler ushın oqıwlıq sıpatında usınılğan**

MAZMUNI

- § 1. Fizika: onın mazmunı, basqa ilimler hám texnika menen baylanısı.
- § 2. Fizikalıq nızamlar.
- § 3. Ólshem birlikleri.

BIRINSHI BÓLIM

MEXANIKANIN FIZIKALIQ TIYKARLARI

I bap. Kinematika

- § 4. Ulıwmalıq eskertiwler.
- § 5. Tuwrı sızıqlı ten ólshewli qozǵalı.
- § 6. Tuwrı sızıqlı ten ólshewli emes qozǵalı.
- § 7. Ten ólshewli ózgeretuǵın tuwrı sızıqlı qozǵalı. Tezleniw.
- § 8. Iqtıyarlı tuwrı sızıqlı qozǵalıstaǵı tezleniw.
- § 9. Tezlik penen tezleniw vektorlar sıpatında.
- § 10. Iymek sızıqlı qozǵalı.
- § 11. Iymek sızıqlı qozǵalıstaǵı tezleniw.
- § 12. Qattı denenin kinematikası. Múyeshik tezlik hám tezleniw.
- § 13. Múyeshlik tezlik vektor sıpatında.

II bap. Dinamika

- § 14. Nyutonnın birinshi nızamı.
- § 15. Nyutonnın ekinshi nızamı. Kúsh hám massa.
- § 16. Súykelis kúshleri.
- § 17. Qozǵalı muǵdarı. Kúshtin impulsi.
- § 18. Kúsh penen massanın birlikleri. Mısallar.
- § 19. Mexanikalıq salıstırmalıq principı.
- § 20. Nyutonnın úshinshi nızamı. Qozǵalı muǵdarının saqlanıwı.
- § 21. Iymek sızıqlı qozǵalısta tásir etetuǵın kúshler.
- § 22. Tezleniwshi sistemalar. Inerciyalıq kúshler.
- § 23. Salmaq kúshinin orının kenliginen gárezliligi.

§ 24. Koriolis kúshleri.

III bap. Jumıs hám energiya

§ 25. Jumıs hám energiya.

§ 26. Mexanikalıq sistemanın kinetikalıq energiyası.

§ 27. Mexanikalıq sistemanın potenciallıq energiyası.

§ 28. Mexanikalıq sistemanın energiyasının saqlanıw hám ózgeriw nızamı.

§ 29. Energiyanı grafiktin járdeminde kórsetiw.

§ 30. Ólshemler formulaları.

§ 31. Klassikalıq mexanikanın qollanıw shekleri.

IV bap. Tartılıs kúshleri

§ 32. Tartılıs kúshleri.

§ 33. Inerciyalıq hám tartıwshı massalar. Salmaq kúshinin jumısı.

V bap. Qattı denenin qozǵalı

§ 34. Qattı denenin qozǵalı.

§ 35. Qattı denenin aylanıwı. Kúsh momenti hám inerciya momenti.

§ 36. Bazı bir kúshlerdin inerciya momentleri.

§ 37. Qozǵalı muǵdarının momenti.

§ 38. Giroskoplar.

§ 39. Aylanıwshı qattı denenin kinetikalıq energiyası.

VI bap. Suyıqlıqtın qozǵalı

§ 40. Ideal suyıqlıqtın qozǵalı. Ağıstın sıızıqları hám trubkaları.

§ 41. Ağıwshı suyıqlıq ushın qozǵalı muǵdarının saqlanıw nızamın qollanıw.

§ 42. Jabısqaq suyıqlıqtın qozǵalı.

EKINSHI BÓLIM

MOLEKULALIQ FIZIKA

VII bap. Gazler

§ 43. Zattın qurılısının atomlıq-molekulalıq teoriyası.

§ 44. Boyl-Mariott hám Gey-Lyussak nızamları. Temperaturanın anıqlaması.

§ 45. Ideal gazlerdin hal tenlemesi. Gazlerdin tıǵızlıǵı.

§ 46. Gazlerdin kinetikalıq teoriyasının tiykarǵı kórinisleri.

§ 47. Gazlerdin aralaspalarındaǵı parciallıq basımlar.

§ 48. Gazdin ishki energiyası. Erkinlik dárejelerinin sanı.

§ 49. Gazlerdin jıllılıq sıyımlıǵı.

§ 50. Maksveldin tezliklerdin tarqalıwı nızamı.

§ 51. Bólekshelerdin biyiklik boyınsha tarqalıwı.

§ 52. Avogadro sanın anıqlaw.

§ 53. Molekulalardın erkin júriw jolının uzınlıǵı.

§ 54. Molekulalıq dásteler menen ótkerilgen tájiriybeler.

§ 55. Gazlerdegi transpotr qubılısları. Diffuziya.

§ 56. Ishki súykelis hám gazlerdin jıllılıq ótkizgishligi.

§ 57. Gazlerdegi tómengi temperaturalardaǵı jıllılıq ótkizgishlik hám ishki súykelis.

§ 58. Tómengi basımlardı alıw hám ólshew.

§ 59. Gazlerdin júdá tómengi basımlardaǵı qásiyetleri.

§ 60. Haqıyqıy gazler. Van-der-Vaals tenlemesi.

§ 61. Van-der-Vaalstin dúzetiwlerrinin xarakterin dálirek esapqa alıw.

§ 62. Van-der-Vaals izotrmaları. Zattın kritikalıq halı.

§ 63. Kritikalıq shamalardı anıqlaw. Keltirilgen shamalardaǵı tenleme.

§ 64. Haqıyqıy gazdin ishki energiyası. Djoul-Tomson effekti.

§ 65. Gazlerdi suyıltıw.

VIII bap. Termodinamikanın tiykarları

§ 66. Processlerdi molekualıq-kinetikalıq hám energiyalıq táriyiplew.

§ 67. Alıp berilgen jıllılıq penen jumıstın ekvivalentligi.

§ 68. Termodinamikanın birinshi baslaması.

§ 69. Aylanbalı processler (cikllar).

§ 70. Adiabatalıq processler. Adiabatanın tenlemesi.

§ 71. Gazdin kólemi adiabatalıq hám izotremalıq ózgergendegi islengen jumıs.

§ 72. Termodinamikanın ekinshi baslaması.

§ 73. Karno cikli. Jıllılıq mashinasının paydalı tásir koefficienti.

§ 74. Texnikalıq cikllar.

§ 75. Qaytımlı hám qaytımlı emes processler.

§ 76. Termodinamikanın ekinshi baslamasının statistikalıq mánisi.

§ 77. Klauzius tensizligi. Entropiya.

IX bap. Suyıqlıqlardıǵı Molekulalıq qubılıslar

§ 78. Suyıqlıqtın qurılısı. Molekulalıq basım.

§ 79. Bet kerimi.

§ 80. Suyıqlıqtın iymeygen beti astındaǵı basım.

§ 81. Suyıqlıqtın qálegen formaǵa iye betinin astındaǵı basım.

§ 82. Suyıqlıq penen qattı denenin shegarasındaǵı qubılıslar. Kapıllırlıq.

§ 83. Tamshının suyıqlıqtın betindegi aǵıwı. Monomolekulalıq plenklar.

§ 84. Suyıqlıqlardıń puwlanıwı.

§ 85. Eritpeler. Osmoslıq basım.

§ 86. Mayısqaq bettin astındaǵı hám eritpenin ústindegi toyınǵan puwlardıń basımı.

X bap. Qattı deneler

§ 87. Kristallıq hám amorf deneler.

§ 88. Kristallıq pánjerenin energiyası.

§ 89. Qattı denelerdin deformaciyası.

§ 90. Serpimlik hám bekkemlik shekleri. Elastik deformaciyalar.

§ 91. Qattı denelerdin kristallıq strukturası kóz-qarası boyınsha deformaciya.

§ 92. Qattı denelerdegi jıllılıq qozǵalısları. Qattı denelerdin keneyiwı.

§ 93. Qattı denelerdin jıllılıq sıyımlıǵı.

§ 94. Qattı denelerdin balqıwı hám puwlanıwı.

§ 95. Suyıqlıqlardıń kvazikristallıq qurılısı.

§ 96. Qattı denelerdegi gazlerdin absorbcıya hám adsorbcıyası.

ÚSHINSHI BÓLIM

TERBELISLER HÁM TOLQINLAR

XI bap. Garmonikalıq terbelmeli qozǵalıslar

§ 97. Garmonikalıq terbelis.

§ 98. Garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstaǵı tezlik penen tezleniw. Mısallar.

§ 99. Garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstın energiyası.

§ 100. Bir tuwrının boyınsha júretuǵın terbelislerdi qosıw.

§ 101. Bir birine perpendikulyar bolǵan terbelislerdi qosıw.

§ 102. Sóniwshi terbelisler.

§ 103. Májbúriy terbelisler.

§ 104. Garmonikalıq emes terbelmeli processlerdi garmonikalıq terbelislerdin járdeminde kórsetiw.

§ 105. Terbelmeli processlerdi kompleksli sanlardın járdeminde kórsetiw.

XII bap. Tolqınlar

§ 106. Serpimli ortalıqtağı tolqınlardıń tarqalıwı.

§ 107. Gyuygens principı.

§ 108. Tolqın tenlemesi.

§ 109. Tolqınlardıń interferenciyası.

§ 110. Turgın tolqınlar.

§ 111. Serpimli ortalıqtağı terbelislerdin tarqalıwının dinamikası.

§ 112. Tolqınnıń energiyası.

§ 113. Dopler qubılısı.

§ 114. Gruppalıq tezlik.

XIII bap. Akustikalıq terbelisler

§ 115. Ses tolqınları hám olardıń tarqalıwı.

§ 116. Ses tolqınlarınń interferenciyası.

§ 117. Seslerdi kabil etiw.

§ 118. Seslerdin derekleri. Ultraseslerdi alıw.

§ 119. Ses tolqınlarınń shağılsıwı hám jutılıwı.

Alfavitlik kórsetkish.

KIRISIW

§ 1. Fizika: onıń mazmunı, basqa ilimler hám texnika menen baylanısı. Fizika basqa tábiyiy ilimler menen bir qatarda bizdi qorshap turǵan materiallıq dúnyanın obektiv qásiyetlerin úyrenedi. Áyyemgi grek tilinde φυσική yamasa φύσις tábiyat mánisine iye.

Fizika materiyanın qozǵalıwının en ulıwma formaların (mexanikalıq, jıllılıq, elektromagnitlik h.t.b.) hám olardıń bir birine aylanıwın izertleydi. Fizika úyrenetuǵın qozǵalıstın formaları qozǵalıstın barlıq joqarǵı hám en quramalı bolǵan qozǵalıstın formalarında (ximiyalıq, biologiyalıq proceslerde h.b.) qatnasadı, olardan ayırmaydı hám olardı hesh kanday jollar menen joq etiwge bolmaydı. Mısalı, fizika tárepinen ashılǵan pútkil dúnyalıq tartılıs nızamına ximiyalıq jaqtan ápiwayı yamasa quramalı, tiri hám jansız bolıwına qaramastan belgili bolǵan barlıq jer hám aspan deneleri baǵınadı. Fizika tárepinen ashılǵan energiyanıń saqlanıw nızamına arnawlı ximiyalıq, biologiyalıq h.t.b. xarakterge iye bolıwınan ǵárezsiz barlıq processler baǵınadı. Kozǵalıstın joqarı, quramalıraq bolǵan formaları basqa ilimlerden úyreniw predmeti bolıp tabıladı (ximianın, biologianın h.b.).

Fizika menen basqa bazı bir tábiyiy ilimler arasındaǵı shegaralardı keskin túrde belgilewge bolmaydı. Fizika menen ximianın arasında ken shegaralıq oblastlar bar: fizikalıq ximiya hám ximiyalıq fizika. Úlken yamasa kishi jeke máselelerdi sheshiw ushın fizikalıq usıllar paydalanılatuǵın bilimnin oblastları da ayırıqsha bolǵan ilimlerde birigedi: mısalı, usınday jollar menen aspan obektlerindeki fizikalıq qubılıslardı úyrenetuǵın astrofizika, Jerdin qabıǵında hám atmosferasında júzege keletuǵın fizikalıq qubılıslardı úyrenetuǵın geofizika qalıplesti. Fizikalıq ashılıwlar basqa ilimlerden rawajlanıwına túrtki jasadı. Mikroskop penen teleskoptın oylap tabılıwı biologiya menen astronomianın rawajlanıwın tezletti. Fizikler tárepinen ashılǵan spektrallıq analiz astrofizikanın tiykarǵı usıllarının birine aylandı h.t.b.

...

Adamlardıń basqa da ilimlerden rawajlanıwına bolǵan túrtkisi sıyaqlı, fizikanın rawajlanıwına da adamlardıń talapları túrtki boldı. Áyyemgi mısırlılar menen greklerden mexanikası sol waqıtlardaǵı qurılıs hám áskeriy texnikası tárepinen qoyılǵan máseleler menen tikkeley baylanıslı payda boldı. Tap sol sıyaqlı, rawajlanıp atırǵan texnika menen áskeriy islerden tásirinde XVII hám XVIII ásirlerdegi iri ilimiy ashılıwlar júz berdi.

Rus fizikası menen ximiyasınıń tiykarın salıwshı M.V.Lomonosov ózinin ilimiy jumısları

kúndelikli turmıstın tabapları menen tikkeley baylanıslı alıp bardı. Onın qattı hám suyıq denelerdin tábiyatın, optika, meteorologiya, atmosferalıq elektr boyınsha kóp sanlı hám hár qıylı bolğan izertlewleri anaw yamasa mınaw ámeliy máseleler menen baylanıslı boldı.

XIX ásiridin basında puw mashinalarının qollanıwı jıllıqtın mexanikalıq jumısqa en utımlı túrde aylandırıw haqındağı mäseleni sheshiwdi zárúrli máselege aylandırdı. Bul mäselenin tar texnikalıq kóz-qaras tiykarında sheshiliwi múmkin emes edi. 1824-jılı francuz injeneri Sadi Karno jıllıqtın jumısqa aylanıwın ulıwma túrde qarağannan keyin jıllıq mashinalarının paydalı tásir koefficientin haqıyqatında da joqarılalıw múmkin boldı. Usının menen birge Karnonın jumısı energiyanın alıp beriliwi menen aylanısı haqındağı ulıwmalıq tálimattın payda bolıwının fundamenti bolıp tabıladı. Bul tálimat keyinirek termodinamika atamasına iye boldı. Solay etip kúndelikli turmısta payda bolğan talaplar jana fizikalıq ashılıwlarğa alıp keledi, al bul ashılıwlar texnikanın bunnan bılay rawajlanıwın támiyinleydi. Birinshi kóz-qaras penen qarağanda pútkilley teoriyalıq hám dereksiz bolğan fizikalıq ashılıwların waqıttın ótiwi menen júdá hár qıylı hám áhmiyetli texnikalıq qollanıwları tabatuğın siyrek emes.

1831-jılı Faradey tárepinen ashılğan elektromagnitlik indukciya nızamı elektrlik qubılıslardı ámelde ken túrde qollanıwdın múmkinshiligin júzege keltirdi.

1869-jılı D.I.Mendeleev tárepinen ashılğan dáwirli nızam tek atomlar menen ximiyalıq qubılıslar haqındağı tálimattın rawajlanıwına áhmiyetli orındı iyelep ğana qoymay, ximiya menen fizikanın ámeliy maselelerinin oğada kóp sanlı máselelerin sheshiwde bassılıqqa alınatuğın tálimatqa aylandı.

XIX ásiridin jetpisinshi jılları Maksvell elektromagnit processlerdin ulıwmalıq teoriyasın dóretti. Usı teoriyadan kelip shıǵıp, ol elektromagnit energiyanın tolqınlar túrinde tarqalıwı múmkin degen juwmaqqı keldi. 1888-jılı G.Gerc Maksvelldin bul juwmağının durıs ekenligin eksperimentte dálilledi. Bir neshe jıldan keyin Maksvell-Gerctin jumıslarının nátiyjeleri A.S.Popov tárepinen radiotelegrafiyanı ámelge asırıw ushın paydalanıldı. Óz gezeginde, radiotexnikanın rawajlanıwı fiziklerdin aldına tábiyattın qásiyetlerin úyreniwde pútkilley jana bolğan eksperimentallıq múmkinshiliklerdi ashıp berdi.

A.G.Stoletovtın "aktinli-elektrlik" qubılıslardı izertlewleri (1888—1889 jılları) házirgi waqıtlardağı texnikada ken túrde paydalanılatuğın fotoelektrlik effektin tábiyatın anıqlawda áhmiyetli orındı iyeledi (televidenie, avtomatika h.t.b.).

Texnika menen fizikanın rawajlanıw barısındağı bir birine óz-ara tásirine misallar júdá kóp sanlı hám olardıń barlıǵın keltirip otırıwdın keregi joq. Tek mınaday jaǵdaydı atap ótiwimiz kerek: házirgi waqıtlardağı texnikanı tamırınan ózgeretuğın oğada áhmiyetli bolğan mashqalalarğa misal retinde Quyash energiyanın ámelde paydalanıw yamasa termoyadroliq reakciyalardıń esabınan energiyanı alıw máselelerin sheshiw ushın fizikalıq qubılıslardı bunnan bılay da teren úyreniwdi talap etedi.

§ 2. Fizikalıq nızamlar. Fizikalıq nızamlar tájiriybelerde alınğan maǵlıwmatlardı ulıwmalastırıw jolı menen ashıladı hám olardıń durıslıǵı sol nızamlar tiykarında islengen juwmaqlardıń tájiriybelerdin nátiyjeleri menen sáykes keliwi boyınsha tekserip kóruledi. Fizikalıq nızamlar fizikalıq qubılıslar arasındağı obektiv túrdegi ishki baylanıstı hám fizikalıq shamalar arasındağı orın alatuğın ğárezlikti anlatadı.

Kópshilik jaǵdaylarda fizikalıq nızamlardıń mazmunı matematikalıq formada A hám B fizikalıq shamalarınan a hám b sanlı mánisleri arasındağı ğárezlik sıpatında anlatıladı. Bunnan fizikalıq nızamlıqlardı tabıw ushın fizikalıq shamalar *ólshewdin* principiallıq jaqtan áhmiyeti ayqın boladı.

Qanday da bir fizikalıq shamalı *ólshew* – demek, onı belgili bir túrde bir birlik sıpatında qabıl etilgen bir tekli shama menen salıstırıw bolıp tabıladı. Mısalı, bazı bir denenin uzınlıǵın *ólshewdi* biz uzınlıǵı uzınlıqtın bir birligine ten etip saylap alınğan basqa deneni izbe-iz qoyıw arqalı ámelge asıramız.

Álbette, *ólshewdin* nátiyjesi hesh waqıtta absolyut dál bolmaydı; onıń dáliliginin dárejesi

ólshew texnikasının rawajlanıwınan hám ólshewdin qanday dárejede mukıyatlı túrde orınlanganlıǵınan ǵárezli. Sonlıqtan qálegen ólshewdin nátiyjesi mınaday túrde beriliwi múmkin: berilgen a fizikalıq shamasının sanlı mánisi juwıq bolǵan a_1 hám a_2 shamaların arasında jaylasqan; $\Delta a = a_1 - a_2$ ayırması a shamasına salıstırǵanda qanshama kishi bolsa, A fizikalıq shaması sonshama dál ólshengen boladı. Tek usı bir mısaldan tájiriýbelerdin tiykarında ashılǵan fizikalıq nızamlıqlardıń absolyut dál bolmaytuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

Solay etip, matematikalıq formada fizikalıq shamalar arasındaǵı sanlıq baylanıslardı anǵartatuǵın fizikalıq nızamlardıń absolyut dál bolmaydı; barlıq waqıtta da olardıń dálıǵı berilgen waqıttaǵı ilim menen texnikanın rawajlanıw qáddine sáykes keledi.

Mısal retinde, gazdin berilgen massasınıń kóleminin turaqlı temperaturada basımnan ǵárezligin qaraymız.

Biz bazı bir turaqlı temperaturada $p = \frac{1}{2}$ at basımda turǵan 8 l gaz bar dep boljayıq. Oǵan $p = 1$ at, $\frac{4}{3}$ at, 2 at h.t.b. basım túsiriw jolı menen basımdı ózgertermiz hám usı basımlarǵa sáykes keletuǵın gazdin kólemleri V nı ólsheymiz (birdey temperaturadaǵı).

Bunday jaǵdayda nátiýjeleri tómendegi kestede keltirilgen eksperimentallıq nátiýjelerdi alamız:

Atmosferalardaǵı gazdin basımı p	1/2	1	4/3	2	4	8
Litrlerdegi gazdin sáykes kólemi	8	4	3	2	1	½

Bul kesteden gazdin berilgen massası ushın gazdin basımı p menen V kóleminin kóbeymesinin turaqlı shama bolatuǵınlıǵın kóremiz:

$$pV = const.$$

Bul nátiýje belgili bolǵan *Boyl-Mariott nızamın* kórsetedi. biraq bul nızam tek ǵana dálıktin sheklengen dárejesindegi ólshewlerdin hám basımın sheklengen intervalında tabılǵan bolıp shıqtı. Sonlıqtan, eger biz ólshewlerdi dálirek yamasa sol ólshewlerdi joqarıraq yamasa tómenerik bolǵan basımlarda ólshesek, onda Boyl-Mariott nızamının durıs bolmay shıǵıwın kútiwge boladı. Haqıyqatında da, dálirek bolǵan ólshewler Boyl-Mariott nızamınan sheginiwlerdin orın alatuǵınlıǵın kórsetedi; bul sheginiwler tájiriýbe ótkerilgen basımın intervalında kishi, al júdá úlken basımlarda júdá úlken sheginiwler orın aladı. Turaqlı temperaturada gazdin basımı menen temperaturası arasındaǵı baylanıstın *Van-der-Vaals formulası* dep atalatuǵın formulanın járdeminde jaqsıraq anǵartılatuǵınlıǵın kórsetiwge boladı:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = const.$$

bul formulada $\frac{a}{V^2}$ hám b arqalı bazı bir dúzetiwler belgilengen. Eger gazdin kólemi V shaması $\frac{a}{V^2}$ hám b dúzetiwlerinin shamalarına salıstırǵanda úlken bolsa, onda biz jáne $pV = const$ Boyl-Mariott nızamına iye bolamız. Solay etip, Van-der-Vaals formulası gazdin haqıyqıy qásiyetin Boyl-Mariott formulasına salıstırǵanda tek ǵana jaqsıraq sáwlelendirip ǵana qoymay, Boyl-Mariott formulasının qanday sheklerde jetkilikli járejede jaqsı jaqınlasıw bolıp tabılatuǵınlıǵın, al qanday jaǵdaylardı onı paydalanıwǵa bolmaytuǵınlıǵın da kórsetedi.

Tap usınday tallawlardı fizikanın basqa nızamları ushın da, sonın ishinde mexanikalıq nızamlar ushın da islewge boladı (4-paragrafqa qaranız).

Fizikalıq nızamlardıń juwıq xarakteri olardıń obektivlik áhmiyetin tómendetpeydi: fizikalıq nızamlar absolyut dál emes, biraq materiyanın qásiyetlerin juwıq túrde hám salıstırmalı durıs anlatatuǵın bolsa da olardıń dálıǵının dárejesi bizdi qorshaǵan tábiýattı biliw processinin barısında joqarılaydı. Ilim ózinin rawajlanıwınan berilgen tariyxıy dáwirinde haqıyqatlıqtın juwıq túrdegi "súwretin" beredi, biraq waqıttın ótiwi menen bul súwretler jaqsılanadı hám dúnyanın obektivlik qásiyetlerin tolıǵıraq sáwlelendiredi ...

Fizikalıq nızamlardıń juwıq túrdegi xarakterge iye ekenligin umıtıw, olarǵa absolyut dállikti beriw hám olardı usı nızamlardıń qollanıwının múmkin ekenligi tekserip kórilmegen oblastlarǵa qollanıw jıyı túrde turpayı qáteliklerge alıp keledi. Mısalı, ójire temperaturalarına jaqın bolǵan temperaturalarda turaqlı basımdaǵı qálegen gazdın temperaturası 1°C ǵa ózgergende gazdın kóleminin 0°C temperaturadaǵı kóleminin 1/273 bólimine ózgeretuǵınlıǵın (*Gey-Lyussak nızamı*) esapka alıp, biz júdá tómengi temperaturalarǵa nızamsız ekstrapolyaciyalawdın nátiyjesinde gazdın temperaturasını -273°C ǵa shekem tómengende gazdın zatın pútkilley joǵalıwı kerek dep juwmaq shıǵarıwımız kerek. Al, haqıyqatında, bunday tómeng temperaturaǵa jetemen degenshe gaz Gey-Lyussak nızamına baǵınǵandı qoyadı (44-paragrafqa qaranız).

§ 3. Ólshem birlikleri. Ólshem birliklerin saylap alıwdı ıqtıyarlı túrde orınlaw múmkin. Tariyxıy jaqtan olardı saylap alıw ámeliy xarakterge iye bolǵan pikirler menen baylanıslı: mısalı, eski rus birliǵı bolǵan "shıǵanaq" yamasa ingliz "fut" adamnıń denesinin ólshemleri menen baylanıslı.

XVIII ásirde francuz alımları waqıttın ótiwi menen ózgermeytuǵın yamasa joǵalmaytuǵın birliklerdi paydalanıw jolı menen "absolyut" sistemanı payda etiwge tırıstı. Mısalı, uzınlıqtın birliǵı sıpatında meridiannın uzınlıǵının $\frac{1}{40\,000\,000}$ bólimin alıw kerek dep sheshti. Biraq, usınday sıǵıshtı soǵıw qáteliklersiz ámelge aspaydı. Tap usınday qıyınshılıqlarǵa basqa da "absolyut" birlikler duwshar boldı. Sonlıqtan, XIX ásirde aqırınan baslap birliklerdi úlgi (etalon) denelerdin járdeminde anıqlay basladı. Mısalı, uzınlıqtın birliǵı *metr* Xalıq aralıq ólshemler hám salmaqlar byurosında saqlanatuǵın iridiyli platinadan soǵılǵan sıǵıshtaǵı eki sıızıqtın arasındaǵı qashıqlıq sıpatında anıqlandı. Biraq, házirgi waqıtları belgili bir dárejede "aralas" sistema paydalanıladı. Bunday sistemada birliklerdin bir bólimi etalon deneler boyınsha, al ekinshileri qaytadan tiklenetuǵın fizikalıq qubılıslardıń járdeminde anıqlanadı. Solay etip, 1960-jılı ótkerilgen Xalıq aralıq konferenciya qabıl etilgen **birliklerdin xalıq aralıq sistemasında** (qısqaşa SI) uzınlıqtın birliǵı (*metr*) sıpatında kripton 86 (^{86}Kr) nıń qızǵalt-sarı sıızıǵının jaqtılıq tolqınınıń boslıqtaǵı 1 650 763,73 dana tolqın uzınlıǵı jaylasatuǵın uzınlıq qabıl etildi (III tomǵa qaranız):

$$1\text{ m} = 1\,650\,763,73\lambda\ (^{86}\text{Kr}).$$

Usınday jollar menen anıqlanǵan metr etalon sıǵıshtaǵı eki sıızıq arasındaǵı eski metrge júdá jaqın. Biraq eski metrge salıstırǵanda ol artıqmashlıqqa iye: onıń joǵalıwı yamasa buzılıwı múmkin emes, waqıttın ótiwi menen etalonlıq sıǵıshtın uzınlıǵı materialınıń "qartayıwı" menen ózgeriske ushırawı múmkin, biraq jana metrde shaması ózgermeydi. Qanday da bir uzınlıqtı 86 kriptonnıń qızǵalt-sarı sıızıǵının tolqın uzınlıǵı menen barlıq waqıtta qayta-qayta salıstırıwǵa boladı.

Metrlerdin júdá kóp sanı menen anlatılatuǵın uzınlıqlardı yamasa metrden dım kishi bolǵan uzınlıqlardı ólshewde uzınlıqtın birliǵı bolǵan metrden payda etilgen basqa da birlikler – onlıq sistemadaǵı metrler qollanıladı:

$$1\text{ km} = 1\,000\text{ m};\ 1\text{ sm} = \frac{1}{100}\text{ m};\ 1\text{ mm} = \frac{1}{1000}\text{ m};$$

$$1\text{ mikron (qısqaşa mk)} = \frac{1}{1000}\text{ mm ge ten h.t.b.}$$

Xalıq aralıq birlikler sistemasında massanın birliǵı sıpatında Xalıq aralıq ólshemler hám salmaqlar byurosında saqlanıw turǵan *kilogramm* (qısqaşa *kg*) dep atalatuǵın iridiyli platinadan soǵılǵan denenin massası paydalanıladı. Kilogrammın massası 1000 *sm*³ taza suwdın 4°C temperaturadaǵı massasına jaqın. Kilogrammnan úlken hám kishi bolǵan birlikler de onlıq sistema boyınsha ornatıladı:

$$1\text{ tonna} = 1\,000\text{ kg};\ 1\text{ g} = \frac{1}{1000}\text{ kg h.t.b.}$$

Waqıttın birliǵı sıpatında 1900-jıl 1-yanvar kúńgi tropikalıq jıldın uzınlıǵının $\frac{1}{31\,556\,925,9747}$ úlesine ten waqıt qabıl etilgen. Tropikalıq jıl dep Quyashtın bir birinen sonǵı eki báhárgi kún tenlesiw noqatı arqalı ótiwinin arasındaǵı waqıtqa aytadı (Quyashtın ekliptika boyınsha kózge kórinetuǵın qozǵalıсындаǵı). Solay etip, waqıttın birliǵı Jerdin Quyashtın dógeregindegi aylanıw waqıtı menen baylanıslı. Bul birlik *sekund* atamasına iye.

Basqa qálegen fizikalıq shama ushın ózinin menshikli, ulıwma aytqanda ıqtıyarlı túrde saylap alınǵan ólshew birlikleri qabıl etilgen. Mısalı, maydannın birligi sıpatında saylap alınǵan uzınlıqtın birligine hesh qanday qatnasıqsız, qálegen berilgen denenin maydanın qabıl etiwge bolar edi. Biraq, birlikti usınday etip saylap alıw júdá qolaysız. Sonlıqtan, mısalı, maydannın birligi sıpatında qaptalının uzınlıǵı bir birlikke ten kvadrattın maydanın saylap aladı. Basqa fizikalıq shamalar menen de tap usınday qatnas jasaladı. Olar ushın belgilengen shamalar arasında nızamlıq baylanıslar tiykarında ólshew birlikleri belgilenedi.

Bul jaǵdaydı mısal menen túsindiremiz. Meyli, tıǵızlıq dep atalatuǵın fizikalıq shamanın ólshew ushın birlikti saylap alıw talap etiletuǵın bolsın. Tıǵızlıq d haqqında gáp etkende berilgen bir tekli dene ushın tán bolǵan hám usı denenin massası m ge tuwrı proporcional hám onın kólemi V ǵa kerı proporcional bolǵan fizikalıq shamanı túsinemiz. Sonlıqtan tıǵızlıq d nın san mánisi

$$d = k \frac{m}{V} \quad (1)$$

formulasının járdeminde esaplanadı. Bul anlatpada k arqalı mánisi d, m hám V shamaları ólshengen birliklerden ǵárezli bolǵan sanlı koefficient belgilengen.

m hám V nın aldın ala belgilengen ólshew birliklerine iye bolıw menen, biz k nın bazı bir anıq bolǵan mánisinde (1)-tenlik orınlanǵan jaǵday ushın tıǵızlıqtın birigin saylap ala alamız. Ádette, qaraw ushın janadan kirgizilip atırılǵan fizikalıq shamanın birigin tabıw ushın $k = 1$ dep boljaw kerek. Bunday jaǵdayda (1)-formula

$$d = \frac{m}{V} \quad (2)$$

túrine iye boladı hám bul formulanın sanlıq jaqtan aqlanıwı ushın tıǵızlıqtın birligi retinde massanın birligi birlik kólemdi iyeleytuǵın denenin (bunday denenin tábiyatta bar yamasa joq ekenliginen ǵárezsiz) tıǵızlıǵın saylap alıw kerek.

Tap usınday jollar menen basqa da fizikalıq shamalardıń ólshem birlikleri qabıl etiledi.

Birliklerdin Xalıq aralıq sistemasında tiykarǵı birlikler sıpatında tómendegidey altı birlik qabıl etilgen:

- uzınlıqtın birligi — 1 metr (1 *m*),
- massanın birligi — 1 kilogramm (1 *kg*),
- waqıttın birligi — 1 sekund (1 *sek*),
- temperaturanın birligi — Kelvinnin 1 gradusı Kelvina (1°K) (44-paragrafqa qaranız),
- toq kúshinin birligi — 1 amper (1 *a*) (II tomǵa qaranız),
- jaqtılıq kúshinin birligi — 1 sham (1 *sham*) (III tomǵa qaranız).

Basqa shamalardıń ólshem birlikleri usı shamalardı tiykarǵı shamalar menen baylanıstartuǵın fizikalıq nızamlıqlardıń tiykarında keltirip shıǵarıladı. Mexanikada tiykarǵı birlikler sıpatında úsh shamanın birliklerinen paydalanıw jetkilikli — uzınlıqtın, massanın hám waqıttın. Joqarıda ayılǵanday, Xalıq aralıq sistemada bul birlikler sıpatında metr, kilogramm, sekund qabıl etiledi. Qısqa túrde bul sistemanı SI-sisteması dep ataydı.

Biraq, tiykarǵı birliklerdi basqasha saylap alıw jolı menen basqa sistemalardı da qurıwǵa boladı. Mısalı, fizikada CGS-sistema dep atalatuǵın ken paydalanılardı. Bul sistemada tiykarǵı birlikler sıpatında tómendegiler qabıl etilgen:

- uzınlıqtın birligi — 1 santimetr (1 *sm*),
- massanın birligi — 1 gramm (1 *g*),
- waqıttın birligi — 1 sekund (1 *sek*).

Kórinip turǵanıday, CGS sisteması xalıq aralıq sistemaǵa (SI) eseli bolıp tabılardı.

Usının menen birge, *texnikalıq sistema* dep atalatuǵın sistema qollanıladı. Bunday sistemada tiykarǵı birlikler sıpatında uzınlıqtın (1 m), waqıttın (1 sek) hám kúshtin birlikleri qabıl etilgen. Kúshtin birligi sıpatında Jer sharının massası 1 kg bolǵan deneni tenizdin qáddinde 45° kenlikte tartatuǵın kúsh qabıl etilgen. Kúshtin bul birligi kilogramm-kúsh dep ataladı (qısqasha 1 kG).

túrinde belgilenedi, 17-paragrafta tolıgıraq qaranız). Solay etip birliklerdin texnikalıq sistemasında tiykarǵı birlikler mınalardan ibarat:

- uzınlıqtın birliǵı — 1 metr (1 *m*),
- kúshın birliǵı — 1 kilogramm-kúsh (1 *kG*),
- waqıttın birliǵı — 1 sekund (1 *sek*).

BIRINSHI BÓLIM

MEXANIKANIN FIZIKALIQ TIYKARLARI

I BAP

KINEMATIKA

§ 4. Uliwma eskertiwler. Mexanika denelerdin yamasa olardın bir bóliminin ekinshi bólimine salıstırǵandaǵı orın almasıwınan turatuǵın materiyanın qozǵalısnın en ápiwayı forması haqqındaǵı tálimat bolıp tabıladı.

Mexanika, ilimnin barlıq qalǵan bólimleri sıyaqlı, ózinin qaǵıydaların tájiriybelerde alınǵan maǵlıwmatlardın tiykarında belgileydi. Orın almasıwlar ústinde islenetuǵın tájiriybeler en ápiwayı tájiriybelerdin qatarına kiredi. Adam orın almasıwları ózinin kúndelikli turmısında, qálegen óndirislik processlerde baqlaydı. Bunnan mexanikalıq kórinislerdin *kórgizbeli* ekenligi kelip shıǵadı. Mexanikanın tábiyiy ilimlerdin arasında en birinshi bolıp rawajlanıwı usı jaǵday menen túsindiriledi. Mexanikanın tiykarǵı nızamları belgili bir dárejede Galiley (1564—1642), al en aqırǵı túrde Nyuton (1642—1727) tárepinen keltirip shıǵarıldı. Kóp jıllar dawamında Peterburg Ilimler akademiyasında islegen Leonard Eyler (1707—1783) birinshi bolıp mexanikanın nızamlarına analitikalıq túr berdi hám onın rawajlanıwında júdá úlken orındı iyeledi. Biraq, "*klassikalıq*" dep atalatuǵın Galiley-Nyutonnın mexanikası qozǵalıslardın sheklengen tipin, atap aytqanda ólshemleri adamnıń ólshemleri menen salıstırarlıqtay (ılaqtırılǵan tas) yamasa oǵan salıstırǵanda dım úlken bolǵan denelerdin (planetalardın qozǵalısları) júdá úlken bolmaǵan tezlikler menen qozǵalısların baqlawdın nátiyjesinde payda boldı. Bunnan klassikalıq mexanikanın juwıq xarakterge iye ekenligi kelip shıǵadı. Ilimnin bunnan keyingi rawajlanıwı klassikalıq mexanikanın tezligi jaqtılıqtın tezliginen kishi bolǵan kóp sanlı atomlardan turatuǵın deneler (*makroskopiyalıq deneler*) ushın haqıyqatlıqqa júdá ájayıp jaqınlasıw ekenligin kórsetti. Keyinirek danishpanlardın biri bılay jazdı: "... mexanika ástelik penen júretuǵın haqıyqıy qozǵalıslardın súwreti bolıp tabıladı, al fizika bolsa gigant tezliklerdegi haqıyqıy qozǵalıslardın súwreti".

Jaqtılıqtın tezligi menen salıstırarlıqtay tezlikler menen qozǵalatuǵın makroskopiyalıq denelerdin qozǵalısları Eynshteyn tárepinen ashılǵan salıstırma teoriyası menen beriledi.

Ayırım atomlar menen elementar bólekshelerdin (*mikroskopiyalıq denelerdin*) qozǵalısları ótkende klassikalıq mexanikanın nızamları durıs bolıwdan qaladı¹⁸. Mikroskopiyalıq denelerdin qozǵalısları *kvantlıq mexanika* dep atalatuǵın mexanikanın járdeminde tabıladı. Tórende biz klassikalıq mexanikanın paydalanılıw shegaraların beremiz, al házirshe gáp makroskopiyalıq denelerdin jaqtılıqtın tezliginen kishi bolǵan tezlikler menen qozǵalısları haqqında baratır dep boljaymız.

Mexanikalıq qubılıslardın jaqsı tanıs bolıwı hám olardın kórgizbeliligi, sonın menen birge mexanikalıq kóz-qaraslar tiykarında bazı bir fizikalıq qubılıslardı túsindiriwdegi jetiskenlikler (mısalı ses terbelislerin túsindiriwdegi) XIX ásirde kóp sanlı fizikler ushın qanday da bir qubılıstı *túsindiriw* onı mexanikalıq qubılıslarǵa alıp keliwdi anǵarttı. Bunday kóz-qaras filosofiyalıq *mexanikalıq materializmge* sáykes keldi. Biraq fizikanın bunnan keyingi barlıq rawajlanıwı, sonın ishinde jaqtılıq hám elektr haqqındaǵı tálimatlardın rawajlanıwı kóp qubılıslardın ózlerinin nızamların baǵınatuǵınlıǵın hám olardı qozǵalıstın en ápiwayı túrdegi túri bolǵan mexanikalıq qozǵalısqı alıp keliwge bolmaytuǵınlıǵı belgili boldı.

...

¹⁸ Bul jerde "mikroskopiyalıq" sózi bóleksheni mikroskoptın járdeminde kóriwge bolmaydı degendi anǵartpaydı. Bul sóz elementar bólekshelerge – elektronlarǵa, protonlarǵa h.t.b. yamasa onshama kóp bolmaǵan elementar bólekshelerden turatuǵın bólekshelerge, mısalı, atomǵa yamasa molekulaǵa tiyisli.

Mexanikalıq qozǵalıslardıń túrлерініń kóp hám jetkilikli dárejede quramalı xarakterge iye bolıwı múmkin. Sonlıqtan mexanika haqıyqıy qozǵalıstı ápiwayı qozǵalıslarǵa bóledi, al olardı úyrenip bolǵannan keyin qaytadan quramalıraq bolǵan qozǵalıslarǵa ótedi. Mexanikalıq qozǵalıstıń en ápiwayı túri materiallıq noqat dep *atalatuǵın noqattıń* qozǵalıslı bolıp tabıladı. Mexanikada *materiallıq noqat* dep ólshemleri menen formasın berilgen máseleden alıp taslawǵa bolatuǵın denegе aytadı. Máselenin qoyılıwına baylanıslı bir denenin materiallıq noqat yamasa sheklik ólshemlerge iye dep qaralıwı múmkin. Misalı, artilleriya snaryadınıń ushıw máselesin qaraǵanda birinshi jaqınlasıwda onıń foması menen ólshemlerin esapqa almawǵa hám snaryadtı materiallıq noqat dep qarawǵa boladı. Biraq, eger ushıwdıń barısında snaryadtıń qozǵalıslına hawanın tásirin jáne onıń ushıwdıń barısında aylanıwın esapqa alıw kerek bolsa, onda biz snaryadtı materiallıq noqat dep qaraw huqıqınan ayıramız: onıń formasın, ólshemlerin h.t.b. faktorlardı esapqa alıwımız kerek boladı. Usınıń menen bir qatarda astronomlar Jer sharınıń Quyashtıń dógeregindegi aylanıwın qaraǵanda Jer sharın materiallıq noqat dep qaray aladı.

Mexanikalıq qozǵalıstıń ápiwayı orın almastırıw ekenligi anıqlamasınan, sol orın almastırıwdıń tek qanday da bir materiallıq denelerge *salıstırǵanda* júzege keletuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Sonlıqtan, qanday da bir denenin qozǵalıslın táriyiplew múmkinshiligin alıw ushın en dáslep usı denenin qanday denegе salıstırǵanlaǵı (yamasa bir birine salıstırǵanda qozǵalmay turǵan denelerge salıstırǵandaǵı) qozǵalıslın esaplap atırǵanlıǵımızdı bilip alıwımız kerek. Bul dene (yamasa denelerdin toparı) *esaplaw sistemasın* payda etedi. Solay etip, hár bir qozǵalıstıń belgili bolǵan qanday da bir esaplaw sistemasına salıstırǵanda qaralıwı kerek. Hár qanday jaǵdaylarda esaplaw sistemasınıń hár qıylı jollar menen saylap alınıwı múmkin, biraq tek ǵana esaplaw sistemasın qatan túrde saylap alıp, biz berilgen qozǵalıstı anıq túrde táriyiplew alamız. Misalı, qanday da bir predmetti ilaqtırıp, onıń qozǵalıslın ójirege salıstırǵanda táriyiplew múmkin. Bul jaǵdayda esaplaw sisteması xızmetin diywallar, pol yamasa ójirenin basqa da bólimleri atqaradı. Biraq, biz sol denenin Quyashqa yamasa basqa bir juldızǵa salıstırǵandığı qozǵalıslın da qaray alamız. Tek ǵana bizin predmetimizdin qaysı denegе salıstırǵandaǵı qozǵalıslın qaraytuǵınımızdı aldın-ala belgilep alıwımız shárt.

Ámelde, qozǵalıstı táriyiplew ushın onı esaplaw sisteması, qanday da bir koordinatalıq sistema (misalı, ádettegi tuwrı múyeshli koordinatar sisteması) menen baylanıstırıwımız kerek. Ójirige salıstırǵandaǵı qozǵalıstı qaraǵanda, misalı, koordinata basın ójirenin múyeshlerinin birinde ornalasırıwǵa, al kósherlerdi diywallardıń baǵıtında jaylastırıwǵa boladı; sonıń menen birge koordinatalıq sistemasınıń basın Quyashqa, al kósherlerdi belgili bolǵan juldızlarǵa qaraw jaylastırıw múmkin¹⁹. Keyinirek biz esaplaw sistemasın *saylap alıw* haqqındaǵı máseleni qaraymız, al házirshe bizge barlıq waqıtta esaplaw sisteması hám onıń menen baylanısqan koordinata sisteması berilgen dep esaplaymız hám onı biz qozǵalıstıń xarakteristikasını anıqlaw ushın paydalanamız.

Mexanikanı eki bólimge bóliw qabıl etilgen: tek ǵana orın almastırıwdıń waqıtqa ǵárezligin qaraytuǵın *kinematikaǵa* hám denelerdin qozǵalıslı halınıń ózgerisine alıp keletuǵın olar arasındaǵı óz-ara tásirlesiwdi esapqa alatuǵın *dinamikaǵa*.

§ 5. Tuwrı sızıqlı ten ólshewli qozǵalıslı. Materiallıq noqat dep qaralatuǵın denenin OD tuwrısı boylap ten ólshewli orın almasıwǵa alıp kelinetuǵın qozǵalıslın qaraymız (1.súwret).

Qálegen berilgen t waqıt momentinde qozǵalıwshı dene bazı bir A noqatında jaylasadı hám onıń ornın esaplawdıń bası dep shártli túrde saylap alınǵan O noqatınan baslap esaplangan s kesindisiniń járdeminde anıqlay alamız. Álibette, s tin shaması waqıtın ótiwi menen ózgeredi. Eger baslanǵısh momentte ($t = 0$) dene O noqatında jaylasqan bolsa, onda s kesindisi haqıyqatında tuwrı sızıqlı qozǵalatuǵın denenin *jolina* sáykes keledi. OXYZ koordinatalıq

¹⁹ Koordinatalıq sisteması qanday da bir materiallıq tutas ortalıq penen baylanıstırıwǵa boladı. Misalı, balıqtıń qozǵalıslın ol júzip júretuǵın suwǵa salıstırǵanda qaraw múmkin.

sistemasın ótkerip denenin hár bir momenttegi ornın onın x , y hám z koordinataları menen táriyipleý alamız. 1-súwrette keltirilgendey etip koordinatalıq sistemanı saylap alǵan jaǵdayda denenin x , y hám z koordinataları joldın koordinatalar kósherlerine túsirilgen s_x , s_y hám s_z proekciyalarına sáykes keledi. Solay etip, qozǵalıwshı noqattın ornın s waqıt t nın funkciyası bolǵan

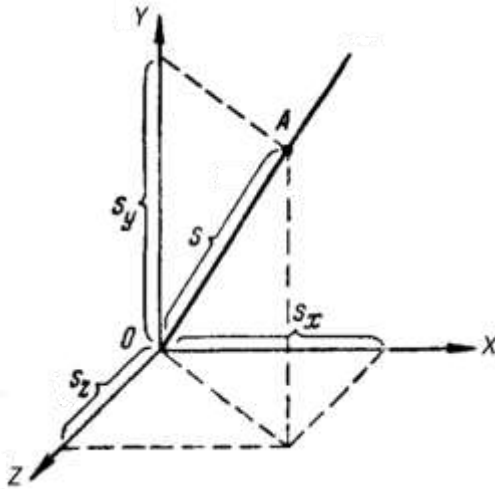
$$s = f(t) \quad (1)$$

kesindisi menen yamasa onın waqıttın funkciyaları bolıp tabılatuǵın x , y hám z koordinatalarının járdeminde táriyipleymiz:

$$x = f_1(t), y = f_2(t), z = f_3(t). \quad (2)$$

Biz qarap atırǵan qozǵalıwshı tuwrı sıızıqtın boyında júzege keletuǵın bolǵanlıqtan, onı *tuwrı sıızıqlı qozǵalıwshı* dep ataydı.

Eger qozǵalıwshı dene iqtıyarlı, biraq bir birine ten bolǵan waqıtlar ishinde birdey kesindini (joldı) ótetuǵın bolsa, onda qozǵalıwshı *ten ólshewli* dep ataladı.



1-súwret.

Tuwrı sıızıqlı qozǵalıwshı A denesinin ornı s kesindisi menen yamasa onın koordinatalar kósherlerine túsirilgen s_x , s_y hám s_z proekciyaları boyınsha anıqlanadı.

Deneler birdey waqıt aralıqları ishinde hár qıylı jollardı ótetuǵın (basqa sóz benen aytqanda birdey jollar hár qıylı waqıt aralıqlarında ótiletuǵın) bolǵanlıqtan qozǵalıwshılar bir birinen ayrıladı. Qozǵalıwshı usınday ayırılardı biz tezlik túsiniǵın kırıǵıw jolı menen táriyipleymiz. Ten ólshewli qozǵalıwshı tezligi degenimizde, biz úlken waqıt aralıǵında denenin ótetuǵın jolının shamasının úlken bolatuǵınlıǵın anǵartatuǵın fizikalıq shamanı yamasa, basqa sóz benen aytqanda berilgen joldı ótiw ushın kishi waqıt talap etiletuǵın fizikalıq shamanı túsinemiz. Solay etip, ten ólshewli qozǵalıwshı tezligi v ótilgen jolǵa tuwrı proporcional hám usı joldı ótiw ushın ketken waqıtqa kerı proporcional shama bolıp tabıladı.

Meyli, tuwrı sıızıqlı qozǵalıwshı denenin ornı baslanǵısh t_0 waqıt momentinde s_0 kesindisi menen, al t waqıt momentinde s kesindisi menen anıqlanatuǵın bolsın. Bunday jaǵdayda $t - t_0$ waqıt momentinde dene $s - s_0$ jolın ótedi hám tezlik v ushın matematikalıq anlatpa

$$v = k \frac{s - s_0}{t - t_0} \quad (3)$$

túrinde jazıladı. Bul anlatpada k arqalı proporcionallıq koefficient belgilengen. Dara jaǵdayda, eger $t_0 = 0$ hám $s_0 = 0$ tenlikleri orınlı bolatuǵın bolsa, onda

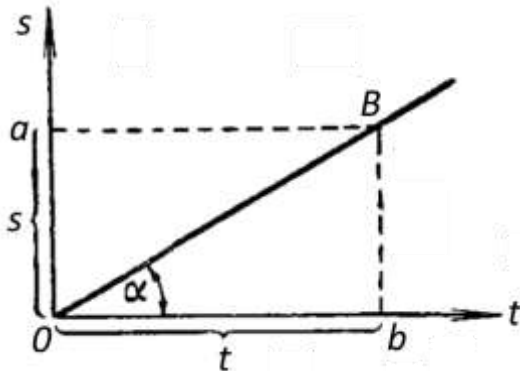
$$v = k \frac{s}{t} \quad (3a)$$

tenligine iye bolamız. Bul anlatpada s arqalı t waqıtı ishinde ótilgen jol belgilengen. Ten ólshewli qozǵalıwshı tezlik turaqlı shama bolıp tabıladı. (3)-qatnastı paydalanıp v tezlikte, s kesindisin hám waqıt t nı qálegen birliklerde ólshewimiz múmkin. Al, eger k koefficientine aldın ala belgili bolǵan mánis berilgen bolsa, onda 3-paragrafta kórsetip ótilgen jaǵdayǵa baylanıslı barlıq v , s hám t shamaları ushın ólshem birliklerin iqtıyarlı túrde alıwdın múmkinshiligi bolmaydı. Tek eki shama ushın iqtıyarlı birlikte alǵan jaǵdayda k nın berilgen mánisinde (3)-qatnastın orınlanıwı ushın úshinshi shamanın birligi sáykes túrde saylap alınıwı kerek. $k = 1$ dep boljap, usıǵan sáykes (3)-

formulanı

$$v = \frac{s - s_0}{t - t_0} \quad (4)$$

túrinde qayta jazıp, formulağa qatnasatuǵın eki shama ushın ıqtıyarlı shamalardı saylap alıwǵa boladı. Eger biz uzınlıqtın birliǵı retinde santimetrdi (sm), al waqıtın birliǵı sıpatında sekundtı (sek) alsaq, onda biz tezliktin ólshem birliǵı sıpatında 1 sek ishinde 1 sm jol ótiletuǵın tezlikti alıwımız kerek. Bul CGS sistemasındaǵı tezliktin birliǵı bolıp tabıladı; birlik qısqasha *sm/sek* túrinde belgilenedi. Basqa birlikler sistemasında joldın birliǵı sıpatında metr (*m*) yamasa kilometr (*km*), al waqıtın birliǵı sıpatında sekundtı (*sek*) yamasa saattı aladı. Bunday jaǵdayda tezliktin birlikleri sıpatında sáykes *m/sek* hám *km/saat* alınadı.



2-cúwret.

Ten ólshewli qozǵalısta ótilgen jol *s* tin waqıt *t* dan ǵárezligi *OB* tuwrısı menen súwretlenedi.

(4)-formuladan biz

$$s = s_0 + v(t - t_0) \quad (5)$$

formulasın alamız. $t_0 = 0$ hám $s_0 = 0$ bolǵan jaǵdayda (5)-formula

$$s = vt \quad (5a)$$

túrine enedi. Bul formulada *s* arqalı denenin *t* waqıtı ishinde ótken jolı belgilengen.

(5a) menen (1)-anlatpalardı bir biri menen salıstırıp denenin ten salmaqlı qozǵalıstında onın júrgen jolının waqıtın *sızıqlı funkciyası* bolatuǵınlıǵın kóremiz.

Joldın waqıttan sızıqlı ǵárezligin grafikalıq jol menen súwretlewge boladı. Abscissa kósherine waqıt *t* nı (2-súwret), al ordinata kósherine jol *s* ti qoyamız. (5a)-formulağa sáykes jol *s* tin waqıt *t* dan ǵárezligi koordinata bası arqalı ótetuǵın *OB* tuwrısı menen súwretlenedi. Abscissa kósherinde *Ob* arqalı anlatılǵan kesindinin uzınlıǵına ten bazı bir *t* waqıt aralıǵında dene *s* jolın ótedi. Bul jol grafikte *Oa* yamasa oǵan ten bolǵan *bB* arqalı belgilengen.

2-súwretten biz mınaǵan iye bolamız:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{bB}{Ob} = \frac{s}{t} = v. \quad (6)$$

Demek, bizin grafigimizde *v* tezligi α múyeshinin tangensi menen súwretlenedi eken; tezlik *v* qanshama úlken bolǵan sayın *OB* tuwrısı *t* kósheri menen sonshama úlken múyesh jasaydı.

§ 6. Tuwrı sızıqlı ten ólshewli emes qozǵalıstı. Ten ólshewli emes qozǵalısta birdey waqıt aralıqlarında dene hár qıylı jollardı ótedi. Bul jaǵdayda qozǵalıstın *ortasha tezligi* haqqındaǵı túsinikti kirgiziwge boladı. Berilgen $t - t_0$ waqıt aralıǵındaǵı ten tólsheuli emes qozǵalıstaǵı ortasha tezlik sol $t - t_0$ waqıt aralıǵında dene $s - s_0$ jolın ótetuǵın ten ólshewli qozǵalıstın tezligine ten. Solay etip, qozǵalıstın ortasha tezligin $\bar{v}$ arqalı belgilep

$$\bar{v} = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

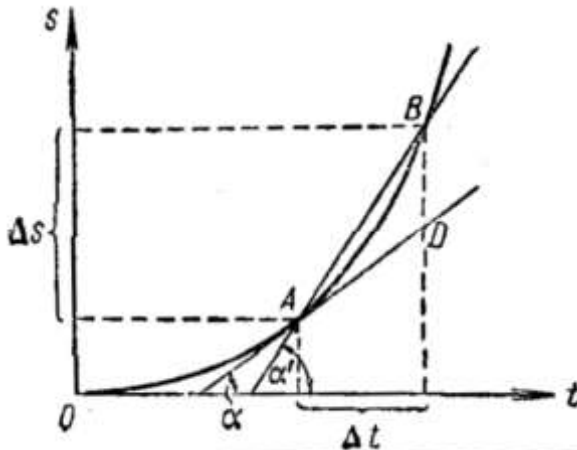
anlatpasına iye bolamız.

$\bar{v}$ ortasha tezliktin shaması onın shaması esaplanatuǵın waqıt aralıǵının shamasınan ǵárezli. Sonlıqtan, ortasha tezlik ten ólshewli emes qozǵalıstın jetkilikli xarakteristikası bola almaydı. Misalı, poezd eki stanciya aralıǵında qozǵalǵanda onın usı aralıqtaǵı ortasha tezligi ǵana emes, al

bizdi poezddin joldin ayırım uýastkalardaǵı tezlikleri de qızıqtıradı. Onın ushın biz joldı ayırım Δs uýastkalarına bólemiz hám usı uýastkalar arqalı ótiletuǵın Δt waqıtların ólsheymiz. Bunday jaǵdayda

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1)$$

shaması joldın berilgen Δs uýastkasındaǵı ortasha tezlik bolıp tabıladı.



3-súwret.

Ten ólshewli emes qozǵalıstın tezligi urınbanın Ot kósheri menen jasaytuǵın múyeshinin tangensi boyınsha anıqlanadı.

Eger biz qozǵalıstın dálirek bolǵan xarakteristikasını alıw ushın ortasha tezlik bolǵan $\bar{v}$ shamasın esaplaw ushın anıqlanatuǵın Δt waqıt aralıǵın sonshama kishi etip alıwımız kerek. Principinde Δt waqıt aralıǵın sonshama kishi etip alıwǵa boladı, sonday waqıt aralıqları ishindegi qozǵalıstı ámeliy jaqtan ten ólshewli dep esaplawǵa boladı. Bunday jaǵdayda júdá kishi waqıt aralıǵındaǵı ortasha tezlik $\bar{v}$ berilgen waqıt momentindegi qozǵalıstın jetkilikli dárejedegi xarakteristikasını, basqa sóz benen aytqanda joldın berilgen noqatındaǵı tezligi v nı beredi.

Solay etip, joldın berilgen noqatındaǵı *ten ólshewli emes qozǵalıstın tezligi (yamasa berilgen waqıt momentindegi qozǵalıstın tezligi) usı tezlik anıqlanatuǵın Δt waqıt aralıǵı sheksiz kemeygen jaǵdaydaǵı ortasha tezliktin umtılatuǵın ortasha tezliktin shegi bolıp tabıladı.*

Bul matematikalıq jaqtan bılayınsha anǵartıladı:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\bar{v}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right). \quad (2)$$

Differenciallıq esaptan $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right)$ sheginin joldan waqıt boyınsha alınǵan tuwındıǵa ten; demek tezlik sanlıq mánisi boyınsha joldan waqıt boyınsha alınǵan tuwındıǵa ten:

$$v = \frac{ds}{dt}. \quad (2a)$$

Joqarıda ayılǵanlardı grafikalıq jollar menen túsindiriwge boladı.

Ten ólshewli emes qozǵalıstaǵı joldın waqıttan ǵárezligi iymekliktin járdeminde súwretlenedi. Bul iymekliktin túri hár qıylı qozǵalıslar ushın hár qıylı boladı; bazı bir dara jaǵday ushın ol 3-súwrettegi OAB iymekligi menen súwretlenedi.

Δt waqıt aralıǵındaǵı ortasha tezlik

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = tg \alpha'$$

anlatpasının járdeminde esaplanadı.

Biz $\bar{v}$ ortasha tezligin kirgizip, Δt waqıt aralıǵındaǵı ótilgen jol bolıp tabılatuǵın $\overline{AB}$ doǵasın AB xordası menen almastıramız, yaǵnıy ten ólshewli emes bolǵan qozǵalıstı ten ólshewli qozǵalıstı penen almastıramız. Usınday jollar menen Δt waqıt aralıǵın sheksiz kishireytip berilgen t waqıt momentindegi tezlikti alamız, qala berse, Δt shaması sheksiz kishireygen jaǵdayda AB kesip ótetuǵın tuwrısı AD urınbasına aylanadı, AB xordası menen $\overline{AB}$ doǵası birigedi, yaǵnıy Δt waqıt aralıǵındaǵı ten ólshewli emes bolǵan qozǵalıstı ten ólshewli qozǵalısqı aylanadı.

Demek,

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right) = tg \alpha.$$

Bul tenlikte α arqalı Ot kósheri menen A noqatında iymeklikke túsirilgen urınba arasındagı múyesh belgilengen.

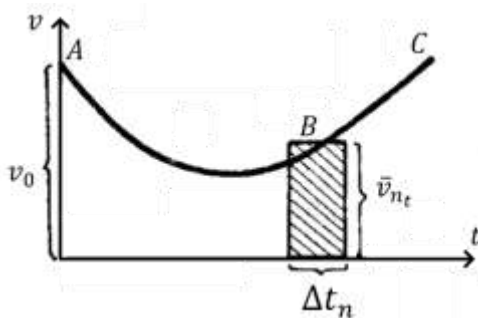
Ten ólshewli emes qozǵalısta ótilgen joldın waqıttan ǵárezliginin qalayınsha sáwlenenetuǵınlıǵın kóremiz.

Abscissa kósherine t waqıttı, al ordinata kósherine v tezligin qoyamız. 4-súwrette kólsetilgen ABC iymekligi minaday dara jaǵdayǵa sáykes keledi: baslanǵısh waqıt momentinde belgili mániske iye bolǵan tezlik dáslep waqıttın ótiwi menen kishireygen, al onnan keyin jáne óse baslaǵan.

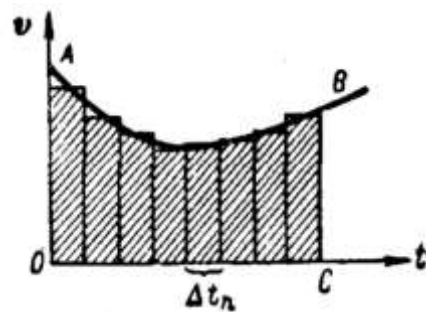
t qozǵalıw waqıttın oǵada kóp sanlı Δt waqıt aralıqlarına bólemiz. (1)-formulaǵa sáykes, n -sanlı waqıt aralıǵında ótilgen joldın shaması $\Delta s_n = v_{t_n} \cdot \Delta t_n$ tenliginin járdeminde anıqlanadı. Bul tenlikte $\bar{v}_{t_n}$ arqalı Δt_n waqıt aralıǵındaǵı ortasha tezlik belgilengen. Grafikalıq usılla ótilgen joldın shaması 4-súwrettegi shtrixlanǵan ensiz tuwrı múyeshlikdin maydanına ten. Barlıq t waqıtı ishindeǵı ótilgen joldın shaması kishi Δt_n waqıt aralıqlarında ótilgen Δs_n jollarının qosındısına, yaǵnıy $OABC$ figurası bólingen barlıq tuwrı múyeshliklerdin maydanlarının summasına ten (5-súwret):

$$s = \sum_n \bar{v}_{t_n} \cdot \Delta t_n. \quad (3)$$

Δt_n waqıt aralıqları sheksiz kishi bolǵan shekte tuwrı múyeshliklerdin enleri sheksiz kishi hám olardıń maydanlarının qosındısı $OABC$ figurasının maydanına ten boladı. Solay etip, barlıq jol s grafikte tezlikdin waqıttan ǵárezligin beretuǵın AB iymekligi menen qozǵalıstı orın alatuǵın t waqıttın dáslepki hám aqırǵı mánislerine sáykes keletuǵın ordinalardıń arasındagı maydangá ten.



4-súwret. Sheksiz kishi Δt_n waqıt aralıǵında ótilgen jol shtrixlanǵan baǵananın maydanı menen súwretlenedi.



5-súwret. Shekli t waqıtı ishinde ótilgen jol $OABC$ figurasının maydanı menen súwretlenedi.

§ 7. Ten ólshewli ózgeretuǵın tuwrı sıızıqlı qozǵalıstı. Tezleniw. Ten ólshewli tezleniwshi qozǵalıstı dep ıqtıyarlı túrde saylap alınǵan birdey Δt waqıtları ishinde tezlik v tenley Δv shamasına ózgeretuǵın qozǵalıstı aytamız. Δv shamasının belgisi tezlik v nın belgisindey, yaǵnıy tezlikdin sanlı mánisi waqıttın ósiwi menen úlkeyetuǵın bolǵan jaǵdaydaǵı qozǵalıstı *ten ólshewli ózgermeli qozǵalıstı* dep ataydı. Al, Δv shamasının mánisi teris, yaǵnıy waqıttın ótiwi menen tezlikdin sanlı mánisi kemeyetuǵın bolsa, onda sáykes qozǵalıstı *ten ólshewli ásteleniwshi qozǵalıstı* dep ataladı.

Tezlikdin waqıttın ótiwi menen qanshama tez ózgeriwiniń xarakteristikası retinde *tezleniw* dep atalatuǵın fizikalıq shama qollanıladı. Ten ólshewli ózgermeli qozǵalıstı tezleniw w tezlikdin ósimine tuwrı proporcional hám tezlik usınday ósim alatuǵın waqıt aralıǵına keri proporcional bolǵan fizikalıq shama bolıp tabıladı.

Meyli t_0 waqıt momentindeǵı tezlikdin shaması v_0 , al waqıttın t momentindeǵı tezlikdin

mánisi v shamasına ten bolsın. Bunday jaǵdayda $t - t_0$ waqıtı ishinde tezlik $v - v_0$ shamasına ózgeredi hám matematikalıq jaqtan tezleniw

$$w = k \frac{\Delta v}{\Delta t} = k \frac{v - v_0}{t - t_0} \quad (1)$$

qatnasının járdeminde jazıladı. Bul qatnasta k arqalı tezlik v menen waqıt t ólshetuǵın birliklerdi saylap alıwdan ǵárezli bolǵan proporcionallıq koefficient bolıp tabıladı. Ten ólshewli tezleniwshi qozǵalısta tezleniw turaqlı shama. Eger k proporcionallıq koefficientin $k = 1$ dep alsaq, onda tezleniw

$$w = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1a)$$

qatnasının járdeminde anıqlanadı. Bunday jaǵdayda CGS sistemasında tezleniwdin birligi sıpatında hár bir sekundtı tezlik 1 sm/sek shamasına ózgeretuǵın jaǵdaydaǵı tezleniwdin birligi qabıl etiledi; tezleniwdin birligi qısqasha túrde 1 sm/sek² túrinde belgilenedi. SI sistemasında tezleniwdin birligi sıpatında hár bir sekundta tezlik 1 m/sek shamasına ózgeretuǵın tezleniwdin birligi qabıl etilgen (qısqasha 1 m/sek²).

(1)-formuladan $k = 1$ bolǵan jaǵday ushın

$$v = v_0 + w(t - t_0) \quad (2)$$

formulasına iye bolamız. Solay etip, ten ólshewli ózgermeli qozǵalısta tezlik waqıtqa baylanıslı sıızqlı ózgeredi eken. Eger (2)-formulada $t_0 = 0$ bolsa, onda

$$v = v_0 + wt \quad (2a)$$

tenligin alamız hám en aqırında, eger v_0 baslanǵısh tezlik nolge ten bolsa, onda

$$v = wt \quad (2b)$$

formulasına iye bolmız.

w tezleniwinin belgisi tezlikтин ózgerisi bolǵan Δv shamasının belgisine sáykes keledi. Sonlıqtan, ten ólshewli tezleniwshi qozǵalısta w on shama, al ten ólshewli ásteleniwshi qozǵalısta tezleniw w nın belgisi teris.

Ten ólshewli ózgermeli qozǵalıstaǵı ótilgen joldın shamasın anıqlaymız.

Ápiwayılıq ushın dáslepki tezlikti nolge ten dep esaplaymız ($v_0 = 0$). Bunday jaǵdayda (2b)-anlatpa boyınsha tezlikтин waqıttan ǵárezligi OA tuwrısı menen súwretlenedi ($w > 0$ dep esaplaymız, 6-súwret). Bunday jaǵdayda aldınǵı paragrafta ayılǵan jaǵdayǵa sáykes, t waqıtı ishinde ótilgen s jolı OAB figurasının maydanı menen súwretlenedi. Biz qarap atırǵan jaǵdayda bul figura úsh múyeshlik bolıp tabılatuǵın bolǵanlıqtan, onın maydanı

$$\frac{AB \cdot OB}{2} = \frac{v \cdot t}{2}$$

shamasına ten. Bunnan t waqıtı ishinde ótilgen jol s

$$s = \frac{vt}{2} \quad (3)$$

formulasının járdeminde anıqlanadı. Bul formulaǵa tezlik v nın ornına onın (2b) anlatpası boyınsha anıqlanatuǵın tezleniw w nı qoysaq, onda

$$s = \frac{\omega t^2}{2} \quad (4)$$

formulasına iye bolamız.

Eger baslanǵısh waqıt momentinde tezlikтин mánisi nolge ten emes, al v_0 shamasına ten bolǵan bolsa, onda

$$s = v_0 t + \frac{\omega t^2}{2} \quad (4a)$$

anlatpası orınlı boladı.

Ten ólshewli ózgermeli qozǵalısqıa jerdin betindegi denelerdin erkin túsiwi misal boladı. Bunday jaǵdayda tezleniw

$$w = g = 9,81 \text{ m/sek}^2$$

shamasına ten. Hawanın qarsılığının tutqan ornı kishi bolğan jaǵdaylarda ǵana hawadaǵı denelerdin tómengen qaray túsiwin ten ólsheuli ózgeriwshi dep esaplawǵa boladı (úlken emes biyiklikten túsetuǵın tas); qarsılıqtın tutqan ornı úlken bolatuǵın jaǵdaylarda hawadaǵı denelerdin erkin túsiwi ten ólsheuli boladı (16-paragrafqa qaranız). Misalı, hawada bir tekli túrde payda bolatuǵın dumandı payda etetuǵın suwdın mayda tamshıları hawada ten ólsheuli túsedı, tap sonday bolıp hawada ashılǵan parashyutqa iye prashyutist te jerdin betine qaray ten ólsheuli qozǵaladı.

Ten ólsheuli ózgeretuǵın qozǵalısqqa bir neshe misal keltiremiz.

1-misal. Biyikligi 20 m bolğan minardın basınan baslanǵısh tezlikke iye bolmaǵan tas taslanadı. Hawanın qarsılıǵın esapqa almaǵan halda anıqlanız: tas jerdin betine kelip urılaman degenshe qansha waqıt túsedı? Ol jerge qanday tezlik penen kelip túsedı?

Sheshimi. Tastın tómengen qaray qozǵalıwın shártli túrde ten ólsheuli ózgeriwshi qozǵalısq dep esaplawǵa bolatuǵın bolǵanlıqtan, usı paragrafta keltirilgen qatnaslardan paydalanamız.

(4)-formuladan tastın jerdin betine kelip túsemen degenshe qansha waqıttın sarplanatuǵınlıǵın anıqlaymız:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{w}}. \quad (5)$$

Bul anlatpada s – tas tárepinen ótilgen jol, yaǵnıy ol túsetuǵın biyiklik.

Tezleniw ushın $w = g = 9,81 \text{ m/sek}^2$ shamasın paydalanıp

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{9,81}} \text{ sek} \cong 2 \text{ sek}$$

shamasın alamız. Qozǵalıstın aqırındaǵı tezlik:

$$v = wt = gt \cong 9,81 \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{sek}} \cong 19,6 \text{ m/sek}.$$

s jolın ótiwdin aqındaǵı tezlik v nın shamasın ótilgen jol s hám tezleniw w nın mánisi boyınsha algebralıq jollar menen de anǵartıwǵa boladı. Onın ushın $v = wt$ anlatpasına (5)-formula boyınsha esaplangan waqıt t nın mánisin qoyamız. Bunday jaǵdayda

$$v = wt = w \sqrt{\frac{2s}{w}}.$$

Bunnan

$$v = \sqrt{2sw}. \quad (6)$$

2-misal. Vertikal baǵıtta joqarıǵa ılaqtırılǵan tas 30 m biyiklikke shekem kóteriledi. Qansha waqıttın ishinde ol sonday biyiklikke kóteriledi hám qanday waqıttan keyin ol jerge kelip túsedı? 30 m biyiklikke kóteriliw ushın tasqa qanday dástepki tezlikten beriliwi kerek?

Sheshimi. Joqarı qaray vertikal baǵıtta ılaqtırılǵan tastın qozǵalısq ten ólsheuli ásteleniwshi qozǵalısq bolıp tabıladı, sonlıqtan onın tezleniwi $w = -g$ shamasına ten hám kóteriliw biyikligi

$$s = v_0 t - gt^2/2 \quad (7)$$

formulasının járdeminde anıqlanadı. Bul formulada v_0 arqalı tastın baslanǵısh tezligi hám t arqalı onın kóteriliw waqıtı belgilengen. v_0 baslanǵısh tezlikti en biyik bolğan noqatta tezlikten nolge ten bolıwı shárti tiykarında anıqlaymız, yaǵnıy

$$v_s = v_0 - gt = 0.$$

Bunnan

$$v_s = gt \quad (8)$$

hám (7)-formula boyınsha

$$s = \frac{gt^2}{2}.$$

Demek, s biyikligine kóteriliw ushın ketken waqıt

$$t = \sqrt{2s/g}$$

anlatpasının járdeminde esaplanadı eken.

Bul waqıttı (5)-tenliktin járdeminde alınatuǵın waqıt penen salıstırıp, s biyikligine kóteriliw waqıtının sonday biyiklikten túsiw waqıtına ten ekenligin kóriwge boladı. t nın tabılǵan mánisin (8)-anlatpaǵa qoyıp

$$v_0 = \sqrt{2sg}$$

tenligin alamız.

Demek, [(6)-formula menen salıstırınız] tastı vertikal baǵıtta joqarıǵa qaray ılaqtırǵanda berilgen tezliktin shaması, tastın s biyikliginen erkin túsiwde alınatuǵın tezlikke ten eken. Usı mısaldadı san mánisleri hám sanlı maǵlıwmatlar tiykarında

$$v_0 = \sqrt{2sg} = \sqrt{2 \cdot 30 \cdot 9,81} \text{ m/sek} \cong 24,2 \text{ m/sek}.$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30}{9,81}} \text{ sek} \cong 2,48 \text{ sek}$$

shamalarına iye bolamız.

§ 8. Iqtıyarlı tuwrı sıızqlı qozǵalıstın tezleniwi. Ten ólshewli emes tuwrı sıızqlı qozǵalıstın ulıwma jaǵdayında *ortasha tezleniw* túsinigin kirgiziw múmkin. Berilgen Δt waqıtı ishindegi ortasha tezleniw $\bar{w}$ san shaması boyınsha Δt waqıtı ishinde tezligi boyınsha Δv tezleniw alatuǵın ten ólshewli tezleniw menen qozǵalatuǵın denenin tezleniwine ten:

$$\bar{w} = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \quad (1)$$

Berilgen momenttegi tezleniw túsinigi de, berilgen momenttegi tezlik túsinigi sıyaqlı keltirilip shıǵarıladı. Biz Δt waqıt aralıǵın qozǵalıstı ten ólshewli ózgermeli dep esaplawǵa bolatuǵınday etip kishireytemiz. Bunday jaǵdayda usınday waqıt aralıǵındaǵı ortasha tezleniw $\bar{w}$ berilgen momenttegi tezleniwden mánisin beredi. Solay etip, berilgen momenttegi tezleniw haqqında gáp etilgende Δt waqıt aralıǵı sheksiz kishireygen jaǵdayda ortasha tezleniw $\bar{w}$ umtılatuǵın shekti túsinemiz:

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\bar{w}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right). \quad (2)$$

Bul anlatpada Δv arqalı Δt waqıt aralıǵı sheksiz kishi bolǵan jaǵdaydaǵı tezliktin sheksiz kishi ózgerisi belgilengen.

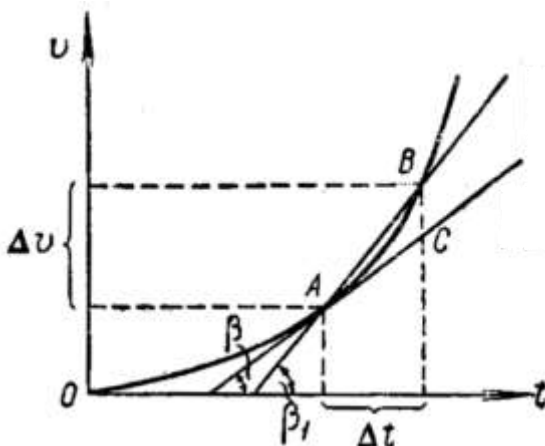
Differenciallıq esaptan biz mınaǵan iye bolamız:

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right) = \frac{dv}{dt}, \quad (2a)$$

yaǵnıy tezleniw tezlikten waqıt boyınsha alıńǵan tuwındıǵa ten. $v = \frac{ds}{dt}$ bolǵanlıqtan

$$w = \frac{d^2s}{dt^2}, \quad (2b)$$

yaǵnıy tezleniw joldan waqıt boyınsha alıńǵan ekinshi tártipli tuwındıǵa ten.



7-súwret.

Ten ólshewli emes qozǵalıstaǵı tezleniw urınbanın Ot kósheri arasındaǵı múyesh β nın tangensi menen anıqlanadı.

Tezlikti qarağan jaǵdaydaǵıday, bul qatnaslardı grafiktin járdeminde túsindiriw múmkin. Meyli, 7-súwrettegi OAB iymekligi tezlikтин waqıttan ǵárezligin sáwlelendiretuǵın bolsın. t dan $t + \Delta t$ waqıt aralıǵındaǵı ortasha tezleniwdin mánisi

$$\bar{w} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = tg\beta_1$$

formulasının járdeminde anıqlanadı. Bul tenlikte β_1 arqalı Ot kósheri menen kesiwshi AB tuwrısının arasıdaǵı múyesh belgilengen. Δt waqıt aralıǵın sheksiz kishireytip, biz AB kesiwshi tuwrını AC urınbasına aylandıramız hám uslay etip shekte

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right) = tg\beta$$

anlatpasına iye bolamız. Bul anlatpada β - Ot kósheri menen tezlikтин waqıttan ǵárezligin súwretleytuǵın iymeklikke A noqatında túsirilgen urınbanın arasıdaǵı múyesh belgilengen.

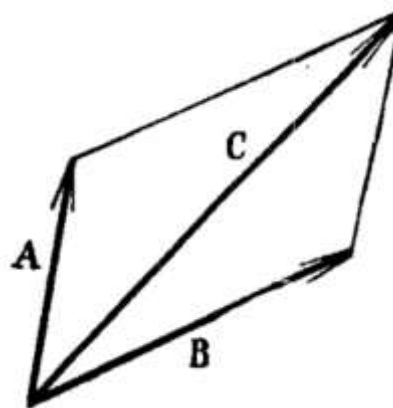
§ 9. Tezlik penen tezleniw vektorlar sıpatında. Tezlik tek san mánisi boyınsha ǵana emes, al baǵıtı boyınsha da táriyiplenedi. Denenin qozǵalısnı táriyiplew ushın onın tezliginin san mánisin kórsetiw jetkilikli emes, al jáne sol denenin qaysı baǵıtta qozǵalatuǵınlıǵın da kórsetiw kerek boladı.

Tek san mánisi menen ǵana emes, al baǵıtı menen de táriyiplenetuǵın shamalar *vektorlar* dep ataladı. Anıqlanıwı ushın tek san mánisin biliw jetkilikli bolǵan shamalardı *skalyarlar* dep ataydı (mısalı, waqıt aralıǵı, massa, tıǵızlıq h.t.b.).

Vektordı strelkanın járdeminde súwretleniwı múmkin, onın uzınlıǵı vektordın san mánisine ten, al baǵıtı bolsa vektordın baǵıtına sáykes keledi. Vektorlardı juwan háriplerdin járdeminde belgilew qabıl etilgen, al olardı san mánisilerin sol háteplerdin járdeminde belgileydi; mısalı **A** háripi menen vektordı, al **A** arqalı onın san mánisin belgileydi. Vektordın aldındaǵı minus belgisi - **A** vektorının baǵıtının uzınlıǵı tap sonday bolǵan **A** vektorının baǵıtına qarama-qarsı ekenligin anǵartadı.

8-súwret.

A hám **B** vektorların qosqanda payda bolǵan **C** vektorı qaptalları **A** hám **B** vektorları bolıp tabılatuǵın parallelogrammnın diagonılı bolıp súwretlenedi.



Tájiriybeler vektorlıq bolıp tabılatuǵın fizikalıq shamalardıń algebralıq shamalardan ózgeshe bolıp qosılatuǵınlıǵın kórsetedi. Vektorlardı qosıw usılı parallelogramm qaǵıydası boyınsha anıqlanadı: **A** hám **B** vektorların qosqanda alanatuǵın **C** vektorı qaptalları **A** hám **B** vektorları bolıp tabılatuǵın parallelogrammnın diagonılı bolıp xızmet etedi (8-súwret).

Eki vektordan kóp bolǵan vektorlardı qosqanda qosındı vektordı parallelogramma qaǵıydasın izbe-iz qollanıw jolı menen anıqlanadı. Eger qurawshıları **A**, **B**, **C**, **D** vektorları bolıp tabılatuǵın sınıq sıziqtı qursaq, onda tap sonday nátiyje alınadı (9-súwret). Qosındı **F** vektorı sol sınıq sıziqtın bası menen aqırın tutaştıratuǵın vektor túrinde anıqlanadı.

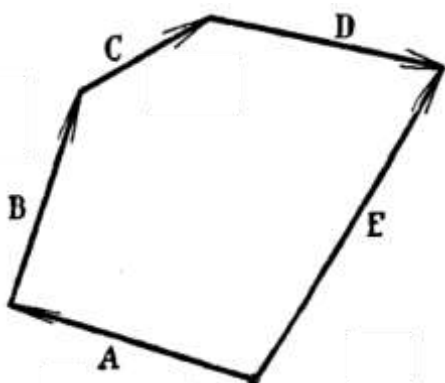
A hám **B** vektorların ayırmasın **B'** = -**B** vektorın kirgiziw menen anıqlawǵa boladı. Bunday jaǵdayda

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + \mathbf{B}'. \quad (1)$$

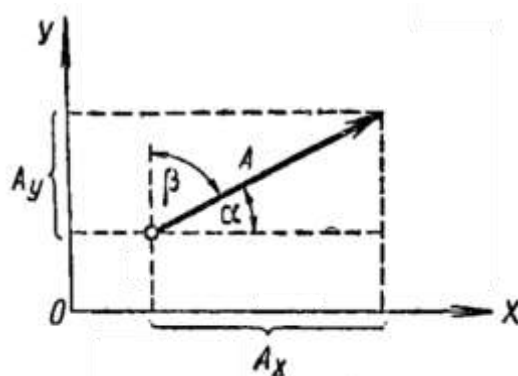
San shaması boyınsha **B** vektorına ten, al bağıtı boyınsha qarama-qarsı vektordı qurıp, **A** hám **B'** vektorlarının qosındısı bolğan **C** vektorın tabamız. (1)-tenlikke sáykes, **B'** vektorı bir waqıtta **A** – **B** vektorlarının ayırmasına ten boladı.

Vektordı onın shaması menen bağıtı boyınsha yamasa onın koordinata kósherlerine túsirilgen proekciyaları boyınsha anıqlawğa boladı. Tegis másele jaǵdayında hám tuwrı múyeshli koordinatar sistemasiınan paydalanǵanda (10-súwret) **A** vektorın onın koordinatar kósherine túsirilgen A_x hám A_y proekciyaları boyınsha anıqlanadı. 10-súwretten mınalargá iye bolamız:

$$A_x = A \cos \alpha; A_y = A \sin \beta = A \cos \alpha. \quad (2)$$



9-súwret. **A**, **B**, **C**, **D** vektorlarının qosındısı bolğan **F** vektorı qurawshıları **A**, **B**, **C**, **D** vektorları bolıp tabılatuǵın sınıq sızıqtı tuyıqlaytuǵın sızıp penen súwretlenedi.

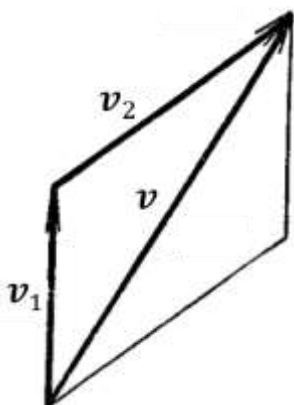


10-súwret. A_x hám A_y kesindileri **A** vektorının OX hám OY kósherlerine túsirilgen proekciyaları bolıp tabıladı.

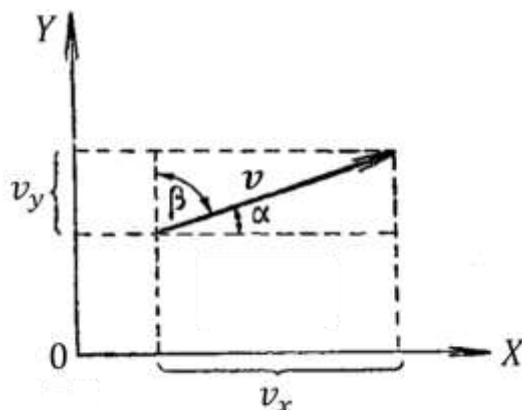
A vektorının bağıtı usı vektor menen OX kósherinin arasındaǵı múyesh α menen de, usı vektordın OY kósheri arasındaǵı múyesh β menen de anıqlanadı.

10-súwrette kórinip turǵanında,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_y}{A_x}; \operatorname{tg} \beta = \frac{A_x}{A_y}. \quad (3)$$



11-súwret. Kosındı **v** tezlik qaptalları qosılıwshı v_1 hám v_2 tezlikleri bolıp tabılatuǵın parallelogramnıń diagonalına ten.

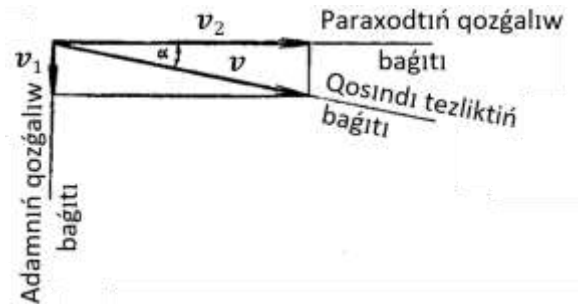


12-súwret. **v** tezligin v_x hám v_y qurawshılarına jayıw.

Tuwrı sızıqlı qozǵalıstın tezligi denenin qozǵalı bağıtı menen bağıtlas hám qozǵalı bağıtına qaray bağıtlanǵan vektor bolıp tabıladı. Tezlikte vektor sıpatında qarawdın durıs ekenligi tezliklerdi qosıwdın vektorlıq qaǵıydaları tiykarında júrgizilgen esaplawlardın nátiyjeleri menen haqıyqıy qozǵalıslardı baqlawdın nátiyjesinde alınatuǵın nátiyjeler menen sáykes keliwi menen

tastıyqlanadı. Eger dene bir waqıtta v_1 hám v_2 tezlikleri menen bolatuǵın eki tuwrı múyeshli ten ólsheuli qozǵalısqı qatnasatuǵın bolsa (11-súwret), onda qosındı qozǵalı v_1 hám v_2 tezliklerinin vektorlıq qosındısı v menen táriyiplenetuǵın qozǵalı penen táriyiplenedi.

13-súwret.
Qosındı tezlikti anıqlaw.



v tezlik vektorın qáelgen berilgen baǵıtlar boyınsha qurawshılarga jayıwǵa boladı. Mısalı, tegis máselede onı OXY koordinata kósherlerinin baǵıtındaǵı qurawshılarga jayıw múmkin (12-súwret). Bul jaǵdayda (2)-formula bılayınsha kóshirip jazıladı:

$$v_x = v \cdot \cos \alpha; v_y = v \cdot \cos \beta = v \cdot \sin \alpha; v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (4)$$

Mısal: Paraxodtıń ishinde kese baǵıtta 2 m/sek tezlik penen qozǵalatuǵın adamnıń jaǵısqa salıstırǵandaǵı tezliginin shamasın hám baǵıtın anıqlanıız. Paraxodtıń ózi 8 m/sek tezlik penen qozǵaladı.

Sheshimi. Adamnıń jaǵısqa salıstırǵandaǵı v tezligi v_1 hám v_2 tezliklerinin vektorlıq qosındısı bolıp tabıladı. (13-súwret). Onın san mánisi $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{4 + 64} = \sqrt{68} = 8,25$ m/sek shamasına ten. v tezliginin baǵıtı onın baǵıtı menen paraxodtıń qozǵalısinın baǵıtı arasındaǵı múyesh α menen anıqlanadı. 13-súwretten

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{8} = 0,25$$

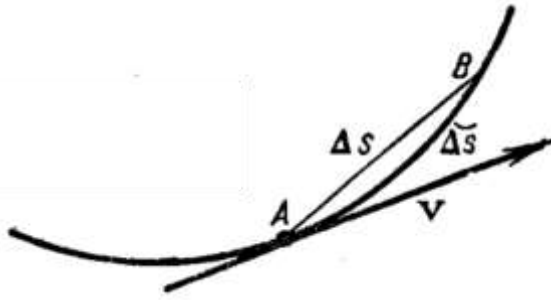
shamasın hám onnan $\alpha = 14^\circ 03'$ shamasın alamız.

Tezleniw de, tezlik sıyaqlı vektor bolıp tabıladı. Sebebi ol da sanlıq mánisinen basqa baǵıtı boyınsha da táriyiplenedi. Tuwrı sıızqlı qozǵalısta tezleniw barlıq waqıtta da tezliktin baǵıtı menen baǵıtlas bolǵan tuwrının boyında jatadı. Usının menen birge, joqarıda ayılǵanday, tezleniw tezlik penen baǵıtlas (tezleniwshi qozǵalı) yamasa tezleniwdin baǵıtı tezliktin baǵıtına qarama-qarsı (ásteleniwshi qozǵalı) bolıwı múmkin. Eger tezleniw tezlikke qanday da múyesh penen baǵıtlanǵan bolsa, onda tezliktin shaması tek shaması boyınsha emes, al *baǵıtı* boyınsha da ózgeredi. Bunday jaǵdayda dene iymek sıızqlı qozǵaladı.

§ 10. Iymek sıızqlı qozǵalı. Eger materiallıq noqat tárepinen qozǵalıstın barısında qaldırılatuǵın iz yamasa onın *traektoriyası* iymek sıızqlı bolatuǵın bolsa, onda qozǵalıstı *iymek sıızqlı* qozǵalı dep ataladı. Iymek sıızqlı qozǵalıstaǵı tezlik vektorın anıqlaw ushın sheksiz kishi Δt waqıtı ishinde materiallıq noqat ótetuǵın kishi Δs doǵasın qaraymız (14-súwret). Eger bir waqıt aralıǵın sheksiz kishireytsek, onda Δs doǵası sheksiz kishireyedi hám shekte Δs xordası menen betlesedi. Shekte iymek sıızqlı qozǵalı sheksiz kishi uıastkada tuwrı sıızqlı qozǵalısqı aylanadı. Sonlıqtan, berilgen A noqatındaǵı iymek sıızqlı qozǵalıstaǵı tezlik

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right)$$

shamasına ten boladı, al onın baǵıtı sheksiz kishi Δs doǵasının eki ushın tutastırıp turatuǵın sheksiz kishi Δs xordasının baǵıtına sáykes keledi. Biraq, sheksiz kishi xorda shekte berilgen A noqatındaǵı urınbanın baǵıtına sáykes keletuǵın bolǵanlıqtan, *qıysıq sıızqlı qozǵalıstaǵı tezlik vektorı v hár bir momentte denenin traektoriyasına qozǵalıstın baǵıtında túsirilgen urınbanın baǵıtı menen baǵıtlas boladı.*

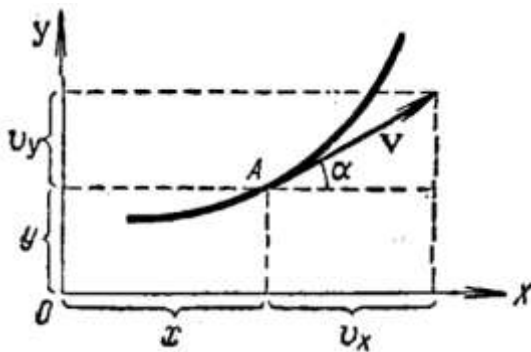


14-súwret.

İymek sızılı qozğalısta tezlik vektorı v traektoriyağa túsirilgen urınbanın bağıtında bağıtlangan.

Eger iymek sızılı qozğalısta v tezligi turaqlı *sanlı* mániske iye bolatuğın bolsa, yağnıy iqtıyarlı túrde saylap alıngan birdey bolğın waqıt aralıqlarında materiallıq noqat birdey uzınlıqtağı doğanı ótedi. Bunday jağdaydağı iymek sızılı qozğalıstı ten ólshewli dep ataydı. Biraq bunday jağdayda tezlik bağıtı boyınsha úzliksiz ózgeredi: joldın hár bir noqatında tezlik urınba bağıtında bağıtlangan, al iymek sızılı joldağı hár bir noqatta urınba hár qıylı bağıtlarğa iye boladı.

Solay etip, *iymek sızılı qozğalısta tezlik vektorı hesh qashan turaqlı bolmaydı: bul vektor barlıq waqıtta ózgeredi*. Ten ólshewli iymek sızılı qozğalısta tezlik vektorının san shaması turaqlı saqlanıp, tek bağıtı ózgeredi; ten ólshewli emes bolğın iymek sızılı qozğalısta ol san shaması boyınsha da, bağıtı boyınsha da ózgeredi.



15-súwret.

İymek sızılı qozğalıstı onın koordinata kósherlerinin boyındağı qurawshılarının járdeminde kórsetiw.

İymek sızılı qozğalıstı qarağanda denenin ornın koordinatalardıń járdeminde anıqlaw, mısalı, tegis qozğalıstı orın alatuğın jağdayda x hám y koordinatalarının járdeminde anıqlaw júdá qolaylı (15-súwret).

Usının menen birge tezlik vektorı v nın ornına hár bir waqıt momentindegi onın koordinata kósherlerine túsirilgen v_x hám v_y qurawshılarının paydalanğın qolaylı. Bunday jağdayda v vektorının san mánisi tegis máselede

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (2)$$

anlatpasının, al onın bağıtı OX kósheri menen tezlik vektorı menen bağıtlas tuwrının arasındağı múyesh α nın járdeminde anıqlanadı.

15-súwretten biz

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} \quad (3)$$

anlatpasının orınlı ekenligin kóremiz.

Denenin awısıw vektorı Δs ke koordinata kósherlerine túsirilgen Δx hám Δy qurawshıları sáykes keledi. Differenciallıq esaptın qağıydalarına sáykes

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right) = \frac{ds}{dt}$$

tezliginin proekciyalrı bolıp

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) = \frac{dx}{dt}; v_y = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta t} \right) = \frac{dy}{dt} \quad (4)$$

shamaları xızmet etedi. Bul anlatpalardağı dx/dt hám dy/dt shamaları koordinatalardan waqıt boyınsha alıńǵan tuwındılar bolıp tabıladı. Eger qozǵalıwshı denenin koordinataları waqtın belgili bolǵan funkciyaları bolıp tabılatuǵın bolsa, onda olardı esaplawǵa boladı: $x = f_1(t)$; $y = f_2(t)$.

lymek sıızqlı qozǵalısqqa bir neshe misal keltiremiz.

1-misal. Salmaqlı dene san mánisi v_0 shamasına ten baslanǵısh tezlik penen gorizontqa α múyeshi menen ılaqtırılǵan. Tabınız: 1) traektoriyanın túrin, 2) en joqarıǵa kóteriliw biyikligin, 3) ushıwdın uzaqlıǵın.

Sheshimi. 16-súwrette kórsetilgendey koordinata kósherlerin ótkerip denenin tezliginin qurawshıları ushın tómendegidey anlatpalardı alamız (hawanın qarsılıǵın esapqa almaymız):

$$\left. \begin{aligned} v_x &= v_0 \cos \alpha, \\ v_y &= v_0 \sin \alpha - gt. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Bul anlatpada g arqalı erkin túsiw tezleniwi belgilengen. Waqtın funkciyası sıpatında denenin x hám y koordinataları bılayınsha anlatıladı:

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 \cos \alpha \cdot t, \\ y &= v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Anlatpalardan x hám y koordinataların joǵaltıp, trektoriyanın tenlemesin alamız:

$$y = tg \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2.$$

α berilgen múyesh hám v_0 bolsa baslanǵısh tezlik bolǵanlıqtan x penen x^2 shamaların aldındaǵı koefficientler turaqlı shamalar bolıp tabıladı. Olardı a hám b arqalı belgilep parabolanın tenlemesi bolǵan

$$y = ax - bx^2.$$

anlatpasın alamız. Solay etip, gorizontqa múyesh jasap ılaqtırılǵan salmaqlı dene parabola boyınsha qozǵaladı eken.

Traektoriyanın en biyik noqatında $v_y = 0$. Sonlıqtan

$$v_0 \sin \alpha - gt = 0$$

hám en joqarıǵa kóteriliw waqtı t' ushın

$$t' = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

anlatpasına iye bolmız.

Kóteriliwdin en joqarı noqatı

$$y_{max} = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{g}{2} \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}. \quad (7)$$

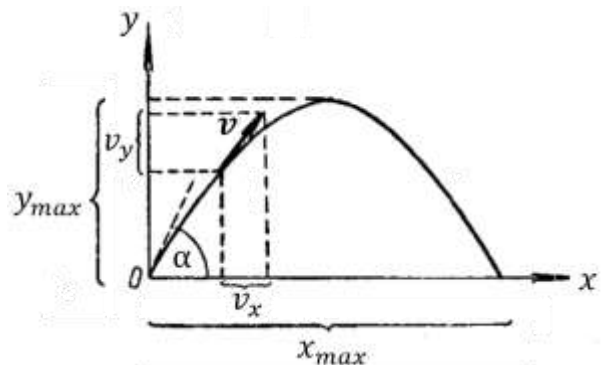
Dene gorizont baǵıtındaǵı tegislikke $t = 2t'$ waqt aralıǵınan keyin kelip túsedı. Bunnan

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

anlatpasına iye bolamız.

16-súwret.

Gorizontqa α múyeshi menen ılaqtırılǵan denenin traektoriyası.

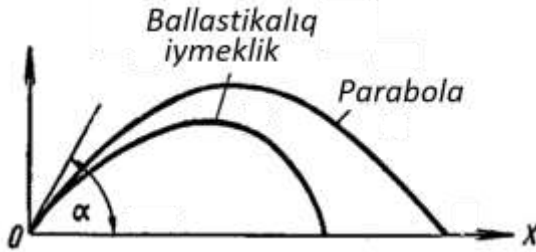


Denenin qansha uzaqlıqqa ushatuǵınlıǵın t ushın alıńǵan anlatpanı x ushın alıńǵan anlatpaǵa qoyıw

arqalı alamız:

$$x_{\max} = v_0 \cos \alpha \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha. \quad (8)$$

En sonğı (8)-formuladan berilgen v_0 baslanğısh tezlikte en uzaq ushiwdın $\alpha = 45^\circ$ bolğan jaǵdayda orın alatuǵınlıǵı kórinip tur.



17-súwret.

Parabolalıq traektorıyanı ballastikalıq iymeklik penen salıstırıw.

Alınğan formulalardıń barlıǵı denenin boslıqta ushiwı ushın durıs. Hawada deneni ılaqtırǵanda hawanın qarsılıǵı úlken tásirin tiygizedi. Hawanın qarsılıǵının tásirinde ushiw waqıtı kemeyedi hám traektoriya parabola bolmaydı (*ballistikalıq iymeklik*, 17-súwretke qaranız); ushiwdın uzınlıǵı da, biyikligi de kishireyedi. Ballastikalıq iymekliktin xarakterı ılaqtılırǵan denenin formasınan kúshli ǵárezli. Hawanın qarsılıǵının tutqan ornın mınaday misaldan kóriwge boladı: (8)-formuladan baslanğısh tezlik $v_0 = 550$ m/sek hám ılaqtırıw múyeshi 20° bolğan jaǵdayda ushiw uzaqlıǵı ushın 19,8 km shaması alınadı. Tap sonday baslanğısh shártlerde cilindr formasına iye, aldınǵı tárepi konus túrindegi salmaǵı 82 kG bolğan artilleriya snaryadının ushiwının uzaqlıǵı 8,1 km di quraydı.

2-mısal. Denen v_0 baslanğısh tezligi menen gorizontqa α múyeshi menen ılaqtırılǵan. Hawanın qarsılıǵın esapqa almay teziktin shaması menen baǵıtın anıqlanız: 1) kóteriliwdin en joqarǵı noqatındaǵı, 2) gorizont baǵıtındaǵı tegislikke túsiw noqatındaǵı.

Sheshimi. Dáslep en joqarǵı kóteriliw noqatındaǵı tezlik vektorının baǵıtın anıqlaymız. Bul noqatta $v_y = 0$ hám bunnan

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{v_y}{v_x} = 0$$

hám $\alpha_1 = 0$ tenligine iye bolamız.

Demek kóteriliwdin en joqarı noqatında tezlik gorizont baǵıtında boladı eken. Sanlıq mánisi boyınsha onın shaması

$$v_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha} = v_0 \cos \alpha$$

shamasına ten.

Endi túsiw noqatındaǵı tezlikin baǵıtın hám shamasın anıqlaymız. Bunnan aldınǵı misaldaǵı keltirip shıǵarılǵan v_y hám ushiw waqıtı t ushın anlatpalardı paydalanıp túsiw noqatında $v_y = -v_0 \sin \alpha$ tenliginin orınlı bolatuǵınlıǵın anıqlaymız. Bunnan usı noqattıǵı tezlikin baǵıtın anıqlaytuǵın α_2 múyeshinin mánisin

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{v_y}{v_x} = -\frac{v_0 \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha} = -\operatorname{tg} \alpha$$

qatnası menen beriletuǵınlıǵın kóremiz. Nátiyjede $\alpha_2 = -\alpha$ tenligin alamız. Bunnan usı noqattaǵı tezlikin baǵıtın anıqlaytuǵın α_2 múyeshinin san mánisin dástepki tezlikte anıqlaytuǵın α múyeshinin san mánisine ten bolatuǵınlıǵı, biraq onın tómenge qaray baǵıtlanatuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

Denenin túsiw noqatındaǵı tezligi

$$v_2 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha} = v_0$$

shamasına ten, yaǵnıy san mánisi boyınsha dáslepki tezlikke ten.

§ 11. Iymek sıziqlı qozǵalıstaǵı tezleniw. Bunnan aldınǵı paragrafta kórsetilip ótilgenindey, ten ólshewli emes qozǵalısta tezlik vektorı san shaması boyınsha da, baǵıtı boyınsha da ózgeredi.

t nan $t + \Delta t$ waqıt aralıǵındaǵı tezlikin ózgerisi Δv waqıt t hám $t + \Delta t$ waqıt momentlerindegi v_2 hám v_1 tezliklerinin vektorlıq ayırmasına ten. Bunday jaǵdayda tezleniwdin

sanlıq mánisi

$$\mathbf{w} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{|\Delta \mathbf{v}|}{\Delta t} \right) \quad (1)$$

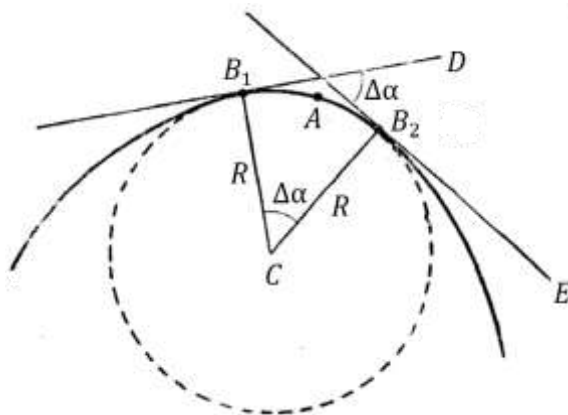
shamasına ten. $\Delta \mathbf{v}$ shaması sanlıq mánisi boyınsha tezlik vektorı $\mathbf{v}$ nın ózgerisinin mánisine ten; tezlikтин sheksiz kishi ósimi $\Delta \mathbf{v}$ qaysı tárepke qaray bağıtnanğan bolsa, tezleniwдин mánisi de sol tárepke qaray bağıtlanğan. Sonlıqtan (1)-tenlikti vektorlıq túrde bilayınsha jazıwǵa boladı:

$$\mathbf{w} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \right). \quad (1a)$$

Iymek sızıqlı qozǵalıstaǵı tezleniwdi qaramastan burın, iymek sızıqtın *mayısqanlıǵı* haqqındaǵı túsinikti tallaymız.

19-súwret.

š doǵasınan iymeklik radiusın tabıwǵa.



Shenber bolǵan jaǵdayda mayısqanlıq $C = 1/R$ tenliginin járdeminde anıqlanadı. Bul tenlikte R arqalı biz qarap atırǵan shenberdin radiusı belgilengen. Eger α arqalı shenberdin š doǵasına sáykes keletuǵın oraylıq múyeshti α arqalı belgilesek, onda R , α hám š shamalarınan arasında tómendegidey qatnastın bar ekenligi belgili:

$$\check{s} = R\alpha. \quad (2)$$

Bazı bir A noqatındaǵı tegis sızıqtın *mayısıw dóngelegi* dep usı A , B_1 hám B_2 noqatları ótetuǵın jáne B_1 menen B_2 noqatları A noqatına sheksiz jaqınlasqan jaǵdaydaǵı payda bolǵan shenberdin sheklik jaylasıwına aytadı (19-súwrette iymeklik tutas, al iymeklik dóngelegi punktir sızıq penen kórsetilgen). Iymeklik dóngeleginin radiusı qarap atırılǵan iymekliktin A noqatındaǵı *iymeklik radiusın* beredi. Al usı dóngelektin orayı sol A noqatı ushın *mayısıw orayı* dep ataladı.

B_1 menen B_2 noqatlarında iymeklikke B_1 , A hám B_2 noqatları arqalı ótetuǵın B_1D hám B_2E urınbaların júrgizemiz. Bul urınbalarǵa normallar bolǵan B_1C menen B_2C lar shenberdin R radiusları bolıp tabıladı ham olar onın C orayında kesilisedi. B_1C menen B_2C normalları arasındaǵı múyesh $\Delta\alpha$ ni kirgizemiz. (2)-formulaǵa sáykes

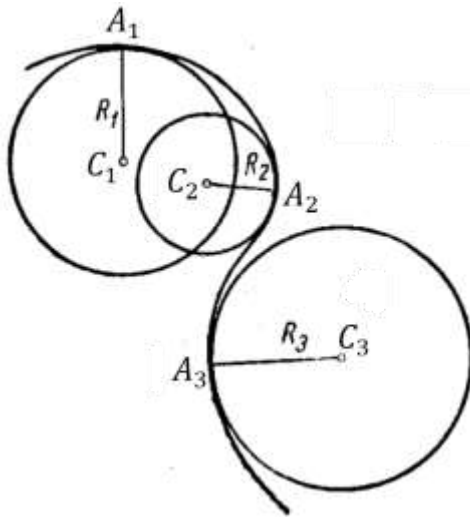
$$R = \frac{\widetilde{\Delta s}}{\Delta\alpha}$$

tenliginin orınlanatuǵınlıǵı ayqın. Bul tenlikte $\widetilde{\Delta s}$ arqalı $\overline{B_1AB_2}$ doǵası belgilengen. Joqarıda ayılǵanlar boyınsha $\widetilde{\Delta s} \rightarrow 0$ sheginde shenberdin radiusı A noqatındaǵı iymekliktin mayısıw radiusın anıqlaydı. Demek, iymekliktin mayısıw radiusı ushın

$$R = \lim_{\Delta \check{s} \rightarrow 0} \left(\frac{\widetilde{\Delta s}}{\Delta\alpha} \right) \quad (2a)$$

anlatpasın alamız.

R shamasına keri bolǵan shamalı sızıqtın berilgen noqattaǵı mayısıwı dep ataydı: $C = \frac{1}{R}$.



20-cúwret.

Hár qıylı noqatlardaǵı iymekliklerdin mayısıw radiusları.

20-súwretten mınaday jaǵdaydı kóremiz: iymekliktin mayısıwı kem bolǵan A_1 noqatında iymeklik radiusı úlken R_1 mániske iye, al iymeklik baǵıtın tezirek ózǵertetuǵın A_2 noqatında R_2 radiusının mánisi kishi. Al, A_1 hám A_2 noqatlarındaǵı mayısıwlarǵa salıstırǵanda iymeklik basqa tárepke qaray mayısatuǵın jaǵdaydaǵı mayısıwdın orayı iymekliktin basqa tárepinde jaylasqan.

Endi tegis iymeklik boyınsha denenin tezleniwshi qozǵalısnı tolıǵıraq qaraymız. Meyli, v_1 iymekliktin A noqatındaǵı, al v_2 iymekliktin B noqatındaǵı tezlik vektorı bolsın (21-súwret). v_2 vektorı v_1 dan shaması boyınsha da, baǵıtı boyınsha da ayrıladı. A noqatınan v_2 tezligin súwretleytuǵın BO kesindisine ten hám parrallel AC kesindisin júrgizemiz. Bunday jaǵdayda v_2 hám v_1 vektorlarınan ayırmasına ten EC kesindisi AB jolındaǵı tezliktin ózgerisi Δv ǵa ten. B noqatın A noqatına jaqınlastırıp, biz denenin A noqattan B noqatına baraman degen she sarplangán waqıtqa ten bolǵan Δt waqıt aralıǵın nolge umtıdıramız. Bunday jaǵdayda (1a) formulası boyınsha A noqatındaǵı tezleniw ushın anlatpa alamız:

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right).$$

AC kesindisinin boyınan $AF = v_1$ kesindisin alamız hám Δv shamasın eki qurawshıǵa bólemiz: Δv_1 hám Δv_2 . Bunday jaǵdayda Δv_1 qurawshısı tezliktin baǵıtı boyınsha ózgeriwin, al Δv_2 qurawshısı tezliktin shamasının ózgerisin táriyipleydi. $\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2$ tenliginin orınlı ekenligi ayqın. Δv nın bul mánisin tezleniw w ushın jazılǵan anlatpaǵa qoyıp

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v_1 + \Delta v_2}{\Delta t} \right) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v_1}{\Delta t} \right) + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v_2}{\Delta t} \right)$$

anlatpasın alamız. Bul jerdegi qosıwlar vektorlıq qosıwlar bolıp tabıladı.

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v_1}{\Delta t} \right) \quad (3)$$

shaması tezliktin tek baǵıtının ózgeriwin ǵana táriyipleydi.

AE menen AC arasındaǵı múyeshti $\Delta \alpha$ arqalı belgileymiz; dúzilgen sxema boyınsha bul múyesh v_1 menen v_2 tezlik vektorları, demek, bizin iymekligimizge A hám B noqatlarında túsirilgen urınbalar arasındaǵı múyesh bolıp tabıladı. 21-súwrette kórinip turǵanıday, $\Delta \alpha$ múyeshi kishi bolǵanda

$$EF = AE \cdot \Delta \alpha$$

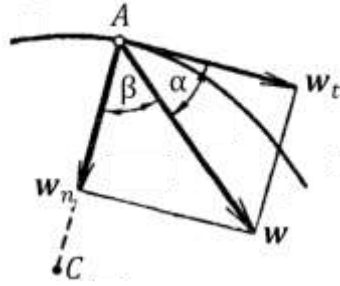
tenligin jaza alamız. Biraq $EF = \Delta v_1$ hám $AE = v_1$ bolǵanlıqtan

$$\Delta v_1 = v_1 \Delta \alpha.$$

Δv_1 ushın anlatpanı paydalanıp (3)-anlatpadan w_n tezleniwdin sanlı mánmisi ushın

$$w_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(v_1 \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} \right)$$

anlatpasın alamız.



22-súwret.

İyemk sızılıq qozğalısta tolıq tezleniw w tangensiallıq w_t hám normal w_n tezleniwlerine jayıladı.

Tolıq tezleniw vektorı w nın bağıtın usı vektor menen mayısıw radiusı arasıdağı múyesh β menen yamasa w vektorı menen urınba arasıdağı múyesh α menen anıqlanadı:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{w_t}{w_n}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{w_n}{w_t}. \quad (8)$$

İyemk boyınsha ten ólsheuli qozğalısta $w_t = 0$ hám $w = w_n$; solay etip, ten ólsheuli iyemk sızılıq qozğalısta tangensiallıq tezleniw nolge ten hám tolıq tezleniw normal tezleniwge sáykes keledi. Onın bağıtı *traektorıyanın hár bir noqatında oğan normal hám mayısıw orayına qaray bağıtlangan*. Bul mınaday fakttı anğartadı: tezlik ózinin san mánisi boyınsha turaqlı qalıp, *barlıq waqıtta bağıtın ózgertedi*.

Bizler alğan formulalar tegis iyemeklik boyınsha qozğalısqqa tiyisli, biraq olardı tegis emes iyemk sızılıq qozğalısq ushın da ulıwmalastırıwğa boladı.

Mısal. Baslangısh v_0 tezligi menen gorizont bağıtında ılaqtırılğan denenin normal hám tangensiallıq tezleniwlerin tabınız (hawanın qarsılığın esapqa almanız).

Sheshimi. Bul jağdayda salmaq kúshinin tezleniwi g tolıq tezleniw bolıp tabıladı; ol tómén qaray bağıtlangan hám onın shaması turaqlı. Bunnan (23-súwret) normal hám tangensiallıq tezleniwler ushın mınaday anlatpalardı alamız:

$$w_n = g \sin \alpha, \\ w_t = g \cos \alpha.$$

Bizin denemizdin tezligi v nın bağıtı tangensiallıq tezleniw w_t nın bağıt menen bağıtlas bolatuğnılgı hám 23-súwrettegi OY kósheri vertikal bağıtta tóménge qaray bağıtlanganlıgı tiykarında α múyeshinin mánisin tabamız. Bunday jağdayda

$$v_x = v_0; v_y = gt.$$

Bunnan

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$$

hám

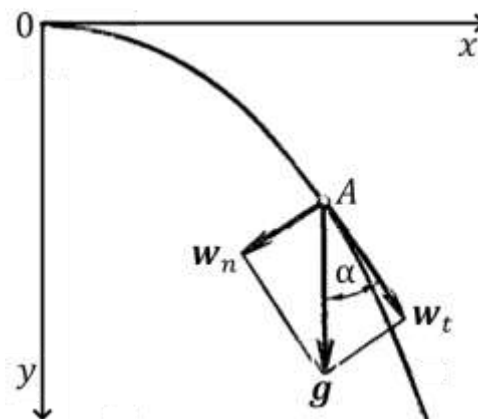
$$\sin \alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}; \\ \cos \alpha = \frac{v_y}{v} = \frac{gt}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}.$$

$\sin \alpha$ menen $\cos \alpha$ lardı bul mánislerin (9)- hám (10)-anlatpalarğa qoyıp

$$w_n = \frac{gv_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}; w_t = \frac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}$$

$t = 0$, yağniy baslangısh waqıt momentinde $w_t = 0$ hám $w_n = w = g$, normal tezleniw tolıq tezleniwge sáykes keledi. Denenin túsiw barısında normal tezleniw kemeyedi (mayısıw radiusı úlkeyedi, ılaqtırılğan denenin traektorıyası kemirek mayısqa boladı) hám tangensiallıq tezleniw úlkeyedi. $t = \infty$ sheginde $w_t = w = g$ hám $w_n \rightarrow 0$.

23-súwret.
Gorizont bağıtında ılaqtırılğan denenin
qozǵalıǵı.

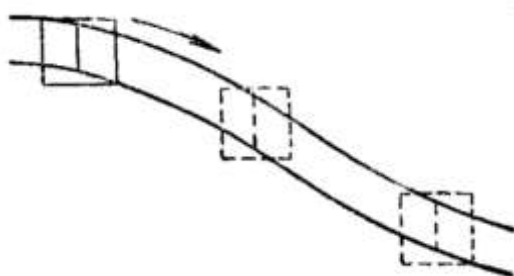


§ 12. Qattı denenin kinematikası. Múyeshlik tezlik penen múyeshlik tezleniw. Bar bolǵan qattı denelerdin barlıǵı da oǵan tásir etetuǵın kúshlerdin tásirinde qanday da bir shamaǵa deformaciyalanadı. Tallawlardı ápiwayılastırıw ushın *absolyut qattı dene* haqqındaǵı túsinikti kirgizemiz. Absolyut qattı dene haqqında gáp etilgende oǵan tásir etetuǵın kúshlerdin tásirinde pútkilley deformaciyalanbaytuǵın qıyalımızdaǵı deneni túsinemiz. Absolyut qattı denede denenin ayırım bólimlerin basqa bólimlerine salıstırǵanda jılastırıw múmkin emes. Absolyut qattı denenin qozǵalıǵı *ilgerilemeli* hám *aylanbalı* qozǵalısqa alıp kelinedi.

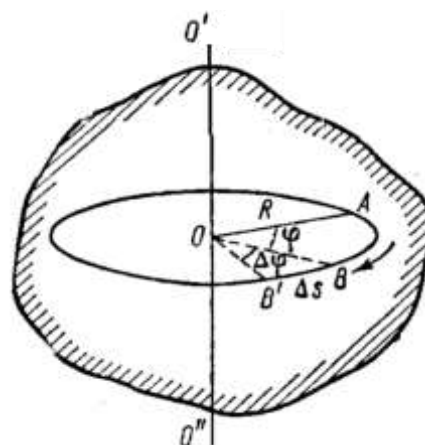
Qattı denenin ilgerilemeli qozǵalısqında usı denede ótkerilgen hám onın menen turaqlı túrde baylanısqa tuwrı barlıq waqıtta ózi ózine parallel bolıp qaladı. (24-súwret). Ilgerilemeli qozǵalısta qattı denenin barlıq noqatları birdey v tezligine hám birdey w tezleniwine iye boladı.

Aylanbalı qozǵalısta qattı denenin barlıq noqatları orayları *aylanıw kósheri* dep atalatuǵın tuwrının boyında jaylasqaq noqatlardıń dógeresinde shenber boyınsha aylanadı (25-súwret).

Ulıwma jaǵdayda qattı dene bir waqıtta ilgerilemeli qozǵalısqa da, aylanbalı qozǵalısqa da qatnasa aladı. Sonın menen birge aylanıw kósherinin ózi de denegge salıstırǵanda ornın ózgertiwi múmkin; bunday jaǵdayda hár bir moment ushın bir zamatlıq kósherdin dógeresindegi aylanıw haqqında gáp etiledi.



24-súwret. Qattı denenin ilgerilemeli
qozǵalıǵı.



25-súwret. Qattı denenin aylanbalı qozǵalıǵı.

Múyeshlik tezlik haqqındaǵı túsinikti kirgizemiz. Onın ushın aylanıwshı denenin bazı bir B noqatın φ múyeshi menen anıqlaymız (25-súwret). Bul múyesh OB radiusı hám bazı bir baslanǵısh OA radiusı menen payda etilgen. Deneni aylandırǵanda φ múyeshi úzliksiz ózgeredi. Ten ólshewli aylanatuǵın denenin ω múyeshlik tezligi dep OB radiusı burılatsuǵın $\Delta\varphi$ múyeshine tuwrı proporcional, al usınday burılıw ushın ketken Δt waqtına kerı proporcional bolǵan shamaǵa aytamız:

$$\omega = k \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \quad (1)$$

Bul formulada k arqalı proporcionalıq koefficient belgilengen. Eger $k = 1$ dep boljasaq, onda

$$\omega = k \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (2)$$

formulasına iye bolamız. Bunday jaǵdayda ω nı ólshew ushın (2)-tenlik orınlanatuǵınday etip $\Delta\varphi$ menen Δt shamalarının ólshem birliklerin saylap alıwımız kerek. Múyeshlerdi ádettegidey radianlarda, al waqıttı sekundlarda ólshep, biz múyeshlik tezlikтин birligi ushın φ shaması bir sekundtı bir radianǵa ózgeretuǵın birlikti saylap alıwımız kerek. Múyeshlik tezlikтин bul birligin *radian/sek* yamasa ápiwayı túrde *1/sek* dep belgilewge boladı.

Aylanıp turǵan berilgen qattı denenin ω múyeshlik tezliginin mánisi B noqatın saylap alıwdan ǵárezsiz. Óytkeni, berilgen Δt waqıtı ishinde OB radiusının burılıw múyeshi $\Delta\varphi$ din shaması B noqatının qaysı orında turǵanlıǵınan ǵárezsiz.

Endi B noqatının sızıqlı tezligi v menen denenin aylanıwının múyeshlik tezligi ω arasındadı baylanıstı tabamız.

Múyesh $\Delta\varphi$ ge ózgergende B noqatı shenberdin boyı menen Δs doǵasın basıp ótedi dep boljayıq. Bunday jaǵdayda onın sızıqlı tezligi san mánisi boyınsha

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

shamasına ten. Ekinshi tárepten (25-súwretke qaranız)

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R}.$$

Bunnan

$$v = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \cdot R$$

yamasa (2)-formula boyınsha

$$v = \omega R \quad (3)$$

formulasına iye bolamız. Bul formulada R arqalı B noqatınan aylanıw kósherine shekemgi qashıqlıq belgilengen. B noqatı aylanıw kósherinen qansha alısta jaylasqan bolsa, onda berilgen ω múyeshlik tezligi ushın sızıqlı tezlik v sonshama úlken boladı. Aylanıwshı denenin hár qıylı noqatları hár qıylı sızıqlı tezliklerge iye boladı.

Sızıqlı tezlikti denenin *aylanıw dáwiri* T menen baylanıstıramız. $\Delta t = T$ waqıtı ishinde dene tolıq bir ret aylanadı, al φ múyeshinin shaması 2π shamasına artadı, yaǵnıy $\Delta\varphi = 2\pi$. Bunnan (2)-anlatpa boyınsha:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (4)$$

En aqırında qaraw ushın *waqıt birligindegi aylanıslar sanı* túsinigin kirgizemiz. T waqıtı ishinde dene bir ret aylanatuǵın bolǵanlıqtan, dene waqıt birliginde

$$n = \frac{1}{T} \quad (5)$$

ret aylanadı. Bunnan (4)-anlatpa boyınsha denenin aylanıwının múyeshlik tezligi ushın jáne bir anlatpanı alamız:

$$\omega = 2\pi n. \quad (6)$$

Aylanıwshı denenin hár bir noqatı shenber boyınsha qozǵalıp

$$\omega_n = \frac{v^2}{R}$$

normal tezleniwine iye boladı. Bul tenlikte v arqalı onın sızıqlı tezligi, al R arqalı usı noqattın aylanıw kósherinen qashıqlıǵı belgilengen. Bul anlatpaǵa v sızıqlı tezliginin ornına ω múyeshlik tezligin qoyıp (3)-anlatpa boyınsha

$$\omega_n = \omega^2 R \quad (7)$$

formulasın alamız.

Aylanıwshı qattı denenin barlıq noqatları birdey ω múyeshlik tezligi penen qozǵalatuǵın bolǵanlıqtan, (7)-formuladan aylanıwshı qattı denenin aylanıw kósherinen qansha alısta turǵan bolsa, onda onın normal tezleniwini sonshama úlken bolatuǵınlıǵın kórsetedi.

(5)- hám (6)-anlatpalardı paydalanıp (7)-anlatpaǵa jáne bir túr beriwge boladı:

$$\omega_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \quad (8)$$

yamasa

$$\omega_n = 4\pi^2 n^2 R. \quad (8a)$$

SHenber boyınsha ten ólsheuli emes qozǵalı bolǵan jaǵday ushın berilgen momenttegi ω múyeshlik tezligi túsinigin kirgizemiz:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \right). \quad (9)$$

Bunday jaǵdayda da ten ólsheuli qozǵalıstaǵı berilgen momenttegi ω múyeshlik tezlik penen sızıqlı tezlik v arasındaǵı baylanıs saqlanadı [(3)-formula].

Ten ólsheuli emes aylanıwda ω múyeshtik tezlik waqıttın ótiwi menen ózgeredi. Bul ózgeristin xarakteristikası sıpatında ten ólsheuli ózgeriwshı qozǵalısta múyeshlik tezliktin ózgerisi $\Delta \omega$ ge tuwrı proporcional hám usınday ózgeris júzege kelgen waqıt aralıǵı Δt ǵa keri proporcional bolǵan β múyeshlik tezleniwi kirgiziledi. Ten ólsheuli emes aylanıwda berilgen momenttegi múyeshlik tezleniw mınaǵan ten:

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \omega}{\Delta t} \right). \quad (10)$$

Differenciallıq esaptan mınalargá iye bolamız:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (9a)$$

hám múyeshlik tezleniw ushın

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2 \varphi}{dt^2}. \quad (10a)$$

1-misal. Jer sharının betindegi noqatlardıń múyeshlik hám sızıqlı tezlikleri menen olardıń normal tezleniwin tabınız.

Sheshimi: Múyeshlik tezlik

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60} \text{ sek}^{-1} \cong 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ sek}^{-1}$$

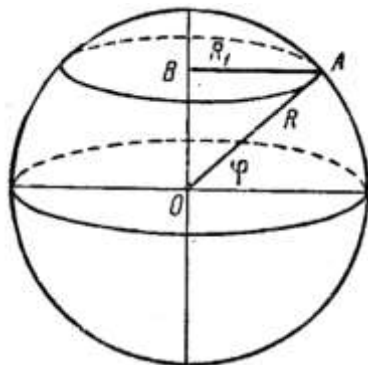
jer sharının barlıq noqatları ushın birdey. φ kenligindegi noqatlardıń sızıqlı tezligi (26-súwret)

$$v = \omega R_1 = \omega R \cos \varphi$$

shamasına ten. Bul tenlikte R arqalı jer sharının radiusı belgilengen. ω nın ornına onın mánisin qoyıp hám $R = 6370 \text{ km} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ ekenligin esapqa alsaq

$$v = 4,65 \cdot 10^2 \cos \varphi \text{ m/sek}$$

shamasına iye bolamız.



26-súwret.

Jer sharındaǵı φ kenliginde jaylasqan A noqatı radiusı R_1 shamasına ten shenberdi sızadı.

φ kenligindeki normal tezleniw w_n mına formulanın járdeminde esaplanadı:

$$w_n = \omega^2 R_1 = \omega^2 R \cos \varphi.$$

Bunnan

$$w_n = 3,4 \cos \varphi \frac{sm}{sek^2}$$

shamasın alamız.

2-mısal. Radiusı $r = 10 sm$ bolğan dóngelektin aylanıslar sanı hár bir sekunda $n_0 = \frac{1}{2}$ aylanısqa úlkeyedi. Ekinshi sekundtın aqırı ushın tabınız: 1) dóngelektin múyeshlik tezligin, 2) onın jiyegindegi noqatlardıń sıızılıq tezligin, 3) onın jiyegindegi noqatlardıń normal, tangenciallıq hám tolıq tezleniwin.

Sheshimi. Ekinshi sekundtın aqırındağı aylanıslar sanı n mınağan ten:

$$n = n_0 t = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{1}{sek} = 1 \frac{1}{sek}.$$

Ekinshi sekundtın aqırındağı múyeshlik tezlik ω :

$$\omega = 2\pi n = 2\pi n_0 t = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 \frac{1}{sek} = 6,28 \frac{1}{sek}.$$

Ekinshi sekundtın aqırındağı dóngelektin jiyegindegi sıızılıq tezlik:

$$v = \omega R = 6,28 \cdot 10 \frac{sm}{sek} = 62,8 \frac{sm}{sek} = 0,628 \frac{m}{sek}.$$

Jiyektegi noqatlardıń normal tezleniwi:

$$\omega_n = \omega^2 R = 6,28^2 \cdot 10 \frac{sm}{sek^2} = 394,4 \frac{sm}{sek^2}.$$

ω_t tangenciallıq tezleniwdi

$$v = \omega R = 2\pi n_0 R t$$

túrindegi anlatpanın tiykarında tabamız, yaǵnıy v tezligi waqıttın ótiwi menen ten ólshewli úlkeyedi. Usının nátiyjesinde ten ólshewli qozǵalıstağı jaǵdaydaǵıday $v = \omega_t t$ túrindegi tenlik orınlı boladı. Bul anlatpada ω_t arqalı biz izlep atırǵan tangensiallıq tezleniw belgilengen. Bunnan

$$\omega_t = 2\pi n_0 R = 6,28 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{sm}{sek^2} = 31,4 \frac{sm}{sek^2}$$

nátiyjesine iye bolamız.

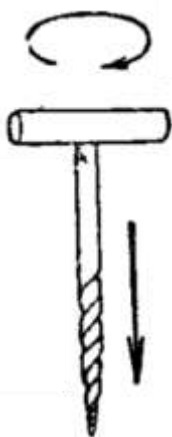
Tolıq tezleniw

$$\omega = \sqrt{\omega_n^2 + \omega_t^2} = \sqrt{394,4^2 + 31,4^2} \frac{sm}{sek^2} = 396,5 \frac{sm}{sek^2}.$$

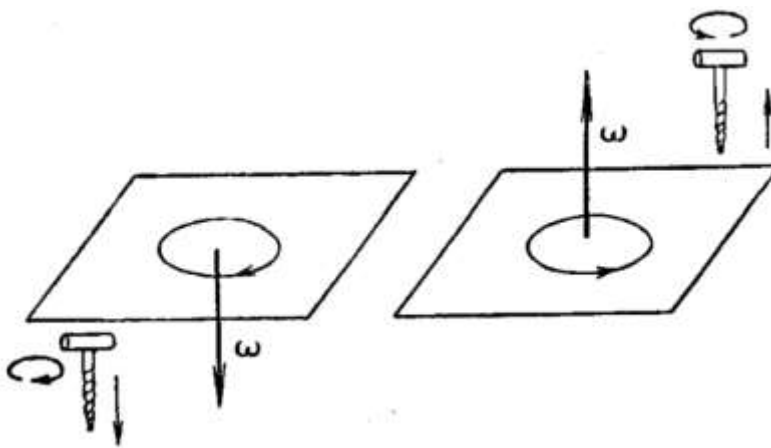
Tolıq tezleniwdin baǵıtın 22-súwretten anıqlaymız. Bul súwrette tezleniw menen shenberge túsilgen urınba arasındagı α múyeshinin

$$\sin \alpha = \frac{\omega_n}{\omega} = \frac{394,4}{396,5} = 0,9965$$

tenliginin járdeminde anıqlanatuǵınlığı kórinip tur. Bunnan $\alpha = 85^\circ 30'$ tenligine iye bolamız. Solay etip, tolıq tezleniw menen urınba arasındagı múyesh $\alpha = 85^\circ 30'$ yamasa radius penen tolıq tezleniw arasındagı múyesh $\beta = 4^\circ 30'$ shamasına ten.

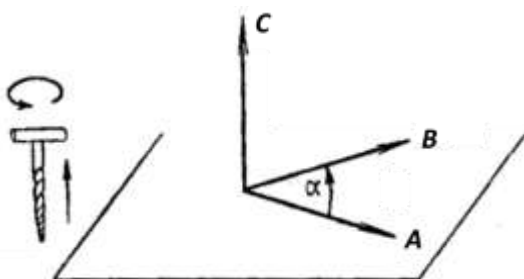


27-súwret. Burǵı qaǵıydası.



28-súwret. Múyeshlik tezlik vektorı aylanıw orın alatuǵın tegislikke perpendikulyar baǵıtta onın ushı tárepten qaraǵanda aylanıw saat strelkasının baǵıtına qarama-qarsı baǵıtta aylanıw bolatuǵınday etip ótkeriledi.

§ 13. Múyeshlik tezlik vektor sıpatında. Berilgen R radiusına iye shenber boyınsha qozǵalıstı tolıq táriyiplengen bolıp esaplanadı, eger mına shamalar berilgen bolsa: 1) *múyeshlik tezlik* ω (yamasa sızıqlı tezlik v), 2) shenber jatqan *tegislik* hám 3) *aylanıw baǵıtı*. Songı xarakteristika zárúrli xarakteristika bolıp tabıladı. Sebebi belgili bir tárepten qaraǵanda shenber boyınsha qozǵalıstın saat strelkasının baǵıtında yamasa oǵan qarama-qarsı baǵıtta bolıwı múmkin. Biraq usı xarakteristikaların úshewinin de bir vektordın járdeminde beriliwı múmkin. Onın ushın bul vektordı tegislikke perpendikulyar baǵıtta ótkeriw hám vektordın baǵıtına aylanıwdın bir baǵıtın sáykeslendiriw gerek. Usınday sáykeslendiriw burǵı qaǵıydasının járdeminde ámelge asırıladı: *vektordın baǵıtı sıpatında burǵının ilgerilemeli qozǵalıstın baǵıtı, al aylanıwdın baǵıtı sıpatında burǵının tutqasının buralıw baǵıtı alınadı* (27-súwret). Bunday jaǵdayda aylanıwdın xarakteristikası ushın *múyeshlik tezlik vektorı* dep atalatuǵın ω vektorı kirgizedi. Bul vektordın mınaday talaplardı qanaatlandırıwı gerek: 1) onın san mánisi *múyeshlik tezlik* ω nın san mánisine ten, 2) ol aylanıw júzege keletuǵın shenber jatqan tegislikke normal baǵıtta júrgiziledi, 3) bul vektordın ushı tárepten qaraǵanda aylanıwdın saat strelkasının qozǵalıstı baǵıtına qarama-qarsı bolıwı gerek (28-súwret). Tezlik vektorın usınday vektordın járdeminde súwretlewın mınaday artıqmaslıǵı bar: eger dene bir waqıtta eki aylanbalı qozǵalısqı qatnasatuǵın bolsa, onda qosındı aylanbalı qozǵalıstı qosılıwshı aylanbalı qozǵalıstıǵa sáykes keletuǵın vektorlardın parallelogramm qaǵıydası boyınsha vektorlıq qosındısına ten boladı.



29-súwret.
Vektorlıq kóbeyme.

Vektorlıq tallawda *vektorlıq kóbeyme* haqqındaǵı túsiniq kirgiziledi. A hám B vektorlarının vektorlıq kóbeymesi dep san mánisi

$$C = A \cdot B \sin(\angle A, B)$$

shamasına ten bolǵan C vektorına aytadı. Bul tenlikte A hám B arqalı A hám B vektorlarının san mánisleri, al $(\angle A, B)$ arqalı sol vektorlar arasındǵı múyesh belgilengen (29-súwrettegi α

múyeshi). $\mathbf{C}$ vektorı $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ vektorları jatqan tegislikke perpendikulyar hám onın ushı tárepten qaraǵanda onı saat strelkasının qozǵalıw baǵıtına qarama-qarsı baǵıtta aylandırǵanda $\mathbf{A}$ vektorı $\mathbf{B}$ vektorının ústine túsiwi kerek (kishi múyesh tárepke qaray; 29-súwret). Basqa sóz benen aytqanda mınaday jaǵday orın aladı: burǵını $\mathbf{A}$ vektorı tárepten $\mathbf{B}$ vektorı tárepke qaray aylandırǵanda (kishi múyesh tin baǵıtında) burǵının ilgerilemeli qozǵalıwı $\mathbf{C}$ vektorının baǵıtın anıqlaydı.

Vektorlıq kóbeyme

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

túrinde jazıladı. Sonın menen birge vektorlıq kóbeyme kommutativlik qásiyetke iye emes: $\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$ vektorı menen $\mathbf{C}' = \mathbf{B} \times \mathbf{A}$ vektorının tek san mánisleri ǵana birdey, al baǵıtları qarama-qarsı.

Múyeshlik tezlikti vektor sıpatında qarawdı kirgiziw $\mathbf{v}$ sızıqlı tezlik vektorın múyeshlik tezlik vektorı $\boldsymbol{\omega}$ hám materiallıq noqattın aylanıw kósherine salıstırǵandaǵı ornın anıqlaytuǵın $\mathbf{r}$ radius-vektorı menen baylanıstırıw ushın qolaylı.

30-súwrette kórinip turǵanıday

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r},$$

yaǵnıy $\mathbf{v}$ sızıqlıq tezlik $\boldsymbol{\omega}$ hám $\mathbf{r}$ din vektorlıq kóbeymesi bolıp tabıladı eken.

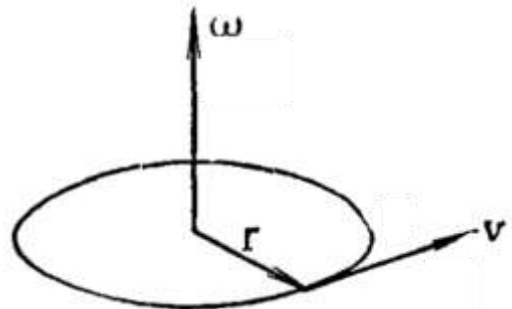
Múyeshlik tezlikti vektor dep qaraǵanda β múyeshlik tezleniwdi de vektor dep karaw kerek boladı. Óytkeni bul jaǵdayda

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \boldsymbol{\omega}}{\Delta t} \right)$$

tenliginde $\Delta \boldsymbol{\omega}$ shaması $\boldsymbol{\omega}$ múyeshlik tezliktin vektorlıq ózgerisi bolıp tabıladı.

30-súwret.

$\mathbf{v}, \boldsymbol{\omega}$ hám $\mathbf{r}$ vektorlarının arasındaǵı baylanıs.



II BAP

DINAMIKA

§ 14. Nyutonnın birinshi nızamı. Usı waqıtqa shekem biz denelerdin waqıttan ġárezli orın almasıwın, yaǵnıy kinematikanın máselelerin ġana qaradıq. Qozǵalıslar halının ózgerisine alıp keletuǵın denelerdin óz-ara tásirlesiw menen baylanıslı bolǵan máseleler pútkilley qaralǵan joq. Bul máseleler *dinamika* oblastına tiyisli. Dinamikanın tiykarǵı rejeleri Nyuton tárepinen onın "Natural filosofiyanın matematikalıq baslamalarında" (1687) *qozǵalıstın úsh nızamı* túrinde keltirip shıǵarıldı.

Nyutonnın birinshi nızamı bılayınsha ayıldı: *Basqa deneler tárepinen halın ózgertiwge májbúrleytuǵın tásirler túsirilmegenshe qálegen dene ózinin tınıshlıq halın yamasa tuwrı sızıqtı ten ólshewli halın saqlaydı.*

Bul jaǵdayda deneni materiallıq noqat dep qaraymız, yaǵnıy qálegen aylanbalı qozǵalıslar alıp taslanadı. 35-paragrafta basqa deneler tárepinen tásirler bolmaǵan jaǵdayda denenin ten ólshewli aylanıslar halında tura alatuǵınlıǵın kóremiz.

Nyutonnın birinshi nızamınan *basqa materiallıq denelerdin tásiiri tiymegenshe* denenin tınıshlıq yamasa tuwrı sızıqlı ten ólshewli qozǵalıslar halının saqlanatuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

Nyutonnın birinshi nızamın tájiriyyede tikkeley tekserip kóriwdin múmkinshiligi joq. Sebebi bizdi qorshap turǵan haqıyqıy jaǵdaylarda denege basqa deneler tásir etpeytuǵın sharayattı júzege keltiriw pútkilley múmkin emes. Biraq bir qatar faktlerdi ulıwmalastırıw jolı menen biz Nyutonnın birinshi nızamın durıs ekenligine kóz jetkeremiz. Ádette bizlerdin átirapımızdaǵı predmetlerdin tınıshlıqta turıwı hár qıylı denelerdin tásirlerinin bir birin kompensaciyalawı menen baylanıslı. Misalı, jer sharı tárepinen payda etiletuǵın tartıw menen tirektin yamasa ildirilip qoyılǵan jiptin reakciyası bir birin kompensaciyalaydı. Eger basqa denelerdin tásiiri kishi bolsa, onda dene (baslanǵısh tezlik penen ılaqtırıwdın saldarınan jerdin betinde sırtanap baratırǵan tas bet qanshama tegis bolsa, yaǵnıy basqa denelerdin oǵan tásiiri qanshama kishi bolsa) kóbirek qozǵaladı. Nyutonnın birinshi nızamınan kelip shıǵatuǵın nátiyjelerdin tájiriybelerde alınǵan nátiyjeler menen sáykes keliwi bul nızamın durıs ekenligin janapay túrde isendiredi.

Nyutonnın birinshi nızamın úyreniwge tolıǵıraq irkilew ushın mınaday máseleni qoyıw kerek: Nyutonnın birinshi nızamında ġáp etiletuǵın tınıshlıq hal menen ten ólshewli qozǵalıslar halı qanday esaplaw sistemasına (yamasa koordinata sistemasına) salıstırǵanda ornaydı? Nyutonnın ózi bul jaǵdayda ġáptin absolyut kenisliktegi bazı bir absolyut qozǵalıslar haqqında ayılatuǵınlıǵın názerde tuttı. Ol bılajazdı: "Ózinin mánisi boyınsha absolyut kenislik sırtqı hesh nársege salıstırılmaıdı, barlıq waqıtta birden-bir hám qozǵalmaytuǵın ... bolıp qaladı. Absolyut qozǵalıslar bir absolyut orınnan ekinshi absolyut orınǵa jılısıw bolıp tabıladı". Bunday kóz-qaras metafizikalıq bolıp tabıladı hám haqıyqatlıqqa sáykes kelmeydi. Bar bolǵan haqıyqıy kenislikte qasıyetleri materiyanın ózi tárepinen anıqlanadı. Bizlerdin joqarıda atap ótkenimizdey, denelerdin orınları hám olardıń qozǵalısları tek basqa materiallıq denelerge salıstırıw arqalı anıqlanadı; hár qıylı denelerge salıstırǵanda bir denenin hár qıylı bolıp qozǵalıwı múmkin.

Baqlawlar Nyutonnın birinshi nızamın barlıq esaplaw sistemalarına qarata durıs bolmaytuǵınlıǵın kórsetedi. Bir neshe misallardı keltiremiz. Tuwrı sızıqlı hám ten ólshewli qozǵalatuǵın vagon esaplaw sisteması bolıp tabıladı dep boljayıq. Eger vagonnıń silkiniwlerin esapqa almasaq, onda Nyutonnın birinshi nızamı orınlanadı: vagonǵa salıstırǵanda tınıshlıqta turǵan dene basqa denelerdin tásiiri tiymegenshe qozǵalmaydı h.t.b. Biraq, vagon qozǵalıslar baǵıtın ózgeritse, tormozlansa yamasa júrisin tezletse Nyutonnın birinshi nızamın ayqın túrdegi buzılıwı kórinedi: qorshap turǵan denelerdin tásiiri tiymese de biz qarap atırǵan tınıshlıqta turǵan denenin

awısıwı yamasa tómengge qaray túsip ketiwi múmkin. Esaplaw sisteması sıpatında jer sharın alamız; bul jaǵdayda Nyutonnın birinshi nızamı hátte ten ólshewli qozǵalısta da selkildi orın alatuǵın qozǵalıwshı vagondaǵıǵa salıstırǵanda ádewir dál orınlanadı. Biraq, bul jaǵdayda da bazı bir processlerdi júdá názik baqlawlar (mayatniklerdin terbeliwi, hawa hám okean aǵıslarının tarqalıwı h.t.b.) Nyutonnın birinshi nızamının yamasa durısıraǵı bul nızamnın nátiyjelerinin buzılatuǵınlıǵın kórsetedi. Biraq, eger biz esaplaw sisteması sıpatında bası Quyashta jaylasqan, al kósherleri belgili bolǵan juldızlarǵa qaray baǵıtlanǵan geliooraylıq sistemanı qabıl etsek, onda bunday sistemada Nyutonnın birinshi nızamı júdá dál orınlanadı. Nyutonnın birinshi nızamı orınlanatuǵın esaplaw sistemasın *inerciallıq sistema* dep ataydı. Al, geypara waqıtları Nyutonnın birinshi nızamın *inerciya principı* dep te ataydı.

Joqarıda aytılp ótilgenindey, geliooraylıq sistema tolıq dál inerciallıq sistema bolıp tabıladı; oǵan salıstırǵanda ten ólshewli hám tuwrı sıziq boyınsha qozǵalatuǵın qálegen sistema inerciallıq bolıp tabıladı. Qanday da bir inerciallıq esaplaw sistemasına salıstırǵanda tezleniwge iye bolǵan sistemanın ózi inerciallıq esaplaw sisteması bola almaydı. Tezleniwshı sistemalar haqqındaǵı máseleni tómende tolıǵıraq qaraymız.

§ 15. Nyutonnın ekinshi nızamı. Kúsh hám massa. Nyutonnın ózi bergen anıqlama boyınsha ekinshi nızam bılayınsha aytıladı: *qozǵalıstın ózgerisi túsken kúshke tuwrı proporcional hám sol ózgeris kúsh túsken baǵıtta boladı.*

Demek, Nyutonnın ekinshi nızamı jana fizikalıq shama bolǵan *kúsh* haqqındaǵı túsinikti kirgizedi.

Nyutonnın birinshi nızamınan bir biri menen tásir etisiwinin saldarınan materiallıq denelerdin qozǵalı halının ózgeretuǵınlıǵın kórdik. Bir denenin ekinshi denegge tásir etiwı olardıń qozǵalı halın ózgetedi hám kúsh dep atalatuǵın fizikalıq shama menen táriyiplenedi. Qozǵalı halının ózgerisi denenin tınıshlıq halınan yamasa ten ólshewli hám tuwrı sıziqlı qozǵalı halınan shıǵadı degendi anǵartadı. YAǵnıy, bul jaǵdayda denenin *tezligi ózgeredi yamasa ol tezleniw aladı.* Bunnan fizikalıq shama bolǵan kúshtin nátiyjesi denenin tezleniwine alıp keletuǵın bir denenin ekinshi denegge tásirin táriyipleydi eken.

Qanday da bir dene alamız hám usı dene hár qıylı *w* tezleniwine iye bolatuǵında etip basqa bir dene (yamasa deneler) menen tásir etemiz. Tásir qansha kúshlirek bolǵan sayın denenin alatuǵın *w* tezleniwiniń de úlken bolatuǵınlıǵı óz-ózinen túsiniكلي. Bunnan qarap atırılǵan denegge basqa deneler tárepinen tásir etetuǵın kúsh sıpatında dene alatuǵın tezleniwge proporcional bolǵan *f* fizikalıq shamasın qabıl etemiz:

$$f = k'w. \quad (1)$$

Bul tenlikte *k'* arqalı proporcionallıq koefficienti belgilengen.

(1)-tenlik qanday da bir berilgen denegge tásir etetuǵın kúshlerdi olar payda etetuǵın tezleniwler boyınsha salıstırıwǵa múmkinshilik beredi. Tezleniw baǵıtqa iye bolǵanlıqtan, kúsh te baǵıtqa iye bolıwı kerek. Tajiriybeler bir waqıtta bir neshe kúsh tásir etken jaǵdayda alatuǵın tezleniwdin sol kúshlerdin vektorlıq qosındısına ten bolǵan bir kúshtin tásirinde alatuǵın tezleniwge ten ekenligin kórsetedi. Bunnan *kúshtin vektor ekenligi* kelip shıǵadı. Kúsh tárepinen alınǵan tezleniw qaysı tárepke qaray baǵıtlanǵan bolsa, kúsh vektorı da sol tárepke qaray baǵıtlanǵan.

Solay etip, (1)-tenlikti vektorlıq formada jazıwǵa boladı:

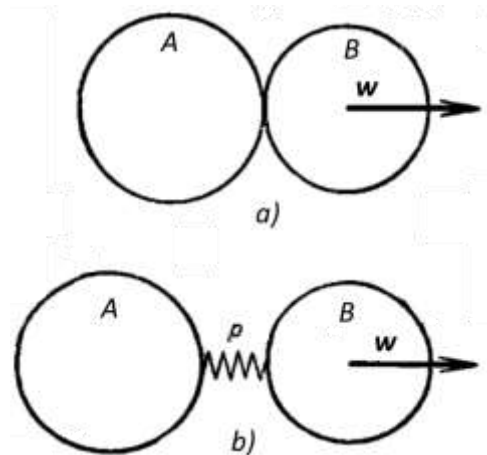
$$\mathbf{f} = k'\mathbf{w}. \quad (1a)$$

Denelerdin bir birine táhiri bir denenin ekinshisine tezleniw beriw menen sheklenbeydi. Bazı bir basqa tásirler de kúsh penen táriyiplenedi hám óz gezeginde olardı kúsh túsiginin dáliligin joqarılatıw ushın paydalanıw múmkin. Ulıwma aytqanda denelerdin bir biri menen tásirlesiwiniń nátiyjesinde olardıń bir birin *deformaciyalawı* da múmkin. Bul deformaciyalardı kúshlerdi salıstırıw ushın paydalanıwǵa boladı. *A* denesi (31-a súwret) *B* denesine tikkeley tiyisiw menen tásir etip, oǵan *w* tezleniwini beredi (*B* denesin iyteredi) dep boljayıq. Eger biz *A* menen *B*

denelerinin arasına basqa bir serpmimli deneni, mısalı, p prujinanı jaylastırısaq (31- b súwret), onda A denesi B denesin iytergende prujına qısıladı. Bunday jaǵdayda A denesi B denesine qanshama kóbirek tezleniw berse prujına da sonshama kóbirek qısıladı, yaǵnıy A denesi B denesine sonshama úlken kúsh penen tásir etedi. Bul kúshti onın (1)-tenlik boyınsha beretuǵın tezleniwi boyınsha ólshep, biz prujinanı graduırovkalaw múmkinshiligine iye bolamız hám onı bunnan keyin kúshti ólshew ushın paydalana alamız.

31-súwret.

A denesi B denesin iyterip, w tezleniwin beredi. Usının menen birge denelerdin arasına salınǵan prujına qısıladı.



Prujinalı dinamometrдин járdeminde kúshti ólshew usılınan paydalanıp, biz mınaday tájiriybeni qoya alamız: hár qıylı denelerge birdey kúsh penen tásir etip, olardıń alatuǵın tezleniwlerin bir biri menen salıstırıw. Bunday jaǵdayda birdey kúshtin tásirinde hár qıylı denelerdin hár qıylı tezleniwlerdi alatuǵınlıǵına kóz jetkeriwge boladı. Solay etip, hár qıylı deneler tárepinen alatuǵın tezleniwlerinin basqa deneler tárepinen tásir etetuǵın kúshler mánisleri boyınsha ǵana emes, al tezleniwshi denelerdin bazı bir qásiyeti boyınsha da anıqlanatuǵınlıǵın kóremiz. Denelerdin bul qásiyeti *massa* dep atalatuǵın ayrıqsha fizikalıq shama menen táriyiplenedi.

Berilgen kúshtin tásirinde dene qanshama kishi tezleniw alatuǵın bolsa, onda onın massası úlken boladı. Demek, biz denelerdin massaları birdey kúshlerdin tásirinde alatuǵın tezleniwlerge kerı proporcional dep boljay alamız:

$$\frac{m_1}{m_2} = \left| \frac{w_2}{w_1} \right|. \quad (2)$$

Denelerdin massası denelerdin ólshemlerinen hám sol deneler turatuǵın zattın tábiyatınan ǵárezli.

Massa denelerdin en tiykarǵı xarakteristikalarının biri bolıp tabıladı. Nyuton massanı denedegi materiyanın muǵdarı dep esapladı. Ilimde kóp waqıtlar dawamında paydalanılıp kelgen bul anıqlama durıs emes metafizikalıq xarakterge iye.

...

Basqa qálegen fizikalıq shama haqqında túsinik sıyaqlı massa haqqındaǵı túsiniktin bul shamanın basqa da fizikalıq shamalar menen obektiv óz-ara baylanıslar arqalı keltirip shıǵarılıwı múmkin. Massaǵa qatnası boyınsha usınday óz-ara baylanıslar denenin inertligi túsinigin beretuǵın Nyutonnıń ekinshi nızamı tárepinen beriledi. Bunday jaǵdayda denenin inertligi haqqında ǵáp etkende denelerdin birdey tásirlerde hár qıylı tezleniwlerdi alıwında kórinetuǵın bazı bir obektiv qásiyetke iye bolatuǵınlıǵı názerde tutiladı. Barlıq denelerge tán bolǵan bul qásiyet belgili bir fizikalıq shama menen táriyiplenedi hám bul fizikalıq shama massa bolıp tabıladı. (2)-qatnas hár qıylı denelerdin massaların sanlı túrde salıstırıwǵa múmkinshilik beredi. Usınday jollar menen ólshengen massanı "inercialıq massa" dep atawǵa boladı. Sebebi ol inercialıq qubılıslardıń tiykarında ólshenedi.

Massa túsiniginin onnan tolıǵıraq bolǵan mazmunı faktlardın ken jıynaǵın qaraǵanda ashıladı. Usınday faktlardın en tiykarǵı bolǵan biri M.V.Lomonosov tárepinen ashılǵan massalardıń saqlanıw nızamı bolıp tabıladı: denelerdin izolyaciyalanǵan sistemasının massası usı sistemada orın alatuǵın barlıq ózgerislerde turaqlı bolıp qaladı. 17-paragrafta biz massa menen qozǵalıstı muǵdarı dep atalatuǵın fizikalıq shama arasındaqı baylanıstı kórsetemiz; vektorlıq xarakterge iye bolǵan bul shama da saqlanıw nızamına baǵınadı. Sonın menen birge, massa gravitaciyalıq qubılıslarda kórinedi (32-33 paragraflardaǵı pútkil dúnyalıq tartılıs nızamı). Aqırında, salıstırmalıq teoriyası massa menen energiya arasındaqı teren baylanıstın bar ekenligi haqqındaǵı júwmaqqa keledi. Boslıqtaǵı jaqtılıqtın tezligine jaqın tezliklerde denelerdin massaları turaqlı bolıp qalmaydı, al tezliktin shamasının ósiwi menen ósedı. Toliq izolyaciyalanǵan sistemanın, yaǵnıy tek zat almasıw ǵana orın almaytuǵın, al energiya almasıw da bolmaytuǵın sistemanın (atomlar, molekulalar h.t.b.) massası turaqlı bolıp qaladı.

(1)- hám (2)-tenliklerdi salıstırıp, biz mınaday juwmaqqa kelemiz: dene tárepinen alınatuǵın w tezleniwı tásir etetuǵın f kúshke tuwrı proporcional hám denenin m massasına keri proporcional:

$$w = k \frac{f}{m}. \quad (3)$$

Bul tenlikte k – proporcionallıq koefficienti.

(3)-tenlik vektorlıq xarakterge iye. Ol Nyutonnın ekinshi nızamının dál mazmunın beredi.

Kóp sanlı fizikalıq máselelerdi sheshkende tásir etetuǵın kúshin shaması da, baǵıtı da belgili boladı. Mısal retinde pútkil dúnyalıq tartılıs kúshin (32-paragraf), Guk nızamına baǵınatuǵın serpimli kúshlerdi (89-paragraf) kórsetiwge boladı. Bunday jaǵdayda (3)-tenlik tezleniwdi tabıwǵa hám, usıǵan sáykes qozǵalıstın xarakterin anıqlawǵa múmkinshilik beredi.

(3)-tenlik dinamikanın tiykarǵı tenlemesi bolıp tabıladı.

§ 16. Súykelis kúshleri. Deneler deformaciyanıńanda (serpimli kúshler) payda bolatuǵın kúshler hám salmaq kúshleri menen bir qatarda bir biri menen tiyisetuǵın deneler yamasa bir denenin ayırım bólimleri arasında molekulalıq óz-ara tásirlesiwın saldarınan payda bolatuǵın basqa da kúshler bar. Bir biri menen tiyisip turǵan denelerdin yamasa bir denenin bólimlerinin bir birine salıstırǵandaǵı qozǵalıslarında júzege keletuǵın bul kúshlerdi *súykelis kúshleri* dep ataydı.

Hár qıylı denelerdin bir birine tiyisiwinin saldarınan payda bolatuǵın kúshlerdi *sırtqı súykelis kúshleri* dep ataydı. Bir birine tiyip turǵan deneler bir birine salıstırǵanda qozǵalmaytuǵın jaǵdaylarda da bul kúshler joǵalmaydı. (*tinishliqtaǵı súykelis*). Bir denenin bólimlerinin bir birine salıstırǵandaǵı qozǵalısların saldarınan júzege keletuǵın kúshlerdi *ishki súykelis kúshleri* dep ataydı (olar suyıqlıqlar menen gazlerdin qozǵalıslarında jıy kórinedi).

Súykelis kúshleri kúndelikli praktikada hám texnikada áhmiyetli orındı iyeleydi. Sonlıqtan olardı esapqa alıw uqıplıǵına iye bolıw Nyutonnın ekinshi nızamın áhmiyetli bolǵan ámeliy jaǵdaylarda durıs qollanıwǵa alıp keledi.

Súykelis kúshleri denelerdin bir birine tiyip turǵan betlerine urınba boyınsha baǵıtlanǵan hám olardıń salıstırmalı tezliklerinen ǵárezli. Tezlikten ǵárezli bolǵanlıǵı sebepli súykelis kúshleri serpimli kúshlerden hám tartılıs kúshlerinen ádewir ayırmaǵa iye. Súykelis kúshleri tek bir birine tiyip turǵan qattı denelerdin arasında ǵana emes, al qattı dene menen suyıqlıq yamasa qattı dene menen gaz arasında da payda boladı.

Jer betindegi sharayatlarda barlıq qozǵalıslarda anaw yamasa mınaw súykelis kúshleri payda bolatuǵın bolǵanlıqtan denenin tezleniwın anıqlaw ushın oǵan tásir etiwshi f kúshi menen bir qatarda oǵan tásir etetuǵın v salıstırmalı tezliktin bar bolıwı sebepli júzege keletuǵın f_s súykelis kúshin de esapqa alıw kerek.

Meyli, A denesi basqa dene menen tiyisken halda oǵan salıstırǵanda v tezligi menen qozǵalatuǵın bolsın. Tájiriybeler A denesine tásir etetuǵın f_s súykelis kúshin barlıq waqıtta v

tezligine qarama-qarsı bağıtta tásir etetuǵınlıǵın kórsetedi. A denesine f_s súykelis kúshinen basqa qanday da bir basqa f kúshi tásir etedi dep boljayıq. Bunday jaǵdayda A denesi alatuǵın tezleniw qosındı $f + f_s$ kúshi menen anıqlanadı.

Nyutonnın ekinshi nızamı boyınsha:

$$w = \frac{k}{m}(f + f_s). \quad (1)$$

Bul tenlikte m – denenin massası, k – proporcionallıq koefficienti.

Haqıyqıy sharayatlarda denenin turaqlı v tezligi menen qozǵalıwı ushın oǵan f_s súykelis kúshin tenlestirip turatuǵın f kúshi menen tásir etiwimiz kerek. Tek sonday jaǵdayda ǵana (1)-tenliktegi qosındı kúsh $f + f_s$ nolge hám usıǵan sáykes w tezleniw nolge ten boladı, yaǵnıy dene ten ólshewli qozǵaladı.

Eger sırtqı kúsh penen qozǵalıstın saldarınan payda bolatuǵın súykelis kúshine ten bolsa, onda dene tuwrı sıızqlı ten ólshewli qozǵaladı.

Mısal retinde vinttin f iyteriw kúshinin tásirinde tuwrı sıızqlı qozǵalatuǵın paroxodtı qarayıq hám sol f kúshinin shamasın on belgige iye dep esaplayıq. Paroxod ornınan qozǵalıwdan baslap onın v tezliginen ǵárezli bolǵan súykelis kúshi payda boladı. Súykelis kúshinin baǵıtı vinttin iyteriw kúshi f tin baǵıtına qarama-qarsı bolǵanlıqtan, onı $-f_s$ arqalı belgileybiz. Paroxod $f - f_s$ qosındı kúshinin tásirinde qozǵaladı. Qozǵalıstın basında tezlik v ele kishi hám qosındı kúsh $f - f_s$ tin mánisi on. Nátiyjede paroxod tezleniw menen qozǵaladı. v tezliginin artıwı menen súykelis kúshinin de san shaması úlkeyedi hám tezleniw din mánisi kishireyedi. Aqırında $f - f_s$ qosındı kúshinin shaması nolge ten bolǵan momentten baslap paroxod ten ólshewli qozǵaladı. Eger vinttin iyteriw kúshi qanday da sebeptin saldarınan kishireyetuǵın bolsa, onda $f - f_s$ ayırmasının teris mániske iye boladı hám nátiyjede paroxodtin tezligi kemeyedi.

Ekinshi misal sıpatında awır denenin hawadaǵı hawanın qarsılıǵın esapqa alǵan jaǵdaydaǵı erkin túsiwin qaraymız. Eger dene nollik baslanǵısh tezlik penen tómenge túse baslasa, onda oǵan tek P salmaq kúshi ǵana tásir etedi hám sonlıqtan ol erkin túsiw tezleniwi g ǵa ten bolǵan w tezleniwi menen túse baslaydı. Túsiw tezliginin úlkeyiwi menen hawa menen dene arasındǵı súykelis kúshi payda boladı, $f - f_s$ qosındı kúshi salmaq kúshinen kishi boladı hám w tezleniwi g erkin túsiw tezleniwinen kishi boladı. Tezliktin bunnan bılay úlkeyiwini nátiyjesinde súykelis kúshi P salmaq kúshi menen tenlesedi hám dene ten ólshewli qozǵalıp, turaqlı tezlik penen túsedi. Bunday tezliktin mánisi túsiwshi denenin forması menen ólshemlerinen ǵárezli. Mısalı, tájiriybe erkin túsiwshi adam ushın tezliktin mánisin shama menen 60 m/sek shamasına ten ekenligin kórsetedi. Parashyutshılar "uzaq sekiriw" dep atalatuǵın sekiriwde tap usınday tezlikke iye boladı. Parashyut ashılǵannan keyin hawanın qarsılıq kúshi keskin túrde úlkeyedi hám túsiw tezligi (qulaw tezligi) shama menen 5-6 m/sek shamasına shekem kemeyedi.

Bir birine tiyip turǵan qurǵaq betler bir birine salıstırǵanda sırǵanaǵanda payda bolatuǵın súykelis kúshleri tiykarınan usı betlerdin halınan (gedir-budırılıǵınan) ǵárezli boladı. Sonın menen birge súykelis kúshinin shaması betlerdi bir birine qısatuǵın kúshtin normal baǵıttaǵı F_n qurawshısınan da ǵárezli. Kúshtin F_n normal qurawshısınan úlkeyiwi menen súykelis kúshinin shaması F_n ge shama menen proporcional ráwishte úlkeyedi:

$$f_s = \chi F_n. \quad (2)$$

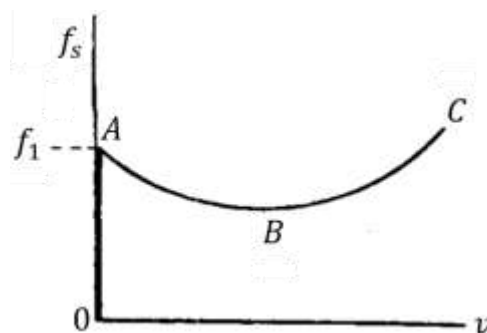
(2)-formuladaǵı χ shaması *súykelis koefficienti* dep ataladı. χ koefficientinin mánisi tek bir biri menen tiyisetuǵın betlerdin xarakterinen ǵana emes, al olardı salıstırmalı tezligi v dan da ǵárezli.

Bir biri menen tiyisetuǵın qattı betler ushın súykelis kúshinin shaması (kúshtin berilgen F_n normal qurawshısındaǵı) jetkilikli dárejede ken bolǵan sheklerde bir birine tiyip turǵan betlerdin maydanınan ǵárezli emes.

Eger, misalı, qattı bet arqalı sırǵanaytuǵın birdey qayta islengen betlerge iye parallelepipedti basqa ólshemlerge iye bolǵan qaptalǵa awdarıp qoyǵan jaǵdayda tap sonday v salıstırmalı

tezlikte súýkelis kúshi f_s ózgerissiz qaladı.

32-súwret.
 f_s súýkelis kúshinin shamasının v salıstırmalı
 tezlikten gárezligi.



Joqarıda ayılıp ótilgenindey, bir birine tiyisip turǵan qurǵaq betler arasındagı súýkelis kúshinin mánisi salıstırmalı tezlik v nolge ten bolǵan waqıtta da joq bolmaydı. Denenin qanday da bir bettin ústinde sırǵanay baslawı ushın oǵan betke parallel baǵıtta qanday da bir f kúshi menen tásir etiw hám bul kúshin mánisi usı jaǵday ushın belgili bolǵan f_1 kúshinin mánisinen úlken bolıwı kerek. Sırttan túsirilgen kúsh ushın $f < f_1$ tensizligi orınlanatuǵın jaǵdaylarda dene qozǵalısqı kelmeydi. Demek, sırǵanawshı dene menen bet arasında sırtqı kúshiti tenlestirip turatuǵın *tınıshlıqtaǵı súýkelis kúshi* f_s dep atalatuǵın súýkelis kúshi payda boladı eken.

Túsirilgen sırtqı kúshin shamasına baylanıslı súýkelis kúshi 0 den f_1 ge shekemgi qálegen mániske iye bola aladı. Súýkelis kúshinin maksimallıq mánisi denenin sırǵanay baslawı ushın talap etiletuǵın f_1 kúshinin shamasına ten. Ol (2)-qatnastı qanaatlandıradı; bunday jaǵdayda χ koefficientin *tınıshlıqtaǵı súýkelis koefficienti* dep ataydı. Tınıshlıqtaǵı súýkelis koefficientinin mánisi tek bir biri menen tiyisetuǵın betlerdin tábiyatınan gárezli. Ağashtın qurǵaq betleri bir biri menen tiyiskendegi tınıshlıqtaǵı súýkelis koefficientinin mánisi shama menen 0,6 ǵa ten; polat bet muz benen tiyiskende payda bolatuǵın tınıshlıqtaǵı súýkelis koefficienti shama menen 0,03 ke ten boladı.

f sırtqı kúshinin mánisi tınıshlıqtaǵı maksimallıq súýkelis kúshinen úlken bolsa, onda dene sırǵanay baslawı hám sırǵanawdagı súýkelis kúshi payda boladı. Sırǵanawdagı bul súýkelis kúshi dáslep tınıshlıqtaǵı súýkelis kúshinen *kishi* boladı hám salıstırmalı tezlik v nın ósiwi menen onın mánisi dáslep kishireyedi; bunnan keyin salıstırmalı tezlik v nın ósiwi menen súýkelis kúshi úlkeye baslawı. Súýkelis kúshinin salıstırmalı tezlikten gárezligi 32-súwrette keltirilgen. $v = 0$ bolǵan jaǵdayda súýkelis kúshinin mánisi túsirilgen sırtqı kúshin mánisine baylanıslı nolden f_1 ge shekemgi qálegen mániske iye bola aladı (ordinata kósheri boyınsha OA kesindisi). Súýkelis kúshinin bunnan keyingi salıstırmalı tezlik v dan gárezligi ABC iymekligi menen kórsetilgen.

Texnikada súýkelisetuǵın betlerdin arasına maylaw mayı jaǵıladı. Bul may jabısqıq suyıqlıq bolıp tabıladı hám bul suyıqlıq qattı betler arasında juqa qatlamdı payda etedi. Maylaw teoriiyası birinshi ret rus injeneri N.P.Petrov tárepinen rawajlandırıldı. Ol maylaw mayı bolǵan jaǵdayda ishki súýkelis penen is alıp baratuǵınımızdı kórsetti. Qattı denegı jaqın bolǵan maylawshı suyıqlıq oǵan jabısadı; sırǵanaw bolsa suyıqlıqtın qatlamları arasında boladı. Podshipnikler menen kósherles bolǵan val bolǵan jaǵdayda súýkelis kúshinin shaması maylawshı zattın jabısqıqlıǵına, waqıt birligindegi valdın aylanıw sanına tuwrı proporcional hám val menen podshipniklerdin betlerinin arasındagı qashıqlıqqa kerı proporcional.

§ 17. Qozǵalıstı muǵdarı. Kúshin impulsı. Dáslep turaqlı f kúshinin tásirinde júzege keletuǵın qozǵalıstı, yaǵnıy tezleniw vektorı w nın turaqlı shaması menen táriyiplenetuǵın qozǵalıstı qaraymız. Meyli, Δt waqıt aralıǵında tezlik $\Delta v = v_2 - v_1$ shamasına ózgeretuǵın bolsın. Bunday jaǵdayda tezleniw ushın

$$w = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

anlatpasına iye bolamız. Tezleniwidin usı mánisin Nyutonnın ekinshi nızamının anlatpasına qoysaq

$$\mathbf{w} = k \frac{\mathbf{f}}{m},$$

onda

$$\frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{\Delta t} = k \frac{\mathbf{f}}{m} \text{ yamasa } \frac{m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1}{\Delta t} = k\mathbf{f} \quad (1)$$

tenligine iye bolamız. $m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1$ shamasının $m\mathbf{v}_2$ hám $m\mathbf{v}_1$ shamaların vektorlıq ayırması ekenligin názerde tutıw kerek. Denenin massası m menen tezligi $\mathbf{v}$ nın kóbeymesine ten bolğan $m\mathbf{v}$ shamasın *qozǵalı muǵdarı* $\mathbf{K}$ dep ataw qabıl etilgen. Qozǵalı muǵdarı

$$\mathbf{K} = m\mathbf{v} \quad (2)$$

vektorlıq shama bolıp tabıladı, onın baǵıtı tezlik $\mathbf{v}$ nın baǵıtı menen birdey.

(1)-anlatpaǵa qozǵalı muǵdarın kirgizip, mınaǵan iye bolamız:

$$\frac{\mathbf{K}_2 - \mathbf{K}_1}{\Delta t} = k\mathbf{f} \text{ yamasa } \frac{\Delta \mathbf{K}}{\Delta t} = k\mathbf{f}.$$

Bul anlatpada $\Delta \mathbf{K}$ shaması qozǵalı muǵdarının ózgerisi bolıp tabıladı. (3)-tenlik mınanı anǵartadı: ten ólshewli ózgermeli qozǵalısta *waqıt birligindegi qozǵalı muǵdarının ózgerisi túsirilgen kúshke tuwrı proporcional hám kúsh tásir etken baǵıtta júzege keledi.*

(3)-tenlikten paydalanıp, kúsh ushın mınaday anıqlamanı beriwge boladı: kúsh usı kúshtin tásirindegi qozǵalı muǵdarının waqıt birligindegi ózgerisine tuwrı proporcional hám baǵıtı usı ózgeris júzege kelgen baǵıtqa sáykes keletuǵın vektorlıq shama bolıp tabıladı.

(3)-anlatpanı kúsh $\mathbf{f}$ waqıtqa baylanıslı ózgeretuǵın jaǵdaydaǵı ten ólshewli emes qozǵalı ushın ulıwmalastıramız. Bunday jaǵdayda (3)-tenliktegi Δt shamasın waqıttın sheksiz kishi ózgerisi dep túsiniwimiz, yaǵnıy

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{K}}{\Delta t} = k\mathbf{f} \quad (3a)$$

anlatpasın jazıwımız kerek. Bul anlatpadaǵı $\mathbf{f}$ berilgen waqıt momentindegi kúshtin mánisi bolıp tabıladı.

(3)-tenlik sıyaqlı (3a) tenligi de Nyutonnın ekinshi nızamın anǵartadı.

Ótkerilgen pikirlew kóz-qarası boyınsha 15-paragraftaǵı (3)-tenlik hám usı paragraftaǵı (3a) tenligi bir birine tolıq ekvivalent. Sebebi olardıń ekinshisi birinshisinen tikkeley keltirip shıǵarıldı. Olardıń ekewi de Nyutonnın ekinshi nızamın dál anǵartadı. Biraq, eger denenin massası m tezlikten ǵárezsiz turaqlı shama bolğan jaǵdayda ǵana bul ekvivalentlik orın aladı. Denelerdin tezlikleri jaqtılıqtın tezligine salıstırǵanda kishi bolğan jaǵdaylarda bul durıs. Jaqtılıqtın tezligi menen salıstırarlıqtay tezlikler menen bolğan qozǵalıslarda denenin massası m turıqlı shama bolıp qalmaydı: onın shaması tezlik v dan ǵárezli. Bunday tezliklerdegi qozǵalıslar salıstırmalıq teoriyasının mexanikasına baǵınadı. Usının menen birge (3a) anlatpası ózinin mánisin saqlaydı. Sonlıqtan ol 15-paragraftaǵı (2)-tenlikke salıstırǵanda Nyutonnın ekinshi nızamının bir qansha ulıwma formulirovkası bolıp tabıladı. Berilgen waqıt momentindegi kúshtin mánisi menen bir qatarda biz bazı bir shekli Δt waqıt aralıǵındaǵı $\mathbf{f}$ kúshtin ortasha mánisin qaray alamız. Bunday jaǵdayda (3a) anlatpasının ornına

$$\frac{d\mathbf{K}}{dt} = k\bar{\mathbf{f}} \text{ yamasa } \bar{\mathbf{f}}dt = k'd\mathbf{K} = k'(m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1). \quad (4)$$

Bul anlatpalarda $k' = 1/k$.

$\bar{\mathbf{f}}$ kúshinin usı kúsh tásir etetuǵın Δt waqıt aralıǵına kóbeymesine ten bolğan $\bar{\mathbf{f}}dt$ shaması *kúshtin impulsı* dep ataladı. Kúsh impulsı vektorlıq shama bolıp tabıladı. (4)-tenlik kúsh impulsı vektorının qozǵalı muǵdarının vektorlıq kóbeymesine tuwrı proporcional ekenligin tastıyıqlaydı. Ol qozǵalı muǵdarının ózgeriw baǵıtına qaray baǵıtlangan.

§ 18. Kúsh penen massanın birlikleri. Mısallar. 15-paragraftaǵı (3)-tenliktegi proporcionallıq koefficientin 1 ge ten dep boljap ($k = 1$)

$$w = \frac{f}{m} \quad (1)$$

anlatpasına iye bolamız hám onı f kúsh penen m massanın birliklerin tabıw ushın paydalanıwǵa boladı.

CGS sistemasında massanın birliği sıpatında gramm (3-paragrafqa qaranız), al tezleniwdin birliği sıpatında 1 sm/sek^2 qabil etilgen. Bunnan (1)-tenlikti paydalanıp *CGS sistemasındaǵı kúsh tin birliği sıpatında massası 1 g bolǵan deneg e 1 sm/sek² tezleniw beretuǵın kúsh ti saylap alıwımız kerek*. Kúsh tin usınday birliği *dina* dep ataladı.

$$\bar{f}\Delta t = k'(mv_2 - mv_1)$$

formulasına $k' = 1$ tenligin qoyıp (17-paragrafqa qaranız)

$$\bar{f} = \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t}$$

formulasın alamız. Bunnan dinanın denenin qozǵalıś muǵdarın bir sekunda $1 \text{ g}\cdot\text{sm/sek}$ shamasına ózǵertetuǵın kúsh tin shamasına ten ekenligi kelip shıǵadı.

SI sistemasında kúsh tin birliği sıpatında massası 1 kg bolǵan deneg e 1 m/sek^2 shamasındaǵı tezleniw beretuǵın kúsh tin shaması qabil etilgen. Kúsh tin bul birligin *nyuton* dep ataydı. Esaplawlar jolı menen mınaday tenliklerdi keltirip shıǵarıw múmkin:

$$1 \text{ nyuton} = 0,001 \text{ stena} = 10^8 \text{ din}.$$

Birliklerdin texnikalıq sistemasında kúsh Nyutonnın ekinshi nızamınan ǵárezsiz tiykarǵı birlik sıpatında saylap alınadı. Álbette, qálegen túrde belgilenip alınǵan kúsh kúsh tin birliği bolıp xızmet ete aladı. Texnikalıq birlikler sistemasında usınday kúsh sıpatında belgili bolǵan salmaq kúsh i qabil etilgen. Jerdin betinde turǵan qálegen deneg e Jer tárepinen tartıw kúsh i táśir etedi (onı salmaq kúsh i yamasa salmaq dep ataydı). Hár qıylı deneler ushın salmaq kúsh inin mánisi hár qıylı hám berilgen dene ushın onın shaması jer sharındaǵı qaysı orında hám jerdin betinen qanday biyikliklerden ólshengenliginen ǵárezli. Biraq, belgili bolǵan deneni saylap alsaq hám onın jerdin betinde iyelep turǵan ornın belgilep alsaq, onda sol deneg e táśir etetuǵın salmaq kúsh i de (onın salmaǵı) belgili bolǵan mániske ten boladı hám bul mánisti birlik sıpatında saylap alıw múmkin. Nátiyjede tap usınday háreket etiw múmkin: *texnikalıq sistemada kúsh tin birliği sıpatında 1 kg massanın etalonı bolıp xızmet etetuǵın tárezi tasın ın 45° kenliktegi tenizdin betinin qáddindegi jer sharına tartılıw kúsh inin shaması qabil etilgen* (bunnan dáliregi, texnikalıq sistemada kúsh tin birliği sıpatında massası 1 kg bolǵan deneg e $g_0 = 9,80665 \text{ m/sek}^2$ tezleniw beretuǵın kúsh qabil etilgen). Kúsh tin bul birliği kilogramm dep ataladı (massanın birliği kilogramm sıyaqlı atamaǵa iye); aljasıqqa jol qoymaw ushın pútkilley hár qıylı bolǵan fizikalıq shamalar ushın hám qıylı qısquartıwlar qollanıladı; bir kilogramm bolǵan massanın birligin kg , bir kilogramm bolǵan kúsh tin birligin kG arqalı. $\frac{1}{1000} \text{ kG}$ shamasına ten kúsh ti *Gramm* dep ataydı hám G arqalı belgileydi (massanın bir birligin g arqalı belgileymiz) 1000 kG shamasına ten kúsh ti *Tonna-kúsh* dep ataydı (T arqalı belgilenedi). 1 kG kúsh tin táśirinde massası 1 kg bolǵan dene 981 sm/sek^2 tezleniw alatuǵın bolǵanlıqtan (salmaq kúsh inin tezleniwi)

$$1 \text{ kG} = 981\,000 \text{ din}, \quad 1 \text{ G} = 981 \text{ din}.$$

Jer sharının betinin hár qıylı noqatları ushın salmaq tın ózgerisi úlken bolmaǵanlıqtan, kópshilik jaǵdaylarda máselelerdi sheshiwde massası 1 kg bolǵan denenin salmaǵın 1 kG shamasına ten dep esaplawǵa boladı. 45° kenlikte hám tenizdin betinin qáddi ushın bul qatnas dál orınlanadı.

Texnikalıq sistemada joqarıda kórsetilgendey usıl menen kúsh tin birligin qabil etsek hám tezleniwdi m/sek^2 birliklerinde ólshesek, onda usı paragraftaǵı (1)-formulanı paydalanıp massanın birligin iqtıyarlı túrde saylap alıwǵa bolmaydı. *Texnikalıq sistemada massanın birliği sıpatında 1 kG kúsh tin táśirinde 1 m/sek² tezleniw alatuǵın denenin massası qabil etilgen*. Massanın bul birliği arnawlı atamaǵa iye emes.

Massası 1 kg bolǵan dene 1 kG kúsh tin táśirinde, yaǵnıy menshikli salmaǵının táśirinde, $9,81$

m/sek^2 shamasındağı tezleniw alatuǵın bolsa, onda usınday 1 kG kúshtin tásirinde 1 m/sek^2 shamasındağı tezleniw alatuǵın massanın texnikalıq birligi 1 kg nan 9,81 ese úlken bolıwı kerek. Demek:

$$\text{massanın 1 texn. birl.} = 9,81 \text{ kg.}$$

Endi denenin salmaǵı menen massası arasındağı qatnasqa tolıǵıraq toqtaymız. Bazı bir denenin salmaǵı P onı jer sharına tartılatuǵın kúsh bolıp tabıladı, sonlıqtan massası m bolǵan dene ózinin menshikli salmaǵına sáykes alatuǵın tezleniwi $w = g$ shamasına ten boladı. Al g bolsa 15-paragraftağı (3)-formulaǵa sáykes

$$g = k \frac{P}{m}, \text{ bunnan } P = k'mg \quad (2)$$

formularınan iye bolamız. Bul anlatpada k' proporcionallıq koefficient bolıp tabıladı.

(2)-formula massa, salmaq hám salmaq kúshinin tezleniwi ólshenetuǵın birlikler sistemasın saylap alıwdan ǵárezsiz zattın salmaǵı P menen onın massa m arasındağı ulıwmalıq baylanıstı beredi. k' proporcionallıq koefficientinin san mánisi bul birliklerdi saylap alıwdan ǵárezli hám eger $k' = 1$ dep boljasaq, onda

$$P = mg \quad (2a)$$

formulasına iye bolamız. Biraq, endi biz P, m, g shamaların ıqtıyarlı birliklerde ólshey almaymız, al qanday da bir ólshew sistemasın paydalanıwımız kerek. Mısalı, CGS sistemasında m grammlarda, g bolsa sm/sek^2 birligi menen, al P bolsa dinalarda ólshenedi. Texnikalıq birliklerde m massanın texnikalıq birliklerinde, g bolsa m/sek^2 , al P bolsa kG larda ólshenedi. Bul sistemaların hár birinde (2a) qatnası orınlanadı. Eger biz aralas birlikler sistemasın paydalanatuǵın bolsaq, mısalı, m massanı kilogrammlarda (kg), tezleniw g nı m/sek^2 larda, P nı salmaqın kilogrammları kG larda ólshesek, onda proporcionallıq koefficienti k' nı 1 ge ten dep esaplawǵa bolmaydı. Bunday jaǵdayda ol

$$k' = \frac{1}{9,81}$$

mánisine iye boladı. Bunday jaǵdayda

$$P (kG) = \frac{1}{9,81} \cdot m (kg) \cdot g (m/\text{sek}^2)$$

tenligine iye bolamız. Oǵan $m = 1 \text{ kg}$, $g = 9,81 \text{ m}/\text{sek}^2$ shamaların qoyıp, alınıwı kútilgenindey $P = 1 \text{ kG}$ mánisin alamız.

15- hám 17-paragraflarda keltirip shıǵarılǵan qatnasların áhmiyetin hám birlikler sistemasın durıs paydalanıw zárúrligin názerde tutıp, bir neshe mısallar keltiremiz.

1-mısal. Salmaǵı 16 T bolǵan vagon baslanǵısh 5 m/sek tezlik penen tómenge qaray qozǵaladı. Tómendegi úsh jaǵday ushın vagonǵa tásir etetuǵın kúshtin ortasha mánisin anıqlaw kerek: a) vagon súykelis kúshlerinin tásirinde 1 min waqtı ishinde toqtaydı; b) vagon 15 sek ishinde tormozlanadı; c) vagon tosqınlıqqa ushırıp 0,5 sek waqt ishinde toqtaydı.

Sheshimi. 17-paragrafta keltirilgen kúsh impulsı menen qozǵalıstı muǵdarının ózgerisi arasındağı (4)-qatnastan vagonǵa tásir etetuǵın kúshtin ortasha mánisin tabamız:

$$\bar{f} \Delta t = mv_2 - mv_1,$$

bunnan

$$\bar{f} = \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t}.$$

Biz qarap atırǵan jaǵdayda vagon toqtaydı. Sonlıqtan onın aqırǵı tezligi v_2 nolge ten. Bunnan

$$\bar{f} = -\frac{mv_1}{\Delta t}.$$

Minus belgisi vagonǵa tásir etetuǵın kúshtin onın v_1 qozǵalıstı baǵıtına qarama-qarsı ekenligin bildiredi. Texnikalıq birlikler sistemasın paydalanıp $m = \frac{16000}{9,81}$ massanın texn. birligi $\cong 1632$ massanın texn. birligi. Bunnan kúshtin ortasha mánisin san shaması $\bar{f}$ mınaǵan ten

$$\bar{f} = \frac{1632 \cdot 5}{60} \text{ kG} = 136 \text{ kG}.$$

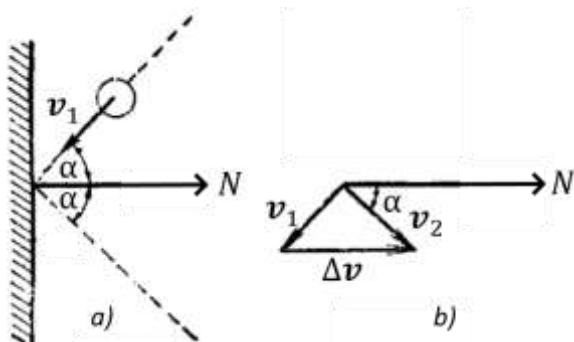
Bunnan b) jaǵdayda

$$\bar{f} = \frac{1632 \cdot 5}{15} \text{ kG} = 544 \text{ kG},$$

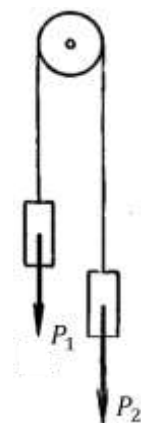
al, c) jaǵdayda

$$\bar{f} = \frac{1632 \cdot 5}{0,5} \text{ kG} = 16\,320 \text{ kG},$$

Solay etip, qozǵalıǵı muǵdarının shaması bir mániske ózgergende kúshtin shaması usı qozǵalıǵı muǵdarı ózgeriske ushıraytuǵın waqıttan ǵárezli boladı eken: súykelis kúshinin tásirinde vagon ástelik penen toqtaǵanda kúsh 139 kG shamasına ten, al 0,5 sek shamasına ten qısqa waqıt ishinde qozǵalıǵı muǵdarı nolge shekem kemeygende kúshtin shaması 16 T dan da úlken boladı.



33-súwret. Toptın diywalǵa serpimli urılıwı.



34-súwret. Blok arqalı taslanǵan jipke bekitilgen júklerin qozǵalıǵı.

2-mısal. Salmaǵı 200 G bolǵan top diywalǵa urıladı hám onnan tezligin joǵaltpay keyin qaytadı. Sonlıqtan toptın traektoriyası menen diywalǵa túsirilgen normal arasındǵı múyeshtin shaması α (33-a súwret) soqlıǵısıwdan keyingi traektoriya menen diywalǵa túsirilgen normal arasındǵı múyesheke ten. Toptın tezligi 5 m/sek, toptın diywalǵa urılıwı $\Delta t = 0,05$ sek dawam etedi. $\alpha = 60^\circ$ bolǵan múyeshe ushın soqqının kúshin tabınız.

Sheshimi. 17-paragraftaǵı (4)-formuladan mınaǵan iye bolamız:

$$\bar{f}\Delta t = m(v_2 - v_1) = m\Delta v.$$

Bul tenlikte $v_2 - v_1$ shaması vektorlıq ayırma bolıp tabıladı. Diywaldan sırtqa qaray túsirilgen normaldın baǵıtın on dep esaplap (33-b súwret) mınaǵan iye bolamız:

$$\Delta v = v_2 \cos \alpha - (-v_1 \cos \alpha) = v_2 \cos \alpha + v_1 \cos \alpha.$$

Máselenin shártı boyınsha diywalǵa urılıwdın saldarınan toptın tezliginin san mánisi ózgermeydi, yaǵnıy $v_2 = v_1 = v$. Bunnan

$$\Delta v = 2v \cos \alpha.$$

Δv nın baǵıtı diywalǵa perpendikulyar. Bul mánisti (3)-anlatpaǵa qoyıp, topqa soqqının waqtında tásir etken kúshtin ortasha mánisin tabamız:

$$\bar{f} = \frac{2v \cos \alpha}{\Delta t}.$$

Bul tenlikte Δt arqalı soqqı waqtı belgilengen. Mısalda keltirilgen shamalardıń san mánisi ushın mınaǵan iye bolamız:

$$\bar{f} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2}}{9,81 \cdot 0,05} \text{ kG} \approx 2 \text{ kG}.$$

3-mısal. Kozǵalmaytuǵın blok arqalı (34-súwret) jip taslanǵan, onın ushlarına salmaqları P_1 hám P_2 bolǵan júkler ildirilgen. Qozǵalıstı súykelissiz bolıp ótedi dep boljap, júklerin tezleniwin anıqlanız.

Sheshimi. Júklerin hár birine salmaq kúshi hám jiptin keriw kúshi tásir etedi. Tómenge qaray baǵıttı

on dep esaplaymız. Bunday jaǵdayda

$$m_2 w = P_2 - f_k, -m_1 w = P_1 - f_k$$

Bul tenliklerde m_1 menen m_2 arqalı júklerin massaları, w arqalı olardıń tezleniwiniń sanlıq mánisi belgilengen. Birinshi tenlikten ekinshi tenlikke aǵzama-aǵza alsaq

$$(m_1 + m_2)w = P_2 - P_1$$

tenligine iye bolamız. Biraq P_1 menen P_2 salmaq kúshleri sáykes $m_1 g$ hám $m_2 g$ shamalarına ten (g arqalı erkin túsiw tezleniwi belgilengen). Bunnan

$$w = g \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

tenligin alamız.

Ústine eki júk bekitilgen jip taslangan usınday blok Nyutonnnıń ekinshi nızamın illyustraciyalaw ushın demonstraciyalaw ásbabı bolıp tabıladı ("Atvud mashinası").

Eger eki júkti de birdey etip alsaq, onda $m_1 = m_2$ hám (4)-formula boyınsha júklerin tezleniwi w nolge ten boladı. Bunday jaǵdayda júklerdi qozǵaltıp, yaǵnıy olarǵa bazı bir v tezligin berip, bloktın kishi súykelisinde júklerin ten ólsheuli qozǵalatuǵınlıǵın baqlaw múmkin. Bir júktin salmaǵı ekinshisinen azmaz úlken bolǵan jaǵdayda $m_2 - m_1$ ayırmasınan shaması $m_1 + m_2$ qosındısınan shamasınan azmaz kishi boladı. Bunnan (4)-formula boyınsha júklerin tezleniwi w úlken bolmaydı. Bunday jaǵdayda tendey waqıtlar ishindegi júkler basıp ótken joldın shamasın ansat registraciyalawǵa hám olardıń ten ólsheuli tezleniwshi qozǵalısqasaykes keletuǵınlıǵına iseniwge boladı.

§ 19. Mexanikalıq salıstırmalıq principı. 14-paragrafta biz Nyutonnnıń birinshi nızamınan inerciallıq esaplaw sistemasında orınlanatuǵınlıǵın kórdik. Tap usınday jaǵday Nyutonnnıń ekinshi nızamınan da tiyisli. Ulıwma alǵanda Nyutonnnıń birinshi nızamın ekinshi nızamınan dara jaǵday dep qaraw múmkin; haqıyqatında da, ekinshi nızamınan $f = mw$ anlatpasına $f = 0$ kúshin qoysaq, onda $w = 0$ hám bul hesh qanday kúshler tásir etpeytuǵın denenin (yaǵnıy hesh qanday basqa dene tásir etpeytuǵın) tezleniwiniń nolge ten ekenligin, yaǵnıy onday denenin tınıshlıqta turatuǵınlıǵın yamasa tuwrı sızıqlı ten ólsheuli qozǵalatuǵınlıǵın anǵartadı.

Bizler jáne inercialıq sistemaǵa salıstırǵanda tuwrı sızıqlı ten ólsheuli qozǵalatuǵın sistemanın ózinin de inerciallıq esaplaw sistema bolıp tabılatuǵınlıǵın kórsettik.

Bir denenin qozǵalısn hár qıylı bolǵan eki inerciallıq esaplaw sistemasına salıstırǵandaǵı qozǵalısn qaraymız; bunday jaǵdayda qozǵalıstın tek ǵana tezliklerin turaqlı bolǵan bazı bir ayırmasına ǵana ayıratuǵınlıǵı ayqın: *bir denenin hár qıylı inerciallıq esaplaw sistemalarındaǵı tezleniwi birdey*. Bunnan Nyutonnnıń ekinshi nızamı boyınsha eki inerciallıq sistemadaǵı bir denegge tásir etetuǵın kúshler birdey bolıp tabıladı. Eger biz tuwrı sızıqlı ten ólsheuli qozǵalatuǵın vagonnıń ishinde turǵan bolsaq, onda qanday da bir denegge vagonǵa salıstırǵanda belgili bir tezleniwdi beriw ushın zárúr bolǵan kúsh tınısh turǵan vagondaǵı sonday zattı sonday tezleniw menen qozǵaltıw ushın zárúrli bolǵan kúshke ten. Basqa sóz benen aytqanda tuwrı sızıqlı, ten ólsheuli qozǵalatuǵın vagonnıń ishindegi barlıq mexanikalıq processler tınısh turǵan vagonnıń ishindegi mexanikalıq processler menen birdey bolıp ótedi. Bul mınanı anǵartadı (álbette, vagonnıń shayqalıwın esapqa almasaq hám ayna arqalı qarawdın múmkinshiligi bolmaǵan jaǵdayda): tuwrı sızıqtı, ten ólsheuli qozǵalatuǵın vagonnıń ishinde hesh qanday mexanikalıq tájiriybelerdin járdeminde vagonnıń tezligin hám onın tuwrı sızıqlı, ten ólsheuli qozǵalıw faktin anıqlawǵa bolmaydı. Sistemanın ishinde turıp onın tuwrı sızıqlı, ten ólsheuli qozǵalısn anıqlawdın múmkinshiliginin joq ekenligi birinshi bolıp Galiley tárepinen kórsetildi. 1632-jılı Galiley korabldın jabıq kayutasında bolıp ótetuǵın qubılıslardı qarap, bılay jazdı: "hám áne (eger korabldın qozǵalısn ten ólsheuli bolsa) siz barlıq qubılıslarda hesh bir ózgeristi anǵarmaysız hám olardıń hesh birinen korabldın qozǵalıp baratırǵanlıǵı yamasa toqtap turǵanlıǵı haqqında hesh nárse ayta almaysız: siz sekirsiz pol boyınsha tınıshlıqta turǵan kenisliktey kenislik arqalı ótesiz, yaǵnıy korabl júdá tez qozǵalatuǵın jaǵdayda siz hawada jaylasqan waqıtta pol alǵa qaray jılasatuǵın bolsa da oǵan salıstırǵanda artta qalmaysız hám korabldın aldınǵı tárepinde turǵan joldasızǵa qaray siz korabldın artqı tárepinde turıp joldasız benen qarama-kası táreplerde

turıp toptı ılaqtırğanıńızǵa qaraǵanda toptı úlkenirek kúsh penen ılaqtırıwıńızdın keregi joq, joqarıǵa ildirilgen ıdistan tamıp turǵan tamshılar polǵa jetemen degenshe korabl alǵa qaray ketetuǵın bolsa da, polǵa vertikal baǵıtta kelip túsedi hám hesh bir tamshı korabldın artqı tárepine qaray tambaydı. SHıbınlar ózlerinin ushıwın barlıq táreplerge qaray dawam ete beredi hám olardıń korabldın artqı tárepinen qaray jıynalıwı hesh qashan baqlanbaydı (korabldın tez júriwinen sharshaǵanday bolıp)".

Joqarıda aytılganlardan biz mınaday juwmaq shıǵaramız: *sistemanın ishinde turıp hesh bir mexanikalıq tájiriybenin járdeminde inerciyalıq sistemanın tınıshlıqta turǵanlıǵı yamasa tuwrı sıızqlı ten ólsheuli qozǵalısta ekenligin sheshiw múmkin emes*. Mexanikalıq kóz-qaraslarda barlıq mexanikalıq sistemalar ekvivalent. Olardıń qálegenin tınıshlıqta tur dep, al qalǵanlarınan barlıǵın oǵan salıstırǵanda qozǵaladı dep esaplawǵa múmkin.

Bul jaǵday *mexanikalıq salıstırmalıq principı yamasa Galileydin salıstırmalıq principı* dep ataladı.

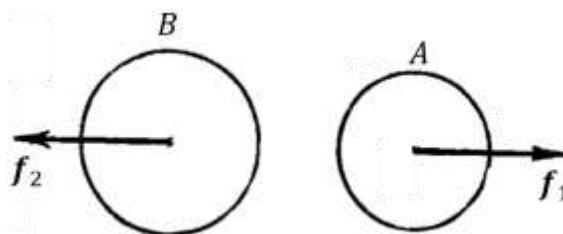
Eynshteynnin salıstırmalıq principı bul nátiyjesi ulıwmalastırdı hám sistemanın ishinde ótkerilgen hesh bir tájiriybenin, meyli elektrlik, jaqtılıqtın h.t.b. járdeminde sistemanın tuwrı sıızqlı hám ten ólsheuli qozǵalıstın anıqlawdın múmkinshiligi joq dep tastıyıqladı.

§ 20. Nyutonnın úshinshi nızamı. Qozǵalıstıń muǵdarınan saqlanıw nızamı. *Nyutonnın úshinshi nızamı* ekinshi nızamnın mazmunın tolıqtıradı. Bul nızam qozǵalıstıń halların ózgeriwge alıp keletuǵın denelerdin bir birine tásirinin *óz-ara tásirlesiw* xarakterine iye bolatuǵınlıǵın kórsetedi. Bul nızam boyınsha: *eger B denesi A denesine f_1 kúshi menen tásir etetuǵın bolsa, onda óz gezeginde A denesi B denesine san mánisi boyınsha birdey qarama-qarsı baǵıtlangan f_2 kúshi menen tásir etedi*:

$$f_1 = -f_2.$$

Nyutonnın úshinshi nızamındaǵı f_1 hám f_2 kúshlerinin ("tásir" hám "qarsı tásir") *hár qıylı denelerge túsetuǵınlıǵın* atap ótiw úlken áhmiyetke iye.

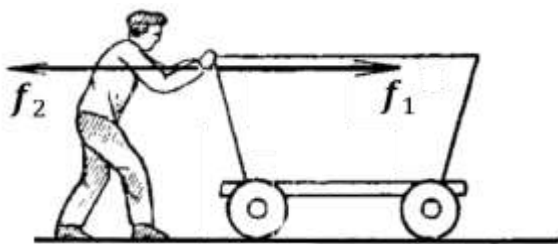
35-súwret. B denesi A denesine f_1 kúshi menen tásir etedi, óz gezeginde A denesi B denesine san mánisi boyınsha birdey, al baǵıtları boyınsha qarama-qarsı f_2 kúshi menen tásir etedi.



Bir neshe mısallardı keltiremiz: a) adam vagonetkanı iyteredi (36-súwret), bunday jaǵdayda vagonetkaǵa alǵa qaray baǵıtlangan f_1 kúshi túsiriledi, vagonatka tárepinen adamnıń qolına shaması usı f_1 kúshinin shamasınday, al baǵıtı qarama-qarsı f_2 kúshi tásir etedi; b) shókkish mıyıqqa urıladı: f_1 kúshi shókkish tárepten mıyıqqa tásir etedi; san shaması sol kúshke ten, al baǵıtı qarama-qarsı bolǵan f_2 kúshi shókkishke tásir etedi; v) qudıqtan jipke ildirilgen shelek joqarı qaray kóteriledi, f_1 kúshi shelekke túsedi hám bul kúsh joqarıǵa qaray baǵıtlangan; shaması jaǵınan f_1 kúshi menen birdey, al baǵıtı qarama-qarsı bolǵan f_2 kúshi jipke túsirilgen²⁰.

²⁰ Nyutonnın úshinshi nızamı boyınsha A denesin qozǵalısqı keltiretuǵın B denesine túsirilgen f_1 kúshin geypara jaǵdaylarda *inerciya kúshi* dep ataydı. Biraq, kúshiti usınday etip "qozǵaltıwshı" f_1 hám "inerciya kúshi" f_2 ge ajratıw ushın A hám B deneleri "qozǵalatuǵın" hám "qozǵaltıwshı" bolıp ekige bóliniwi kerek. Bul jaǵday jerge tirenip vagonetkanı qozǵaltıp atırǵan adam ushın durıs. Eger birdey bolǵan eki shardın soqlıǵısıwın kóz aldımızǵa keltirsek, onda A hám B denelerinin ekewi de hám Nyutonnın úshinshi nızamındaǵı f_1 hám f_2 kúshlerinin ekewi de "tendey huqıqlı". Sonlıqtan, keltirilgen mániste "inerciya kúshi" terminin uslap turıwǵa hesh qanday tiykar joq hám sonlıqtan bul termindi usı paragrafta paydalanbaymız.

"Inerciya kúshi" termininin basqa mánisi haqqında 22-paragrafta gáp etiledi.



36-súwret.

Adam kishi vagondı f_1 kúshi menen iyteredi, san jaǵınan f_1 kúshine ten, baǵıtı qarama-qarsı bolǵan f_2 kúshi adamnıń qolına túsedi.

Tásirlesetuǵın denenin ekewi de tezleniw aladı. Eger denelerdin massaları m_1 hám m_2 ge, al olardıń alatuǵın tezleniwleri w_1 hám w_2 shamalarına ten bolsa, onda Nyutonnın ekinshi nızamı boyınsha

$$w_1 = \frac{f_1}{m_1}, w_2 = \frac{f_2}{m_2}$$

tenliklerine iye bolamız. Bunnan (1)-formula boyınsha

$$w_1 = -\frac{m_2}{m_1} w_2 \quad (2)$$

formulasına iye bolamız, yaǵnıy óz-ara tásirlesetuǵın deneler qarama-qarsı baǵıtlangan hám olardıń massalarına keri proporcional bolǵan tezleniwlerge iye boladı eken.

Nyutonnın úshinshi nızamınan júdá áhmiyetli nátiyje kelip shıǵadı. A hám B deneleri tásirlesetuǵın jaǵdayda 17-paragraftaǵı (3)-formula boyınsha A denesinin qozǵalıǵı muǵdarının ózgerisi

$$\Delta K_A = f_1 \cdot \Delta t_1 \quad (3)$$

shamasına ten. Bul formulada f_1 arqalı A denesi tárepinen B tásir etetuǵın kúsh, al Δt_1 arqalı f_1 kúshi tásir etetuǵın waqıt belgilengen. Sonın menen birge Δt_1 waqıtı ishinde f_1 kúshi turaqlı bolıp qaladı dep boljandı. B denesinin qozǵalıǵı muǵdarının ózgerisi

$$\Delta K_B = f_2 \cdot \Delta t_2$$

anlatpasının járdeminde anıqlanadı. Bul anlatpada f_2 arqalı A denesi tárepinen B denesine tásir etetuǵın kúsh, al Δt_2 arqalı f_2 kúshi tásir etetuǵın waqıt belgilengen. Nyutonnın úshinshi nızamı boyınsha:

$$f_2 = -f_1.$$

Usının menen birge, álbette, B denesi A denesine tásir etetuǵın waqıttın A denesinin B denesine tásir etetuǵın Δt_2 waqtının shamasına ten ekenligi ayqın. Bunnan $f_1 \cdot \Delta t_1 = -f_2 \cdot \Delta t_2$ tenliginin orınlı ekenligi kelip shıǵadı. Demek,

$$\Delta K_A = -\Delta K_B. \quad (4)$$

Deneler arasındaǵı tásir etisiwdin barısında kúsh turaqlı bolıp qaladı dep boljawdın tiykarında alınǵan bul tenlikti kúshtin shaması ózgeretuǵın jaǵday ushın ansat ulıwmalastırwǵa boladı. Onın ushın denelerdin tásir etisiwi orın alatuǵın waqıtta waqıttın sheksiz kishi bolǵan Δt_i aralıqlarına bólemiz. Usınday sheksiz kishi waqıt aralıǵında kúshtin shamasın turaqlı bolıp qaladı dep esaplawǵa boladı. Sonlıqtan, hár bir sheksiz kishi waqıt aralıǵı Δt_i ushın (4)-tenlik orınlanadı hám usıǵan sáykes bul tenlik barlıq tásir etisiw waqıtı ushın da orınlı boladı. Nátiyjede (4)-tenlik ulıwmalıq xarakterge iye bolıp shıǵadı. Ol mınanı angartadı: *tásirlesiw din nátiyjesinde bir denenin qozǵalıǵı muǵdarı qansha shamaǵa úlkeyse, ekinshi denenin qozǵalıǵı muǵdarı sonshama shamaǵa kemeydi*, yaǵnıy qozǵalıǵı muǵdarının bir deneden ekinshi denege beriliwi orın aladı.

(4)-formulanı bilayınsha kóshirip jazıw qolaylı:

$$\Delta K_A + \Delta K_B = 0. \quad (5)$$

Bul eki dene bir biri menen tásir etiskende olardıń qozǵalıǵı muǵdarlarınan ulıwmalıq ózgerisinin nolge ten bolatuǵınlıǵın, yaǵnıy olardıń ulıwmalıq qozǵalıǵı muǵdarı bolǵan $K_A + K_B = K$ shamasının turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵın angartadı. Bul nátiyjeni *tuyıq sistemani* payda etetuǵın bir biri menen tásir etisetuǵın, biraq sistemaǵa salıstırǵandaǵı sırtqı deneler menen

tásirlespeytuǵın qálegen sandaǵı deneler ushın ulıwmalastırıwǵa boladı. Sistemanı n dana deneden turadı dep boljap hám olardıń qozǵalıǵı muǵdarların $K_1, K_2, K_3, \dots, K_n$ arqalı belgilep, mınanı alamız:

$$K = K_1 + K_2 + K_3 + \dots + K_n = \text{const.} \quad (6)$$

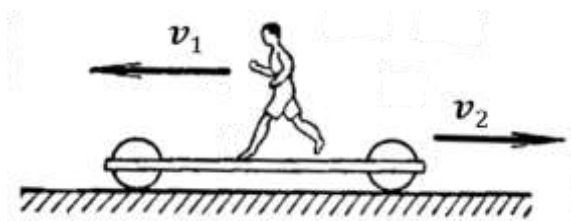
YAǵnıy, denelerdin qozǵalıǵı muǵdarlarının vektorlıq qosındısı qozǵalıǵı bolatuǵın barlıq waqıttı turaqlı bolıp qaladı.

Qozǵalıǵı muǵdarın saqlanıw nızamı dep atalatuǵın bul nızam fizikanın tiykargı nızamlarının biri bolıp tabıladı. Bul nızam tek makroskopiyalıq denelerdin óz-ara tásirlesiwinde ǵana emes, al mikroskopiyalıq bólekshelerdin, yaǵnıy ayırım atomlardın, atom yadroların, elektronlardın h.t.b. óz-ara tásir etisiwlerinde de orınlanadı.

Qozǵalıǵı muǵdarın saqlanıw nızamın illyustraciyalaw ushın mınaday mısaldı qaraymız: massası m_1 bolǵan adam Jerge salıstırǵanda tınıshlıqta turǵan kishi arbanın ústinde tur; arbanın massası m_2 ge ten. Olardıń ulıwmalıq qozǵalıǵı muǵdarı nolge ten. Eger adam arbanın ústinde Jerge salıstırǵanda v_1 tezligi menen juwıra baslasa (37-súwret), onda ol $m_1 v_1$ qozǵalıǵı muǵdarına iye boladı. Bunday jaǵdayda súykelis kúshleri bolmaǵan jaǵdayda arba da $m_2 v_2 = -m_1 v_1$ qozǵalıǵı muǵdarına iye boladı, sebebi ulıwmalıq qozǵalıǵı muǵdarın shaması $m_2 v_2 + m_1 v_1$ nolge ten bolıp qalıwı kerek. Solay etip, arba Jerge salıstırǵanda

$$v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1$$

shamasına ten tezlikke iye boladı. Bul tenliktegi minus belgisi v_2 tezliginin baǵıtının adamnıń juwırıw tezliginin baǵıtına qarama-qarsı ekenligin anǵartadı. Adam juwırıp baratırǵanda arba da qozǵalıǵın dawam etedi. Arbanın ústindegi adam toqtaǵanda onıń qozǵalıǵı muǵdarın shaması nolge ten boladı. Bunday jaǵdayda arbanın qozǵalıǵı muǵdarı da nolge ten bolıwı kerek: ol toqtaydı.



37-súwret.

Adam arbanın ústinde v_1 tezligi menen juwıradı; arba bolsa v_2 tezligi menen qarama-qarsı tárepke qaray qozǵaladı.

Endi sharlardın serpimli emes soqlıǵısıwların qaraymız. Qozǵalıǵı muǵdarın saqlanıw nızamı massaları m_1 hám m_2 , tezlikleri sáykes v_1 hám v_2 bolǵan eki shardıń oraylıq soqlıǵısıwdan keyingi tezliklerin anıqlawǵa múmkinshilik beredi.

Serpimli emes soqqıdan keyin sharlardın ekewi de birdey v tezligi menen qozǵaladı. Sonın menen birge soqqı oraylıq bolǵanlıqtan v , v_1 hám v_2 tezliklerinin úshewi de bir tuwrının boyında boladı.

Bunnan qozǵalıǵı muǵdarın saqlanıwın sebebinen

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

hám bunnan

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

tenligin tabamız.

Endi A hám B denelerine f_1 hám f_2 óz-ara tásirlesiw kúshlerinen basqa sırtqı F_1 hám F_2 kúshleri tásir etetuǵın jaǵdaydı da qaraymız. Bunday jaǵdayda denelerdin hár biri ushın

$$\Delta K_A = f_1 \Delta t + F_1 \Delta t, \Delta K_B = f_2 \Delta t + F_2 \Delta t$$

anlatpalarına iye bolamız. Bul tenliklerdi aǵzama-aǵza qosıp hám Nyutonnın úshinshi nızamı boyınsha $f_1 + f_2 = 0$ ekenligin esapqa alıp

$$\Delta(K_A + K_B) = (F_1 + F_2) \Delta t$$

tenligin jazamız.

Eki denenin tolıq qozǵalı muǵdarı bolǵan $K = K_A + K_B$ shamasın hám sırtqı kúshlerdin ten tásir etiwshisi bolǵan $F = F_1 + F_2$ shamaların kirgizip

$$\Delta K = F \Delta t \quad (7)$$

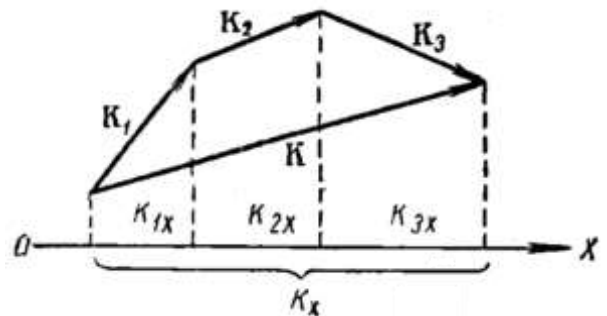
tenligine iye bolamız.

Bir biri menen tásirlesetuǵın qálegen sanlı deneler ushın da tap usınday tenlik orınlı boladı. Solay etip, *deneler sistemasının tolıq qozǵalı muǵdarının ózgerisi sırtqı kúshlerdin ten tásir etiwshisinin impulsi* menen anıqlanadı eken. Eger sırtqı kúshlerdin ten tásir etiwshisi nolge ten bolatuǵın bolsa, onda tolıq impuls muǵdarının ózgerisi de nolge ten boladı. Bunday jaǵdayda sistemanın qozǵalı muǵdarının tolıq vektori turaqlı qaladı: (7)-tenlik qaytadan (6)-tenlikke alıp keledi.

Sistemanı payda etetuǵın deneler arasındaqı óz-ara tásirlesiw kúshlerin *ishki kúshler* dep atasaq, biz mınaday juwmaq shıǵaramız: *ishki kúshlerdin tásirinde sistema ózinin tolıq qozǵalı muǵdarın ózgerte almaydı*. Ishki kúshlerdin tásirinde sistemanın ayırım bólimleri ǵana bir birine salıstırǵanda qozǵalısqı keledi. Mısalı, parovoz tek puwdın porshenge túsiretuǵın kúshinin tásirinde tolıǵı menen qozǵalısqı kele almaydı; dóngelekler menen relsler arasındaqı súykelis kúshleri túrindegi *sırtqı kúshlerdin* bolıwının sebebinen ol júre baslaydı. Dóngeleklerge túsirilgen kúshler menen oǵan san mánisi boyınsha ten, al baǵıtı boyınsha qarama-qarsı bolǵan súykelis kúshlerinin bar bolıwı sebebinen Nyutonnın úshinshi nızamına sáykes payda bolǵan kúsh paravozdı qozǵaltadı. Relsler jer sharına bektilgen bolǵanlıqtan, olardıń qozǵalısqı hesh qanday roldi oynamaydı. Parovoz tárepinen alınǵan qozǵalı muǵdarı jer sharına berilgen qozǵalı muǵdarına ten. Jer sharının massası parovozdın massasına salıstırǵanda júdá úlken bolǵanlıqtan, jer sharı tárepinen alınǵan tezlik oǵada kishi.

38-súwret.

Qosındı K vektorının proekciyası K_x qosılıwshı vektorlardın proekciyalarının qosındısına ten.



Qosındı vektordın qanday da bir baǵıtqa túsirilgen proekciyası qosılıwshı vektorlardın sol baǵıtqa túsirilgen proekciyalarının qosındısına ten bolatuǵınlıǵına baylanıslı (38-súwret) (7)-tenlikten mına jaǵday kelip shıǵadı: sistemanı payda etiwshi denelerdin qozǵalı muǵdarların qálegen baǵıtqa túsirilgen proekciyalarının qosındısının ózgerisi sırtqı kúshlerdin impulslerinin usı baǵıtqa túsirilgen proekciyalarının qosındısı boyınsha anıqlanadı. Eger usınday baǵıtlar sıpatında tuwrı sızıqlı koordinatalar sistemasının OX, OY, OZ kósherlerin qabıl etsek, onda n dana deneden turatuǵın sistema ushın

$$\sum_{i=1}^n \Delta K_{xi} = \sum_{i=1}^n F_{xi} \Delta t, \quad \sum_{i=1}^n \Delta K_{yi} = \sum_{i=1}^n F_{yi} \Delta t, \quad \sum_{i=1}^n \Delta K_{zi} = \sum_{i=1}^n F_{zi} \Delta t \quad (8)$$

anlatpaların alamız.

Waqtın sheksiz kishi aralıqlarına hám soǵan sáykes qozǵalı muǵdarların sheksiz kishi ósimlerine ótsek, mınalarga iye bolamız:

$$\sum_{i=1}^n \frac{dK_{xi}}{dt} = \sum_{i=1}^n F_{xi}, \quad \sum_{i=1}^n \frac{dK_{yi}}{dt} = \sum_{i=1}^n F_{yi}, \quad \sum_{i=1}^n \frac{dK_{zi}}{dt} = \sum_{i=1}^n F_{zi}. \quad (8a)$$

Demek, koordinata kósherlerinin hár birine túsirilgen qozǵalı muǵdarının proekciyalarının waqt boyınsha alınǵan tuwındıların qosındısı sırtqı kúshlerdin sol kósherge túsirilgen proekciyalarının qosındısına ten.

Sırtqı kúshlerdin kósherlerdin birine túsirilgen proekciyaların qosındısı nolge ten bolsa, onda (8)-tenlik boyınsha sistemanı payda etetuğın denelerdin qozğalı muğdarların sol kósherge túsirilgen proekciyaların qosındısı turaqlı bolıp qaladı. Sırtqı kúshlerdin qosındısı nolge ten bolğan jağdayda denelerdin qozğalı muğdarların hár bir kósherge túsirilgen proekciyaların qosındısı turaqlı bolıp qaladı:

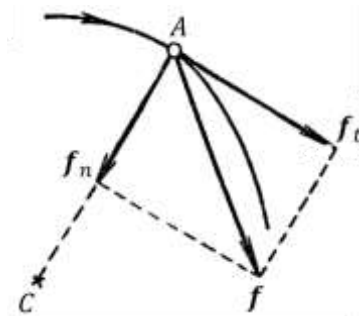
$$K_x = \sum_{i=1}^n K_{xi} = \text{const}, K_y = \sum_{i=1}^n K_{yi} = \text{const}, K_z = \sum_{i=1}^n K_{zi} = \text{const}. \quad (6a)$$

§ 21. Iymek sızıqlı qozğalısta tásir etetuğın kúshler. Nyutonnın ekinshi nızamı tárepinen anlatılatuğın f kúsh vektorı menen usı kúshin tásirinde júzege keletuğın w tezleniwi arasındaqı

$$f = mw \quad (1)$$

túrindegi baylanıs ulıwmalıq baylanıs bolıp tabıladı hám tuwrı sızıqlı qozğalı ushın da, iymek sızıqlı qozğalı ushın da durıs. Biraq iymek sızıqlı qozğalıslardın hám qıylı tiplerinin áhmiyetin názerde tutıp bunday jağdayda tásir etetuğın kúshlerdi tolıǵıraq qaraymız. (1)-tenlik hár bir waqıt momentinde kúsh penen tezleniwdin birdey baǵıtqa iye bolatuğınlǵın kórsetedi. 11-paragrafta kórgenimizdey, iymek sızıqlı qozğalısta w tezleniwi traektoriyaǵa urınba baǵıtında baǵıtlanǵan emes, al onın menen bazı bir múyeshti jasadı hám tezleniwdin tangensiallıq w_t hám normal w_n bolğan eki qurawshısına jayılwı múmkin. Bunnan iymek sızıqlı qozğalatuğın denegge tásir etetuğın f kúshin hár bir waqıt momentinde qozğalıstın baǵıtına qanday da bir múyesh penen baǵıtlanǵan bolatuğınlǵı hám tezleniwdin tangensiallıq f_t hám normal f_n bolğan eki qurawshısına jayılwı múmkin ekenligi kelip shıǵadı.

Birinshi qurawshı f_t traektoriyaǵa túsirilgen urınbanın baǵıtı menen baǵıtlas, ekinshisi urınbaǵa perpendikulyar, yaǵnıy mayısıw radiusı baǵıtında iymek traektoriyanın orayına qaray baǵıtlanǵan (39-súwret). Sonlıqtan f_n normal qurawshını kúshin *orayǵa umtılwshı qurawshısı* dep te ataydı.



39-súwret.
Kúshin tangensiallıq hám normal qurawshılardı jayıw.

39-súwrette tolıq f kúshinın san mánisinın

$$f = \sqrt{f_t^2 + f_n^2} \quad (2)$$

anlatpasının járdeminde anlatılatuğınlǵı kórinip tur. Kúshin tangensiallıq f_t hám f_n qurawshılarının tezleniwdin sáykes tangensiallıq hám normal w_t hám w_n qurawshıları menen

$$f_t = mw_t, f_n = mw_n \quad (3)$$

túrinde baylanısqa ekenligi kelip shıǵadı.

11-paragraftaǵı (5)-tenlik boyınsha normal tezleniw $w_n = v^2/R$ shamasına ten bolǵanlıqtan (v arqalı denenin sızıqlı tezligi, R arqalı traektoriyanın mayısqaqlaq radiusı belgilengen)

$$f_n = m \frac{v^2}{R} \quad (4)$$

shamasına ten boladı.

Iymeklik boyınsha ten ólshewli qozğalısta (tezlik shaması boyınsha turaqlı, tezleniwdin tangensiallıq qurawshısı nolge ten) kúshin tangensiallıq qurawshısı nolge ten hám kúshin barlıǵı

orayğa umtılwshı kúsh bolıp tabıladı. Bul kúsh traektoriyağa normal bağıtta tásir etip, denenin tezligin ózgertpey, onı turaqlı túrde bazı bir traektoriya boyınsha aylanıwğa májbúrleydi; eger bunday kúsh bolmağanda dene tuwrı sızıqlı qozğalgan bolar edi.

SHenber boyınsha qozğalganda (4)-tenliktegi v sızıqlı tezlikte múyeshtik tezlik ω menen almasırwğa yamasa sol sızıqlıq tezlikte aylanıw dáwiri T yamasa waqıt birligindegi aylanıslar sanı n boyınsha anlatıwğa boladı:

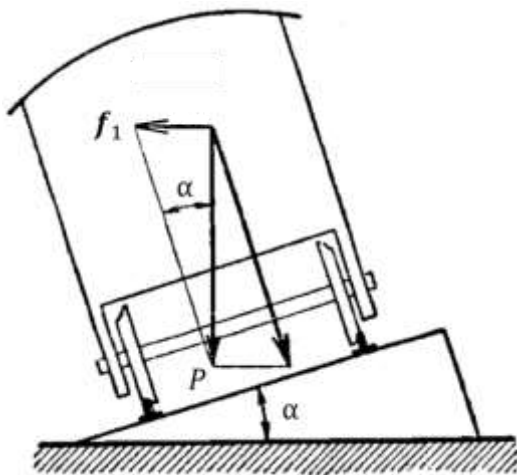
$$f_n = m\omega^2 R = 4\pi^2 m \frac{R}{T^2} = 4\pi^2 mn^2 R. \quad (4a)$$

Nyutonnın úshinshi nızamı boyınsha, iymek sızıqlı traektoriya boyınsha qozğalatúgın denegе tásir etetuğın orayğa umtılwshı kúsh penen bir qatarda shaması jağınan oğan ten, al bağıtı qarama-qarsı bolğan kúsh te tásir etedi. Bul kúsh deneni burılıwğa iytermeleydi. Bul kúsh *oraydan qashıwshı kúsh* dep ataladı. Solay etip, orayğa umtılwshı hám oraydan qashıwshı kúshler Nyutonnın úshinshi nızamına sáykes júzege keletuğın eki kúsh bolıp tabıladı; olar hár qıylı denelerge tásir etedi. Mısalı, jipke bekitilgen tas bolğan jağdayda orayğa umtılwshı kúsh tasqa, al oraydan qashıwshı kúsh jipke, joldın burılğan uıastkasınan ótip atırğan tramvaydı qarağanımızda orayğa umtılwshı kúsh tramvayğa, al oraydan qashıwshı kúsh relslerge, Jerdin dógereginde aylanatuğın Aydı qarağanımızda orayğa umtılwshı kúsh Ayğa, al oraydan qashıwshı kúsh Jerge tásir etedi.

Inerciyalıq oraydan qashıwshı kúsh haqqında tómende aytıladı (22-paragraf).

Bir neshe mısalardı tallaymız.

Burılatuğın orınlarda poezddın dóngeleklerinin relslerge qaptal tárepke qaray basımın kishireytiw ushın temir joldı qıya etip quradı. Radiusı R ge ten bolğan sonday orında v tezligi menen qozğalatúgın poezddın relslerge qaptal tárepke bağıtlangan basımdı túsirmewi ushın temir joldı gorizontqa salıstırğanda qanday α múyeshine qıya etip qurıw kerek ekenligin esaplayıq.



40-súwret.

Salmaq kúshinin f_1 qurawshısı vagondı buradı.

Vagon relslerge mınaday jağdayda qaptalğa qaray bağıtlangan basımdı túsirmeydi: iymekliktin orayına qaray bağıtlangan P salmaq kúshinin f_1 qurawshısı temir jol polotnosının reakciyası menen tenlestirilmegen jağdayda (40-súwret) vagondı iymek sızıqlı traektoriya boyınsha qozğaltıwğa iytermeleytuğın orayğa umtılwshı kúsh bolıp tabıladı. Bunnan

$$f_1 = P \operatorname{tg} \alpha = \frac{mv^2}{R} \quad (5)$$

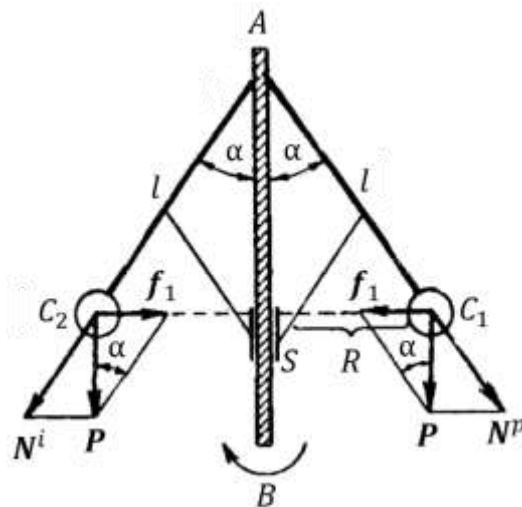
tenligi orınlı boladı. Bul tenlikte m arqalı vagonnın massası belgilengen. Vagonnın salmağı $P = mg$ shamasına ten bolğanlıqtan (5)-tenlik boyınsha biz izlep atırğan joldın qıyalığı bolğan α nın shaması

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{Rg} \quad (6)$$

tenligin qanaatlardıwı kerek.

Kórinip turǵanıday, (6)-formulaǵa vagonnıń massası kirmeydı, al joldın aylanbasınıń radiusı R menen tezlik v kiredi. Temir jollarda joldın qıyalıǵı usı qıyalıq arqalı poezdlardıń qanday tezlik penen ótetuǵınlıǵına sáykes saylap alınadı. Bunday jaǵdayda kishirek tezlik penen qozǵalatuǵın voezdlar ishki relske qaptalǵan qaray, al tezirek qozǵalatuǵın poezdlar sırtqı relske qaray baǵıtlanǵan basımdı túsiredi.

41-súwret.
Oraydan qashıwshı regulyator.



Ekinshi misal sıpatında sxeması 41-súwrette keltirilgen puw mashinasınıń oraydın qashıwshı regulyatronıń sxeması kórsetilgen. Vertikal baǵıttaǵı AB sterjeniniń joqarǵı A ushına sharnirli túrde birdey l uzınlıqtaǵı eki sterjen bektilgen. Olardıń ushlarında C_1 hám C_2 awır sharları jaylasqan. AC_1 hám AC_2 sterjenleri menen tómengi ushları S muftası menen baylanısqan basqa eki sterjen sharnirli túrde baylanısqan. Regulyator vertikal jaylasqan AB kósheriniń dógereginde aylanadı. Onıń aylanıw tezligi ózgergende AC_1 menen AC_2 sterjenleriniń arasındaǵı múyeshtin shaması da ózgeredi hám bul ózgeris S muftasınıń jılısıwına alıp keledi; bul S muftası puw mashinasınıń cilindrine keletuǵın puwdın muǵdarın retleytuǵın mexanizm menen baylanısqan.

Regulyatordın múyeshtik jıylıǵı ω nıń berilgen shamadaǵı ózgeriwiniń nátiyjesindegi AC_1 menen AC_2 sterjenleri arasındaǵı α múyeshtin ózgeriwiniń shamasın anıqlaymız.

AC_1 sterjeni awısqan jaǵdayda $p = mg$ shamasına ten bolǵan hám tómene qaray baǵıtlanǵan C_1 sharınıń salmaǵı sterjennin reakciyası menen tenlestirilmegen; P kúshin eki qurawshıǵa jayamız: N' — sterjennin baǵıtındaǵı hám f_1 — gorizont baǵıtındaǵı. N' qurawshısı sterjennin reakciyası menen tenlestiriledi; f_1 qurawshısı shardın kóteriliwine alıp keletuǵın orayǵa umıtıwshı kúsh bolıp tabıladı hám ol AB sterjeniniń dógereginde aylanıwǵa májbúrleydi. Bunnan

$$f_1 = m\omega^2 R \quad (7)$$

shártiniń orınlanıwınıń kerek ekenligi kelip shıǵadı. Biraq, 41-súwretten mınaǵan iye bolamız:

$$f_1 = P \operatorname{tg} \alpha = mg \operatorname{tg} \alpha, R = l \sin \alpha.$$

Bunnan, (7)-anlatpa boyınsha

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{l\omega^2 \sin \alpha}{g} \text{ yamasa } \sin \alpha \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{l\omega^2}{g} \right)$$

tenliklerine iye bolamız. Nátiyjede eki sheshim alamız:

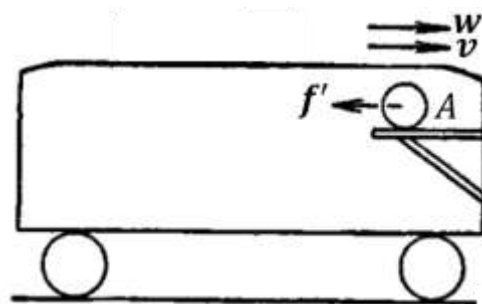
$$\cos \alpha = \frac{g}{l\omega^2} \quad (8)$$

hám ekinshi sheshim $\sin \alpha = 0$, yaǵnıy $\alpha = 0$. Bul ekinshi sheshim qızıǵıwdı payda etpeydi, sebebi regulyatordın konstrukciyası $\alpha = 0$ bolǵan mánis bolmaytuǵınday etip islenedi. Birinshi sheshim α nıń izlenip atırǵan mánisin anıqlaydı: ω nıń úlkeyiwi menen α múyeshtin shaması da úlkeyedi.

§ 22. Tezletilgen sistemalar. Inerciyalıq kúshler. 19-paragrafta keltirilgen tallawlardın tiykarında biz bazı bir esaplaw sistemasınıń ishinde ótkerilgen hesh bir mexanikalıq tájiriybelerdin járdeminde sistemanın tuwrı sıızılıq hám ten ólshewli qozǵalısn anıqlawdın múmkin emes ekenligin kórdik. Al sistemanın qálegen tezleniwi onda ótetuǵın mexanikalıq qubılıslarǵa tásir etedi.

Endi sistemanın tezleniwinin onın ishinde bolıp ótetuǵın processlerge tásirín tolıǵıraq qaraymız. Onın ushın biz jáne de qozǵalıwshı vagon mısılın paydalanamız. Meyli, dáslepki tezligi v bolǵan vagon w tezleniwi menen 42-súwrette strelka menen kórsetilgen baǵıtta tuwrı sızıqlı qozǵalsın. Vagonnın aldınǵı diywalındaǵı polkada massası m ge ten bolǵan A sharı jaylasqan. Polkanı absolyut sırganaq dep esaplaymız, sonlıqtan sol polka menen shardın arasında hesh qanday súykelis kúshi payda bolmaydı. Vagonnın ishindegi tómendegidey eki esaplaw sistemasına salıstırǵandaǵı qubılıslardı qaraymız: 1) temir joldın ózi menen baylanısqa esaplaw sistemasındaǵı hám 2) vagon menen baylanısqa esaplaw sistemasındaǵı. Tuwrı sızıqlı ten ólsheuli qozǵalısta shargá hesh qanday kúshler tásir etpeydi (bir birin tenlestirip turǵan salmaq kúshi menen tirektin reakciya kúshinen basqa). Endi vagon ózinin qozǵalı baǵıtında turaqlı w tezleniwi menen qozǵalıp atır dep boljaymız, vagonnın tezligi kem-kemnen joqarılap atılǵan bolsın.

42-súwret.
 A sharı tezleniw menen qozǵalatuǵın
 vagonnan keyinde qaladı.



Bul jaǵdayda kórsetilgen eki esaplaw sistemasına salıstırǵanda shardın qozǵalısqı qanday boladı?

Dáslep shardın temir joldın ózi menen baylanısqa esaplaw sistemasındaǵı qozǵalısqın xarakterin anıqlaymız. Temir jolǵa salıstırǵanda shar dáslepki v tezlik penen qozǵalıwın dawam etedi. Sebebi oǵan gorizont baǵıtında hesh qanday kúshler tásir etpeydi. Biraq vagon tezirek qozǵala baslaǵanlıqtan shar vagonǵa salıstırǵanda artta qaladı.

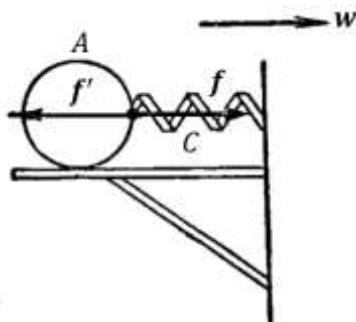
Solay etip, vagonnın polkasına salıstırǵanda burın tınıshlıqta turǵan shar vagonnın qozǵalı baǵıtına qarama-qarsı baǵıtta qozǵala baslaydı. Bunnan vagon menen baylanıslı bolǵan esaplaw sistemasına salıstırǵanda shardın $-w$ tezleniwin alǵanlıǵı kelip shıǵadı.

Eger vagon menen baylanıslı bolǵan esaplaw sistemasında (bul esaplaw sisteması interciallıq emes) Nyutonnnın ekinshi nızamı orınlanadı dep esaplasaq, onda bul sistemadaǵı tezleniw din payda bolıwın shargá rásimiy ráwishte

$$f' = m(-w)$$

kúshi tásir etedi dep túsindiriwge boladı. Bul tenlikte m arqalı shardın massası, al $-w$ arqalı san mánisi vagonǵa salıstırǵandaǵı tezleniwge ten bolǵan tezleniw belgilengen. Tezleniwshı esaplaw sistemasında Nyutonnnın ekinshi nızamının orınlanıwı ushın kirgiziw kerek bolǵan bul jalǵan kúshti *inerciyalıq kúsh* yamasa *inerciya kúshi* dep ataydı.

Endi polkada jatırǵan shar vagonnın diywalı menen C prujinasının járdeminde tutastırılǵan dep boljayıq (43-súwret). Bunday jaǵdayda prujina shargá vagonnın tezleniwi w ǵa ten bolǵan tezleniwdi beretuǵın halǵa sáykes keletuǵın uzınlıqqa shekem sozıladı. Basqa sóz benen aytqanda: prujina shardı vagonnın qozǵalıw baǵıtında f kúshi menen *tartadı*, bul kúsh shargá túsirilgen hám vagonnın w tezleniwi menen *baǵıtlas* hám san mánisi boyınsha mw shamasına ten, bul jerde m shardın massasın anlatadı. Nyutonnnın úshinshi nızamı boyınsha prujınaǵa túsirilgen hám vagonnın tezleniwinin baǵıtına qarama-qarsı bolǵan $f_1 = -f$ kúshinin de bar bolıwı kerek.



43-súwret.

Prujina shardı tezleniw menen qozǵalatuǵın vagonnıń qozǵalıw baǵıtında f kúshi menen tartadı, al shar bolsa prujınanı f' kúshi menen sozadı.

Vagon menen baylanıslı bolǵan sistemaǵa salıstırǵanda prujina sozılǵannan keyin shar vagonǵa salıstırǵanda jáne de tınıshlıq halına ótedi. Demek, Nyutonnnıń ekinshi nızamına sáykes, bunday esaplaw sistemasında sharǵa túsetuǵın kúshlerdin qosındısı nolge ten bolıwı kerek. Bul talap sharǵa inerciyalıq f' kúshin túsirilgen hám bul kúsh penen prujina tárepinen sharǵa tásir etetuǵın f kúsh ten bolǵan jaǵdayda qanaatlandırıladı. Bul inerciyalıq kúsh $f' = f_1$; bunday kúshtin payda bolıwınń sebebi Nyutonnnıń úshinshi nızamınan orınlanıwı menen baylanıslı. Bul tezleniwshi esaplaw sistemasındaǵı prujınaǵa ("baylanıslarǵa") túsetuǵın kúshti shardıń ózine túsiremiz (A sharına). Vagon menen baylanıslı bolǵan tezleniwshi sistemanı paydalanıp, biz dinamikalıq máseleńi shardıń ten salmaqlıqta turıwı haqqındaǵı statikalıq másele menen alıstıramız. Joqarıda ayılǵanday, onıń ushın biz sharǵa tek sharǵa túsirilgen haqıyqıy f kúshi ǵana tásir etip qoymaydı, al baylanısqa tásir etetuǵın f_1 kúshi de tásir etedi dep esaplawımız kerek. Dinamikalıq máseleńi tap usınday jollar menen statikalıq máseleǵe aylandırıwdı qálegen tezleniwshi qozǵalıw ushın orınlaw múmkin.

Meyli, massası m bolǵan materiallıq noqatqa f kúshi tásir etetuǵın bolsın. Bul materiallıq noqattın qozǵalıw tenlemesi Nyutonnnıń ekinshi nızamınan járdeminde beriledi:

$$f = mw.$$

Bul anlatpada w arqalı materiallıq noqat alǵan tezleniw belgilengen. Bul tenlemeni bılayınsha qaytadan jazıwǵa boladı:

$$f + (-mw) = 0.$$

Nyutonnnıń úshinshi nızamı boyınsha $f_1 = -mw$ shaması usı materiallıq noqat penen tásirlesetuǵın hám oǵan tezleniw beretuǵın denelerge tásir etetuǵın kúsh bolıp tabıladı. Oyımızda $f' = f_1$ kúshin materiallıq denenin ózine túsirip hám onı *inerciya kúshi* dep atap, mınanı alamız:

$$f + f' = 0.$$

YAǵnıy, *inerciya kúshi menen materiallıq noqatqa túsirilgen kúsh hár bir waqıt momentinde bir birin tenlestiredi*. Bul jaǵdaydı *Dalamberdin baslaması* dep ataydı.

Inerciyalıq kúshlerdin payda bolıwına jáne bir neshe misallardı kóremiz. Lifttin polinde massası m ge ten bolǵan júk jatırǵan bolsın. Eger lift joqarıǵa qaray w tezleniw menen qozǵalatuǵın bolsa, onda sol júk te tap sonday tezleniwge iye boladı. Júk bul tezleniwdi sol júkting salmaǵın tenlestirip turatuǵın basımǵa qosımsha pol tárepten túsiriletuǵın basımınń nátiyjesinde aladı. Bul basımınń kúshinin shaması $f = mw$ ge ten. Nyutonnnıń úshinshi nızamı boyınsha júk óz gezeginde polǵa qosımsha $f_1 = -f$ kúshi menen basadı. Eger júk tikkeley poldın ústinde emes, al prujinalıq tárezinin pállesinin ústinde jaylasqan bolsa, onda f_1 kúshi tárezini basadı (44-súwret); tárezinin prujınası kúshlirek qısıladı hám lifttin tezleniw bolmaǵan jaǵdayda tárezi P salmaǵın kórsetken bolsa, onda tárezi endi $P' = P + f'$ kúshin kórsetedi, bul tenlikte $f' = f_1$.

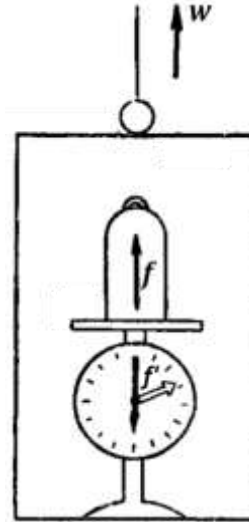
Eger lift w tezleniw menen tómenge qaray qozǵalatuǵın bolsa, onda júk te lift penen sonday tezleniw menen tómenge qaray qozǵaladı. Júkke tásir etetuǵın salmaq kúshinin bir bólimi oǵan tezleniw beredi. Kúshtin usı bólimi $f = mw$ shamasına ten. Bunnan júkting tárezige túsiřetuǵın basımı $P' = P - f$ shamasına ten boladı.

Eki jaǵdayda da tárezinin kórsetiwı liftte tezleniw bolmaǵan (P ǵa ten) jaǵdaydaǵıǵa salıstırǵandaǵı kórsetiwden ózgeshe boladı. Sonlıqtan biz júkting w tezleniw menen bolǵan

qozǵalısnan ibarat bolǵan dinamikalıq máselege iye bolamız. Lift penen baylanısqa esaplaw sistemasına salıstırǵanda tárezinin kórsetiwiniń ózgerisin P haqıyqıy salmaqqa inerciyalıq f' kúshinin qosılıwınıń saldarı dep túsindiriw múmkin (eger liftin tezleniwı joqarıǵa qaray baǵıtlanǵan bolsa P salmaǵının baǵıtında, al eger lift tómenge qaray qozǵatatuǵın bolsa, onda P salmaǵının baǵıtı w tezleniwiniń baǵıtına qarama-qarsı).

44-súwret.

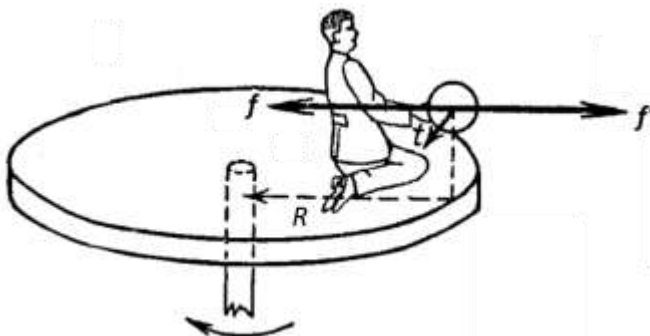
Joqarı qaray tezleniw menen qozǵalatuǵın lift júkti tezletedi. Júkke f kúshi tásir etedi, tap usınday f_1 kúsh penen tárezinin pállesin basadı.



Tap usıǵa sáykes jollar menen *aylanıwshı sistemadaǵı* inerciyalıq kúshlerdin payda bolıwı túsindiriledi. Meyli, karuselde adam qolında massası m bolǵan tastı uslap otırǵan bolsın (45-súwret). Tastın karusel menen birgelikte qozǵalıwı, yaǵnıy radiusı R bolǵan shenber boyınsha qozǵalıwı ushın (R arqalı karuseldin aylanıw kóshleri menen tas arasındadıǵı qashıqlıq belgilengen) tasqa $w_n = \omega^2 R$ orayǵa *umtılwshı* tezleniwiniń beriw kerek. Bul tenlikte ω arqalı aylanıwdın múyeshlik tezligi belgilengen. Tastın aylanıwın júzege keltiriw ushın adamnıń tastı turaqlı túrde ózine tartıwı kerek. f kúshi bolmaǵanda tas t urınba baǵıtta qozǵalǵan bolar edi. Nyutonnıń úshinshi nızamı boyınsha tas adamnıń qolına $f_1 = -f$ kúshi menen tásir etedi; bul f_1 kúshi adamnıń qolına túsedi hám karuseldin orayınan sırtqa qaray baǵıtlanǵan; 21-paragrafta bul kúshti *oraydan qashıwshı* kúsh dep atadıq.

Biraq, eger processtin barlıǵın disk penen birge aylanatuǵın esaplaw sistemasına salıstırǵanda qaraǵanda tas bul sistemada aylanıwda tınıshlıqta qaladı hám oǵan f kúshin túsiriw zárúrligi tasqa oraydan sırtqı qaray baǵıtlanǵan $f' = f_1$ kúshinin túsiriliwi dep tallanıwı múmkin. Bul vagonnıń hám liftin tezleniwinde qaralǵan inerciyalıq kúshlerge tolıq usaydı.

Aylanıwshı sistemada tásir etetuǵın inerciyalıq kúshti geypara jaǵdaylarda *inerciyalıq oraydan qashıwshı kúsh* dep ataydı. Onı 21-paragrafta gáp etilgen *haqıyqıy* oraydan qashıwshı kúsh penen shatastırmaw kerek.



45-súwret.

Karuselde otırǵan adam júktin burılıwı ushın onı f kúshi menen tartıwı kerek.

Kúndelikti turmista bizlerge inerciyalıq kúshler menen jumıs alıp bariwǵa tuwrı keledi. Mısalı, tramvay keskin túrde tormozlansa yamasa úlken tezlikte burılsa, onda biz tramvayǵa salıstırǵanda alǵa yamasa burılıw baǵıtına qarama-qarsı baǵıtta iyterilemiz. Bul bizin burın iye bolǵan tezlikti saqlawǵa tırısatuǵınıńızdın hám vagonnıń tezleniw alıwın nátıyjesi bolıp tabıladı. Vagon menen baylanısqa esaplaw sistemasına qatnası boyınsha bul salıstırmalı awısıwlar kúshlerdin (inerciyalıq kúshlerdin) tásiiri boyınsha túsindiriledi. Bul inerciyalıq kúshlerdi barlıq tezleniwshi sistemada inerciyalıq sistemada tásir etetuǵın qosımsha kúsh sıpatında esapqa alıwǵa tuwrı keledi.

Eynshteyn ózinin ulıwmalıq salıstırmalıq teoriyasında inerciya kúshleri haqındaǵı máselege ayrıqsha túrde túsindiriwge tırstı. Eynshteynnin kóz-qarası boyınsha inerciya kúshleri salmaq kúshlerine ekvivalent. Biz joqarıda lifttin tezleniwı júktin salmaǵının úlkeyiwı yamasa kishireyiwine alıp keletuǵınıń kórdik (tezleniw w nın baǵıtınan ǵárezli), yaǵnıy inerciya kúshleri salmaq kúshlerine ekvivalent eken.

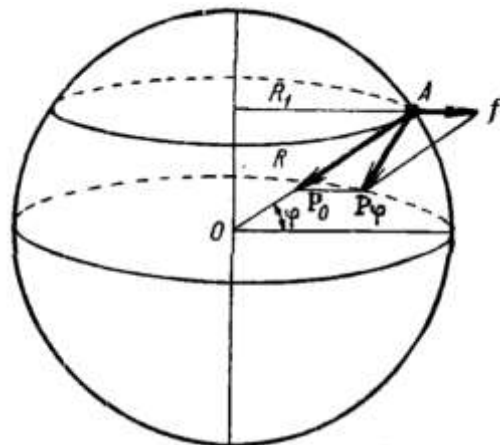
Demek, qanday da bir sistemanın tezleniwınin usı sistemada salmaq kúshlerinin payda bolıwına ekvivalent bolıp shıǵatuǵınıń kóremiz. Biraq, V.A.Foktın kórsetiwinde, bunday ekvivalentlik úlken kenisliklik hám waqıtlıq masshtablarda durıs emes. Inerciyalıq esaplaw sisteması, yaǵnıy qozǵalmaytuǵın juldızlardın jıynagı menen baylanısqa esaplaw sisteması artıqmashlıqqa iye boladı hám bul sistemadaǵı tezleniw tezlik iye bolǵanday salıstırmalı xarakterge iye boladı.

§ 23. Salmaq kúshinin orının kenliginen ǵárezligi. Inerciyalıq kúshlerden paydalanıw tezleniwshi sistemalardaǵı, solardıń ishinde aylanıwshı sistemadaǵı hár qıylı mexanikalıq máselelerdi sheshiw ushın júdá qolaylı. Qala berse, sutkalıq aylanatuǵın jer sharı usınday aylanıwshı sistema bolıp tabıladı. Sonlıqtan Jerdin betindeǵı hár qıylı bolǵan mexanikalıq processlerdi dál qaraǵanda sutkalıq aylanıwdın saldarınan júzege keletuǵın inerciyalıq kúshlerdi názerde tutıw kerek boladı. Bul kúshlerdin shamaları úlken emes. Sonlıqtan kóplegen jaǵdaylarda sol kúshlerdi esapqa almawǵa da boladı hám joqarıda aytılp ótilgenindey, Jerdi inerciyalıq esaplaw sisteması dep juwıq túrde qarawǵa boladı. Biraq, bir qatar jaǵdaylarda Jerdin sutkalıq aylanısın esapqa almawǵa bolmaydı.

Jerdiń sutkalıq aylanısın salmaq kúshine tásir qaraymız. Meyli, massası m shamasına ten bolǵan awır A denesi φ kenliginde jaylasqa bolsın (46-súwret). Máseleni Jer menen birge qozǵalatuǵın koordinatalar sistemasında sheshken jaǵdayda inerciyalıq kúshni esapqa alıwımız kerek

$$f = m\omega^2 R_1. \quad (1)$$

Bul anlatpada ω arqalı Jerdin aylanıwın múyeshlik tezligi hám R_1 arqalı jerdin kósherinen denegge shekemgi qashıqlıq belgilengen. f kúshi Jerdin kósherine perpendikulyar baǵıtlanǵan. Bul f kúshi Jerdin orayına qaray baǵıtlanǵan denenin salmaq kúshi P_0 ge qosıladı.



46-súwret.

Jerdiń sutkalıq aylanıwın salmaq kúshine tásiiri.

Bunnan φ kenligindegi denenin salmaǵında bolıp kórinetuǵın P_φ salmaǵı mınaǵan ten

$$P_\varphi = P_0 + f. \quad (2)$$

Bul tenliktin on tárepinde vektorlıq qosındı tur.

46-súwretten mınalardı iye bolamız: $R_1 = R \cos \varphi$. Bul tenlikte R – Jerdin radiusı. Bunnan, (1)-tenlik boyınsha salmaq kúshine salıstırǵanda

$$f = m\omega^2 R \cos \varphi \quad (3)$$

kishi bolǵan kúshti alamız. $P_0 = mg_0$ ekenligin itibarǵa alsaq, onda

$$\frac{f}{P_0} = \frac{\omega^2 R}{g_0} \cos \varphi$$

anlatpasına iye bolamız. Eger ω , R hám g_0 shamaların mánislerin bul qatnasqa qoysaq, onda $\frac{\omega^2 R}{g_0} = \frac{1}{289}$ shamasına iye bolamız. Al φ múyeshinin kosinusı barlıq waqıtta ≤ 1 . Sonlıqtan f kúshinin shaması barlıq waqıtta P_0 salmaq kúshinen kishi boladı. Sonlıqtan (2)-tenlik boyınsha ólshegende alınatuǵın P_φ salmaǵın anıqlaw ushın biz tómendegidey juwıq esaplawdan paydalanamız. f kúshin eki qurawshıǵa jayamız: f_1 – vertikal joqarıǵa qaray baǵıtlanǵan (jer sharının berilgen noqatı ushın) hám f_2 – gorizont baǵıtındaǵı. Bunday jaǵdayda f_2 kúshin salmaq kúshin baǵıtı boyınsha ózgertedi, al f_1 kúshi bolsa salmaq kúshin shaması boyınsha ózgertedi dep juwıq túrde esaplawǵa boladı. Bunnan juwıq túrde

$$P_\varphi = P_0 - f_1$$

tenligine iye bolamız. Biraq, 47-súwretten $f_1 = f \cos \varphi$ tenligin alamız, bunnan

$$P_\varphi = P_0 - f \cos \varphi$$

tenligin yamasa (3)-tenlik boyınsha

$$P_\varphi = P_0 - m\omega^2 R \cos^2 \varphi$$

formulasın alamız. P_0 di qawsırmanın sırtına shıǵarıp hám $P_0 = mg_0$ tenliginin orınlı ekenligin esapqa alıp, mınanı alamız:

$$P_\varphi = P_0 \left(1 - \frac{\omega^2 R}{g_0} \cos^2 \varphi \right) \quad (4)$$

(4)-formula orının φ kenliginen ǵárezli bolǵan ólshewde alınatuǵın P_φ salmaqın mánisin beredi. $\frac{\omega^2 R}{g_0}$ shaması mánisi $\frac{1}{289}$ ǵa ten turaqlı bolıp tabıladı. Sonlıqtan

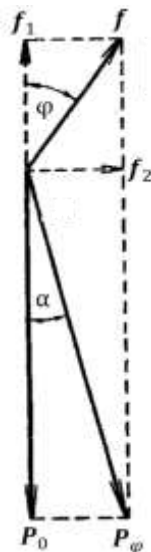
$$P_\varphi = P_0 \left(1 - \frac{1}{289} \cos^2 \varphi \right) \quad (4a)$$

formulasına iye bolamız.

Haqıyqatında, Jer durıs sferanın formasına iye emes, ol polyuslarda qısılgan. Bul jaǵday polyuslardaǵı salmaq kúshinin úlkeyiwine alıp keledi. Denenin salmaǵının kenlik φ den durıs ǵárezligi bılayınsha jazıladı

$$P_\varphi = P_0 \left(1 - \frac{1}{191} \cos^2 \varphi \right)$$

Polyuste P_φ din mánisi P_0 din mánisine ten; ekvatorda olardıń arasındaǵı ayırma en úlken mániske iye.



47-súwret. φ kenligindegi denenin salmaǵı P_φ di anıqlaw.

47-súwrette kórinip turǵanınday, ólshegende alınatuǵın P_φ salmaǵı menen Jerdin radiusı arasındaǵı α múyeshi

$$\sin \alpha = \frac{f_2}{P_\varphi}$$

qatnasının járdeminde anıqlanadı. P_φ salmaǵın P_0 salmaǵı menen almasırap hám $f_2 = f_1 \sin \varphi$ ekenligin anǵarıp, tómendegiderge iye bolamız:

$$\sin \alpha = \frac{f_1 \sin \varphi}{P_\varphi} = \frac{m\omega^2 R \cos \varphi \sin \varphi}{mg_0}$$

yamasa

$$\sin \alpha = \frac{\omega^2 R}{g_0} \cos \varphi \sin \varphi \quad (5)$$

túrindegi formulanı alamız. Demek, ólshegende alınatuǵın P_φ salmaǵı polyusta hám ekvatorda Jerdin orayına qaray baǵıtlanǵan, ol en úlken awıtqıwǵa

$$\varphi = 45^\circ$$

bolǵan kenlikte iye boladı.

Eger dene ekvator boylap v sıızılıq tezligi menen qozǵalatuǵın bolsa (jerdin orayı menen baylanısqa inerciyalıq koordinatalar sistemasına salıstırǵanda), onda oǵan salmaq kúshinin baǵıtına qarama-qarsı baǵıtlanǵan f inerciyalıq kúsh tásir etedi. Onın mánisi

$$f = \frac{mv^2}{2}$$

formulası boyınsha esaplanadı.

$$\frac{mv^2}{2} = mg_0$$

shártı orınlanǵanda bul kúshtin san mánisi P_0 salmaq kúshinin shamasına ten boladı. Bunnan v ushın minaday qatnastı alamız:

$$v = \sqrt{g_0 R}$$

$$g_0 = 981 \text{ sm/sek}^2 \text{ hám } R = 6370 \text{ km} = 6,37 \cdot 10^8 \text{ sm bolǵanlıqtan}$$

$$v = \sqrt{981 \cdot 6,37 \cdot 10^8} \frac{\text{sm}}{\text{sek}} \cong 7,9 \frac{\text{km}}{\text{sek}}$$

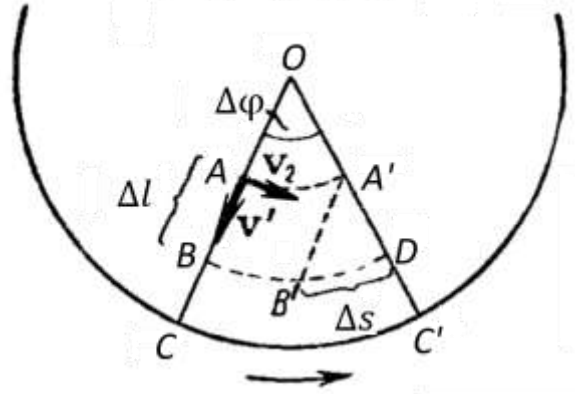
shamasına iye bolamız.

Demek, hawa menen súykelis bolmaǵan jaǵdayda gorizont baǵıtında $7,9 \frac{\text{km}}{\text{sek}}$ tezlik penen ılaqtılırǵan dene Jerdin betinde túsip ketpey, yaǵnıy Jerdin joldası túrinde qozǵalǵan bolar edi. Tezliktin bul mánisin "*birinshi kosmoslıq tezlik*" dep ataydı.

Jerdin joldası onın betinen h biyikliginde qozǵalatuǵın bolsa tezliginin kishi bolatuǵınlıǵın esaplaw qıyın emes. $h = 250 \text{ km}$ biyiklik ushın $v = 7,76 \text{ km/sek}$, al biyiklik $h = 2000 \text{ km}$ bolǵanda $v = 6,9 \text{ km/sek}$ shamalarına iye bolamız.

§ 24. Koriolis kúshleri. Aylanıwshı sistemada usı sistemaǵa salıstırǵanda orın almasıratuǵın (qozǵalatuǵın) denegge oraydan qashıwshı kúshten basqa jáne bir qosımsha kúshtin tásir etetuǵınlıǵın kórsetemiz. Koriolis kúshi dep atalatuǵın (francuz matematigi Koriolistin húrmetine qoyılǵan, 1795-1843) bul kúshtin shaması aylanıwshı sistemaǵa salıstırǵandaǵı denenin tezligi v' tan hám sistemanın aylanıw tezligi ω dan ǵárezli.

48-súwret.
Denenin aylanıwshı diskten radiusı boylap
qozǵalıǵı.



Dáslep ápiwayı jaǵdaydı qaraymız. Meyli sistema vertikal baǵıttaǵı O kósherinin dógereginde strelkanın járdeminde kórsetilgen baǵıtta aylanatuǵın ápiwayı diskten ibarat bolsın (48-súwret). Meyli a denesi radiusı OC ǵa ten bolǵan A noqatınan diskke salıstırǵanda v' tezligi menen ten ólshewli qozǵalatuǵın hám a denesi usınday tezlik penen Δt waqıt aralıǵında $\Delta l = AB = v' \Delta t$ aralıǵın ótetuǵın bolsın. Usınday Δt waqıt aralıǵı ishinde OC radiusı *qozǵalmaytuǵın koordinatalar sistemasında* disk $\Delta \varphi = \omega \Delta t$ múyeshine burıladı hám dene A noqatınan D noqatına orın almasıradı. Qozǵalmaytuǵın koordinatalar sistemasında a denesi bir waqıtta eki qozǵalısqqa qatnasadı: diskke salıstırǵanda v' tezligi menen hám disk penen birge. Disktin aylanıwının sızıqlı tezligi diskten hár qıylı noqatları ushın hár qıylı. A noqatındaǵı tezlikten mánisin v_r arqalı belgileymiz. Tek usınday v_r tezligi menen qozǵalıp a denesi $\overline{AA'}$ doǵasın basıp ótip A' noqatına kelip jetken bolar edi. Bir waqıtta v_r hám salıstırmalı v' tezlikleri menen qozǵalıp a denesi B' noqatına kelip túsken bolar edi ($A'B' \parallel AB$ kesindisi). Al haqıyqatında a denesi D noqatına ótedi. Bul a denesinin aylanıw orayınan qashıqlasıwı menen v_r sızıqlı tezliginin úlkeyiwini esabınan júzege keledi. Solay etip, *qozǵalmaytuǵın koordinatalar sistemasına* salıstırǵanda a denesi radiustın baǵıtında qozǵalıwdın barısında ózinin tezligin úzliksiz ózgerterdi eken: ol *tezleniw* menen qozǵaladı. Bul tezleniwdin mánisin a denesi Δt waqıtı ishinde ótetuǵın qosımsha $\overline{\Delta s} = \overline{B'D}$ jolının mánisi boyınsha anıqlawǵa boladı. 48-súwretten biz mınaǵan iye bolamız

$$\Delta s = A'B' \Delta \varphi$$

yamasa, $A'B' = \Delta l = v' \Delta t$ hám $\Delta \varphi = \omega \Delta t$ tenlikleri orınlı bolǵanlıqtan

$$\Delta s = \omega v' (\Delta t)^2 \quad (1)$$

tenligine iye bolamız.

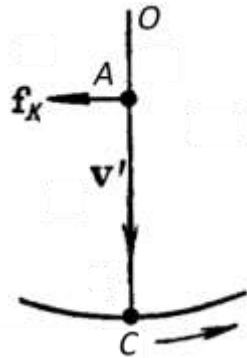
Demek, qosımsha Δs jolının shaması Δt waqıtının kvadratına baylanıslı úlkeyedi eken. Biraq joldın Δt waqıtının proporcionalıǵı turıqlı w tezleniwinde ǵana orın aladı (ten ólshewli tezleniwshi qozǵalıǵı). Bunday jaǵdayda

$$\Delta s = \frac{1}{2} w (\Delta t)^2.$$

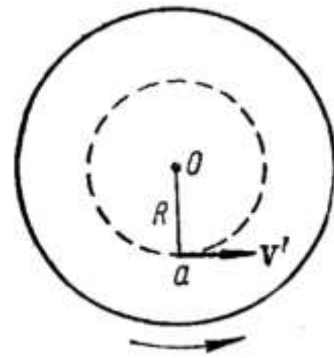
Bul anlatpanı (1)-tenliktegi Δs penen salıstırıp a denesinin

$$w = 2v'\omega \quad (2)$$

tezleniwin alatuǵınlıǵın tabamız.



49-súwret. Dene aylanıwshı diskтин radiusının boyı menen qozǵalǵan jaǵdayda júzege keletuǵın Koriolis kúshinin baǵıtı.



50-súwret. Aylanıwshı diskтин ústindegi denenin sol disk penen orayı bir bolǵan shenber boyınsha qozǵalıwı.

Bul tezleniw salıstırmalı tezlik v' tın baǵıtına perpendikulyar hám biz qarap atırǵan jaǵdayda onǵa qaray baǵıtlanǵan. a denesine tezleniwin usınday tezleniwdi beriw ushın oǵan on baǵıtqa qaray baǵıtlanǵan hám mánisi $f = mw$ shamasına ten kúsh penen tásir etiw kerek (bul tenlikte m arqalı denenin massası belgilengen). Uşı f kúshi bolmaǵan jaǵdayda disk penen birge aylanatuǵın koordinatalar sistemasında diskтин radiusı boylap "tuwrı sızıqlı" qozǵalısan awısqañ bolar edi.

Shaması jaǵınan f kúshine ten, biraq oǵan qarama-qarsı baǵıtqa iye bolǵan, Nyutonnın úshinshi nızamına sáykes a denesin onın radiustın baǵıtındaǵı qozǵalısnın barısında uslap turatuǵın f_k kúshinin bolıwı kerek. Joqarıda qarap ótilgen tezleniwshı sistemalardaǵı jaǵdaydaǵıday, disk penen birgelikte aylanatuǵın koordinatalar sistemasın paydalanǵanda f_k kúshi a denesinin ózine túsirilgen dep esaplaymız. Solay etip, aylanıwshı sistemada radiustın boyı menen v' tezligi menen qozǵalatuǵın denegе sol v' tezligine perpendikulyar

$$f_k = 2v'\omega m \quad (3)$$

kúshi tásir etedi (biz qaraǵan mısalda shep tárepke qaray, 49-súwretke qaranız). f_k kúshi Koriolis kúshi atamasına iye.

Endi a denesi diskte orayı aylanıw kósherinde jaylasqañ shenber boyınsha qozǵalǵanda da Koriolis kúshinin tásir etetuǵınlıǵın kórsetemiz (50-súwret). a denesi diskke salıstırǵanda v' tezligi menen qozǵalǵanda qozǵalmaytuǵın koordinatalar sistemasındaǵı tolıq tezlik $v_r + v'$ shamasına ten. Bul qosındıda v_r arqalı a denesi turǵan orındaǵı sızıqlı tezlik belgilengen. Demek, a denesine orayǵa umtılwshı

$$f_o = \frac{m(v_r + v')^2}{R}$$

kúshi tásir etedi. Bul tenliktegi R — aylanıw kósherinen denegе shekemgi qashıqlıq. Bul formuladaǵı $v_r + v'$ qosındısın kvadratqa kóterip

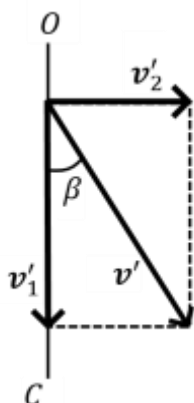
$$f_o = \frac{mv_r^2}{R} + \frac{mv'^2}{R} + 2 \frac{v'v_r}{R}$$

formulasına iye bolamız.

Disk penen baylanısqañ koordinatalar sistemasında $\frac{mv_r^2}{R}$ aǵzası diskтин ω múyeshlik tezlik penen aylanıwının saldarınan payda bolǵan inerciyalıq oraydan qashıwshı kúshti anıqlaydı. $\frac{mv'^2}{R}$ aǵzası bolsa radiusı R bolǵan shenber boylap v' tezligi menen qozǵalıstın saldarınan júzege keletuǵın oraydan qashıwshı kúsh bolıp tabıladı.

$$f = 2 \frac{v'v_r}{R} m = 2v'\omega m$$

kúshi bir waqıttaǵı diskтин aylanıwı hám diskke salıstırǵandaǵı qozǵalıstın bolıwının nátiyjesinde júzege keletuǵın qosımsha kúshti anıqlaydı.



51-súwret.

Salıstırmalı tezlikti

v'_1 - radius bağıtındaғы hám radiusqa perpendikulyar bolğan v'_2 qurawshılarǵa jayıw.

Shaması jaǵınan f kúshine ten, al baǵıtı qarama-qarsı bolğan f_k kúshi biz qarap atırǵan jaǵday ushın Koriolis kúshin beredi.

Bul kúsh ózinin shaması boyınsha radius boylap qozǵalǵanda payda bolatuǵın kúshke ten [(3)-formula] hám salıstırmalı tezlikke perpendikulyar baǵıtlanǵan.

Endi a denesinin v' salıstırmalı tezlik penen baǵıtı OC radiusı menen β múyeshin qaraytuǵın baǵıttaǵı qozǵalısnı qaraymız (51.súwret).

Bunday jaǵdayda v' tezligin eki qurawshıǵa jayıw múmkin: radius-vektor baǵıtındaǵı $v'_1 = v' \cos \varphi$ hám radiusqa perpendikulyar bolğan $v'_2 = v' \sin \varphi$ qurawshısına.

(3)-formula boyınsha v'_1 qurawshısına $f_{k1} = 2v'\omega \cos \beta$ m Koriolis kúshi, v'_2 qurawshısına $f_{k2} = 2v'\omega \sin \beta$ m Koriolis kúshi tásir etedi. Toliq Koriolis kúshi

$$f_k = \sqrt{f_{k1}^2 + f_{k2}^2} = 2v'\omega m$$

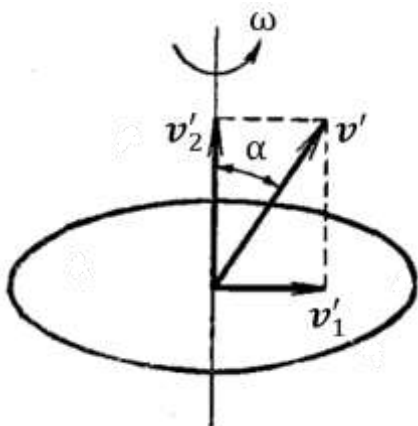
shamasına ten.

Solay etip, v' salıstırmalı tezlikтин ıqtıyarlı baǵıtı ushın da Koriolis kúshi ushın (3)-anlatpa óz kúshin saqlaydı.

En aqırında en ulıwmalıq jaǵdaydı qaraymız. Bul jaǵdayda denenin qozǵalıw baǵıtı menen aylanıw kósherinin baǵıtı arasındagı múyesh α shamasına ten (52-súwret).

Bunday jaǵdayda v' tezligin aylanıw kósherine perpendikulyar v'_1 qurawshısı menen aylanıw kósherine parallel bolğan v'_2 qurawshısına jayamız. Bul sonǵı qurawshı kósherge shekemgi qashıqlıqtı hesh qanday ózgeriske ushıratpaydı hám, soǵan sáykes, qosımsha kúshler menen tezleniwlerdin payda bolıwına alıp kelmeydi. Bunnan Koriolis kúshinin shamasının tek $v'_1 = v' \sin \alpha$ qurawshısı tárepinen payda etiletuǵınlıǵı kelip shıǵadı. (3)-formuladaǵı v' shamasın $v'_1 = v' \sin \alpha$ menen alıstırıp Koriolis kúshi ushın ulıwmalıq anlatpanı alamız

$$f_k = 2v'\omega \sin \alpha \quad m. \quad (4)$$

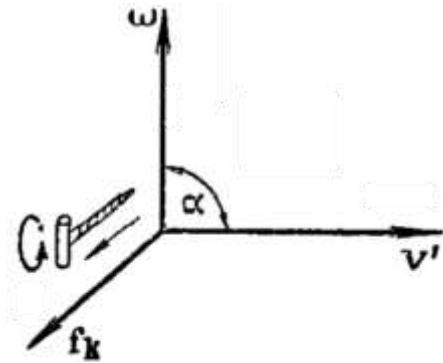


52-súwret.

Salıstırmalı tezlikti aylanıw kósherine perpendikulyar v'_1 hám aylanıw kósherine parallel bolğan v'_2 qurawshılarına jayıw.

Barlıq jaǵdaylarda Koriolis kúshi v' kóshiriwshi tezlikke de, aylanıw kósherine de perpendikulyar. f_k kúshinin baǵıtın anıqlaw ushın múyeshlik tezlik vektorı ω nı qarawǵa alamız (13-paragrafqa qaranız). Bunday jaǵdayda f_k Koriolis kúshi ω hám v' vektorları jatatuǵın tegislikke perpendikulyar boladı (53-súwret) hám onın baǵıtı burǵı qaǵıydası boyınsha bılayınsha anıqlanadı: burǵını v' vektorınan ω vektorına qarap buraǵanda (kishi múyesh baǵıtında) f_k Koriolis kúshinin baǵıtı burǵının ilgerilemeli qozǵalısinın baǵıtına sáykes keledi.

53-cúwret.
Koriolis kúshi f_k tin baǵıtın anıqlaw.



Eger vektorlıq tallawdın belgilerinen paydalanatuǵın bolsaq, onda f_k vektorı ω hám v' vektorlarının vektorlıq kóbeymesi boyınsha anıqlanadı:

$$f_k = 2[v' \times \omega]m.$$

Koriolis kúshleri sutkalıq aylanıwdın saldarınan belgili múyeshlik tezlikke iye bolǵan jer sharının betindegi qozǵalıslarda kórinedi. Mısal retinde poezddı arqa yarım sharda meridiannın baǵıtında arqaǵa qaray qozǵalıp baratır dep boljayıq (54-súwrettegi a noqatı). Bunday jaǵdayda v' salıstırmalı tezlik vektorı múyeshlik tezlik vektorı ω menen súyir múyesh jasaydı hám betti poezddın júriw baǵıtına qaratqan jaǵdayda f_k Koriolis kúshi jerdin betine urınba baǵıtta onǵa qaray baǵıtlanǵan. Poezd on táreptegi relske shep táreptegi relske salıstırǵanda kóbirek basım túsiredi. Túslik yarım sharda túslik tárepke qaray qozǵalǵanda (54-súwrettegi a' noqatı) v' salıstırmalı tezlik vektorı múyeshlik tezlik vektorı ω menen doǵal múyesh jasaydı hám Koriolis kúshi poezddın qozǵalıw baǵıtına salıstırǵanda shep tárepke qaray baǵıtlanǵan. Arqa yarım shardaǵı dáryalardıń on, al túslik yarım shardaǵı dáryalardıń shep táreplerinin degish alıwı (Bernızamı), arqa yarım shardaǵı arqa-shıǵıs passatlardıń payda bolıwı h.t.b. Koriolis kúshinin bar ekenligi menen túsindiriledi.

Koriolis kúshinin tásirine basqa mısal sıpatında erkin túsiwshi denenin vertikalǵa salıstırǵanda shıǵıs tárepke qaray awısıwın hám mayatniktin terbelis tegisliginin burılıwın kórsetiwge boladı. Songı jaǵdaydı tolıǵıraq tallaymız. Mayatnik arqa polyusta terbeledi dep boljayıq. Bunday jaǵdayda mayatniktin júginin tezligi v' barlıq waqıtta jer sharının kósherine perpendikulyar (eger jiptin uzınlıǵı úlken bolsa) hám, usıǵan sáykes, $v' \perp \omega$. Bul tenlikte ω arqalı burınǵıday Jerdin múyeshlik tezligi vektorı belgilengen. Nátiyjede júkke san mánisi $f_k = 2mv'\omega$ tenliginin járdeminde anıqlanatuǵın gorizont baǵıtında jatatuǵın hám v' vektorına salıstırǵanda on tárepke qaray baǵıtlanǵan Koriolis kúshi tásir etedi. Bul kúshtin tásir etiwiniń saldarınan hár bir terbeliste mayatniktin júgi on tárepke qaray awısadı. Nátiyjede mayatniktin terbelis tegisligi Jerge salıstırǵanda saat strelkasının qozǵalıw baǵıtında burıladı hám bir sutkada 2π múyeshine burıladı. Al φ kenliginde terbeletuǵın mayatnik bolsa bir sutkada terbelis tegisligi $2\pi \sin \varphi$ múyeshine burıladı.

Mayatniktin terbelis tegisliginin awısıwı birinshi ret Fuko tárepinen 1851-jılı baqlandı hám bul tájiriybe Jerdin sutkalıq aylanıwının tuwrıdan-tuwrı dálili bolıp tabıladı.

III BAP

JUMIS HÁM ENERGIYA

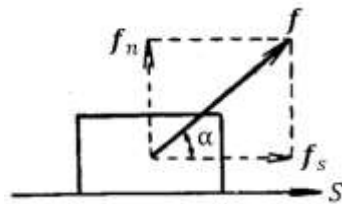
§ 25. Jumis hám quwat. Bizdi qorshağan jaǵdaylarda anaw yamasa mınaw kúshler arqalı bir biri menen tásirlesetuǵın deneler menen is alıp baramız (serpimli kúshler, tartılıs kúshleri, súykelis kúshleri h.t.b.). Sonlıqtan usınday sharayatlardagı denelerdin orın almasırlıqları tek kúshlerdin tásirinde ǵana júzege keledi. Bunnan denelerdin qozǵalıısına alıp keletuǵın kúshlerdin tásirine xarakteristika beriw zárúrliginiń payda bolıwı tábiyiy. Mexanikada usınday xarakteristika retinde kúshin qozǵalıis baǵıtındaǵı qurawshısı menen usı qurawshının tásirinde denenin noqatının orın almasırlıqların shaması qansha úlken bolsa, sonshama úlken bolatuǵın shama alınadı. Bul shama *jumis* dep ataladı. Jumıstın fizikalıq mánisi orınlanǵan jumıs penen energiyanın ózgerisi arasında baylanıs tabılǵannan keyin tolıǵı menen anıqlanıladı. Sol waqıtta jumıstın energiyanın ózgerisinin ólshemi ekenligi ayqın boladı (§ 28).

Tuwrı sızıqlı qozǵalıis penen orın almasırlıw baǵıtındaǵı turaqlı kúsh bolǵan ápiwayı jaǵdayda tásir etken kúsh f penen usı kúshin tásirindegi orın almasırlıw s tin kóbeymesine ten:

$$A = kfs. \quad (1)$$

Bul tenlikte k arqalı proporcionallıq koefficienti belgilengen.

Denege túsililgen kúsh awısırdın baǵıtı menen α múyeshin jasaytuǵın bolsa, onda f kúshin eki qurawshıǵa jayamız (55-súwret): f_s - orın almasırlıw baǵıtındaǵı qurawshı hám f_n – oǵan perpendikulyar bolǵan qurawshı.



55-súwret.

Kúshin s orın almasırlıqların baǵıtındaǵı f_s qurawshısı ǵana jumıs isleydi.

Joqarıda ayılǵan jaǵdayǵa baylanıslı jumıstı f_s qurawshısı orınlaydı, sonlıqtan

$$A = kf_s s$$

yamasa $f_s = f \cos \alpha$ tenligi orınlı bolǵanlıqtan

$$A = kfs \cos \alpha. \quad (1a)$$

Proporcionallıq koefficienti $k = 1$ dep boljap, mınaǵan iye bolamız:

$$A = fs \cos \alpha. \quad (2)$$

Solay etip, kúshin baǵıtı ıqtıyarlı túrde alınǵan jaǵdayda *jumis sanlıq jaqtan f kúshi, usı kúshin tásirindegi orın almasırlıw s hám kúshin baǵıtı menen orın almasırlıw arasındaǵı múyeshin kosinusın kóbeymesine ten.*

Jumis tek san mánisine ǵana iye boladı hám sonlıqtan skalyar shama bolıp tabıladı.

Vektorlıq tallawda B hám D vektorının san mánisleri menen olardıń arasındaǵı múyeshin kosinusın kóbeymesin skalyar kóbeyme dep ataydı:

$$C = B \cdot D \cdot \cos \alpha.$$

(2)-tenlikten jumıstın kúsh vektorı f penen orın almasırlıw vektorı s tin skalyar kóbeymesine ten ekenligi kelip shıǵadı.

Múyeshin mánisi 90° ten kishi bolsa (yaǵnıy $\alpha < 90^\circ$) jumıstın mánisi on; bul jaǵdayda kúshin f_s qurawshısı orın almasırlıw baǵıtına parallel. Al $\alpha > 90^\circ$ bolǵan jaǵdayda $\cos \alpha < 0$ hám usıǵan sáykes bul jaǵdayda jumıs teris belgige iye hám kúshin f_s qurawshısının baǵıtı orın almasırlıwdın baǵıtına qarama-qarsı. Bul ayılǵanlardı mısallar menen ayqınlastıramız: 1) tegis emes bette

jatırған денеge f кúshi тúsirilgen, bul кúsh deneni usı bettin ústinde jılistıradı; f кúshinin бағıtı orın almasırwıdın бағıtı менен birdey hám sonlıqtan bul кúsh on jumıstı atqaradı. Usının менен bir waqıtta денеge f_{suy} súykelis кúshi de тásir etedi, onın бағıtı denenin orın almasırwına qarama-qarsı; súykelis кúshi tárepinen orınlanatuğın jumıs teris; 2) joqarıǵa qaray ılaqtırılǵan dene joqarıǵa qaray ushadı, salmaq кúshi tómenge qaray, yaǵnıy qozǵalıstın бағıtına qarama-qarsı бағıtlanǵan, salmaq кúshinin jumısı teris; 3) awır dene tómenge qaray qulaydı; bunday jaǵdayda salmaq кúshinin бағıtı qozǵalıstın бағıtına sáykes keledi; salmaq кúshinin jumısı on; 4) orayǵa umtılwshı kúshin tásirinde dene shenber boyınsha qozǵaladı; bunday jaǵdayda кúsh barlıq waqıtta qozǵalıstın бағıtına perpendikulyar ($\alpha = 90^\circ$) hám (2)-formula boyınsha jumıs nolge ten.

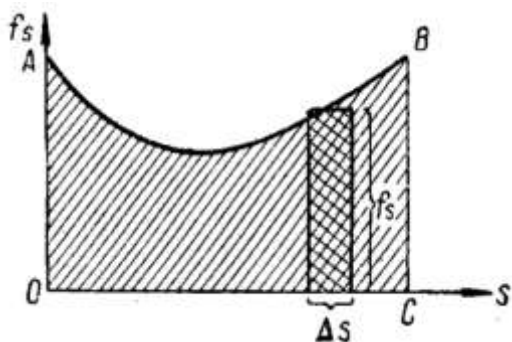
Endi kúshin shaması turaqlı emes, al qozǵalıstı ymek sızıqlı jol boyınsha bolatuğın qozǵalıstı qaraymız. Sonday kishi bolǵan $\overline{As}$ doǵasın alayıq, onın uzınlıǵı Δs xordasının uzınlıǵı menen ten bolsın. Bunday jaǵdayda Δs jolı boylap f_s кúshinin shaması ózgermeydi dep esaplawǵa boladı hám sonlıqtan usı jolda orınlanǵan elementar jumıstın shaması mınaǵan ten boladı:

$$\Delta A = f_s \cdot \Delta s. \quad (3)$$

Shekli s jolında islengen barlıq A jumıstı usı s jolın sheksiz kishi bolǵan $\overline{As}$ elementlerine bóliw jolı menen elementar ΔA jumısın anıqlap hám sol elementar jumıslardıń barlıǵın qosıw arqalı alamız:

$$A = \sum f_s \Delta s. \quad (4)$$

Tolıq jumıs A nı grafikalıq jollar menen anıqlawǵa boladı. Abscissa kósherine joldın uzınlıǵı s ti, al ordinata kósherine кúshin f_s qurawshısının mánisin qoyamız (56-súwret). Meyli, bazı bir dara jaǵday ushın AB ymekligi кúshin f_s qurawshısının mánislerin beretuğın bolsın. OC kesindisi menen sáwlelendirilgen joldın barlıq uzınlıǵın elementar bolǵan Δs kesindilerine bólemiz. Usı kesindilerdin birinde orınlanǵan ΔA elementar jumıs $f \Delta s$ shamasına ten, yaǵnıy qalın túrde shtrixlanǵan baǵananın maydanı menen súwretlenedi. s jolındaǵı barlıq jumıs ΔA elementar jumıslarının qosındısına ten, yaǵnıy grafikte $OABC$ shtrixlanǵan figurasının maydanı menen súwretlenedi.



56-súwret.
Grafikte jumıs $OABC$ figurasının maydanı menen anıqlanadı.

Denege bir waqıtta f_1, f_2, f_3 x.t.b. bir neshe кúsh тásir etken jaǵdayda orınlanatuğın jumıstı anıqlaymız (57-súwret). Sol кúshlerdin ten тásir etiwshisinin tásirinde islengen jumıs ΔA mınaǵan ten:

$$\Delta A = f \cos \alpha \Delta s.$$

Bul tenlikte f arqalı f_1, f_2, f_3 x.t.b. кúshlerdin orın almasıw s бағıtındaǵı ten тásir etiwshisi belgilengen. Biraq, biz joqarıda (20-paragraftı qaranız) bazı bir бағıtqa тúsirilgen qosındı vektordın proekciyasının qosılıwshı vektorlardın sol бағıtqa тúsirilgen proekciyaların qosındısına turatuǵınlıǵın kórdik. Bunnan

$$f_s = f_{1s} + f_{2s} + f_{3s} + \dots$$

tenligine iye bolamız hám, usıǵan sáykes

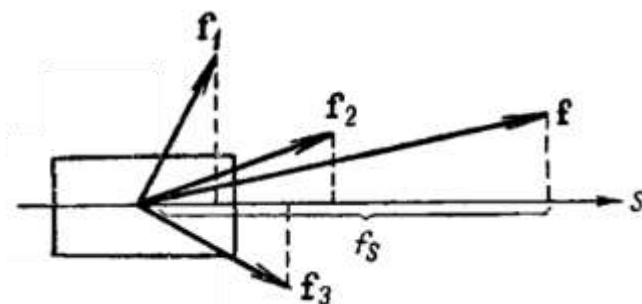
$$\Delta A = f_{1s} \Delta s + f_{2s} \Delta s + f_{3s} \Delta s + \dots$$

anlatpasına iye bolamız, yaǵnıy qosındı кúshin jumısı кúshlerdin qurawshılarının jumıslarının algebralıq

qosındısına ten eken.

57-súwret.

Qosındı f kúshinin jumısı qosılatuǵın bolǵan f_1, f_2 hám f_3 kúshlerinin jumıslarının qosındısına ten.



Bul jaǵdaydı paydalanıp, biz jumıs ushın alıńǵan anlatpanı túrlendire alamız. Bazı bir baǵıtta tásir etetuǵın f kúshin koordinatalıq kósherler baǵıtındaǵı f_x, f_y hám f_z qurawshılarına jayamız. Demek, joqarıda dálillengen jaǵdayǵa baylanıslı:

$$\Delta A = f_x \cos \alpha_1 \Delta s + f_y \cos \alpha_2 \Delta s + f_z \cos \alpha_3 \Delta s$$

tenligine iye bolamız. Bul tenlikte α_1, α_2 hám α_3 arqalı kúshin f_x, f_y hám f_z qurawshıları menen orın awıstırıwdın shaması Δs arasındaǵı múyesh belgilengen. Biraq, kúshin f_x, f_y hám f_z qurawshılarının baǵıtları X, Y, Z kósherlerinin baǵıtlarına sáykes keledi. Bunnan $\cos \alpha_1 \Delta s = \Delta x, \cos \alpha_2 \Delta s = \Delta y, \cos \alpha_3 \Delta s = \Delta z$ tenliklerine iye bolamız. $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ ler Δs orın almasıw vektorının koordinata kósherlerine túsirilgen proekciyalrı bolıp tabıladı. Bunnan

$$\Delta A = f_x \Delta x + f_y \Delta y + f_z \Delta z \quad (5)$$

anlatpasın alamız.

Ózgermeli kúsh ushın qurawshıları dx, dy, dz bolǵan sheksiz kishi ds orın almasıwın alamız. Bunday jaǵdayda

$$dA = f_x dx + f_y dy + f_z dz \quad (5a)$$

formulasına iye bolamız.

Shekli s orın almasıwında orınlanǵan jumıstın shaması dA elementar jumıslarının qosındısına, yaǵnıy iymek sıziq boyınsha alıńǵan

$$A = \int_{B_1}^{B_2} (f_x dx + f_y dy + f_z dz) \quad (6)$$

integralına ten. Bul anlatpada B_1 menen B_2 ler s jolının baslanǵısh hám aqırǵı noqatları bolıp tabıladı.

Ámelde tek kúshler tárepinen islengen jumıstı ǵana emes, al sol jumıstın qansha waqıttın ishinde orınlanǵanlıǵın biliw de áhmiyetke iye. Álbette, bir jumıstı orınlaytuǵın eki mexanizmın qaysısının sol jumıstı tezirek orınlaytuǵınlıǵı bahalıraq. Sonlıqtan, jumıs penen bir qatar *quwat* dep atalatuǵın jana shama kirgiziledi. *Quwat W dep orınlanǵan ΔA jumıstın shamasına tuwrı proporcional hám usı jumıstı islew ushın ketken Δt waqıtqa kerı proporcional bolǵan fizikalıq shamaǵa aytadı:*

$$W = k \frac{\Delta A}{\Delta t} \quad (7)$$

Bul tenlikte k arqalı proporcionallıq koefficienti belgilengen. $k = 1$ dep boljap,

$$W = \frac{\Delta A}{\Delta t} \quad (7a)$$

tenligine iye bolamız.

Eger kúshin shaması waqıttın ótiwi menen ózgeretuǵın bolsa, onda quwat ta turaqlı shama bolıp qalmaydı; bunday jaǵdayda quwat ushın Δt waqıt aralıǵı sheksiz kishi bolǵan jaǵdaydaǵı $\frac{\Delta A}{\Delta t}$ shaması umtılatuǵın shekti aladı:

$$W = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta A}{\Delta t} \right) \quad (8)$$

Differenciallıq esaptın belgilewlerin paydalanıp biz

$$W = \frac{dA}{dt} \quad (8a)$$

anlatpasına iye bolamız, yaǵnıy quwat jumıstan waqıt boyınsha alınǵan tuwındıǵa ten boladı eken.

Elementar jumı $\Delta A = f_s \Delta s$ anlatpasının járdeminde anıqlanatuǵın bolǵanlıqtan, onda (8)-anlatpa boyınsha

$$W = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{f_s \Delta s}{\Delta t} \right) = f_s \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right)$$

tenligine iye bolamız. Biraq $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right) = v$ – berilgen momenttegi tezlik bolǵanlıqtan, quwat ushın

$$W = f_s v \quad (9)$$

anlatpasın alamız hám quwattın berilgen momenttin kúshtin qozǵalıǵı baǵıtındaǵı qurawshısı menen tezlikten kóbeymesine ten ekenligine kóz jetkeremiz.

Jumıstın hám quwattın shamalarının ámeldegi áhmiyetine baylanıslı tariyxıy jaqtan olardı ólshewdin kóp sanlı birlikleri qalıplesti. Bul birliklerdi keltiremiz.

1). *CGS sistemasındaǵı jumıstın birliǵi.* (2)-tenlikte $\alpha = 0$ dep boljap mınanı alamız: *kúshti qozǵalıǵı baǵıtında tásir etedi dep esaplaǵan jaǵdayda CGS sistemasında jumıstın birliǵi sıpatında 1 dinaǵa ten bolǵan kúshtin 1 sm jolda isleytuǵın jumısı qabıl etilgen.* Jumıstın bul birliǵi *erg* dep ataladı.

Usının menen birge irrek bolǵan *djoul* dep atalatuǵın birlik te paydalanıladı:

$$1 \text{ djoul} = 10^7 \text{ erg}.$$

2). *SI sistemasında jumıstın birliǵi sıpatında 1 nyuton kúshtin 1 m joldaǵı orınlaǵan jumısı qabıl etilgen.* Jumıstın bul birliǵi *10⁷ ergke*, yaǵnıy *1 djoulge* ten.

3). *Ámeliy texnikalıq sistemada jumıstın birliǵi sıpatında 1 kG kúshtin 1 m jolda orınlaǵan jumısı qabıl etilgen.* Jumıstın bunday birliǵi *kilogrammometr* (qısqaşa *kGm*) dep ataladı.

$1 \text{ kG} = 981 \text{ 000 din}$ hám $1 \text{ m} = 100 \text{ sm}$ bolǵanlıqtan, $1 \text{ kGm} = 981 \text{ 000} \cdot 100 \text{ erg} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ erg} = 9,81 \text{ djoul};$

$$1 \text{ djoul} = \frac{1}{9,81} \text{ kGm} = 0,102 \text{ kGm}.$$

4). *CGS sistemasındaǵı quwattın birliǵi.* CGS sistemasında quwattın birliǵi sıpatında 1 sek waqıt ishinde 1 *erg* jumı isleytuǵın mexanizmnin quwatı qabıl etilgen. Quwattın bul birliǵi *erg/sek* túrinde belgilenedi.

Quwattın *erg/sek* birliǵi menen bir qatarda irrek bolǵan *vatt* dep atalatuǵın birlik te paydalanıladı:

$$1 \text{ vatt} = 10^7 \text{ erg/sek} = 1 \text{ djoul/sek}.$$

Demek, quwatı 1 *vt* bolǵan mexanizm 1 sek waqıt ishinde 1 *dj* jumı isleydi eken.

100 *vatt* shamasın 1 *gektovatt* (qısqaşa *gvt*),

al 1000 *vatt* shamasın 1 *kilovatt* (qısqaşa *kvt*) dep ataydı.

5). *SI sistemasında quwattın birliǵi sıpatında 1 sek shamasına ten waqıt ishinde 1 dj jumı isleytuǵın mexanizmnin quwatı*, yaǵnıy 1 *vatt* qabıl etilgen.

6). *Texnikalıq sistemada quwattın birliǵi sıpatında 1 sek shamasına ten waqıt ishinde 1 kGm jumı isleytuǵın mexanizmnin quwatı qabıl etilgen.* Quwattın usınday birliǵi *kGm/sek* túrinde jazıladı.

Kórinip turǵanıday:

$$1 \text{ kGm/sek} = 9,81 \text{ vatt},$$

$$1 \text{ vatt} = \frac{1}{9,81} \text{ kGm/sek} = 0,102 \text{ kGm/sek}.$$

Usının menen bir qatarda tariyxıy jaqtan "at kúshi" dep atalatuǵın quwattın birliǵi payda

boldi²¹. Onın shaması 75 kGm/sek qa ten. Solay etip,

$$1 \text{ a.k.} = 75 \text{ kGm/sek} = 736 \text{ vatt} = 0,736 \text{ kilovatt}.$$

Házirgi waqıtlardağı praktikada *jumıstın* tómendegidey eki birliği júdá jiıı qollanıladı

a) turaqlı 1 gektovatt quwatqa iye bolğan mexanizmnin 1 saat waqt ishinde islegen jumısı.

Jumıstın bel birliği 1 *gektovatt·saat* dep ataladı:

$$1 \text{ gektovatt·saat} = 100 \text{ vatt} \cdot 3600 \text{ sek.} = 3,6 \cdot 10^8 \text{ djoul},$$

b) turaqlı 1 kilovatt quwatqa iye mexanizmnin 1 saat ishinde orınlağan jumısı. Jumıstın bel birliği *kilovatt·saat* dep ataladı:

$$1 \text{ kilovatt·saat} = 1000 \text{ vatt} \cdot 3600 \text{ sek} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ djoul}.$$

Jumıs penen quwattı anıqlawğa bir neshe misaldı qaraymız.

1-mısal. Salmağı 500 T elektropoezdi hár 1 km jolda 4 m lik qıyalıqqa iye bolğan jolda 1 km joldı ten ólshewli ótedi. Súykelis koefficienti $\kappa = 0,002$ shamasına ten.

a) poezd tárepinen orınlağan jumıstı hám b) 3 km joldın 5 min dawamında ótilgenligin esapqa alıp elektropoezdın quwatın anıqlaw kerek.

Sheshimi. Jumıs súykelis kúshine qarsı hám jolğa parallel bolğan salmaq kúshinin P_2 qurawshısına qarsı orınlanadı:

$$P_s = \kappa P_1.$$

Bul tenlikte P_1 arqalı poezd tárepinen jolğa túsiriletuğın basım (58-súwret) belgilengen. Sonlıqtan, izlinip atırğan A jumısı mınağan ten:

$$A = (\kappa P_1 + P_2) \cdot s. \quad (10)$$

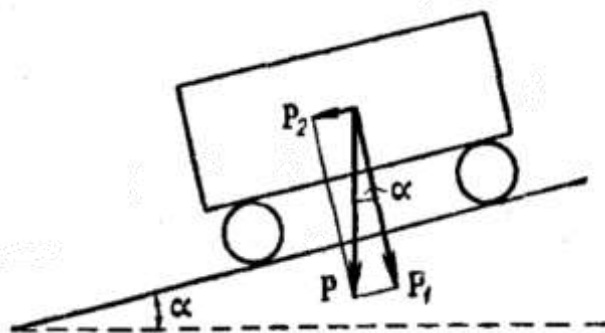
58-súwretten mınalargá iye bolamız:

$$P_1 = P \cos \alpha, P_2 = P \sin \alpha.$$

Bul tenliklerde P arqalı poezddın salmağı, al α arqalı gorizont penen joldın arasındagı múyesh belgilengen.

58-súwret.

Jumıs súykelis kúshin hám artqa qaray iyteretuğın P_2 kúshin jeniw ushin orınlanadı.



P_1 menen P_2 lerdin mánislerin (10)-tenliklerge qoyıp mınağan iye bolamız:

$$A = P(\kappa \cos \alpha + \sin \alpha) \cdot s. \quad (11)$$

$\cos \alpha$ menen $\sin \alpha$ shamaların mánislerin 1 km joldağı kóteriliwdin 4 m ge ten ekenligi boyınsha anıqlanadı Bunnan

$$\sin \alpha = \frac{4}{1000} = 0,004, \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,004^2} = 0,99992$$

shaması, yağniy shama menen 1 ge ten bolğan mánis alınadı. Bunnan keyin (11)-tenlikten

$$A = 5 \cdot 10^5 (0,002 + 0,004) \cdot 3000 \text{ kGm}$$

mánisine iye bolamız. Bunnan mınaday shamalar alınadı:

$$A = 9 \cdot 10^6 \text{ kGm} = 8,83 \cdot 10^7 = 8,83 \cdot 10^4 \text{ kDj}.$$

Biz izlep atırğan quwat

$$W = \frac{A}{t} = \frac{8,83 \cdot 10^4}{300} \text{ kv} = 2,94 \cdot 10^2 \text{ kv}$$

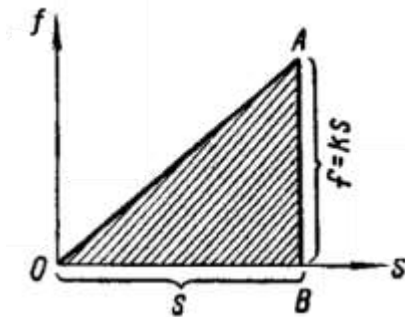
yamasa

²¹ Haqıyqatında uzaq waqt islewden barısında at 75 kGm/sek shamasına ten quwattı beredi. Biraq qısqá waqtın ishinde at bir neshe "at kúshi" ne ten quwatqa iye bolıwı múmkin.

$$W = \frac{2,94 \cdot 10^2}{0,736} \text{ a.k.} = 399 \text{ a.k.}$$

shamasına ten boladı.

2-misal. Uzunlığı 10 sm bolğan prujinanı qısqaında islengen jumıstı anıqlanız. Prujina haqqında mınalar belgili: kúsh prujinanın qısılwının shamasına proporcional, hám onı 1 sm ge qısıw ushın 2 kG shamasındaǵı kúsh kerek boladı.



59-súwret.

Sozılğan prujinanın serpimli kúshinin orınlağan jumısı OAB úsh múyeshliginin maydanına ten.

Sheshimi. Biz bul jaǵdayda ózgermeli kústın jumısı menen is alıp baramız: kústın shaması prujinanı qısıwǵa proporcional. Qısılwıdın shamasın s arqalı belgilep, biz kústın

$$f = ks \quad (12)$$

shamasına ten bolatuǵınlıǵın kóremiz. Bul formulada k prujinanın qattılıq dárejesi boyınsha anıqlanatuǵın koefficient bolıp tabıladı.

Grafikte f kúshinin qısılwı s ten ǵárezligi koordinata basınan ótetuǵın OA tuwrısı menen anıqlanadı (59-súwret).

Eger prujina s shamasına qısılǵan bolsa, onda usı s jolı ózgermeli kúsh jumısı islegen jol bolıp tabıladı. 56-súwrette kórsetilgende, jumısı shtrixlangan figuranın maydanına ten. Figura úsh múyeshlik formasına iye bolǵanlıqtan, onın maydanı $\frac{AB \cdot OB}{2}$ ge ten. Biraq, $OB = s$ hám $AB = ks$. Bunnan biz izlep atırǵan jumısı

$$A = \frac{ks \cdot s}{2} = \frac{ks^2}{2} \quad (13)$$

shamasına ten boladı.

k koefficientinin san mánisin (12)-anlatpa boyınsha $s = 1$ sm bolǵan jaǵdayda kústın $f = 2$ kG shamasına ten bolıw shártinen tabamız. Biraq, texnikalıq sistemadan paydalanıwdı maqset etip qoysaq, onda s ti metrge aylandırıwımız kerek. Bunday jaǵdayda $s = 0,01$ m shamasına iye bolamız hám

$$k = \frac{f}{s} = \frac{2}{0,01} \text{ kG/m} = 200 \text{ kG/m}$$

shamasın alamız.

k nın bul mánisin (13)-tenlikke qoyıp jumısı ushın tómendegidey shamanı alamız:

$$A = \frac{200 \cdot (0,01)^2}{2} \text{ kGm} = 1 \text{ kGm.}$$

§ 26. Mexanikalıq sistemanın kinetikalıq energiyası. Materiallıq noqat túrinde qaralatuǵın dene kústın tásirinde tezligin ózgerterdi. Túsirilgen kústın jumısı denenin tezliginin ózgeriwi menen baylanıslı. Bul baylanıs materiallıq noqattın *kinetikalıq energiyası* dep atalatuǵın fizikalıq shamanın járdeminde anlatıladı.

Materiallıq noqattın kinetikalıq energiyasın anıqlaw ushın massası m bolǵan materiallıq noqattın tezligin v_1 shamasınan v_2 shamasına shekem ózgerteriw ushın qanday jumıstın isleniwini kerek ekenligin esaplaw kerek. Onın ushın materiallıq noqatqa onın v_1 tezligine parallel bolǵan turaqlı f kúshin túsiriledi hám usı kústın tásirinde t waqıtı ishinde tezlik v_1 den v_2 shekem ózgeredi dep esaplaymız. t waqıtı ishinde materiallıq noqat s jolın júredi hám f kúshi

$$A = fs \quad (1)$$

jumısın isleydi.

Kúshtin shaması turaqlı bolǵanlıqtan, qozǵalı ten ólsheuli tezleniwshi boladı hám tezleniwshin mánisi

$$w = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

formulasının járdeminde anıqlanadı. Usıǵan sáykes kúshtin mánisin esaplaw ushın

$$f = mw = m \frac{v_2 - v_1}{t} \quad (2)$$

anlatpasına iye bolamız.

t waqıtı ishinde materiallıq noqat tárepinen ótilgen joldı ortasha tezlik $\bar{v} = \frac{v_2 + v_1}{2}$ arqalı anıqlaymız. Bunnan

$$s = \frac{v_2 + v_1}{2} t \quad (3)$$

formulasın alamız.

(2)- hám (3)-anlatpalardıń járdeminde tabılǵan f kúshi menen s jolının mánislerin (1)- formulaǵa qoysaq,

$$A = m \frac{v_2 - v_1}{t} \cdot \frac{v_2 + v_1}{2} t = m \frac{(v_2 - v_1)(v_2 + v_1)}{2}$$

anlatpasına iye bolamız. Bunnan

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \quad (4)$$

formulasın keltirip shıǵaramız.

Solay etip, f kúshinin jumısı san mánisi boyınsha kinetikalıq energiya dep atalatuǵın $mv^2/2$ shamasının ósimine ten boladı eken. Kinetikalıq energiyalı E_k arqalı belgileymiz:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (5)$$

Bunday jaǵdayda (4)-tenlikti bılayınsha jazıwǵa boladı

$$A = E_{k1} - E_{k2}. \quad (6)$$

(4)-tenlikten v tezligi menen qozǵalatuǵın deneni toqtatıw ushın ($v_1 = v, v_2 = 0$) túsirilgen kúshtin usı denenin kinetikalıq energiyası bolǵan $E_k = \frac{mv^2}{2}$ shamasına ten, al belgisi teris jumıstı orınlawının kerek ekenligi kelip shıǵadı. Al massası m bolǵan denegе v tezligin beriw ushın $E_k = \frac{mv^2}{2}$ shamasına ten on belgige iye jumıstı orınlaw kerek.

Eger anlatpadaǵı barlıq shamalar CGS sistemasında jazılǵan bolsa, yaǵnıy m – grammlarda, v shaması sm/sek ta anlatılǵan bolsa, onda energiya erglerde anlatıladı. Texnikalıq sistemada v tezlikten shaması m/sek larda, m bolsa massanın texnikalıq birliklerinde ($9,81$ kG ǵa ten shamada), energiya kGm derde alınadı. Ámelde bolsa jiyi túrde aralas sistemadan paydalanadı: v tezlik m/sek larda, al E_k energiyalı kGm lerde alıwǵa talpınadı. Bunday jaǵdayda (5)-formulaǵa $1/9,81$ m/sek^2 shamasına ten bolǵan k proporcionallıq koefficientin kirgiziw kerek. Demek,

$$E_k(kGm) = \frac{m(kG)[v(m/sek)]^2}{9,81}.$$

(4)-qatnastı kúshtin shaması ózgermeli hám iymek sızıqlı qozǵalı bolǵan jaǵday ushın da ansat alıwǵa boladı. Meyli iqtıyarlı túrde alınǵan Δt waqıtı ishinde dene kishi bolǵan Δs jolın ótken bolsın (60 -súwret). Bunday jaǵdayda usı jolda islengen ΔA jumısı mınaǵan ten:

$$\Delta A = f \cos \alpha \cdot \Delta s. \quad (7)$$

Bul tenlikte α arqalı f penen Δs orın almastırıwı arasındadı múyesh belgilengen.

Nyutonnın ekinshi nızamı boyınsha $f = mw$. Bul anlatpada w arqalı f kúshinin tásirindegi alatuǵın tezleniw belgilengen; w vektorının f kúshinin baǵıtına sáykes keledi. Bunnan (7)-anlatpanı bılayınsha jazamız:

$$\Delta A = mw \cos \alpha \cdot \Delta s. \quad (8)$$

$w \cos \alpha$ shaması tezleniw vektorının kishi orın almasıw Δs vektorına túsirilgen proekciyası, al Δs bolsa bağıtı boyınsha iymeklikke túsirilgen urınbağa sáykes keledi. Solay etip, $w \cos \alpha$ tezleniw din urınba bağıtındağı w_t qurawshısı bolıp tabıladı. Onın shaması $\Delta v / \Delta t$ ğa ten. Bul qatnasta Δv arqalı tezlik v nın ózgerisinin san mánisi belgilengen. $w \cos \alpha$ shamasının bul mánisin (8)-tenlikke qoyıp, mınanı alamız:

$$\Delta A = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \Delta s.$$

$\Delta s = v \Delta t$ tenliginin orınlı ekenligin esapqa alıp, en aqırında

$$\Delta A = m v \Delta v \quad (9)$$

anlatpasına iye bolamız.

SHekli bolğan s jolında islengen tolıq jumıstı alıw ushın (9)-anlatpanı summawımız kerek:

$$A = \sum \Delta A = \sum m v \Delta v.$$

Turıqlı bolğan m shamasın summa belgisinen sırtqa shıǵarıp mınanı alamız:

$$A = m \sum v \Delta v \quad (9a)$$

Bul summanı esaplaw ushın tezlik tın ózgerisin sheksiz kishi dep boljaymız. Bunday jaǵdayda summa joldın basındağı v_1 tezlik penen aqırındağı v_2 tezlik sheklerinde alınğan

$$A = m \int_{v_1}^{v_2} v dv$$

integralına ten. Integrallawdı orınlap, tómendegilerge iye bolamız:

$$m \int_{v_1}^{v_2} v dv = m \left[\frac{v^2}{2} \right]_{v_1}^{v_2} = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2}.$$

Bunnan

$$A = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2}$$

formulasına iye bolamız.

Kinetikalıq energiyanı esaplawğa bir neshe mısıl keltiremiz.

1-mısıl. Salmağı 600 T bolğan poezdi stanciyadan júrip ketedi hám 5 minut ishinde 2,5 km joldı ótip 60 km/saat tezlikke iye boladı. Eger súykeli coefficienti κ nın shaması turaqlı hám 0,005 ke ten bolatuǵın bolsa parovoz qanday quwatlıqqa iye bolğan?

Sheshimi. Parovoz tárepinen orınlangan jumı súykeli kúshin jeniw ushın islengen jumı penen poezdğa kinetikalıq energiya beriw ushın jumısaladı. Bunnan

$$A = f_s \cdot s + \frac{m v^2}{2}$$

tenligine iye bolamız. Bul tenlikte $f_s = \kappa P$ súykeli kúshi bolıp tabıladı, m – poezdın massası, al v onın joldın aqırındağı tezligi.

Bunnan biz izlep atırğan quwat ushın

$$W = \frac{A}{t} = \kappa P \cdot \frac{s}{t} + \frac{m v^2}{2t}$$

anlatpasın alamız. Shamalardı orınlarına qoysaq quwat ushın

$$W = 0,005 \cdot 6 \cdot 10^5 \cdot \frac{2,5 \cdot 10^3}{300} + \frac{6 \cdot 10^5 \cdot (16,7)^2}{9,81 \cdot 2 \cdot 300} = 5,3 \cdot 10^4 \text{ kGm/sek}$$

mánisine iye bolamız.

2-mısıl. SHarlar tárepinen oraylıq serpilmi soqlıǵısıwdan keyingi tezliklerdi anıqlanız; sharlardın massası m_1 hám m_2 , olardı soqlıǵısıwğa shekemgi tezlikleri v_1 hám v_2 shamalarına ten.

Sheshimi. SHarlardın soqlıǵısıwdan keyingi tezliklerin v'_1 hám v'_2 arqalı belgileymiz. Soqlıǵısıwdın serpilmi xarakteri sharlardın soqlıǵısıwdan burıngı kinetikalıq energiylarının qosındısının soqlıǵısıwdan keyingi energiylardı qosındısına ten bolatuǵınlıǵın anǵartadı:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}. \quad (10)$$

Sonın menen birge qozǵalıǵı muǵdarın saqlanıw nızamı orınlanadı. Bul nızam boyınsha

$$m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1 + m_2 v_2. \quad (11)^{22}$$

Eki belgisiz ushın jazılǵan (10)- hám (11)-tenlemelerdi sheship

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}, v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \quad ()$$

tenliklerine iye bolamız.

3-mısal. Eki shardın serpimli emes oraylıq soqlıǵısıwındaǵı kinetikalıq energıyanın joǵalıwın anıqlanıw. SHarlardıń massası m_1 , m_2 hám olardıń soqlıǵısıwǵa shekemgi tezlikleri v_1 hám v_2 shamalarına ten.

Sheshimi. SHarlardıń soqlıǵısıwǵa shekemgi kinetikalıq energıyası:

$$E_{k1} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

Serpimli emes soqlıǵısıwdan keyin eki shar da birdey v' tezligi menen qozǵaladı. Onın mánisi (20-paragrafqa qaranız):

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (13)$$

shamasına ten. Soqlıǵısıwdın saldarınan kinetikalıq energıyanın ózgerisi mınaǵan ten:

$$\Delta E = E_{k2} - E_{k1} = \frac{(m_1 + m_2)v'^2}{2} - \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right).$$

(13)-anlatpa boyınsha v' tın mánisin anıqlap kinetikalıq energıyanın ózgerisi ushın

$$\Delta E = - \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)} \quad (14)$$

anlatpasın alamız.

Solay etip, shardardıń serpimli emes soqlıǵısıwında kinetikalıq energıyanın kishireyiwi orın aladı. Energıyanın bul ózgerisi shardardıń serpimli emes soqlıǵısıwındaǵı jumıs ushın jumısaladı. Aqırǵı esapta bul jumıs shardardıń qızıwı ushın jumısaladı.

Bir materiallıq noqattı qarawdan materiallıq noqatlardıń sistemasın qarawǵa ótkende biz (4)-qatnastı sistemasın hár bir noqatı ushın paydalanamız:

$$A_i = \frac{m v_{i2}^2}{2} - \frac{m v_{i1}^2}{2}. \quad (15)$$

Bul anlatpada i indeksi berilgen materiallıq noqattı, al A_i bolsa usı noqatqa túsirilgen kúshlerdin jumısın anǵartadı.

Sistemasın A_k kinetikalıq energıyası dep usı sisteması payda etetuǵın barlıq materiallıq noqatlardıń kinetikalıq energıyaların summasına aytadı:

$$E_k = \sum_i \frac{m v_i^2}{2}. \quad (16)$$

Barlıq materiallıq noqatlar ushın (15)-tenlikte aǵzama-aǵza qosıp

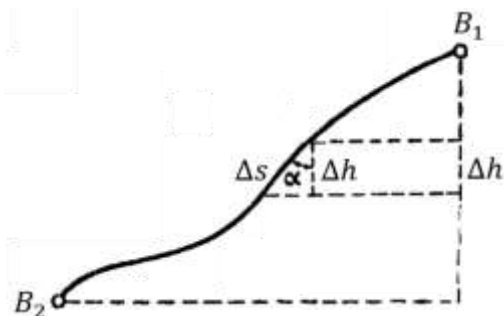
$$E_{k2} - E_{k1} = A \quad (17)$$

tenligin alamız. Bul tenlikte $A = \sum_i A_i$ sisteması payda etiwshi barlıq noqatlardı túsirilgen kúshlerdin jumısların qosındısı bolıp tabıladı. (17)-tenlik mexanikanın tiykarǵı nızamların birin anǵartadı: *sistemasın kinetikalıq energıyasın ózgerisi sisteması payda etiwshi materiallıq noqatlardı túsirilgen barlıq kúshlerdin jumısların qosındısına ten.*

§ 27. Mexanikalıq sistemasın potentsiallıq energıyası. Materiallıq noqat dep qaralatuǵın dene qorshaǵan deneler menen óz-ara tásirlesip *bir orınnan ekinshi orınǵa kóshedi* dep boljayıq.

²² Mına jaǵdaydı názerde tutıw kerek: (10)-tenlik skalyar xarakterge iye; bul tenlik oraylıq emes soqlıǵısıwlar da, yaǵnıy v_1 hám v_2 tezliklerinin baǵıtları hár qıylı bolǵan jaǵdayda da orınly boladı. Al (11)-tenlik bolsa vektorlıq xarakterge iye. Tekstte keltirilgen jaǵdayda bul tenlik tek oraylıq soqlıǵısıw, yaǵnıy v_1 hám v_2 tezlikleri bir baǵıtta bolǵan jaǵday ushın ǵana durıs.

Demek, denegе kúshler tásir etedi; bul jaǵdayda dene *kúsh maydanında* qozǵaladı dep aytadı. Biz qarap atırǵan denegе tásir etetuǵın kúshlerdin xarakterі pútkilley hár qıylı bolıwı múmkin. Mısalı, bul kúshlerdin salmaq kúshleri, súyekis kúshleri, elektrlik kúshler h.t.b. bolıwı múmkin.



61-súwret.

Salmaq kúshinin jumisin anıqlaw.

Materiallıq noqattın salmaq maydanında qozǵalıwının barısında orınlangan jumıstı qaraymız. Salmaq kúshinin usınday maydanı Jerdin betine jaqın orınlarda bar boladı. Bunday orınlarda salmaq kúshinin mánisi Jerdin betinen biyiklikten ámeliy jaqtan ǵárezli emes (eger biyiklik h Jerdin R radiusınan kishi bolsa). Meyli materiallıq noqat bazı bir B_1B_2 iymekligi boylap qozǵalatuǵın bolsın (61-súwret). Bul iymeklikti hár bir kesindi tuwrı sızıq bolatuǵınday etip júdá kishi bolǵan elementar kesindilerge bólemiz. Bunday jaǵdayda Δs kesindisin ótkende islenetuǵın elementar jumıstın mánisi $\Delta A = P \Delta s \cos \alpha$ shamasına ten boladı. Bul tenlikte P arqalı denenin salmaǵı, al α arqalı salmaq kúshi menen orın almasıw baǵıtı arasındaǵı múyesh belgilengen. 61-súwretten $\Delta s \cos \alpha = \Delta h$ ekenligi kórinip tur. Bul tenlikte Δh arqalı Δs kesindisine orın almasıwǵandaǵı biyiklikтин ózgerisi belgilengen.

B_1 noqatınan B_2 noqatına orın almasıwdın nátiyjesinde islengen jumıs mınaǵan ten boladı:

$$A = \sum \Delta A = \sum P \Delta h = P \sum \Delta h.$$

Biraq, $\sum \Delta h$ shaması B_1 noqatınan B_2 noqatınan qansha shamaǵa biyik turatuǵınlıǵın kórsetetuǵın h kesindisin beredi. Demek,

$$A = Ph, \quad (1)$$

yaǵnıy qálegen iymek sızıq boyınsha qozǵalgandaǵı salmaq kúshinin jumısı usı deneni qozǵalıstın baslanǵısh noqatı menen aqırǵı noqatınan biyikliginin ayırmasına ten bolǵan h kesindisi boylap, vertikal baǵıtta kótergende islengen jumısqa ten eken. *Salmaq kúshi maydanında islengen jumıs joldın forması menen uzınlıǵınan ǵárezli emes, al tek joldın baslanǵısh noqatına salıstırǵanda aqırǵı noqatınan qansha biyiklikte jaylasqanlıǵına baylanıslı.* Tábiyatta salmaq kúshinin tap usınday zor qásiyetindey qásiyetke iye bolǵan basqa da kúshler bar: materiallıq noqattı jılistırǵanda orınlangan kúshlerdin jumısı tek joldın baslanǵısh hám aqırǵı noqatlarınan ǵárezli hám joldın túrinen hám qozǵalıstı tezliginen ǵárezli emes. Bunday kúshlerdi *potenciallıq kúshler* dep ataydı. Materiallıq noqattın potenciallıq kúshlerdin maydanındaǵı qozǵalıstında ayırması arqalı kúshlerdin jumısı anıqlanatuǵın *potenciallıq energiya* haqqındaǵı túsinikti kirgiziwge boladı. Meyli, materiallıq noqat kenisliktin bazı bir (1) noqatınan basqa (2) noqatına orın almasıwǵın bolsın hám nátiyjede oǵan tásir etetuǵın kúshler $A_{1,2}$ jumısın isleytuǵın bolsın. Joqarıda ayılǵanlarǵa sáykes, potenciallıq kúshler ushın jumıs joldın tek baslanǵısh hám aqırǵı noqatları jaylasqan orınlar, yaǵnıy (1) hám (2) noqatları iyelegen orınlar boyınsha xarakterlenedi. Bul materiallıq noqattın potenciallıq kúshler maydanındaǵı iyelegen ornın xarakterleytuǵın sonday E_p shamasın kirgiziw múmkin, bunday jaǵdayda $A_{1,2}$ jumısı E_p shamasının (1) hám (2) noqatlarında iye bolatuǵın E_{p1} hám E_{p2} mánislerinin ayırmasına ten boladı:

$$E_{p1} - E_{p2} = A_{1,2}. \quad (2)$$

E_p shaması potenciallıq energiya dep ataladı.

(2)-tenlik tek eki noqattaǵı potenciallıq energiyalardı *ayırmasın* ǵana anıqlaydı. Al kenisliktin

qanday da bir noqatında potentsiallıq energiyasını shártli túrde nolge ten dep esaplasa, onda potentsiallıq energiyasınıń ózin anıqlawǵa boladı.

Mısal sıpatında salmaq maydanındaǵı materiallıq noqattın potentsiallıq energiyasını anıqlaymız. (1)-tenlik boyınsha deneni bir birinen h kesindisine tómén jaylasqan eki B_1 hám B_2 noqatları arasında qozǵaǵanda islengen jumıs $A = Ph$ yamasa $A = mgh$ shamarına ten (bul tenliklerde m arqalı denenin massası, al g arqalı erkin túsiw tezleniwi belgilengen). Nollık biyiklikten baslap óshengen B_1 noqatının biyikligin h_1 , al B_2 noqatının biyikligin h_2 arqalı belgilesek, $h = h_1 - h_2$ hám

$$A = mgh_1 - mgh_2$$

tenligine iye bolamız. Ekinshi tárepten, (2)-formula boyınsha mınaday tenlik orınlı:

$$A = E_{p1} - E_{p2}.$$

Eger $h_2 = 0$ biyikligindegi materiallıq noqattın potentsiallıq energiyasınıń mánisin nolge ten dep esaplasaq, onda sonǵı eki tenliklerdi salıstırıwdan

$$E_{ph} = mgh \quad (3)$$

formulasın alamız. Solay etip, h biyikligine kóterilgen massası m bolǵan denenin potentsiallıq energiyası mgh shamasına ten boladı eken. Bul jaǵdayda Jerdin betinde jatırǵan denenin potentsiallıq energiyasınıń shártli túrde nolge ten dep qabil etilgen. Eger dene h biyikliginen qulap túsetuǵın bolsa, onda salmaq kúshi on $A = Ph$ jumısını atqaradı. Bunday jaǵdayda potentsiallıq energiya kishireydi. Deneni h biyikligine kótergende salmaq kúshinin jumısı teris. Bul jaǵdayda (2)-tenlikten $E_{p1} - E_{p2} < 0$ tensizligine iye bolamız. Bul jaǵdayda potentsiallıq energiya úlkeyedi.

Ekinshi mısal sıpatında *qısılgan prujinanın potentsiallıq energiyasını* qaraymız. 25-paragraftaǵı 2-mısalda serpimli prujinanı s shamasına qısqanda islenetuǵın jumıstın $A = ks^2/2$ shamasına ten bolatuǵınlıǵı kórgen edik. Bul formulada k arqalı prujinanın qattılıq koefficienti belgilengen. Prujananın potentsial energiyası da tap usınday shamaǵa úlkeyedi. Eger qısılmaǵan prujinanın potentsiallıq energiyasınıń biz nolge ten dep esaplasaq, onda s shamasına qısılgan prujinanın potentsiallıq energiyası

$$E_p = \frac{ks^2}{2}$$

shamasına ten boladı. Bul anlatpada potentsiallıq energiya prujinanın qısılıwının kvadratına proporsional.

Endi materiallıq noqatlar sistemasın qarawǵa ótemiz. Dáslep, materiallıq noqatlar sisteması izolyaciyalanǵan, yaǵnıy onın noqatları tek bir biri menen tásirlesedi hám usı sistemadan sırtta jaylasqan deneler menen tásirlespeydi dep boljaymız. Materiallıq noqatlar arasındaǵı óz-ara tásirlesiw kúshinin shaması olardıń bir birinen qashıqlıǵınan ǵárezli bolsın. Materiallıq noqatlardıń birliǵi bolǵan jaylasıwların sistemasın *konfiguraciyası* dep atawdı kelisemiz. Materiallıq noqatlardıń bir birine salıstırǵandaǵı qálegen orın almasırwı sistemasın konfiguraciyasınıń ózgerisine alıp keledi. Sistema qanday da bir (1) konfiguraciyaǵan basqa (2) konfiguraciyaǵa ótkende sistemasın barlıq materiallıq noqatlarına tásir etetuǵın kúshler jumısı isleydi. Bul jumısı biz $A_{1,2}$ arqalı belgileymiz. Eger kúshlerdin barlıǵı potentsiallıq xarakterge iye bolsa, onda $A_{1,2}$ jumısının shaması *sistemasın baslanǵısh hám aqırǵı konfiguraciyalarınan qanday ekenliginen* ǵana ǵárezli boladı. Bunday jaǵdayda $A_{1,2}$ jumısı sistemasın (1) hám (2) konfiguraciyalarda turǵan jaǵdaylardaǵı potentsiallıq energiyaların ayırmasına ten boladı:

$$A_{1,2} = E_{p1} - E_{p2}. \quad (4)$$

Aytılıp ótilgenindey, (1)-qatnas tek potentsiallıq energiyalardıń ayırmasın ǵana anıqlaydı; potentsiallıq energiyasınıń ózin anıqlaw ushın sistemasın qanday da bir konfiguraciyasınıń energiyasını nolge ten dep esaplaw kerek.

Joqarıda tallanǵan Jerdin salmaq maydanındaǵı denenin potentsiallıq energiyası menen baylanıslı bolǵan mısaldı Jer hám qarap ótilgen deneden payda bolǵan sistemasın potentsiallıq energiyasına mısal sıpatında qarawǵa boladı: bul mısalda Jer menen awır dene sistemasın payda

etti. Awır dene h biyikliginen qulağanda konfiguraciya Jer menen onın betinen h biyiklikte, al aqırğı konfiguraciya Jer menen onın betinde turgan deneden ibarat. Salmaq kúshinin jumısı usı eki konfiguraciyalardağı potenciallyq energiyalardıń ayırmasınan ibarat:

$$A_{1,2} = E_{ph} - E_{p0}.$$

(4)-qatnastın sistema bir konfiguraciyadan ekinshisine ótkende kúshlerdin jumısı materiallıq noqatlardıń orın almasıw usılanan gárezli bolmaytuğın jağdayda ǵana durıs bolatuğınlǵın jáne bir ret atap ótemiz. Bul shárt barlıq waqıtta orınlana bermeydi. Tábiyatta ushırasatuğın kúshlerdin barlıǵı da potenciallyq emes. Mısalı, súykelis kúshinin jumısı ótilgen joldın uzınlıǵınan gárezli. Sonlıqtan, súykelis kúshleri bar bolǵan jağdaylarda jumısı potenciallyq energiyalardıń ayırması túrinde anǵartıwǵa bolmaydı.

§ 28. Sistemanın mexanikalıq energiyasınıń saqlanıw hám ózgeriw nızamları. Bizde tek potenciallyq kúshler tásir etetuğın materiallıq noqatlardıń sistemasın bar dep boljayıq. *Sistemanın halı onın konfiguraciyası menen usı sistemanı payda etetuğın materiallıq noqatlardıń tezlikleri boyınsha anıqlanadı.* Sistema bir haldan ekinshi halǵa ótkende usı sistemanı payda etetuğın materiallıq noqatlardıń túsirilgen kúshler jumısı isleydi hám onı bir jáne de $A_{1,2}$ arqalı belgileybiz. Bunday jağdayda 1 indeksi sistemanın baslanǵısh (1) halına, al 2 indeksi aqırğı (2) halına sáykes keledi. Bir birinen materiallıq noqatlardıń tezlikleri hám olardıń jaylasıwları boyınsha ayırılatuğın hallardıń hár birinde sistema ózinin sáykes kinetikalıq E_{k1} hám E_{k2} jáne potenciallyq E_{p1} hám E_{p2} energiyaları menen ayırıladı. Bunday jağdayda $A_{1,2}$ jumısı eki usıldın:

$$A_{1,2} = E_{k1} - E_{k2} \quad (1)$$

kinetikalıq energiyalardıń ayırması menen yamasa

$$A_{1,2} = E_{p1} - E_{p2} \quad (2)$$

potenciallyq energiyalardıń ayırması túrinde anıqlawǵa boladı. Bul eki tenlikten mınaǵan iye bolamız:

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}. \quad (3)$$

Sistemanın kinetikalıq hám potenciallyq energiyaların qosındısı sistemanın *tolıq mexanikalıq energiyası* dep ataladı hám onı E arqalı belgileybiz:

$$E_p + E_k = E.$$

Demek, biz *tek potenciallyq kúshler ǵana tásir etetuğın izolyaciyalanǵan sistemasının tolıq energiyasınıń turaqlı bolıp qalatuğınlǵın* kóremiz. Bul jağday mexanikalıq energiyanın saqlanıw nızamı dep ataladı. Bul nızam mexanikanın tiykarǵı nızamlarının en áhmiyetli bolǵan nátiyjelerinin biri bolıp tabıladı.

Bir haldan ekinshi halǵa ótkende sistemanın kinetikalıq energiyasınıń da, potenciallyq energiyasınıń da óz aldına ózgeriske usırawı múmkin, biraq olardıń qosındısı turaqlı bolıp qaladı. Mısalı, eger kinetikalıq energiya bazı bir ΔE_k shamasına úlkeygende potenciallyq energiya tap sonday bolǵan $\Delta E_p = \Delta E_k$ shamasına kemeyiwı kerek. Biraq sistemaǵa tásir etetuğın kúshlerdin barlıǵı da potenciallyq bolǵan jağdayda ǵana izolyaciyalanǵan sistemanın mexanikalıq energiyasınıń saqlanatuğınlǵın barlıq waqıtta este tutıw kerek. Potenciallyq emes kúshler bar bolǵan jağdaylarda, mısalı, súykelis kúshleri tásir etetuğın bolsa, onda sistemanın kinetikalıq hám potenciallyq energiyaların qosındısı turaqlı bolıp qalmaydı. Energiyanın saqlanıw nızamının ulıwmalastırılıwı 68-paragrafta keltirilgen.

Súykelisti esapqa almaǵan jağdaydaǵı denenin tómengen túsiwin qaraymız.

Meyli, massası m bolǵan dene h biyikligine kóterilgen bolsın. Bunday jağdayda onın potenciallyq energiyası

$$E_p = mgh$$

shamasına ten boladı.

Dene h biyikliginen túskende onın potenciallyq energiyası kishireyedi, biraq, onın ornına dene tezlikke hám soǵan sáykes kinetikalıq energiyanın zapasına iye boladı. Túsiwdin aqırında bul

kinetikalıq energiya

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

shamasına ten boladı. Bul tenliktegi $v = \sqrt{2gh}$ arqalı Jerge kelip túsetuǵın tezlik belgilengen. Tezlikten bul mánisin kinetikalıq energiyannan anlatpasına qoyıp,

$$E_k = \frac{m2gh}{2} = mgh$$

tenliklerine iye bolamız, yaǵnıy túsiwdin aqırında potentsiallıq energiyannan orında onın shamasına ten bolǵan kinetikalıq energiya payda boladı eken. Energiya bir túrden ekinshi túrge ótti, biraq onın ulıwmalıq muǵdarı ózgeriske ushıraǵan joq.

Jabıq mexanikalıq sistema ushın onın kinetikalıq E_k hám potentsiallıq E_p energiýalarınan turatuǵın E tolıq energiyası turaqlı bolıp qaladı:

$$E = E_k + E_p = \text{const.}$$

Kinetikalıq energiyannan kemeyiwi potentsiallıq energiyannan ósiwine, hám, kerisinshe, kinetikalıq energiyannan úlkeyiwi potentsiallıq energiyannan kemeyiwine alıp keledi. Erkin túsiwshi tas bolǵan jaǵdaydaǵıday, jabıq mexanikalıq sistemanın ulıwmalıq jaǵdayında processler kinetikalıq energiyannan potentsiallıq energiyaǵa hám keri baǵıttaǵı ótiwine alıp klinedi.

Jabıq mexanikalıq sistemada dáslep barlıq deneler tınıshlıqta turadı hám sonlıqtan $E_k = 0$ tenligi orınlı boladı, al potentsiallıq energiya bolsa $E_p = E$, yaǵnıy energiyannan bul túri energiyannan tolıq zapasına ten dep boljayıq. Kinetikalıq energiya E_k barlıq waqıtta on mániske iye bolǵanlıqtan, ol tek potentsiallıq energiya E_p nın kemeyiwinin esabınan ǵana payda boladı. Bunnan biz mınaday jaǵdayǵa iye bolamız: eger baslanǵısh momentte potentsiallıq energiya E_p *múmkın bolǵan minimallıq mániske* iye bolatuǵın hám mexanikalıq sistemanı payda etetuǵın deneler tınıshlıqta turǵan bolsa ($E_k = 0$), onda waqıttın bunnan keyingi momentlerinde ol *qozǵalısqı kele almaydı*. Sebebi, bunday jaǵdayda E_k kinetikalıq energiyası sırttan tásir túspese payda bola almaydı. Basqa sózler benen aytqanda: *potentsiallıq energiyasını minimallıq mániske iye bolǵan hám onın ishinde denelerdin qozǵalıssız turǵan shar misal bola aladı: onın E_p potentsiallıq energiyası minimallıq mániske iye hám ol ten salmaqlıq halda tur; sırttan tásir bolmasa shar shuqırdan shıǵa almaydı*.

Bir neshe dara misallardı qaraymız.

1-misal. Salmaǵı 2 kG bolǵan tas 5 m biyiklikten jumsaq topıraqqa túsedı hám terenligi 5 sm bolǵan oyıq payda etedi. Soqqının kúshi nege ten?

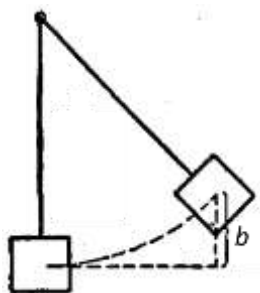
Sheshimi. h biyiklikke kóterilgen tas $E_p = Ph$ potentsiallıq energiyaǵa iye boladı (P arqalı tastın salmaǵı belgilengen). Potentsiallıq energiyannan esabınan topıraqtaǵı oyıq payda boladı. Bunnan

$$\bar{f} \cdot s = Ph$$

anlatpası kelip shıǵadı. Bul anlatpada $\bar{f}$ arqalı soqqının ortasha kúshi, al s arqalı topıraqqa siniwdin terenligi belgilengen. Bunnan:

$$\bar{f} = P \frac{h}{s} = 2 \frac{5}{0,05} \text{ kG} = 200 \text{ kG}$$

nátiyjesin alamız.



62-súwret.
Ballastikalıq mayatnik.

2-mısal. Oqtın tezligin ólshew ushın ballastikalıq mayatnikti paydalanadı. Bunday mayatnik jipke ildirilgen ishine qum salınğan qutı bolıp tabıladı. Qutıǵa kelip urılǵan oq oǵan kiredi hám qutıda qalıp qoyadı. Al qutı bolsa bazı bir biyiklikke kóteriledi (62-súwret). Oqtın v tezligin mınaday maǵlıwmatlardın járdeminde anıqlaw kerek: oqtın massası m_1 , qutının massası m_2 , qutının kóteriliw biyikligi h .

Sheshimi. Oqtın qutı menen soqlıǵısıwı serpimli emes. Oqtın qutıǵa urılıwınan saldarınan ol qutı menen birge ulıwma bolǵan v' tezligi menen qozǵala baslaydı. Bunday jaǵdayda

$$v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v.$$

Qutının oq penen birgeliktegi kinetikalıq energiyası

$$E_k = \frac{(m_1 + m_2)v'^2}{2}$$

ge ten. Bul tenlikke v' tın mánisin qoyıp,

$$E_k = \frac{m_1^2 v^2}{2(m_1 + m_2)}$$

tenligine iye bolamız.

Qutı h biyikligine awısqanda onın barlıq kinetikalıq energiyası potentsiallıq energiyaǵa ótedi. Bunnan

$$\frac{m_1^2 v^2}{2(m_1 + m_2)} = (m_1 + m_2)gh$$

tenliginin orınlı bolatuǵınlıǵına kóz jetkeremiz. Bunnan oqtın tezligi ushın

$$v = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gh}$$

tenligin alamız. Ádette oqtın massası m_1 qutının massası m_2 den kishi bolǵanlıqtan juwıq túrdegi

$$v = \frac{m_2}{m_1} \sqrt{2gh}$$

formulasına iye bolamız.

Endi izolyaciyanbaǵın sistemanı qaraymız hám ishki kúshlerdin ishinde súykelis kúshleri de (potentsiallıq emes kúshler) bar dep boljaymız. Usının menen birge biz tek mexanikalıq qubılıslardı esapqa alıw menen sheklenemiz hám sonlıqtan tómende gáp etiletuǵın (68-paragraf) jıllılıq hám basqa da mexanikalıq emes qubılıslardı dıqqatqa almaymız. Materiallıq noqatlarǵa tásir etetuǵın kúshlerdi úsh gruppǵa bólemiz: 1) ishki potentsiallıq kúshler, 2) súykelis kúshleri (ishki, potentsiallıq emes) hám 3) biz qarap atırǵan sistemaǵa kirmeytuǵın sırtqı denelerdin tásirinin saldarınan payda bolatuǵın kúshler. Bunday jaǵdayda (1)-tenliktegi jumıstı kúshlerdin úsh toparına sáykes keletuǵın úsh bólimge bólemiz. Nátiyjede

$$E_{k2} - E_{k1} = A_{ishki,pot} + A_{suyk} + A_{sirtql} \quad (6)$$

tenligin alamız.

Potentsiallıq energiyanın ózgerisi tek potentsiallıq kúshlerdin jumısı menen baylanıslı:

$$E_{p1} - E_{p2} = A_{ishki,pot}. \quad (7)$$

(6)- hám (7)-tenliklerden

$$E_{k2} - E_{p2} - (E_{k1} + E_{p1}) = A_{suyk} + A_{sirtql}$$

tenligin keltirip shıǵaramız. Biraq kinetikalıq hám potentsiallıq energiyalardıń qosındısı $E_k + E_p$ sistemanın tolıq energiyası E bolıp tabıladı, sonlıqtan mınaǵan iye bolamız:

$$E_2 - E_1 = A_{\text{судык}} + A_{\text{сиртқи}} \quad (8)$$

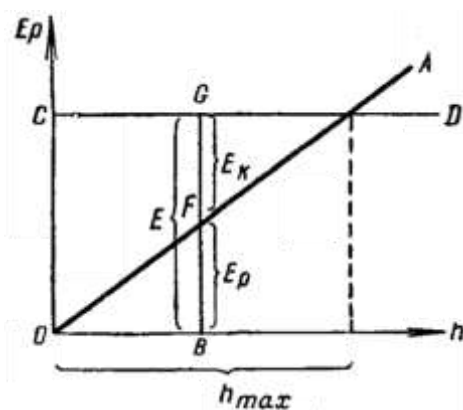
(8)-tenlikten *sistemanın tolıq mexanikalıq energiyasının ózgerisi sırtqı kúshler menen súykelis kúshlerinin jumıslarının qosındısına ten ekenligi* kelip shıǵadı. Demek, sistemanın tolıq mexanikalıq energiyası sonday fizikalıq shama bolıp tabıladı, onın ózgerisi sırtqı kúshler menen súykelis kúshlerinin jumısı menen baylanıslı. Eger sırtqı kúshler menen súykelis kúshlerinin jumıslarının qosındısı on shama bolsa, onda izolyaciyalanbaǵan mexanikalıq sistemanın energiyası úlkeyedi. Eger sırtqı kúshler menen súykelis kúshlerinin jumıslarının qosındısı teris shama bolsa, onda izolyaciyalanbaǵan mexanikalıq sistemanın energiyası kishireyedi. Súykelis kúshlerinin jumısının barlıq waqıtta teris ekenligin anǵarıwımız kerek. Sebebi hár bir materiallıq noqat ushın súykelis kúshi onın tezligine, yaǵnıy orın almasırwǵa qarama-qarsı baǵıtlanǵan. Nátiyjede súykelis kúshi barlıq waqıtta sistemanın tolıq mexanikalıq energiyasının kishireyiwine alıp keledi.

§ 20. Energiyanın grafikalıq kórinisi. Salmaǵı P ǵa ten hám Jerdin betinen h biyikligine kóterilgen denenin potenciallyıq energiyası

$$E_p = Ph = mgh \quad (1)$$

shamasına ten. Bul tenlikte m arqalı denenin massası belgilengen.

E_p nın h tan ǵárezligin grafikalıq jollar menen kórsetemiz. Onın ushın obscissa kósherine h tın, al ordinata kósherine E_p nın mánisin qoyamız. Bunday jaǵdayda (1)-formulaǵa sáykes potenciallyıq energiya E_p nın biyiklik h tan ǵárezligi koordinata bası arqalı ótetuǵın OA tuwrısı menen beriledi (63-súwret). Denenin salmaǵı P qanshama úlken bolsa, usı tuwrı menen abscissa kósheri arasındǵı múyeshtin shaması da sonshama úlken boladı.



63-súwret.
Kóteriletuǵın denenin
potenciallyıq energiyası OA
tuwrısı menen súwretlenedi.

Meyli, qarap atırılǵan process salmaǵı $P = mg$ shamasına ten tastı vertikal baǵıtta joqarı qaray ılaqtırıwdan ibarat bolsın. Eger hawanın qarsılıǵın esapqa almasaq, onda tastın qozǵalıswın barısında sırtqı jumıs orınlanbaydı. Bunday jaǵdayda tastın tolıq energiyası

$$E = E_p + E_k \quad (2)$$

turaqlı shama bolıp qaladı. Grafikte jumıs abscissa kósherine parallel bolǵan CD tuwrısının járdeminde súwretlenedi. Kinetikalıq energiya $E_k \geq 0$ bolǵanlıqtan, onda (2)-tenlik boyınsha potenciallyıq energiyanın múmkin bolǵan maksimallıq mánisi $E_p = E$ shamasına ten boladı (barlıq energiya potenciallyıq energiyaǵa ótti). Bunnan, tastın kóteriliwinin maksimallıq biyikligi OA hám CD tuwrılarının kesilisiw noqatının abscissası menen anıqlanadı. Tastın qozǵalıswı nol menen h_{max} shamaların arasındaǵı h tın mánislerinde ǵana júzege keliwi múmkin. Usı shektin ishindegi h tın belgili mánisi ushın BF kesindisi tastın potenciallyıq energiyasın, al FQ kesindisi onın kinetikalıq energiyasın sáwlelendiredi. Grafik tastın kóteriliwinin barısında (h úlkeyedi) E_p potenciallyıq energiyanın úlkeyetuǵınlıǵın hám E_k kinetikalıq energiyanın kishireytuǵınlıǵın hám, kerisinshe, tastın túsiwinin barısında (h kishireyedi) E_p potenciallyıq energiyanın kishireytuǵınlıǵın hám E_k kinetikalıq energiyanın úlkeyetuǵınlıǵın kórgizbeli túrde sáwlelendiredi. Olardıń mánislerinin

qosindısı $E_p + E_k$ barlıq waqıtta turaqlı bolıp qaladı.

Tastın kóteriliwinin maksimallıq biyikligi h_{max} tolıq energiya boyınsha anıqlanadı:

$$h_{max} = \frac{E}{mg}. \quad (3)$$

FG kesindisi menen súwretlenetuǵın bazı bir $h < h_{max}$ biyikligindegi kinetikalıq energiya

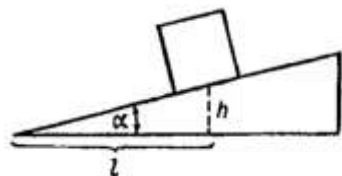
$$E_k = E - E_p = mgh_{max} - mgh \quad (4)$$

formulanın járdeminde esaplanadı. h biyikligindegi tastın tezligin v arqalı belgilep, $E_k = mv^2/2$ tenligin alamız hám (4)-anlatpa boyınsha $\frac{mv^2}{2} = mgh_{max} - mgh$, bunnan

$$v = \sqrt{2g(h_{max} - h)} \quad (5)$$

formulasın alamız.

Tastı joqarıǵa kótergende bul tezlik joqarıǵa, al túskende – tómengge qaray baǵıtlanǵan.



64-súwret. Qıya tegisliktegi salmaqlı dene.

Bul tezlikti tastın baslanǵısh tezligi v_0 arqalı da anlatıwǵa boladı. Bunday jaǵdayda

$$E_k = E - E_p = \frac{mv_0^2}{2} - mgh.$$

Bunnan

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - mgh$$

hám usı anlatpaǵa sáykes

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

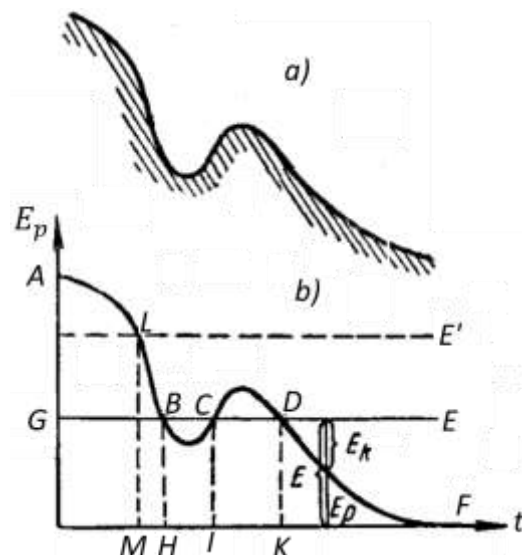
tenligine iye bolamız. Tap sol 63-súwret salmaǵı P bolǵan denenin súykelissiz qıya tegislik boyınsha jılıwındaǵı energiyalar arasındaǵı qatnastı da kórsetedi. Biraq, qıya tegislik bolǵan jaǵdayda ǵárezsiz ózgeriwshi sıpatında biz tek h tı ǵana emes, al, mısalı, qıya tegislikte tiykarı boyınsha onın basınan baslap alınǵan l kesindisin de paydalanıwımız múmkin (64-súwret). $h = l \cdot tg\alpha$ qatnasına muwapıq (α arqalı qıya tegislik penen gorizont arasındaǵı múyesh belgilengen) l shamasının funkciyası sıpatında potentsiallıq energiya

$$E_p = mg \cdot tg\alpha \cdot l$$

túrinde jazıladı.

65-súwret.

Tawdın janbawırında sırganaytuǵın denenin potentsiallıq energiyası $ABCDF$ iymekligi menen súwretlenedi.



Solay etip, potentsiallıq energiya E_p nın l den gárezligi de grafikte koordinata basınan ótetuǵın tuwrı túrinde súwretlenedi. Tek 63-súwrette kórsetilgen jaǵdaydaǵı qaraǵanda qıyalıq basqasha boladı.

Energiyanı súwretlew din tap usı usılın salmaqlı denenin qálegen profilge iye bet arqalı jılıwı (sırganawı) ushın da paydalanıwǵa boladı. Meyli dene janbawırının profili 65-a súwrette kórsetilgen tawda sırganaytuǵın bolsın. Bunday jaǵdayda tawdın tiykarı boylap qoyılǵan t qashılıǵının funkciyası sıpatında E_p potentsiallıq energiya $ABCDF$ iymekligi menen súwretlenedi (65-b súwret). Tik kóteriliw orınlarına 65-b súwrettegi iymeklik tin tik kóteriliwi sáykes keledi. Tawdaǵı shuqırǵa $ABCDF$ iymekligindegi "potentsiallıq shuqır" juwap beredi. Meyli, denenin E tolıq energiyası QE tuwrısı menen súwretlenetuǵın bolsın. $E_p \leq E$ tensizliginen 65-b súwretten mına jaǵdaydı dárhál kóremiz: bul jaǵdayda l shaması H penen I din yamasa K noqatı menen sheksizlik tin arasında jaylasıwı múmkin. Bul E tolıq energiyasının usınday mánisinde denenin tawdın DF janbawırı menen sırganaytuǵınlıǵın yamasa BC shuqırının ishinde qozǵalatuǵınlıǵın anǵartadı. Eger dene shuqırdın ishinde jaylasqan bolsa, onda usı shuqırdan shıǵıwǵa oǵan CD bareri kesent beredi. Denenin ten salmaqlıq shárti potentsiallıq energiyanın minimum bolıwı bolıp tabıladı (absolyut yamasa salıstırmalı).

E tolıq energiyanın L noqatı arqalı ótetuǵın mánisinde dene L noqatı menen sheksizlik arasında tawdın barlıq janbawırı arqalı sırganay aladı. Denenin l din hár bir berilgen mánisi ushın kinetikalıq energiyası tolıq energiyanı súwretleytuǵın tuwrı menen potentsiallıq energiyanı súwretleytuǵın iymeklik tin arasındaǵı kesindi menen anıqlanadı.

Sonǵı misal sıpatında prujınaǵa ildirilgen massası m shamasına ten bolǵan denenin qozǵalıwın qaraymız. Dene s aralıǵına jılısqanda prujına qısıladı ($s < 0$) yamasa sozıladı ($s > 0$). Usın nátıyjesinde

$$E_p = \frac{ks^2}{2} \quad (7)$$

shamasına ten potentsiallıq energiya payda boladı. Buringı belgilewlerdey, k arqalı prujınanın qattılıq koefficienti belgilengen. s awısıwının funkciyası sıpatında E_p shaması parabolanın járdeminde súwretlenedi (66-súwret). Eger $E = E_p + E_k$ tolıq energiya FG tuwrısı menen súwretlenetuǵın bolsa, onda s tin berilgen mánisi ushın potentsiallıq energiya AB kesindisi menen, al kinetikalıq energiya BC kesindisi menen súwretlenedi. s awısıwının múmkin bolǵan mánisleri DG hám DF kesindileri menen anıqlanǵan s_{min} menen s_{max} arasında jatadı. Parabolanın simmetriyasınan $s_{min} = -s_{max}$ ekenligi kelip shıǵadı. Bunnan denenin $s = 0$ mánisi menen anıqlanatuǵın ten salmaqlıq ornının dógereginde terbeletuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Onın kinetikalıq energiyası hám oǵan sáykes tezligi ten salmaqlıq ornı arqalı ótkende maksimumǵa, al maksimumlıq awısıwları minimumǵa (nolge ten bolǵan) mánisine jetedi. s tin berilgen bazı bir mánisi ushın kinetikalıq energiya

$$E_k = E - E_p = E - \frac{ks^2}{2}$$

hám tolıq energiya

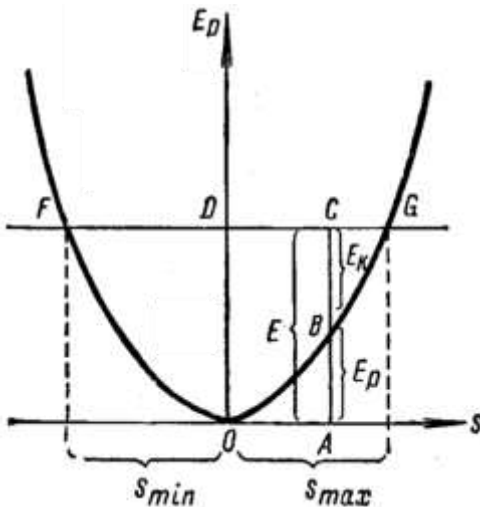
$$E = \frac{ks_{max}^2}{2}$$

shamasına ten boladı. Bunnan kinetikalıq energiyanın

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{ks_{max}^2}{2} - \frac{ks^2}{2}$$

shamasına ten bolatúǵınlıǵın tabamız. Bunnan denenin tezliginin awısıw s tin funkciyası sıpatındaǵı anlatpanı alamız:

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}(s_{max}^2 - s^2)}.$$



66-súwret.

Deformaciyalanǵan prujınanın potentsiallıq energiyası FOG parabolası menen súwretlenedi.

§ 30. Ólshem formulaları. Joqarıdaǵı paragraflarda úyrenilgen materiallar *fizikalıq shamaların ólshemleri* hám *ólshem formulaları* haqqında máseleni qoyıwǵa múmkinshilik beredi.

Usı waqıtka shekem bir fizikalıq shamanı ólshew ushın birlikti tayarlaǵanda sol shamanın burınnan ólshem birlikleri málim bolǵan basqa shamalar menen nızamlı túrdegi baylanısına súyengen halda is alıp bardıq hám biz qarap ótken formulardaǵı proporcionallıq koefficientinin mánisin birge ten dep boljadıq. Sonday jollar tiykarǵı shamalardı hám olardı ólshew ushın ólshem birlikleri menen baylanıslı bolǵan birliklerdin belgili bolǵan sisteması qalıplestirildi. Mısalı, *CGS* sistemasında tiykarǵı fizikalıq shamalar sıpatında uzınlıq, waqıt hám massa alınǵan, olardıń ólshew birlikleri sıpatında santimetr, sekund hám gramm saylap alınǵan; al basqa tiykarǵı shamalardı saylap alıw haqqında 3-paragrafta aytqan edik.

Tiykarǵı fizikalıq shamalardı belgili tártip penen saylap alǵannın ózinde olardı ólsheytuǵın birliklerdi saylap alıwdın hár qıylı bolıwı múmkin. Bunday jaǵdayda tuındı birliklerdin tiykarǵı shamaların birliklerimenen qanday degen soraw tuwıladı. Tiykarǵı shamalar sıpatında uzınlıq, waqıt hám massa alınǵan sistemalarǵa toqtayıq, olar ólshenetuǵın birliklerdi L , T hám M háriplerinin járdeminde belgileyik.

Eger A tuındı birlik L uzınlıq birliginin p -dárejesine, M massa birliginin q - dárejesine, T waqıttın r -dárejesine proporcional bolsa, onda A birligi uzınlıqtın birligine salıstırǵanda p ólshemge, massanın birligine salıstırǵanda q ólshemge hám waqıttın birligine salıstırǵanda r ólshemge iye dep esaplaydı. A birliginin tiykarǵı fizikalıq shamalardan ǵárezligin simvolıq formada (ólshem formulasının járdeminde) bılayınsha jazadı:

$$[A] = L^p \cdot M^q \cdot T^r. \quad (1)$$

Mısalı, eger bazı bir belgili bolğan A birliginin ólshem formulası

$$[A] = \frac{ML^2}{T^2}$$

túrine iye bolsa, onda onı bilayınsha da jaza alamız:

$$[A] = ML^2T^{-2}.$$

Demek, bul jazıw berilgen ıqtıyarlı A birligi massanın birligine proporcional, uzınlıqtın birliginin kvadratına proporcional hám waqıttın birliginin kvadratına kerı proporcional degen mánisti anǵartadı. Mısalı, eger biz massanın birligin 1000 ese, uzınlıqtın birligin 100 ese hám waqıttın birligin 60 ese úlkeytsek, onda biz qarap atırǵan A birliginin $\frac{1000 \cdot 100^2}{60^2}$ ese, yaǵnıy $2,78 \cdot 10^3$ ese úlkeygenligin kórsetedi.

Eger ıqtıyarlı birlik qanday da bir tiykarǵı birliklerden ǵárezsiz bolsa, onda onın usı tiykarǵı birlikke salıstırǵanda nollik birlikke iye dep aytadı.

Fizikalıq shamalardıń ólshemlerin biliw tiykarǵı shamalardıń ólshem birlikleri ózgergende usı fizikalıq shamanın birliginin qalay ózgeretuǵınlıǵın ansat esaplaw ushın ǵana emes, al shamalardıń ólshemlerin salıstırıwdın esaplawlardın durıs ekenligin qadaǵalaw ushın da úlken áhmiyetke iye. Bul qadaǵalaw mınaday ayqın kórinip turǵan jaǵdayǵa tiykarlanǵan: *tek birdey bolǵan ólshemge iye bolǵan shamalardı qosıw, alıw hám tenlik belgisi menen baylanıstırıw múmkin.*

Haqıyqatında da, mısalı, massanı qanday da bir uzınlıqqa qosıwǵa yamasa qanday da bir figuranın maydanı qanday da bir kesindinin uzınlıǵına ten dep tastıyıqlawǵa h.t.b. bolmaydı.

Bunnan keyin *dárejenin kórsetkishinde tek sannın, yaǵnıy ólshemge iye emes shamanın tura alatuǵınlıǵın kórsetiwge boladı.*

Bizge belgili bolǵan fizikalıq shamalardıń ólshemlerin anıqlaymız.

Tezliktin ólshemi: $v = \frac{s}{t}$ qatnasınan kelip shıqqan halda tezliktin birliginin uzınlıqtın birligine proporcional hám waqıttın birligine kerı proporcional ózgeretuǵınlıǵın kóremiz. Bunnan

$$[v] = L \cdot T^{-1} \quad (2)$$

qatnasına iye bolamız.

Tezleniwdin ólshemi: $w = \frac{v}{t}$ qatnasınan kelip shıqqan halda mınaǵan iye bolamız:

$$[w] = L \cdot T^{-2}. \quad (3)$$

Kúshtin ólshemi: $f = mw$ qatnasınan hám joqarıdaǵı massa menen tezleniwdin birliklerin paydalanıp mınanı alamız:

$$[m] = M \cdot L \cdot T^{-2}. \quad (4)$$

Jumıstın ólshemi: $A = fs$ qatnasınan kelip shıqqan halda mınanı alamız:

$$[A] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}. \quad (5)$$

Tap usınday ólshemge energiya da iye boladı.

Quwattın ólshemi: $W = \frac{A}{t}$ qatnasınan

$$[W] = M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \quad (6)$$

qatnasına iye bolamız.

Biraq ólshem birlikleri uzınlıqtın, waqıttın hám massanın birliklerinen ǵárezsiz bolǵan fizikalıq shamalar bar. Mısalı, doǵanın radiustın uzınlıǵına qatnası túrinde ólshenetuǵın múyesh tiykarǵı bolǵan L , M , T úsh birliklerina salıstırǵanda nollik ólshemge iye. Múyeshti ólshew ushın birlik sıpatında uzınlıǵı radiustın shamasına ten doǵanın eki ushı arasındadıǵı múyeshlik qashıqlıqqa ten bolǵan hám *radian* dep atalatuǵın oraylıq múyesh saylap alınadı. Onın mánisi barlıq sistemalarda birdey. Radianlar menen bir qatarda múyeshler graduslarda da ólshenedi. Bunday jaǵdayda múyeshtin birligi sıpatında uzınlıǵı tolıq shenberdin uzınlıǵının $1/360$ shamasına ten bolǵan doǵanın eki ushın kerip turǵan oraylıq múyesh qabıl etiledi. Sonlıqtan, bir mánislik ushın

ólshemler formulalarına múyeshtin birliginin belgisin de kirgiziw kerek boladı²³. Bul belgini Φ háripi arqalı belgileyemiz. Joqarıda keltirilgen shamalardı (tezlik, tezleniw, kúsh h.t.b.) ólshemlerinin formulalarına bul múyeshtin kirmewi kerek. Sebebi bul shamalardı barlıǵı da múyesheke salıstırǵanda nollik ólshemli shamalar bolıp tabıladı. Biraq, eger biz $\omega = \frac{\varphi}{t}$ múyesheke tezlikten ólshemin jazǵımız kelse, onda oǵan Φ belgisin kirgiziwimiz kerek boladı. Sebebi múyesheke tezlikten birligi biz múyeshti ólshew ushın qanday birlikten paydalanıp atırǵanlıǵımızdan ǵárezli. Solay etip,

$$[\omega] = \Phi \cdot T^{-1}.$$

Biraq, ádette uzınlıqtın, waqıttın hám massanın birliklerine salıstırǵandaǵı ólshemlerdi kórsetiw qabil etilgen bolǵanlıqtan

$$[\omega] = T^{-1} \quad (7)$$

tenligin jaza alamız. Tap usınday jollar menen biz múyesheke tezleniwde ólshemin de ala alamız:

$$[\beta] = T^{-2}. \quad (8)$$

Shamalardı ólshemlerin qarawdan geypara jaǵdaylarda nızamlıqtın dál xarakterin kórsetiwge boladı (eger aldın-ala onın juwıq túri belgili bolsa). Mısalı, jerdin betine jaqın orınlarda túsiw biyikligi h , erkin túsiw tezleniw g nın shaması qanshama úlken bolsa erkin túsiwshi tastın v tezliginin de sonshama úlken boladı dep boljaw tábiyiy.

Solay etip, v tezliginin shaması bazı bir n_1 hám n_2 dárejeleri menen alınǵan g hám h qa proporcional dep boljaw, mınaday tenlikke iye bolamız:

$$v = k \cdot g^{n_1} \cdot h^{n_2}.$$

Bul tenlikte k arqalı sanlı koefficient belgilengen. Tezlikten ólshemi $[v] = L \cdot T^{-1}$, $g^{n_1} \cdot h^{n_2}$ kóbeymesinin ólshemi de tap sonday bolıwı kerek. Biraq, $[g] = L \cdot T^{-2}$ hám $[h] = L$. Bunnan waqıttın ólsheminin eki anlatpada da birdey bolıwı ushın $n_1 = 1/2$ hám $n_2 = 1/2$ tenliklerinin orınlanıwı shárt. Bunday bolmaǵan jaǵdayda uzınlıqtın ólshemi sáykes kelmeydi. Bunnan tenlik belgisi menen baylanısqa shamalardı ólshemlerinin birdey bolıwına qoyılatuǵın talap

$$n_1 = n_2 = \frac{1}{2}$$

tenlikleri, yaǵnıy

$$v = k(gh)^{1/2}$$

tenligi orınlanǵan jaǵdayda orınlanadı.

Haqıyqatında da, ten ólshewli tezleniwshi qozǵalıstın formulasınan (7-paragraf) biz

$$v = \sqrt{2gh} \cong 1,41\sqrt{gh}$$

formulasının orınlı ekenligin alamız.

§ 31. Klassikalıq mexanikanın qollanıw shekleri. 4-paragrafta kórsetip ótkenimizdey, klassikalıq mexanikanı tek makroskopiyalıq deneler ushın, yaǵnıy kóp sanlı atomlardan turatuǵın hám jaqtılıqtın tezligine salıstırǵanda kishi tezlikler menen qozǵalatuǵın deneler ushın durıs. Jaqtılıqtın tezligi shama menen 300 000 km/sek shamasına ten bolǵanlıqtan, klassikalıq mexanikanı tezlikleri ámelde jetiwi múmkin bolǵan shamadaǵı barlıq ádettegi deneler ushın qollanıwǵa boladı. Biraq, ayırım aspan denelerin dál baqlaw (mısalı, Quyashtın dógerindegi orbitadaǵı tezligi 100 km/sek shamasına jetetuǵın Merkuriy planetası) klassikalıq mexanikanın nátiyjelerinen awısıwdın orın alatuǵınlıǵın anǵarıwǵa múmkinshilik beredi. Bul sáykes kelmew jaǵdayı salıstırmalıq teoriyasının mexanikasının járdeminde túsindiriledi. Ayırım atomlardı, elektronlardı hám basqa da bólekshelerdi baqlaǵanda klassikalıq mexanikada beretuǵın nátiyjelerge sáykes kelmew keskin túrde júzege keledi.

Úlken tezlikler mexanikası, yaǵnıy jaqtılıqtın tezligi menen salıstırarlıqtay tezlikler mexanikası salıstırmalıq teoriyası tárepinen beriledi.

²³ Uzınlıq, waqıt hám massaǵa salıstırǵanda nollik ólshemge iye bolatuǵın fizikalıq shama sıpatında temperaturanı kórsetemiz.

...

Salıstırmalıq teoriyasının mazmunı tolıq túrde III tomda qarap ótıledi. Bul jerde biz salıstırmalıq teoriyasının tek bazı bir nátiyjeleri menen tanıswǵa hám klassikalıq mexanikanın qollanıw shegaraların anıqlawǵa toqtap ótemiz. Salıstırmalıq teoriyasının bazı bir kinematikalıq nátiyjelerin qarawdan baslaymız. Meyli, S esaplaw sistemasında (67-súwret) m denesi usı S esaplaw sisteması menen turaqlı túrde baylanısqan OXY koordinatalar sistemasına salıstırǵanda v tezligi menen qozǵalatúǵın bolsın. Meyli, ekinshi S' esaplaw sisteması bar bolıp, usı sistema menen $O'X'Y'$ koordinatalar sistemasın bekkem baylanıstırayıq hám onın $O'X'$ hám $O'Y'$ kósherleri sáykes OX hám OY kósherlerine parallel dep esaplaymız. S sisteması S' sistemasına salıstırǵanda OX kósherinin on baǵıtında v_0 tezligi menen qozǵaladı dep boljayıq.

Klassikalıq kóz-qaraslarǵa sáykes m denesinin tezliginin S' sistemasındaǵı $O'X'$ hám $O'Y'$ kósherleri boyınsha qurawshıları ushın

$$v'_x = v_x + v_0, v'_y = v_y \quad (1)$$

tenlikleri orınlanadı.

Bul formulalar tezliklerdi qosıwdın ádettegi qaǵıydasın anǵartadı.

Salıstırmalıq teoriyası boyınsha tezleklerdi qosıw qaǵıydası basqasha, atap aytqanda

$$v'_x = \frac{v_x + v_0}{1 + \frac{v_x \cdot v_0}{c^2}}, v'_y = \frac{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} v_y}{1 + \frac{v_x \cdot v_0}{c^2}} \quad (2)$$

túrinde jazıladı. Bul tenliklerde c arqalı jaqtılıqtın tezligi belgilengen. v_x hám v_0 tezliklerinin shaması jaqtılıqtın tezligi c dan kishi bolǵanda salıstırmalıq teoriyasının (2)-formulaların tezliklerdi qosıwdın (1)-klassikalıq formulalarına ótetuǵınlıǵın ansat tekserip kóriwge boladı.

Bazı bir ayqın jaǵdaylar ushın (1)- hám (2)-formulalar beretuǵın nátiyjelerdi salıstırıp kóremiz.

Jerdin ústinde $v_0 = 360 \text{ km/saat} = 100 \text{ m/sek}$ tezlik penen qozǵalatúǵın aeroplannın kabinasında aeroplannın qozǵalıw baǵıtında oq atıladı, oqtın aeroplannı salıstırǵandaǵı tezligi $v_x = 1000 \text{ m/sek}$. Bunday jaǵdayda klassikalıq mexanikanın kóz-qaraslarına sáykes Jerge salıstırǵandaǵı oqtın tezligi

$$v'_x = v_x + v_0 = 100 \frac{\text{m}}{\text{sek}} + 1000 \frac{\text{m}}{\text{sek}} = 1100 \frac{\text{m}}{\text{sek}}.$$

Salıstırmalıq teoriyasındaǵı (2)-formulanın birinshisi boyınsha

$$v'_x = \frac{v_x + v_0}{1 + \frac{v_x \cdot v_0}{c^2}} = \frac{1100}{1 + \frac{1000 \cdot 100}{(3 \cdot 10^8)^2}} = \frac{1100}{1 + 1,1 \cdot 10^{-12}} \frac{\text{m}}{\text{sek}}$$

yamasa shama menen

$$v'_x = 1100(1 - 1,1 \cdot 10^{-12}) \text{ m/sek}$$

shamasına ten. Bunnan bul jaǵdayda salıstırmalıq teoriyasının klassikalıq mexanikaǵa salıstırǵanda qosındı tezlikten shamasının 10^{-12} úlesine tendey shamaǵa parq qılatuǵınlıǵın kóremiz. Basqa sózler menen aytqanda, bul jerde klassikalıq teoriya menen salıstırmalıq teoriyasının nátiyjelerinin ámeliy jaqtan tolıq birdey bolatuǵınlıǵın kóremiz.

Eger qosılatuǵın v_x hám v_0 tezlikleri jaqtılıqtın tezliginin yarımına ten bolsa, onda salıstırmalıq teoriyası boyınsha qosındı tezlik

$$v'_x = \frac{v_x + v_0}{1 + \frac{v_x \cdot v_0}{c^2}} = \frac{\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}c}{1 + \frac{1}{4} \frac{c^2}{c^2}} = \frac{4}{5}c$$

shamasına ten boladı. Al klassikalıq mexanikanın (1)-formulasına sáykes qosındı tezlikten $v'_x = v_x + v_0 = c$ shamasına ten bolıwı kerek. Bul jerde eki teoriyanın nátiyjelerinin arasındaǵı ayırma ayqın seziledi. Eger qosılıwshı tezliklerdin hár qaysısı $0,9c$ ǵa ten bolsa, ayırma onnan da úlken boladı.

Salıstırmalıq teoriyası boyınsha *tezlik hesh waqıtta jaqtılıqtın vakuumdagı tezligi c dan úlken bolmaydı*. (2)-formula boyınsha biz qosılıwshı tezliklerdin mánisleri jaqtılıqtın tezligine qansha jaqın bolsa da qosındı tezliktin jaqtılıqtın tezliginen úlken bolmaytuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

Salıstırmalıq teoriyasının (2)-formulaları boyınsha S' esaplaw sistemasında tezliktin S sistemasının qozǵalı baǵıtındaǵı v_x qurawshısı ǵana ózgerip qoymaydı, al S sistemasının v_0 tezligine normal bolǵan v_y qurawshısı da ózgeriske ushıraydı. Klassikalıq formulalar boyınsha v_y tin shaması eki sistemada da birdey. Eger v_x hám v_0 tezlikleri jaqtılıqtın tezligi c ǵa salıstırǵanda kishi bolsa, onda v_0 din v_y ke tásiri oǵada kishi.

Haqıyqatında, $\frac{v_0}{c} = \beta$, $\frac{v_x}{c} = \beta'$ belgilerin qabıl etsek, onda β menen β' shamalarınin ekewinin de 1 den parqının joq ekenligin kóriwge boladı hám sonlıqtan (2)-formulanı juwıq túrde bılayınsha kóshirip jazıwǵa boladı:

$$\left. \begin{aligned} v'_x &= \frac{v_x + v_0}{1 + \beta\beta'} \cong (v_x + v_0)(1 - \beta\beta'), \\ v'_y &= v_y \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta\beta'} \cong \left(1 - \beta\beta' - \frac{1}{2}\beta^2\right) \cdot v_y \end{aligned} \right\} \quad (2a)$$

Demek, v'_x tin mánisi $v_x + v_0$ qosındısının mánisine jaqın, al v'_y shaması v_y ten β hám β' shamalarına qatnası boyınsha kishiligi tek ekinshi tártipli aǵzaǵa ayrıladı.

Salıstırmalıq teoriyasının biz qaraytuǵın ekinshi nátiyjesinin mánisi v tezligi menen qozǵalatuǵın esaplaw sistemasındaǵı denenin massası, usı dene tınıshlıqta turatuǵın esaplaw sistemasındaǵı massasınan úlken bolatuǵınlıǵınan ibarat²⁴. Atap aytqanda:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (3)$$

Bul anlatpada m arqalı dene qozǵalatuǵın esaplaw sistemasındaǵı massa, al m_0 arqalı dene tınıshlıqta turǵan esaplaw sistemasındaǵı denenin massası belgilengen (usı massanı *tınıshlıqtaǵı massa* dep ataǵan). $\beta = \frac{v}{c}$.

...

Awdarıwshılardan

Salıstırmalıq teoriyası boyınsha massa menen E energiya hám massa menen p impuls arasındaǵı baylanıs bılayınsha jazıladı:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (a-1)$$

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (a-2)$$

Tezlik v nın kishi mánislerinde (a-1) hám (a-2) anlatpaları

$$E = mc^2 \quad (a-3)$$

hám

$$p = mv \quad (a-4)$$

anlatpalarına ótedi.

(a-1) hám (a-2) anlatpalarınan energiya menen impuls arasındaǵı mınaday baylanıstı alamız:

$$E^2 = p^2 + m^2 c^4.$$

...

²⁴ Dıqqatqa ılayıq bolmaǵan bul jaǵday usı kitap jazılǵan waqıtları salıstırmalıq teoriyası menen baylanıslı bolmaǵan ayırım fizikalıq qubılıslar haqqında avtorlardın durıs túsiniqke iye bolmaǵanı menen baylanıslı. Massa relyativistlik invariant shama bolıp tabıladı. Sonlıqtan onın mánisi barlıq esaplaw sistemalarında birdey (awdarıwshılar).

Salıstırmalıq teoriyası qálegen energiyanın E shamasına ózgeriwi massanın m shamasına ózgeriwi menen baylanıslı dep tastıyıqlaydı. Onın mánisi

$$m = \frac{E}{c^2} \quad (6)$$

shamasına ten. Kerisinshe, sistemanın massası m shamasına ózgergende $E = mc^2$ energiyası payda boladı.

Solay etip, energiyanın hár bir ergine $m = \frac{1}{(3 \cdot 10^{10})^2} g \cong 1,1 \cdot 10^{-21} g$ massa sáykes keledi eken. Kórinip turǵanıday, bul massa júdá kishi: 2 000 000 kvv quwatqa iye dúzilis (Kuybishev elektr stanciyasınıń quwatı) bir saattın ishinde shama menen $7,2 \cdot 10^{19}$ erg energiyanı islep shıǵaradı. Oǵan (6)-formula boyınsha $7,2 \cdot 10^{19} \cdot 1,1 \cdot 10^{-21} = 8,0 \cdot 10^{-2} g$, yaǵnıy shama menen 0,080 g massa sáykes keledi. Bunnan, texnikalıq jaqtan jetiliwi múmkin bolǵan energiyanın muǵdarına massanın dım kishi muǵdarı juwap beredi eken. Biraq, elementlerdin bir birine aylanıw processleri menen baylanıslı bolǵan processlerde energiyanın ózgeriwine baylanıslı bolǵan massanın ózgerisi tolıq sezilerliktey dárejede boladı (III tomǵa qaranız).

(6)-tenlik energiya menen massa arasındǵı ulıwmalıq óz-ara baylanıstı anǵartadı... Haqıyqatında fizikalıq shamalar bolǵan massa menen energiya fizika ilimi jumıs alıp baratuǵın qozǵalıwshı materiyanın ayqın túrлеринin en tiykarǵı xarakteristikaların bir bolıp tabıladı. Tóliq izolyaciyalanǵan sistema ushin onın massası da, energiyası da saqlanadı. (6)-tenlik massa menen energiyanın arasındǵı teren óz-ara baylanıstın bar, sonın menen birge ol ekewinin de bir waqıtta bir birine proporcional rawishte ózgeriwiniń múmkinshiliginin joq ekenligin kórsetedi.

Endi *denelerdin ólshemleri* menen baylanıslı bolǵan klassikalıq mexikanın kóz-qarasların sheklengenligin qarawǵa ótemiz. Joqarıda atap ótkenimizdey, kóp sanlı atomlardan turatuǵın barlıq *makroskopiyalıq deneler* ushin klassikalıq mexanika dál nátiyjelerdi beredi. Biraq, ayırım *elementar bóleksheler*, misalı, ayırım elektronlar mexanikada "bólekshe" dep atalatuǵın bólekshelerge tán bolǵan qásiyetlerden basqasha bolǵan qásiyetlerdi beredi. Ádette "bólekshe" haqqında gáp etkenimizde, biz usı bólekshege baylanıslı bolǵan eki sorawǵa juwap bere alamız dep túsinemiz: 1) ol qaysı orında jaylasqan? hám 2) ol qanday tezlik penen qozǵaladı? Bul eki sorawǵa berilgen juwaplar, yaǵnıy bólekshenin hár bir berilgen waqıt momentindegi x, y, z koordinataların hám onın tezliginiń v vektorın beriw, bólekshenin traektoriyasını hám usı traektoriya boyınsha bólekshenin qozǵalıwınıń xarakterin anıqlaydı. Bizler keyinirek kóretuǵın tájiriybeler bolsa (III tomǵa qaranız) elektronlar dástesiniń tolqınlardıń tarqalıwı boyınsha ádettegi kóz-qaraslarǵa tán bolǵan ayırıqsha qásiyetti kórsetetuǵınlıǵın (difrakciya) dálilleydi. Tolqınlıq process orın alǵan jaǵdaylarda tolqınnıń qaysı orında turǵanlıǵı haqqındǵı máseleni qoyıwǵa bolmaydı. Bunday másele bólekshe ushin ǵana qoyıladı. Haqıyqatında, tolqın ózi tarqalatuǵın barlıq kenislikte óz ishine aladı (misalı tenizdin barlıq betin). Tek ǵana tolqınnıń dóneslikleri menen oyıqlarınıń qaysı orınlarda jaylasqanlıǵı jóninde gáp etiw múmkin. Qala berse, tenizdin betindegi tolqın ushin sol dóneslikler menen oyıqlar orınları úsh koordinatanıń járdeminde anıqlanatuǵın noqatlar emes, al sıziqlardıń semeystvoları bolıp tabıladı. Bunnan sózdin ádettegidey mánisinde elektronnıń (tap sol sıyaqlı qálegen basqa elementar bólekshenin) "bólekshe" emes ekenligi hám bóleksheler ushin beriletuǵın xarakteristikalarǵı elektronlarǵa beriwge bolmaytuǵınlıǵı kelip shıǵadı. *Kvantlıq mexanika* tárepinen ótkerilgen tájiriybelerdin tallanıwı elektronnıń x, y, z koordinataları (elektron qaysı orında turıptı degen soraw) menen onıń sol noqattaǵı v tezlikleriniń (elektronnıń tezligi qanday hám ol qaysı baǵıtta qozǵalıp baratır degen soraw) tek ǵana belgili bir dálilikte anıqlanatuǵınlıǵın kórsetedi. Elektronnıń x koordinatası qanshama kishi Δx anıqsızlıq penen anıqlanǵan bolsa, onda onıń tezligi v sonshama úlken Δv anıqsızlıǵı menen anıqlanadı. Múmkin bolǵan jaqınlasıwdıń dárejesi kvantlıq mexanika boyınsha anıqlanadı, atap aytqanda, kvantlıq mexanika Δx penen Δv anıqsızlıqlarınıń arasında

$$\Delta x \cdot \Delta v \geq h/m \quad (7)$$

qatnası bar dep tastıyıqlaydı. Bul tensizlikte m arqalı bólekshenin massası, h arqalı *Plank turaqlısı*

dep atalatuǵın hám

$$h = 6,624 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sek}.$$

shamasına ten turaqlı belgilengen.

Kvantlıq mexanika boyınsha ulıwmalıq xarakterge iye bolǵan (7)-qatnas *anıqsızlıq qatnası* dep ataladı.

Anıqsızlıq qatnasının fizikalıq mánisi III tomda tolıǵıraq tallanadı... Elektrondı (sonın menen birge qálegen elementar bólekshe) tek juwıq túrde ǵana klassikalıq mexanikanın "bólekshe" dep qaray alamız. Anıqsızlıq qatnası klassikalıq mexanikanın kóz-qaraslarının qollanıw sheklerin kórsetedi.

Plank turaqlısı h tın mánisinin kishi bolıwına baylanıslı koordinatalar menen tezliklerdegi anıqsızlıqtın shamaları tek elementar bólekshelede ǵana áhmiyetke iye. Dáslep massası $t = 10^{12} \text{ g}$ bolǵan shannın bólekshesin qaraymız. Onın koordinataların $\Delta x = 10^{-6} \text{ sm}$ dállikte (yaǵnıy 0,01 mkm) anıqladıq dep boljayıq. Bunday jaǵdayda (7)-anlatpa boyınsha tezlikte Δv_x qurawshısındaǵı anıqsızlıqtın shaması ushın

$$\Delta v_x \sim \frac{h}{m\Delta x} = \frac{6,6 \cdot 10^{-27} \text{ sm}}{10^{-12} \cdot 10^{-6} \text{ sek}} \approx 10^{-8} \frac{\text{sm}}{\text{sek}}$$

mánisin alamız, yaǵnıy tezlikte anıqlawdaǵı Δv_x shamasındaǵı anıqsızlıq júdá kishi eken. Basqa sózler menen aytqanda júdá kishi bolǵan shannın túyirtpeginin koordinatası menen tezligin ámeliy jaqtan qálegenshe dál anıqlaw múmkin eken. SHannın túyirtpegi ádettegi mániste "bólekshe" bolıp tabıladı eken.

Endi traektoriyası mınaday bolǵan elektrondı qaraymız: elektron diafragma daǵı diametri 0,01 sm bolǵan d sanlaǵı arqalı ushıp ótip fosforesciyalanatuǵın ekrangá kelip túsip jaqtılıqtı payda etken (tezligi úlken bolǵan elektronlar "scintillyaciylar" dep atalatuǵın jaqtılıqtın shıǵıwın júzege keltiredi). Usı orındı biz 0,01 sm dállikte belgiledik.

Bunday jaǵdayda, elektron ushın $\Delta x \cong 10^{-2} \text{ sm}$. Bunnan elektronnın massasının $t = 9 \cdot 10^{-28} \text{ g}$ ekenligin esapqa alıp, onın tezligindegi anıqsızlıqtı esaplaymız:

$$\Delta v_x \sim \frac{h}{m\Delta x} = \frac{6,6 \cdot 10^{-27} \text{ sm}}{9 \cdot 10^{-28} \cdot 10^{-2} \text{ sek}} \cong 7 \cdot 10^2 \frac{\text{sm}}{\text{sek}}.$$

Tezlikte mánisindegi bul anıqsızlıq absolyut mánisi boyınsha ádewir úlken, biraq eger biz usınday tájiriyyede elektronnın tezliginin mánisinin júdá úlken bolatuǵınlıǵın esapqa alsaq (shama menen 10^8 sm/sek), onda (7)-tenlikten kelip shıǵatuǵın anıqsızlıqtın mánisinin tezlikte mánisinin tek 0,001 procentin ǵana quraytuǵınlıǵın kóremiz. Basqa sózler menen aytqanda: biz kórsetken sharayatlarda elektrondı iyelegen ornı menen tezliginin mánisi ámelde joqarı dállikte anıqlanatuǵın bólekshe sıpatında qarawǵa boladı. Dáslepki waqıtları usınday tiptegi tájiriyyeler elektrondın qásiyetlerin anıqlaw ushın xızmet etti. Sonlıqtan dáslepki waqıtları elektron boyınsha klassikalıq kóz-qaraslardı paydalanıwǵa bolatuǵın "bólekshe" haqqındaǵı kóz-qaraslar qalıplesti.

Aqırında atomnın ishinde qozǵalatuǵın elektrondı qaraymız. Atomnın ózinin ólshemleri shama menen 10^{-8} sm bolǵanlıqtan elektronnın ornı en keminde usınday dállikte anıqlanıwı gerek:

$$\Delta x \cong 10^{-8} \text{ sm}.$$

Bunnan (7)-anlatpa boyınsha:

$$\Delta v_x \sim \frac{h}{m\Delta v} = \frac{6,6 \cdot 10^{-27} \text{ sm}}{9 \cdot 10^{-28} \cdot 10^{-8} \text{ sek}} \cong 7 \cdot 10^8 \frac{\text{sm}}{\text{sek}}.$$

Atomnın ishindegi elektronnın ózinin tezligi shama menen $10^8 \frac{\text{sm}}{\text{sek}}$ shamasına ten bolǵanlıqtan, biz alǵan nátiye atomnın ishindegi elektronnın turǵan ornı belgili bolǵan jaǵdayda onın tezliginin mánisinin anıq emes bolatuǵınlıǵın kórsetedi. Basqa sózler menen aytqanda: atomnın ishindegi elektrondı hesh qashan "bólekshe" dep qarawǵa bolmaydı. Haqıyqatında da, atomlardın ishindegi elektrondın qozǵalısların klassikalıq mexanikanın kóz-qarasları menen

qaraw ayqın túrdegi qarama-qarsılıqlardıń payda bolıwına alıp keledi. Tap sonday klassikalıq dállikte elektronlardıń iyelegen ornın "atomlıq dállikte" anıqlaw talap etiletuǵın jaǵdaylar bir qatar basqa da qubılıslarda orın aladı. Bunday qubılıslar kvantlıq mexanikanın járdeminde durıs táriyiplenedi.

IV BAP

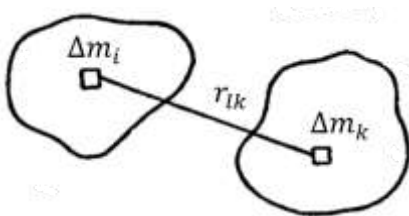
TARTILIS KÚSHLERI

§ 32. Tartilis kúshleri. Barlıq deneler bir birine tartıladı. Denelerdin Jerge qulap túsiwi, Aydın Jerdin dógerindegi tuyıq orbita boyınsha qozǵalıwı, planetalardıń Quyashtın dógerinde aylanıwı h.t.b. pútkil dúnyalıq tartılistin saldarınan júzege keledi. Tartilis kúshleri baǵınatuǵın nızam birinshi ret 1687-jılı Nyuton tárepinen ashıldı. *Nyutonnın pútkil dúnyalıq tartilis nızamı boyınsha: qálegen eki dene bir biri menen olardıń massalarınan kóbeymesine tuwrı proporcional hám olar arasındadıǵı qashıqlıqtın kvadratına kerı proporcional kúsh penen tartısadı.* Tartısıwshı denelerdin massaların m_1 hám m_2 arqalı, al olar arasındadıǵı qashıqlıqtı r arqalı belgilep

$$f = k \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (1)$$

anatpasına iye bolamız. Bul anatpada k arqalı *tartısıw turaqlısı* dep atalatuǵın belgili turaqlı belgilengen. Onın san mánisi f kúshin, m massanın hám r qashıqlıqtın qanday birliklerde ólshenip atırǵanlıǵınan ǵárezli.

Joqarıda keltirilgen formulirovkada Nyutonnın nızamı deneler arasındadıǵı qashıqlıqtın shamasına salıstırǵanda olardıń ólshemleri júdá kishi bolǵan jaǵdayda durıs boladı.



68-súwret.

Tartısıwshı denelerdin elementar kólemleri.

Eger denelerdin ólshemleri olardıń arasındadıǵı qashıqlıq penen salıstırarlıqtay bolsa, onda denelerdin hár birin elementlerge bóliw kerek boladı (68-súwret). Bunday jaǵdayda elementlerdin hár bir jubı ushın Nyutonnın tartilis nızamının orınlanıwı kerek. Sonlıqtan birinshi denenin i-elementi menen ekinshi denenin k-elementi arasındadıǵı tartilis kúshi ushın

$$\Delta f_{ik} = k \frac{\Delta m_i \Delta m_k}{r_{ik}^2}$$

anatpası orınlı boladı. Óz-ara tásirlesiwge sáykes keletuǵın tolıq kúsh kúshlerdin barlıq elementlerinin qosındısına ten²⁵:

$$f = \sum_{i,k} \Delta f_{ik}$$

Hár qanday formalarǵa iye bolǵan deneler ushın bunday esaplawlardın nátiyjeleri pútkilley hár qıylı túrlerge iye boladı. Esaplawlar bir tekli sharlar ushın en ápiwayı túrde orınlanadı: eki bir tekli shar bir biri menen $f = k \frac{m_1 m_2}{r^2}$ kúshi menen tartısadı. Bul formulada m_1 menen m_2 arqalı sharlardın massası, al r arqalı olardıń *orayları arasındadıǵı qashıqlıq* belgilengen. (1)-anatpa menen birdey bolǵan bul anatpa sharlar arasındadıǵı qálegen qashıqlıq ushın durıs.

XVIII hám XIX ásirlerde kóp sanlı fizikler tartılistı qanday da bir "qashıqlıqtan tásirlesiw" dep esaplap, deneler arasındadıǵı kenislikin tutqan ornın esapqa almadı. Haqıyqatında qálegen dene ózin qorshaǵan ortalıqta qanday da bir ózgeristi júzege keltiredi. Bul ózgeris materiyanın ayrıqsha túri bolıp tabılatuǵın *tartilis maydanının* payda bolıwınan ibarat (II tomda gáp etiletuǵın elektromagnit maydanı menen salıstırınız). Denelerdin bir birine tartılıwı olardıń tartilis

²⁵ Dene bólinetuǵın elementlerdin sheksiz kishi bolıwı kerek bolǵanlıqtan máseleni integrallawǵa alıp keliw kerek.

maydanları menen óz-ara tásirlesiwinin saldarı bolıp tabıladı.

Pútkil dúnyalıq tartılıs nızamınan Jerdin betindegi denelerdin barlıgının birdey tezleniw menen túsetuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Haqıyqatında da, massası m bolǵan dene tárepinen alınatuǵın tezleniw

$$w = \frac{f}{m}$$

formulasının járdeminde anıqlanadı. Bul formulada f arqalı jer sharı menen dene arasındagı tartılıs kúshi belgilengen. Nyutonnın tartılıs nızamı boyınsha:

$$f = k \frac{mM_J}{R_J^2}.$$

Bul tenlikte M_J arqalı Jerdin massası, al R_J arqalı Jerdin radiusı belgilengen. Bunnan

$$w = k \frac{mM_J}{R_J^2} \frac{1}{m} = k \frac{M_J}{R_J^2}$$

tenliklerine iye bolamız. Biraq Jerdin massası menen onın radiusı turaqlı shama bolǵanlıqtan, biz barlıq denelerdin Jerdin betinde birdey

$$g_0 = k \frac{M_J}{R_J^2}$$

tezleniwi menen túsetuǵınlıǵın kóremiz

Bul jerde gáp denelerdin qarsılıq kúshleri, solardın ishinde hawanın qarsılıǵı bolmaǵan jaǵdaydagı erkin túsiwi haqqında bolıp atır. Sonın menen birge salmaq kúshinin orınnın kenliginen ǵárezligi inabatqa alınıp atırǵan joq (23-paragrafqa qaranız).

Massası m bolǵan dene Jerge qaray tartılatuǵın kústın shaması denenin Jerdin betinen qanday h biyikliginde turǵanlıǵınan ǵárezli. Nyutonnın tartılıs nızamı boyınsha dene Jerge qaray

$$f = k \frac{mM_J}{R^2}$$

kúshi menen tartıladı. Bul formulada R arqalı Jerdin orayınan denegе shekemgi qashıqlıq belgilengen. $R = R_J + h$ bolǵanlıqtan

$$f = k \frac{mM_J}{(R_J + h)^2}$$

formulasına iye bolamız. f kúshi denenin h biyikligindegi P_h salmaǵı bolıp tabıladı. Denenin Jerdin betindegi salmaǵın P_0 arqalı belgilep, mınalargá iye bolamız:

$$P_0 = k \frac{mM_J}{R_J^2}.$$

Bunnan

$$\frac{P_h}{P_0} = \frac{R_J^2}{(R_J + h)^2}$$

qatnasın alamız. Ámelde h biyikliktin shaması R_J Jerdin radiusınan júdá kishi bolǵanlıqtan juwıq túrde

$$\frac{P_h}{P_0} = \frac{1}{1 + 2h/R_J} = 1 - 2\frac{h}{R_J}$$

formulasına iye bolamız.

Jer sharının radiusı $R_J = 6370 \text{ km}$. Bunnan biyikligi $6,4 \text{ km}$ bolǵan tawdın bası ushın

$$\frac{P_h}{P_0} = 1 - 2\frac{1}{1000} = 1 - 0,002$$

shamasın alamız. YAǵnıy usınday tawdın basında denenin salmaǵı tenizdin qáddindegi salmaqın tek 0,2 procentke ǵana kishi boladı eken. Tartılıs kúshinin shamasının qashıqlıqtan ǵárezligin Jerdin betindegi denelerdin salmaǵın baqlaw arqalı anıqlawǵa bolatuǵın bolsa da, bul usıl bul baylanıstın kishi bolıwına baylanıslı tartılıs kúshinin aralıqtın kvadratına kerı proporcionallıǵın dál tekserip kóriw ushın jaramsız bolıp tabıladı. Nyuton tartılıs kúshinin aralıqtın kvadratınan ǵárezligin Aydın qozǵalısnı baqlaw arqalı taptı.

Nyutonnın tallawların barısı minalardan ibarat: eger tartılıs nızamı (1)-formuladay túrge iye bolsa, onda Jerdin aydı tartıw kúshi mınağan ten:

$$f = k \frac{M_A M_J}{R^2}$$

Bul formulada M_A arqalı Aydın massası, al R arqalı Jerden qashıqlığı belgilengen. Bunnan Aydın Jerge qaray tezleniw

$$w_n = \frac{f}{M_A} = k \frac{M_J}{R^2}$$

shamasına ten boladı. (2)-tenleme boyınsha g_0 din shamasın bul formulağa qoysaq tezleniw ushın

$$w_n = g_0 \frac{R_J^2}{R^2}$$

tenligine iye bolamız. Bul tezleniw Aydın Jerdin dógeresinde dóngelek orbita boyınsha aylanıwın nátıyjesinde payda bolğan orayğa umtılwshı tezleniw bolıp tabıladı. Astronomiyalıq baqlawlardan Jerden Ayğa shekemgi qashıqlıqtın Jerdin radiusınan 60 ese úlken ekenligi belgili. Bunnan

$$w_n = \frac{g_0}{60^2} = \frac{981}{3600} \frac{sm}{sek^2} = 0,27 \frac{sm}{sek^2}$$

shamasın alamız. Ekinshi tárepten tap sol orayğa umtılwshı tezleniwdi kinematikalıq usıl menen de esaplawğa boladı:

$$w_n = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{RT^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

Bul tenliklerde v arqalı Aydın orbitasındağı sızıqlı tezligi, T arqalı Jerdin dógeresindegi aylanıw dáwiri belgilengen. Aylanıw dáwirdin 27 sutka 7 saat 43 minut, onın 2 360 580 sek shamasına ten jáne $R = 60 \cdot R_J = 60 \cdot 6370 \text{ km}$ ekenligen paydalanıp

$$w_n = \frac{4\pi^2 \cdot 60 \cdot 6370 \cdot 10^5}{(2\,360\,580)^2} \frac{sm}{sek^2} = 0,27 \frac{sm}{sek^2}$$

shamasına iye bolamız. Solay etip, eki usıldın da Aydın orayğa umtılwshı tezleniw ushın birdey mánisti beriw (1)-formulanın durıslıgının dálili sıpatında xızmet etedi.

k tartılıs turaqlısının mánisi birinshi ret 1798-jılı Kevendish tárepinen buralıw tárezisinin járdeminde ólshendi. Kevendish tárepinen paydalanılğan ásbap sxema túrinde 69-súwrette kórsetilgen. Gorizont bağıtındağı tárezinin oǵına eki sterjennin járdeminde hár qaysısının massası 158 kg bolğan eki qorǵasın shar ildirilgen. Tárezinin oǵınan tómende qozǵalmaytuǵın B golovkasına jinishke C siminin bir ushı bekitilgen. simnin ekinshi ushına jenil l sterjeni bekitilgen bolıp, onın ushların massaları m_1 hám m_2 bolğan úlken bolmağan eki qorǵasın shar bekitilgen. Kavendish tájiriybelerinde bul sharların massaları 730 g bolğan. Tárezinin A oǵın burǵanda úlken sharlar kishkene sharlarǵa jaqınlasadı hám olardı tartadı, tartısıwdı m_1 hám m_2 sharları bekitilgen l sterjeninin burılıwı boyınsha seziw múmkin. C siminin ser pimli qásiyetlerin bilip, tartılıs kúshinin shamasın ólshewge bolatuǵın edi hám nátıyjede tartılıs turıqlısı k nın mánisin anıqlawdın sáti tústi. Bunnan keyin Kevendishtin tájiriybeleri kóp ret qaytalandı. Házirgi waqıtları k turaqlısı ushın

$$k = 6,685 \cdot 10^{-8} \text{ sm}^3/\text{g} \cdot \text{sek}^2$$

mánisi qabıl etilgen²⁶. Bunnan hár qaysısının massası 1 g bolğan hám orayları bir birinen 1 sm qashıqlıqta turğan eki shardın bir birine qaray $6,685 \cdot 10^{-8} \text{ din}$ kúsh penen tartısatuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

k turaqlısı ápiwayı san emes, biraq ólshemge iye boladı. Onın ólshemi mınaday qatnastan tabıladı:

$$k = \frac{f \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2}.$$

Nátıyjede

²⁶ Házirgi waqıtları (2021-jıl) k ushın $6,67430(15) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$ shaması qabıl etilgen (Awdarıwshılar)

$$[k] = \frac{[f][r^2]}{[m^2]} = \frac{MLT^{-2} \cdot L^2}{M^2} = L^3 M^{-1} T^{-2}$$

tenliklerine iye bolamiz. Bunnan *CGS* sistemasında k nın $sm^3/g \text{ sek}^2$ birliklerinde ólshenetuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

k turaqlısının joqarıda kórsetilgen ólshemin biz kúshtin birliǵın hám ólshemin tapqannan keyin $f = mw$ Nyutonnın ekinshi nızamının járdeminde aldıq. Biraq kerisinshe háreket etiwge de boladı: (1)-pútkil dúnyalıq tartılıs nızamında k turaqlısın 1 ge ten hám sonlıqtan onı ólshem birliǵı joq turaqlı dep esaplaǵan jaǵdayda Nyutonnın ekinshi nızamına jana k' turaqlısın kirgiziw kerek boladı. Bunday jaǵdayda Nyutonnın ekinshi nızamın bilayınsha jazamız:

$$f = k' mw. \quad (3)$$

Usıǵan sákes, *CGS* sistemasın paydalanıp biz kúshtin birliǵı sıpatında massası 1 g bolǵan orayı shardıń orayınan 1 sm qashıqlıqta turǵan tap sonday 1 g massaǵa iye shardı tartıw kúshin qabıl etemiz. Kúshtin bul birliǵı $6,685 \cdot 10^{-8}$ dinaǵa ten.

Nátiyjede kúshtin ólshemi ádettegi $[f] = MLT^{-2}$ ólshemnin ornına tómendegidey ólshemge iye boladı:

$$[f] = \frac{[m][m]}{[r^2]} = M^2 L^{-2}.$$

Nyutonnın ekinshi nızamındaǵı k' turaqlısı (onı "dinamikalıq turaqlı" dep atawǵa boladı)

$$[k'] = \frac{[f]}{[m] \cdot [w]} = \frac{M^2 L^{-2}}{MLT^{-2}} = L^{-3} MT^2$$

ólshemine iye boladı. Al, onın sanlı mánisi mınaǵan ten:

$$k' = \frac{1}{6,685 \cdot 10^{-8}} \frac{g \text{ sek}^2}{sm^3} = 1,496 \cdot 10^7 \frac{g \text{ sek}^2}{sm^3}.$$

Demek, hár qıylı nızamlardan kelip shıǵıp biz hár qıylı bolǵan birliklerdin *CGS* sistemasın aladı ekenbiz. Biz fizikalıq shamanın ólshemleri hár qıylı sistemalarda hár qıylı bolıp shıǵadı. Ádettegi *CGS*-sisteması "dinamikalıq" dep, al birliklerdin *CGS*-sistemasın (bul sistemada kúshtin birliǵı hám ólshemi tartılıs nızamının tiykarında tabıladı) "gravitaciyalıq" dep atawǵa boladı. Bul sistemanın ekewinde de tezlikdin, tezleniwdin hám basqa da kinematikalıq shamalardin ólshemleri birdey, biraq kúshtin, energiyanın, jumıstın, quwattın h.t.b. ólshemleri hár qıylı. Mexanikada sistemalardin tek birewi bolǵan "dinamikalıq" sistema qollanıladı. Elektr hám magnetizm haqqındaǵı tálimatta (bul haqqında II tomda aytıladı) hár qıylı bolǵan eki *CGS* sistemasın paydalanadı (birewi "elektrostatikalıq", al ekinshisi "elektromagnitlik" sistema dep ataladı).

Tartılıs turaqlısı k' tı biliw Jerdin massasın hám tıǵızlıǵın, sonın menen birge basqa da aspan denelerinin massaların anıqlawǵa múmkinshilik beredi.

(2)-formulanı paydalanıp, biz

$$M_J = \frac{g_0 R_J^2}{k}$$

formulasına iye bolamız hám bunnan salmaq kúshinin tezleniwi g_0 shamasın hám Jerdin radiusı bolǵan R_J shamasın jáne k tartısıw turaqlısının mánisin bilip Jer sharının massasın tikkeley anıqlaymız hám $M_J = 5,98 \cdot 10^{27} g$ shamasın alamız.

Jerdin ortasha tıǵızlıǵın minaday qatnastın járdeminde esaplaymız:

$$\bar{d} = \frac{M_J}{\frac{4}{3} \pi R_J^3}.$$

Bul formulaǵa kiretuǵın shamalardin san mánislerin qoysaq $\bar{d} = 5,5 G/sm^3$ nátiyjesin alamız.

Dógereginde joldas aylanatuǵın oraylıq jaqtırtqıstın massasın tómendegishe anıqlaw múmkin. Meyli, M_c oraylıq jaqtırtqıstın massası, M_i onın joldasınan massası, R_i olar arasındaǵı qashıqlıq bolsın. Tartıw kúshi f joldastın orayǵa umtılwshı tezleniwin payda etedi:

$$f = M_i w.$$

Bunnan

$$k \cdot \frac{M_i M_c}{R_i^2} = M_i \frac{4\pi^2 R_i}{T_i^2} \quad (4)$$

qatnasın alamız. Bul qatnasta T_i arqalı joldastın aylanıw dáwiri belgilengen. Bunnan biz izlep atırǵan M_c shamasın esaplawǵa múmkinshilik beretuǵın

$$M_c = \frac{4\pi^2}{k} \cdot \frac{R_i^2}{T_i^2}$$

formulasına iye bolamız. Demek, joldastın orbitasınıń radiusın hám onın aylanıw dáwirin bilip, biz oraylıq jaqtırtqıstın massasın esaplay aladı ekenbiz. Tap usınday jollar menen Jer orbitasınıń radiusı menen jıldın uzaqlıǵı boyınsha Quyashtın massasın anıqlaw múmkin. Bunday jaǵdayda $M_c = 1,98 \cdot 10^{33} g$ mánisin alamız.

(4)-formuladan

$$\frac{R_i^3}{T_i^2} = \frac{k M_c}{4\pi^2}$$

tenligine iye bolamız. Bul tenliktin on tárepindegi shamalar berilgen oraylıq jaqtırtqıstın dógeresinde aylanatuǵın barlıq joldaslar ushın birdey. Bunnan mınaday juwmaq shıǵaramız: joldaslardıń (planetalardıń) aylanıw dáwirlerinin kvadratlarınń qatnasları olardıń oraylıq jaqtırtqıshlarǵa (Quyashqa) shekemgi qashıqlıqlarının kublarınń qatnasına ten. Quyashtın sistemasının planetaları ushın bul nızam Kepler tárepinen ashıldı hám *Keplerdin úshinshi nızamı* dep ataladı.

§ 33. Inerciyalıq hám salmaq payda etetuǵın massa. Salmaq kúshinin jumısı. Fizikalıq shama bolǵan massa tiykarǵı hám bir biri menen ǵárezsiz bolǵan eki nızamǵa, Nyutonnın ekinshi nızamına ($f = mw$) hám pútkil dúnyalıq tartılıs nızamına ($f = k \frac{m_1 m_2}{r^2}$) kiredi.

Nyutonnın ekinshi nızamında massa denelerdin inerciyalıq qásiyetlerin, al pútkil dúnyalıq tartılıs nızamında bolsa, massa denelerdin tartılıs maydanın payda etiw hám tartılıs maydanı menen tásirlesiw qásiyetin táriyipleydi.

Usı jaǵdayǵa baylanıslı mınaday sorawdın qoyılıwı múmkin: eki nızamda da qatnasatuǵın massalar bir fizikalıq shama ma yamasa qanday da bir sebeplerge baylanıslı bir biri menen baylanısqan hár qıylı shama ma? Usınday jaǵdaydın sebebinen tariyxıy jaqtan Nyutonnın ekinshi nızamına qatnasatuǵın *inerciyalıq* hám pútkil dúnyalıq tartılıs nızamına qatnasatuǵın *tartılıs payda etetuǵın* massalar haqqındaǵı túsiniqler payda boldı. Tájiriybeler bizde eki massanın da, eger olardı bir birinen ayırıw kerek bolsa, bir birine proporcional ekenligin haqqında isenim payda etedi.

Bul jaǵdaydın orın alatuǵınlıǵı en dáslep erkin túsiw tezleniwi bolǵan g_0 shamasının barlıq deneler ushın birdey ekenliginde kórinedi. Haqıyqıy erkin túsiwdegi g_0 tezleniwin ólshew qıyın orınlanatuǵın tájiriybelerdin qatarına kiretuǵın bolsa da, mayatniklerdin terbelislerin baqlaw g_0 shamasın úlken dállikte ólshewge múmkinshilik beredi. Nyutonnın ózi inerciyalıq hám tartılıs payda etetuǵın massalar arasındǵı proporcionallıqtın 1/1000 dálliginde orınlatatuǵınlıǵın kórsetti. Bessel hár qıylı zatlardan soǵılǵan mayatnikler menen tájiriybeler ótkergen hám ol da 1/60 000 dálliginde tap sonday juwmaqqa kelgen. Keyinirek proporcionallıqtın radioaktivli zatlar ushın da orınlanatuǵınlıǵın kórsetti.

Tartılıs payda etetuǵın massa menen inerciyalıq massa arasındǵı proporcionallıq 1894-jılı Etvesh tárepinen burılatuǵın tárezinin járdeminde júdá joqarı dállikte anıqlandı. Etveshtin tájiriybelerinin ideyası mınalardan ibarat: Jer sharının betinde salmaq kúshi P_ϕ din baǵıtı Jerdin orayına qaray baǵıtlanǵan tartılıs kúsh menen inerciyalıq oraydan qashıwshı kúshtin qosındısı túrinde anıqlanadı (23-paragrafqa qaranız). Birinshi kúsh tartılıs payda etetuǵın massa tárepinen, ekinshi kúsh onın inerciyalıq massası tárepinen payda etiledi. Eger bul eki massa bir birine proporcional bolmasa, onda P_ϕ salmaq kúshinin shaması hár qıylı deneler ushın hár qıylı bolıwı kerek. Etvesh buralıwshı tárezinin oǵının bir ushına platinadan soǵılǵan deneni, al ekinshi ushına

izertleniwshi deneni bekitti. Tárezinin oǵının baǵıtı belgili bolǵanday (mısalı shıǵıstan batısqa qaraǵan) etip ásbaptın baǵıtı saylap alınǵan. Bunnan keyin ásbaptı 180° qa burǵan.

Inerciyalıq hám salmaq payda etetuǵın massalar bir birine proporcional bolmaǵan jaǵdayda bir jup kúshlin payda bolıwı hám usınday kúshler jubının tásirinde tárezinin oǵının burılıwı kerek. Al tájiriybelerdin barısında $6 \cdot 10^{-4}$ múyeshlik sekundtan úlken bolǵan awısıwlar baqlanbaǵan. Bunday júdá kishi bolǵan burılıwlar tosattan júzege keletuǵın burılıwlardıń xarakterine iye. Eki massanın bir birine proporcionallıǵı eki júz millionnan bir shamasına shekemgi dállikte saqlandı.

Solay etip, ótkerilgen barlıq tájiriybelerden *salmaq payda etetuǵın hám inerciyalıq massalardı bir birinen ayırıwdın múmkin emes ekenligi* kelip shıǵadı: tájiriybeler bizde *bir fizikalıq shama bolǵan massanın hár qıylı kóriniwleri menen is alıp baramız degen isenimdi* payda etedi. Eynshteynnin tartılıs teoriiyası usı kóz-qarastın durıs ekenligin tastıyıqladı. Nátiyjede házirgi waqıtları hár qıylı fizikalıq shamalar bolǵan inerciyalıq massa menen salmaq payda etetuǵın massanın bar ekenligi haqqındaǵı másele tek tariyxıy qızıǵıw payda etedi.

32-paragrafta kórsetilip ótilgenindey, qálegen dene ózin qorshaǵan kenislikte tartılıs maydanın payda etedi. Mısalı, usınday maydandı Jer sharı payda etedi. Jer sharı tárepinen payda etilgen tartılıs kúshleri salmaq kúshleri dep atalatuǵın bolǵanlıqtan, *salmaq kúshinin maydanı* atamasın paydalanıw da durıs boladı. Jerdin betinin qasında salmaq kúshinin shaması ámeliy jaqtan turaqlı. Bunday jaǵdayda salmaq kúshinin maydanın bir tekli dep ataymız.

27-paragrafta kórsetilip ótilgenindey, salmaq kúshi maydanında islengen jumıs *joldın forması menen uzınlıǵınan ǵárezli emes, al qozǵalıstın nátiyjesinde denenin kóteriliwinin biyikliginin qanday shamaǵa ózgergenliginen ǵárezli*.

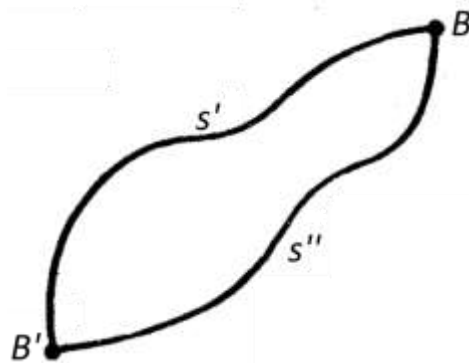
Eger biz B noqatınan B' noqatına dáslep s' , al keyin s'' jolı menen ótetuǵın bolsaq (70-súwret), onda joqarıda ayılǵan jaǵdayǵa baylanıslı usı eki jol boyınsha júriwdin barısında orınlanǵan A' hám A'' jumısları bir birine ten bolıwı kerek, yaǵnıy $A' = A''$. B' noqatınan B noqatına s'' jolı menen qozǵalǵanda $A''' = -A''$ jumısı orınlanadı. Bunnan minaday juwmaqtı shıǵarıw múmkin: eger biz dáslep B noqatınan s' jolı menen B' noqatına, al bunnan keyin B' noqatınan B noqatına s'' jolı menen ótsek, onda minaday qosındı jumıs islenedi:

$$A_{BB'B} = A' + A''' = A' - A'' = 0.$$

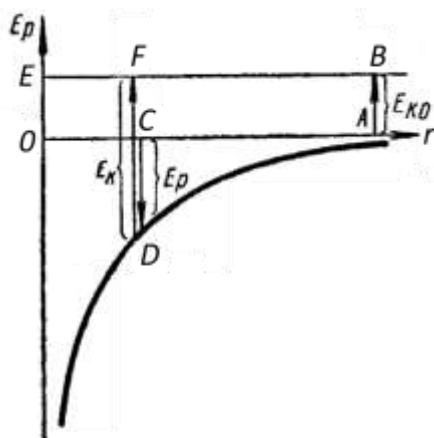
B noqatına qayıp kelgende potenciallıq energıyanın ózgerisinin nolge ten bolatuǵınlıǵına baylanıslı da tap usınday nátiyje alınadı. Solay etip, *salmaq maydanında tuyıq jol menen qozǵalǵanda qosındı jumıs nolge ten boladı eken*.

70-súwret.

Salmaq kúshlerinin jumısı s'' hám s' jollarının formasınan ǵárezli emes.



Jumıstın shaması tek joldın baslanǵısh hám aqırǵı noqatları turǵan orınnan ǵana ǵárezli, al joldın formasınan ǵárezli emes degen juwmaq bir tekli bolmaǵan salmaq kúshinin maydanı ushın da orınlı.



Pútkil dúnyalıq tartılıs nızamı

71-súwret.

Nyutonnın nızamı boyınsha bir biri menen tartısatuǵın eki denenin potentsiallıq energiyası giperbola menen súwretlenedi.

$$f = k \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

boyınsha bir birine tartılatusın massaları m_1 hám m_2 bolǵan eki dene ushın potentsiallıq energiyanın

$$E_p = -k \frac{m_1 m_2}{r} \quad (2)$$

shamasına ten ekenligin kórsetiwge boladı. Minus belgisi bir birinen sheksiz qashıqlatılǵan eki denenin ($r = \infty$) potentsiallıq energiyasının shártli túrde nolge ten dep alınatuǵınlıǵı menen baylanıslı. Sebebi eki deneni bir birinen qashıqlatıw ushın sırtqı kúshler tárepinen on jumıstın isleniwi kerek; deneler bir birine jaqınlasqanda potentsiallıq energiya kishireyedi, demek onın mánisi nolden kishi bolǵan shamaǵa, yaǵnıy teris boladı.

Bir biri menen (1)-formulaǵa sáykes tartısatuǵın denelerdin potentsiallıq energiyasın grafikalıq usıl menen 71-súwrette keltirilgen iymekliktin járdeminde súwretlewge boladı. Bul iymeklik giperbolanın shaqası bolıp tabıladı.

1 hám 2 deneleri bir biri menen tartısadı dep boljaymız. 2 denesinin 1 denesine salıstırǵandaǵı qozǵalısnı qaraymız. Eger denelerdin tolıq energiyası E shamasına ten bolsa (71-súwret), onda 2 denesi 1 denesinen sheksiz úlken qashıqlıqta jaylasqanda

$$E_{k0} = \frac{m_2 v_0^2}{2} = E$$

kinetikalıq energiyasına sáykes keletuǵın v_0 tezligi menen qozǵalǵanlıǵın anǵartadı. Bunnan v_0 tezligi ushın

$$v_0 = \sqrt{\frac{2E}{m_2}}$$

anlatpasına iye bolamız. E_{k0} kinetikalıq energiyası AB kesindisi menen súwretlenedi. r shaması kishireygende (2 denesi 1 denesine jaqınlaydı) potentsiallıq energiya kishireye baslaydı hám teris mániske iye boladı; kinetikalıq energiya bolsa úlkeyedi, usının menen birge 2 denesinin tezligi de ósedi. OC kesindisi menen súwretlengen bazı bir belgili bolǵan r qashıqlıǵı ushın kinetikalıq energiya DF kesindisi menen súwretlengen; bul kesindi joqarıdan tómengge qaray baǵıtlanǵan, al ol kinetikalıq energiyanın on belgisine sáykes keledi. Potentsiallıq energiya CD kesindisi menen súwretlenedi, al ol potentsiallıq energiyanın teris mánisine sáykes keledi.

Qozǵalıstı júzege keletuǵın barlıq waqıtta kinetikalıq energiya menen potentsiallıq energiyanın qosındısı $E_p + E_k$ turaqlı bolıp qaladı hám tolıq energiya E ge ten boladı:

$$E_p + E_k = E. \quad (2)$$

1 denesin qozǵalmaydı dep esaplap, $E_k = \frac{m_2 v^2}{2}$ anlatpasın alamız. Bul anlatpada v arqalı eki dene arasındaqı qashıqlıq r shamasına ten bolǵan waqıttaǵı 2 denesinin 1 denesine salıstırǵandaǵı tezligi belgilengen. E_k ushın jazılǵan usı anlatpanı paydalanıp (1)- hám (2)-tenliklerden

$$\frac{m_2 v^2}{2} - k \frac{m_1 m_2}{r} = E$$

tenligine iye bolamız. Bunnan

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m_2} + k \frac{2m_1}{r}} = \sqrt{v_0^2 + k \frac{2m_1}{r}} \quad (3)$$

anlatpasın alamız.

2 denesi 1 denesinen sheksiz úlken qashıqlıqta $v_0 = 0$ tezligine iye bolğan bolsa, onda

$$v = \sqrt{k \frac{2m_1}{r}} \quad (3a)$$

tezligine iye bolğan bolar edi.

Jerge sheksizlikten baslanğısh $v_0 = 0$ tezligi menen túsetuǵın massası m bolğan deneni qaraymız. Bunday jaǵdayda (3a) formulasına saykes Jerdin betine jetkende bul denenin tezligi

$$v = \sqrt{k \frac{2M_J}{R_J}}$$

shamasına shekem úlkeygen bolar edi. Bul formulada M_J arqalı Jerdin massası, al R_J arqalı onın radiusı belgilengen. $k = 6,685 \cdot 10^{-8} \text{ sm/g} \cdot \text{sek}^2$, $M_J = 5,98 \cdot 10^{27} \text{ g}$ hám $R_J = 6,37 \cdot 10^8 \text{ sm}$ shamaların qoyıp

$$v = \sqrt{6,685 \cdot 10^{-8} \frac{2 \cdot 5,98 \cdot 10^{27}}{6,37 \cdot 10^8} \frac{\text{sm}}{\text{sek}}} = 11,2 \cdot 10^5 \frac{\text{sm}}{\text{sek}}$$

shamasına iye bolamız.

Solay etip, Jerdin betine sheksizlikten kelip túsetuǵın dene Jerdin tartıwının nátiyjesinde $11,2 \text{ km/sek}$ tezlikke iye bolğan bolar edi. Kerisinshe, Jerdin betinen vertikal baǵıtta $11,2 \text{ km/sek}$ tezlik penen ılaqtırılğan dene (álbette, hawanın qarsılıǵın esapqa almağan jaǵdayda) Jerge qayıp túspeydi. Bul tezlikti *ekinshi kosmoslıq tezlik* dep ataydı.

V BAP

QATTI DENENIN QOZĞALISI

§ 34. Qattı denenin qozğalı. Qattı denenin qozğalı oğan túsirilgen *sırtqı* kúshler boyınsha anıqlanadı. Qattı denelerdin ózlerine ayrıqsha tán bolğan qozğalıları ilgerilemeli qozğalı penen aylanıw bolıp tabıladı (12-paragrafqa qaranız). Qattı denenin qálegen quramalı bolğan qozğalı sol eki túrge alıp keliwge bolatuǵınlıǵın kórsetiwge boladı. Ilgerilemeli qozğalısta qattı denenin barlıq noqatları birdey $\mathbf{v}$ tezlikleri hám birdey $\mathbf{w}$ tezleniwleri menen qozğaladı. Eger oyımızda qattı deneni massası Δm_i bolğan elementlerge bólsék, onda hár bir element ushın Nyutonnın ekinshi nızamı boyınsha

$$\Delta m_i \cdot \mathbf{w} = \mathbf{f}_i + \mathbf{F}_i \quad (1)$$

tenligi orınlı boladı. Bul tenlikte $\mathbf{f}_i$ arqalı ishki kúsh (yaǵnıy qattı denenin basqa elementleri tárepinen payda etiletuǵın) hám $\mathbf{F}_i$ arqalı berilgen elementke tásir etetuǵın *sırtqı* kúsh belgilengen. Nyutonnın úshınshi nızamı boyınsha barlıq ishki kúshlerdin qosındısı nolge ten. Sonlıqtan (1)-anlatpanı summalap

$$\sum \Delta m_i \cdot \mathbf{w} = \sum \mathbf{F}_i \text{ yamasa } M \cdot \mathbf{w} = \mathbf{F} \quad (2)$$

anlatpaların alamız. Bul anlatpada $M = \sum \Delta m_i$ – qattı denenin massası, $\mathbf{F} = \sum \mathbf{F}_i$ – barlıq *sırtqı* kúshlerdin vektorlıq qosındısı. $\mathbf{F}$ vektorı *sırtqı kúshlerdin bas vektorı* dep ataladı.

(2)-tenleme qattı denenin M massası menen *sırtqı* kúshlerdin bas vektorı $\mathbf{F}$ boyınsha ilgerilemeli qozğalısinın tezleniwin anıqlawǵa múmkinshilik beredi. Demek, *qattı denenin ilgerilemeli qozğalısin qarawdı massası usı qattı denenin massasına ten hám sırtqı kúshlerdin bas vektorının tásirinde turǵan bir materiallıq noqattın qozğalısin qaraw menen almasırwǵa boladı eken.*

Qattı denenin quramalıraq bolğan ilgerilemeli emes qozğalısinında onın hár qıylı noqatları hár qıylı $\mathbf{v}_i$ tezliklerine hám hár qıylı $\mathbf{w}_i$ tezleniwlerine iye boladı. Biraq oyımızda qattı deneni júdá kishi bolğan elementlerge bóle alamız hám sol elementlerdin sheklerinde tezlik penen tezleniwdi turaqlı bolıp qaladı dep esaplay alamız. Bunday jaǵdayda elementlerdin hár qaysısı ushın

$$\Delta m_i \cdot \mathbf{w}_i = \mathbf{f}_i + \mathbf{F}_i$$

tenligine iye bolamız.

Bul tenlikti denenin barlıq elementleri boyınsha summalap hám $\sum \mathbf{f}_i = 0$ ekenligin esapqa alıp

$$\sum \Delta m_i \cdot \mathbf{w}_i = \sum \mathbf{F}_i = \mathbf{F} \quad (3)$$

anlatpasın keltirip shıǵaramız. Bul anlatpadaǵı $\mathbf{F}$ burınǵıday *sırtqı* kúshlerdin bas vektorı bolıp tabıladı. Biraq, (3)-tenlikti (2)-túrdegi tenlemege tikkeley alıp keliwge bolmaydı. Sebebi endi hár qıylı elementlerdin $\mathbf{w}_i$ tezleniwleri hár qıylı.

Endi

$$\mathbf{w}_C = \frac{\sum \Delta m_i \cdot \mathbf{w}_i}{M} \quad (4)$$

tenligi menen anıqlanatuǵın $\mathbf{w}_C$ tezleniwin kirgizemiz (M arqalı barlıq denenin massası belgilengen). Bunday jaǵdayda (4)-tenlemenin shep tárepin de, on tárepin de M massasına kóbeytip hám (3)-tenlikten paydalanıp

$$M\mathbf{w}_C = \mathbf{F} \quad (5)$$

tenlemesine iye bolamız.

$\mathbf{w}_C$ shamasının (qaranız: mayda shrift penen jazılǵan tekst) koordinataları x_C, y_C hám z_C lar ayırım elementlerdin koordinataları x_i, y_i, z_i boyınsha

$$x_C = \frac{\sum x_i \Delta m_i}{M}, y_C = \frac{\sum y_i \Delta m_i}{M}, z_C = \frac{\sum z_i \Delta m_i}{M} \quad (6)$$

tenliklerinin járdeminde anıqlanatuǵın bazı bir C noqatının tezleniwi ekenligin kórsetiw múmkin.

C noqatı denenin *massasının orayı* (yamasa inerciya orayı) dep ataladı. Massalar orayı salmaq kúshlerinin ten tásir etiwshisinin túsirilgen oray menen sáykes keledi. (5)-tenlemeden *sırtqı kúshlerdin bas vektorının tásirinde massası qattı denenin massasına ten bolǵan materiallıq noqat qalayınsha qozǵalatuǵın bolsa, qattı denenin massalar orayı da tap sonday bolıp qozǵalatuǵınlıǵı* kelip shıǵadı. Eger sırtqı kúshlerdin bas vektorı nolge ten bolsa, onda denenin massalar orayı tınıshlıqta turadı yamasa tuwrı sızılıq ten ólshewli qozǵaladı. Ishki kúshler massalar orayının tezligin ózgerite almaydı.

Koordinataları (6)-tenlikler menen anıqlanatuǵın massalar orayının (4)-tenlik penen anıqlanatuǵın tezleniw menen qozǵalatuǵınlıǵın kórsetemiz. Onın ushın tezleniwdin koordinata kósherlerine túsirilgen proekciyalarının tezleniwi qarap atırılǵan noqattan waqıt boyınsha alıńǵan ekinshi tártipli tuwındı ekenligin esapqa alamız.

x_C, y_C hám z_C larınan ekinshi tuwındılardı alıp massalar orayının tezleniwinin koordinata kósherlerine túsirilgen proekciyalarının

$$\left. \begin{aligned} w_{Cx} &= \frac{d^2 x_C}{dt^2} = \frac{\sum \Delta m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2}}{M} = \frac{\sum \Delta m_i w_{xi}}{M}; \\ w_{Cy} &= \frac{d^2 y_C}{dt^2} = \frac{\sum \Delta m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2}}{M} = \frac{\sum \Delta m_i w_{yi}}{M}; \\ w_{Cz} &= \frac{d^2 z_C}{dt^2} = \frac{\sum \Delta m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2}}{M} = \frac{\sum \Delta m_i w_{zi}}{M}; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

shamalarına ten ekenligine kóz jetkeriwge boladı. Bul tenliklerde w_{xi}, w_{yi}, w_{zi} arqalı i-elementtin tezleniwinin koordinatalar kósherlerine túsirilgen proekciyaları belgilengen. w_C tezleniwinin ózi onın qurawshılarının kósher baǵıtında alıńǵan geometriyalıq qosındısı bolǵanlıqtan, (7)-tenliklerden w_C shamasının (4)-formula bergen shama menen sáykes keletuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

§ 35. Qattı denenin aylanıwı. Kúsh momenti hám inerciya momenti. Dinamikalıq kóz-qarastan qattı denenin aylanıwın qaraǵanda kúshler haqqındaǵı túsiniqler menen bir qatarda *kúshlerdin momentleri haqqında*, al massa túsiniǵı menen bir qatarda *inerciya momenti haqqındaǵı* túsiniqlerdi kirgiziledi. Kúshler momenti menen inerciya momenti túsiniqlerinin mazmunın ayqınlastırıw ushın radiusı r shamasına ten bolǵan shenberde qanday da bir baylanıstın tásirinde uslap turılatsuǵın massası m ge ten bolǵan bir A materiallıq noqatının qozǵalısnı qaraymız (72-súwret). Meyli A noqatına shaması boyınsha turaqlı bolǵan f kúshi tásir etetuǵın bolsın. Bunday jaǵdayda A noqatı

$$f_t = f \cos \alpha = m w_t \quad (1)$$

anlatpası menen anıqlanatuǵın kúshtin tangensiallıq qurawshısının tásirinde turaqlı tangensiallıq w_t tezleniwine iye boladı.

f kúshinin normal qurawshısı baylanıs reakciyası menen birgelikte normal tezleniwdi payda etedi.

$\beta = \frac{w_t}{r}$ múyeshlik tezleniwin kirgizemiz. Bunday jaǵdayda (1)-tenlik

$$f \cos \alpha = m r \cdot \beta$$

anlatpası menen almastırıladı. Bul anlatpanın on hám shep táreplerin r ge kóbeytemiz hám nátiyjede

$$f r \cos \alpha = m r^2 \cdot \beta \quad (2)$$

anlatpasına iye bolamız.

$r \cos \alpha$ kóbeymesi O noqatınan kúshtin baǵıtına túsirilgen perpendikulyardıń uzınlıǵına ten

(72-súwret). San mánisi f kúshinin shamasının O (aylanıw orayı) noqatınan kúshtin bağıttına túsililgen perpendikulyarğa kóbeymesine ten bolğan

$$M = fr \cos \alpha \quad (3)$$

shaması O noqatına salıstırǵandaǵı kúsh momenti dep ataladı.

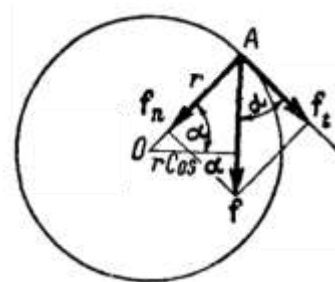
San mánisi

$$I = mr^2 \quad (4)$$

shamasına ten bolğan A noqatının m massası menen onın O noqatınan qashıqlıǵı bolğan r shamasının kvadratına kóbeymesi A noqatının O noqatına (aylanıw orayı) salıstırǵandaǵı inerciya momenti dep ataladı.

72-súwret.

A noqatının shenber boyınsha qozǵalıwı.



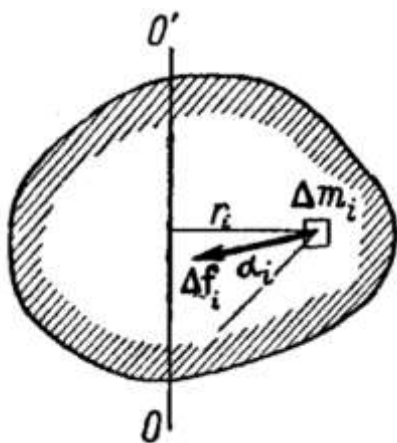
Kúsh momenti M hám inerciya momenti I di kirgiziw arqalı (2)-tenlikti qaytadan kóshirip jazamız:

$$M = I\beta. \quad (5)$$

(1)- hám (5)-tenliklerdi salıstırıp sıızqlı tezleniw w_t A noqatının massası m hám f_t kúshi menen qalayınsha baylanısqa bolsa, β tezleniwiniń de kúshler momenti M hám inerciya momenti I menen tap sonday bolıp baylanısqaqlıǵın kóremiz. Aylanbalı qozǵalıstı múyeshlik tezleniw β menen táriyiplegende kúshtin ornın kúshler momenti M , al massanın ornın inerciya momenti I iyeleydi. Birdey momentlerge iye kúshlerdin tásirinde A noqatı birdey β tezleniwlerine iye boladı. Solay etip, eger momentleri ten bolsa, onda júzege keltiretuǵın aylanıwı boyınsha hár qıylı bolğan f kúshleri ekvivalent boladı. Eger inerciya momentleri birdey bolsa, onda hár qıylı materiallıq noqatlar kúshlerdin birdey momentlerinin tásirinde birdey múyeshlik tezleniwge iye boladı. Solay etip, hár qıylı m massalarǵa iye bolğan materiallıq noqatlar ózlerinin inerciya momentleri tendey bolğan jaǵdaylarda ekvivalent boladı.

Endi qozǵalmaytuǵın OO' kósherinin dógerinde aylanatuǵın qattı deneni qarawǵa ótemiz (73-súwret).

Kúshtin berilgen kósherdin dógerinde aylanıwdı júzege keltire alıw qábiletliginin xarakteristikası ushın kósherge salıstırǵandaǵı kúshlerdin momenti túsinigi kirgiziledi. Kósher menen kesilisetuǵın baǵıtta túsetuǵın kúshtin aylanıstı júzege keltire almaytuǵınlıǵı ayqın. Sonın menen birge kósherge parallel baǵıttaǵı kúsh te sol kósherdin dógerindegi aylanıstı payda ete almaydı. Kósherge salıstırǵandaǵı kúshtin momentin kúshtin kósherge perpendikulyar baǵıttaǵı tegislikte jatatuǵın qurawshısı ǵana payda ete aladı. Sonlıqtan, qattı denede massası Δm_i bolğan elementti ayırıp alıp, biz oǵan kúshtin tek OO' kósherge perpendikulyar bolğan tegislikte jatatuǵın qurawshısının ǵana tásin qaraymız. Bul qurawshını Δf_i arqalı belgileybiz.



73-súwret.

Aylanıwshı qattı deneni elementar bóleklerge bóliw.

Meyli Δf_i kúshi Δm_i massasının traektoriyasına túsirilgen urınba menen α_i múyeshin payda etetuǵın bolsın. α_i múyeshin súyir dep esaplaymız. Bunday jaǵdayda bul element ushın (2)-tenlikti jazıwǵa boladı:

$$\Delta f_i r_i \cos \alpha_i = \Delta m_i r_i^2 \beta.$$

Bul tenlikte β arqalı elementtin múyeshlik tezleniwi belgilengen.

Tap usınday tenlikti biz basqa barlıq elementler ushın jazıp, onnan keyin olardı summalay alamız:

$$\sum_i \Delta f_i r_i \cos \alpha_i = \sum_i \Delta m_i r_i^2 \beta.$$

Múyeshlik tezleniw β barlıq elementler ushın turaqlı. Sonlıqtan onı summa belgisinin aldına shıǵarıwǵa boladı:

$$\sum_i \Delta f_i r_i \cos \alpha_i = \beta \sum_i \Delta m_i r_i^2. \quad (6)$$

$M = \sum_i \Delta f_i r_i \cos \alpha_i$ qattı denenin barlıq elementlerine tásir etiwshi kúshlerdin momentlerinin qosındısı bolıp tabıladı, yaǵnıy bul summa qattı denenin barlıq kúshlerdin OO' aylanıw kósherine salıstırǵandaǵı momentlerinin qosındısı bolıp tabıladı. Usının menen birge, eger Δf_i kúshinin túsiw noqatı usı Δf_i kúshinin tásir etiw baǵıtın aylanıp ótetuǵın bolsa, onda $\Delta f_i r_i \cos \alpha_i$ kóbeytiwshisin plus belgisi menen alıw kerek, al keri jaǵdayda minus belgisi menen alınadı. Biz deneni bólgen ayırım elementlerdin inerciya momentlerinin qosındısına ten bolǵan

$$I = \sum_i \Delta m_i r_i^2 \quad (7)$$

shamasın *berilgen OO' kósherine salıstırǵandaǵı denenin inerciya momenti* dep ataladı²⁷.

Kúshlerdin tolıq momenti M hám inerciya momenti I lerdi kirgizip, biz (6)-tenlemenı kóshirip jazamız:

$$M = I\beta. \quad (6a)$$

Demek, qattı dene ushın (5)-tenlikke sáykes keletuǵın tenlik orınlı boladı eken.

Qattı dene tárepinen alınatuǵın múyeshlik tezleniw

²⁷ SHın mánisinde massa elementlerin sheksiz kishi etip alıw kerek. Bunday jaǵdayda summalaw integrallaw menen almasırladı hám inerciya momenti ushın biz

$$I = \int r^2 dm$$

anlatpasın alamız. Denenin tıǵızlıǵı ρ nı kirgizip, biz mınalardı iye bolamız: $dm = \rho dV$, bul tenlikte dV arqalı kólemnin elementi belgilengen. Bunnan

$$I = \int \rho r^2 dV$$

formulasına iye bolamız. Integrallaw denenin barlıq kólemi V boyınsha alınıwı kerek.

$$\beta = \frac{M}{I}$$

qatnasının járdeminde anıqlanadı, yaǵnıy onın shaması kúshlerdin momenti M ge hám inerciya momenti I ge keri proporcional. (6a) qatnasın Nyutonnın ekinshi nızamın anǵartatuǵın (1)-tenlik penen salıstırıp qattı denenin qozǵalmaytuǵın kósherdin dógerindegi aylanıwı ushın Nyutonnın ekinshi nızamına usaǵan qatnas orınlı bolatuǵınlıǵın kóremiz. Bul jaǵdayda tek sıızqlıq tezleniwdin ornın múyeshlik tezleniw, al kúshin ornın kúsh momenti, al massanın ornın inerciya momenti iyeleydi.

(6a) tenliginen denegе tásir etetuǵın kúshlerdin momenti nolge ten bolǵan hám denenin inerciya momenti I turaqlı bolıp qalatuǵın jaǵdayda múyeshlik tezleniw β nın da nolge ten bolatuǵınlıǵı, yaǵnıy denenin turaqlı múyeshlik tezlik penen qozǵalatuǵınlıǵı kelip shıǵadı ($\beta = 0$)²⁸. Dara jaǵdayda $\omega = 0$, yaǵnıy dene tınıshlıqta turadı.

Joqarıda kórgenimizdey (13-paragrafqa qaranız), múyeshlik tezlik ω menen múyeshlik tezleniw β nı vektorlar sıpatında qarawǵa boladı. Noqatqa salıstırǵandaǵı kúshin momenti $\mathbf{f}$ ti de vektor sıpatında qaraw hám (6a) tenlikke de vektorlıq xarakter beriw múmkin.

O noqatına salıstırǵandaǵı momentin anıqlaǵımız keletuǵın $\mathbf{f}$ kúshin qaraymız (74-a súwret). Momentin tolıq xarakteristikasını tómendegilerdin quraytuǵınlıǵı anıq: 1) $f r \cos \alpha$ shamasına ten momentin sanlı mánisi; 2) $\mathbf{f}$ kúshi hám O noqatı jatatuǵın tegislik; 3) kúsh tásir etetuǵın baǵıt. Eger: 1) $\mathbf{M}$ vektorının san mánisin $f r \cos \alpha$ shamasına ten dep alsaq; 2) onı O noqatı hám $\mathbf{f}$ kúshi jatqan tegislikke perpendikulyar etip alsaq hám 3) onı onın baǵıtı kúshin baǵıtı menen bir mánisli baylanısqa iye bolǵanday etip baǵıtlaymız. Bunday baylanıs sıpatında baǵıtlar arasında jáne de "burǵı qaǵıydasın" saylap alamız (13-paragraftı hám 28-súwretti salıstırınız): $\mathbf{M}$ vektorının baǵıtı O noqatında jaylasqan burǵının ilgerilemeli qozǵalı boyınsha anıqlanadı. Onın ushın onın basın ayılawın baǵıtı tásir etetuǵın kúshin baǵıtı menen sáykes keliwi kerek. 74-a súwrette keltirilgen bunday jaǵdayda $\mathbf{M}$ vektorı joqarıǵa qaray, al 74-b súwrette keltirilgen jaǵdayda tómengе qaray baǵıtlanǵan. $\mathbf{M}$ vektorı kúshin momentinin vektorı bolıp tabıladı.

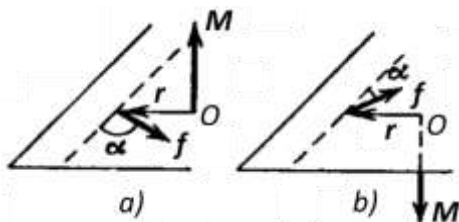
Qaraw ushın $\mathbf{r}$ hám $\mathbf{f}$ vektorlarının arasındaǵı $\angle \mathbf{r}, \mathbf{f}$ múyeshin kirgizip $\alpha = \angle \mathbf{r}, \mathbf{f} - \frac{\pi}{2}$ tenligine iye bolamız. Bunnan $\mathbf{f}$ kúsh momentinin sanlı mánisi ushın

$$M = f \cdot r \cdot \sin(\angle \mathbf{r}, \mathbf{f})$$

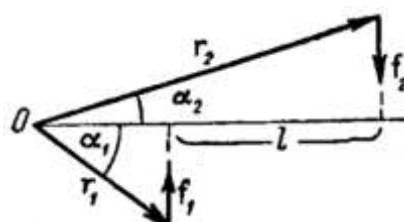
formulasın tabamız. Usıǵan sáykes, biz 13-paragrafta keltirilgen vektorlıq kóbeyme túsiniǵınen paydalansaq, onda kúsh momentinin

$$\mathbf{M} = \mathbf{f} \times \mathbf{r}$$

vektorlıq kóbeymesinin járdeminde anıqlanatuǵınlıǵın kóremiz. Bul anlatpada $\mathbf{r}$ arqalı salıstırǵandaǵı moment anıqlanatuǵın O noqatınan $\mathbf{f}$ kúshin túsıw noqatına túsirilgen vektor belgilengen.



74-súwret. O noqatına salıstırǵandaǵı $\mathbf{f}$ kúshin momentini $\mathbf{M}$ vektorının járdeminde anıqlanadı.



75-súwret. O noqatına salıstırǵandaǵı juptın momentini usı noqatın ornınan gárezli emes.

²⁸ Qozǵalmaytuǵın kósherdin dógerinde aylanatuǵın qattı denenin inerciya momenti usı qattı denenin ayırım bólimleri bir biri menen bekkem baylanısqaǵan jaǵdayda ózgeriwı múmkin. Bunday jaǵday ushın (6a) formulasın paydalanıwǵa bolmaydı. Sebebi usı formulanı keltirip shıǵarǵanda baylanıslar boyınsha baǵıtlanǵan kúshlerdin qurawshıları baylanıslardıń reakciyaları menen kompensaciyanadı hám qattı denenin bir bóliminin ekinshi bólimine salıstırǵandaǵı orın almasıwına alıp kelmeydi. Bunday orın almasıwlar bekkem emes bolǵan baylanıslarda orın aladı.

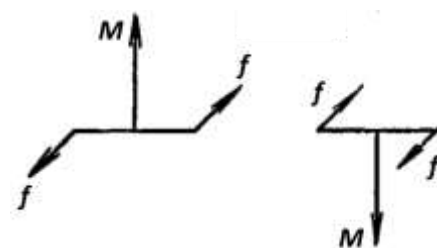
Endi *kúshlerdin jubının* momenti dep atalatuǵın momentti qaraymız. *Kúshlerdin jubı* dep bir biri menen ten, baǵıtları qarama-qarsı hám bir tuwrının boyı menen tásir etpeytuǵın eki *kúshke* aytamız (75-súwret). Juptın momentin *kúshler jatqan tegisliktegi noqatqa salıstırǵanda* alamız. Biz qarap atırǵan jaǵdayda juptın momenti *O noqatına salıstırǵanda alınadı hám momenttin mánisi usı O noqatı turǵan orınnan gárezli emes*. Iqtıyarlı jaylasqan *O noqatın* alamız (75-súwret). Usı *O noqatına salıstırǵandaǵı kúsh momentini* f_1 sanlıq jaqtan $f_1 r_1 \cos \alpha_1$ shamasına ten hám súwretke perpendikulyar alǵa qaray baǵıtlanǵan. f_2 *kúshinin momentinin sanlıq mánisi* $f_2 r_2 \cos \alpha_2$ shamasına ten hám súwrettin tegisligine perpendikulyar arǵı tárepke qaray baǵıtlanǵan. Solay etip, $f_1 r_1 \cos \alpha_1$ hám $f_2 r_2 \cos \alpha_2$ momentlerinin baǵıtları qarama-qarsı hám soǵan sáykes juptı payda etetuǵın eki kúshin qosındı momenti

$$M = f_2 r_2 \cos \alpha_2 - f_1 r_1 \cos \alpha_1$$

shamasına ten boladı.

76-súwret.

Juptın momenti M vektorı menen anıqlanadı.



f_1 hám f_2 *kúshleri sanlıq mánisi boyınsha bir birine* ten. Olardıń ulıwmalıq mánisin f arqalı belgileymiz, al $r_2 \cos \alpha_2 - r_1 \cos \alpha_1$ ayırmasın l arqalı belgileyik (l arqalı baǵıtında *kúshler tásir etetuǵın tuwrılar arasındaǵı qashıqlıq* belgilengen). Bunday jaǵdayda

$$M = f \cdot l \quad (8)$$

anlatpasına iye bolamız. l shamasın *juptın iyini* dep ataydı. Juptın momenti M sanlıq jaqtan *kúshlerdin jubına kiretuǵın bir f kúshi* menen iyinnin kóbeymesine ten. Juptın momenti vektorının baǵıtı juptı payda etetuǵın *kúshlerdin tásir etiw baǵıtı* menen baylanıslı hám burǵı qaǵıydasının járdeminde anıqlanadı (76-súwret).

Kúshler momenti vektorın kirgizip, (6a) tenligin vektorlıq formada kóshirip jazıwǵa boladı eken:

$$M = I \cdot \beta. \quad (9)$$

$M = 0$ bolǵan jaǵdayda, yaǵnıy qattı denegge tásir etetuǵın sırtqı *kúshler bolmaǵan jaǵdayda* $\beta = 0$. Bul tenlik óz gezeginde múyeshlik tezlik ω nın turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵın anǵartadı. Demek, bunday jaǵdayda qattı dene tek turaqlı múyeshlik tezlik penen qozǵalıp ǵana qoymay, aylanıw kósherinin baǵıtı da turaqlı bolıp qaladı.

§ 36. Ayırım denelerdin inerciya momentleri. Bazı bir denelerdin belgilep alınǵan kósherlerge salıstırǵandaǵı inerciya momentlerin qaraymız. En ápiwayı mısál sıpatında massası m ge, radiusı R ge ten bolǵan *juqa materialdan soǵılǵan ishi gewek cilindrdin* (saqıynanın) onın simmetriya kósheri OO' ke salıstırǵandaǵı inerciya momentin tallaymız (77-súwret). Cilindrdi onı payda etiwshi menen sheklengen jolaqlar túrindegi elementlerge bólemiz (77-súwrette usınday jolaqlardıń biri shtrixlanǵan). Cilindrdin diywalının qalınlıǵının kishi ekenligine baylanıslı usınday jolaqtın barlıq bólimleri OO' kósherinen birdey R qashıqlılıǵında jaylasqan dep esaplaw múmkin. Sonlıqtan ayırıp alınǵan bir jolaqtın inerciya momentini $\Delta I = \Delta m_i R^2$ shamasına ten. Bul tenlikte jolaqtın massası Δm_i arqalı belgilengen. Juqa diywallı ishi gewek cilindrdin inerciya momentini

$$I = \sum_i \Delta m_i R^2 = R^2 \sum_i \Delta m_i$$

shamasına ten boladı. Biraq $\sum_i \Delta m_i$ summasa cilindrdin massası m bolıp tabıladı. Sonlıqtan ishi gewek cilindrdin inerciya momentini ushın

$$I = mR^2 \quad (1)$$

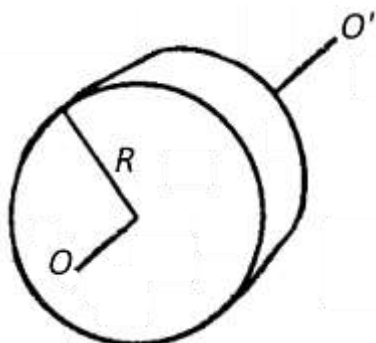
formulasına iye bolamız.

Qanday da bir basqa kósherge salıstırǵandaǵı sol cilindrdin inerciya momentini basqa boladı.

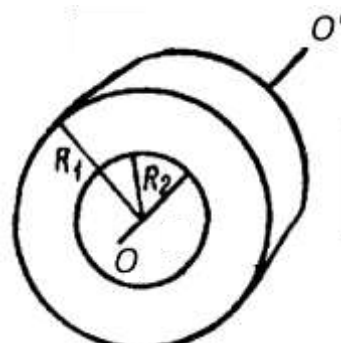
Baz bir basqa denelerdin inerciya momentlerin esaplawlarsız keltiremiz, sebebi esaplawlar integrallawdı talap etedi.

Tutas cilindrdin (disktin) onın kóshetine salıstırǵandaǵı inerciya momenti (78-súwret):

$$I = \frac{1}{2} m R^2. \quad (2)$$



78-súwret. Cilindrdin OO' kóshetine salıstırǵandaǵı inerciya momenti $\frac{1}{2} m R^2$ shamasına ten.



79-súwret. Ishi gewek cilindrdin OO' kóshetine salıstırǵandaǵı inerciya momenti $\frac{1}{2} m (R_1^2 + R_2^2)$.

Ishi gewek qalın diywalǵa iye cilindrdin kóshetine salıstırǵandaǵı inerciya momenti (79-súwret):

$$I = \frac{1}{2} m (R_1^2 + R_2^2) \quad (3)$$

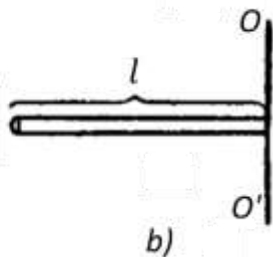
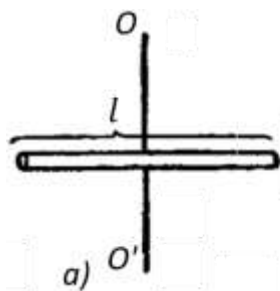
formulasının járdeminde anıqlanadı. Bul formulada R_1 menen R_2 arqalı onın sırtqı hám ishki radiusları belgilengen.

Uzunlıǵı l bolǵan sterjennin onın ortası arqalı onın uzunlıǵına perpendikulyar baǵıtta ótetuǵın kósherge salıstırǵandaǵı inerciya momenti (80a súwret):

$$I = \frac{1}{12} m l^2. \quad (5)$$

Uzunlıǵı l bolǵan sterjennin onın bir ushı arqalı onın uzunlıǵına perpendikulyar baǵıtta ótetuǵın kósherge salıstırǵandaǵı inerciya momenti (80b súwret):

$$I = \frac{1}{3} m l^2. \quad (6)$$



80-súwret. Sterjennin OO' kóshetine salıstırǵandaǵı onın ortası arqalı ótetuǵın kósherge salıstırǵandaǵı inerciya momenti $\frac{1}{12} m l^2$ shamasına, al bir ushı arqalı ótetuǵın kósherge salıstırǵandaǵı inerciya momenti $\frac{1}{3} m l^2$ ke ten.

SHardın onın orayı arqalı ótetuǵın kósherge salıstırǵandaǵı inerciya momenti

$$I = \frac{2}{5} m R^2 \quad (6)$$

formulasının járdeminde anıqlanadı.

Inerciya momentinin ólshemi

$$I = m R^2$$

qatnasının járdeminde anıqlanadı. Bunnan

$$[I] = [m] \times [R^2]$$

tenligine iye bolamız.

Solay etip CGS sistemasında inerciya momenti $\text{g} \cdot \text{sm}^2$ larda, al texnikalıq sistemada (massanın texnikalıq birligi) $\cdot \text{m}^2$ birliklerinde ólshenedi.

Birliklerdin xalıq aralıq sistemasında inerciya momenti $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ lerde anlatıladi. Sebebi bul sistemada massanın birligi sıpatında kilogramm, al uzınlıqtın birligi sıpatında metr qollanıladı.

Berilgen kúshler momenti hám inerciya momenti boyınsha denenin múyeshlik tezleniwin anıqlaw boyınsha misal keltiremiz.

Misal: Radiusı $R = 0,5 \text{ m}$ hám inerciya momenti $I = 20 \text{ kgm}^2$ bolğan dóngelekke turaqlı $M = 5 \text{ kGm}$ moment túsirilgen. Tabıw kerek: 1) múyeshlik tezleniw hám 2) 10-sekundtın aqırındağı dóngelektin sırtqı betinin noqatlarının sıızqlı tezligi (baslanğısh tezlik nolge ten dep esaplansın).

Sheshimi: Dóngelektin múyeshlik tezleniwi:

$$\beta = \frac{M}{I}.$$

Esaplawlardı orınlaw ushın birliklerdin texnikalıq sistemasın paydalanamız. Bunday jaǵdayda $I = 20/9,8$ texn. birl. hám

$$\beta = \frac{5 \cdot 9,8}{20} \text{ sek}^{-2} = 2,45 \text{ sek}^{-2}$$

shamalarına iye bolamız. Qozǵalı baslanǵannan t waqıttan keyingi múyeshlik tezlik:

$$\omega = \beta t$$

formulasının járdeminde esaplanadı. Bunday jaǵdayda dóngelektin sırtqı betindegi noqatlardıń sıızqlı tezligi ushın

$$v = \omega R = 2,45 \cdot 0,5 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{sek}} = 12,25 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$$

shamasın alamız.

Eger qanday da bir dene ushın onın salmaq orayı arqalı ótetuǵın kósherge salıstırǵandağı inerciya momenti belgili bolsa, onda usı kósherge parallel bolğan qálegen kósherge salıstırǵandağı inerciya momentin ansat tabıwǵa boladı.

Bir inerciya momentinen ekinshi inerciya momentine ótiw mınaday teoremanın járdeminde ámelge asırıladi: *Denenin iqtıyarlı túrde alınǵan qozǵalmaytuǵın kósherge salıstırǵandağı inerciya momenti usı qozǵalmaytuǵın kósherge parallel bolğan hám denenin massa orayı arqalı ótetuǵın kósherge salıstırǵandağı inerciya momenti menen denenin massasın sol kósherler arasındaqı qashıqlıqtın kvadratına kóbeymesinin qosındısına ten.*

Misal sıpatında shardın oǵan túsirilgen urınbalardıń birewine salıstırǵandağı inerciya momentin esaplayıq

Keltirilgen teoremaǵa sáykes:

$$I_t = I_C + ma^2.$$

Bul tenlikte I_t arqalı denenin urınbaǵa salıstırǵandağı inerciya momenti, I_C arqalı shardın salmaq orayı arqalı ótetuǵın kósherge salıstırǵandağı inerciya momenti, m arqalı shardın massası hám a arqalı urınbadan shardın orayına shekemgi qashıqlıq belgilengen. SHar ushın $a = R$ hám $I_C = \frac{2}{5}mR^2$ bolǵanlıqtan

$$I_t = \frac{2}{5}mR^2 + mR^2 = \frac{7}{5}mR^2$$

shamasına iye bolamız.

§ 37. Qozǵalı muǵdarının momenti. Dáslep massası m shamasına materiallıq noqattın radiusı r bolğan shenber boyınsha qozǵalısqın qaraymız (72-súwret). Bunday materiallıq noqat ushın

$$f \cos \alpha = mw_t \quad (1)$$

qatnası orınlı boladı. Bul qatnasta f arqalı noqatqa tásir etetuǵın kúsh, w_t arqalı onın tezleniwinin

tangensiallıq qurawshısı belgilengen. f kúshin shaması boyınsha turaqlı hám joldın barlıq noqatlarında shenberge túsirilgen urınba menen α múyeshin jasaydı dep boljaymız. Bunday jaǵdayda $w_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ hám (1)-tenlik mınaday túrge iye boladı:

$$f \cos \alpha \cdot \Delta t = m \Delta v.$$

Bul anlatpanın shep hám on táreplerin r ge kóbeytip

$$fr \cos \alpha \cdot \Delta t = rm \Delta v \quad (2)$$

tenlemesin alamız.

$fr \cos \alpha$ shaması f kúshinin aylanıw orayı O ǵa salıstırǵandaǵı kúsh momenti M bolıp tabıladı. Sonın menen birge massa m menen radius r din turaqlı ekenligine baylanıslı $rm \Delta v$ anlatpasın $\Delta(rmv)$ túrinde jazıwǵa boladı.

Bunday jaǵdayda (2)-tenlik mınaday túrge enedi:

$$M \cdot \Delta t = \Delta(rmv). \quad (3)$$

Eger kúsh momenti M turaqlı bolsa, onda (3)-anlatpada Δt waqıt aralıǵın usı kúsh momenti turaqlı bolıp qalatuǵındaý dárejede kishi etip alıw kerek. Waqıt aralıǵı shekli bolǵan jaǵdayda M kúsh momentinin ortasha mánisin qarawımız kerek boladı hám bunday jaǵdayda

$$\bar{M} \cdot \Delta t = \Delta(rmv) \quad (3a)$$

tenlemesine iye bolamız.

$p = rmv$ shaması shenber boyınsha qozǵalatuǵın materiallıq noqattın *qozǵalıslı muǵdarının momenti*, al $\bar{M} \cdot \Delta t$ kóbeymesin *kúsh momentinin impulsı* dep ataladı. (3)-tenlik *qozǵalıslı muǵdarının momentinin ózgerisinin san mánisi túsirilgen kúshler momentinin impulsine ten* dep tastıyıqlaydı. Bul tenlik 17-paragraftaǵı qozǵalıslı muǵdarının ózgerisi menen kúsh impulsı arasındaǵı baylanıstı anǵartatuǵın (4)-tenlikke uqsas.

Materiallıq noqattın qozǵalıslı muǵdarının momenti (p) túsiniǵın biz dara jaǵday bolǵan materiallıq noqattın shenber boyınsha qozǵalıslı ushın kirgizdik. Bunday jaǵdayda tezlik barlıq waqıtta shenberdin radiusı r ge perpendikulyar bolıp qaldı. Materiallıq noqattın bazı bir O orayına salıstırǵandaǵı qozǵalıslı ushın ulıwma jaǵdayda bolsa noqattın mv qozǵalıslı muǵdarı menen O orayınan noqattın tezligi v nın baǵıtına túsirilgen perpendikulyardıń uzınlıǵının kóbeymesine ten shama túsinedi (v vektorı materiallıq berilgen momentte noqat turǵan orınnan túsiredi). Qozǵalıslı muǵdarının momenti baǵıtı burǵı qaǵıydası boyınsha anıqlanatuǵın vektor bolıp tabıladı: $\mathbf{p}$ vektorı tezlik vektorı $\mathbf{v}$ hám O orayı jatırǵan tegislikke perpendikulyar hám burǵının ilgerilemeli qozǵalıslı baǵıtı menen baǵıtlas (burǵının tutqasın $\mathbf{r}$ vektorınan $\mathbf{v}$ vektorına qaray buraw kerek). Solay etip, qozǵalıslı muǵdarının momenti vektorı $\mathbf{p} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$ vektorlıq kóbeymesi menen anıqlanadı hám (3)-tenlikti ulıwma jaǵdayda vektorlıq túrde jazıw kerek:

$$\mathbf{M} \Delta t = \Delta \mathbf{p}.$$

bul anlatpada $\Delta \mathbf{p}$ arqalı qozǵalıslı muǵdarların vektorlıq ayırması $\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1$ belgilengen.

(3)-qatnastı qozǵalmaytuǵın kósherdin dógereginde aylanatuǵın qattı dene ushın da ulıwmalastırıwǵa boladı. Onın ushın biz 35-paragrafta qılǵan islerimizdey, qattı deneni massaları Δm_i bolǵan elementlerge bólemiz.

Usınday elementlerdin hár bir jubı ushın

$$\Delta f_i \cdot r_i \cos \alpha_i \Delta t = r_i \cdot \Delta m_i \cdot \Delta v_i$$

tenligine yamasa, $\Delta v_i = \Delta \omega \cdot r_i$ tenligi orınlı bolǵanlıqtan

$$\Delta f_i \cdot r_i \cos \alpha_i \Delta t = r_i \cdot \Delta m_i \cdot \Delta \omega \cdot r_i$$

tenligine iye bolamız.

Qattı denenin barlıq elementleri boyınsha bul anlatpanı summalap mınaǵan iye bolamız:

$$\sum_i \Delta f_i \cdot r_i \cos \alpha_i \Delta t = \sum_i \Delta m_i \cdot r_i^2 \cdot \Delta \omega.$$

$\sum_i \Delta f_i \cdot r_i \cos \alpha_i = M$ – qattı denegge tásir etetuǵın kúshlerdin momenti, al $\sum_i \Delta m_i \cdot r_i^2 = I$ – qattı denenin inerciyası bolǵanlıqtan

$$M \Delta t = I \Delta \omega$$

tenligine iye bolamız.

Eger kúshlerdin momenti M ózgeretuǵın shama bolsa, onda Δt waqıtı ishindegi onın ortasha mánisin alıw kerek boladı. Bunday jaǵdayda

$$\bar{M} \Delta t = I \Delta \omega$$

tenligin alamız. Qattı denenin berilgen kósherine salıstırǵandaǵı inerciya momenti turaqlı shama bolǵanlıqtan, sonǵı tenlikti bılayınsha kóshirip jazıwǵa boladı:

$$\bar{M} \Delta t = \Delta(I\omega). \quad (4)$$

Bul tenlikтин on tárepinde $I\omega$ shamasının ózgerisi turıptı. $\bar{M} \Delta t$ shamasın *qattı denelerge túsirilgen kúshlerdin impulsı*, al $I\omega$ shamasın *qozǵalmaytuǵın kósherdin dógeresinde aylanatuǵın qattı denenin qozǵalıǵı muǵdarının momenti* dep ataladı. (4)-tenlik boyınsha *qattı denenin qozǵalıǵı muǵdarının momentinin ózgerisinin san mánisi oǵan túsirilgen kúshlerdin momentinin impulsine ten*.

(4)-tenlikti keltirip shıǵarǵanda biz denenin inerciya momenti turaqlı dep boljadıq. Biraq, qozǵalıstın barısında inerciya momenti qanday da bir jollar menen ózgeretuǵın jaǵdaylarda da durıs boladı. Bunday jaǵdaylarda da qozǵalıǵı muǵdarının ózgerisi bolǵan $\Delta(I\omega)$ shamasının mánisi túsirilgen kúshlerdin momentinin impulsı boyınsha anıqlanadı.

(3)- hám (4)-formulalardan kúshlerdin momenti bolmaǵan jaǵdayda ($M = 0$) *qozǵalıǵı muǵdarının momentinin turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵı* kelip shıǵadı. Bul nátiyje *qozǵalıǵı muǵdarının saqlanıw nızamı* ataması menen belgili.

Dara jaǵdayda, materiallıq noqat shenber boyınsha qozǵalganda (3)-formuladan $M = 0$ bolǵan jaǵday ushın mınaǵan iye bolamız:

$$mvr = \text{const}. \quad (5)$$

$M = 0$ tenligi orınlanganda materiallıq noqattın qozǵalıǵının ulıwmalıq jaǵdayında:

$$\mathbf{r} \times m\mathbf{v} = \text{const} \quad (6)$$

tenligine iye bolamız. Qattı dene ushın $M = 0$ tenligi orınlanganda (4)-tenlikten

$$I\omega = \text{const} \quad (7)$$

tenligi kelip shıǵadı.

Denenin inerciya momenti ózgermeytuǵın hám sırtqı kúshler bolmaǵan jaǵdaylarda aylanıp turǵan denenin múyeshlik tezligi turaqlı bolıp qaladı. Bunday nátiyjeni biz 35-paragraftaǵı (6-a) formulanın járdeminde tikkeley aldıq.



81-súwret.

Girlerdi uslap turǵan qollar túsirilgende adam tezirek aylana baslaydı.

Eger sırtqı kúshler bolmaǵan jaǵdayda inerciya momenti ózgeretuǵın bolsa, onda $I\omega$ kóbeymesinin turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵı sebepli múyeshlik tezlik ω ózgere baslaydı. Eger inerciya momenti I din mánisi úlkeyetuǵın bolsa, onda múyeshlik tezlik ω nın mánisi kemeyedi hám, kerisinshe I din mánisi kemeyetuǵın bolsa, onda múyeshlik tezlik ω nın mánisi úlkeyedi.

Qozğalis muğdarının momentinin saqlanatuǵınlıǵın vertikal baǵıttaǵı kósherdin dógeresinde súykelissiz aylanatuǵın otırǵıstın ústinde turǵan adamnıń járdeminde demonstraciyalawǵa boladı ("Jukovskiy otırǵışı"). Meyli, qolları menen girlerdi uslap turǵan adam otırǵısh penen birgelikte ω múyeshlik tezlik penen aylandırılsın (81-súwret). Bunday jaǵdayda adam belgili bir qozğalis muğdarının momentine iye boladı hám sırtqı kúshler bolmaǵan jaǵdayda bul momenttin mánisinín ózgerissiz qalıwı kerek. Eger adam qolların túsiretuǵın bolsa, onda onın inerciya momenti kishireyedi, nátiyjede onın aylanıwının múyeshlik tezligi ω úlkeyedi. Eger adam qolların jáne kóteretuǵın bolsa, onda múyeshlik tezlik ω ózinín dáslepki mánisine ten boladı.

Qozğalis muğdarının momenti vektorlıq shama bolıp tabıladı: $\mathbf{P} = I\boldsymbol{\omega}$. Onın baǵıtı múyeshlik tezlik vektorı $\boldsymbol{\omega}$ nın baǵıtına parallel. Usının nátiyjesinde (4)-tenlik te vektorlıq xarakterge iye boladı:

$$\mathbf{M} \Delta t = \Delta \mathbf{P}. \quad (8)$$

Bul tenlikte $\Delta \mathbf{P} = I\boldsymbol{\omega}_2 - I\boldsymbol{\omega}_1$ qozğalis muğdarı bolǵan $I\boldsymbol{\omega}$ shamasının *vektorlıq ayırması* bolıp tabıladı. Usınday túrde ol 17-paragraftaǵı materiallıq noqattın qozğalis muğdarı vektorı menen kúshlerdin impulsı vektorı arasındaqı baylanıstı sáwlelenliretuǵın (4)-tenlikke pútkilley uqsas. Eger qozğalis muğdarının momenti túsiniǵın sáykes túrde ulıwmalastırsaq, onda (8)-tenlik tek ǵana qattı denenin qozǵalmaytuǵın kósher dógeresindegi qozğalis ushın ǵana emes, al qattı denenin ıqtıyarlı qozğalis ushın da durıs boladı. (8)-tenlikti deneler sisteması ushın da paydalanıwǵa boladı. Bunday jaǵdayda $\mathbf{P}$ vektorı qozğalis muğdarların qosındı vektorı, al $\mathbf{M}$ vektorı bolsa kúshlerdin impulslerinin summası bolıp tabıladı.

Eki deneden turatuǵın sistema ushın qozğalis muğdarının momentinin saqlanıw nızamın Jukovskiy orınlıǵında turǵan adamnıń qolına qasnaǵının massası úlken bolǵan deǵershikti usatıw jolı menen demonstraciyalawǵa boladı (82-súwret). Eger dáslep adam otırǵısh penen birgelikte tınıshlıqta turǵan bolsa hám bunnan keyin deǵershiktin kósherin vertikal baǵıtta uslap turıp deǵershikti aylandırsa, onda ol otırǵısh penen birge qarama-qarsı baǵıtta aylana baslaydı. Bunday qozǵalıstın júzege keliwi mınaday sebepler menen baylanıslı: adam tárepinen deǵershikke túsirilgen kúshler ishki kúshler bolıp tabıladı hám dáslep nolge ten bolǵan qozğalis muğdarının ulıwmalıq momenti nolge ten bolıp qala beredi. Sonlıqtan, deǵershiktin aylanıwı otırǵıstın adam menen birgeliktegi qarama-qarsı baǵıttaǵı aylanıwın boldıradı. Bul tájiriybe sistemanın qozğalis muğdarının saqlanatuǵınlıǵın demonstraciyalaytuǵın arbanın ústinde juwıratuǵın adam menen ótkerilgen tájiriybege usaydı (18-paragraftı qaranız).

82-súwret.

Degershikti aylanbalı qozǵalısqı keltirgende adamnıń ózi qarama-qarsı baǵıtta aylana baslaydı.

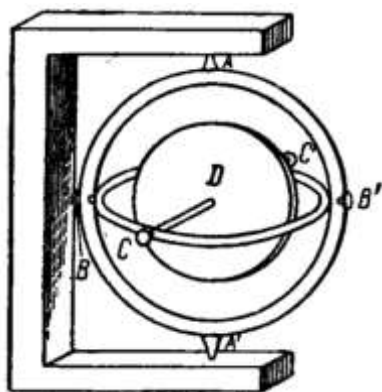


(8)-tenlikten sırtqı kúshler bolmaǵan jaǵdayda ($\mathbf{M} = 0$) qozğalis muğdarının momenti bolǵan $\mathbf{P}$ shamasının tek san mánisinín emes, al baǵıtının da saqlanatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Bul jaǵdayda otırǵıstın ústinde qolına aylanıp turǵan deǵershikti uslap otırǵan adam menen ótkerilgen tájiriybede

demonstratsiyalawğa boladı: degershiktin aylanıw tezligi turaqlı bolıp qalatuǵın jaǵdayda onın kósherinin qálegen ózgerisi (mısalı, onı 90° yamasa 180° qa burǵanda) otırǵıstın ústindegi adamnıń aylanıwın ózgerisine alıp keledi.

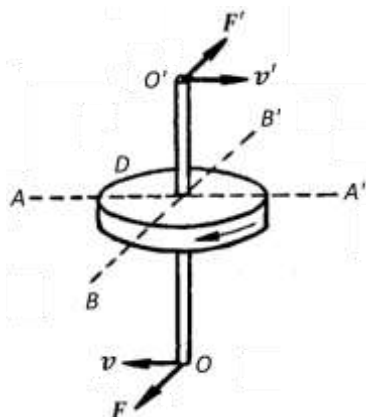
§ 38. Giroskoplar. Aylanıp turǵan qattı denenin aylanıw kósherinin baǵıtın uslap turıw qásiyeti, sonın menen birge sırtqı tásirlerdegi denenin kósheri tárepinen usı kósher bekitilgen dúzilislerge tásiiri hár qıylı texnikalıq maqsetlerde paydalanıladı. Texnikada qollanılatuǵın úlken massaǵa iye bolǵan hám úlken múyeshlik tezlikler menen qozǵalatuǵın denelerdi *shırıldawıqlar* yamasa *giroskoplar* dep ataydı.

Sırtqı kúshlerdin momenti nolge ten bolǵan jaǵdaydaǵı giroskoptın aylanıw kósherinin baǵıtın ózgerissiz saqlawı qásiyetin *ilip qoyılǵan kardannın* járdeminde demonstratsiyalawğa boladı.

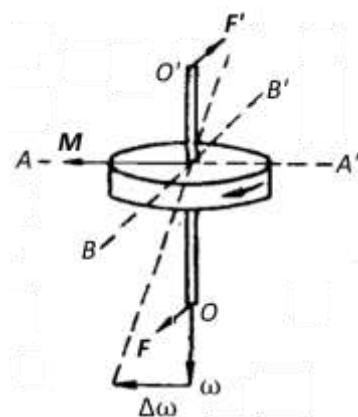


83-súwret.
Ilip qoyılǵan kardandaǵı giroskop.

Ilip qoyılǵan kardan (83-súwret) eki saqıynadan turadı. Olardıń sırtqısı AA' ushları arqalı ótetuǵın kósherdin dógeresinde, al ishki saqıyna BB' ushları arqalı ótetuǵın kósherdin dógeresinde erkin aylanadı. Giroskoptın CC' kósheri bolǵan D ilip qoyılǵan kardannın ishki saqıynasına tirelgen hám kósherdin kenisliktegi qálegen baǵıtta burılıwǵa hám usı baǵıttın átirapında aylanıwǵa múmkinshilik beredi.



84-súwret. Giroskopqa AA' kósherinin dógeresinde burıwǵa májbúrleytuǵın F hám F' kúshlerinin jubı tásir etkende ol usı AA' kósherine perpendikulyar bolǵan BB' kósherinin dógeresinde aylanıwǵa baslaydı.



85-súwret. Giroskoplıq effektin túsindiriw ushın arnalǵan súwret.

Eger aylanıp turǵan giroskopqa onın aylanıw kósherine perpendikulyar bolǵan kósherdi burıw ushın kúshlerdin jubı túsirilse, onda giroskop sol eki kósherge perpendikulyar bolǵan úshinshi kósherdin dógeresinde aylanıwǵa baslaydı. Mısalı, meyli D giroskoptıń OO' kósherinin dógeresinde 84-súwrette strelka menen kórsetilgen baǵıtta aylanıp turǵan bolsın. Usı giroskopqa súwretin tegisligine perpendikulyar bolǵan hám onı AA' kósherinin dógeresinde burıwǵa májbúrleytuǵın F hám F' kúshlerinin jubı tásir etsin. Bunday jaǵdayda giroskoptın O' kósherinin joqarǵı ushı onǵa qaray, al tómengi ushı shepke qaray awısadı (v' hám v strelkalarınin járdeminde kórsetilgen). YAǵnıy, giroskop súwretin tegisligine perpendikulyar bolǵan BB' kósherinin dógeresinde burılıadı.

84-súwrette mınaday jaǵdaydı ayqın anǵarıwǵa boladı: *giroskoplıq effektin nátiyjesinde eki aylanıwdın da birdey baǵıtta júzege keliw ushın giroskop ózinin aylanıw kósherinin AA' májbúriy aylanıw*

kósheri menen múmkin bolǵanınsha kishi múyesh jasaytuǵınday etip jaylastırıwǵa tırısadı.

Birinshi ret qaraǵanda paradokslıq bolıp kórinetuǵın giroskoptın kórsetilgen qásiyeti tómendegidey pikirlewdiń tiykarında túsinikli boladı.

Meyli, 85-súwrette kórsetilgen baǵıtta aylanatuǵın giroskop berilgen bolsın hám oǵan 84-súwrette kórsetilgen baǵatlarda F hám F' kúshlerinin jubı tásir etetuǵın bolsın. Bunday jaǵdayda múyeshlik tezlik ω vektorı tómenge qaray baǵıtlangan, al F hám F' kúshlerinin momenti (kúshler súwrettin tegisligine perpendikulyar baǵıtta túsedı) AA' tuwrısın baǵıtında shepke qaray baǵıtlangan. 76-súwrette kórsetilgende hám 35-paragrafta ayılıp ótilgenindey, jup kúshin momenti M menen vektor sıpatında qaralatuǵın múyeshlik tezleniw β arasında

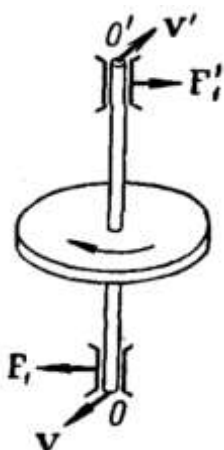
$$\beta = \frac{M}{I}$$

túrindegi qatnas orın aladı. Bul qatnasta I arqalı momenti M bolǵan jup kúsh túsetuǵın denenin inerciya momenti belgilengen. Demek, M qalay qarap baǵıtlangan bolsa, tezleniw β da tap sol tárepke qaray baǵıtlangan boladı. Bunnan bazı bir Δt kishi waqıtı ishindegi múyeshlik tezliktin ózgerisin M vektorına parallel bolǵan (yaǵnıy sızılmanın tegisliginde jatatuǵın hám shep tárepke qaray baǵıtlangan) $\Delta\omega$ vektorı menen súwretlenetuǵınlıǵına kóz jetkeremiz. Al bul jaǵday giroskoptın aylanıw kósherinin BB' kósherinin dógereginde saat strelkasın baǵıtında burılatsuǵınlıǵın anǵartadı.

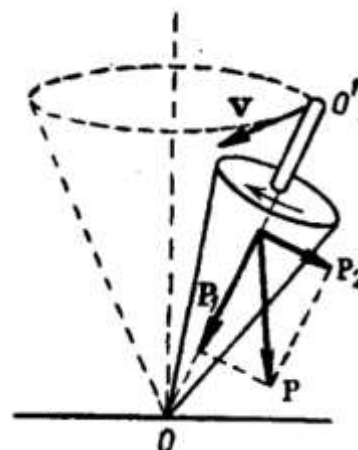
Kósherdi uslap turatuǵın baylanıslarǵa túsilgen kúshler F hám F' kúshlerine ten, biraq baǵıtları qarama-qarsı. Olardı *giroskoplıq kúshler* dep ataydı. Mısalı, 86-súwrette strelka menen kórsetilgen baǵıtta aylanatuǵın giroskoptın O' ushın sızılmanın argı tárepinen qaray, al O ushın alǵa qaray jılıstırsa, onda kósher podıpniklerge F_1 hám F'_1 strelkaların baǵıtında basım túsíredi. F_1 hám F'_1 kúshlerinin momenti giroskoptın qozǵalıw muǵdarının momenti $I\omega$ menen onın kósherdiń dógereginde aylanıwın múyeshlik tezligi bolǵan ω' shamasın kóbeymesi túrinde anǵartıwǵa bolatuǵınlıǵın kórsetiwge boladı:

$$M = I\omega \times \omega'. \quad (1)$$

Ádettegi shırıldawıq aylanǵanda da giroskoplıq kúshler payda boladı. SHırıldawıqtı qıya baǵıtta aylandırǵanda salmaq kúshi P_2 onı kóbirek enkeytiwge tırısadı (87-súwret). Biraq, giroskopıyalıq effektin bar bolıwın nátıyjesinde OO' kósheri perpendikulyar baǵıtta awısadı (v strelkasın járdeminde kórsetilgen) hám kósheri konuslıq bet boyınsha qozǵaladı ("precessiyalanadı"). Precessiyanın saldarınan shırıldawıq qulamaydı. Giroskopıyalıq kúshlerdin tásirin rıyag tárizli giroskop dep atalatuǵın giroskoptın járdeminde de demonstraciyalawǵa boladı. B sterjeni (86-súwret) A stoykasına salıstırǵanda vertikal baǵıtta da, gorizont baǵıtında da qozǵala aladı. Sterjennin ushına D giroskopı bekitilgen. Eger giroskop P júgi menen tenlestirilgen bolsa, usı ten salmaqıq giroskop aylanǵan jaǵdayda da saqlanadı. Eger P júgi giroskoptan salmaqıraq bolsa, onda ol B sterjeninin qıyalanıwın emes, al onın gorizont baǵıtındaǵı aylanıwın júzege keltiredi.



86-súwret. Giroskoptın aylanıw kósherini uslap turatuǵın baylanıslarǵa túsilgen F_1 hám F'_1 giroskoplıq kúshleri.



87-súwret.

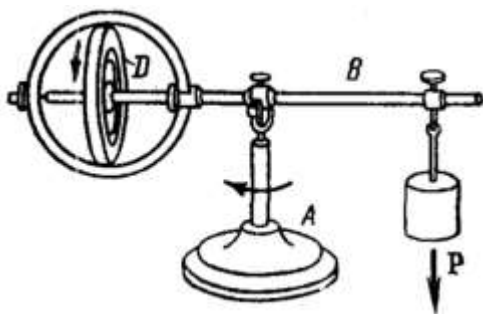
SHırıldawıqtın precessiıyası.

Giroskoplar fizika menen texnikada kenne qollanıladı. 1852-jılı Fuko giroskoptı Jerdin ózinin kósherinin dógeregindegi sutkalıq aylanatuǵınlıǵın dálillew ushın paydalandı. Giroskopıyalıq effektı oq atatuǵın qurallarda kenne qollanıladı. Bunday qurallardıń (mıltıqlar, avtomatlar, pushkalar h.t.b.)

stvollarındağı buranda tárizli oyıqlar uship shıǵatuǵın oqtın yamasa snaryadtın ushiw baǵıtının dógerindegi tez aylanıwına alıp keledi, oqlar menen snaryadlar úlken menshikli qozǵalısh muǵdarının momentine iye giroskoplarǵa aylanadı. Usının saldarınan hawanın qarsılıǵının esabınan payda bolatuǵın kúshlerdin momenti snaryadtın qulawı júzege kelmeydi, al snaryadtın onın traektoriyasınıń baǵıtına urınba baǵıttağı precessiyasına alıp keledi. Sonın menen birge giroskoplar minalardıń (torpedalardıń) qozǵalıstardıń regulirovkalaw ushın da qollanıladı. Giroskoptı kompas sıpatında paydalanıw múmkin.

Giroskoplıq kompas ishinde sinap bar ıdista qalqıp turǵan tez aylanatuǵın (30 000 aynalısh/min qa shekem) shırıldawıq bolıp tabıladı. Jerdin sutkalıq aylanıwına baylanıslı giroskoptın kósheri Jerdin aylanıw kósherine parallel, yaǵnıy meridian tegisliginde jaylasıwǵa tırısadı. Házirgi waqıtları giroskoplar hár qıylı aeronavigaciyalıq ásbaplarda qollanıladı (mısalı "jasalma gorizont"). Úlken giroskoptar kemelerdin awdanlawın kirisheytıw ushın paydalanıladı.

Mexanizmlrde tez aylanatuǵın úlken massaǵa iye bolǵan bólimler bar bolǵan jaǵdayda giroskoplıq effektler zıyanlı tásirlerin de tiygizedi. Mısalı, paroxod burılı baslaǵanda júzege kelgen giroskoplıq kúshlerdin tásirinde turbina podchıpniklerge qosımsha basım túsiredi.



88-súwret.
Rıyaglı giroskop.

Bunday jaǵdayda paroxodtıń burılıwına sáykes keletuǵın múyeshlik tezlik ω' turbinanın ózinin múyeshlik tezlik vektorına perpendikulyar. Bunnan, (1)-formulaǵa sáykes, M' giroskoptıq kúshlerdin san shaması

$$M' = I\omega\omega'$$

anlatpasının járdeminde anıqlanadı.

Eger podchıpniklerdin arasındağı qashıqlıq l ge ten bolsa, onda $M' = F_1 l$ shamasına ten boladı. Bul tenlikte F_1 arqalı podchıpnikke túsiriletuǵın qosımsha basım kúshi belgilengen. Bunnan

$$F_1 = \frac{I\omega\omega'}{l}$$

formulasına iye bolamız.

Trubınanın qozǵalısh muǵdarının momenti úlken bolǵan jaǵdayda ($I\omega$ shaması úlken) F_1 kúshinin shaması podshipniklerdi qıyratıwǵa jetkilikli bola aladı.

§ 39. Aylanıwshı qattı denenin kinetikalıq energiyası. Endi deneni OO' kósherinin dógerinde belgili bolǵan φ múyeshke burǵanda kúshler momenti M tárepinen islengen jumıstı anıqlaymız (89-súwret). Meyli, qattı denedegi biz qarap atırǵan noqattın traektoriyasına urınba baǵıtta f kúshi túsirilgen hám onın momenti OO' kósherine salıstırǵanda $M = fr$ shamasına ten bolsın. Deneni $\Delta\varphi$ múyeshine burǵanda kúsh túsirilgen A noqatı doǵanın uzınlıǵı bolǵan Δs shamasına orın almastradı. Bunnan, f kúshi tárepinen orınlangan jumıstın shaması

$$\Delta A = f \cdot \Delta s$$

formulasının járdeminde anıqlanadı. Biraq, $\Delta s = r\Delta\varphi$ ($\Delta\varphi$ arqalı denenin burılıw múyeshi belgilengen) hám usıǵan sáykes

$$\Delta A = fr \cdot \Delta\varphi$$

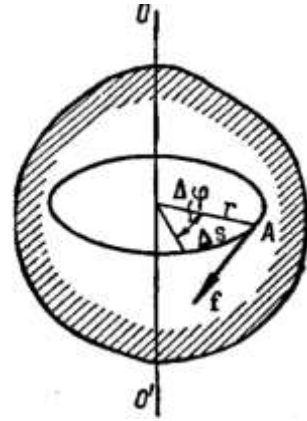
anlatpasına iye bolamız. $fr = M$ kúsh momenti bolǵanlıqtan

$$\Delta A = M \cdot \Delta\varphi$$

formulasın alamız. Demek, deneni $\Delta\varphi$ múyeshine burǵanda islengen jumıstın sanlıq mánisi boyınsha kúsh momentinin burılıw múyeshine kóbeymesine ten eken.

89-súwret.

Aylanıwǵa alıp keletuǵın kúshstın jumısın esaplawǵa arnalǵan sızılma.



M momenti turaqlı bolǵan jaǵdayda deneni shekli φ múyeshine burǵanda islengen jumıs

$$A = M \cdot \varphi \quad (2)$$

formulasının járdeminde esaplanadı. M momentinin shaması ózgeretuǵın bolǵan jaǵdayda (1)-formulanın járdeminde elementar jumıstın shaması anıqlanadı, al A tolıq jumıstı elementar jumıslardıń summası túrinde anıqlaydı.

Endi qozǵalmaytuǵın kósherdin dógeresinde ω tezligi menen aylanatuǵın deneni qaraymız. Onın i –elementinin kinetikalıq energiyası ushın

$$\Delta E_{ki} = \frac{\Delta m_i \cdot v_i^2}{2}$$

anlatpasın jaza alamız. Bul anlatpada Δm_i arqalı usı elementtin massası hám v_i arqalı onın sızıqlı tezligi belgilengen.

$$v_i = r_i \omega$$

tenligi orınlı bolǵanlıqtan

$$\Delta E_{ki} = \frac{\Delta m_i \cdot r_i^2 \omega^2}{2}$$

tenligin alamız.

Denenin ózinin aylanıwına sáykes keletuǵın kinetikalıq energiyası onın ayırım elementlerinin kinetikalıq energiýaların qosındısına ten:

$$E_k = \sum \frac{\Delta m_i \cdot r_i^2 \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum \Delta m_i \cdot r_i^2.$$

Biraq, 35-paragraftaǵı (7)-formulaǵa sáykes $\sum \Delta m_i \cdot r_i^2 = I$ – denenin inerciya momenti bolıp tabıladı (aylanıw kósherine salıstırǵanda). Bunnan

$$E_k = \frac{I \omega^2}{2} \quad (3)$$

formulasına iye bolamız. Demek, aylanıp turǵan qattı denenin kinetikalıq energiyası ushın alınǵan anlatpa materiallıq noqattın kinetikalıq energiyası ushın alınǵan formulaǵa pútkilley uqsas eken. Tek ǵana materiallıq noqattın massası m nın ornın inerciya momenti I , al sızıqlı tezlik v nın ornın múyeshlik tezlik ω iyeleydi eken.

Biz qattı denenin qozǵalmaytuǵın OO' kósherinin dógeresindegi aylanıwın qaradıq. Endi mınaday bolǵan basqa jaǵdaydı qaraymız: aylanıw kósheri massalar orayı arqalı ótedi hám ózi ózine parallel qalıp jılıyadı. Meyli massası Δm_i bolǵan elementtin sızıqlı tezligi v_i hám tap sol koordinatalar sistemasına salıstırǵandaǵı massalar orayının tezligi v_c bolsın. Usının menen birge massalar orayına salıstırǵandaǵı denenin kólemnin elementinin tezligi bolǵan v'_i shamasın kirgizemiz. Bunday jaǵdayda

$$v_i = v_i + v_c \quad (4)$$

formulasına iye bolamız.

Kólemnin elementinin kinetikalıq energiyası

$$E_{ki} = \frac{\Delta m_i v_i^2}{2} = \frac{\Delta m_i (v_{ix}^2 + v_{iy}^2 + v_{iz}^2)}{2}$$

shamasına yamasa (4)-anlatpa boyınsha

$$E_{ki} = \frac{\Delta m_i v_C^2}{2} + \frac{\Delta m_i v_i^2}{2} + \Delta m_i (v_{Cx} v_{ix} + v_{Cy} v_{iy} + v_{Cz} v_{iz})$$

shamasına ten boladı.

Barlıq elementlerdin kinetikalıq energiyaların summasın alıp barlıq denenin E_k kinetikalıq energiyasın alamız:

$$E_k = \sum \frac{\Delta m_i v_C^2}{2} + \sum \frac{\Delta m_i v_i^2}{2} + \sum \Delta m_i (v_{Cx} v'_{ix} + v_{Cy} v'_{iy} + v_{Cz} v'_{iz}). \quad (5)$$

Bul tenlikdin on tárepindegi birinshi aǵzanın massalar orayı menen birgelikte qozǵalatuǵın m massaǵa iye denenin kinetikalıq energiyası ekenligin ansat kóriwge boladı: $\frac{mv_C^2}{2}$. Tiýkargı tekstte ótkerilgen tallawlarǵa uqsas tallawların nátiyjesinde ekinshi aǵzanın denenin aylanıw kósherine salıstırǵandaǵı qozǵalıstın $\frac{I\omega^2}{2}$ shamasına ten kinetikalıq energiyası ekenligine kóz jetkeriwge boladı. Úshinshi aǵzanın nolge ten ekenligin kórsetiwge boladı. Haqıyqatında da, $\Delta m_i v_{Cx} v'_{ix}$ kóbeymesin qaraymız. (4)-anlatpa boyınsha $v'_{ix} = v_{ix} - v_C$ ekenligin anǵarıp, onı

$$\Delta m_i v_{Cx} v'_{ix} = \Delta m_i v_{ix} v_{Cx} - \Delta m_i v_{Cx}^2 \quad (6)$$

túrinde kóshirip jazamız. Massalar orayın koordinataların x_C, y_C, z_C , al denenin i-elementinin koordinataların x_i, y_i, z_i arqalı belgileyemiz. Bunday jaǵdayda $v_{Cx} = \dot{x}_C$ hám $v_{ix} = \dot{x}_i$ tenliklerine iye bolamız. Bul tenliklerde háriptin ústindegi noqat waqıt boyınsha alınǵan birinshi tártipli tuwındını anǵartadı. Usı anlatpanı paydalanıp, (6)-anlatpanı bilayınsha kóshirip jazamız:

$$\Delta m_i v_{Cx} v'_{ix} = \Delta m_i \dot{x}_C \dot{x}_i - \Delta m_i \dot{x}_C^2 \quad (7)$$

(7)-anlatpanı denenin barlıq elementleri boyınsha summalap

$$\sum \Delta m_i v_{Cx} v'_{ix} = \dot{x}_C \sum \Delta m_i \dot{x}_i - m \dot{x}_C^2$$

tenligine iye bolamız. Biraq 34-paragraftaǵı (6)-formula boyınsha $\sum \Delta m_i \dot{x}_i = m \dot{x}_C$. Bunnan

$$\sum \Delta m_i v_{Cx} v'_{ix} = 0$$

ekenligin tabamız. Tap usınday tenlikte tezliklerdin kósherler boyınsha basqa qurawshıları ushın da tabamız. Bunnan

$$\sum \Delta m_i (v_{Cx} v'_{ix} + v_{Cy} v'_{iy} + v_{Cz} v'_{iz}) = 0$$

tenliginin orınlanatuǵınlıǵın tabamız. Bunnan keyin (5)-tenlik mınaday túrge iye boladı:

$$E_k = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

yaǵnıy qattı denenin tolıq kinetikalıq energiyası massalar orayı menen birgelikte qozǵalatuǵın m massanın kinetikalıq energiyası menen massalar orayı arqalı ótetuǵın kósherge salıstırǵandaǵı onın aylanıwına sáykes keletuǵın kinetikalıq energiyanın qosındısına ten.

Aylanatuǵın qattı denenin kinetikalıq energiyasın anıqlawǵa bir neshe mısaldı tallaymız.

1-mısal. Valı menen birge 200 kgm^2 inerciya momentine iye bolǵan úlken massaǵa iye bolǵan dóngelek (maxovik) 180 aylanıs/min tezligi menen aylanadı. Usı dóngelekke tásir etetuǵın aylandırıwshı moment tásir etiwdi toqtatqannan keyin 2 minuttan son ol podshipniklerdegi súykelis kúshlerinin tásirinde toқтаған. Podshipniklerdegi súykelis kúshin turaqlı dep esaplap, sol súykelis kúshlerinin momentin anıqlanı.

Sheshimi. Súykelis kúshlerinin jumısı aylanıp turǵan dóngelektin kinetikalıq energiyasın esabınan orınlanadı:

$$\frac{I\omega_0^2}{2} = M\varphi.$$

Bul anlatpada ω_0 arqalı dóngelektin baslanǵısh tezligi, I arqalı onın inerciya momenti, φ arqalı dóngelektin toqtayman degen she qansha múyeshke burılǵanı, al M arqalı bolsa podshipniklerdegi súykelis kúshlerinin biz izlep atırǵan momenti belgilengen. Dóngelektin aylanıwın ten ólshewli ásteleniwshi dep esaplap $\varphi = \frac{\omega_0}{2} t$ tenligin jaza alamız. Bul tenliktegi t dóngelek toqtayman degen she ketken waqıt. Bunnan

$$M = \frac{I\omega_0}{t}$$

formulasına iye bolamız. Múyeshlik tezlik $\omega_0 = 2\pi n_0$. Bul tenlikte $n_0 = 180$ aylanıs/min = 3 aylanıs/sek. Bunnan

$$M = \frac{200 \cdot 2\pi \cdot 3}{9,8 \cdot 120} kGm = 3,2 kGm.$$

2-misal. Domalap baratırǵan a) dóngelektin, b) tutas cilindrdin, c) shardın kinetikalıq energiyasınıń yarımın aylanıw energiyası quraydı?

Sheshimi. Súykelissiz qozǵalısta denenin jiyegindegi tezlik onın ilgerilemeli qozǵalıstın tezligi v ǵa ten. Bunnan inerciya momenti $I = mR^2$ formulası menen anıqlanatuǵın hám $v = \omega R$ tenligi orınlanatuǵın dóngelek ushın aylanıwı menen baylanıslı bolǵan onın kinetikalıq energiyasınıń

$$E_{ayl} = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$

shamasına ten bolatuǵınlıǵın bilemiz. Toliq kinetikalıq energiya bolǵan E_k shaması E_{ayl} aylanıw energiyası menen ilgerilemeli qozǵalıstın kinetikalıq energiyası $\frac{mv^2}{2}$ nin qosındısınan turadı. Demek:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + E_{ayl}$$

tenligine hám bunnan

$$E_{ayl} = \frac{E_k}{2} \quad (8)$$

nátiyjesine iye bolamız.

Tutas cilindr ushın:

$$I = \frac{1}{2}mR^2$$

formulası orınlı. Bunnan

$$E_{ayl} = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{4}$$

hám tolıq energiya ushın

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + E_{ayl} = \frac{3}{4}mv^2$$

anlatpasına iye bolamız. Bunnan

$$E_{ayl} = \frac{1}{3}E_k \quad (9)$$

tenligin alamız.

SHar ushın:

$$I = \frac{1}{2}mR^2.$$

Bunnan

$$E_{ayl} = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{1}{5}mv^2$$

shamasın, al bunnan tolıq energiya ushın

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{5}mv^2 = \frac{7}{10}mv^2$$

hám

$$E_{ayl} = \frac{2}{7}mv^2 \quad (10)$$

qatnasına iye bolamız.

3-misal. Biyikligi h shamasına ten bolǵan qıya tegislikten a) dóngelek, b) tutas cilindr domalap túsedı. Olardıń tegislikten aqırına jetkendege ilgerilemeli tezliklerin tabınız. Bul tezliklerdi tegislik penen súykelissiz domalaǵandaǵı tezlikler menen salıstırınız.

Sheshimi. Domalap túsetuǵın denenin tolıq kinetikalıq energiyası:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{R^2}\right)v^2.$$

Kinetikalıq energiya $E_p = mgh$ potentsiallıq energiyanın esabınan payda bolatuǵın bolǵanlıqtan

$$\frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{R^2}\right)v^2 = mgh$$

tenligin alamız. Bunnan tezlik ushın

$$v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + \frac{I}{R^2}}}$$

anlatpasına iye bolamız. Demek,

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{I}{mR^2}}} \quad (11)$$

anlatpası orınlı boladı eken. h biyikligine iye qıya tegislik boyınsha súykelissiz qozǵalatuǵın denenin tezligi

$$v = \sqrt{2gh}$$

shamasına ten bolatuǵınlıǵı belgili. Bunnan súykelissiz domalaytuǵın dene ushın bul tezlikin $\sqrt{1 + \frac{I}{mR^2}}$ ese kishi bolatuǵınlıǵın kóremiz. Bul tenlikte I arqalı denenin inerciya momenti, R arqalı radiusı, al m arqalı onın massası belgilengen.

Dóńgelek ushın $I = mR^2$. Sonlıqtan

$$v = \sqrt{gh},$$

yaǵnıy qıya tegislik boyınsha domalap baratırǵan dóńgelektin tezliginin súykelissiz qozǵalatuǵın denenin tezliginen $\sqrt{2} = 1,41$ ese kem bolatuǵınlıǵın kóremiz.

Tutas cilindr ushın $I = \frac{1}{2}mR^2$. Sonlıqtan

$$v = 2\sqrt{\frac{gh}{3}},$$

yaǵnıy onın tezligi súykelissiz qozǵalatuǵın denenin tezliginen $\sqrt{\frac{3}{2}} = 1,23$ ese kishi boladı eken.

SHar ushın $I = \frac{2}{5}mR^2$. Bunnan

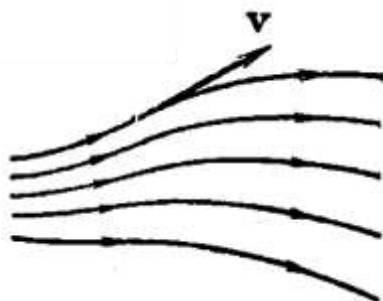
$$v = \sqrt{\frac{10gh}{7}}$$

shamasına iye bolamız, yaǵnıy sırǵanaq denege salıstırǵanda $\sqrt{\frac{7}{5}} = 1,18$ ese kem boladı eken.

VI BAP

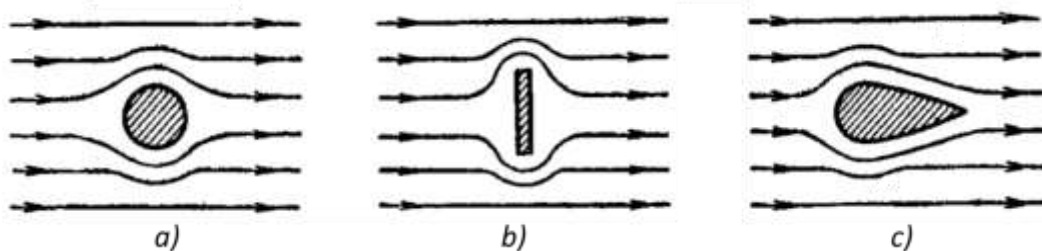
Suyıqlıqtın qozğalı

§ 40. Ideal suyıqlıqtın qozğalı. Ağstın sızqları hám trubkaları. Usı waqıtlarğa shekem biz denelerdin bir birine salıstırğandağı orın almasıwına, al qattı deneler bolğan jaǵdaylarda belgili bolğan kósherdin dógerigindegi aylanıwına alıp kelinetuǵın qozǵalıslardı qaradıq. Biraq, bir denenin hár qıylı bólimlerinin bir birine salıstırğandağı orın almasıwlarına alıp kelinetuǵın qozǵalıslardıń bolıwı múmkin; bunday jaǵdayda, eger denini úzliksiz hám sheksiz úlken dep qarawğa bolatuǵın bolsa, onda onı *tutas ortalıq* dep ataydı. Serpimli qattı dene tutas ortalıqqa misal bola aladı. Bunday jaǵdayda qattı denenin bir bóliminin ekinshi bólimine salıstırğandağı jılısıwların hám terbelislerini (tolqınlar) payda bolıwı múmkin; tutas ortalıq sıpatında aǵıslar payda bolatuǵın qısılmaytuǵın suyıqlıqtın alınıwı múmkin; sonın menen birge aǵıslar da, terbelisler de payda bola alatuǵın qısılmaytuǵın suyıqlıqlar menen gazler de tutas deneler bolıp tabıladı. Suyıqlıqtın qozǵalısların úyrenetuǵın mexanikanın bólimin *gidrodinamika* dep ataydı.



90-súwret.
Suyıqlıq aǵsın sızqları.

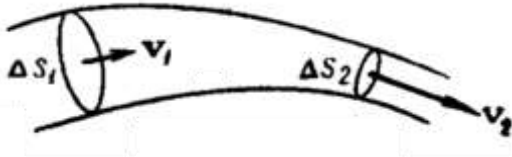
Suyıqlıqtın qozǵalısların qarawdın barısında kóplegen jaǵdaylarda sol suyıqlıqtı jetkilikli dárejedegi jaqınlasıwda absolyut qısılmaydı dep hám onın bir bóliminin ekinshi bólimine salıstırğandağı qozǵalısların súykeli kúshlerini payda bolıwı menen baylanıslı emes (ishki súykeli yamasa jabısqaqlıq joq) dep esaplawğa boladı. Usınday bolğan *absolyut qısılmaytuǵın* hám *absolyut jabısqaq emes* suyıqlıqtı *ideal* suyıqlıq dep ataydı. "Ideal suyıqlıq" tek haqıyqıy suyıqlıqlarğa jaqsı jaqınlasıw ǵana bolıp tabıladı.



91-súwret. Suyıqlıq aǵsın sızqları.

Suyıqlıqtın qozǵalısların bazı bir esaplaw sistemasına qarata anıqlaymız. Bunday jaǵdayda hár bir bólekshige ózinin tezlik vektorı sáykes keledi. Bunday jaǵdayda barlıq suyıqlıq *tezlik vektorının maydanınan* turadı dep aytadı. Tezlik vektorının maydanında hár bir noqattağı bólekshenin tezligine urınba bolğan sızıqtı ótkeriwge boladı (90-súwret). Bunday sızıqlar *aǵıs sızqları* dep ataladı. Aǵıs sızqların ótkergende minaday tártipti saqlaydı: suyıqlıqtın aǵısı úlken bolğan orınlarda sızıqlardıń tıǵızlıǵı úlken, al suyıqlıq ásterek aǵıp turǵanda sızıqlar siyrek jaylasadı. Eger aǵıs turaqlı (stacionar) bolsa, onda suyıqlıqtın hár bir noqattağı tezligi waqıttan ǵárezsiz turaqlı boladı. Bunday jaǵdayda aǵıs sızqları da ózgerissiz qaladı hám suyıqlıqtın ayırım bólekshelerinin

traektoriýalarına sáykes keledi. Suyıqlıqtıń aǵıs sızıqların kózge kórinetuǵın etiwge boladı. Onın ushın suyıqlıqtın aǵısına azmaz boyaw yamasa suyıqlıqtıń júzip júretuǵın bólekshelerdi qosıw kerek. 91-a, b, c súwretlerde suyıqlıqtın aǵıstın aldına qoyılǵan dóngelek cilindr, plastinkanı hám balıqtın formasınday bolǵan formaǵa iye bolǵan deneni aylanıp ótiwi kórsetilgen.



92-súwret.
Suyıqlıq aǵısının trubkası.

Aǵıs sızıqları menen sheklengen suyıqlıqtın bólimin *toq trubkası* dep ataydı. Qozǵalıstın barısında toq trubkasının bazı bir kesiminde jaylasqan barlıq bóleksheler sol trubkanın ishinde qozǵaladı hám onnan shıqpaydı. Sonın menen birge basqa bóleksheler toq trubkasının ishine kirmeydi. Aǵıs trubkasın alamız hám onın kesimine normal baǵıttaǵı ΔS_1 hám ΔS_2 kesimlerin alamız (92-súwret). Waqıt birliginde ΔS_1 kesimi arqalı kólemi $v_1 \Delta S_1$ shamasına ten suyıqlıq aǵıp ótedi. Bul anlatpada v_1 arqalı ΔS_1 kesimi alınǵan orındaǵı suyıqlıqtın tezligi belgilengen. Waqıt birliginde ΔS_2 kesimi arqalı kólemi $v_2 \Delta S_2$ shamasına ten suyıqlıq aǵıp ótedi. Bul anlatpada v_2 arqalı ΔS_2 kesimi alınǵan orındaǵı suyıqlıqtın tezligi belgilengen. Qısılmaytuǵın suyıqlıq bolǵan jaǵdayda waqıt birliginde ΔS_1 kesimi arqalı qanshama suyıqlıq aǵıp ótse, ΔS_2 kesimi arqalı da tap sonshama suyıqlıq aǵıp ótedi. Bunnan

$$v_1 \Delta S_1 = v_2 \Delta S_2$$

tenligine iye bolamız. Bul tenlik barlıq kesimler ushın turıs bolıp tabılatuǵın bolǵanlıqtan Aǵıstın trubkası ushın ulıwma túrde

$$v \Delta S = \text{const}$$

túrindegi anlatpanı jaza alamız, yaǵnıy berilgen aǵıs ushın qısılmaytuǵın suyıqlıqtın tezligi menen trubkanın kese-kesimi menen kóbeymesi turaqlı shama boladı. Bul qatnas *aǵıstın úzilmesligi teoreması* ataması menen belgili.

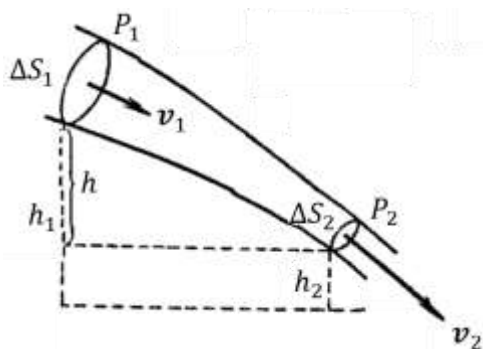
Qanday da bir haqıyqıy nay (truba) arqalı qısılmaytuǵın hám jabısqaq emes suyıqlıqtın aǵısında naydın kólemi aǵıstın trubkasının kólemine sáykes keledi. Bunnan aǵıstın úzilместik teoreması boyınsha naydın kese-kesimi úlken bolǵan jaǵdayda suyıqlıqtın ásterek, al nay jinishke bolǵan orınlarda suyıqlıqtın tezirek aǵatuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

Aǵıstın baǵıtında kese-kesimi kemeyetuǵın aǵıs trubkasın kóz aldımızǵa elesleteyik; aǵıs trubkasının jinishke bolǵan bólimine kelgende suyıqlıq tezirek aǵa baslaydı, yaǵnıy ol tezleniw aladı. Usıǵan sáykes trubkanın kese-kesimi kishi bolǵan bólimine suyıqlıq aqqanda, oǵan trubkanın juwan bolǵan bólimindegi suyıqlıq tárepinen bazı bir kúsh tásir etedi. Suyıqlıqtın kóleminin ishinde payda bolatuǵın usınday kúsh suyıqlıqtın hár qıylı bólimlerdegi basımlardıń ayırmasınan payda boladı. Kúsh trubkanın jinishke bólimine qaray baǵıtlanǵan bolǵanlıqtan trubanın ken bólimindegi basımın jinishke bólimindegi basımnan úlken bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Aǵıs trubkasının jinishkerge orınlarında basım kishi.

p basım degende san mánisi bazı bir maydanǵa perpendikulyar baǵıtta tásir etetuǵın f kúshinin usı ΔS maydanının shamasına qatnasına ten bolǵan shamaǵa aytalatuǵınlıǵın eske salamız.

Dáslep kese kesimi ΔS_1 shamasına ten, al keyin kese-kesimi ΔS_2 shamasına ten bolǵan nay arqalı on tárepke qaray aǵıp turǵan suyıqlıqtın belgili bolǵan Δm massasın ayırıp alamız (93-súwret). ΔS_1 kesimindegi suyıqlıqtın tezligin v_1 hám basımın p_1 , al ΔS_2 kesimindegi suyıqlıqtın tezligin v_2 hám basımın p_2 arqalı belgileymiz. Usının menen birge naydı gorizont baǵıtında emes, al qanday da bir qıyalıq penen jaylasqan dep boljayıq; ΔS_1 kesiminin biyikligin h_1 , al ΔS_2 kesiminin biyikligin h_2 arqalı belgileymiz. Massası Δm bolǵan suyıqlıq aqqanda jumıs orınlanadı, sebebi

suyıqlıqtın usınday massasına suıqlıqta p basımının bar bolıwına baylanıslı kúsh tásir etedi.



93-súwret.
Suyıqlıqtın ağıs trubkası.

Meyli E_1 shaması massası Δm bolǵan suıqlıqtın ΔS_1 kesimi arqalı aǵıp atırǵandaǵı tolıq energiyası hám tap sol sıyaqlı E_2 shaması massası Δm bolǵan suıqlıqtın ΔS_2 kesimi arqalı aǵıp atırǵandaǵı tolıq energiyası bolsın. Energiyanın saqlanıw nızamı boyınsha energiyanın ósimi bolǵan $E_2 - E_1$ shaması massası Δm bolǵan suıqlıqta ΔS_1 kesiminen ΔS_2 kesimine shekem kóshirgende islengen jumısqa ten:

$$E_2 - E_1 = A. \quad (1)$$

E_1 hám E_2 energiyları massası Δm bolǵan suıqlıqtın kinetikalıq hám potenciallyq energiylarının qosındısınan turadı:

$$E_1 = \frac{\Delta m \cdot v_1^2}{2} + \Delta m \cdot gh_1, E_2 = \frac{\Delta m \cdot v_2^2}{2} + \Delta m \cdot gh_2.$$

A jumısının ΔS_1 kesimi menen ΔS_2 kesimi arasındaǵı massası Δm bolǵan suıqlıqtı Δt waqıtı ishinde jılastırıw ushın islengen jumısqa ten ekenligine iseniw qıyın emes. Suyıqlıqtın birinshi kesimindegi Δm massanın ekinshi kesimge shekem jılastırıw ushın onın $\Delta l_1 = v_1 \Delta t$ shamasına ten uzınlıqtı, al ekinshi kesim turǵan orındaǵı sonday massanın $\Delta l_2 = v_2 \Delta t$ uzınlıǵına orın almasıwı kerek. Saylap alıńǵan uıastkanın eki shetine túsetuǵın kúshler sáykes $f_1 = p_1 \Delta S_1$ hám $f_2 = p_2 \Delta S_2$ shamalarına ten. Birinshi kúshin belgisi on, sebebi ol suıqlıqtın qozǵalıw baǵıtı menen baǵıtlas. Ekinshi kúshin belgisi teris, sebebi ol kesimnin on tárepindegi suıqlıq tárepinen suıqlıqtın qozǵalıw baǵıtına qarama-qarsı baǵıtta tásir etetuǵın kúsh bolıp tabıladı. Usının nátiyjesinde mınaǵan iye bolamız:

$$A = f_1 l_1 + f_2 l_2 = p_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t - p_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t.$$

E_1 , E_2 hám A nın mánislerin (1)-anlatpaǵa qoyıp tómendegidey tenlikti alamız:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta m \cdot v_2^2}{2} + \Delta m \cdot gh_2 - \frac{\Delta m \cdot v_1^2}{2} - \Delta m \cdot gh_1 &= p_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t - p_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t \\ \frac{\Delta m \cdot v_1^2}{2} + \Delta m \cdot gh_1 + p_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t &= \frac{\Delta m \cdot v_2^2}{2} + \Delta m \cdot gh_2 + p_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t. \end{aligned} \quad (2)$$

Aǵıstın úzilmesligi nızamı boyınsha massası Δm bolǵan suıqlıqtın kólemi turaqlı bolıp qaladı:

$$dV = \Delta S_1 v_1 \Delta t = \Delta S_2 v_2 \Delta t.$$

(2)-tenliktin on hám shep táreplerin usı dV kólemine bólip hám $\Delta m/dV$ qatnasının suıqlıqtın tıǵızlıǵı ρ ekenligin anǵarıp mınaday anlatpaǵa iye bolamız:

$$\frac{\rho \cdot v_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1 = \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2 \quad (3)$$

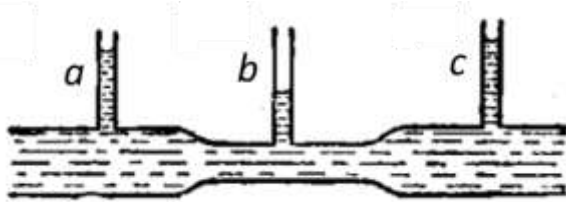
tenlemesine iye bolamız.

Bul tenleme birinshi ret ataqılı fizik hám matematik, Peterburg akademigi Daniil Bernulli (1700-1782) tárepinen keltirip shıǵarıldı. Bul tenlemeni *Bernulli tenlemesi* dep ataydı.

Gorizont baǵıtında jaylasqan trubka ushın ($h_1 = h_2$) Bernulli tenlemesi

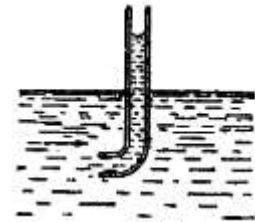
$$\frac{\rho \cdot v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + p_2 \quad (3a)$$

túrindegi tenlemege aylanadı. Bul (3a) tenlemesinen hám ağıstın úzilmesligi nızamınan gorizont bağıtında jaylasqan naydağı usı nay jinishke orınlarda suıqlıqtın tezliginin nay juwan bolğan orınlardağı tezliginen úlken bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Bul jaǵdaydın durıs ekenligin nay boylap bir qatar a, b, c monometrlik naylardı qoyıw jolı menen tekserip kóriwge boladı (94-súwret). Bul naylardağı suıqlıqtın qáddinin biyikligi naydağı basım p nı ólsheydi. Bernulli nızamına sáykes, tájiriybeler naydın jinishke bóliminde jaylasqan b nayındağı suıqlıqtın qáddinin naydın juwan uıastkalarında ornalastırılğan naylardağı suıqlıqtın qáddinen tómén bolatuǵınlıǵın kórsetedi.



94-cúwret.

Basımın naydın kenliginen gárezligi.



95-súwret.

Pito tútikshesi

Eger suıqlıqtın aǵısına ushı ağıstın bağıtına qarama-qarsı bolğan qozǵalmaytuǵın monometrlik naydı ornalastırsa (95-súwret, "Pito tútikshesi"), onda aǵıs sıızqları usı nayǵa jaqın orınlarda ózgeriske ushıraydı. Tesiktin aldındağı suıqlıqtın tezligi nolge ten boladı. Bul jaǵday ushın (3a) formulanı qollanıp hám $v_2 = 0$ dep boljap, mınanı alamız:

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2}.$$

Tesigi aǵısqa qarap turǵan monometrlik nay p_2 basımın ólsheydi, al joqarıda kórinip turǵanıday, p_2 basımı p_1 basımı menen $\frac{\rho \cdot v_1^2}{2}$ nin qosındısınan turadı (p_1 basımın suıqlıq penen birge qozǵalatuǵın monometr ólshegen bolar edi). p_2 ni ólsheiw arqalı p_1 di bilip ağıstın tezligi v_1 di anıqlawǵa boladı. Geypara jaǵdaylarda $\frac{\rho \cdot v_1^2}{2}$ shamasın "dinamikalıq basım" dep ataydı.

Ağıstın tezligi úlken bolǵanda naydın jinishke uıastkalarında p basımın shaması teris bola aladı. Bunday jaǵdayda naydın jinishke uıastkalarındağı aǵıs hár tárelteme keriliw halında boladı. Eger, naydın ken bolğan uıastkasındağı basım atmosferalıq bolsa, onda jinishke uıastkadağı basım atmosferalıq basımnan kishi. Bunday jaǵdayda aǵıs sorıwshı tásir jasaydı. Usınday sorıwshı tásirge bir qansha ásbaplardıń islew principi tiykarlanǵan (mısalı, pulverizatordıń hám ishinde suw aǵıp turatuǵın nasostın). Usınday, ishinde suw aǵıp turatuǵın nasostın sxeması 96-súwrette keltirilgen. Naydın jinishkertilgen ushınan úlken tezlik penen shıǵatuǵın suw hawanın kóbiklerin jutadı hám olardı ózi menen alıp keledi.

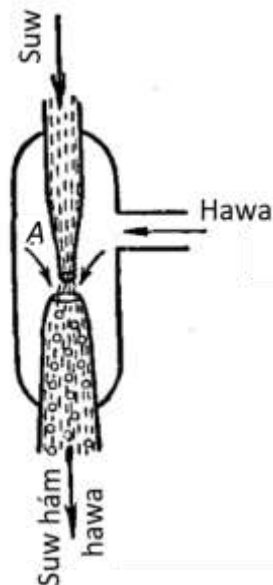
Bernulli tenlemesinen járdeminde suıqlıqtın tesikten aǵıp shıǵıw tezligin esaplawǵa boladı. Eger ıdı ken, al tesik kishi bolsa (97-súwret), onda ıdıstağı suıqlıqtın tezligi kishi hám ağıstın barlıǵın ağıstın bir nayı dep qarawǵa boladı. Joqarǵı kesimdeni basım (AB betinde) menen tómengi kesimdegi basım (a tesiginin qasındağı) birdey hám p_0 atmosferalıq basımǵa ten. Sonlıqtan (3)-Bernulli tenlemesinen

$$\frac{v_1^2}{2} + g(h_1 - h_2) = \frac{v_2^2}{2} \quad (3b)$$

túrindegi tenlemeni alamız. Eger biz suıqlıqtın aǵısındağı $v_1 = 0$ tezligin qabıl etsek hám $h_1 - h_2 = h$ tenligin qabıl etsek (97-súwret), onda

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

anlatpasına iye bolamız, yaǵnıy bunday jaǵdayda ıdıstağı suıqlıqtın betinin qáddinen h shamasına ten tómende jaylasqan tesik arqalı suıqlıqtın aǵıp shıǵıw tezliginin tap sonday biyiklikten erkin túsken denenin tezligine ten bolatuǵınlıǵın kóremiz.



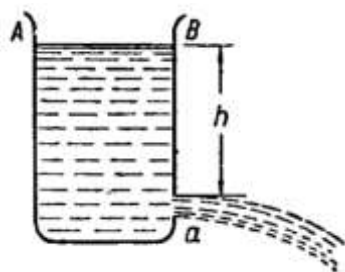
96-súwret.

Ishinde suw ağıp turatúgıń nasostıń sxeması

§ 41. Ağıp turǵan suıqlıq ushın qozǵalıǵ muǵdarınıń saqlanıw nızamın qollanıw. Qálegen qozǵalıwshı denegge qollanǵan sıyaqlı qálegen ağıp turǵan suıqlıqqa qozǵalıǵ muǵdarınıń saqlanıw nızamın qollanıwǵa boladı (20-paragraf). Eger suıqlıqtıń kóleminin qozǵalıǵ muǵdarı $\Delta K' = m\Delta v$ shamasına ózgeretuǵın bolsa, onda usı suıqlıq tiyisetuǵın suıqlıqtıń basqa kóleminin yamasa qattı denenin qozǵalıǵ muǵdarı $\Delta K' = -\Delta K$ shamasına ózgeriwi kerek. Suıqlıqtıń qozǵalıǵı ushın qozǵalıǵ muǵdarınıń momentiniń saqlanıw nızamın da qollanıwǵa boladı (37-paragraf).

Bul nızamlardı qollanıw bir qansha máselelerdi, mısalı ağıwshı suıqlıqtıń ıdistin diywalına reakciyası máselesin sheshiwge múmkinshilik beredi.

Eger suıqlıq ıdistaǵı a tesiginen sırtqa qaray aǵatuǵın bolsa (97-súwret), onda onıń tezligi artadı hám ol bazı bir qozǵalıǵ muǵdarına iye boladı. Eger sırtqı kúshler bolmaytuǵın bolsa, onda ıdis-suıqlıq sistemasınıń ulıwmalıq qozǵalıǵ muǵdarınıń ózgerissiz qalıwı kerek. Sonlıqtan ıdisqa san mánisi aǵıs tárepinen alınǵan qozǵalıǵ muǵdarınıń shamasına ten qozǵalıǵ muǵdarı beriledi. ıdis aǵıstaǵı suıqlıqtıń qozǵalıǵınıń baǵıtına qarama-qarsı bolǵan baǵıtta qozǵalısqı keliwi kerek. Haqıyqatında da, eger ıdistı onıń erkin qozǵalıwına múmkinshilik beretuǵın arbanıń ústine jaylastırsaq, onda arba ıdistan suwdın aǵıwı menen birge usı aǵıstıń baǵıtına qarama-qarsı baǵıtta qozǵala baslaydı.



97-súwret.

ıdistin qaptal betindegi tesik arqalı suıqlıqtıń sırtqa qaray aǵıwı.

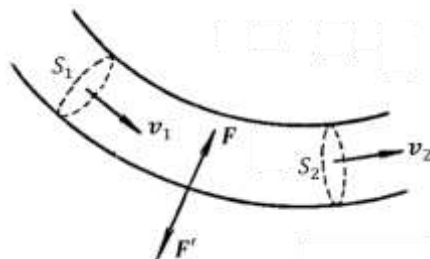
Sırtqa shıǵatuǵın aǵıstıń reakciyası reaktivli snaryadlarda hám reaktivlik dvigatellerde qozǵaltıwshı kúsh sıpatında paydalanıladı.

Eskish vintlerdin tásiiri de qozǵalıǵ muǵdarınıń saqlanıw nızamına tiykarlanǵan. Paroxodtıń finti suwdın artqa qaray qozǵalıǵın payda etedi, usıǵan sáykes vint tárepinen artqı tárepke qaray iyterilip taslanǵan suwdın aǵısı bazı bir qozǵalıǵ muǵdarına iye boladı. Qozǵalıǵ muǵdarınıń saqlanıw nızamı boyınsha tap sonday shamadaǵı qozǵalıǵ muǵdarın paroxodtıń ózi de aladı.

Samolëttın párrıgı de tap sonday princip penen xızmet etedi; bunday jaǵdayda mexanikalıq kóz-qaraslar menen qaraǵanda hawanı (qısılatuǵın) suyıqlıq túrinde qarawǵa boladı.

98-súwret.

Mayısqañ nay arqalı aǵıp atırǵan suyıqlıq nayǵa F reakciya kúshi menen tásir etedi.



Qozǵalıś muǵdarı vektorlıq shama bolıp tabıladı, sonlıqtan suyıqlıqtın bazı bir kóleminin qozǵalıś muǵdarının ózgerisi tek tezliktin san shaması ózgergen jaǵdayda ǵana emes, al tezliktin baǵıtı ózgergende de orın aladı.

Suyıqlıq mayısqañ nay boyınsha tezliginin san mánisi v turaqlı qalatuǵınday bolıp qozǵalǵanda (98-súwret), suyıqlıqtın qálegen kóleminin qozǵalıś muǵdarı suyıqlıq aǵısıntrubkasının mayısıwın saldarınan úzliksiz túrde ózgeredi. Δt waqıtı ishinde naydın S_1 kesimi arqalı muǵdarı $m = \rho S_1 v_1 \Delta t$ shamasına ten bolǵan suyıqlıq aǵıp ótedi. Bul tenlikte ρ arqalı suyıqlıqtın tıǵızlıǵı, al v_1 arqalı onın tezliginin san mánisi belgilengen.

Bul massanın qozǵalıś muǵdarı

$$K_1 = \rho S_1 \cdot v_1 \Delta t$$

shamasına ten. Bul tenlikte v_1 arqalı S_1 kesimi arqalı aǵıp atırǵan suyıqlıqtın massasına ten. Naydın S_2 kesimindegi suyıqlıqtın sol massasının qozǵalıś muǵdarı

$$K_2 = \rho S_2 \cdot v_2 \Delta t$$

shamasına ten. Meyli naydın kesimi turaqlı bolsın: $S_1 = S_2$. Bunday jaǵdayda $v_1 = v_2 = v$ hám qozǵalıś muǵdarının ózgerisi ushın

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \rho S v (v_2 - v_1) \Delta t \quad (1)$$

anlatpasın alamız.

Qozǵalıś muǵdarının bul ózgerisi naydın diywalları tárepinen suyıqlıqqa tásir etetuǵın kúshlerdin impulsine ten. Suyıqlıqqa tásir etetuǵın qosındı kúshti K arqalı belgilep, (1)-formula boyınsha

$$F \cdot \Delta t = \Delta K = \rho S v (v_2 - v_1) \Delta t$$

anlatpasın hám onnan

$$F = \rho S v (v_2 - v_1) \quad (2)$$

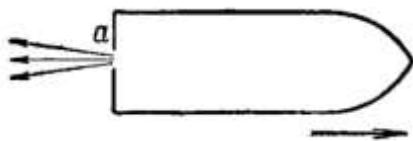
tenligine iye bolamız. Nyutonnın úshinshi nızamı boyınsha san mánisi boyınsha F kúshine ten bolǵan, biraq baǵıtı boyınsha qarama-qarsı bolǵan F_1 kúshi aǵıp turǵan suyıqlıq tárepinen naydın diywallarına tásir etedi.

Solay etip, mayısqañ nayda aǵıp atırǵan suyıqlıq nayǵa reakciya kúshi bolǵan F_1 kúshi menen tásir etedi (98-súwret). Bul kúshtin baǵıtı naydın mayısıw baǵıtına qarama-qarsı.

Aǵıp turǵan suyıqlıqtın mayısqañ naydın diywalına túsiretuǵın reakciyası suw hám puw turbinalarında paydalanıladı. Suyıqlıqtın yamasa puwdın aǵısı turbinanın degershiginin mayısqañ kanalları arqalı ótkende reakciya kúshlerin payda etedi hám bul kúshler turbinanın degershiginin aylanıwın júzege keltiredi.

Basqa konstrukciyalarda suyıqlıqtın yamasa puwdın aǵısı qozǵalmaytuǵın naydan shıǵadı hám turbinanın degershiginin qalaqlarına kelip túsedi. Qalaqlar suyıqlıqtın yamasa puwdın aǵısın baǵıtın ózgerterdi hám sonın nátiyjesinde aǵıs ózinin qozǵalıś muǵdarın ózgerterdi. Bunday jaǵdayda qalaqlarǵa tásir etetuǵın reakciya kúshleri turbinanın degershiginin aylanıwın boldıradı. Suyıqlıqtın yamasa puwdın aǵısı ózinin qozǵalıś muǵdarın qanshama kúshli ózgerteretuǵın bolsa, onda kúshlerdin momenti de sonshama úlken boladı. Sonlıqtan turbinanın degershiklerinin

qalaqlarına usınday qalaqtın qasınan ağıwdın (qalaqqa urılmastan) nátiyjesinde ağıs múmkin bolǵanınsha ózinin tezligin kúshli ózǵertetuǵınday forma beriledi.



99-súwret.
Reaktiv snaryad.

SHıǵatuǵın aǵıstın reakciyası reaktivlik qozǵalısta, mısalı raketalarda hám raketalıq snaryadlarda qollanıladı. Raketanın kamerasında partlanıwshı aralaspınan janıwı boldırıladı. Bunday jaǵdayda payda bolatuǵın gazler snaryadtın artqı tárepindegi arnawlı a soplosı arqalı ushıp shıǵadı (99-súwret). Ushıp shıǵıwshı gazlerdin tezligi úlken bolǵanlıqtan, gaz tárepinen alınatuǵın qozǵalıstı muǵdarının shaması úlken. Qarama-qarsı baǵıtlanǵan qozǵalıstı muǵdarın raketanın ózi aladı. Usının nátiyjesinde raketanın alǵa qaray qozǵalıstı júzege keledi.

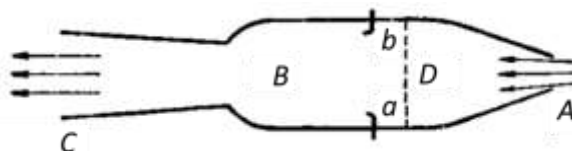
Raketaǵa tezlik beriw ushın usı raketanın basqa deneler yamasa qorshaǵan ortalıq penen ózara tásirlesiw talap etilmeydi. Sonlıqtan raketa hawasız kenilikte de qozǵala aladı.

Ataqlı sovet oylap tabıwshısı U. E. Cilokovskiy (1857-1935) reaktiv qozǵalıstı paydalanıwdın pioneri bolıp tabıladı. Ol tek reaktiv qozǵalıstı esaplawdın tiykarın ǵana berip qoymay, atmosferanın joqarǵı qatlamları menen kosmos kenligin izertlew ushın arnalǵan raketalardıń konstrukciyaların da usındı.

Házirgi waqıtları Jerdin jasalma joldasları menen kosmoslıq raketalar kóp basqıshlı raketalardıń járdeminde orbitaǵa shıǵarıladı. Sebebi bir basqıshlı raketa bolǵan jaǵdayda kosmoslıq tezlik beriletuǵın massanın shaması dım úlken bolǵan bolar edi. Kóp basqıshlı raketanın principini K. E. Cilokovskiy tárepinen usınıldı. Raketa ximiyalıq janılıǵın paydalanadı hám raketanın hár bir basqıshı janılıǵı hám okislewshı ushın ózinin baklerine iye boladı. Úsh basqıshlı raketanın qozǵalıstıń sxemasın qaraymız. Dáslep birinshi basqıstın dvigatelindegi janılıǵın janıwı boldırıladı. Usının nátiyjesinde raketa tutası menen qozǵalısqı keledi. Birinshi basqıstın janılıǵı menen paydalanılıp bolıwı menen raketa ekinshi basqısh dvigateliniń esabınan qozǵalıstıń dawam etedi. Ekinshi basqıstıǵı dvigateldin jumıs islewiniń toqtawı menen massası raketanın ózinin massasınan ádewir kishi bolǵan úshinshi basqıstıǵı dvigatel isley baslaydı. Usının nátiyjesinde dáslepki dey reaktiv kústın tásirinde alınatuǵın tezleniw din esabınan raketa úlken tezliklerge iye bola aladı.

Joqarıda keltirilgen raketalıq princip penen bir qatarda házirgi waqıtları hawa-reaktivlik dvigatellerde qollanılatuǵın reaktiv qozǵalıstın basqa da principini paydalanıladı. Pulsaciyalanatuǵın hawa-reaktivlik dvigateldin sxeması 100-súwrette keltirilgen. Dvigateldin en aldınǵı bóliminde hawanı sorıytuǵın *A* diffuzorı jaylasqan. Diffuzor arqalı kelip túsetuǵın hawa *D* klapanlar sisteması arqalı janıw kamerası *B* ǵa kelip túsedı. Janılıǵı janıw kamerasına *a* hám *b* forsunkaları (búrkiwshileri) arqalı ótedi; janıwdın aldında klapanlar jabıladı. Janılıǵı janıp hawanı qızdıradı, janıwdın saldarınan payda bolǵan hawa menen gazlerdin aralaspası dvigateldin *C* soplosı arqalı úlken tezlik penen shıǵadı. Dvigatelge kelip túsetuǵın hám onnan shıǵatuǵın aǵıslardıń ulıwmalıq qozǵalıstı muǵdları úlkeyedi. Qozǵalıstı muǵdarının saqlanıw nızamı boyınsha dvigateldin ózi alǵa qaray baǵıtlanǵan, al shaması aǵıslardıń qozǵalıstı muǵdarının úlkeyiwine ten bolǵan qozǵalıstı muǵdarına iye boladı.

100-súwret.
Hawa-reaktiv dvigatel.



Házirgi waqıtlardaǵı aviacyalıq reaktiv dvigatellerde janılǵının janıwı ushın zárúrli bolǵan hawa arnawlı nasoslardıń járdeminde beriledi. Nasos janıw kamerasınan shıqqan gazdin esabınan isleytuǵın turbina tárepinen qozǵalısqı keltiriledi. Aǵıstın reaktivlik tásirı dvigateldin alǵa qaray jılıwdı támiyinleydi. Bunday dvigateldi turboreaktivli dvigatel dep ataydı. Aviacyalıq turboreaktivli dvigatel ádettegi reaktiv dvigateldin minaday ayırmashılıǵı bar: bunday dvigatelde janılǵının janıwı ushın atmosferalıq hawadaǵı kislorod, al ádettegi reaktiv dvigatelde bolsa ózinin ıdısında saqlanatuǵın okislewshi zat paydalanıladı. Usının saldarınan turboreaktivli dvigatel ushın paydalanılatuǵın janılǵının massası reaktiv dvigatelde paydalanılatuǵın janılǵının ulıwmalıq massasınan ádewir kem. Turboreaktivli difigateldin bul artıqmıshlıǵı onı samoletlar ushın ápiwayı reaktiv dvigatelge salıstırǵanda úlken utımlı etedi. Biraq turboreaktivli dvigatel atmosferanın tıǵızlıǵı júdá kishi bolǵan joqarı biyikliklerde jumıs isley almaydı. Ol Jer atmosferasınıń sırtındaǵı ushıwlar ushın jaramsız.

Raketaların qozǵalıstın esaplanıwı ushın I. V. Meşçerskiydin (1859-1935) jumısları úlken ámeliy áhmiyetke iye. Ol birinshi bolıp massası waqıttın ótiwi menen ózgeretuǵın (massalardı qosqanda úlkeyetuǵın yamasa bir qansha massası alınıwdın sebebinen kishireyetuǵın) denelerdin qozǵalıstı teoriyasın islep shıqtı. I. V. Meşçerskiy massası ózgermeli hám m shamasına ten bolǵan ilgerilemeli qozǵalatuǵın dene ushın tómendegidey qozǵalıstı tenlemesinin orın alatuǵınlıǵın kórsetti:

$$\frac{d}{dt}(mv) = F + \frac{dm_1}{dt} \cdot v_1 - \frac{dm_2}{dt} \cdot v_2. \quad (3)$$

Bul tenlemede v arqalı denenin qozǵalıstı, F arqalı sırtqı kúshlerdin bas vektorı, m_1 arqalı denegı qosılatuǵın massa, m_2 arqalı deneden ajıralıp shıǵatuǵın massa, v_1 hám v_2 arqalı sol massalardıń tezlikleri belgilengen. Eger v_1 menen v_2 shamaları nolge ten bolsa, onda bul tenleme tómendegidey tenlemege aylanadı:

$$\frac{d}{dt}(mv) = F.$$

Bul tenleme 20-paragraftaǵı (8a) tenlemeleri sistemasına ekvivalent.

Reaktiv qozǵalıstı úyregende (bul jaǵdayda tek bólinip shıǵatuǵın massalar boladı) (3)-tenlemenı minaday túrge keltirgen qolaylı:

$$m\mathbf{w} = F + \frac{dm_2}{dt} \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{v}_2).$$

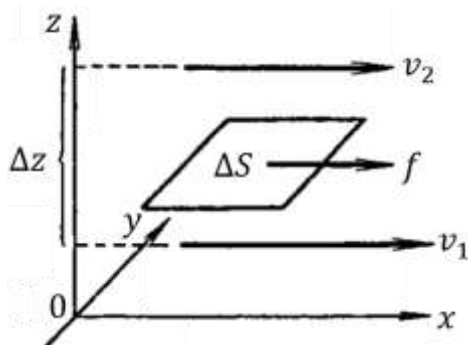
Bul tenlemede $\mathbf{w}$ arqalı denenin tezleniwi belgilengen. Eger sırtqı kúshlerdin bas vektorına denenin salıstırmalı tezligi menen ajıralıp shıǵatuǵın massanın tezliklerinin ayırması ajıralıp shıǵatuǵın massanın waqıt boyınsha tuwındısı menen kóbeymesi bolǵan $\frac{dm_2}{dt} \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{v}_2)$ shamasın qossaq, onda bul songı qatnas ádettegi qozǵalıstı tenlemesine sáykes keletuǵınlıǵın anǵarıwǵa boladı.

§ 42. Jabısqaq suyıqlıqtın qozǵalıstı. Tábiyatta bar barlıq suyıqlıqlarda bir qatlamnıń ekinshi qatlamǵa salıstırǵandaǵı jılısıwında belgili bir shamadaǵı súykelis kúshleri payda boladı. Tezirek qozǵalatuǵın qatlam tárepinen ástelew qozǵalatuǵın qatlamǵa tezletiwshi kúsh tásir etedi. Kerisinshe, ásterek qozǵalatuǵın qatlam tárepinen tezirek qozǵalatuǵın qatlamǵa irkiwshi kúsh tásir etedi. *Ishki súykelis kúshleri* dep atalatuǵın bul kúshler qatlamlardıń betine urınba baǵıtta baǵıtlanǵan. Eger biz qarap atırǵan qatlamnıń beti ΔS qanshama úlken bolsa onda ishki súykelis kúshleri f tin shaması da sonshama úlken boladı. Bul kúshlerdin shaması qatlamnan qatlamǵa ótkende aǵıstın tezligi v nıń ózgeriwiniń shamasınan da ǵárezli. Meyli bir birinen Δz qashıqlıǵında turǵan eki qatlam (101-súwret) sáykes v_1 hám v_2 tezlikleri menen aǵatuǵın bolsın. $v_1 - v_2 = \Delta v$ belgilewin paydalanamız. Qatlamlar arasındaqı qashıqlıq Δz esaplanatuǵın baǵıt qatlamlardıń aǵıwınıń tezligine perpendikulyar. Bir qatlamnan ekinshi qatlamǵa ótkende tezliktin qanshama tezlik penen ózgeretuǵın kórsetetuǵın $\Delta v / \Delta z$ shamasın *tezliktin gradienti* dep ataydı. Ishki súykelis kúshi f tezliktin gradientine tuwrı proporcional, sonlıqtan

$$f = \eta \frac{\Delta v}{\Delta z} \cdot \Delta S. \quad (1)$$

Suyıqlıqtın tábiyatınan ġárezli bolğan η shaması *ishki súykelis koefficienti* yamasa *suyıqlıqtın jabısqaqlıq koefficienti* dep ataladı. Jabısqaqlıq koefficienti qanshama úlken bolsa, suyıqlıq ideal suyıqlıqtan úlken ayırmağa iye hám bunday suyıqlıqta payda bolatuǵın ishki súykelis kúshlerinin mánisi úlken boladı.

Jabısqaqlıqtın ólsheminin $L^{-1}MT^{-1}$ ekenligin ansat anǵarıwǵa boladı. Nátiyjede SGS sistemasında jabısqaqlıq $sm^{-1} g sek^{-1}$ birligine iye boladı. Jabısqaqlıqtın bul birligi francuz alımı Puazeyldin húrmetinen *puaz* dep ataladı.



101-súwret.
Ishki súykelis kúshlerinin payda bolıwı.

Suyıqlıqtın jabısqaqlıǵı temperaturadan kúshli ġárezli: temperaturanın tóménlewı menen jabısqaqlıqtın mánisi kishireyedi. Mısalı, $0^{\circ}S$ temperaturadaǵı suwdın jabısqaqlıǵı $\eta_0 = 0,01775 sm^{-1} g sek^{-1}$ shamasına, al $90^{\circ}S$ temperaturada $\eta_{90} = 0,00320 sm^{-1} g sek^{-1}$ shamasına ten. Maylardın jabısqaqlıǵının temperaturadan ġárezligi ayırıqsha kúshli. Mısalı, temperatura $18^{\circ}S$ dan $40^{\circ}S$ ġa shekem kóterilgende kastor mayının jabısqaqlıǵı derlik tórt ese kishireyedi. Tómende bazı bir suyıqlıqlar ushın jabısqaqlıq koefficientlerinin mánisleri keltirilgen:

Suyıqlıq	Puazlardaǵı jabısqaqlıq koefficienti		
	$T = 0^{\circ}S$	$T = 15^{\circ}S$	$T = 99^{\circ}S$
Suw	$1,8 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$0,29 \cdot 10^{-2}$
Sınap	$1,7 \cdot 10^{-2}$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$
Efir	$0,29 \cdot 10^{-2}$	$0,25 \cdot 10^{-2}$	-
Glicerın	46	15	-

Gazlerdin aǵısın suyıqlıqtın aǵısı túrinde qarawǵa boladı. Biraq, birinshiden, gazlerdin jabısqaqlıq koefficientlerinin mánisleri gazlerdin jabısqaqlıq koefficientlerinin mánislerinen ádewir kishi hám, ekinshiden, gazlerdin qısılatuǵınlıǵın esapqa alıw kerek boladı. Temperaturanın joqarılawı menen gazlerdin jabısqaqlıǵı suyıqlıqlardaǵıday bolıp kishireymeydi, al úlkeyedi. Bul tómendegi kestede kórinip tur:

Gaz	Puazlardaǵı jabısqaqlıq koefficienti		
	$T = 0^{\circ}S$	$T = 15^{\circ}S$	$T = 99^{\circ}S$
Vodorod	$86 \cdot 10^{-6}$	$89 \cdot 10^{-6}$	$106 \cdot 10^{-6}$
Suw puwı	$90 \cdot 10^{-6}$	$97 \cdot 10^{-6}$	$131 \cdot 10^{-6}$
Hawa	$171 \cdot 10^{-6}$	$181 \cdot 10^{-6}$	$220 \cdot 10^{-6}$
Argon	$210 \cdot 10^{-6}$	$221 \cdot 10^{-6}$	-

P. L. Kapica tárepinen suyıq geliydin shama menen $-271^{\circ}S$ temperaturada "asa aqqıshlıq" halına ótetuǵınlıǵın ashıldı. Bunday halda onın jabısqaqlıǵı ámeliy jaqtan nolge ten. Juqa kapıllıqlar hám sanlaqlar arqalı ótiwin baqlawlar asa aqqıshlıq halında turǵan geliydin jabısqaqlıǵının 10^{-11} puazdan kem ekenligin kórsetti. Asa aqqıshlıq halına ótken suyıq geliydi

"geliy II" dep ataydı. Ádettegi geliydin ("geliy I" din) geliy II halına ótiwi ekinshi áwlad fazalıq ótiwi dep atalatuǵın fazalıq ótiw bolıp tabıladı. Bunday ótiwlerde zattın geypara qásiyetleri (mısalı, jabısqaqlıǵı) sekirmeli túrde, al basqa qásiyetleri (mısalı, puwdın serpimligi) úzliksiz ózgeredi. Asa aqqıshlıq halına geliydin tek tiykarǵı izotopı bolǵan He^4 ǵana ótedi.

Asa aqqıshlıq basqa da tek ózine tán bolǵan qubılıslardıń júzege keliwine alıp keledi: suyıq geliyde temperaturalıq gradientler bar bolǵan jaǵdayda úlken intensivlikke iye aǵıslar payda boladı. 2,19 K temperaturada geliy asa aqqısh hám ádettegidey bolǵan modifikaciyalardıń aralaspalarınan turadı. Olar bir birine qarama-qarsı baǵıtta aǵa aladı.

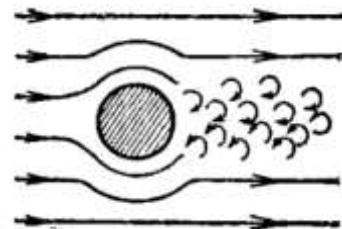
Termomexankalıq effekt dep atalatuǵın qubılıstın bar bolıwı asa aqqıshlıq qubılısı menen baylanıslı. Onın mánisi jinishke sanlaq yamasa kapıllıydaǵı temperaturanın túsiwi qosımsha basımlar ayırmasın payda etiwinen ibarat. Mısalı, eger geliy II ni kapıllıyǵa quysaq hám usı kapıllıyadıń joqarǵı ushın qızdırsaq, onda kapıllıydan fontannın atılǵanın kóriwge boladı. Sonlıqtan termomexankalıq effekt tárepinen júzege keltirilgen effekt *fontanlanıw effekti* dep te ataydı.

Asa ótkizgishliktin gidrodinamikalıq teoriiyası sovet fizigi L. D. Landau tárepinen en tolıq túrde rawajlandırıldı. Bul teoriyada suyıqlıqtın hár bir elementi ushın tezlikin eki vektorı jazıladı: asa aqqıshlıq hám ádettegi qozǵalıstı vektorları. Demek, júdá tómengi temperaturalardaǵı geliydi bir birinen ǵárezsiz qozǵala alatuǵın eki suyıqlıqtın aralaspasınan turadı dep boljanadı. Bul suyıqlıqlardıń biri súykelissiz qozǵaladı hám júdá kishi bolǵan tesikler yamasa júdá jinishke bolǵan kapıllıylar arqalı óte aladı. P. L. Kapica asa aqqısh geliydin arasındǵı qashıqlıq $5 \cdot 10^{-8} \text{ sm}$ bolǵan bir birine parallel bolǵan plastinkalardıń arasınan tez aǵıwın baqlaǵan. Geliydin basqa qurawshısı sezilerliktey jabısqaqlıqqa iye bolǵan ádettegidey suyıqlıq bolıp tabıladı hám ol jinishke kapıllıylar menen sanlaqlar arqalı óte almaydı.

Landau teoriiyası tárepinen jáne bir jana qubılıs – jıllılıq tolqınlarınan tarqalıwı boljandı. Bul qubılıs eksperimentlerde V. A. Peshkov tárepinen baqlandı hám úyrenildi. Bul qubılıs geliy II degi ekinshi ses atamasına iye boldı.

Biz joqarıda kórgen suyıqlıqtın aǵısı laminarlıq (latın tilinde – qatlamlıq) atamasına iye boldı. Bunday aǵısta suyıqlıqtın qatlamları bir birine salıstırǵanda sırǵanaǵanday bolıp kórinedi. Suyıqlıq nay boyınsha qozǵalǵanda tezlik úlkeygende aǵıs laminarlıq xarakterin joǵaltadı hám tártipsiz aǵısqa aylanadı. Naydın kósherine perpendikulyar bolǵan tezlikin qurawshıları payda boladı. Suyıqlıqtın hár bir noqatında tezlik vektorının onın ortasha mánisinen tártipsiz túrde awısıwları orın aladı. Bunday qozǵalıstı *turbulentlik qozǵalıstı* dep ataydı. Naylardaǵı yamasa kanallardaǵı laminarlıq qozǵalıstan turbulentlik qozǵalısqı ótiw qarsılıqtın keskin túrde ósiwine alıp keledi.

102-súwret.
Quyınlardın payda bolıwı.



Jabısqaq suyıqlıq denelerdi aylanıp ótkende tezlikin ósiwi menen aǵıs ózinin xarakterin ózǵertedi hám quyın tárizli qozǵalısqı aylanadı. Suyıqlıqtın aylanıp ótip atırǵan denenin betinen úziletuǵın aǵısı ayırım quyınlarǵa bólinedi. Deneden keyingi payda bolatuǵın quyınlar (102-súwret) aǵıs penen alıp ketiledi hám ástelik penen sónedi.

Eger qatan túrde aytqanda Bernulli tenlemesin jabısqaq suyıqlıqlar ushın paydalanıwǵa bolmaydı. Sebebi súykelis kúshlerinin tásirinde aǵıs trubkasının ishindegi energiyanın bir bólimi jıllılıqqa aylanadı. Biraq, ámeliy jaqtan Bernulli tenlemesin tek júdá jabısqaq suyıqlarǵa ǵana

qollanıwǵa bolmaydı. Suw sıyaqlı suyıqlıqlar ushın Bernulli tenlemesi jetkilikli dárejede dál orınlanadı.

Súykelistin ornın R Reynolds sanı dep atalatuǵın ólshem birligine iye bolmaǵan shama iyeleydi:

$$R = \frac{\rho v l}{\eta}.$$

Bul anlatpada l arqalı suyıqlıqtın biz qarap atırǵan aǵısı ushın tán uzınlıq belgilengen. Suyıqlıq nay arqalı aǵatuǵın bolǵan jaǵdaylarda l naydın radiusı, v arqalı ortasha tezlik belgilengen. η/ρ shaması *jabısqaqlıqtın kinematikalıq koefficienti* dep ataladı.

Reynolds sanının tutqan ornın túsiniw ushın suyıqlıqtın kóleminin elementin qaraymız hám onın qabırǵasınan uzınlıǵı l shamasına ten bolsın. Bul kólemnin kinetikalıq energiyası

$$E_k = \frac{\rho v^2}{2} l^3$$

shamasına ten boladı.

Suyıqlıqtın kóleminin elementine tásir etetuǵın súykelis kúshinin shaması onın betinin maydanı bolǵan l^2 shamasına, súykelis koefficienti η ǵa hám tezlik gradientine proporcional. l aralıǵında tezlik shaması nolge shekem kishireydi dep boljap (suyıqlıq nay arqalı aqqanda – radiallıq baǵıtta) tezlik gradientinin v/l ge ten ekenligin alamız. Demek, súykelis kúshi ushın

$$f = \eta l^2 \frac{v}{l} = \eta v l$$

formulasına iye bolamız. Shaması l ge ten bolǵan joldaǵı jumıs

$$A = f l = \eta v l^2$$

anlatpasının járdeminde esaplanadı.

Eger A jumısı suyıqlıqtın kóleminin kinetikalıq energiyası E_k dan kishi bolatuǵın bolsa suyıqlıqtın aǵısındaǵı jabısqaqlıqtın tutqan ornı kishi. Bul jaǵdayda

$$\eta v l^2 \ll \frac{\rho v^2}{2} l^3$$

tensizligi yamasa

$$\frac{\rho v l}{\eta} \ll 1$$

tensizligi alınadı. Biraq, $\frac{\rho v l}{\eta}$ qatnası Reynolds sanı R bolıp tabıladı ($\frac{\rho v l}{\eta} = R$). Demek, Reynoldstin úlken sanlarında suyıqlıqtın aǵıwında súykelis kúshlerinin tutqan ornının kishi ekenligin kóremiz.

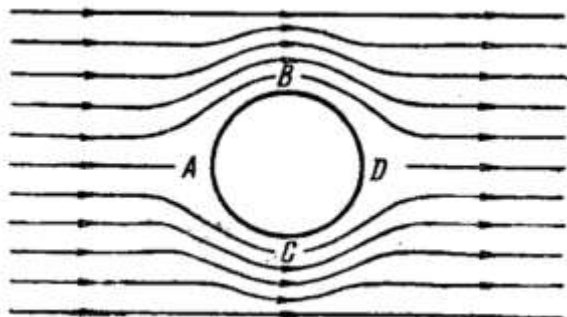
Nay arqalı suyıqlıq aqqanda laminarlıq aǵıstan turbulentlik aǵısqa ótiw kritikalıq dep atalatuǵın Reynolds sanının mánisinde ótedi. Suwdın nay arqalı aǵıwında $R_{kr} \approx 1200$.

Denenin suyıqlıqta qozǵalıwının nátiyjesinde payda bolatuǵın qubılıslardı qaraymız. Deneni qozǵaladı, al suyıqlıq tınıshlıqta turadı dep qarawdın ornına kerı máseleni qoyıwǵa da boladı: qozǵalmaytuǵın deneni suyıqlıqtın bir tekli aǵısınan aylanıp ótiwin qaraymız. Dáslep suyıqlıqtı ideal suyıqlıq, yaǵnıy jabısqaq emes dep esaplaymız. Meyli, dene sheksiz uzın dóngelek cilindr hám onın kósheri aǵıstın ózgeriske ushıramaǵan sızıqlarına perpendikulyar bolsın (103-súwret). Aǵıs sızıqları cilindirdi eki tárepten simmetriyalı túrde orap ótedi. A hám D noqatlarında suyıqlıqtın tezligi nolge ten. B hám C noqatlarında aǵıs sızıqları qoyıwlasadı hám bul orınlarda suyıqlıqtın tezligi aǵıs ózgeriske ushıramaǵan orınlardaǵı tezlikke salıstırǵanda úlken. Sonlıqtan A hám D noqatlarında basım p úlken, al B hám C noqatlarında kishi boladı. Eger v arqalı ózgeriske ushıramaǵan aǵıstaǵı tezlikte belgilesek, onda Bernulli tenlemesi boyınsha [40-paragraftaǵı (3a) formula] A noqatındaǵı basım

$$p_A = p + \frac{\rho v^2}{2}$$

shamasına ten. Sebebi A noqatındaǵı tezlikte nolge ten dep esaplaymız ($v_A = 0$). Demek, A noqatındaǵı basım statikalıq p basımnan úlken boladı eken. D noqatında da usınday úlkeygen basım orın aladı. Birinshi ret qaraǵanda D noqatındaǵı basım statikalıq p basımnan kishi

bolatuǵınday bolıp kórinedi. Biraq bul durıs emes. Haqıyqatında, A noqatının qasında suıqlıqtın aǵısın tezlighi kemeyedi, demek, suıqlıqtın bólekshelerine shep tárepke qaray baǵıtlanǵan, al Nyutonnın úshinshi nızamı boyınsha denenin ózine onǵa qaray baǵıtlanǵan kúsh tásir etedi. D noqatının qasında suıqlıqtın bólekshelerinin tezligi úlkeyedi hám usıǵan sáykes olarǵa onǵa qaray baǵıtlanǵan, al deneg bolsa D noqatında shep tárepke qaray baǵıtlanǵan kúsh tásir etedi.



103-súwret.

Qozǵalmaytuǵın deneni jabısqaq emes suıqlıqtın bir tekli aǵısın aylanıp aǵıwı.

Endi deneg B noqatında túsetuǵın basımdı qaraymız. Onı anıqlaw ushın denenin betine jaqın bolǵan usı orındaǵı suıqlıqtın tezligin biliw kerek. Cilindrdin radiusına ten bolǵan qashıqlıqta aǵıs ózgerissiz qaladı dep esaplap tezlikin $v_B = 2v$ shamasına ten bolatuǵınlıǵına kóz jetkeriwge boladı. Bunday jaǵdayda Bernulli tenlemesi tiykarında

$$p_B + \frac{4\rho v^2}{2} = p + \frac{\rho v^2}{2}$$

tenligine iye bolamız. Bunnan

$$p_B = p - \frac{3\rho v^2}{2}$$

anlatpasına iye bolamız. B noqatındaǵı basım statikalıq p basımınan kishi bolıp shıǵadı. Tap usınday basım C noqatında da bar boladı. Kórinip turǵanınday, B hám C noqatlarındaǵı basımın kishireyiwi A hám D noqatlarındaǵı basımın úlkeyiwinen úlken boladı eken. Simmetriyanın bar bolıwın saldarınan deneg onı aylanıp ótetuǵın suıqlıq tárepinen tásir etetuǵın kúshlerdin qosındısı nolge ten boladı: $\sum f_i = 0$. Bunnan *jabısqaq emes suıqlıqta qozǵalǵanda denenin hesh qanday qarsılıqqa ushıramaytuǵınlıǵı* kelip shıǵadı.

Dene jabısqaq suıqlıqta qozǵalǵanda qarsılıq payda boladı. Bunday qarsılıqtın payda bolıwı eki túrli. Tezlik kishi bolǵanda hám suıqlıqtın aylanıp ótiwi ushın qolaylı bolǵan denelerde qarsılıq kúshi suıqlıqtın jabısqaqlıǵı menen tikkeley baylanıslı. Qattı deneg tikkeley tiyetuǵın suıqlıqtın qatlamı onın betine jabısadı hám sonlıqtan dene tárepinen tolıǵı menen alıp júriledi. Kelesi qatlam denenin izinen kishirek tezlik penen alıp júriledi. Solay etip, qatlamlar arasında súykelis kúshleri payda boladı.

Bunday jaǵdayda Stoks tárepinen tabılǵan nızam boyınsha *qarsılıq kúshinin shaması tezlikin birinshi dárejesine, jabısqaqlıq koefficientine hám denenin sızıqlı ólshemine proporcional*.

Jabısqaq suıqlıqta qozǵalatuǵın sharlar ushın Stoks nızamı boyınsha qarsılıq kúshi

$$f = 6\pi\eta r v \quad (2)$$

formulasının járdeminde esaplanadı. Bul formulada η suıqlıqtın jabısqaqlıq koefficienti, r – shardın radiusı, v – onın qozǵalıw tezligi.

Stokstın (2)-formulası boyınsha shardın jabısqaq suıqlıqtaǵı shardın turaqlı bolǵan túsiw tezligin anıqlawǵa boladı. Jabısqaq suıqlıqta awır shar tek dáslepki momentte ǵana tezleniw menen túse baslaydı; onın túsiw tezliginin úlkeyiwi menen súykelis kúshi f te úlkeyedi hám tómengge túsiw tezliginin belgili mánisinde súykelis kúshinin shaması shargǵa tásir etetuǵın salmaq kúshi P nın shaması menen tenlesedi. Kúshlerdin usınday tenlesiwiniń júzege keliwi menen shar (2)-formulanın járdeminde anıqlanatuǵın

$$P = 6\pi\eta r v \quad (3)$$

shárti menen anıqlanatuǵın turaqlı v tezligi menen túsedı.

Arximed nızamı boyınsha suyıqlıqtın ishindegi shargá tásir etetuǵın P kúshi $P_0 - P_1$ ayırmasına ten. Bul tenlikte P_0 – shardın haqıyqıy salmaǵı, al P_1 kólemi shardın kólemindey bolǵan suyıqlıqtın salmaǵı. Bunnan $P = P_0 - P_1 = (\rho - \rho')g \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$ anlatpasına iye bolamız. Bul anlatpada ρ – shardın tıǵızlıǵı, ρ' – suyıqlıqtın tıǵızlıǵı. P nın mánisin (3)-tenlikke qoyıp

$$v = \frac{2(\rho - \rho')gr^2}{9\eta} \quad (4)$$

formulasın alamız.

(4)-formuladan jabısqaq suyıqlıқтаǵı shardın túsiw tezliginin onın radiusı r din kvadratına proporcional ekenligi kórinip tur. SHar qanshama kishi bolsa, onda ol berilgen suyıqlıқта sonshama ástelik penen túsedı. Stoks formulasın tek shardın suyıqlıқтаǵı túsiwi ushın ǵana emes, al kishkene bolǵan sharlardın jabısqaq ortalıq dep qaraw múmkin bolǵan gaz ortalıқтаǵı túsiwi ushın da paydalanıwǵa boladı. Misalı, dumannın kishkene tamshılarının hawadaǵı túsiwi (4)-formula menen jaqsı anıqlanadı.

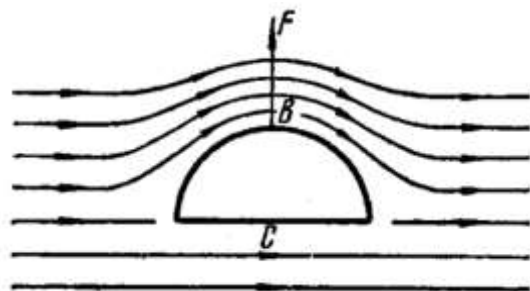
SHardı jabısqaq ortalıq penen aylanıp ótiwdi Reynolds sanının járdeminde táriyiplegende v tezligi haqqında aytqanda shardan sheksiz qashıqlıқтаǵı aǵstın salıstırmalı tezligi, al l di aytqanda shardın radiusı názerde tutiladı. Stoks nızamı Reynolds sanının kishi mánislerinde orınlanadı.

Suyıqlıqtın hár qıylı qattı denelerdi aylanıp ótiwinin dinamikalıq uqsaslıǵı ushın Reynolds sanlarının mánisleri birdey bolıwı kerek. Korabllerdin, samoletlardın h.t.b. qozǵalısların modellestirgende modeldin kishireytilgen ólshemlerinde ($l_2 < l_1$) hám suyıqlıqtın jabısqaqlıq koefficienti modelde de, naturada da (haqıyqıy ózinde de) birdey bolsa, onda modeldegi aǵstın tezligi úlken bolıwı kerek: $v_2 > v_1$. Modellerde júdá úlken bolǵan tezliklerge ótpew ushın kinematikalıq jabısqaqlıq koefficienti kishi bolǵan suyıqlıqtı alıw kerek boladı.

Joqarıda aytılıp ótilgen jabısqaq suyıqlıқта payda bolatuǵın qarsılıq kúshinin ekinshi mexanizmi quynlardın payda bolıwı menen baylanıslı. Denenin suyıqlıқтаǵı qozǵalıwı ushın islengen jumıstın bir bólimi quynlardın payda bolıwı ushın islenedi. Suyıqlıқта ishki súykelistin bar bolıwının saldarınan quynlardın energiyası aqır-ayaǵında jıllılıqqa aylanadı. Kishi tezliklerde quynlar payda bolmaydı hám, usıǵan baylanıslı, denege tásir etetuǵın qarsılıq salıstırmalı kishi. Tezlikten úlkeyiwi menen quynlar payda bola baslaydı hám usının nátiyjesinde qarsılıq kúshlerinin shaması keskin túrde úlkeyedi. Kemelerdi hám samoletlardı qurǵanda olarǵa múmkinshiligi bolǵanınsha quynlar payda bolmaytuǵın formanı beriw kerek. Quynlardın payda bolıwı menen baylanıslı bolǵan qarsılıq kúshinin mánisi tezliklerdin úlken bolmaǵan mánislerinde tezlikten kvadratına tuwrı proporcional. Berilgen ortalıқтаǵı sestin tezligine jaqın bolǵan tezliklerdegi qarsılıq kúshinin shaması tezlikten kubına, al sestin tezliginen úlken tezliklerde tezlikten kvadratına tuwrı proporcional.

104-súwret.

Jabısqaq suyıqlıqtın simmetriyalı emes deneni aylanıp ótiwi. Suyıqlıq tárepinen denege túsiriletuǵın kúshlerdin qosındısı nolge ten emes.

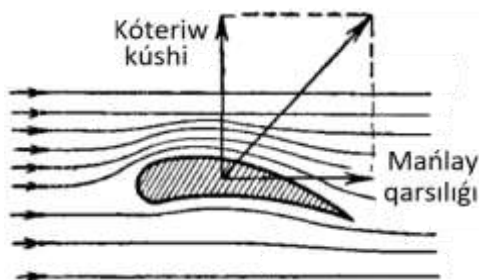


Jabasqaq emes suyıqlıq simmetriyalı emes formaǵa iye bolǵan deneni aylanıp ótkende

suyıqlıq tárepinen denegé túsiriletuǵın kúshlerdin qosındısı nolge ten emes. Ápiwayılıq ushın sheksiz uzın yarım cilindr túrine iye bolǵan deneni qaraymız (104-súwret). Bunday jaǵdayda aǵıs sızıqları C betine parallel hám oǵan túsiriletuǵın basım p ǵa ten. Joqarıda ayılıp ótilgenindey, B noqatındaǵı basım kishi $p_V < p$. Usının saldarınan qosındı kúsh payda boladı $F = \sum f_i \neq 0$. Bul kúshin baǵıtı ózgeriske ushıramaqan aǵıstaǵı aǵıs sızıqlarına perpendikulyar. Bul kúsh denenin aǵıstın baǵıtında alıp júrmeydi (ideal suyıqlıq ushın), al aǵısqa perpendikulyar baǵıtta deneni jılıstırıwǵa tırısadı.

Simmetriyalı emes deneni jabısqaq suyıqlıq aylanıp aqqanda aǵıs tárepinen denegé tásir etetuǵın F kúshi aǵıs sızıqlarına perpendikulyar emes. Bul jaǵdayda onı eki qurawshıǵa ajıratıwǵa boladı: aǵıs boyınsha baǵdarlangan F_{qars} hám aǵısqa perpendikulyar baǵıttaǵı F_n .

Samolettın qanatlarınan tásiiri usınday kúshlerdin bar ekenligine tiykarlangan. F_{qars} kúshi manlay qarsılıǵın, al F_n kúshi bolsa onın kóteri w kúshin anıqlaydı (105-súwret).



105-cúwret. Samolettın qanatının kóteri w kúshinin payda bolıwı.

Samolettın qanatının kóteri w kúshinin teoriyasın birinshi ret "rus aviacyasınan atası" H. E. Jukovskiy (1847—1921) islep shıqtı.

Jabısqaq suyıqlıqtın nay arqalı laminarlıq aǵısın jáne de qaraymız. Bul jaǵdayda ishki súykelis kúshlerinin bar bolıwınan sebebinen naydın ortasında suyıqlıqtın aǵıw tezligi úlken boladı (106-súwret). Naydın diywallarının qasında tezlik nolge ten. Naydın radiusı R ge hám uzınlıǵı l ge ten bolǵan uıastkasın qaraymız. Meyli, suyıqlıq $p_1 - p_2$ basımlar ayırmasınan esabınan shepten onǵa qaray aǵatugın bolsın.

Oyımızda suyıqlıqtın ishinde ishki radiusı r ge hám qalınlıǵı dr ge ten bolǵan cilindrlik qatlamdı kesip alayıq. Bul qatlamǵa ishki tárepten

$$f = \eta \frac{dv}{dr} S$$

ishki súykelis kúshi tásir etedi. Bul anlatpada S arqalı $2\pi r l$ shamasına ten bolǵan cilindrlik qatlamnıń ishki betinin maydanı belgilengen. Bunnan

$$f = 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr} \quad (5)$$

anlatpasın alamız.

Sırtqı tárepten qatlamǵa f kúshinin baǵıtına qarama-qası bolǵan $f_1 = f + df$ kúshi tásir etedi (f kúshi qatlamǵa tezleniw beredi, al f_1 kúshi onı irkedi).

Olardıń qosındısı mınaǵan ten:

$$-f_1 + f = -(f + df) + f = -df.$$

f kúshin (5) boyınsha anlatıp

$$-df = -2\pi l \eta d \left(r \frac{dv}{dr} \right).$$

Naydın orayında suyıqlıqtın tezligi en úlken mániske iye bolǵanlıqtan $\frac{dv}{dr}$ tuwındısının mánisi teris, al df kúshinin belgisi on. Bul kúshin shaması stacionar aǵısta $p_1 - p_2$ basımlar ayırmasınan bar bolıwı sebepli payda bolatuǵın qatlamǵa tásir etetuǵın kúshke ten bolıwı kerek. Sebebi bul kúsh kólden qatlamnıń maydanı $S' = 2\pi r dr$ ge proporcional. Sonlıqtan

$$-2\pi l \eta d \left(r \frac{dv}{dr} \right) = 2\pi r dr (p_1 - p_2)$$

tenligine iye bolamız hám bunnan

$$d\left(r \frac{dv}{dr}\right) = -\frac{p_1 - p_2}{l\eta} r dr$$

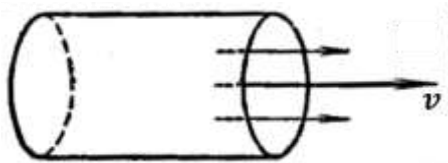
anlatpasın alamız. Bul anlatpanı integrallawdın nátiyesinde

$$r \frac{dv}{dr} = -\frac{p_1 - p_2}{2l\eta} r^2 + C$$

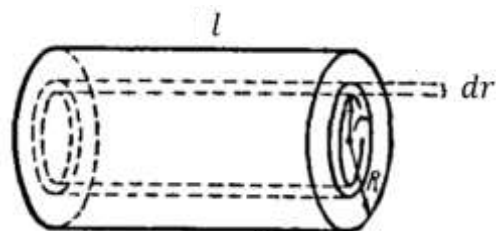
yamasa

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{p_1 - p_2}{2l\eta} r + \frac{C}{r}$$

formulasının orınlı ekenligine kóz jetkeremiz.



106-súwret. Jabısqaq suyıqlıq naydın kósheri boylap en úlken v tezligi menen aǵadı.



107-súwret. Radiusı r ge ten bolǵan cilindrlik qatlamda suyıqlıq birdey tezlik penen qozǵaladı.

$r = 0$ dep boljap hám naydın kósherinde tezlik v nın maksimumǵa iye bolatuǵınlıǵın itibargá alıp $\frac{dv}{dr}$ tuwındısının da nolge ten bolatuǵınlıǵın kóremiz. Sonın menen birge ıqtıyarlı turaqlı shama ushın $C = 0$ mánisin alamız. Bunnan suyıqlıqtın tezligi v nın naydın kósherinen qashıqlıq r shamasınan ǵárezligin anıqlaytuǵın differenciallıq tenlemenı alamız:

$$dv = -\frac{p_1 - p_2}{2l\eta} r dr.$$

Bul anlatpanı integrallap

$$v = -\frac{p_1 - p_2}{2l\eta} \int r dr = -\frac{p_1 - p_2}{4l\eta} r^2 + C'$$

funkciyasın alamız. C' turaqlısının mánisin anıqlaw ushın $r = R$ tenligi orınlanganda $v = 0$ tenliginin orınlanatuǵınlıǵın tiykarǵa alamız. Bunnan

$$C' = -\frac{p_1 - p_2}{4l\eta} R^2$$

anlatpasına iye bolamız. Bunnan keyin v ushın mınaday anlatpanı alamız:

$$v = -\frac{p_1 - p_2}{4l\eta} (R^2 - r^2). \quad (6)$$

Bul formula suyıqlıqtın aǵıw tezliginin naydın kósherinen qashıqlıqtan ǵárezligin beredi.

Endi bazı bir t waqıtı ishinde naydan aǵıp shıǵatuǵın suyıqlıqtın kólemi V nı anıqlaymız. Radiusı r ge hám qalınlıǵı dr ge ten bolǵan cilindrlik qatlamnan (107-súwret) bazı bir t waqıtı ishinde kólemi

$$dV = vt \cdot 2\pi r dr$$

shamasına ten suyıqlıq aǵıp ótedi.

Bul anlatpaǵa v nın ornına onın (6)-anlatpa boyınsha anıqlangán mánisin qoysaq

$$dV = \frac{\pi(p_1 - p_2)t}{2l\eta} (R^2 r - r^3) dr$$

anlatpasın alamız.

Bul anlatpanı 0 den R ge shekemgi sheklerde integrallap naydın barlıq kólden en kesimleri arqalı aǵıp ótetuǵın suyıqlıqtın V kólemin alamız:

$$V = \frac{\pi(p_1 - p_2)t}{2l\eta} \int_0^R (R^2 r - r^3) dr.$$

Bunnan

$$V = \frac{\pi(p_1 - p_2)t}{2l\eta} \left(\frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} \right),$$

al, bul tenlikten

$$V = \frac{1}{\eta} \frac{\pi R^4}{8l} (p_1 - p_2)t \quad (7)$$

formulasına iye bolamız.

(7)-formula *Puazeyl formulası* atamasına iye. Bul formula aǵıp ótken suyıqlıqtın muǵdarının naydın radiusınan kúshli ǵárezli ekenligin kórsetedi (R^4 shamasına propoprional). Turbulentli qozǵalısh ushın Puazeyl formulasın qollanıwǵa bolmaydı.

Puazeyl formulasın paydalanıp radiusı R , al uzınlıǵı l bolǵan nay arqalı aǵıp ótken suyıqlıqtın kólemi boyınsha jabısqaqlıq η nı anıqlawǵa boladı. Jabısqaqlıqtı anıqlaw ushın xızmet etetuǵın ásbapları *viskozimetrler* dep ataydı.

EKINSHI BÓLIM

MOLEKULALIQ FIZIKA

VII BAP

GAZLER

§ 43. Zatlardıń qurılısınan atomlıq-molekulalıq teoriyası. Zatlardıń bir birinen ajıralǵan túrde jasaytuǵın bólekshelerden - atomlardan turatuǵın qurılısqa iye ekenligin haqqındaǵı ideya áyyemgi grekler tárepinen usınıldı. M. V. Lomonosovtın miynetlerinde atomlıq gipoteza birinshi ret ken túrdegi rawajlandırıldı. Lomonosov ximiyalıq jaqtan ápiwayı bolǵan zatlardıń birdey bolǵan kóp sanlı bólekshelerden – atomlardan turadı dep esaplawdın tiykarında barlıq fizikanı qurıwǵa tırıstı. Ximiyalıq jaqtan quramalı bolǵan zatlarda bir birinen ajıralıp turatuǵın bólekshelerdin ornın molekularlar iyeleydi. Ózi ashqan materiyanın hám qozǵalıstın saqlanıw nızamlarına súyenip, Lomonosov birinshi bolıp atomlar menen molekularlardın úziksiz jıllılıq qozǵalıstı haqqındaǵı kóz-qaraslardın durıs ekenligin dálilledi.

Ximiyadaǵı atomlıq teoriyanın payda bolıwı menen ápiwayı hám pútin san ese qatnaslar nızamının tiykarında atomlardın salıstırmalı salmaqların (yamasa, durısıraǵı massaların), yaǵnıy berilgen atomnıń massasınıń qanday da bir basqa atomnıń massasınan neshe ese úlken yamasa kishi ekenligin anıqlaw múmkinshigi tuwıldı. Házirgi waqıtları ayırım atomlar menen molekularlardın massaların (salmaqların) salıstırıtıwdın fizikalıq usılları da payda boldı (II tomǵa qaranız). Atomlardın salıstırmalı salmaqların olardıń *atomlıq salmaǵı* A dep ataydı. *Atomlıq salmaqtın birligi sıpatında kislorod atomının salmaǵının 1/16 bólimi qabıl etilgen*²⁹. Solay etip, anıqlaması boyınsha kislorodtın atomlıq salmaǵı 16,0000 shamasına ten. En jenil atom bolǵan vodorod atomının atomlıq salmaǵı 1,0078 ge ten boladı. Demek, bul vodorod atomının massasınıń kislorod atomının massasınan $\frac{16,0000}{1,0078} = 15,8762$ ese kishi ekenligin kórsetedi. Tap sol sıyaqlı, mısalı, atomlıq salmaǵı 200,61 shamasına ten bolǵan sınaptıń atomlıq salmaǵı kislorodtın atomının salmaǵınan $\frac{200,61}{1,0078} = 199,06$ ese úlken³⁰.

Kislorod atomının salmaǵının 1/16 bólegine qatnası boyınsha molekulanın salıstırmalı salmaǵı onın molekularlıq salmaǵı dep ataladı (μ).

Vodorod atomının belgili bolǵan massasını, mısalı, m grammin alamız. Vodorodtın atomlıq salmaǵın A arqalı belgileybiz. Bul m grammlarda vodorod atomlarınan belgili sanı boladı hám onı n arqalı belgileybiz. Atomlıq salmaǵı A' bolǵan hám usınday A' salmaqta usı elementte de n dana atom bolatuǵın basqa elementti alamız. Bul elementtin n dana atomı vodorodtın n dana atomınan A'/A ese úlken bolatuǵınlıǵı kórinip tur. Demek, A' elementinin usınday muǵdarının massası $m' = m \frac{A'}{A}$ shamasına ten boladı. Bunnan keri juwmaqqa kelemiz: eger massaları atomlıq

²⁹ Awdarıwshılardıń eskertiwi: házirgi waqıtları basqasha anıqlama beriledi: Atomlıq massa atomnıń massası bolıp tabıladı. SI sistemasındaǵı ólshem birligi kilogramm. Ádette sistemadan tıs birlik massanın atomlıq birigigi qollanıladı. Atomlıq hám molekularlıq massalardıń ólshem birligi sıpatında uglerodtın en ken tarqalǵan ¹²C izotopının massasınıń 1/12 bólimi alınǵan. Massanın bul sistemadan tıs birligi *massanın atomlıq birligi* (m.a.b.) yamasa *dalton* atamasına iye boldı (belgileniwi Da, birliktin ataması Dj. Daltonnıń húrmatine qoyılǵan).

³⁰ Házirgi waqıtları derlik barlıq elementler ushın bir birinen massası (atomlıq salmaǵı) boyınsha parıqlanatuǵın atomlardın bir neshe sortları belgili. Berilgen sorttaǵı atomlar berilgen elementtin izotopları dep ataladı (II tomǵa qaranız). Atomlıq salmaqlardı anıqlawdın ximiyalıq usılları izotoplardıń tábiyiy aralaspası ushın ortasha atomlıq massanı beredi.

salmaqları túrinde qatnasqa iye bolatuǵın hár qıylı (ximiyalıq) elementlerdi alatuǵın bolsaq, onda olar birdey sandaǵı atomlarǵa iye boladı.

Massası sanlıq jaqtan atomlıq salmaqqa ten grammlarda anlatılǵan berilgen elementtin muǵdarın gramm-atom dep ataymız. Bunday jaǵdayda joqarıda ayılǵanlardın tiykarında mına jaǵdayǵa iye bolamız: *qálegen elemnettın gramm-atomındaǵı atomlardın sanları birdey boladı.* N_A arqalı belgilenetuǵın bul san *Avagadro sanı* dep ataladı.

Massası sanlıq jaqtan molekulaıq salmaqqa ten grammlarda anlatılǵan zattın muǵdarın gramm-molekula dep ataydı. Molekulaıq salmaqlar atomlıq salmaqlarday bolıp sol birlikke qatnası boyınsha (kislorod atomının salmaǵının 1/16 bólegi) anıqlanatuǵın bolǵanlıqtan, qálegen zattın bir gramm-molekulasındaǵı atomlardın sanı gramm-atomda bar molekularlardın sanına ten. Bunnan: *qálegen zattın gram-molekulası Avagadro sanına ten bolǵan sandaǵı molekularǵa iye boladı.*

Gram-molekulanı *mol* dep te aytadı. Mol berilgen hár bir zat ushın ayırıqsha mániske iye bolatuǵın massanın birliǵi. Mısalı, molekula tárizli vodorod ushın mol shaması 2 g ǵa ten bolǵan massanın birliǵi, al molekula tárizli kislorod ushın 32 g ǵa ten bolǵan massanın birliǵi bolıp tabıladı.

Házirgi waqıtları Avagadro sanın anıqlawdın kóp sanlı usılları bar; olardı ayırımları menen biz tómende tanısamız (52-paragraf). Házir Avagadro sanının san mánisin keltiremiz³¹:

$$N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}.$$

Avagadro sanı zattın belgili bolǵan massasındaǵı, atap aytqanda bir moldegi bólekshelerdin sanı bolıp tabıladı. Sonlıqtan onın ólshemi $[N] = M^{-1}$ hám $1/\text{mol}$ yamasa mol^{-1} belgilerine iye bolǵan birliklerde ólshenedi.

Avagadro sanın biliw bizge mikrodúnyanın, yaǵnıy atomlar menen molekular dúnyasının masshtabları haqqında kóz-qaraslardı beredi; bul san atomlıq-molekulaıq teoriya beretuǵın zatlardın túyirtpekler túrindegi strukturasını qanshama mayda ekenligin kórsetedi. Avagadro sanın bilip, biz molekularlardın ólshemlerin hám olardı absolyut massaların esaplay alamız. Kólemi 1 sm^3 bolǵan suwdı alamız; onın massası 1 g, al bul shama suwdın 1/18 molin quraydı; demek, kólemi 1 sm^3 bolǵan suwda $(6,02/18) \cdot 10^{23} = 3,34 \cdot 10^{22}$ molekula boladı eken. Solay etip, suyıq suwda bir molekulaǵa $\frac{1}{3,34 \cdot 10^{22}} \text{ sm}^3 \approx 3 \cdot 10^{-23} \text{ sm}^3$ shamasındaǵı kólem sáykes keledi. Suyıqlıqta molekular bir biri menen tıǵız jaylasqan dep esaplap suwdın molekularının sızıqlı ólsheminin $r = \sqrt{3 \cdot 10^{-23} \text{ sm}^3} \cong 3 \cdot 10^{-8} \text{ sm}$ ekenligin tabamız. Basqa atomlar menen molekularlardın sızıqlı ólshemleri de shama menen 10^{-8} sm shamasına ten. Atomlar menen molekularlardın ólshemlerin kóz aldǵa elesletiw ushın tómendegidey eki mısál keltiremiz: 1) eger kólemi 1 sm^3 bolǵan mıstaǵı barlıq atomlardı bir sızıqtın boyına dizip shıqsaq, onda uzınlıǵı derlik 14 milliard km bolǵan dizbek alınadı. Bul shama Jer menen Quyashtın arasındaǵı qashıqlıqtan shama menen 90 ese úlken; 2) elektron mikroskopı sızıqlı ólshemleri mikronnıń júzden bir úlesine ten bolǵan mikrokristallardı baqlawǵa múmkinshilik beredi. Bunday mikrokristall bir neshe júzlegen mın atomlardan turadı.

Atomlardın ólshemleri júdá kishi bolsa da, házirgi zaman fizikası zatlardın qurılısının úzlikli ekenligi (diskretlik dep ataydı) haqqında tikkeley dálillerge hám ayırım atomlardı tikkeley baqlaw usıllarına iye. Bunday usıllar atomlar jetkilikli dárejede energiyanıń úlken muǵdarına iye bolǵan jaǵdaylarda, yaǵnıy olar júdá joqarı tezlikler menen qozǵalǵan jaǵdaylarda nátiyjelerdi beredi.

Bir molekulanın massa m di

$$m = \frac{\mu}{N} \quad (1)$$

qatnasının járdeminde anıqlawǵa boladı. Bul qatnasta μ – mollik salmaq (element ushın atomlıq

³¹ Kitapta Avagadro sanı N arqalı belgilengen. Házirgi waqıtları Avagadro sanın N_A arqalı belgileydi hám onın san mánisi $N_A = 6,022 \ 140 \ 76 \cdot 10^{23}$ shamasına ten (Awdarıwshılar).

salmaq), al N Avagadro sanı bolıp tabıladı.

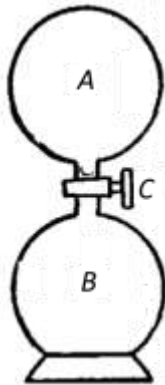
(1)-qatnastan vodorod atomının massası ushın $m_H = 1,675 \cdot 10^{-24}$ g shaması alınadı. Bul qatnastan atomlıq salmaqtın birliginin, yaǵnıy kislorod atomının massasınan $1/16$ úlesinin birinin $1,662 \cdot 10^{-24}$ g ekenligin anıqlawǵa boladı. Solay etip qálegen atomnıń absolyut massası ushın

$$m = 1,662 \cdot 10^{-24} \cdot A \quad (2)$$

gramm shaması alınadı. Bul anlatpada A arqalı berilgen atomnıń atomlıq salmaǵı belgilengen.

(2)-formulada A atomlıq salmaqtı molekualıq salmaq μ menen almasırap berilgen molekulanıń absolyut massasın alamız.

Bir qatar baqlawlar bizde *qálegen zatta úzliksiz ishki qozǵalıstın bar ekenligine* isendiredi. *Bul ishki qozǵalı berilgen zat turatuǵın molekulalardıń qozǵalı bolıp tabıladı. Molekulalardıń bul qozǵalı pútkilley tártipsiz, hesh qashan toqtamaydı hám zattın temperaturasınan ǵárezli* (bul jaǵdaydı biz tómende kóremiz).



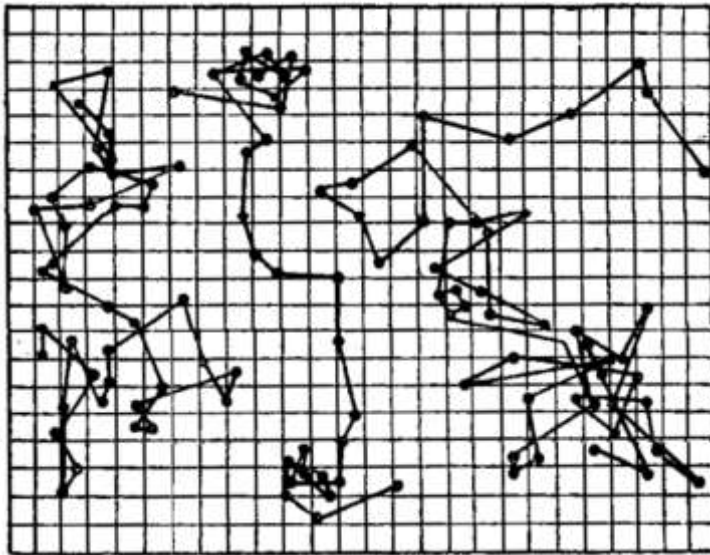
108-súwret.

C kranın ashqannan keyin A hám B ıdılarındaǵı gazlerdin diffuziyası baslanadı.

Usınday qozǵalıstın bar ekenligine, mısalı, mınaday tájiriybe isendiredi: eger A hám B eki ıdista (108-súwret) hár qıylı gazler bolatuǵın bolsa (mısalı, birewinde vodorod, al ekinshisinde azot), onda C kranı ashılǵannan keyin bir qansha waqıttan keyin eki ıdista da eki gazdin ten ólsheuli aralaspası payda boladı. Gazler ózlerinshe bir biri menen aralasadı. Bunday aralasıw vodorod joqarǵı A ıdısında turǵan jaǵdayda da hám usıǵan sáykes kishi tıǵızlıqqa iye bolǵan vodorodtıń aǵısı yamasa eki gazdin salmaq kúshinin tásirinde aralasıwı bolmaǵan jaǵdayda da orın aladı.

Molekulalardıń xotik ráwishte qozǵalatuǵınlıǵın Broun tárepinen 1826-jılı ashılǵan qubılıs tikkeley isendiredi. Broun mikroskoptın járdeminde suıqlıqta júzip júrgen kishi bólekshelerdin úzliksiz tártipsiz qozǵalı halında bolatuǵınlıǵın anǵarǵan. Bólekshe qanshama kishi bolsa, ol intensivlirek túrde qozǵalatuǵın bolıp shıqtı. *Broun qozǵalı* dep atalatuǵın bunday qozǵalı hesh waqıtta da toqtamaydı, hesh qanday sırtqı sebeplerden ǵárezli emes hám zattın ishki qozǵalısnıń kórinisi bolıp tabıladı. Suıqlıqtın qozǵalıwshı molekulaları qanday da bir qattı dene menen soqlıǵısqa oǵan bazı bir qozǵalı muǵdarın beredi. Eger suıqlıqta jaylasqan dene úlken bolsa, onda onıń hár tárepine kelip urılatuǵın molekulalardıń sanı da júdá úlken hám, sonlıqtan, molekulalardıń hár bir momenttegi soqqıları kompensaciyanadı hám dene qozǵalmaydı. Biraq, eger dene jetkilikli dárejede kishi bolsa, bunday kompensaciya tolıq bolmaydı: tosınnan bir tárepten urılatuǵın molekulalardıń sanı qarama-qarsı tárepten urılatuǵın molekulalardıń sanınan kóbirek boladı. Nátiyjede dene qozǵalısqı keledi. Atap aytqanda, tap *usınday tártipsiz soqqılardıń tásirinde broun bóleksheleri qozǵalısqı keledi*. Brounıq bólekshelerdin ózleri massaları boyınsha ayırım molekulalardıń massalarınan milliardlaǵan ese úlken bolsa da, olardıń tezlikleri molekulalardıń tezliklerine salıstırǵanda júdá kishi. Biraq, sonda da, olardıń qozǵalısnı mikroskoptın járdeminde anǵarıw múmkin.

109-súwrette mikroskoptın járdeminde belgili waqıt aralıqlarınan keyin baqlawdın nátiyjesinde belgilep alıńǵan ayırım Broun bólekshelerinin iyelegen orınları kórsetilgen. Gazdegi shan bóleksheleri de tap usınday Broun qozǵalısnı boladı.



109-súwret.
Hár 30 sekundtan keyin belgilenip
alınğan úsh Broun bólekshesinin
iyelegen orınları.

Solay etip zatlar tek ǵana túyirtpelik qurılısqa iye bolıp ǵana qoymay (yaǵnıy olar bir birinen bóleklegen bólekshelerden turadı), olardıń usınday bóleksheleri úzliksiz qozǵalı halında boladı. Bunnan zatlardıń qurılısın teoriyasın molekulalıq-kinetikalıq teoriya bolıp tabılatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Bul teoriya zatlardıń hár qıylı agregat hallarda turıw qásiyetin túsindiriw maqsetinde M. V. Lomonosov tárepinen birinshi ret rawajlandırıldı.

Bunnan keyingi waqıtları molekulalıq-kinetikalıq teoriya tiykarınan en ápiwayı agregat hal bolǵan gaz tárizli halda turǵan zatlardıń qásiyetlerin túsindiriw ushın qollanıldı. Biraq, molekulalıq-kinetikalıq teoriyanıń tiykarların bayanlamastan burın gazler baǵınatuǵın empirikalıq nızamlardı qaraymız.

§ 44. Boyl-Mariott hám Gey-Lyussak nızamları. Temperaturanın anıqlaması. Gazler ózleri jaylasqan ıdıstı tolıǵı menen toltırıw qásiyetine iye hám ıdıstı sheklep turǵan diywallarǵa basım túsiredi. p basım fizikalıq shama bolıp tabıladı hám onıń san mánisi maydannıń bir birligine normal baǵıtta túsетуǵın kúshke ten. Solay etip, S maydanına normal baǵıtta tásir etetuǵın kúsh f_n bolsa, onda basım ushın

$$p = \frac{f_n}{S} \quad (1)$$

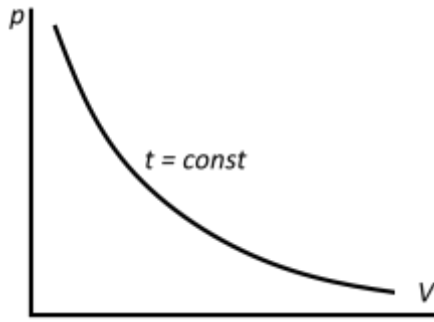
anlatpasına iye bolamız.

SGS sistemasında basım p barlarda ólshenedi. Onıń shaması 1 sm^2 maydanǵa perpendikulyar baǵıtta 1 dina kúsh tásir etkende payda bolatuǵın basımǵa ten.

Halıq aralıq birlikler sistemasında basımınń birliǵı sıpatında 1 nyuton kúsh tárepinen usı kúshke perpendikulyar bolǵan 1 m^2 maydanda payda etetuǵın basımınń shaması alınadı. Bul birlik n/m^2 túrinde jazıladı. Álbette $1 \text{ n/m}^2 = 10 \text{ bar}$. Usınıń menen birge, basımdı ólshew ushın tómendigedey birlikler de paydalanıladı: 1) *texnikalıq atmosfera*, onıń shaması 1 kG kúshtin 1 sm^2 maydandaǵı basımına ten; 2) *fizikalıq atmosfera* (qısqasha *at*), onıń mánisi $1,033 \text{ kG/sm}^2$ shamsına ten; 3) *sınap baǵanasının millimetrlerdegi basımı* (qısqasha *mm Hg*). Onıń shaması biyikligi 1 mm bolǵan sınap baǵanasının basımına ten. 760 mm Hg basımı bir fizikalıq atmosferaǵa ten. Bul birliklerden bir birine ótiw ushın mınaday qatnastan paydalanamız:

$$\begin{aligned} 1 \text{ fizikalıq at} &= 1,033 \text{ texnikalıq at} = 1033 \text{ G/sm}^2 = \\ &= 760 \text{ mm Hg} = 1033 \cdot 981 \text{ bar} = 1,013 \cdot 10^6 \text{ bar}. \end{aligned}$$

Gazdin bazı bir muǵdarı mınaday tórt shama menen táriyiplenedi: 1) onıń massası m ; 2) iyelegen kólemi V , 3) basımı p , 4) temperaturası t . Bul shamalar bir birinen ǵárezli; olardıń biri ózgergende, qalǵanları da ózgeredi. Bul shamalar arasındǵı baylanıslardı nızam túrinde baylanıstratuǵın formulanı *hal tenlemesi* dep ataydı.



110-súwret.
Boyl-Mariott izoterması.

Gazdin ulıwmalıq hal tenlemesi ushın anlatpanı beriwidin aldında sol tórt shamanın ekewi turaqlı bolıp qalatuǵın ápiwayı empirikalıq nızamlıqlardı keltiremiz

Gazdin berilgen massasında hám turaqlı temperaturada (m hám t shamaları turaqlı) gazdin basımı onın kólemine kerı proporcional ózgeredi (Boyl-Mariot nızamı):

$$pV = \text{const} \text{ (berilgen } m \text{ hám } t \text{ shamaları ushın)} \quad (2)$$

Gazdin berilgen massası ushın hám turaqlı temperaturada p shamasının V shamasınan ġárezligi grafikte tendey qıyalanǵan giperbola menen súwretlenedi (110-súwret). Boyl-Mariott nızamın súwretleytuǵın iymeklik turaqlı temperaturaǵa tiyisli bolǵanlıqtan, onı *izoterma* dep ataydı.

2-paragrafta esletip ótilgenindey, Boyl-Mariott nızamı juwıq nızam bolıp tabıladı. Bul nızam boyınsha júdá úlken basımlarda barlıq gazler az qısıladı. Biraq, ójire temperaturalarına hám basımlarına jaqın bolǵan temperaturalar menen basımlarda Boyl-Mariott nızamına jetkilikli dárejedegi joqarı dállikte baǵınadı.

Gáp etiletuǵın endigi nızamlıqlar gazdin basımı menen kólemin onın temperaturası menen baylanıstıradı. Biraq, bunın ushın temperaturanın ózinin qalayınsha ólshenetuǵınlıǵın anıqlap alıw kerek. Denelerdi qızdırıw yamasa salqınlatıw, yaǵnıy temperaturasını ózgeritiw, olardıń derlik barlıq fizikalıq qásiyetlerine tásir etedi: denelerdin sıızqlı ólshemleri ózgeredi, olardıń serpimli qásiyetleri, elektr ótkizgishlikleri h.t.b. qásiyetleri ózgeredi. Bul ózgerisilerdin qálegenin temperaturanı ólshew ushın paydalanıwǵa boladı. Kópshilikke belgili bolǵanıday, tariyxıy jaqtan temperaturanı ólshew sınap termometrleri dep atalatuǵın termometrlerdin járdeminde sınap tın kólemin ólshew arqalı ámelge asırıldı. Biraq, sınap termometrin gradiurivkalawdın ádettegi usılı boyınsha shkalanı tendey bólimlerge bóliw sınap tın kóleminin temperatura t ǵa baylanıslı sıızqlı túrde ózgeredi dep boljawdın saldarınan júzege keledi. Eger biz termometrni basqa suyıqlıq penen toltırsaq hám onın ushın eki noqattı sınap termometrinin qanday da bir eki noqatı menen sáykeslendirsek (misalı, muzdin balqıw temperaturasını sáykes keletuǵın noqattı "0", al suwdın qaynaw temperaturasına sáykes keletuǵın noqattı "100" arqalı belgilesek) hám bunnan keyin shkalanı tendey bólimlerge bólsek, onda orta temperaturalar ushın bul termometrdin kórsetiwi sınaplı termometrdin kórsetiwinen (úlken bolmasa da) ayırmaǵa iye boladı. Solay etip, ornattılǵan temperaturalar shkalası kóleminin ózgeriwi boyınsha temperatura ólshenetuǵın deneden ("termometrlik" deneden) ġárezli bolıp shıǵadı. Denenin ózi (sanıptın ózi) tosınnan saylap alınatuǵın bolǵanlıqtan temperaturalar shkalası da tosınnan alınatuǵın shkalaǵa aylanadı. Termometrlik deneni saylap alıwdın házirshe teoriyalıq tiykarına iye bolmay, biz, bári bir, termometrlik dene sıpatında ózinin basqa qásiyetleri boyınsha júdá ápiwayı nızamlıqlarǵa baǵınatuǵın deneni alıw kerek dep esaplaymız. Usınday dene sıpatında Boyl-Mariott nızamına jaqsı baǵınatuǵın gazdi saylap alınıwı múmkin. Ólshemler menen salmaqlardıń Xalıq aralıq komitetinin kelisimi menen 1877-jılı termometrlik dene sıpatında vodorod saylap alındı hám temperaturanı vodorodlıq termometrdin járdeminde ólshew sheshimi qabil etildi. Bunday jaǵdayda *qızdırǵanda yamasa salqınlatqanda kólemi turaqlı etip saqlanatuǵın vodorodtın temperaturasının ózgerisi basımın ózgerisine proporcional* dep esaplandı.

Solay etip, *vodorodtın basımı temperaturağa baylanıslı*:

$$p_t = p_0(1 + \alpha T) \quad (3)$$

túrinde ózgeredi degen mazmundağı postulat qabil etildi. Bul tenlikte p_t arqalı t temperaturadağı vodorodtın basımı, p_0 arqalı nol temperaturadağı onın basımı, al α arqalı turaqlı koefficient belgilengen. Vodorodqa tiyisli bolğan (3)-tenlik *temperaturalar shkalasının anıqlaması bolıp tabıladı (temperaturalardıń empirikalıq shkalası dep atalatuǵın)*. Eger atmosferalıq basımda muzdın balqıw temperaturasını 0° shamasına, al suwdın qaynaw temperaturasını 100° shamasına ten dep alsaq (Celsiya shkalası), onda α koefficientinin san mánisi $\frac{1}{273,13} = 0,0036613 \text{ grad}^{-1}$ shamasına ten boladı.

Temperaturalardı ólshewdin usılın tapqannan keyin biz mınaday sorawdı qoya alamız: barlıq gazler ushın olardıń kólemi menen basımı temperaturadan qanday gárezlikke iye? Bul gárezliklerdi *Gey-Lyussak nızamı* beredi.

1. Kólem turaqlı bolǵanda gazdin berilgen massasınıń basımı temperaturağa baylanıslı sızıqlı túrde ózgeredi:

$$p_t = p_0(1 + \alpha_p T). \quad (4)$$

2. Turaqlı basımda gazdin berilgen massasınıń kólemi temperaturağa baylanıslı sızıqlı túrde ózgeredi:

$$v_t = v_0(1 + \alpha_v T). \quad (5)$$

α_p koefficientin basımnıń jıllılıq koefficienti, al α_v koefficientin kólemge keneyiw koefficienti dep ataydı. Barlıq gazler ushın (4)- hám (5)-qatnaslar juwıq túrde orınlanadı [buǵan vodorod kirmeydi, onın ushın anıqlaması boyınsha (4)-qatnas dál orınlanadı]. Bunday jaǵdayda barlıq gazler ushın shama menen:

$$\alpha_v = \alpha_p = \alpha = \frac{1}{273} \text{ grad}^{-1} \quad (6)$$

tenlikleri orınlı boladı.

II kesteде bazı bir haqıyqıy gazler ushın hár qıylı p basımlardağı pV kóbeymesinin empirikalıq mánisleri berilgen. Gazler 0°C temperaturada 1 l muǵdarında hám 1 at basımda alınǵan. Solay etip, gazlerdin hár biri ushın $p = 1$ at basımda pV kóbeymesi 1 ge ten etip alınǵan. Boyle-Mariott nızamı boyınsha 1 ge ten bolǵan bul shamanın basımnıń qálegen mánisinde saqlanıwı kerek.

II kesteде kórinip turǵanıday, 1 at basımnan 100 at basımǵa shekem Boyle-Mariot nızamına sáykes kelmew úlken emes: pV kóbeymesi ózinin 1 ge ten bolǵan mánisin saqlaydı. Biraq, bári bir, vodorod ushın kóbeymenin mánisi birden úlken, al N_2 , O_2 hám hawa ushın birden azmaz kishi boladı. Bul vodorodtın Boyle-Mariott nızamı talap etiletuǵın shamaǵa salıstırǵanda kemirek, al basqa gazlerdin kóbirek qısılatuǵınlıǵın kórsetedi.

II keste. 0°C temperaturadağı hár qıylı basım p lardağı pV kóbeymesinin mánisleri

p_{at}	pV			
	H_2	N_2	O_2	Hawa
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
100	1,0690	0,9941	0,9265	0,9730
200	1,1380	1,0483	0,9140	1,0100
500	1,3565	1,3900	1,1560	1,3400
1000	1,7200	2,0685	1,7355	1,9920

1000 at basımda barlıq gazler Boyle-Mariott nızamına salıstırǵanda, mısalı azot ushın eki eseden úlken bolǵan úlken sheginistin bar ekenligin kórsetedi: olardıń barlıǵı da Boyle-Mariot nızamı bergen shamaǵa salıstırǵanda kishirek qısıladı.

Júdá úlken bolǵan basımlarda sheginistin shaması onnan da kóbirek boladı. 15 000 kG/sm² basımda azottın kólemi Boyle-Mariott nızamı bergen shamadan 16 ese úlken.

Haqıyqıy gazler ushın Gey-Lyussak nızamınan sheginisler de sezilerliktey.

III keste de kórinip turǵanıday, bir gaz ushın α_p menen α_V shamaların mánisleri bir birine sáykes kelmeydi. Uglekislota ushın³² α_p menen α_V shamaların arasındǵı ayırma 0,4 procentke jetedi. Hár qıylı gazler ushın α_p koefficienti de, α_V koefficienti de bir qansha ayırmaǵa iye.

III keste. Gazler ushın α_p menen α_V koefficientlerinin mánisleri

Gaz	$\alpha_p \cdot 10^{-7}$	$\alpha_V \cdot 10^{-7}$
H ₂	36 613	36 600
He	36 601	36 582
N ₂	36 744	36 732
CO ₂	37 262	37 414
Hawa	36 750	36 760

Aqırında berilgen gaz ushın α_p menen α_V koefficientlerinin olardıń temperaturaların qanday intervalında ólshengenligine baylanıslı hár qıylı mánislerdin alınatuǵınlıǵı atap ótemiz.

(4)- hám (5)-formulalarǵa sáykes mınalardıǵa iye bolamız:

$$\alpha_p = \frac{p - p_0}{p_0 t}, \alpha_V = \frac{V - V_0}{V_0 t}.$$

Bul formulalarda p_0 menen V_0 arqalı 0°C temperaturadaǵı basım menen kólem, al p menen V arqalı t temperaturadaǵı sol shamalar belgilengen. Mısalı, $t = 50^\circ\text{S}$ temperaturada p menen V shamaların ólshep 0 den 50°S shamasına shekemgi temperaturalar intervalı ushın α_p menen α_V koefficientlerinin ortasha mánislerin tabamız. Gey-Lyussak nızamı boyınsha α_p menen α_V shamaların mánislerinin mánisleri t temperaturasının mánislerinen ǵárezli bolmawı kerek.

Hawaǵa tiyisli bolǵan IV keste haqıyqatında Gey-Lyussak nızamınan talabınan úlken bolmaǵan sheginiwlerdin orın alatuǵınlıǵı kórinip tur.

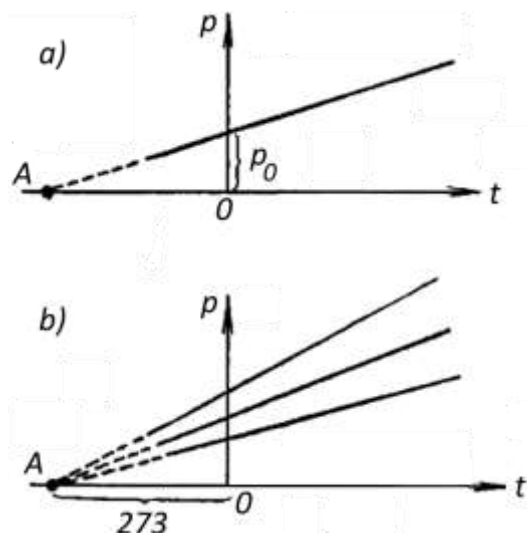
Kórinip turǵanıday, sheginiwler júdá sezilerliktey emes; α_p ushın ayırıqsha kishi. Biraq usınday jaǵdayǵa baylanıslı vodorodtın ornına basqa gaz benen toltırılǵan termometr temperaturanı ólshegende biraz qateliklerdi bergen bolar edi.

IV keste. Basım $p = 1$ at bolǵandaǵı hawa ushın hár qıylı temperaturalarda alınǵan α_p menen α_V shamaların mánisleri.

	Temperaturalıq intervallar			
	0-50 ⁰	0-100 ⁰	0-150 ⁰	0-200 ⁰
	$\alpha_p \cdot 10^6$	$\alpha_p \cdot 10^6$	$\alpha_p \cdot 10^6$	$\alpha_p \cdot 10^6$
	3675	3675	3674	3674
	3676	3674	3673	3672

Boyle-Mariott hám Gey-Lyussak nızamlarına dál baǵınatuǵın hám $\alpha_p = \alpha_V = \frac{1}{273,13} \cong \frac{1}{273}$ mánisleri menen táriyiplenetuǵın gazdi *ideal gaz* dep ataydı. "Ideal gazdin" qásiyetleri haqıyqıy gazlerdin qásiyetlerine azı-kópı jaqsı jaqınlasıw bolıp tabıladı.

³² Uglekislota, uglerod dioksidinin yamasa uglerodtın qos okisinin ximiyalıq formulası CO₂ (awdarıwshılardıń eskertiwi).



111-súwret.

- a) gazdin basımı p nın temperaturadan gárezligi tuwrı sızıq (izoxora) menen súwretlenedi,
 b) gazdin qálegen muǵdarına tiyisli bolǵan izoxoralardıń barlıǵı abscissa kósherin A noqatında kesip ótedi.

Gazdin basımının $p_t - p_0$ shamaǵa ózgerisin Δp arqalı belgilep, (4)-formuladan mınanı alamız:

$$\Delta p = p_0 \alpha t. \quad (4a)$$

Sonın menen birge (5)-tenlikten kóleminin ózgerisi ΔV ushın

$$\Delta V = V_0 \alpha t \quad (5a)$$

anlatpasın tabamız.

(4a)-formuladan temperatura 1°C shamasına kóterilgende (turaqlı kólemde) ideal gazdin 0°C temperaturadaǵı basımının $1/273$ bólimine úlkeyetuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

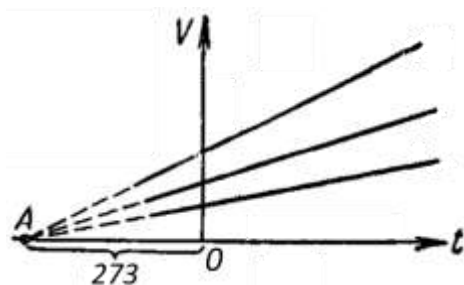
Tap sol sıyaqlı (5a) formuladan mınaǵan iye bolamız: temperatura 1°C shamasına kóterilgende (turaqlı basımda) ideal gazdin 0°C temperaturadaǵı kóleminin shamasının $1/273$ bólimine úlkeyedi.

Turaqlı kólemdegi gazdin basımının temperaturadan gárezligi grafikte tuwrı sızıq penen súwretlenedi. Bul sızıq ordinata kósherin p_0 di beretuǵın noqatta kesip ótedi (111a súwret). Bul sızıqtın ataması *izoxora*. Bul sóz alıǵan tuwrı sızıqtın turaqlı kólemge tiyisli ekenligin anǵartadı.

Gazdin hár qıylı massaları ushın p_0 hár qıylı mánislerge iye boladı hám izoxoralar ordinata kósherin hár qıylı noqatlarda kesetuǵın tuwrılardıń semeystvosın beredi (111b súwret). Biraq, bul tuwrılardıń barlıǵı abscissa kósherin bir A noqatında $t = -\frac{1}{\alpha} \cong -273^\circ\text{C}$ temperaturasında kesedi. Sebebi (4)-formula boyınsha p_0 din qálegen mánisinde $t = -\frac{1}{\alpha}$ temperaturada $p_t = 0$.

Tap sol sıyaqlı turaqlı basımdaǵı gazdin kóleminin temperaturadan gárezligi ordinata kósherin V_0 mánisin beretuǵın noqatta kesip ótetuǵın tuwrı sızıq penen súwretlenedi (*izobara* menen).

Gazdin hár qıylı massaları ushın ordinata kósherin hár qıylı biyikliklerde hám abscissa kósherin bir A noqatında temperaturanın $t = -\frac{1}{\alpha} \cong -273^\circ\text{C}$ mánisinde kesip ótetuǵın tuwrılardıǵa iye bolamız (112-súwret).



112-súwret.

Gazdin qálegen muǵdarı ushın onın V kóleminin t temperaturadan gárezligin súwretleytuǵın tuwrılardıń barlıǵı abscissa kósherin bir A noqatında kesedi.

111b hám 112-súwretlerden koordanatalardıń basın A noqatına kóshirsek, onda gazdın basımının yamasa kóleminin temperaturadan gárezliginin ápiwayılasatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Usı jaǵdayǵa baylanıslı temperaturanın jana shkalasın kirgizemiz (bul shkaladaǵı temperaturanı T arqalı belgileymiz). Bul shkalada gradiustın úlkenligi *Celsiya shkalasındaǵı* gradustın úlkenligindey, biraq nol -273^0C noqatında jaylasqan. Bunday jaǵdayda³³

$$T = t + 273^0. \quad (7)$$

Bunnan $t = T - 273^0 = T - \frac{1}{\alpha}$ tenliklerine iye bolamız. Usının menen birge (4)-anlatpa boyınsha

$$p_T = p_0 \left[1 + \alpha \left(T - \frac{1}{\alpha} \right) \right],$$

yaǵnıy

$$p_T = p_0 \alpha T \quad (8)$$

formulasına iye bolamız.

Tap sol sıyaqlı

$$V_T = V_0 \alpha T \quad (9)$$

formulasın da alıw múmkin.

Janadan kirgizilgen temperaturalar shkalası *Kelvin shkalası* dep ataladı (bul shkaladaǵı gradus K arqalı belgilenedi). (8)-tenlikten turaqlı kólemdegi gazdın basımının Kelvin shkalasındaǵı temperauraǵa tuwrı propoprional ekenligi kelip shıǵadı. Tap sol sıyaqlı, (9)-anlatpa boyınsha turaqlı basımda gazdın kóleminin Kelvin shkalasındaǵı temperaturaǵa tuwrı propoprional. (8)-hám (9)-anlatpalar boyınsha $T = 0$ temperaturada $p = 0$ hám $V = 0$ tenliklerinin orınlanatuǵınlıǵın alamız. Biraq, haqıyqatında zattın kólemi hesh qashan nolge ten bola bolmaydı.

Bunday kúlkili nátiyje Gey-Lyussak nızamın júdá tómeni temperaturalar ushın ekstrapolyaciyalawdın saldarınan alındı. Qálegen haqıyq gaz $t = -273^0\text{C}$ temperaturaǵa shekem jetpesten burın sıyıqlıqqa aylanadı hám qatadı. Biraq bunday jaǵdayǵa qaramastan Kelvin shkalası menen bul shkaladaǵı temperaturanın nolinin mánisi anıq fizikalıq mániske iye. Bul jaǵdaydı biz tómende kóremiz. Usıǵan baylanıslı Kelvin shkalasın jiyi *absolyut shkala*, al Kelvin shkalasındaǵı noldi (Celsiya shkalasındaǵı $-273,13^0$ ta jatatuǵın) *temperaturalardıń absolyut noli* dep ataydı.

§ 45. Ideal gazlerdın hal tenlemesi. Gazlerdın tıǵızlıǵı. Kólemi V_1 , basımı p_1 hám T_1 temperaturasına iye bolǵan gazdın belgili bolǵan m massasın qaraymız. Meyli basqa halda gazdın usınday massası V_2 kólemi, p_2 basımı hám T_2 temperaturasına iye bolsın. Boyle-Mariott hám Gey-Lyussak nızamlarının tiykarında V_1, p_1, T_1 hám V_2, p_2, T_2 shamaların arasındǵı baylanıstı tabamız.

Usınday maqsetlerde V_1, p_1, T_1 halınan gazdı turaqlı p_1 basımında T_2 temperaturasına shekem qızdıramız. Bunday jaǵdayda ol V' kólemine iye boladı, qala berse 44-paragraftaǵı (9)-formula boyınsha

$$V' = V_1 \frac{T_2}{T_1} \quad (1)$$

anlatpasına iye bolamız.

Bunday qızdıruwdın nátiyjesinde gaz kólemi V' , basımı p_1 hám temperaturası T_2 shamaları menen táriyiplenetuǵın halda turadı. Sonlıqtan gazdı aqırǵı V_2, p_2, T_2 halına kólemnín izotermalıq ózgeriwiniń saldarınan jetiw múmkin. Bunday jaǵday ushın Boyle-Mariott nızamı boyınsha:

$$p_1 V' = p_2 V_2.$$

Bul anlatpaǵa (1)-anlatpadan V' tın mánisin qoyıp

³³ Dáliregi $T = t + 273,13^0$.

$$p_1 V_1 \frac{T_2}{T_1} = p_2 V_2$$

yamasa

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

tenlemesine iye bolamız. Bunnan gazdin berilgen massasın halı ózgergende $\frac{pV}{T}$ qatnasın turaqlı bolıp qalatuǵın kóremiz:

$$\frac{pV}{T} = B. \quad (2)$$

(2)-tenleme kóp jıllar dawamında Peterburgtaǵı qatnas jolları institutında professor bolıp islegen francuz injeneri Klapayron (1834-j.) tárepinen keltirip shıǵarıldı. Bul tenlemedegi B turaqlısın san mánisi alınǵan gazdin muǵdarına hám p, V hám T shamaları ólshetuǵın birliklerden ǵárezli.

Avagadro tárepinen ashılǵan nızam boyınsha *hár qıylı gazlerdin gramm-molekulası birdey basım menen temperaturada birdey kólemge iye bolıwı kerek. $t = 0^\circ C$ temperaturada hám $p = 1$ at basımda qálegen gaz 22,41 litr kólemde iyeleydi.*

Bunnan, eger (2)-qatnas *gazdin ıqtıyarlı túrde alınǵan muǵdarına emes, al bir moline tiyisli bolsa, onda barlıq gazler ushın B turaqlısın san mánisi birdey boladı.*

Barlıq gazler ushın birdey bolǵan bul turaqlı R arqalı belgilenedi hám *gaz turaqlısı* dep ataladı. (2)-formulaǵa V kólemnin ornına mollik kólem V_0 di kirgizip (yaǵnıy gazdin bir moli ushın)

$$pV_0 = RT \quad (3)$$

formulasın alamız.

Mollik kólem V_0 din ólshemi L^3/mol hám l/mol yamasa sm^3/mol birliklerde ólshenedi. (3)-formula hal tenlemesi bolıp tabıladı. Bul tenleme tek ideal gaz ushın ǵana dál orınlanadı. Haqıyqıy gazler ushın, Boyle-Mariott hám Gey-Lyussak nızamları sıyaqlı juwıq túrde ǵana orınlanadı (usı Boyle-Mariott hám Gey-Lyussak nızamlarınan kelip shıǵatuǵın bolsa da).

Sonlıqtan ol ideal gazdin hal tenlemesi bolıp tabıladı.

(2)-tenlemenı ulıwmalastırıwdın saldarınan alınǵan (3)-tenleme D. I. Mendeleev tárepinen keltirip shıǵarıldı. Ol bul tenleme haqqında birinshi ret Rus fizika-ximiya jámiyetinin májilisinde 1874-jılı bayanat jasadı hám 1875-jılı baspadan shıǵardı. Usı jaǵdayǵa baylanisli (3)-formulanı Mendeleev-Klapayron formulası dep ataydı.

R din san mánisin $t = 0^\circ C$ temperaturada, yaǵnıy $T = 273 K$ da hám $p = 1$ at basımda bir moldin kóleminin $V_0 = 22,4 l$ ekenligi shártinen anıqlaymız. Bunnan

$$R = \frac{pV_0}{T} = \frac{1 \cdot 22,4}{273} \frac{l \cdot at}{grad \cdot mol} = 0,082 \frac{l \cdot at}{grad \cdot mol} \quad (4)$$

shamasın alamız.

SGS sistemasındaǵı R din mánisin basım p nı *barlarǵa*, hám V_0 mollik kólemde sm^3/mol ge aylandırıp ala alamız:

$$R = \frac{1033 \cdot 981 \cdot 22,4 \cdot 10^3}{273} \frac{bar \cdot sm^3}{grad \cdot mol} = 8,31 \cdot 10^7 \frac{erg}{grad \cdot mol}. \quad (4a)^{34}$$

Gaz turaqlısın birliginin $\frac{erg}{grad \cdot mol}$ ataması $bar \cdot sm^3 = dina \cdot sm = erg$ tenliklerine kelip shıǵadı.

Gazdin tek bir moli ushın durıs bolǵan (3)-formulanı qálegen massa ushın ulıwmalastırıwǵa boladı. Onın ushın gazdin molekualıq salmaǵın μ arqalı belgileybiz; bunday jaǵdayda basım menen temperaturanın bazı bir mánislerinde gazdin bir moli V_0 kólemine iye bolatuǵın bolsa, onda tap sonday basım menen temperaturada gazdin m grammı $V = \frac{m}{\mu} V_0$ kólemin iyeleydi.

³⁴ Dáliregi

$$R = 8,313 \cdot 10^7 \text{ erg/grad} \cdot \text{mol} = 0,08204 l \cdot \text{at/grad} \cdot \text{mol}.$$

Bunnan berilgen basım menen temperaturadağı gazdin m grammı ushın pV/T anlatpasının R gaz turaqlısınan $\frac{m}{\mu}$ ese úlken bolatuǵınlıǵı hám pV/T qatnasının gazdin barlıq ózgerislerinde turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵın sebepli gazdin m grammı ushın:

$$\frac{pV}{T} = \frac{m}{\mu} R,$$

bunnan

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad (5)$$

tenlemesin alamız.

(5)-formula gazdin qálegen m massası ushın durıs bolǵan Mendeleev-Klapeyron tenlemiesinin ulıwmalastırılıwı bolıp tabıladı; usının menen birge R turaqlısı barlıq gazler ushın birdey hám (4)- yamasa (4a) anlatpaları beretuǵın san mánisine iye.

(5)-formula gazdin berilgen muǵdarın táriyipleytuǵın barlıq tórt t, p, V hám T shamaların baylanıstıradı. Olardıń úshewin bilip, (5)-formula boyınsha tórtinshisin esaplawǵa boladı.

(5)-formuladan *gazdin tıǵızlıǵı* tikkeley anıqlanadı:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}. \quad (6)$$

Solay etip, gazdin tıǵızlıǵı onın molekualıq salmaǵı menen basımına tuwrı proporcional, al absolyut temperaturaǵa keri proporcional eken.

Gazler ushın jiyi *salıstırmalı tıǵızlıqtı* qaraydı. Salıstırmalı tıǵızlıq haqqında gáp etilgende berilgen gazdin ρ tıǵızlıǵının standart gaz sıpatında qabıl etilgen gazdin berilgen gazdin basımı menen temperaturasındaǵı ρ_0 tıǵızlıǵına qatnası túsiniledi. Bunday jaǵdayda

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}, \rho_0 = \frac{p\mu_0}{RT}$$

tenliklerine iye bolamız hám bunnan

$$\rho' = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (7a)$$

qatnaslarının orınlı bolatuǵınlıǵın kóremiz.

Salıstırmalı tıǵızlıqtı vodorodqa salıstırıp aladı. Onın ushın $\mu_0 = 2$. Bunday jaǵdayda salıstırmalı tıǵızlıq ushın

$$\rho'_{H_2} = \frac{1}{2} \mu \quad (7a)$$

tenligine iye bolamız.

Bul formula gazlerdin salıstırmalı molekualıq tıǵızlıqların vodorodqa salıstırǵan halda anıqlawǵa múmkinshilik beredi.

Mendeleev-Klapeyron formulasın paydalanıwǵa hám gazlerdin tıǵızlıǵın anıqlaw misalların qaraymız.

1-misal. 380 mm Hg basımda hám 27°C temperaturada 1 g azot ($\mu = 28$) litrlerde qanday kólemdi iyeleydi?

Sheshimi. (5)-formuladan mınaǵan iye bolamız:

$$V = \frac{mRT}{\mu p}.$$

p basımdı mm Hg nan atmosferaǵa ótkeremiz:

$$p = \frac{380}{760} \text{ at} = 0,5 \text{ at}.$$

Temperaturanı Kelvin shkalasına ótkeremiz

$$T = t + 273^0 = 300^0$$

hám gaz turaqlısı ushın

$$R = 0,082 \text{ l} \cdot \frac{\text{at}}{\text{grad}} \cdot \text{mol}.$$

Bunday jaǵdayda

$$V = \frac{1 \cdot 0,082 \cdot 300}{28 \cdot 0,5} l = 1,75 l.$$

2-misal. 0°C temperaturada hám 1 at basımda vodorodtıń tıǵızlıǵı ($\mu = 2$) nege ten?

Sheshimi. (6)-formula boyınsha:

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}.$$

Eger bul anlatpanın on tárepine kiretuǵın barlıq shamalardı SGS sistemasında, yaǵnıy μ di g/mol de, p nı barlarda, R di erg/grad·mol de, T nı Kelvin shkalasındaǵı graduslarda alatuǵın bolsaq, onda ρ shaması g/sm³ larda alınadı.

Eger tómendegidey aralas sistemanı paydalansaq: R di l·at/grad·mol de, μ di g/mol de, p nı atmosferalarda, T nı Kelvin graduslarında alsaq, onda p g/l lerde alınadı. Bunday sistemada tıǵızlıqtın birliǵı sıpatında massası 1 g bolǵan denenin 1 l kólemdi iyelegen jaǵdaydaǵı tıǵızlıq alınadı.

Álbette, san mánisi g/l lerde berilgen tıǵızlıqtan san mánisi g/sm³ larda berilgen tıǵızlıqqa ótiw ushın olardıń birinshisin 1000 ǵa bólemiz. Nátiyjede bul misaldı eki túrli usıldın járdeminde sheshiwge boladı:

1) basımdı bar ǵa ótkeremiz: $r = 1 \text{ at} = 1033 \cdot 981 \text{ bar} = 1,013 \cdot 10^6 \text{ bar}$. Bunday jaǵdayda

$$\rho = \frac{2 \cdot 1,013 \cdot 10^6}{8,31 \cdot 10^7 \cdot 273} \text{ g/sm}^3 = 8,9 \cdot 10^{-5} \text{ g/sm}^3.$$

2) kórsetilgen aralas sistemadan paydalanamız, onda

$$\rho = \frac{2 \cdot 1}{0,082 \cdot 273} = 8,9 \cdot 10^{-2} \text{ g/l} = 8,9 \cdot 10^{-5} \text{ g/sm}^3.$$

§ 46. Gazlerdin kinetikalıq teoriyasının tiykarǵı kórinisleri. Ádettegidey sharayatlardaǵı (yaǵnıy 0°C temperaturadaǵı hám 1 at basımdaǵı) gazlerdin tıǵızlıǵı suyıqlıqlardıń tıǵızlıǵınan shama menen 1000 esedey kem. Suıqlıqlarda molekular bir biri menen tıǵız jaylasqan. Bunnan gazlerdegi molekularların bir birinen usı molekularların ólshemlerinen shama menen $\sqrt[3]{1000}$ ese úlken qashıqlıqlarda, yaǵnıy ózlerinin menshikli ólshemlerinen onlaǵan ese úlken qashıqlıqlarda jaylasatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Solay etip gaz bir birinen jetkilikli dárejede úlken bolǵan qashıqlıqlarda jaylasqan molekularların jıynaǵı bolıp tabıladı eken. Molekular bir biri yamasa usı gaz jaylasqan ıdistin diywalı menen soqlıǵısıwlar arasında erkin qozǵalıwlardan turatuǵın pútkilley tártipsiz qozǵaladı. Soqlıǵısıw momentindegi óz-ara tásirlesiwlerdi esapqa almaǵanda, molekular arasındaǵı óz-ara tásirlesiw kúshleri sonshama kishi bolıp, olardı esapqa almawǵa boladı. Molekularların bir biri menen soqlıǵısıwı energıyanın joǵalıwı serpimli sharların soqlıǵısıwı nızamları boyınsha júzege keledi. Erkin jáne tártipsiz qozǵalatuǵın serpimli molekular-shariklerdin jıynaǵı túrindegi gazdin mexanikalıq modeli júdá ápiwayılasqan model bolıp tabıladı. Biraq bul model gazlerdin tiykarǵı qásiyetlerin túsindiriwge múmkinshilik beredi. Keyinirek biz haqıyqıy gazlerdin qásiyetlerin dálirek esapqa alıw ushın bul modeldi qalayınsha rawajlandırıwǵa bolatuǵınlıǵın menen tanısamız. Eger tek mexanikalıq kóz-qaraslarda turıp qaraytuǵın bolsaq, onda haqıyqıy gazlerdin qásiyetlerin túsindiriwdin múmkinshiligi bolmaydı. 31-paragraftaǵı klassikalıq mexanikanın qollanıw shegaraları haqqındaǵı maǵlıwmatlardı esapqa alıp, gazdin joqarıda keltirilgen modelde klassikalıq mexanikanın nızamları tiykarında qozǵalatuǵın bóleksheler túrindegi molekular haqqındaǵı kóz-qaraslardan qanshama múmkin degen máseleni qoyıwımız kerek.

31-paragrafta koordinatadaǵı Δx , tezliktin usı koordinatadaǵı Δv_x qurawshısındaǵı anıqsızlıqların

$$\Delta x \cdot \Delta v_x > h/m$$

qatnası boyınsha baylanısqanlıǵın kórgen edik. Bul qatnastı ádettegi sharayatlardaǵı gazde qozǵalatuǵın molekulaǵa qollanamız. Misal retinde massası $m = 4,7 \cdot 10^{-23} \text{ g}$ bolǵan azottı alamız. Biz keyinirek molekularların bir soqlıǵısıwdan ekinshi soqlıǵısıwǵa shekem 10^{-5} sm shamasındaǵı joldı ótetuǵınlıǵın hám tezliginin shama menen 400 m/sek bolatuǵınlıǵın kóremiz. Solay etip, molekulanın qozǵalıwın xarakterı haqqında gáp etiw ushın onın turǵan ornın keminde $\Delta x \sim 10^{-6} \text{ sm}$ dálilke anıqlaw múmkinshiligine iye bolıw kerek boladı. Bunday jaǵdayda tezliktin

mánisindegi anıqsızlıqtın shaması

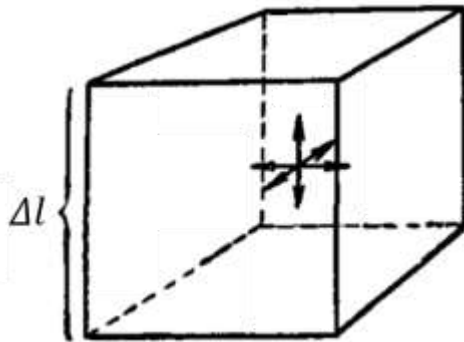
$$\Delta v_x \sim \frac{h}{m} \cdot \frac{1}{\Delta x} = \frac{6,6 \cdot 10^{-27}}{4,7 \cdot 10^{-23} \cdot 10^{-6}} \text{ sm/sek} \cong 1,4 \cdot 10^2 \text{ sm/sek}$$

shamasına ten boladı. Bul shama tezliktin ózinin mánisinin 1/3 procentin ğana quraydı.

Solay etip, talap etiletuǵın dálликтin sheklerinde biz sózdin ádettegi mánisinde molekulanı bólekshe dep esaplay aladı ekenbiz. Molekulalar bir birine júdá jaqın jaylasatuǵın oǵada úlken basımlarda (bunday jaǵdayda Δx ushin en kishi mánisti alıw kerek) jáne molekulalardıń tezlikleri kishi bolatuǵın bunday kóz-qaras dártke aspaydı.

Erkin qozǵalıwshı bóleksheler sıpatındaǵı gazdin modeli gazlerdin olarǵa berilgen barlıq kólemge tarqalatuǵınlıǵın hám bir birine aralasıw (diffuzıyalanıw) qásiyetin tikkeley túsindiriwge múmkinshilik beredi. Molekulalardıń ıdıstı sheklep turǵan diywallarǵa urılıwları gazdin basımın payda etedi.

Gazdin diywallarǵa túsiretuǵın basımın ayırım molekulalardıń diywal menen soqlıǵısıwlarınan nátiyjesi ekenligin birinshi ret Peterburglı akademik Daniil Bernulli tárepinen 1738-jılı usınıldı. 1744-1748 jılları M. V. Lomonosov zatlardın keneytilgen atomlıq-kinetikalıq teoriyasın islep shıqtı, jıllılıqtın molekulalıq-kinetikalıq teoriyasının durıs ekenligin birinshi bolıp dálilledi hám usınday kóz-qarasta turıp kóp qubılıslardı túsindirdi. Bunnan keyin molekulalıq-kinetikalıq teoriya XIX ásiridin ekinshi yarımında bir qatar fizikler tárepinen, tiykarınan Klauzius, Bolcman hám Maksvell tárepinen rawajlandırıldı.



113-súwret.
Kublıq ıdıstın ishindegi molekulalardıń
qozǵalıwın ortashalaw.

Idıstın diywalına soqlıǵısıwdın saldarınan payda bolatuǵın basımdı esaplaymız. Qabırǵasınan uzınlıǵı Δl shamasına ten bolǵan kubtı kóz aldımızda elesleteyik (113-súwret). Onın ishinde tártipsiz túrde n dana molekula qozǵalatuǵın bolsın hám olardıń menshikli ólshemlerin esapqa almaymız. Molekulalardıń qozǵalıwının tolıq tártipsiz ekenligin názerde tutqanda olardıń diywalǵa soqlıǵısıwının nátiyjesi mınaday boladı: molekulalardıń úshten biri kubtıń aldınǵı hám artqı diywallarına qarap, úshten biri joqarǵı hám tómengi diywalları arasında, qalǵan úshten biri on hám shep táreptegi diywallarına qaray tuwrı sıızıqlı qozǵaladı. Diywallardıń birine (mısalı aldınǵı diywalǵa) qaray perpendikulyar baǵıtta v tezligi menen qozǵalatuǵın molekula urılıwdın nátiyjesinde artqa qaray artqa qaray sekiredi. Usının nátiyjesinde onın qozǵalıwı muǵdarı $m \cdot v - m(-v) = 2mv$ shamasına ózgeredi (m arqalı molekulanın massası belgilengen). Qozǵalıw muǵdarının bul ózgerisi urılıw waqıtındaǵı diywal tárepinen molekulaǵa tásir etetuǵın kúshin impulsin anıqlaydı:

$$\Delta f \cdot \delta t = 2mv.$$

Bul tenlikte Δf – urılıw (soqqı) kúshi, δt – urılıw waqıtı. Nyutonnın úshinshi nızamı boyınsha san mánisi Δf shamasına ten kúsh diywalǵa tásir etedi. Diywaldan sekirip molekula qarama-qarsı táreptegi diywalǵa qaray qozǵaladı hám onda soqlıǵısıp bazı bir Δt waqıtınan keyin birinshi diywalǵa qaytıp keledi. Molekulanın bir birinen keyin júzege keletuǵın eki soqlıǵısıwı arasındaǵı waqıt ishindegi diywalǵa tásir etetuǵın ortasha kúsh $\bar{\Delta f}$ molekulanın impulsı $\bar{\Delta f} \cdot \Delta t$ san mánisi boyınsha δt soqqı waqıtındaǵı Δf kúshinin impulsine ten bolıwı kerek talabınan anıqlanadı.

Bunnan

$$\Delta \bar{f} \cdot \Delta t = 2mv. \quad (1)$$

Δt waqıtı molekulanın kubtın aldınğı diywalınan sekirip, artqı diywalına barıp hám qayıp keliwi ushın ketken waqıt bolıp tabıladı. Bunnan

$$\Delta t = \frac{2 \cdot \Delta l}{v}$$

qatnasına iye bolamız.

Δt ushın alıńǵan qatnastı (1)-anlatpaǵa qoyıp

$$\Delta \bar{f} = \frac{mv^2}{\Delta l}$$

tenligine iye bolamız. Bul bir molekulanın soqqı kúshlerinin waqıt boyınsha ortasha mánisi bolıp tabıladı. Hár qıylı molekulalar hár qıylı bolǵan $v_1, v_2, v_3, \dots$ tezlikleri menen qozǵaladı hám molekulalardıń aldınğı diywalǵa urılıwlarınan qosındı kúshi mınaǵan ten boladı:

$$\bar{f} = \frac{mv_1^2}{\Delta l} + \frac{mv_2^2}{\Delta l} + \frac{mv_3^2}{\Delta l} + \dots + \frac{mv_{n'}^2}{\Delta l}.$$

Bul tenlikte n' arqalı aldınğı hám artqı diywallar arasında qozǵalatuǵın molekulalardıń sanı belgilengen. $m/\Delta l$ shamasın turaqlı shama sıpatında qawsırmadan shıǵarıp hám tenlemenin on hám shep táreplerin n' shamasına kóbeytip hám bólip, mınaday anlatpanı alamız:

$$\bar{f} = \frac{n' \cdot m}{\Delta l} \cdot \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_{n'}^2}{n'}.$$

Bul anlatpadaǵı

$$\bar{v}^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_{n'}^2}{n'}$$

shaması *molekulalardıń tezliklerinin kvadratlarının ortasha mánisi* yamasa basqa sózler menen aytqanda *ortasha kvadratlıq tezlikten kvadratı* bolıp tabıladı. Bunnan

$$\bar{f} = \frac{n' \cdot m}{\Delta l} \bar{v}^2$$

formulasın alamız. Aldınğı hám artqı diywallar arasında qozǵalatuǵın molekulalardıń sanın birdey etip alıwǵa boladı (bizler molekulalardıń barlıq sanı n nin $1/3$ bólegi dep esapladıq). Bunnan

$$\bar{f} = \frac{1}{3} \frac{n}{\Delta l} \cdot m \bar{v}^2$$

tenligin alamız. Bul tenликтin on hám shep táreplerin Δl^2 shamasına bólip

$$\frac{\bar{f}}{\Delta l^2} = \frac{1}{3} \frac{n}{\Delta l^3} \cdot m \bar{v}^2 \quad (2)$$

formulasına iye bolamız. Δl^2 shaması kubtın qaptal betinin maydanı, $\frac{\bar{f}}{\Delta l^2}$ bolsa usı maydangá túsetuǵın basım, Δl^3 – kubtın kólemi. Bunnan $\frac{n}{\Delta l^3}$ shamasının kólem birligindegi molekulalardıń sanı ekenligi kelip shıǵadı. Nátiyjede (2)-tenlik en aqırında

$$p = \frac{1}{3} n_0 m \bar{v}^2 \quad (3)$$

túrine enedi.

Solay etip, gaz tárepinen diywallarǵa tásir etetuǵın basım p kólem birligindegi molekulalar sanı n_0 , molekulalardıń massası m hám tezliklerdin kvadratının ortasha mánisi $\bar{v}^2$ boyınsha anıqlanadı eken. (3)-formulaǵa onın on tárepin 2 ge kóbeytip jáne bólip basqa túr beriwge boladı

$$p = \frac{2}{3} n_0 \left(\frac{m \bar{v}^2}{2} \right). \quad (4)$$

Biraq, $\frac{m \bar{v}^2}{2} = \bar{w}$ shaması bir molekulanın ilgerilemeli qozǵalıısına sáykes keletuǵın ortasha kinetikalıq energiya bolıp tabıladı. Bunnan

$$p = \frac{2}{3} n_0 \bar{w} \quad (4a)$$

formulasına iye bolamız, yaǵnıy gazdin basımı gazdin molekulaların ilgerilemeli qozǵalısnın ortasha kinetikalıq energiyası boyınsha anlatıladı eken.

(3)-formula yamasa oǵan ekvivalent bolǵan (4a) formulası *gazlerdin kinetikalıq teoriyasının tiykarǵı formulası dep ataladı.*

(4a) formulanın on hám shep táreplerin gazdin bir molinin kólemi V_0 ge kóbeytemiz. Bunday jaǵdayda

$$pV_0 = \frac{2}{3} n_0 V_0 \bar{w}$$

formulasına iye bolamız. Biraq, $n_0 V_0$ shaması gazdin mollik V_0 kólemindegi molekulalar sanı bolıp tabıladı. Bul san Avagadro sanına ten: $n_0 V_0 = N_A$. Bunnan

$$pV_0 = \frac{2}{3} N \bar{w}$$

formulasın alamız. Biraq $pV_0 = RT$, T arqalı Kelvin shkalasındaǵı gazdin temperaturası hám R arqalı gaz turaqlısı belgilengen. Bunnan

$$pV_0 = \frac{2}{3} N \bar{w} = RT \quad (5)$$

tenlemesi kelip shıǵadı. (5)-formula molekulalardı ilgerilemeli qozǵalısnın ortasha kinetikalıq energiyası $\bar{w}$ nı gazdi táriyipleytuǵın makroskopiyalıq shamalar bolǵan basımı, kólemi hám temperaturası menen baylanıstıradı. (5)-tenlemeden mınaǵan iye bolamız:

$$\bar{w} = \frac{m \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N} T; \quad (7)$$

Bul tenlemedegi R hám N shamaları turaqlı bolǵanlıqtan, onda

$$k = \frac{R}{N}$$

shaması da turaqlı shama boladı. Onı Bolcman turaqlısı dep ataydı.

Bolcman turaqlısının san mánisi

$$k = \frac{8,31 \cdot 10^7}{6,02 \cdot 10^{23}} \text{ erg/grad} = 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ erg/grad}$$

shamasına ten.

(6)-formulaǵı Bolcman turaqlısının shamasın qoyıp

$$\bar{w} = \frac{3}{2} kT \quad (6a)$$

formulasın alamız.

(6)- hám (6a) formulalar *molekulalardı ilgerilemeli qozǵalısnın ortasha kinetikalıq energiyasının tek temperaturadan ǵárezli bolatuǵınlıǵın kórsetedi, usının menen birge ol absolyut temperatura T ǵa tuwrı proporcional.*

Nátiyjede temperaturalardı absolyut shkalası (Kelvin shkalası) tikkeley fizikalıq mániske iye boladı. (6a) formulaǵa sáykes temperaturalardı absolyut nolinde molekulalardı ilgerilemeli qozǵalısları pútkilley toqtaydı. Biraq absolyut nolde de molekulalar menen atomlardı ishinde qozǵalıstın bazı bir túrleri toqtamaydı. Sonlıqtan, ulıwma alǵanda materiyanın ishki qozǵalısları absolyut nolde de sónbeydi. Keyinirek biz absolyut nolge shekem jetiwdin ámeliy jaqtan múmkin emes ekenligin kóremiz.

Keltirilgen juwmaqlar tek molekulalardı ilgerilemeli qozǵalısnın kinetikalıq energiyasını anıqlap ǵana qoymay, gazdin molekulalıq-kinetikalıq tábiyatın táriyipleytuǵın basqa da bir qatar shamalardı anıqlawǵa múmkinshilik beredi.

(6)-formuladan molekulalardı tezliginin kvadratının ortasha mánisi ushın

$$\bar{v}^2 = \frac{3RT}{mN}$$

anlatpasına iye bolamız. Biraq, m – bir molekulanın massası, N – bir moldegi molekulaların sanı bolıp tabıladı hám bunnan mN shamasının molekulalıq salmağı μ ekenligi kelip shıǵadı. Bunnan keyin *molekulaların ilgerilemeli qozǵalısnın ortasha kvadratlıq tezligi* ushın mınanı alamız:

$$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}. \quad (8)$$

Demek, gaz molekulalarının ilgerilemeli qozǵalısnın ortasha kvadratlıq tezligi gazdın absolyut temperaturasının kvadrat túbirine tuwrı proporcional hám onın molekulalıq massasının kvadrat túbirine kerı proporcional.

Kólemnin bir birligindegi molekulalar sanı n_0 ushın (4a) formuladan

$$n_0 = \frac{3p}{2\bar{w}}$$

qatnasına iye bolamız. Buǵan (6)-anlatpa boyınsha $\bar{w}$ nın mánisin qoyıp

$$n_0 = \frac{p}{kT} \quad (9)$$

formulasına iye bolamız.

(9)-formuladan birdey basım menen temperaturada barlıq gazlerdin kólem birligindegi molekulalar sanının birdey bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı (bul nátiye Avagadro nızamınan da tikkeley kelip shıǵadı). Ádettegidey sharayatlarda, yaǵnıy $p = 1$ at hám $T = 273 \text{ K}$ temperaturada qálegen gazdın 1 sm^3 kóleminde

$$n_0 = 2,683 \cdot 10^{19} \text{ sm}^3$$

molekula boladı eken. Bul san *Loshmit sanı* dep ataladı.

Gazlerdin molekulalıq-kinetikalıq teoriyasının san shamalarınan tártibi menen tanısıw ushın bir neshe sanlı mısallardı keltiremiz.

1-misal. 27°C temperaturada ıdístın diywalına bir bar basımınan túsiriliwi ushın gazdın kólem birliginde qansha molekulanın bolıwı kerek?

Sheshimi: (9)-formula boyınsha

$$n_0 = \frac{p}{kT} = \frac{1}{1,38 \cdot 10^{-16} \cdot 300} \text{ sm}^{-3} = 2,42 \cdot 10^{13} \text{ sm}^{-3},$$

yaǵnıy 1 sm^3 kólemde $2,42 \cdot 10^{13}$ molekulanın bolıwı kerek.

2-misal. Azot molekulalarının ($\mu = 28$) ortasha kvadratlıq tezligin anıqlanız: a) $t = 1000^\circ\text{C}$, b) $t = 0^\circ\text{C}$ hám c) $t = -270^\circ\text{C}$.

Sheshimi. (8)-formulaǵa $R = 8,31 \cdot 10^7 \text{ erg/grad} \cdot \text{mol}$, $\mu = 28 \text{ g/mol}$ hám $t = 1000^\circ\text{C}$ shamaların qoyıp mınalardı alamız:

$$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 10^7 \cdot 1273}{28} \frac{\text{sm}}{\text{sek}}} = 1,06 \cdot 10^5 \frac{\text{sm}}{\text{sek}} = 1060 \text{ m/sek}.$$

Usınday jollar menen qalǵan eki jaǵday ushın izlengen shamaları alamız: b) $\sqrt{\bar{v}^2} = 493 \text{ m/sek}$, c) $\sqrt{\bar{v}^2} = 51 \text{ m/sek}$. Solay etip, júdá tómen emes temperaturalarda gaz molekulalarının tezlikleri júdá úlken boladı eken. Ójire temperaturalarında tezliktin shaması miltıqtın oǵının tezligindey boladı.

3-misal. Molekulaların ilgerilemeli qozǵalısnın erglerdegi kinetikalıq energiyası nege ten: a) $t = 1000^\circ\text{C}$, b) $t = 0^\circ\text{C}$, c) $t = -270^\circ\text{C}$.

Sheshimi. (6a) formulası boyınsha $t = 1000^\circ\text{C}$, yaǵnıy $T = 1273 \text{ K}$ temperatura ushın mınanı alamız:

$$\bar{w} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} 1,38 \cdot 10^{-16} \cdot 1273 \text{ erg} = 2,63 \cdot 10^{-13} \text{ erg}.$$

Tap usınday jollar menen basqa eki jaǵday ushın mınalardı tabamız: b) $\bar{w} = 5,65 \cdot 10^{-14} \text{ erg}$ hám c) $\bar{w} = 6,21 \cdot 10^{-16} \text{ erg}$. Demek, júdá úlken tezliklerdin orın alıwına qaramastan, ayırım molekulaların ortasha kinetikalıq energiyaları hátte 1000°C temperaturada da júdá kishi boladı eken.

§ 47. Gazlerdin aralaspalarındaǵı parciallıq basım. Gazlerdin kinetikalıq teoriyasının tiykarǵı

formulası [46-paragraftağı (4a) formulası] boyınsha gazdin basımı

$$p = \frac{3}{2} n_0 \bar{w} \quad (1)$$

anlatpasının járdeminde anıqlanadı. Bul anlatpada n_0 arqalı kólem birligindegi molekulalardıń sanı, $\bar{w}$ arqalı T temperaturasındağı gazdin molekulaların ortasha kinetikalıq energiyası belgilengen. Usınıń menen birge (1)-formula molekulaların sortınan ğárezli emes. Sebebi, berilgen T temperaturada barlıq molekulalar $\bar{w}$ ortasha kinetikalıq energiyaǵa iye.

Biz bir tekli gaz benen emes, al hár qıylı gazlerdin aralaspası menen is alıp baramız dep boljayıq. Birinshi gazdin molekulaların kólem birligindegi sanı n_{01} ge, ekinshisinin sanı n_{02} ge, úshinshisinin sanı n_{03} ke h.t.b. ten bolsın.

Bunday jaǵdayda molekulalardıń ulıwmalıq sanı

$$n_0 = n_{01} + n_{02} + n_{03} + \dots$$

shamasına ten hám (1)-formula boyınsha gazlerdin aralaspasının ıdıtın diywalına túsiretuǵın basımı

$$p = \frac{3}{2} n_{01} \bar{w} + \frac{3}{2} n_{02} \bar{w} + \frac{3}{2} n_{03} \bar{w} + \dots \quad (2)$$

formulasının járdeminde esaplanadı. Usınıń menen birge

$$p_1 = \frac{3}{2} n_{01} \bar{w}$$

shamasının birinshi gazdin basqa gazler bolmaǵan, al tek birinshi gaz bolǵan jaǵdayda ıdıtın diywallarına túsiretuǵın basımı ekenligi túsiniqli. Tap sol sıyaqlı

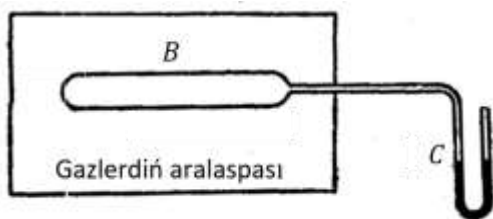
$$p_2 = \frac{3}{2} n_{02} \bar{w}$$

shaması ekinshi gazdin basqa gazler bolmaǵan jaǵdayda ıdıtın diywallarına túsiretuǵın basımı bolıp tabıladı.

p_1, p_2, p_3 h.t.b. basımlar parciallıq basımlar dep ataladı. (2)-formuladan mınanı alamız:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots \quad (3)$$

(3)-formula *Dalton nızamı* dep atalatuǵın nızamdı sáwlelendiredi: *ideal gaz bolǵan jaǵdayda parciallıq basımlardıń qosındısı barlıq gaz aralaspasının basımına ten.*



114-súwret.

Vodorodtıń parciallıq basımın anıqlaw boyınsha tájiriybenin sxeması.

Dalton nızamınan mınalar kelip shıǵadı: eger birdey p basımın astında turǵan hám hár biri $V_1, V_2, V_3, \dots$ kólemlerine iye hár qıylı ideal gazlerdi olardı ayırıp turǵan qalqalardı alıp taslaw jolı menen bir biri menen tiyistirsek, onda gazlerdin diffuziya jolı menen tolıq aralasqannan keyin olardıń ulıwmalıq basımı ózgeriske ushıramaydı, yaǵnıy gazlerdin kólemleri additivli túrde qosıladı.

Bul jaǵdaydın durıs ekenligin tikkeley tájiriybenin járdeminde tekserip kóriwge boladı. Aralaspadağı parciallıq basımlardı tikkeley ólshew qıyın. Bunday ólshewdi eger bir gazdi ótkeretuǵın hám basqa gazlerdi ótkermeytuǵın qalqa bolǵan jaǵdayda (yarım ótkeretuǵın qalqa) ámelge asırıwǵa boladı. Mısalı, shınıqtırılǵan platine plastinkası arqalı vodorod jaqsı, al basqa gazler júdá jaman ótedi. YArım ótkeretuǵın qalqa arqalı ótken gaz usı qalqanın eki tárepindegi basımdı tenlestiredi.

Dáslep evakuaciyalanǵan hám onnan keyin qızdırılǵan platinadan soǵılǵan B ıdısın kóz aldımızǵa keltiremez (114-súwret). Meyli, usı B ıdısı vodorod penen vodorodqa qatnası boyınsha

ximiyalıq jaqtan aktiv bolmağan basqa qanday da bir gazdin (mısalı, argonnın) aralaspaı menen qorshalğan bolsın. Bunday jaǵdayda vodorod B qızdırılğan platina ıdısına ene baslaydı hám bul process basım diywalların eki tárepinde de birdey bolǵansha dawam etedi. Demek, ótkerilgen tájiriyyede B ıdısının ishindegi vodorodtın basımı sırtqı táreptegi gazdin aralaspaındaǵı vodorodtın parciallıq basımına ten boladı eken. Usınday jollar menen vodorodtın parciallıq basımın C manometrдинin járdeminde tikkeley ólsheuge boladı eken.

Tájiriyybeni basqasha túrde ótkeriuge de boladı. Dáslep B ıdısın da, onı qorshap turǵan kenislikte de birdey p_0 basımдаǵı qanday da bir belgili bolǵan gaz menen (mısalı, argon menen) toltıramız. Bunnan keyin sırttaǵı argondı argon menen vodorodtın aralaspaı menen almastıramız. Aralaspanın basımı da p_0 shamasında bolsın. Bul aralaspaındaǵı vodorodtın parciallıq basımı p_1 shamasına ten. Bunday jaǵdayda B ıdısın diywalların qızdırsaq, onda vodorod B ıdısın ishine kire baslaydı. Al argon bolsa ıdistin diywalları arqalı sırttan ishke óte almaydı. Nátiyjede B ıdısın ishindegi gaz aralaspaının basımı menen usı B ıdısın sırtındaǵı gaz aralaspaının basımı arasında ayırma payda boladı. B ıdısın ishindegi gaz aralaspaının basımı $p_0 + p_1$ shamasına ten, yaǵnıy p_0 basımınan p_1 shamasına úlken. Bul "qosımsha" p_1 basımın vodorodtın aralaspaındaǵı basımın ólsheydi.

Haqıyqıy gazler menen puwlarda 1890-jılı B. B. Golicın tárepinen tolıq izertlengen Dalton nızamınan bazı bir awıtqıwlar baqlanadı.

§ 48. Gazdin ishki energiyası. Erkinlik dárejelerinin sanı. 46-paragrafta kórsetilgende, gazlerdin molekualıq-kinetikalıq teoriiyası júdá áhmiyetli bolǵan nátiyjege alıp keledi: gazdin molekuaları tártipsiz qozǵaladı hám T temperaturasındaǵı molekulanın ilgerilemeli qozǵalısnın ortasha kinetikalıq energiyası

$$\bar{w} = \frac{3}{2} \left(\frac{R}{N} \right) T = \frac{3}{2} kT \quad (1)$$

shamasına ten. Bul anlatpada R arqalı gaz turaqlısı, N arqalı Avagadro turaqlısı, k arqalı Bolcman turaqlısı belgilengen. Solay etip, molekuaların ilgerilemeli qozǵalısnın ortasha kinetikalıq energiyası tek gazdin temperaturası T boyınsha anıqlanadı eken. Sebebi (1)-anlatpaǵa kiretuǵın basqa shamaların barlıǵı da turaqlı shamalar bolıp tabıladı. *Gazdi qızdırǵanda yamasa salqınlatqanda, yaǵnıy oǵan bazı bir jıllılıq muǵdarın bergende yamasa alǵanda onın molekualarının qozǵalısnı ózgeredi.*

Ideal gaz ushın barlıq molekualarının tártipsiz qozǵalıslarının kinetikalıq energiyası onın *ishki energiyasın* anıqlaydı. Al haqıyqıy gazler ushın bolsa (biz onı tómende kóremiz) molekuaların óz-ara potenciallıq energiyasın itibarǵa alıw kerek boladı. Sonlıqtan haqıyqıy gazler ushın ishki energiya molekuaların qozǵalısnın kinetikalıq energiyası menen olardıń potenciallıq energiyaların qosındısınan turadı.

Molekuaların qozǵalısnın kinetikalıq energiyası olardıń ilgerilemeli qozǵalısnın kinetikalıq energiyasınan ǵana ibarat emes: kinetikalıq energiyanın shaması molekuaların aylanıwı menen terbelislerinin kinetikalıq energiyaların qosındısınan turadı.

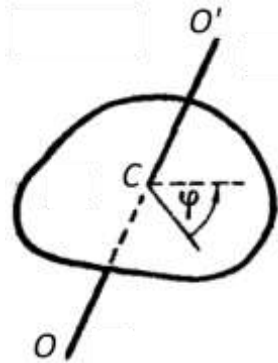
Molekuaların qozǵalısnın barlıq túrlerine sáykes keletuǵın energiyanı esaplaw ushın *erkinlik dárejelerinin sanı* túsiniǵın kirgiziw kerek.

Denenin erkinlik dárejelerinin sanı haqqında ǵáp etilgende usı denenin kenisliktegi ornın (awhalın) anıqlaw ushın zárúrli bolǵan bir birinen ǵárezsiz bolǵan koordinatalardıń sanı názerde tutıladı. Mısalı, *materiallıq noqat úsh erkinlik dárejesine iye boladı.* Sebebi onın kenisliktegi ornı úsh koordinatanın, tuwrı múyeshli koordinatalar sistemasının x, y, z koordinatalarının járdeminde anıqlanadı.

Qattı denenin awhalı (115-súwret), eger 1) onın kenisliktegi salmaq orayın turǵan ornı C , 2) bazı bir belgili bolǵan OO' kósherinin baǵıtı hám 3) qattı denenin usı kósherdin dógerindegi ózinin dáslepki awhalina salıstırǵandaǵı burılıw múyeshinin shaması berilgen jaǵdayda anıqlanǵan boladı. Salmaq orayın onın anıqlaw ushın x, y, z úsh koordinatası kerek. OO'

kósherinin kenisliktegi bağıtın anıqlaw ushın jáne eki koordinata, mısalı θ menen ψ múyeshleri talap etiledi. Bul eki múyesh koordinata kósherlerinin ekewi menen OO' kósherinin arasındagı múyesh bolıp tabıladı. En sonında OO' kósherinin dógeregindegi múyeshti anıqlaw ushın jáne ber koordinata talap etiledi (115-súwrettegi φ múyeshi).

Solay etip, qattı dene altı erkinlik dárejesine iye boladı eken. Eger qattı denenin ayırım bólimleri bir birine salıstırǵanda jılısatuǵın bolsa (terbelse), onda bul qozǵalıslardı qaraw ushın biz qarap shıqqan erkinlik dárejelerinin ústine qosımsha erkinlik dárejelerin qosıw kerek boladı. Kerisinshe, eger qattı dene qanday da bir sebeplerge baylanıslı (mısalı, tolıq simmetriyanın) belgili bolǵan kósherlerdin birewinin átirapında aylana almaytuǵın bolsa, onda ol altı erkinlik dárejesine emes, al bes erkinlik dárejesine iye boladı.



115-súwret.

Qattı dene altı erkinlik dárejesine iye.

Ózinin dógereginde aylanbaytuǵın, al tek ilgerilemeli qozǵalatuǵın sferanı úsh erkinlik dárejesine iye bolǵan materiallıq noqat túrinde qarawǵa boladı.

Gazdin hár bir molekulası belgili bolǵan erkinlik dárejelerine iye, olardıń úshewi olardıń kenisliktegi ilgerilemeli qozǵalıslına sáykes keledi.

Gazlerdin molekullıq-kinetikalıq teoriyasının tiykarǵı shártı molekullardıń tolıq tártipsiz qozǵalısları haqqındaǵı boljaw bolıp tabıladı. Bul tártipsizlik tek ilgerilemeli qozǵalısqǵa ǵana emes, al molekullardıń qozǵalıslarının basqa túrlerine de tiyisli (aylanıwǵa, terbelislerge). Qozǵalıslardıń bul tiplerinin biri basqalarının aldında hesh qanday artıqmashlıqqa iye emes usının tiykarında molekulanın hár bir erkinlik dárejesine ortasha mánisi birdey bolǵan $\bar{w}$ energiya sáykes keledi dep boljaw tábiyiy. Bul jaǵday *energiyanıń erkinlik dárejeleri boyınsha birdey tarqalıwı* ataması menen belgili. Usı jaǵdaydan kelip shıǵıp, bir erkinlik dárejesine sáykes keletuǵın $\bar{w}$ energiyasınıń mánisin ansat alıwǵa boladı. Úsh erkinlik dárejesine iye bolǵan molekulanın ilgerilemeli qozǵalıslına (1)-tenlik boyınsha

$$\bar{w} = \frac{3}{2} kT$$

energiyası sáykes keledi. Bunnan bir erkinlik dárejesine ortasha

$$\bar{w}_0 = \frac{1}{2} kT = \frac{1}{2} \left(\frac{R}{N} \right) T \quad (2)$$

energiyasının sáykes keletuǵınlıǵına kóz jetkeremiz.

Gaz hár biri i erkinlik dárejesine iye bolǵan birdey molekullardan turadı dep boljayıq; bunday jaǵdayda hár bir molekula ushın (onın qozǵalısların barlıq túrleri ushın) ortasha mınaday energiya sáykes keledi:

$$\bar{w} = \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \left(\frac{R}{N} \right) T. \quad (3)$$

Ishki energiyanıń tolıq zapasın alıw ushın bul mánisti gazdin quramındaǵı molekullardıń sanına kóbeytiw kerek. Eger bir gazdin bir moline sáykes keletuǵın U_0 ishki energiyanı esaplaǵımız kelse, onda $\bar{w}$ shamasın N_A Avagadro sanına kóbeytiwimiz kerek. Bunnan

$$U_0 = \frac{i}{2}RT \quad (4)$$

formulasına iye bolamız.

(4)-formuladan biz gazdin ishki energiyasının molekulalardın erkinlik dárejelerinin sanı i hám gazdin absolyut temperaturası T arqalı anlatılatuǵınlıǵı kóremiz. Demek, ideal gazdin berilgen muǵdarının ishki energiyasının tek absolyut temperatura T dan ǵárezli bolatuǵınlıǵın hám onın kólemnen, usıǵan sáykes basımınan ǵárezli bolmaydı eken. Haqıyqıy gazlerde bolsa, biz joqarıda atap ótkendey, tolıq ishki energiya molekulalardın qozǵalıstın kinetikalıq energiyası menen olardıń potentsiallıq energiyaların qosındısınan turadı hám gaz tárepinen iyelenip turǵan kólemnen ǵárezli boladı. Usının menen birge haqıyqıy gazdin ishki energiyası tek energiyanın mexanikalıq túrleri menen sheklenip qalmaydı (49-paragrafqa qaranız).

§ 49. Gazlerdin jıllılıq sıyımlıǵı. Ishki energiya kóz-qarasların paydalanıp biz gazlerdin jıllılıq sıyımlıǵı ushın anlatpanı taba alamız.

Qanday da bir zattın *salıstırmalı jıllılıq sıyımlıǵı* (c arqalı belgileybiz) haqqında gáp etkende usı zattın massasınıń bir birligin 1 gradusqa qızdırıw ushın kerek bolǵan jıllılıq muǵdarına san shaması ten bolǵan fizikalıq shamanı túsinedi.

Salıstırmalı jıllılıq sıyımlıǵı menen birge biz *mollik jıllılıq sıyımlıǵı* bolǵan C shamasın kirgizemiz. Qanday da bir zattın C mollik jıllılıq sıyımlıǵı dep san shaması zattın bir molinın temperaturasını 1 gradusqa ten bolǵan jıllılıq muǵdarına ten fizikalıq shamanı túsinemiz. Álbette, mollik jıllılıq sıyımlıǵı C menen salıstırmalı jıllılıq sıyımlıǵı c arasında mınaday qatnas bar:

$$C = \mu c. \quad (1)$$

Bul qatnasta μ — berilgen zattın mollik salmaǵı bolıp tabıladı.

Gazler ushın olardıń *qanday sharayatta qızdırılatsuǵınlıǵına*, mısalı, *turaqlı V kólemde* yamasa *turaqlı p basımda* qızdırılatsuǵınlıǵına itibar beriw kerek.

Dáslep gazdin turaqlı V kóleminde qızdırılıwın qaraymız.

Bul jaǵdayda sırtqı kúshlerdin jumısı nolge ten hám sırttan gazge beriletuǵın barlıq jıllılıq onın ishki energiyası U din úlkeyiwi ushın jumısaladı. Bunnan gazdin turaqlı kólemdegi mollik jıllılıq sıyımlıǵı C_V san mánisi boyınsha bir mol gazdi 1 gradusqa qızdırgandaǵı ishki energiyanın ózgerisine ten bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. 48-paragraftaǵı (4)-formula boyınsha bul ózgeristin mánisi

$$\Delta U_0 = \frac{i}{2}R(T + 1) - \frac{i}{2}RT = \frac{i}{2}R$$

shamasına ten bolǵanlıqtan gazdin turaqlı kólemdegi mollik jıllılıq sıyımlıǵı ushın

$$C_V = \frac{i}{2}R \quad (2)$$

formulasına iye bolamız.

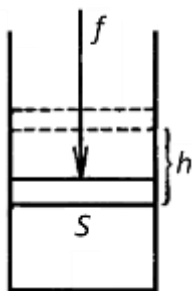
(1)-anlatpadan paydalanıp, salıstırmalı jıllılıq sıyımlıǵı ushın

$$C_V = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu} \quad (3)$$

formulasın alamız.

(2)-formuladan gazdin turaqlı kólemdegi jıllılıq sıyımlıǵı C_V nın onın molekulaların erkinlik dárejesi i jáne gaz turaqlısı R din san mánisi menen anıqlanatuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

45-paragrafta biz gaz turaqlısı R din san mánisin *erg/grad·mol* hám *l·at/grad·mol* lerdegi mánislerin keltirdik. Eger R din usı mánislerin paydalanuǵın bolsaq, onda biz jıllılıq sıyımlıǵın tap sol birliklerde alamız. Biraq, ádette, jıllılıq sıyımlıǵın denegge beriletuǵın jıllılıq muǵdarı arqalı anlatıw qabıl etilgen. Jıllılıq muǵdarının birligi sıpatında *kaloriya* xızmet etedi. Kaloriya ("kishi" yamasa "grammkaloriya") 1 g taza suwdın temperaturasını 19,5°C shamasınan 20,5°C shamasına shekem joqarılátıw ushın zárúrli bolǵan jıllılıq muǵdarı bolıp tabıladı.



116-súwret.

Gaz islegen jumıstın muǵdarı fh shamasına ten.

Jıllılıqtın alıp beriliwi energıyanın alıp beriliwinin bir forması bolıp tabılatuǵın, qala berse energıyanın saqlanıw nızamı boyınsha alıp berilgen jıllılıqtın belgili bolǵan muǵdarına energıyanın belgili bolǵan muǵdarı ekvivalent bolǵanlıqtan, kaloriyalar menen tek jıllılıqtın muǵdarın ǵana emes, al energıyanı da, jumıstı da ólshew múmkin³⁵. Bunnan kaloriya menen energıyanın basqa da birlikler arasında qanday qatnas orın aladı degen soraw payda boladı. En dálirek ólshewler mınalardı beredi:

$$1 \text{ kal} = 4,182 \text{ dj};$$

Juwiq túrde biz $1 \text{ kal} = 4,18 \text{ dj}$ tenligi orınlanadı dep esaplaymız. Kaloriya menen djoul arasındaǵı usı sanlıq qatnastan paydalanıp, gaz turaqlısınan $\text{erg/grad} \cdot \text{mol}$ birliklerinde alınǵan mánisinen $\text{kal/grad} \cdot \text{mol}$ birliklerindeki mánisine ansat túrde ótiwge boladı. Atap aytqanda:

$$R = 8,313 \cdot 10^7 \text{ erg/grad} \cdot \text{mol} = \frac{8,313 \cdot 10^7}{4,182 \cdot 10^7} \text{ kal/grad} \cdot \text{mol} = 1,9858 \text{ kal/grad mol}.$$

Juwiq túrde $R = 2 \text{ kal/grad mol}$ dep qabıl etiwge boladı. Gaz turaqlısı R din usı mánisinen paydalanıp, biz (2)-formula boyınsha gazdin jıllılıq sıyımlıǵı C_V nın $\text{kal/grad} \cdot \text{mol}$ birliklerindeki mánislerin alamız.

C_V shamasın esaplaw ushın anaw yamasa mınaw molekulaǵa qanday i erkinlik dárejesin beriw din kerekligi haqqındaǵı máselege anıqlıq kirgiziw kerek boladı. Biraq, bul máselege toqtamastan burın biz gazdin turaqlı basımındaǵı C_p jıllılıq sıyımlıǵı ushın anlatpanı keltirip shıǵaramız.

Gazdı turaqlı p basımında qızdırganda gaz keneyedi; oǵan sırttan beriletuǵın jıllılıq tek onın ishki energıyası U dı úlkeytiw ushın ǵana emes, al sırtqı kúshlerge qarsı A jumısın islew ushın da jumaladı. Sonlıqtan C_p jıllılıq sıyımlıǵı C_V jıllılıq sıyımlıǵınan turaqlı basımında 1 mol gazdin temperaturası 1 gradusqa joqarılaǵandaǵı keneyiwinde islengen A jumısın shamasına artıq boladı:

$$C_p = C_V + A. \quad (3)$$

Bul A jumısın shamasın esaplaw ushın temperaturası T , basımı p shamasına ten bolǵan gaz porsheni bar cilindrde jaylasqan de kóz aldımızǵa keltireyik (116-súwret). Porshendi uslap turatuǵın sırtqı kúsh $f = pS$ ke ten (S arqalı porshennin maydanı belgilengen). Turaqlı p basımında gazdı 1 gradusqa qızdırganda gaz keneyedi hám porshen h biyikligine kóteriledi. Bunday jaǵdayda gaz

$$A = fh = p \cdot Sh$$

jumısın isleydi. Biraq $Sh = \Delta V_0$ tenligi orınlı boladı. Bul tenlikte ΔV_0 arqalı gazdin kólemnin úlkeyiwi belgilengen. Bunnan mınaday formulaǵa iye bolamız:

$$A = p\Delta V_0. \quad (4)$$

Ideal gazdin hal tenlemesin paydalanıp kólemnin úlkeyiwin tabamız. T temperaturasında, p basımında bir mol gazdin kólemi V_0

³⁵ Bul haqqında tolıǵıraq "Termodinamikanın tiykarları" dep atalatuǵın VIII bapta aytiladı.

$$V_0 = \frac{R}{p} T$$

shamasına ten.

$(T + 1)^0$ temperaturada hám sol p basımında kólem V'_0 tın mánisi

$$V'_0 = \frac{R}{p} (T + 1)$$

shamasına ten boladı. Usıǵan sáykes temperaturası 1 gradusqa joqarılaǵanda ideal gazdin kóleminin úlkeyiwi ushın

$$\Delta V_0 = V'_0 - V_0 = \frac{R}{p} (T + 1) - \frac{R}{p} T = \frac{R}{p}$$

anlatpasna iye bolamız. ΔV_0 din usı mánisin (4)-anlatpaǵa qoyıp bir mol bolǵan gazdi turaqlı basımda 1 gradusqa qazdırǵanda islengen jumı A nı tabamız:

$$A = R.$$

Solay etip, biz izlep atırǵan A jumıstın san mánisi gaz turaqlısı R din san mánisine ten eken. A jumısın usı mánisin (3)-anlatpaǵa qoyıp mollik jıllılıq sıyımlıqları C_p menen C_V arasındaǵı qatnastı tabamız:

$$C_p = C_V + R. \quad (5)$$

Bunnan, (2)-formulanı paydalanıp C_p shamasın gazdin molekularının erkinlik dárejeleri arqalı anlatılátuǵın anlatpanı tabamız[^]

$$C_p = \frac{i}{2} R + R = \frac{i + 2}{2} R. \quad (6)$$

Salıstırmalı hám mollik jıllılıq sıyımlıqları arasındaǵı (1)-qatnastı paydalanıp

$$c_p = c_V + \frac{R}{\mu} \quad (5a)$$

yamasa

$$c_p = \frac{i + 2}{2} \cdot \frac{R}{\mu} \quad (6a)$$

formularına iye bolamız. (2)- hám (6)- yamasa (2a) hám (6a) formulalardan

$$\frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_V} = \frac{i + 2}{i} \quad (7)$$

qatnasların alamız.

Turaqlı basımdaǵı hám turaqlı kólemdegi jıllılıq sıyımlıqlarının qatnası bolǵan $\frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_V}$ qatnasın γ arqalı belgileybiz; bul qatnas gaz turatuǵın molekuların erkinlik dárejelerinen ǵana ǵárezli.

Molekula ushın qanday da bir erkinlik dárejelerin jazıw ushın molekulanın belgili bolǵan modelinen kelip shıǵıw kerek. Usı waqıtqa shekem biz molekulardı shar sıpatında qabıl ettik; eger usınday shar tárizli molekulanı aylanıw múmkinshiligine iye emes dep esaplasaq, onda oǵan úlken ten erkinlik dárejelerin jazıw kerek boladı. Bunday jaǵdayda $R = 1,9858 \text{ kal/grad} \cdot \text{mol}$ mánisin paydalanıp (2)-, (6)- hám (7)-anlatpalar tiykarında mınalardı iye bolamız:

$$i = 3 \begin{cases} C_V = \frac{3}{2} R = 2,979 \text{ kal/grad} \cdot \text{mol} \cong 3 \text{ kal/grad} \cdot \text{mol}, \\ C_p = \frac{5}{2} R = 4,965 \text{ kal/grad} \cdot \text{mol} \cong 5 \text{ kal/grad} \cdot \text{mol}, \\ \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{5}{3} \cong 1,67. \end{cases}$$

V keste de keltirilgen ólshewlerdin nátiyjeleri boyınsha jıllılıq sıyımlıqlarının bul mánisleri geliy menen argon ushın durıs boladı. Bul gazler *bir atomlı*, yaǵnıy olar turatuǵın bóleksheler ayırım atomlar bolıp tabıladı (al molekulaǵa toplanǵan atomların toparı emes). Solay etip, *bir atomlı*

gazler ushın erkinlik dárejelerinin sanın úshke ten dep esaplaǵanda jıllılıq sıyımlıqlarının esaplawlardın nátiyjesinde alınǵan mánisleri menen tájiriybelerde anıqlanǵan mánisleri bir birine jaqsı sáykes keledi.

V keste. Gazlerdin mollik jıllılıq sıyımlıqlarının baqlawlarda alınǵan mánisleri

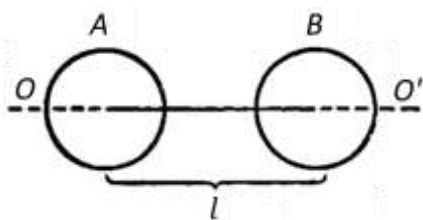
Gaz	C_V	C_p	γ
Geliy, He	2,98	5,00	1,67
Argon, Ar	2,98	5,07	1,65
Vodorod, H ₂	4,87	6,87	1,41
Azot, N ₂	4,96	6,84	1,41
Kislorod, O ₂	4,99	6,90	1,40
Uglerod okisi, CO	5,01	7,01	1,40
Suw puwları, H ₂ O	6,65	8,65	1,31
Metan CH ₄	6,51	8,51	1,30
Xloroform CHCl ₃	15,2	17,2	1,13
Etil spirti C ₂ H ₆ O	18,9	20,9	1,11

Vodorod, kislorod, azot, uglerod okisi h.t.b. sıyaqlı eki atomlı gazler ushın mınaday modeldi qabıl etiw múmkin: eki A hám B atomları olardıń orayları bir birinen ózgermeytuǵın l qashıqlıǵında bekkem baylanısqań (117-súwret).

Atomlardın hár biri aylanısqa kelmeytuǵın bolǵanlıqtan, usınday molekula usı eki atomnıń orayı arqalı ótetuǵın OO' kósherinin dógeresinde aylanbaydı. Sonlıqtan eki atomlı molekulaǵa *bes erkinlik dárejesin* beriw kerek. Bunday jaǵdayda (2)-, (6)- hám (7)-anlatpalardan mınanı alamız:

$$i = 5 \begin{cases} C_V = \frac{5}{2}R = 4,965 \text{ kal/grad} \cdot \text{mol} \cong 5 \text{ kal/grad} \cdot \text{mol}, \\ C_p = \frac{7}{2}R = 6,951 \text{ kal/grad} \cdot \text{mol} \cong 7 \text{ kal/grad} \cdot \text{mol}, \\ \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{7}{5} \cong 1,40. \end{cases}$$

V kestden kórinip turǵanıday, bul maǵlıwmatlar vodorod, azot hám uglerod okisi ushın baqlawlarda alınǵan maǵlıwmatlarǵa jaqsı sáykes keledi; solay etip, bul *eki atomlı gazlerdin molekulalarına haqıyqatında da bes erkinlik dárejesi sáykes keledi*.



117-súwret.
Eki atomlı molekulanın modeli.

Quramalırq bolǵan (úsh atomlı hám kóp atomlı) molekulardı simmetriyalı emes qattı bóleksheler dep esaplap, biz olarǵa altı erkinlik dárejelerin bere alamız.

Bunday jaǵdayda olardıń jıllılıq sıyımlıqları ushın tómendegilerdi alamız:

$$i = 6 \begin{cases} C_V = \frac{6}{2}R \cong 6 \text{ kal/grad} \cdot \text{mol}, \\ C_p = \frac{8}{2}R \cong 8 \text{ kal/grad} \cdot \text{mol}, \\ \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{8}{6} \cong 1,33. \end{cases}$$

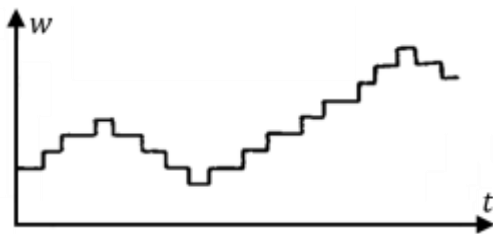
V kestede keltirilgen maǵlıwmatlardan bul mánislerdin suw puwları hám metan ushın alınǵan eksperimentallıq maǵlıwmatlarǵa jaqın ekenligi kórinip tur; CHCl_3 hám $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$ sıyaqlı quramalı molekulalar ushın ádewir úlkenirek jıllılıq sıyımlıqları alınadı.

Qattı bólekshe túrindegi molekula altı erkinlik dárejesinen kóp bolǵan erkinlik dárejesine iye bola almaydı. Sonlıqtan altıdan úlken bolǵan mollik jıllılıq sıyımlıǵı C_V ǵa iye bolǵan quramalı molekulalar ushın ilgerilemeli hám aylanbalı erkinlik dárejeleri menen bir qatarda terbelmeli erkinlik dárejelerin de itibarǵa alıw kerek boladı.

Tolıǵı menen klassikalıq kóz-qaraslarǵa tiykarlangan hám molekulalardın qozǵalıstın tek mexanikalıq túrin ǵana esapqa alatuǵın jıllılıq sıyımlıqların teoriyası juwıq teoriya bolıp tabıladı. Mısalı, bul teoriyadan molekulaların erkinlik dárejeleri beske ten bolǵan barlıq eki atomlı gazlerdin turaqlı kólemdegi C_V jıllılıq sıyımlıqların birdey bolıwın kerek ekenligi kelip shıǵadı. Erkinlik dárejelerinin sanı tek pútın san boladı hám erkinlik dárejelerdin sanın bir shamasına ózgeriwi jıllılıq sıyımlıǵın $\frac{1}{2}R = 0,993 \text{ kal/mol} \cdot \text{grad}$ shamasına ózgertiwi kerek. Sol V kesteden eki atomlı gazlerdin hár qıylı jıllılıq sıyımlıǵına iye ekenligi kórinip tur. Bul ayırmalardın shaması baqlawlardın dálılginen úlken hám sonlıqtan durıs bolıp tabıladı. Ekinshi tárepten olar $\frac{1}{2}R$ shamasınan ádewir kishi. Bunday ayırmalardı keltirilgen teoriyanın tiykarında túsindiriwge boladı. Kórip shıǵılǵan teoriyadan gazlerdin jıllılıq sıyımlıǵın temperaturadan ǵárezsiz ekenligi kelip shıǵadı; *eksperimentler bolsa jıllılıq sıyımlıǵın temperaturadan ǵárezli ekenligin kórsetedi: barlıq zatlardın tómengi temperaturalardaǵı jıllılıq sıyımlıǵı joqarı temperaturalardaǵı jıllılıq sıyımlıǵınan kishi*. Mısalı, gaz tárizli vodorod ushın biz mınaǵan iye bolamız:

T, K	197	90	40
C_V	4,38	3,25	2,98

Kórinip turǵanıday, $T = 40 \text{ K}$, yaǵnıy $t = -233^\circ\text{C}$ bolǵan jaǵdayda (bul tómengi temperatura bolıp tabıladı) vodorodtın jıllılıq sıyımlıǵı onın eki atomlı molekulasına bes erkinlik dárejesin berip klassikalıq teoriya boyınsha alınǵan shamadan kishi. Onın shaması $\frac{3}{2}R$ ge jaqın. Kerisinshe, júdá joqarı temperaturalarda jıllılıq sıyımlıǵın mánisi esaplawdın nátiyjesinde tabılǵan shamasınan úlken. Tek orta temperaturalar ushın klassikalıq teoriya jaqsı nátiyjelerdi beredi. Bul jaǵday atomlar menen molekulalarǵa klassikalıq kóz-qaraslardı paydalanıwǵa bolmaytuǵınlıǵı menen túsindiriledi. Jıllılıq sıyımlıǵın durıs teoriyası kvantlıq mexanika tárepinen beriledi.



118-súwret.
Molekulanın aylanıw (yamasa terbeliw) energiyasın ózgeriwi: energiya sekirmeli túrde ózgeredi.

Klassikalıq kóz-qaraslar boyınsha qálegen erkinlik dárejesine sáykes keletuǵın energiya w_0 úzliksiz ózgere aladı. Kvantlıq mexanikada bolsa molekulalardın aylanıw energiyası, olardı terbelislerine sáykes keletuǵın energiya tek serkiriw menen ózgere aladı; grafikte aylanıw yamasa terbeliw energiyası w nın waqıtqa baylanıslı ózgerisi baspaldaq tárizli sıızıp penen sáwlelenedi (118-súwret). Ádettegidey eki atomlı molekulalardın (azot, kislorod) aylanıw energiyası ushın baspaldaqtaǵı tekshelerdin biyikligi 10^{-15} erg shamasında. $T = 300 \text{ K}$ temperaturadaǵı bir erkinlik dárejesine sáykes keletuǵın ortasha energiya $\bar{w} = 2,17 \cdot 10^{-14} \text{ erg}$ shamasın quraydı. Solay etip, ójire temperaturalarındaǵı molekulalardın aylanıw energiyasın tekshelerinin biyikligi molekulanın bir erkinlik dárejesine sáykes keletuǵın ortasha energiyaǵa salıstırǵanda kishi eken.

Usınday jaǵdayǵa baylanıslı jıllılıq sıyımlıǵının shamasın klassikalıq kóz-qaraslar boyınsha esaplawǵa boladı eken. Al tómengi temperaturalarda bolsa $\bar{w}_0$ energiyasının mánisinín ózi energiyanın tekshesinin mánisi menen barabar bolǵanlıqtan klassikalıq kóz-qaraslar jaramsız bolıp qaladı.

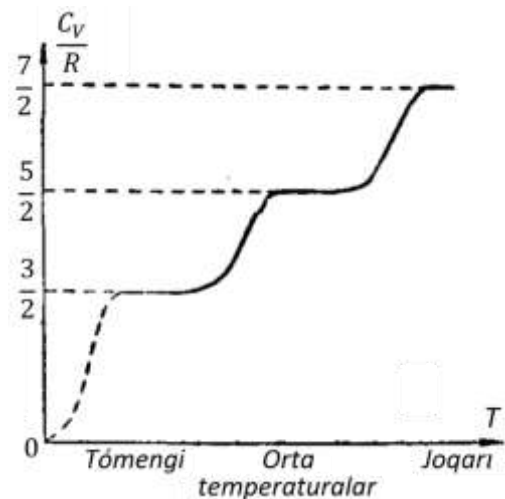
Bunday jaǵdayda molekularдын aylanıw energiyasının shaması temperaturanın ózgeriwi menen ózgerissiz qaladı. Usının nátiyjesinde barlıq gazlerdin tómengi temperaturalardaǵı jıllılıq sıyımlıǵı $C_V = \frac{3}{2}R$ mánisine umtıladı.

Usı ayılǵanlar menen bir qatarda, tómengi temperaturalarda kvantlıq teoriyada hám klassikalıq teoriyada energiyanın ortasha mánisi hár qıylı jollar menen esaplanadı (kvantlıq teoriyada gazdin "azǵınıwı" dep atalatuǵın qubılıstı esapqa alıwǵa tuwrı keledi).

En aqırında mınaday jaǵdayda atap ótemiz: júdá tómengi temperaturada gaz qatadı hám qattı denegge aylanadı. Biz tómende temperatura absolyut nolge jaqınlaǵanda qattı denelerdin jıllılıq sıyımlıqlarının nolge umtılatuǵınlıǵın kóremiz.

Terbelis energiyasına keletuǵın bolsaq, onda onın teksheleri ádewir biyik: júdá quramalı bolmaǵan molekular ushın onın shaması $2 \cdot 10^{-13}$ erg, yaǵnıy ójire temperaturalarındaǵı bir erkinlik dárejesine sáykes keletuǵın $\bar{w}_0$ energiyadan shama menen 10 ese úlken. Usıǵan baylanıslı ójire temperaturalarında terbelislerdin energiyasın biz qaramasaq ta boladı: tek joqarı temperaturalarda ǵana bul energiya sezile baslaydı³⁶. Quramalı molekularlarda terbelisler energiyasının teksheleri kishi boladı. Bunday jaǵdayda molekulanın terbelislerinin energiyasının tutqan ornı orta temperaturalarda da sezilerliktey boladı.

119-súwret.
Eki atomlı gazdin jıllılıq sıyımlıǵının
temperaturadan ǵárezligi.



119-súwrette eki atomlı gazdin jıllılıq sıyımlıǵının temperatura boyınsha ózgeriwi kórsetilgen. Joqarı temperaturalarda terbelisler orın iyeleydi (olarǵa eki erkinlik dárejesi sáykes keledi 93-paragraftı qaranız) hám sonlıqtan jıllılıq sıyımlıǵı $C_V = \frac{7}{2}R$, orta temperaturalarda $C_V = \frac{5}{2}R$, al júdá tómengi temperaturalarda $C_V = \frac{3}{2}R$ shamalarına ten. Nolge umtılatuǵın iymekliktin punktirlik bólimi gaz qatqannan keyingi jıllılıq sıyımlıǵının ózgerisine sáykes keledi.

Júdá joqarı temperaturalardaǵı kóp atomlı gazlerdin jıllılıq sıyımlıǵının temperaturadan ǵárezligin esapqa alǵanda molekularдын dissociaciyasın da esapqa alıw kerek boladı. Mısalı, eki

³⁶ Molekularдын kvantlıq teoriyası molekularlarda terbelislerdin nollik energiyası dep atalatuǵın energiyanın bar ekenligin kórsetedi. Bunday energiya absolyut nolge ten temperaturada da joq bolmaydı. Biraq, "nollik" energiyadan keyingi terbelisler energiyasının tekshesinin júdá biyikte jaylasqanlıǵı menen baylanıslı, onı tek joqarı temperaturalarda ǵana esapqa alıw kerek boladı. Solay etip, tómengi hám orta temperaturalarda molekularlardaǵı terbelislerdin energiyası pútkilley joq bolmasa da, ol temperaturadan ǵárezli emes hám soǵan sáykes jıllılıq sıyımlıǵına tásir etpeydi.

atomlı molekulanın dissociaciyasında hár biri úsh erkinlik dárejesine iye bolǵan eki atom payda boladı. Toliq dissociaciyalanganda eki atomlı gaz eki bir atomlı gazdin aralaspasına aylanadı hám bunday jaǵdayda mollik jıllılıq sıyımlılıqlarının qosındısı $(6/2)R$ shamasına ten.

Sonlıqtan, haqıyqatında joqarı temperaturalarda eki atomlı gazdin jıllılıq sıyımlılıǵının júrisi 119-súwrette kórsetilgen júristen basqasha boladı.

§ 50. Maksvelldin tezliklerdin tarqalıw nızamı. 46-paragrafta bizler tek molekulalardın tezliginin kvadratinın ortasha mánisin ǵana qaradıq. Biraq, haqıyqatında, molekulalar hár qıylı tezlikler menen qozǵaladı hám hár bir T temperaturada en itimal bolǵan tezlik v_{it} bar boladı. Tezlikleri en itimal tezlikten kóp joqarı yamasa kóp tómén bolǵan molekulalar siyrek ushırasadı.

Molekulalardın qozǵalıslarının tolıq tártipsiz ekenligin názerde tutqanda dál berilgen v tezligine iye bolǵan molekulalardın sanı haqqındaǵı mäseleni qoyıwǵa bolmaydı. Sebebi hár bir berilgen momentte bunday molekulalardın pútkilley bolmawı da múmkin. Biraq, tezliklerdin belgili bolǵan intervalına kiretuǵın, mısalı tezliklerdin v_1 hám v_2 shamaları arasındaǵı molekulalardın sanı haqqındaǵı mäseleni qoyıwǵa boladı. *Tezliklerdin tarqalıw nızamı* birinshi ret Maksvell tárepinen kirgizildi. Maksvell itimallıq teoriyasın paydalanıp tezlikleri tezlikdin berilgen v mánisinen $v + \Delta v$ mánisine shekemgi intervalda jatqan molekulalardın sanı Δn di esapladı.

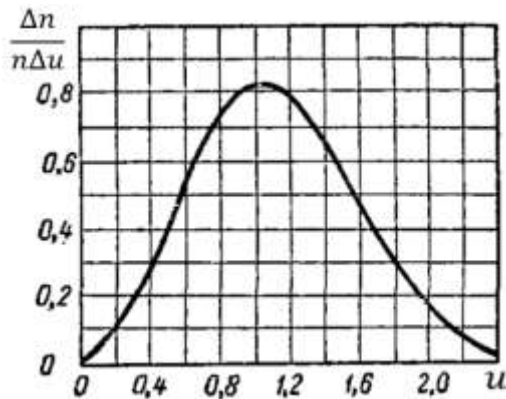
Maksvell nızamın

$$u = \frac{v}{v_{it}} \quad (1)$$

salıstırmalı tezligin kirgiziw jolı menen keltirip shıǵarıw qolaylı. Bul qatnasta v arqalı berilgen tezlik, al v_{it} arqalı berilgen temperaturadaǵı en itimal bolǵan tezlik belgilengen. Maksvell nızamı boyınsha salıstırma tezlikleri u shamasınan $u + \Delta u$ shamasına shekemgi intervalda jatqan molekulalardın sanı (bul jaǵdayda Δu dın shaması u dın shamasınan kishi bolıwı kerek) mınaǵan ten:

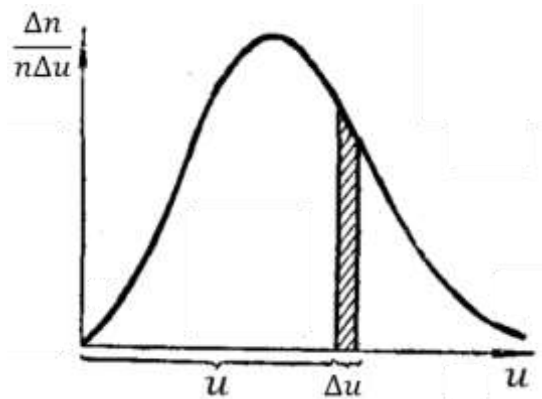
$$\Delta n = \frac{4}{\sqrt{\pi}} n \cdot e^{-u^2} u^2 \Delta u. \quad (2)$$

Bul formulada n arqalı qarap atırılǵan gazinde molekulaların tolıq sanı belgilengen.



120-súwret.

Maksvelldin tarqalıw funkciyası.



121-súwret. SHtrixlangan baǵananın maydanı tezligi Δu intervalında jatatuǵın molekulalardın salıstırmalı sanın beredi.

Maksvelldin esaplawları boyınsha en itimal bolǵan v_{it} tezligi mınaǵan ten

$$v_{it} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}. \quad (3)$$

Bul anlatpada μ – berilgen gazdin molekulasalması, T – onın absolyut temperaturası, R – gaz turaqlısı. $R = kN_A$ hám $\mu = mN_A$ (k – Bolcman turaqlısı, m – berilgen gazdin molekulasının massası), N_A – Avagadro sanı bolǵanlıqtan (3)-formulaǵa tómendegidey túrdi beriwge boladı:

$$v_{it} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \quad (3a)$$

Abscissa kóshetine molekulalardıń salıstırmalı tezligi u dın, al ordinata kóshetine $\frac{\Delta n}{n\Delta u}$ shamasının mánisin qoysaq (bul shama tarqalıw funkciyası dep ataladı), onda 120-súwrette kórsetilgende yımeklikti alamız. Yımeklik $u = 1$ noqatında maksimumǵa iye. Bul v tezliginin shamasının en itimal bolǵan tezlik v_{it} nın shamasına ten bolǵan jaǵdayǵa sáykes keledi.

Tezlikleri u shamasınan $u + \Delta u$ shamasına shekemgi intervalda jatqan molekulalardıń salıstırmalı sanı $\frac{\Delta n}{n}$ yımekliktin ordinatası menen Δu shamasının kóbeymesine ten, yaǵnıy 121-súwrette shtrixlangan baǵananın maydanı menen súwretlenedi.

Maksvell nızamı haqqında ayqırıraq kóz-qaraslarǵa iye bolıw ushın tómendegidey maǵlıwmatlardı beremiz. Azot molekulaların ($\mu = 28$) 148°C temperaturadaǵı en itimal tezligi

$$v_{it} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,31 \cdot 10^7 \cdot 421}{28}} \text{ sm/sek} = 500 \text{ m/sek}$$

shamasına ten. Bunday jaǵdayda azot molekulaların tezlikler oblastı boyınsha tarqalıw mınaday boladı:

Tezlikler oblastı, m/sek.	Tezliklerinin mánisleri keltirilgen sheklerde jaylasqan azot molekulaların ulıwmalıq sanının procentlerdegi bólegi ($T = 421 \text{ K}$)
$0 < v < 100$	0,6
$100 < v < 300$	12
$300 < v < 500$	30
$500 < v < 700$	29
$700 < v < 1000$	23
$1000 < v$	5,4

Kórinip turǵanıday, barlıq molekulalardıń 59 procenti 300 m/sek hám 700 m/sek arasındadı tezlikke iye boladı, yaǵnıy en itimal bolǵan $v_{it} = 500 \text{ m/sek}$ tezlik bolatuǵın oblastta jaylasadı. Kishi tezlik penen qozǵalatuǵın ($v < 100 \text{ m/sek}$) hám júdá úlken tezlik penen qozǵalatuǵın molekulalardıń salıstırmalı sanı kishi. Biraq, tezlikleri en itimal tezliktin shamasınan eki ese úlken bolǵan molekulalardıń sanı 5,4 procenke jetedi. Berilgen gazdin en itimal tezliginin shaması temperaturası boyınsha anıqlanadı: temperatura joqarı bolsa, tezlik te úlken boladı; biraq gazde joqarı emes temperaturalarda da ádewir úlken tezlikler menen qozǵalatuǵın molekulalar da boladı; biz keyinirek usınday "qızǵan" molekulalardıń bolıwı kóplegen processlerdin júzege keliwinde júdá áhmiyetli orındı iyeleytuǵınlıǵın kóremiz.

Maksveldin tezliklerdin tarqalıw yımekligi ortasha arifmetikalıq tezlikti de anıqlawǵa múmkinshilik beredi. Onın ushın

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \quad (4)$$

formulası alınadı.

Solay etip tómendegidey

1) en itimal bolǵan

$$v_{it} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \cong 1,41 \sqrt{\frac{RT}{\mu}},$$

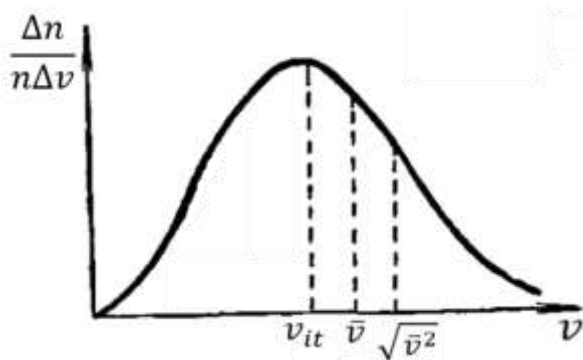
2) ortasha arifmetikalıq

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \cong 1,60 \sqrt{\frac{RT}{\mu}},$$

3) ortasha kvadratlıq

$$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\pi\mu}} \cong 1,73 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

úsh tezligin bir biri menen salıstırıp, biz olardıń en kishisinin en itimal, al en úlkeninin – ortasha kvadratlıq tezlik ekenligin kóremiz (122-súwret). Bunday tezliklerdin qatnası temperaturadan da, gazdin túrinen de gárezsiz.



122-súwret.

En itimal v_{it} , ortasha arifmetikalıq $\bar{v}$ hám ortasha kvadratlıq $\sqrt{\bar{v}^2}$ tezliklerdi salıstırıw.

Maksvell formulasın paydalanıwǵa mısál keltiremiz. Meyli, $T = 300$ K temperaturadaǵı vodorod molekulaların ($\mu = 2$) qanday bóleginin 1900 m/sek shamasınan 1905 m/sek shamasına shekemgi intervalda bolatuǵınlıǵın anıqlaw kerek bolsın.

Onın ushın en dáslep $T = 300$ K temperaturadaǵı vodorod molekulasınıń en itimal tezligin tabamız:

$$v_{it} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 8,31 \cdot 10^7 \cdot 300}{2}} \text{ sm/sek} = 1,6 \cdot 10^5 \text{ sm/sek}.$$

Bunnan berilgen temperaturadaǵı vodorod molekulasınıń $v = 1900$ m/sek tezligine sáykes keletuǵın salıstırmalı tezlikтин mánisi mınaǵa ten boladı:

$$u = \frac{v}{v_{it}} = \frac{1,9 \cdot 10^5}{1,2 \cdot 10^5} \approx 1,2.$$

Δu shamasının mánisin $\Delta u = \frac{\Delta v}{v_{it}}$ qatnasının járdeminde anıqlanadı. $\Delta v = 1905 \frac{\text{m}}{\text{sek}} - 1900 \frac{\text{m}}{\text{sek}} = 5 \cdot 10^2 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ bolǵanlıqtan,

$$\Delta u = \frac{5 \cdot 10^2}{1,6 \cdot 10^5} = 0,0031$$

shamasına iye bolamız. $u = 1,2$ shamasına sáykes keletuǵın $\frac{\Delta n}{n\Delta v}$ shamasının mánisin 120-súwretten tabamız. Bunnan

$$\frac{\Delta n}{n\Delta v} = 0,78$$

mánisin alamız.

Bunnan tezlikleri 1900 m/sek shamasınan 1905 m/sek shamasına shekemgi intervalda jatatuǵın molekulalardıń sanı

$$\frac{\Delta n}{n} = 0,78 \cdot 0,0031 = 2,5 \cdot 10^{-3}$$

shamasına ten, yaǵnıy barlıq molekulalardıń $0,25$ procenti kórsetilgen intervaldaǵı tezliklerge iye boladı.

Kóp sanlı ayqın túrdegi máseleler ushın tezligi berilgen bazı bir u dan úlken bolǵan molekulalardıń sanın biliw áhmiyetli. Bul molekulalardıń sanı 123-súwrette kórsetilgen Maksveldin tarqalıw nızamın beretuǵın grafiktegi shtrixlangan figuranın maydanına ten. Bul maydandı u tezliginin funkciyası sıpatında

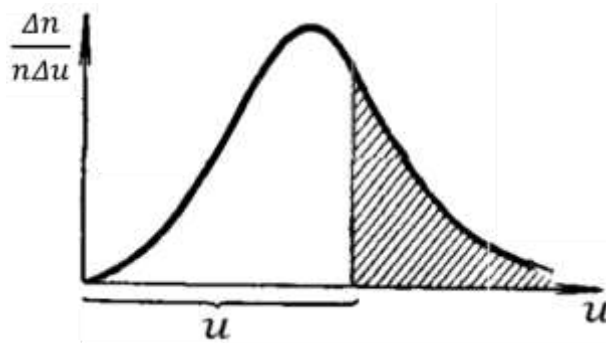
Maksvell formulasın integrallaw jolı menen esaplawğa boladı; bunday esaplawdın nátiyjesin keste yamasa grafik túrinde kórsetiw múmkin. Tezligi berilgen u shamasınan úlken bolğan molekulalardıń sanın n_u arqalı belgileyik. 124-súwrette $\frac{n_u}{u}$ shamasının tezlik u dan gárezligine sáykes keletuǵın iymeklik kórsetilgen. Bul iymekliktin $u = 0$ ushın 1,0 ge ten ordinatası barlıq molekulalardıń 0 menen ∞ tin arasındaǵı tezlikke iye boladı degendi anlatadı. $u = 1,0$ ushın 0,57 shamasına ten ordinata barlıq molekulalardıń 57 procentinin en itimal tezlikten úlken tezlikke iye bolatuǵınlıǵın h.t.b. anǵartadı. Úlken u lar ushın (ámeliy jaqtan $u > 3$ ushın) $\frac{n_u}{u}$ qatnasının mánisi juwıq túrde

$$\frac{n_u}{u} = 1,128u \cdot e^{-u^2} \quad (5)$$

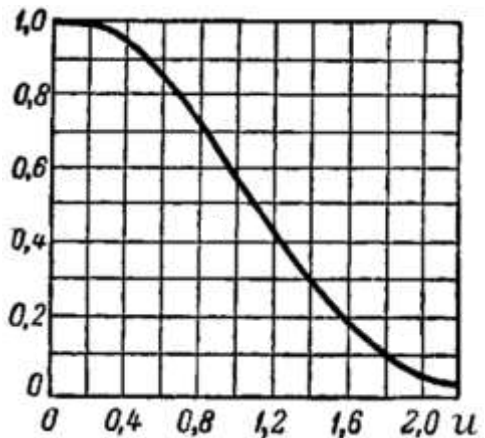
shamasına ten.

Jáne de bir neshe ayqın mısallardı qaraymız.

1-misal. Molekulalardıń qanday bólimi $\frac{1}{2}v_{it}$ menen v_{it} shamalarınan arasında jaylasqan tezlikkege iye boladı?



123-súwret. SHtrixlangan figuranın maydanı tezlikleri u dın berilgen mánisinen úlken bolğan molekulalardıń salıstırmalı sanın beredi.



124-súwret. Iymekliktin ordinatası tezligi u shamasınan úlken bolğan molekulalardıń salıstırmalı sanın beredi.

Sheshimi. Bul jaǵdayda tezliklerdin intervalı Δu úlken bolǵanlıqtan (2)-Maksvell tenlemesin tikkerey paydalanıwǵa bolmaydı. Sonlıqtan 124-súwrette keltirilgen grafikten paydalanamız. Molekulalardıń en itimal tezliginin $1/2$ shamasına ten tezlik $u = \frac{1}{2}$ shamasına ten; 124-súwrette keltirilgen grafik boyınsha bul mániske $\frac{n_u}{u} = 0,92$ sáykes keledi. Bul barlıq molekulalardıń 92 procentinin $\frac{1}{2}v_{it}$ shamasınan úlken tezlik penen qozǵalatuǵınlıǵın anǵartadı. Sonın menen birge $2v_{it}$ tezligine $u = 2$ tezliginin sáykes keletuǵınlıǵın anǵaramız. u dın usınday mánisine grafik boyınsha $\frac{n_u}{u} = 0,05$ mánisi sáykes keledi. Bul barlıq molekulalardıń 5 procentinin en itimal tezlikten eki ese úlken tezlik penen qozǵalatuǵınlıǵın anǵartadı. Bul maǵlıwmatlardan, tezlikleri $\frac{1}{2}v_{it}$ shamasınan $2v_{it}$ shamasına shekemgi intervalda barlıq molekulalardıń 92% - 5% = 87% inin qozǵalatuǵınlıǵına kóz jetkeremiz.

2-misal. Molekulalardıń qanday bólegi ilgerilemeli qozǵalıstın eki eselengen ortasha kinetikalıq energiyasına tendey bolğan kinetikalıq energiyaǵa iye boladı?

Sheshimi. Ortasha kinetikalıq energiyaǵa ortasha kvadratlıq tezlik penen qozǵalatuǵın molekula iye boladı. Sonlıqtan, ilgerilemeli qozǵalıstın eki eselengen ortasha kinetikalıq energiyasına tendey bolğan kinetikalıq energiyaǵa iye bolğan molekulanın tezligi mına shártti qanaatlandıradı:

$$v = \sqrt{2} \sqrt{\bar{v}^2}.$$

v nın usınday mánisine sáykes keletuǵın u salıstırmalı tezlik

$$u = \frac{v}{v_{it}} = \sqrt{2} \frac{\sqrt{\bar{v}^2}}{v_{it}}$$

anlatpasının járdeminde tabıladı. Biraq,

$$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}},$$

al,

$$v_{it} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

bolğanlıqtan

$$u = \sqrt{2} \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{3} = 1,73$$

mánisin alamız.

124-súwrette keltirilgen grafik boyınsha $u = 1,73$ mánisine $\frac{n_u}{n} = 0,11$ sáykes keledi. Bunnan kinetikalıq energiyası ekiletilgen ortasha kinetikalıq energiyadan úlken bolğan molekulalardıń sanının molekulalardıń ulıwmalıq sanının 11 procentin quraytuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

Maksvell formulası [(2)-formula] *tezliklerdin baǵıtınan gárezsiz* tezlikleri Δv intervalında jatatuǵın molekulalardıń sanın beredi. Biraq mınaday sorawdın qoyılıwı múmkin: berilgen intervalǵa kiretuǵın hám bazı bir baǵıtqa iye tezliklerge iye molekulalardıń sanı qanday? Onın ushın molekulalardıń tezliginin vektorı bolğan $\mathbf{v}$ vektorın kirgizemiz. Onın qurawshıların v_x , v_y hám v_z arqalı belgileybiz.

Tezliklerinin v_x qurawshısı v_x tan $v_x + \Delta v_x$, v_y qurawshısı v_y tan $v_y + \Delta v_y$, v_z qurawshısı v_z ten $v_z + \Delta v_z$ shamarına shekemgi intervalda jatqan molekulalardıń sanı

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \quad (6)$$

yamasa

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{E_k}{kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \quad (6a)$$

shamasına ten boladı. Bul anlatpada

$$E_k = \frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2}$$

molekulanın kinetikalıq energiyası bolıp tabıladı.

v_x , v_y hám v_z qurawshıları ushın biz qabıl etken boljaw $\mathbf{v}$ tezliginin mánisi jatatuǵın intervaldı da, onın baǵıtın da shekleydi. SHın mánisinde kósherlerine v_x , v_y hám v_z qurawshılarının mánisleri qoyılǵan koordinatalar sistemasın kirgizemiz (125-súwret); bul sistemada tezlik vektorı $\mathbf{v}$ bası koordinatalar basında jaylasqan strelkanın járdeminde súwretlenedi. v_x , v_y hám v_z qurawshılarının $v_x + \Delta v_x$, $v_y + \Delta v_y$, $v_z + \Delta v_z$ intervalında jatiwının shártı $\mathbf{v}$ vektorın 125-súwrette ushları berilgen $\Delta\omega = \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$ kólemine ishinde jaylasqan strelkalardıń járdeminde súwretlenedi degendi anǵartadı.

Eger molekulanın tezlik vektorın tek onın san mánisi berilgen v dan $v + \Delta v$ intervalında jatadı degen shárt penen sheklenetuǵın bolsaq, onda 126-súwrette bul tezlikler múmkin bolğan barlıq baǵıtlarǵa iye, biraq olardıń san mánisleri radiusı v ǵa, al qalınlıǵı Δv bolğan sharlıq qatlamda jaylasadı³⁷. Usınday shártti qanaatlandıratuǵın molekulalardıń sanı $\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$ shaması atap ótilgen shar qatlamının kólemi

$$\Delta\omega = 4\pi v^2 \Delta v$$

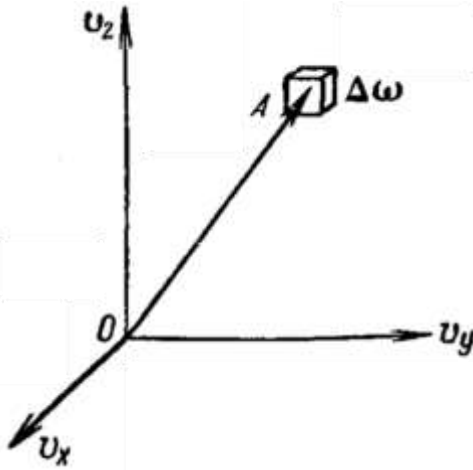
menen almasırlıǵan (6)-formulanın járdeminde esaplanadı. Bunnan (6)-formula boyınsha

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 \Delta v \quad (7)$$

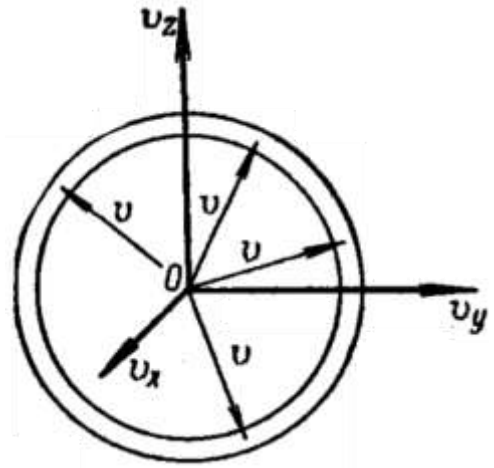
formulasın alamız.

Eger salıstırmalı tezlik bolğan $u = v/v_{it}$ tezligin kirgizsek, onda (7)-formuladan (2)-Maksvell formulasına ansat ótiwge bolatuǵınlıǵın kóriwge boladı. (6)- hám (7)-formulalardıń ekewi de molekulalardıń tezlikler boyınsha tarqalıwın beredi. Olar salıstırmalı sanı jóninde gáp etilgendegi molekulalardıń gruppalarǵa bóliw boyınsha ǵana ayrıladi.

³⁷ Kórgizbelilik ushın 126-súwrette usı sharlıq qatlamnıń YZ kósheri menen kesimi ǵana kórsetilgen.



125-súwret. Qurawshıları v_x, v_y, v_z berilgen $\Delta v_x, \Delta v_y, \Delta v_z$ intervalları menen sheklengen tezlikler ushları $\Delta\omega = \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$ kóleminde jatqan vektorlar menen súwretlenedi.



126-súwret. San mánisleri berilgen interval menen sheklengen tezlikler ushları shar qatlamnıń ishinde jaylasqan vektorlar menen súwretlenedi.

Tezliklerdin ornına E_k kinetikalıq energiyasın kirgizip (7)-formulaǵı jáne bir túr beriwge boladı. $E_k = \frac{mv^2}{2}$ formulasın differenciallap

$$dE_k = mv dv$$

tenligine iye bolamız. dE_k hám dv differencialların energiya menen tezliktin kishi intervalları bolǵan ΔE_k hám Δv shamaları menen almasıırıp

$$\Delta v = \frac{1}{mv} dE_k$$

formulasın alamız. Δv nın usı mánisin (7)-anlatpaǵa qoyıp jáne $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$ ekenligin inabatqa alsaq, onda

$$\Delta n = \frac{2}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{E_k}{kT}} \cdot \sqrt{E_k} \Delta E_k \quad (8)$$

anlatpasına iye bolamız.

(8)-formula *neshe dana* (Δn) *molekulanın energiyanın berilgen intervalına kiretuǵın kinetikalıq energiyaǵa iye bolatuǵınlıǵın kórsetedi.*

Bolcman (6)-formula menen beriletuǵın Maksvell tarqalıwın molekulalar salmaq kúsh maydanında qozǵalatuǵın jaǵday ushın ulıwmalastırdı (ulıwma jaǵdayda qálegen kúsh maydanındaǵı). Bunday jaǵdayda E_k kinetikalıq energiya molekulanın tolıq energiyası $E = E_k + E_p$ menen almasıırılıwı kerek. Bul jerde E_p arqalı molekulanın potenciallyq energiyası belgilengen. Usının menen birge, ulıwma aytqanda potenciallyq energiya koordinatalardan gárezli bolatuǵın bolǵanlıqtan tek tezlikleri tezliklerdin belgili intervalında sheklengen molekulalar haqqında ǵana emes, al koordinataları da belgili bolǵan intervallar menen sheklengen molekulalar haqqında ǵáp etiwge tuwrı keledi. En aqırında (6)-tarqalıwdın ornına:

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \Delta x \Delta y \Delta z \quad (8a)$$

anlatpasın alamız.

(8a) anlatpası Bolcmanın tarqalıw nızamı bolıp tabıladı. $\frac{\Delta n}{n \Delta\omega}$ ($\Delta\omega = \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \Delta x \Delta y \Delta z$) shamasının E den gárezligi 127-súwrette keltirilgen.



127-súwret.

Bolcman nızamına sáykes keletuǵın grafik.

§ 51. Bólekshelerdin biyiklik boyınsha tarqalıwı. Bolcmannın tarqalıw funkciyası salmaq maydanında biyiklik boyınsha bólekshelerdin sanının kemeyiwiniń nızamın alıwǵa múmkinshilik beredi. Temperaturası T barlıq bólimlerinde birdey bolǵan gazdin vertikal baǵanasın kóz aldımızǵa elesleteyik. Molekulaların tezlikleri hám olardıń tezlikler boyınsha tarqalıwı barlıq orınlarda (joqarıda da, tóimde de) birdey hám Maksvell nızamına baǵınadı. Maksvell tarqalıwın 50-paragraftaǵı (6)-formula beretuǵın túrde paydalanamız.

Bólekshelerdin energiyalar boyınsha tarqalıwı da sol paragraftaǵı (8a) formula menen beriledi:

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \Delta x \Delta y \Delta z. \quad (1)$$

Tolıq energiya $E = E_k + E_p$ shamasına ten. Bul anlatpada E_k – kinetikalıq energiya, al E_p – potentsiallıq energiya; bul jaǵdayda potentsiallıq energiya molekulalardıń salmaq maydanındaǵı $E_p = mgh$ energiyası bolıp tabıladı. Bul anlatpada h arqalı molekula jaylasqan biyiklik belgilengen. Bunnan (1)-formula mınaday túrge iye boladı:

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{E_k + mgh}{kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \Delta x \Delta y \Delta z.$$

Eger kólem birligindegi bólekshelerdin sanına ótetuǵın bolsaq, onda

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{mgh}{kT}} \cdot e^{-\frac{E_k}{kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \quad (2)$$

anlatpasına iye bolamız.

Qálegen biyikliktegi molekulalardıń tezlikler boyınsha tarqalıwı Maksvell tarqalıwı arqalı anlatıladı [50-paragraftaǵı (6)-formula]:

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot n_h \cdot e^{-\frac{E_k}{kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \quad (3)$$

Bul formulada n_h arqalı h biyikligindegi kólem birligindegi molekulalar sanı belgilengen.

h biyikliktegi kólem birligindegi molekulalar sanı n_h mınaday formulanıń járdeminde esaplanadı dep esaplaǵanda

$$n_h = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} \quad (4)$$

(3)- hám (2)-formularadı bir biri menen sáykes keltiriwge boladı. Bul formulada n_0 arqalı $h = 0$ biyikligindegi kólem birligindegi molekulalar sanı belgilengen. Bul formula kólem birligindegi molekulalar sanının biyiklik boyınsha tarqalıwın beredi: kólem birligindegi molekulalar sanı n_h biyiklikke baylanıslı eksponenciallıq nızam boyınsha kemeyedi (128-súwret).

(4)-formuladan paydalanıp, gazdin basımının biyiklikten ǵárezligin ansat alıwǵa boladı.

Berilgen temperaturadaǵı gazdin basımı kólem birligindegi bólekshelerdin sanı n ge proporsional [46-paragraftaǵı (4)-formalı]. Bunnan p basımın h biyiklikke baylanıstı kemeyiw nızamı bólekshelerdin sanının kemeyiw nızamında boladı:

$$p_h = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$$

$\frac{m}{k} = \frac{\mu}{R}$ ekenligin itibarǵa alıp, bul qatnasta μ arqalı gazdin molekularlıq salmaǵı belgilengen, sonǵı formulanı bılaysınsha kóshirip jazamız:

$$p_h = p_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}. \quad (5)$$

(5)-formula *barometrlık formula* dep ataladı. Bul formula basımın biyiklikke baylanıslı

eksponenciallıq túrde kemeyetuǵınlıǵın kórsetedi. Sonın menen birge, (5)-formula basımın h biyiklikke baylanıslı kemeyiwiniń molekulalıq salmaqqa baylanıslı ekenligi de kórinip tur: gazdin molekulalıq salmaǵı qanshama úlken bolsa, onın basımı biyiklikke baylanıslı tezirek kemeyedi. Hár qıylı biyikliklerde temperatura T nı birdey dep esaplap, (5)-formulanı hár qıylı biyikliklerdegi p_h atmosferalıq basımdı juwıq túrde anıqlaw ushın paydalanıwǵa boladı. Biraq temperaturanın birdey bolıwı biyikliklerdin ayırması úlken bolǵan jaǵdayda orınlanbaydı.

§ 52. Avagadro sanın anıqlaw. Salmaq kúshi maydanında turǵan gazde kólem birligindegi molekulalar sanı biyiklikke baylanıslı kemeyedi. Eger nollik biyiklikte kólem birligindegi molekulalar sanı n_0 shamasına ten bolatuǵın bolsa, onda h biyikligindegi kólem birligindegi molekulalar sanı mınaǵan ten:

$$p_h = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}. \quad (1)$$

Bul formulada m arqalı molekulanın massası, g arqalı salmaq kúshinin tezleniwi, k arqalı Bolcman turaqlısı hám T arqalı Kelvin shkalasındaǵı temperatura belgilengen [(1)-formula ushın tiykar 51-paragraftaǵı (1)-formulada berilgen].

Molekulalardıń biyiklik boyınsha tarqalıwın beretuǵın (1)-formula broun bóleksheleri ushın qollanıldı hám N_A Avagadro sanın anıqlaw ushın paydalanıldı. Broun bóleksheleri (43-paragrafqa qaranız) tártipsiz qozǵalısta molekulalardıń soqqılarının tásirinde jaylasadı. Tártipsiz urılıwlardın xarakterini haqqındaǵı ulıwmalıq kóz-qaraslardan shıǵıp, *bir broun bólekshesinin $\bar{w}$ kinetikalıq energiyasınıń berilgen T temperaturadaǵı molekulalardıń ortasha kinetikalıq energiyasına ten ekenligin kórsetiwge boladı, yaǵnıy*

$$\bar{w} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \left(\frac{R}{N_A} \right) T. \quad (2)$$

Solay etip, broun bólekshelerinin jıynaǵı gazdin molekulalıq-kinetikalıq strukturasınıń dál túrde qaytalaydı eken; bul modelde tek ǵana "molekulalar" júdá úlken boladı hám sonlıqtan, olardı mikroskoptın járdeminde kóriwge boladı. Al olardıń massalarınan ayırım molekulanın massasınan júdá úlken bolǵanlıqtan kishi tezlikler menen qozǵaladı. Broun bólekshelerinin jıynaǵı barlıq gaz nızamlarına, sonın ishinde bólekshelerdin sanının biyiklikke baylanıslı kemeyetuǵınlıǵın beretuǵın (1)-nızamǵa da baǵınadı.

(2)-formuladan N_A Avagadro sanının

$$N_A = \frac{3}{2} \frac{R}{\bar{w}} \cdot T \quad (3)$$

formulasının járdeminde esaplanatuǵınlıǵın kóremiz. Bunnan berilgen T temperaturasındaǵı broun bólekshesinin ortasha kinetikalıq energiyası $\bar{w}$ nı bilip N_A Avagadro sanın tikkeley anıqlawǵa bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Biraq broun bólekshesinin $\bar{w} = \frac{m\bar{v}^2}{2}$ ortasha kinetikalıq energiyasınıń onın massası hám tezliginin kvadratinin ortasha mánisi $\bar{v}^2$ boyınsha anıqlaw kútken nátiyjelerdi bermedi. Másele sonnan ibarat, mikroskoptın astında ótkerilgen ólshewlerdin járdeminde xaotikalıq qozǵalıslardıń aqıbetinde ortasha kvadratlıq tezlik bolǵan $\bar{v}^2$ shamasın ólshewdin múmkinshiligi joq. Sonlıqtan Perren basqa jol menen júrdi hám bólekshelerdin biyiklik boyınsha tarqalıw nızamı boyınsha $\bar{w}$ ortasha kinetikalıq energiyasını anıqlaw jolın qollandı.

Qanday da bir suyıqlıqta qalqıp júrgen broun bóleksheleri waqıttın ótiwi menen ıdstin túbine túspeydi, biraq qozǵalıslarının sebebinen tıǵızlıǵı biyiklikke baylanıslı kemeyetuǵın bolıp tarqaladı: ıdstin tómende bóleksherdin sanı kóp, al bazı bir biyiklikte az boladı. Broun bólekshelerinin biyiklik h tan ǵárezligi (1)-formula boyınsha anıqlanadı. Bul jaǵdayda bólekshelerdin sanının biyiklik boyınsha kemeyiwi tezirek júzege keledi (broun bólekshesinin massası m bir molekulanın massasına salıstırǵanda júdá úlken bolǵanlıqtan). Bunday ózgeristin orın alatuǵınlıǵı h biyiklik millimetrdin bólimlerinde ayqın baqlanadı.

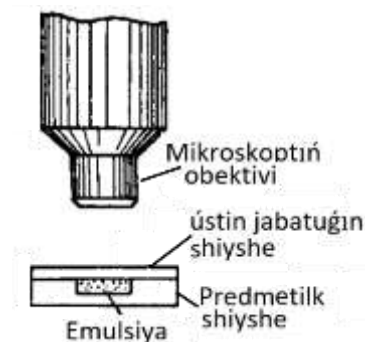
(1)-formuladaǵı temperatura T nın ornına $\bar{w}$ nın mánisin qoyıp

$$n_h = n_0 e^{-\frac{3Ph}{2\bar{w}}} \quad (4)$$

formulasına iye bolumız. Bul formulada P arqalı broun bólekshesinin salmağı belgilengen. (4)-formulada bólekshelerdin biyiklik boyınsha kemeyiwi nızamı boyınsha hám olardın massasın bilip olardın $\bar{w}$ ortasha kinetikalıq energiyasın anıqlawğa bolatuǵınlıǵın hám onın (3)-formula boyınsha N_A Avagadro sanın anıqlawğa múmkinshilik beretuǵınlıǵı kórinip tur.

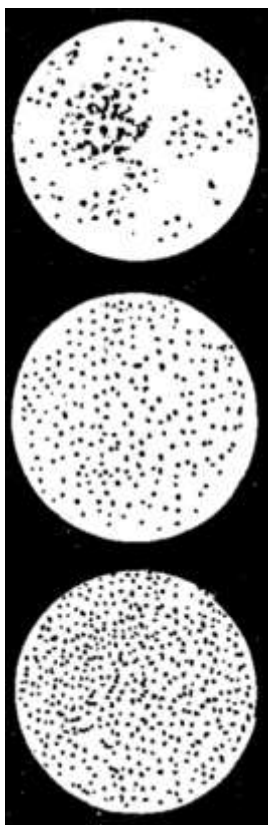
Perren tárepinen garcinia morel' (gummigut) smolasınan centrifugiralawdın járdeminde ólshemleri birdey hám shama menen mikronǵa ten bolǵan shar tárizli bólekshelerden turatuǵın júdá bir tekli bolǵan emulsiya alıńǵan. Suwdın ishinde júzip júrgen bul bólekshelerdi mikroskop penen baqlaǵanda intensivli broun qozǵalıǵı kóringen. Suyıqlıqtaǵı bólekshelerdin sanının biyiklikke baylanıslı kemeyetuǵınlıǵı hám bul kemeyiw din tez bolatuǵınlıǵı anıq baqlanǵan.

129-súwret.
Broun bólekshelerin mikroskopta baqlaw usılı.



Bul kemeyiwdi baqlaw ushın tómendegidey usıl qollanılǵan: predmetlik shiyshe de cilindr tárizli oyıq payda etken; tul oyıq emulsiya menen toltırılǵan hám bunnan keyin onın ústi ústin jabatuǵın shiyshe menen jabılǵan. Emulsiya mikroskop tárepinen súwretin kishi terenligine qaralǵan. Mikroskoptı emulsiyanın belgili bolǵan qatlamına fokuslap, usı qatlamda jaylasqan broun bólekshelerin kóriw múmkinshiligi payda boladı; tómende yamasa joqarıda jaylasqan bólekshelerdin súwreti fokusqa kirmeydi. Mikroskoptın fokusın jılıtıw arqalı onı emulsiyanın hár qıylı qatlamlarına fokuslawğa boladı. Usının nátiyjesinde bólekshelerdin sanının biyiklikke baylanıslı qalay ózgernetuǵınlıǵın múmkinshiligi tuwıladı.

130-súwrette suyıqlıqtın hár qıylı qatlamlarında túsirilgen broun bólekshelerinin bir zamatlıq mikrofotogrammaları kórsetilgen: tómengi qatlamda bóleksheler kóp, al joqarǵı qatlamda az. Mikroskopta kórinetuǵın qatlamlardaǵı bólekshelerdin hár qıylı h biyikliklerdegi sanı n'_h tı sanaw, olardın sanının biyiklikke baylanıslı kemeyiw nızamın anıqlawğa múmkinshilik beredi. Mikroskoptın kóriw maydanında kórinetuǵın bólekshelerdin sanı n'_h sol biyikliktegi bólekshelerdin kólem birligindegi sanına proporcional bolǵanlıqtan, sol n'_h sanı da (4)-formulanı qanaatlardırwı kerek.



130-súwret.

Hár qıylı biyikliklerdegi qatlamlardağı broun bólekshelerinin tarqalıwı. Qatlam qanshama joqarıda jaylasqan bolsa, ondağı bólekshelerdin sanı kem.

Meyli h_1 biyikliginde jatqan qatlamdağı bólekshelerdin sanı n'_{h_1} shamasına ten bolsın. (4)-formula boyınsha onın sanı

$$n'_{h_1} = n'_0 \cdot e^{-\frac{3P}{2\bar{w}} h_1}$$

shamasına ten boladı. Tap sol sıyaqlı h_2 biyikligindegi bólekshelerdin sanı ushın

$$n'_{h_2} = n'_0 \cdot e^{-\frac{3P}{2\bar{w}} h_2}$$

anlatpasına iye bolamız. Bunnan

$$\frac{n'_{h_1}}{n'_{h_2}} = e^{-\frac{3P}{2\bar{w}} (h_1 - h_2)}$$

qatnasının orınlı ekenligine kóz jetkeremiz.

Bul qatnastı logarifmlep hám alıńǵan anlatpanı $\bar{w}$ shamasına qarata sheship

$$\bar{w} = \frac{3}{2} \frac{P(h_2 - h_1)}{\frac{n'_{h_1}}{n'_{h_2}}} \quad (5)$$

formulasın keltirip shıǵaramız.

Bul formuladağı n'_{h_1} hám n'_{h_2} shamaları mikroskop arqalı kórinip turǵan bólekshelerdin sanın sanaw jolı menen, al $h_2 - h_1$ shaması bolsa mikroskoptı h_1 biyikliginde jaylasqan qatlamdağı bólekshelerdi baqlaǵannan keyin h_2 biyikliginde jaylasqa qalamdağı bólekshelerdin sanın sanawǵa ótkendegi mikroskoptın jılıwı boyınsha anıqlanadı. Bul jılıwdın shaması mikroskoptıyalıq vinttin járdeminde ámelge asırıladı. $\bar{w}$ shamasın anıqlaw ushın broun bólekshesinin massası m di anıqlaw qaladı. Broun bólekshesinin salmaǵın Perren Stoks formulasın paydalanıw jolı menen ámelge asırǵan (42-paragraf). Stoks formulası jabısqaq suıqlıqtağı bólekshenin túsiw tezligi boyınsha onın radiusı r di anıqlawǵa múmkinshilik beredi. Sferalıq bólekshenin salmaǵı P onın radiusı hám usı bólekshen turatuǵın zattın tıǵızlıǵı ρ boyınsha tikkeley anıqlanadı

$$P = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho').$$

Bul anlatpada ρ' arqalı suwdın tıǵızlıǵı belgilengen.

Perren tárepinen baqlanǵan bólekshelerdin túsiw tezligin anıqlawǵa bolmaydı, sebebi olar broun qozǵalıısına qatnasadı. Biraq bilayınsha háreket etiwge boladı: biyik jinishke ıdısqa quylǵan esmulsıyanı usı emulsıyada bólekshelerdin biyiklik boyınsha ten ólsheuli tarqalıwın júzege keltiriw ushın jaqsılap bılǵasa hám onnan keyin onı tınısh qoysa, onsha bóleksheler shóge baslaydı; nátiyjede suyıqlıqtın joqarǵı bólimi jaqtılanadı. Bunday jaǵdayda jayılǵan bolsa da (broun qozǵalıısının nátiyjesinde) qurallanbaǵan kóz benen anǵarıwǵa bolatuǵın qarangılanıwdın shegarası payda boladı. Qarangılanıwdın shegarasının tómenge túsiw tezligi ayırım bólekshelerdin tómenge túsiw tezligin beredi. Solay etip, bólekshenin ortasha kinetikalıq energıyası $\bar{w}$ nı anıqlaw ushın zárúrli bolǵan barlıq shamalar tabıladı. Joqarıda esletilip ótilgenindey, $\bar{w}$ nı biliw arqalı Avagadro sanı N_A nı anıqlaw múmkinshiligi tuwıladı.

Perren tárepinen N_A Avagadro sanın anıqlaw ushın paydalanılǵan basqa usıl broun bólekshelerinin awısıwın baqlawǵa tiykarlanǵan. Bizler broun bólekshesinin awısıwının iqtıyarlı túrde alınǵan OX kósherine túsirilgen proekciyasın baqlap atırımız dep boljayıq. Meyli, t baqlaw waqıtı ishinde usı kósherge túsirilgen awısıwdın proekciyası x bolsın. Eger usınday x lardı ólsheuler kóp sanlı broun bóleksheleri ushın orınlanǵan bolsa, onda, Eynshteynnin kórsetiwinshe, x tın kvadratının ortasha mánisi

$$\bar{x}^2 = \frac{RT}{3\pi\eta r N_A} t$$

formulasının járdeminda anıqlanadı. Bul formalada R – gaz turaqlısı, T – Kelvin shkalasındaǵı temperatura, η – bólekshe kirgizilgen ortalıqtın jabısqaqlıq koefficienti, r – broun bólekshesinin radiusı. Bul formulaǵa kiretuǵın N_A shamasınan basqa shamalardın barlıǵı belgili bolǵanlıqtan Avagadro sanı N_A nı anıqlawdın múmkinshiligi tuwıladı.

Perren tárepinen ótkerilgen ólsheuler Avagadro sanının hár mol ushın $6 \cdot 10^{23}$ shamasındaǵı san ekenligin kórsetti. Bunnan dál bolǵan nátiyjelerdi Perren bere alǵan joq. Keyinirek (II tomǵa qaranız) Avagadro sanının shamasın dárırek anıqlawǵa múmkinshilik beretuǵın usıllardı keltiremiz. Joqarıda esletilip ótilgenindey, házirgi waqıtları Avagadro sanı ushın $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$ shaması qabıl etilgen.

§ 52. Molekulalardın erkin júriw jolının uzınlıǵı. Molekulı gazde úzliksiz hám xaotik qozǵalıis halında turıp bir biri menen soqlıǵısaadı; soqlıǵısıwlar arasında olar erkin bazı bir λ jolın ótedi. Eki soqlıǵısıw arasındaǵı bul joldın uzınlıǵı hár qıylı, birak molekulalardın sanı úlken hám olardıń qozǵalııları pútkilley tártipsiz bolǵanlıqtan molekulalardın jolının ortasha uzınlıǵı haqqında gáp etiwge boladı. Molekulalardın erkin jolının ortasha uzınlıǵı $\bar{\lambda}$ nı esaplaymız.

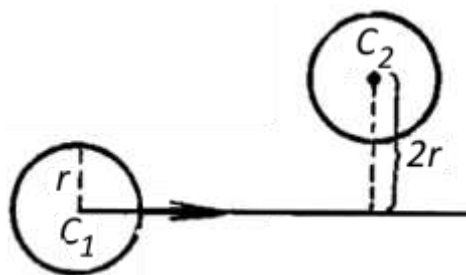
Belgili bolǵan bazı bir molekulanı qaraymız, ol v tezligi menen qozǵalatuǵın hám radiusı r bolǵan shardın túrine iye bolsın. Hár bir soqlıǵısıwdan keyin molekula v tezliginin baǵıtın ózǵertedi, biraq ápiwayılıq ushın molekulanı soqlıǵısqannan keyin de soqlıǵıspastan burınǵı baǵıtında qozǵaladı dep boljaymız. Sonın menen birge biz qarap atırǵan tek bir molekula qozǵaladı, al basqaları qozǵalmaydı dep esaplaymız. Bunday jaǵdayda molekula ózinin jolında usı jol boyınsha ótkerilgen tuwrıdan orayları $2r$ shamasınan úlken emes qashıqlaqtı jaylasqan barlıq molekulalarǵa tiyip ótedi (131-súwret). Demek, waqıttın bir birliginde molekula orayları radiusı $R = 2r$ hám uzınlıǵının san shaması l molekulanın tezligi v ǵa ten bolǵan cilindrind ishinde jaylasqan barlıq molekulalar menen tiyisedi (132-súwret). Usınday cilindrind ishine kiretuǵın molekulalardın sanı

$$z = \pi R^2 v n_0$$

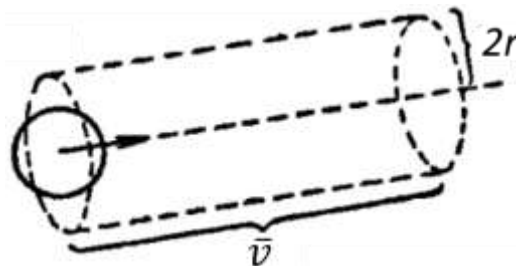
anlatpasının járdeminde anıqlanadı. Bul anlatpada n_0 arqalı kólem birligindegi molekulalardın sanı belgilengen. Bul anlatpaǵa $R = 2r$ di qoyıp hám v haqqında gáp etilgende molekulalardın ortasha tezligi $\bar{v}$ nı túsiniwdin kerek ekenligin esapqa alsaq, onda *waqıt birligindegi molekulalardın soqlıǵısıwının ortasha mánisi ushın anlatpa* alamız:

$$\bar{z} = \pi r^2 \bar{v} n_0. \quad (1)$$

Haqiqatında, basqa molekulalar da qozǵalatuǵın bolǵanlıqtan $\bar{z}$ soqlıǵısıwlar sanı ushın (1)-formula bergen nátiyjege salıstırǵanda bir qansha úlken mánistin alınıwı kerek.



131-súwret. Molekula ózinin jolında orayları usı joldan $2r$ qashıqlıǵınan kishi qashıqlıqtı jaylasqan molekulalarǵa tiyip ótedi.



132-súwret. Molekula radiusı $2r$ bolǵan cilindrdin ishindegi barlıq molekulalarǵa tiyip ótedi (soqlıǵısadı).

Sáykes esaplawlar $\bar{z}$ shamasının $\sqrt{2}$ ese úlken ekenligin kórsetedi:

$$\bar{z} = \sqrt{2}\pi r^2 \bar{v} n_0. \quad (2)$$

Molekulalardıń ólshemleri shama menen $r \cong 10^{-8}$ sm, ádettegi sharayatlarda kólem birligindegi molekulalar sanı $n_0 \cong 3 \cdot 10^{19}$ hám molekulalardıń tezligi $\bar{v} \cong 5 \cdot 10^4$ sm/sek bolǵanlıqtan gaz molekulalaları ushın waqıt birligindegi soqlıǵısıwlar sınıbın shama menen

$$\bar{z} \cong 4 \cdot \sqrt{2} \cdot 3,14(10^{-8})^2 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{12} \text{ sek}^{-1} \cong 3 \cdot 10^9 \text{ sek}^{-1}$$

mánisine ten bolatuǵınlıǵın kóremiz.

Solay etip, ádettegidey sharayatlarda molekula bir sekundta bir neshe milliard soqlıǵısıwǵa ushıraydı eken.

Molekulanın erkin jolının uzınlıǵı $\bar{\lambda}$ nı tabıw ushın bir birlik waqıt ishinde molekulanın ótetuǵın ortasha jolın waqıt birligindegi soqlıǵısıwlar sanına bóliw jolı menen anıqlaymız. Waqıttın bir birligindegi ótilgen joldın uzınlıǵının san mánisi bólekshenin tezligi $\bar{v}$ nın san mánisine ten bolǵanlıqtan, molekulanın erkin júriw jolının uzınlıǵı

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} \quad (3)$$

shamasına ten. Bul qatnasqa $\bar{z}$ tin mánisin qoyıp

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi r^2 n_0} \quad (4)$$

anlatpasın alamız. Eger bul formulaǵı molekulanın radiusı r din ornına onın diametri $\sigma = 2r$ di qoysaq, onda

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi \sigma^2 n_0} \quad (4a)$$

formulasına iye bolamız.

(4)- hám (4a) formulalarından molekulalardıń erkin júriw jolının uzınlıǵı $\bar{\lambda}$ nın kólem birligindegi bóleksheler sanına kerip proporcional ekenligi kórinip tur. Turaqlı temperaturada n_0 shaması gazdin basımına tuwrı proporcional bolǵanlıqtan

$$\frac{\bar{\lambda}_1}{\bar{\lambda}_2} = \frac{n_{02}}{n_{01}} = \frac{p_2}{p_1} \quad (5)$$

tenliklerinin orınlı ekenligine kóz jetkeremiz. Bul anlatpalarda $\bar{\lambda}_1$ menen $\bar{\lambda}_2$ uzınlıqlarının p_1 hám p_2 basımlarına tiyisli ekenligin anǵaramız. (5)-formuladan biz *turaqlı temperaturada erkin júriw jolının uzınlıǵının gazdin basımı p ǵa kerı proporcional ekenligin* kóremiz.

Molekulalardıń erkin júriw jolının absolyut mánisi olardıń diametri σ dan ǵárezli. Keyinirek biz hár qıylı gazler ushın $\bar{\lambda}$ shamasının san mánisin anıqlawdın usıllarının bar ekenligin kóremiz; $\bar{\lambda}$ shamasının san mánisi boyınsha (4a) formulası boyınsha molekulalardıń diametri σ anıqlanadı.

Biraq, usınday jollar menen alınğan diametrler molekulalardıń haqıyqıy diametrlerine dál sáykes kelmeytuǵınlıǵın inabatqa alıw kerek. Birinshi gezekte, molekulalar durıs sharlar emes; ekinshiden, haqıyqatında molekulalardıń soqlıǵısıwı serpimli sharlardıń soqlıǵısıwına usamaydı. Molekulalar atom yadroları menen elektronlardan turatuǵın quramalı sistemalar bolıp tabıladı. Júdá jaqın qashıqlıqlardaǵı olar arasındaǵı óz-ara tásir etisiw kúshleri quramalı (tiykarınan elektrlik) xarakterge iye. Soqlıǵısıw processı kishi qashıqlıqlarda molekulalardıń bir biri menen iyterisetuǵınlıǵına alıp kelinedi. Sonın menen birge iyterisiw kúshlerinin shaması olar arasındaǵı qashıqlıqtın kishireyiwi menen úlkeyedi (bul haqqında tolıǵıraq 61-paragrafta qaranız). Usı kúshlerdin tásir etiwiniń saldarınan molekulalar qozǵalıslarınan baǵıtın ózgertedi.

Demek, molekulalardı serpimli sharlar dep qarawdın nátiyjesinde olardıń σ diametrlerinin shamasın esaplawlar molekulalardıń ólshemleri haqqında tek juwıq túrdegi maǵlıwmatlardı beredi; σ shamasına *molekulanıń effektivlik diametri* degen atama beriw qabıl etilgen. $\pi\sigma^2$ shamasın *molekulanıń effektivlik kesimi* dep ataydı.

VI keste.

Erkin júriw jollarının uzunlıǵı hám molekulalar menen atomlardıń effektivlik diametrleri

Gaz (puw)	$\bar{\lambda} \cdot 10^5 \text{ sm}$	$\sigma \cdot 10^8 \text{ sm}$
Vodorod, H ₂	1,123	2,3
Azot, N ₂	0,599	3,1
Kislorod, O ₂	0,647	2,9
Geliy, He	1,798	1,9
Argon, Ar	0,666	3,6

(4)-formulaǵa alıp keletuǵın esaplawlardıń juwıq xarakterı haqıyqatında molekulalardıń erkin júriw jolının shamasının temperaturadan ǵárezli ekenliginde bilinedi. Al (4)-formula boyınsha turaqlı kólemde qızdırılǵanda onıń temperaturadan ǵárezli bolmawı kerek. Temperaturanın joqarılawı menen erkin júriw jolının uzunlıǵı biraz úlkeyedi. Eger (4)-formula boyınsha esaplangan erkin júriw jolının uzunlıǵın $\bar{\lambda}_\infty$ arqalı belgilesek, onda T temperaturasındaǵı erkin júriw jolının haqıyqıy mánisi

$$\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_\infty \frac{T}{C + T}$$

formulasının járdeminde esaplanadı. Berilgen gaz ushın turaqlı bolıp esaplanatuǵın C shaması *Sézerlend turaqlısı* dep ataladı hám onıń mánisi tájiriybelerde anıqlanadı.

Mısalı, azot ushın $C = 102,7^0$. Bunnan Sézerlend formulası $T = 300 \text{ K}$ ushın $T = 200 \text{ K}$ temperaturadaǵı mánisine salıstırǵanda 12 procent úlken bolǵan shamanı beredi.

Endi bazı bir sanlı maǵlıwmatlardı beremiz. VI kesteде bazı bir gazler hám puwlar ushın ádettegeıey sharayatlardaǵı ($p = 1 \text{ at}$, $t = 0^0\text{C}$) erkin júriw jolının uzunlıǵı menen effektivlik diametrleri keltirilgen.

Hawa ushın juwıq túrdegi esaplawlar tiykarında $\bar{\lambda}$ erkin júriw jolının uzunlıǵı ádettegi sharayatlarda $\bar{\lambda} = 7 \cdot 10^{-6} \text{ sm}$ dep esaplawǵa boladı.

Bunday jaǵdayda hár qıylı basımlar ushın hawadaǵı erkin júriw jollarının uzunlıǵı VII kesteде keltirilgen.

VII keste

Hár qıylı basımlardaǵı hawanıń molekulalarınan erkin júriw jolının uzunlıǵı

Millimetrlerdegi sinap baǵanasının basımında bolǵan basımlar	760	1	0,01	10^{-4}	10^{-6}
Santimetrlerdegi erkin júriw jolı $\bar{\lambda}$	$7 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^1$	$5 \cdot 10^3$

VII kesteде gaz molekulalarınan erkin júriw jolı $\bar{\lambda}$ nin ádettegi sharayatlarda shama menen

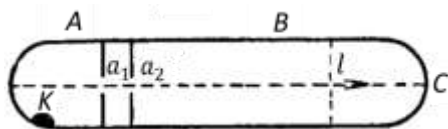
santimetrдің жүз мыңнан бір үлесін құрайтуғын болса, оны сиректелген газда шамамен $0,01 \text{ mm Hg}$ басымда 5 mm ге жететуғынлығын көрсетеді. Жұда сиректелген газда (басым шамамен 10^{-6} mm Hg болған жағдайда) молекулалардың еркін жүріс жолының ұзындығы бір несше онлаған метрлерге жетеді.

Бұл есептеулер күшті сиректелген халдағы газдың, яғни қазіргі заманlardағы жақсы насостардың көмегімен сиректелген газдың не екенігін анықластыруға мүмкіншілік береді. Идистан газын 10^{-4} mm Hg шамасына шектеу сорып алу техникалық жақтан бәрінен қандай қиыншылықты пайда етпейді; бұндай жағдайда 1 см^3 көлемдегі молекулалардың саны шамамен $4 \cdot 10^{12}$ шамасына тең. VII кестеде келтірілген мағлұматтар бойынша, бұндай жағдайдағы еркін жүріс жолының ұзындығы $\bar{\lambda} = 50 \text{ см}$ ге тең. Егер идистің өзінің өлшемдері шамамен 10 см болса, онда бір молекула басқа молекуламен соққысымен деңселеу арқылы бір қырықтан екінші қырыққа бір несше рет ұшып өтеді.

Солық етіп, идистің бір 1 см^3 көлемінде он екі қаналы санмен анықталуындағы молекулалар болса да, идистің жеткілікті дәрежеде "бос" деп есептеуге болады, оның ішінде молекулалар еркін түрде бір қырықтан екінші қырыққа еркін қозғала алады.

§ 54. Молекулалық дәстелермен өткерілген тәжірибелер. Еркін жүріс жолының ұзындығы онлаған сантиметрлерге немесе бір несше метрге жететуғын сиректелген газларды алу мүмкіншілігі газлардың молекулалық-кинетикалық теориясының тиісті құрылымдарының дұрыс екенігін жеткілікті түрде тікелей растайтуғын тәжірибелерді қырыққа мүмкіншілік береді.

Бір несше қырық менен бөлінген идистің көз алдымызға елестетейік (133-сурет). Бұл қырықтардағы a_1 , a_2 дөңгелек тесіктер бір тұрғының бойынша жайласқан болсын. Идистан ондағы молекулалардың еркін жүріс жолы идистің өлшемдерінен үлкен болатуғындай дәрежеде газ сорып алынған. Идистің A бөлімінде жеңіл балқытуғын металл (мысалы, натрий) жайластырылған және бұл бөлім қыздырылады. Бұндай жағдайда K металл қырық, бұл қырықтар идистің A бөлімінің жеткілікті дәрежеде төменгі басымда тұтырады. Қырықтың a_1 және a_2 дөңгелек тесіктер жайласқан тұрғының бағытында бағытқа ие болған молекулалары бұл тесіктер арқылы идистің B бөліміне өтеді. Идистің қалдық газдың төменгі басымға ие екенігіне байланысты молекулалар идистің B бөлімінде тұрғы сұзғылы және тең өлшемді қозғалады. Металдың a_1 , a_2 дөңгелек тесіктері арқылы өткен қырықтың барлық қырығы идистің B бөлімінде молекулалардың тұрғы сұзғылы тарқалуының ағысын пайда етеді. Бұннан жоғарыда тәжірибеленген тәжірибенің молекулалық (атомдық дәстелермен өткерілген тәжірибе атamasы келіп шыққан). C қырыққа жетіп келген металдың атомдары оған жабысады (егер қырық жеткілікті салқын болса). Солық етіп, C қырыққа металдың көзге көрінетуының қатпары отырады және бұл молекулалардан тұратуының дәстелерінің ұсынылуына келіп тұскенігін аңғартады. C қырыққа отырған металдың қатпарының формасы a_1 және a_2 тесіктерінің формасындай болады. Егер тесіктер дөңгелек формаға ие болса, отырған дөңгелек формадағы металдың дағы қалыптасады. Егер дәстелердің алдына қандай да бір тосқындық жасатуының пәдіметі, мысалы, сым таратылған болса, онда отырған металдың дағында ұсыныс сымның "саны" пайда болады. Бұл тәжірибелердің барлығы да біздің дәстелердегі молекулалардың тұрғы сұзғылы қозғалуының хақында ісенімді пайда етеді.



133-сурет.

Молекулалық дәстелердің пайда болуы.

Молекулалық дәстелермен өткерілетуының тәжірибенің тұрғы молекулалардың еркін жүріс жолының ұзындығын баалау үшін өзгертуге болады. Қалдық газдың төменгі басымда a тесігінен шығатуының молекулалық дәстелер жақынырақ жайласқан $C_1, C_2, C_3, \dots$ пластинкаларында металл отырмай, қарама-қарсы тәрепте жайласқан C қырыққа отырады (134-сурет). Егер ыдысқа еркін жүріс жолының кемейуі үшін газ қосылса, онда дәстелерде ұшатуының молекулалар газ молекулаларымен

soqlıǵısıp, C diywalına jete almay qaladı. Gazdin molekulaları menen soqlıǵısıp, olar qaptal tárepke qaray awısadı (burıladı) hám sáykes qaptalıq C_1 plastinkasının yamasa onnan alısaraq jaylasqan plastinkalardıń betinde otıradı. Qosılatuǵın gazdin basımı qansha úlken bolsa erkin júriw jolının uzınlıǵı kishi boladı hám sonlıqtan dástedegi molekulalar jaqın qashıqlıqta jaylasqan plastinkalardıń betine barıp otıradı.

Bul tájiriybe hár qıylı basımlardaǵı molekulalardıń erkin júriw jolının uzınlıǵının shamasın bahalawǵa múmkinshilik beredi. Alınǵan nátiyjeler tártibi boyınsha gazlerdin molekulalıq-kinetikalıq teoriyasının tiykarında alınǵan nátiyjelerge sáykes keledi.

Eger molekulalıq dástede a tesiginen waqıt birliginde n_0 dana molekula uship ótetuǵın bolsa, onda usı a tesiginen bazı bir x olardıń sanı kishi boladı. Sebebi soqlıǵısıwǵa ushıraǵan molekulalar qozǵalıw baǵıtın ózǵertip, dásteden sırtqa qaray shıǵadı.

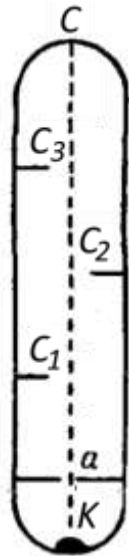
Teoriyalıq esaplawlar dástenin basınan x qashıqlıǵında waqıt birliginde

$$n_x = n_0 e^{-\frac{x}{\bar{\lambda}}}$$

formulası menen anıqlanatuǵın n_x dana molekulanın ótetuǵınlıǵın kórsetedi. Bul formulada $\bar{\lambda}$ arqalı erkin júriw jolının uzınlıǵı belgilengen. Solay etip dástedegi molekulalar sanı eksponenciallıq nızam boyınsha kemeyedi eken. Eger $x = 2\bar{\lambda}$ belgilewin qabıl etsek, onda

$$n_{2\bar{\lambda}} = n_0 e^{-\frac{2\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}}} = n_0 e^{-2} = 0,135n_0$$

nátiyjesin alamız. Bunnan barlıq molekulalardıń tek 13,5 procentinin erkin júriw jolının ortasha mánisinen eki ese úlken joldı óte alatuǵınlıǵın anǵaramız.



134-súwret.

Molekulalıq erkin júriw jolının uzınlıǵın dástenin járdeminde anıqlaw.

En aqırında gaz molekulaların tezligin anıqlawǵa múmkinshilik beretuǵın molekulalıq dásteler menen ótkerilgen tájiriybeni atap ótemiz. Bul tájiriybeler birinshi ret SHtern tárepinen orındandı.

SHtern tájiriybesinin ideyası mınalardan ibarat: kósheri boyınsha K sımı ótkerilgen cilindr tárizli ıdıstı kóz aldımızǵa keltiremiz (135-súwret). K sımı cilindr tárizli diywal menen qorshalǵan hám bul diywalda a sanlaǵı tesilgen. ıdıstı joqarı vakuum dóretiledi. SHternnin tájiriybelerinde sırtı gúmis qatlam menen qaplangan platina sim paydalanılǵan. Platina sim qızdırılǵanda gúmis puwlanadı hám a sanlaǵı arqalı uship shıǵatuǵın hám ıdıstın diywalındaǵı b noqatına kelip jetetuǵın molekulalıq dásteni payda etedi. Eger ıdıstın barlıǵın tutası menen K sımı arqalı ótetuǵın kósherdin dógereginde aylandırsa, onda dáste ıdıstan keyin qala baslaydı hám awısqa b_1 noqatta iz qaldıradı. b_1 menen b noqatları arasındaǵı bul s awısıwın dástedegi molekulalardıń ortasha tezligi $\bar{v}$ menen ansat baylanıstırıwǵa boladı. Meyli ıdıstın radiusı R bolsın. Onda molekula simnan ıdıstın diywalına shekem ushatuǵın $\bar{t}$ ortasha waqıt

$$\bar{t} = \frac{R}{\bar{v}}$$

shamasına ten boladı. Usınday $\bar{t}$ waqıtı ishinde ıdistın diywalının hár bir noqatı s shamasına ten joldı ótedi. Onın shaması bilayınsha esaplanadı:

$$s = \omega R \bar{t}.$$

Bul tenlikte ω arqalı ıdistın aylanıwının múyeshlik tezligi belgilengen. Songı tenlikten $\bar{t}$ ushın

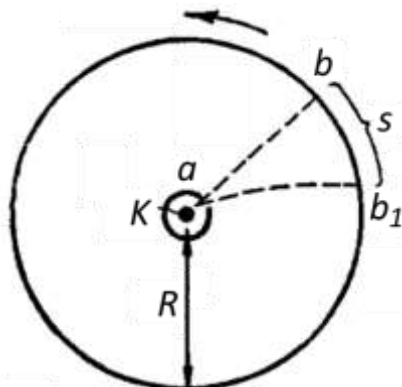
$$\bar{t} = \frac{s}{\omega R}$$

túrindegi anlatpanı alamız.

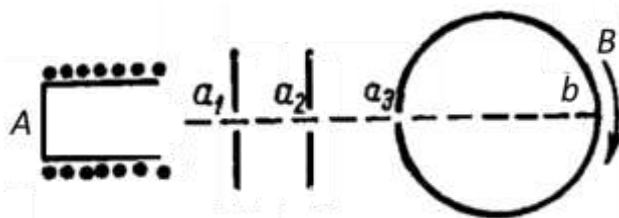
Waqıt ushın alıńǵan eki anlatpanı bir birine tenlestirip $\bar{v}$ nın mánisin esaplawǵa múmkinshilik beretuǵın

$$\bar{v} = \frac{\omega R^2}{s}$$

formulasın alamız. Molekulalar hár qıylı tezlikler menen qozǵalatuǵın bolǵanlıqtan, b_1 noqatındaǵı iz bir qansha jayılǵan boladı. Biraq, s awısıwın izdin ortasına shekem ólshep, ıdistın radiusı R menen onın aylanıwının múyeshlik tezligi ω nı bilip, molekulalardıń ortasha tezligi $\bar{v}$ nı anıqlay alamız. Gúmis ushın orınlanǵan ólshewlerde alıńǵan nátiyjeler gazlerdin kinetikalıq teoriyası tiykarında alıńǵan nátiyjelerge júdá jaqsı sáykes kelgen.



135-súwret. Molekulalardıń tezligin anıqlaw boyınsha SHtern tájiriybesinin sxeması.



136- súwret. Molekulalardıń tezliklerin anıqlaw boyınsha ótkerilgen tájiriybenin sxeması.

Keyinirek SHtern tájiriybesi hár qıylı variantlarda qaytalǵan. Olardıń biri 136-súwrette kórsetilgen.

Vakuumde a_1 hám a_2 sanlaqlarının járdeminde A oshaǵında puwlandırılǵan vismuttıń atomlıq dástesi ayırıp alınadı. Dástenin jolında a_3 sanlaǵı bar B cilindri aylanadı. a_3 sanlaǵı a_1 hám a_2 sanlaqlarının qarsısında tursa, onda cilindrge atomlar ushıp kiredi. Bul atomlar cilindrge kese baǵıtta ushqan waqıttın ishinde ol bazı bir múyeshke burılıp úlgeredi. Sonlıqtan atomlar a_3 sanlaǵının qarsısındaǵı b noqatına kelip túspeydi, al usı b noqatına salıstırǵanda bir qansha awısqan noqatqa kelip túsedi. Bunday jaǵdayda tezirek qozǵalatuǵın kishi shamaǵa, al ásterek qozǵalatuǵın atomlar úlkenirek shamaǵa awısqan bolıp shıǵadı. Otırǵan metaldın hár qıylı orınlarda hár qıylı tıǵızlıqqa iye bolǵan jolaǵı payda boladı. Otırǵan metaldın tıǵızlıǵın ólshep, atomlardın tezlikler boyınsha tarqalıwın tabıwǵa boladı.

Molekulalıq dástedegi molekulalardıń tezlikler boyınsha tarqalıw nızamı gazdin ózinin kólemindegi molekulalardıń tezlikler boyınsha tarqalıw nızamınan bir qansha ayırmaǵa iye boladı. Gazdin kóleminde tezlikleri boyınsha molekulalar Maksvell nızamı boyınsha tarqalǵan [50-paragraftaǵı (2)-formula]:

$$\Delta n = \frac{4}{\sqrt{\pi}} n e^{-u^2} u^2 \Delta u. \quad (1)$$

Molekulalıq dástede bolsa gazdegi molekulalarǵa salıstırǵanda usı gazden payda bolǵan molekulaların tezligi úlken. Onın sebebi mınadan ibarat: tez qozǵalatuǵın molekulalar diafragma arqalı ásten qozǵalatuǵın molekulalarǵa salıstırǵanda jıyı shıǵadı. Esaplawlar mınanı kórsetedi: eger gazde tezlikleri u menen $u + \Delta u$ shekemgi intervalda jatatuǵın molekulaların salıstırmalı sanı $\frac{\Delta n}{n}$ ge ten bolatuǵın bolsa, onda dástede tezlikleri tap sonday intervalda jatatuǵın molekulaların salıstırmalı sanı

$$\frac{\Delta n'}{n'} = \frac{\Delta n}{n} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot u$$

shamasına ten boladı. Bul anlatpada u arqalı molekulaların salıstırmalı tezligi belgilengen. Bunnan dástede molekulaların tezlikler boyınsha tarqalıwı (1)-formulanın járdeminde anlatılmaıdı, al

$$\Delta n' = 2n'e^{-u^2}u^3\Delta u \quad (2)$$

formulasının járdeminde beriledi.

§ 55. Gazlerdegi transport qubılısları. Diffuziya. Gazdegi molekulaların tártipsiz qozǵalısları olardıń úzliksiz aralasıwına alıp keledi. Nátiyjede bir biri menen tiyisip turǵan hár qıylı bolǵan eki gaz aralasadı – diffuzıyalanadı. Gazdin molekulaların bir orınnan ekinshi orınǵa kóshiwi gazlerdegi ishki súykelis penen jıllılıq ótkizgishliktin mexanizmlerinin tiykarın saladı. Molekulaların qozǵalısları menen baylanıslı bolǵan usı barlıq qubılıslardı *transport qubılısları* dep ataydı.

Gazlerdin kinetikalıq teoriyasının rawajlanıw dáwirlerinde oǵan qarsı mınaday qarsılıq bildirildi: gazlerdin kinetikalıq teoriyasının talaplarına sáykes gazlerdin molekulaların tezligi sekundına bir neshe júz metr bolsa, hár qıylı gazlerdin bir birinin ishine kiriwi júdá úlken tezlik penen bolıwı kerek. Mısalı, eger ójirenin ishindegi bir orında turıp ishinde iyisli zat bar ıdıstı ashsaq, onda iyistin ójirenin ishine dárhál tarqalıwı kerek. Sebebi ójirenin ólshemlerinde aralıqqa ushıp barıwı ushın gaz molekulalarına sekundtin kishkene bólegi jetkilikli. Haqıyqatında, atmosferalıq basımda gazlerdin diffuziyası ástelik penen júredi, atap aytqanda iyisler ástelik penen tarqaladı. Bunday tallawlardaǵı qátelik mınalardan ibarat: atmosferalıq basımda molekulalar ushın erkin júriw jolının dım kishi bolıwının sebebinen olar úzliksiz túrde bir biri menen soqlıǵısa. Nátiyjede olar bir orında "bir biri menen iyterisedi". Tezliginin shaması úlken bolsa da, molekula ózinin dáslepki turǵan ornınan bir sekundtin ishinde tek úlken emes qashıqlıqqa ǵana kete aladı. Onın jolı júdá quramalı bolǵan sınıq sızıqlardan turadı.

En dáslep *diffuziya* qubılısın tallaymız.

Baqlawlar bazı bir ΔS maydanı arqalı usı maydannın shaması qanshama úlken bolsa hám baqlawlar qanshama úlken Δt waqıt aralıǵında ótkerilse, sol maydan arqalı diffuziyanın saldarınan sonshama úlken ΔM massadaǵı gazdin ótetuǵınlıǵın, sonın menen birge diffuzıyalanatuǵın gazdin ΔS maydanına perpendikulyar bolǵan OX baǵıtta parciallıq tıǵızlıǵı ρ nın tezirek ózgeretuǵınlıǵın kórsetedi. OX kósherin ΔS maydanına perpendikulyar etip ótkeremiz; meyli qarap atırılǵan gazdin parciallıq tıǵızlıǵı bir birinen Δx qashıqlıqta turǵan eki noqatta $\Delta \rho$ shamasına ayrılatuǵın bolsın. Bunday jaǵdayda $\frac{\Delta x}{\Delta \rho}$ shaması gazdin tıǵızlıǵı bolǵan ρ shamasının OX kósheri baǵıtındaǵı uzınlıq birigindegi ózgerisi bolıp tabıladı. Bul shamalı *tıǵızlıqtın gradienti* dep ataydı. Joqarıda ayılǵanlar boyınsha, ΔM shaması $\frac{\Delta x}{\Delta \rho}$ gradientine, maydannın úlkenligi ΔS ke, Δt waqıt aralıǵına tuwrı proporcional:

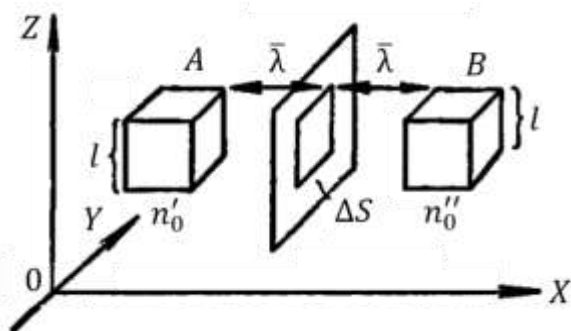
$$\Delta M = -D \left(\frac{\Delta x}{\Delta \rho} \right) \Delta S \Delta t. \quad (1)$$

Gazdin sortınan hám usı gaz turǵan orındaǵı sharayatlardan ǵárezli bolǵan D shaması *diffuziya koefficienti* dep ataladı. Minus belgisi massanın tıǵızlıqtın keyeyiw baǵıtında alıp júriletuǵınlıǵın anǵartadı.

(1)-formula diffuziya qubılısın makroskopiyalıq kóz-qaraslarda turıp túsindiredi.

Endi diffuziya qubılısın gazlerdin molekulalıq-kinetikalıq teoriyasın kóz-qaraslarında turıp

qaraymız. Ápiwayılıq ushın hár qıylı, bir birinin ishine sinetuǵın hám molekulları bir birine uqsas bolǵan eki gazdı qaraymız. Gazlerdin molekullarının massaların hám olardıń effektivlik kesimlerin bir birine ten dep boljayıq. Bunday molekullar birdey sharayatlarda birdey erkin júriw jolına hám birdey tezliklerge iye boladı.



137-súwret.

Molekulaların ΔS maydanı arqalı transportı.

Eki gazdin birinin OX kósherine perpendikulyar bolǵan ΔS maydanı arqalı ótken molekullarının sanın esaplaymız (137-súwret). Usı OX kósherinin baǵıtında gazdin tıǵızlıǵı ρ nın ózgeriwi júzege keledi. Usı maydannın on hám shep táreplerinde molekullardıń ortasha erkin júriw jolının uzınlıǵında qashıqlıqlarda A hám B kublıq kólemlerdi oyımızda bólip alamız. Bunday jaǵdayda usı kublardın qálegen birewinen ushıp shıqqan molekulanı ΔS maydanını soqlıǵıwsız jetip keledi dep esaplawǵa boladı.

Meyli, A hám B kublarının qaptal betleri ΔS maydanına parallel hám shaması jaǵınan ten bolsın; kublardın qabırǵalarının uzınlıǵın l arqalı belgileyimiz hám usıǵan sáykes $l^2 = \Delta S$ tenligine iye bolamız. A kubındaǵı biz qarap atırǵan gazdin molekullarının sanın n_A arqalı belgileyimiz. 46-paragrafta anıqlaǵanıımızday, molekullardıń qozǵalıslarının tolıq tártipsiz ekenligine baylanıslı bul molekullardıń $1/3$ muǵdarı OX kósherinin baǵıtında, al olardıń jartısı OX kósherinin on baǵıtında, al qalǵan jartısı OX kósherinin teris baǵıtında qozǵaladı dep esaplaymız. Solay etip, A kubındaǵı n_A dana molekulanın $\frac{1}{6}n_A$ danası ΔS maydanı tárepke qaray qozǵaladı. ΔS maydanı kubtan $\bar{\lambda}$ qashıqlıǵında jaylasqan bolǵanlıqtan, molekullardıń barlıǵı soqlıǵısıwǵa ushıramastan ΔS maydanına kelip jetedi hám usı maydan arqalı ótedi. A kubınan birinshi molekula ΔS maydanına qaray t_1 waqıt momentinde, al en sonǵı molekula usı maydanǵa qaray t_2 waqıt momentinde shıqqan bolsın. Bunday jaǵdayda $\frac{1}{6}n_A$ dana molekulanın ΔS maydanı arqalı ótiwi ushın ketken waqıt δt nın shaması $\delta t = t_2 - t_1$ shamasına ten boladı; bunnan $\delta t = l/\bar{v}$ tenligine iye boladı ($\bar{v}$ – molekullardıń ortasha arifmetikalıq tezligi). Solay etip, ΔS maydanı arqalı bir birlik waqıt ishinde shepten onǵa qaray ótken molekullardıń sanı

$$\Delta n_A = \frac{\frac{1}{6}n_A}{\delta t} = \frac{1}{6}n_A \frac{\bar{v}}{l}$$

shamasına ten.

n'_0 arqalı A kubı jaylasqan orındaǵı kólem birligindegi molekullardıń sanın belgileyik. Bunday jaǵdayda $n_A = n'_0 l^3$ tenligi orınlı boladı hám Δn_A ushın anlatpanı bilayınsha jazamız:

$$\Delta n_A = \frac{1}{6}n_A \frac{\bar{v}}{l} = \frac{1}{6}n'_0 \bar{v} l^2 = \frac{1}{6}n'_0 \bar{v} \Delta S. \quad (2)$$

Tap usınday jollar menen ΔS maydanı arqalı waqıt birligindegi shep tárepten on tárepke qaray ótken molekullar sanı bolǵan Δn_B shamasın da esaplaymız:

$$\Delta n_B = \frac{1}{6}n''_0 \bar{v} \Delta S. \quad (3)$$

Bul tenlikte n''_0 arqalı B kubı jaylasqan orındaǵı kólem birligindegi molekullardıń sanı belgilengen. Bunnan ΔS maydanı arqalı iqtıyarlı túrde alınǵan Δt waqıtı ishinde shep hám on táreplerge ótip atırǵan molekullar sanlarınayırması

$$\Delta n = \frac{1}{6} \bar{v} (n'_0 - n''_0) \Delta S \Delta t \quad (4)$$

shamasına ten boladı.

Shepten onğa qaray Δt waqıtı ishinde ΔS maydanı arqalı alıp ótiletuğın ΔM massasının mánisin (OX kósherinin on bağıtındağı) ótken molekulalardıń sanın bir molekulanın massası m ge kóbeytiw jolı arqalı alamız:

$$\Delta M = m \cdot \Delta n = \frac{1}{6} \bar{v} m (n'_0 - n''_0) \Delta S \Delta t. \quad (5)$$

$n''_0 - n'_0$ ayırması OX kósheri bağıtındağı kólem birligindegi molekulalardıń sanının ózgeriw tezligine ten, yaǵnıy $\frac{\Delta n_0}{\Delta x}$ shamasın A hám B kublarınń arasındağı qashıqlıqqa kóbeytkenge ten. Bul qashıqlıq $2\bar{\lambda}$ shemasına ten. Bunnan

$$n''_0 - n'_0 = \frac{\Delta n_0}{\Delta x} \cdot 2\bar{\lambda}$$

tenligine iye bolamız.

$n''_0 - n'_0$ shamasının mánisin (5) ke qoyıp mınanı alamız:

$$\Delta M = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} m \frac{\Delta n_0}{\Delta x} \Delta S \Delta t.$$

Biraq,

$$m \frac{\Delta n_0}{\Delta x} = \frac{\Delta(mn_0)}{\Delta x}$$

shamasına ten. Al mn_0 shaması bolsa biz qarap atırǵan gazdın kólem birligindegi massası, yaǵnıy gazdın ρ tıǵızlıǵı bolıp tabıladı. Bunnan

$$\Delta M = -\frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S \Delta t \quad (6)$$

formulasına iye bolamız.

Bul formuladan (1)-anlatpaǵa sáykes alıp ótiletuğın (transport qılınatuğın) ΔM massasının tıǵızlıqtın gradienti $\frac{\Delta \rho}{\Delta x}$ ǵa, ΔS maydanına hám Δt waqıtına tuwrı proporcional ekenligi kelip shıǵadı. Eger

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \quad (7)$$

belgilewin qabıl etsek, onda (6)- hám (1)-formulalar bir birine sáykes keledi

Demek, diffuziya koefficienti D molekulalardıń qozǵalıswınń ortasha tezligi $\bar{v}$ hám erkin júriw jolının ortasha mánisi bolǵan $\bar{\lambda}$ shaması menen baylanıslı eken. Molekulanın qozǵalıswınń tezliginin ortasha mánisi bolǵan $\bar{v}$ shamasının mánisi $\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ shamasına proporcional, al gazdın tıǵızlıǵı turaqlı bolǵanda onın temperaturasınan ǵárezsiz. Bunnan berilgen gaz ushın turaqlı kólemde qızdırǵanda diffuziya koefficienti ushın $D \sim \sqrt{T}$ ǵárezligi kelip shıǵadı. Birdey ólshemlerge iye bolǵan molekulaları hár qıylı gazler ushın birdey basımlarda hám temperaturalarda $D \sim 1/\sqrt{\mu}$. 53-paragrafta kórsetilgenindey, molekulaladıń erkin júriw jolının ortasha uzınlıǵı $\bar{\lambda}$ gazdın basımına keri proporcional. Sonlıqtan *diffuziya koefficienti de gazdın basımı p ǵa keri proporcional*: $D \sim \frac{1}{p}$. Bul jerde p eki gazdın aralaspıswınń qosındı basımı.

Diffuziya siyrekletilgen gazde úlken basımlarda turǵan gazlerdegi qaraǵanda tezirek júredi.

(7)-formuladağı $\bar{\lambda}$ erkin júriw jolının ortasha mánisinń ornına onın 53-paragraftağı (4a)-anlatpasın qoysaq, onda

$$D = \frac{\bar{v}}{3\sqrt{2}\sigma^2 n_0} \quad (7a)$$

formulasına iye bolamız. Solay etip, diffuziya koefficienti molekulalardıń effektivlik diametri σ menen tikkeley baylanıslı bolıp shıǵadı.

Molekulaların ólshemleri hár qıylı bolǵan eki gazdin bir birine bolǵan diffuziyasında σ nın ornına eki gazdin molekulaların ortasha diametrin alıw kerek: $\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$.

§ 56. Ishki súykelis hám gazlerdin jıllılıq ótkizgishligi. 42-paragrafta biz suyıqlıqlar ushın η ishki súykelis (jabısqaqlıq) koefficientin kirgizdik. Tap sol anıqlama gazler ushın da durıs.

Gazdin qatlamları hár qıylı tezlikler menen qozǵalǵan jaǵdayda olar arasında kúshler payda boladı: tezirek qozǵalatuǵın A qatlamı oǵan qonsı bolǵan kishirek tezlik penen qozǵalatuǵın qatlamdı tezletedi hám, kerisinshe, kishi tezlik penen qozǵalatuǵın qatlam úlkenirek tezlik penen qozǵalatuǵın qatlamdı irkedi. Bunday jaǵdayda payda bolatuǵın ishki súykelis kúshleri f gazdin qatlamlarına urınba baǵıtında baǵıtlangan.

138-súwret.

Gazlerdegi ishki súykelisti anıqlaytuǵın tájiriýbenin sxeması.



Ádettegi sharayatlarda gazlerdegi ishki súykelis suyıqlıqlardaǵı ishki súykelisten ádewir kishi. Biraq gazlerdegi ishki súykelisti bir qatar tájiriýbelerde anıqlawǵa boladı. Usınday tájiriýbelerdin birinin sxeması 138-súwrette keltirilgen. Eki kaoksiallıq A hám B cilindrlerinin arası izertlenetuǵın gaz benen toltırılǵan. A cilindri O kósherine bekitilgen hám tez aylanısqa keltiriledi, B cilindri bolsa burılıw múyeshinin shamasın ólshew múmkin bolǵan C sabaǵı menen ildirilip qoyılǵan. A cilindr aylanǵanda, ol ózine jaqın jaylasqan gazdin qatlamların ózi menen jılistıradı; ar bul jaqın qatlamlar ózinen songı qatlamlardı qozǵalısqı keltiredi h.t.b. Nátiyjede aylandırıwshı moment B cilindrine túsirilgen bolıp shıǵadı. Nátiyjede ol buralǵan C sabaǵının serpimli kúshi B cilindrine túsirilgen kúshin momentine ten bolǵansha buraladı.

Gazdin qatlamlarının aǵıw tezligin u arqalı belgileymiz (biz gaz molekulalardıń qozǵalıw tezligin v arqalı belgilep edik).

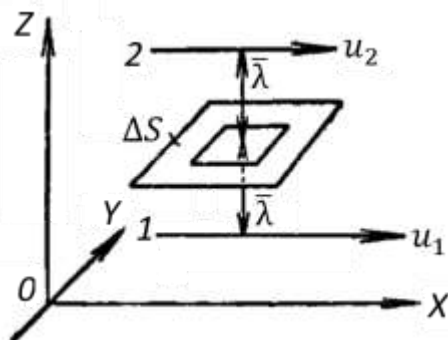
Bunday jaǵdayda 42-paragraftaǵı anlatpanı keltirip shıǵarǵan jaǵdaydaǵıday, biz ishki súykelis kúshi ushın tómendegidey anlatpanı jaza alamız:

$$f = \eta \left(\frac{du}{dx} \right) \Delta S. \quad (1)$$

Bul formulada η arqalı ishki súykelis koefficienti, $\frac{du}{dx}$ arqalı tezliktin gradienti, ΔS arqalı kúsh túsirilgen maydannın shaması belgilengen.

Gazlerdin molekulaq-kinetikalıq teoriyasının kóz-qarasları boyınsha aǵıp turǵan gazde molekulalardıń tártipsiz qozǵalıslarının tezligi v ǵa berilgen (belgili tezlik penen aǵatuǵın) qatlamdaǵı barlıq molekulalar ushın birdey bolǵan, al hár qıylı qatlamlar ushın hár qıylı bolǵan kóshirmeli u tezligi qosılǵan. Molekulalar ózlerinin xaotik qozǵalısların saldarınan tezirek qozǵalatuǵın qatlamnan ásterek qozǵalatuǵın qatlamǵa ótkende ózi menen mu qozǵalısların muǵdarının úlken shamasın alıp keledi hám usının aqibetinen ásterek qozǵalatuǵın qatlamdı tezletedi. Kerisinshe: ásterek qozǵalatuǵın qatlamnan tezirek qozǵalatuǵın qatlamǵa ótkende

molekulalar kishi mu qozǵalıǵı muǵdarı menen ótedi. Nátiyjede olar tez qozǵalatúǵın qatlamdı irkedi.



139-súwret.

Qozǵalıǵı muǵdarınan alıp júriliwi (transportı)

Gazde hár qıylı tezlikler menen qozǵalatúǵın tegislikke parallel ΔS maydanın oyımızda belgilep alamız (139-súwret). Meyli 1 qatlamı ΔS maydanınan astında molekulalardıń $\bar{\lambda}$ ortasha erkin júriw jolına tendey qashıqlıqta jaylasqan bolsın. Bunday jaǵdayda 1 qatlamınan ΔS maydanına soqlıǵıswsız kelip jetedi. 55-paragraftan ΔS maydanınan Δt waqıtı ishinde ótetuǵın bunday molekulalardıń sanı Δn_1 din

$$\Delta n_1 = \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \Delta S \Delta t$$

shamasına ten bolatuǵınlıǵına kóz jetkeremiz. Bul formulada n_0 arqalı kólem birligindegi molekulalar sanı belgilengen. Bul Δn_1 dana molekula ΔS maydanı arqalı

$$\Delta K_1 = \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \Delta S \Delta t m u_1$$

qozǵalıǵı muǵdarın alıp ótedi. Bul anlatpada u_1 arqalı 1 qatlamınan aǵıw tezligi belgilengen.

Tap sol sıyaqlı, ΔS maydanınan ústindegi onnan $\bar{\lambda}$ qashıqlıǵında jaylasqan 2 qatlamınan usı ΔS maydanı arqalı

$$\Delta K_2 = \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \Delta S \Delta t m u_2$$

qozǵalıǵı muǵdarın alıp ótedi. Bul anlatpada u_2 arqalı 2 qatlamınan aǵıw tezligi belgilengen. Eki qatlam ushın da kólem birligindegi molekulalar sanı n_0 birdey. Sebebi biz qarap atırǵan jaǵdayda gazdin tıǵızlıǵın barlıq orınlarda birdey dep esaplaymız.

Qarama-qarsı baǵıtlarda júretuǵın bul eki transportın nátiyjesinde ΔS beti arqalı

$$\Delta K = \Delta K_2 - \Delta K_1 = \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \Delta S \Delta t (m u_2 - m u_1)$$

shamasındaǵı qozǵalıǵı muǵdarı ótedi.

$m u_2 - m u_1$ ayırmasın $m(u_2 - u_1)$ túrinde jazıwǵa boladı. $u_2 - u_1$ tezliklerinin ayırması tezliklerdin gradienti $\Delta u / \Delta z$ shaması menen 2 menen 1 qatlamları arasındaǵı qashıqlıqtın kóbeymesine ten. Bul qashıqlıqtın shaması $2\bar{\lambda}$ ge ten bolǵanlıqtan,

$$u_2 - u_1 = \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} \right) 2\bar{\lambda}$$

shamasına ten bolıp, bunnan

$$m u_2 - m u_1 = m \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} \right) 2\bar{\lambda}$$

tenligine iye bolamız. Nátiyjede

$$\Delta K = \frac{1}{3} n_0 m \bar{v} \bar{\lambda} \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} \right) \Delta S \Delta t$$

formulasına iye bolamız. Eger $n_0 m$ kóbeymesinin gazdin tıǵızlıǵı ekenligin esapqa alsaq, onda

$$\Delta K = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{\lambda} \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} \right) \Delta S \Delta t$$

tenligi kelip shıǵadı. Bunnan ásterek qozǵalatuǵın qatlamnan tezirek qozǵalatuǵın qatlamǵa tásir etetuǵın kúsh f ushın

$$f = \frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{l} \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} \right) \Delta S \quad (2)$$

anlatpası kelip shıǵadı.

Eger η ishki súykeli coefficienti bolǵan η shaması ushın

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{l} \quad (3)$$

tenligi orınlı dep esaplasaq, onda (2)- hám (1)-anlatpalar bir birine sáykes keledi.

Solay etip, molekulaq-kinetikalıq teoriyası ishki súykeli coefficienti bolǵan η shamasın gazdın molekulaq strukturasını táriyipleytuǵın molekular dın erkin júriw jolının ortasha mánisi $\bar{l}$, molekular dın ortasha tezligi $\bar{v}$ hám gazdın tıǵızlıǵı arqalı anlatıwǵa múmkinshilik beredi eken.

(3)-formula ishki súykeli coefficienti η menen gazdın basımı p arasındaqı baylanıstın xarakterin anıqlawǵa múmkinshilik beredi. (3)-formulaǵa kiretuǵın úsh ρ , $\bar{v}$, hám $\bar{l}$ shamaların tek birewi bolǵan tezlik $\bar{v}$ basımnan ǵárezli emes. Al qalǵanların birewi ρ tıǵızlıq p basımǵa tuwrı, al erkin júriw jolının ortasha mánisi $\bar{l}$ basım p ǵa keri proporcional. Demek $\rho \bar{l}$ kóbeymesi gazdın basımı p dan ǵárezli emes hám *ishki súykeli coefficientinın mánisi η gazdın basımı p dan ǵárezli emes* eken. Birinshi ret qaraǵanda paradokslı tárizli bolıp kórinetuǵın bul nátiyje mına jaǵday menen baylanıslı: basım p nın kemeyiwı menen gazdın kólem birligindegi bóleksheler dın sanı n_0 kemeyedi, demek bir qatlamnan ekinshi qatlamǵa qozǵalı muǵdarın alıp ótetuǵın bóleksheler dın sanı da kemeyedi. Biraq, molekular dın erkin júriw jolının uzınlıǵı $\bar{l}$ úlkeyedi. Usın n nátiyjesinde molekular berilgen qatlamǵa alıstaǵı qatlamnan soqlıǵıswılsız qozǵalı muǵdarın u dan ózgeshe tezlik penen alıp keledi. Qarama-qarsı baǵıtlarda tásir etetuǵın usı eki sebeptin tásirinde qatlamnan qatlamǵa alıp ótilgen qozǵalı muǵdarın nın shaması turaqlı bolıp qaladı.

Ishki súykeli coefficientinın basımnan ǵárezli emes ekenligi haqqındaǵı juwmaq tájiriybelerde jaqsı tastıyqlanadı. Mısalı, uglekislota ushın (CO_2) hár qıylı basımlarda η shamasın nın tómendegidey mánisleri alınadı:

p , mm Hg de	760	380	20	2	0,6
η , g/sm·sek larda	$14,9 \cdot 10^{-5}$	$14,9 \cdot 10^{-5}$	$14,8 \cdot 10^{-5}$	$14,7 \cdot 10^{-5}$	$13,8 \cdot 10^{-5}$

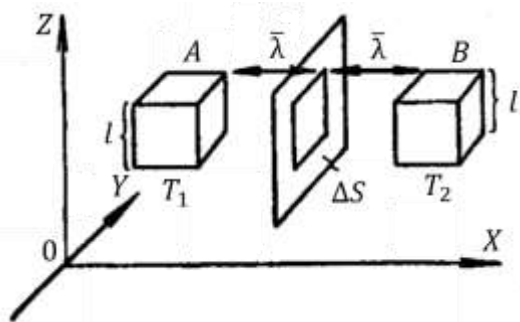
Keltirilgen bul maǵlıwmatlardan gazdın basımı 760 mm Hg dan 2 mm Hg ge shekem, yaǵnıy 380 ese kemeygende ishki súykeli coefficienti η nın san mánisin nın $14,9 \cdot 10^{-5}$ g/sm·sek shamasın nın $14,7 \cdot 10^{-5}$ g/sm·sek shamasına shekem ózgeretuǵınlıǵı, yaǵnıy ámeliy jaqtan turaqlı qalatuǵınlıǵı kórinip tur. Tek kishi bolǵan basımlarda η nın basımnan ǵárezli ekenligi seziledi. Keyinirek biz η ishki súykeli coefficientinın basım p dan ǵárezli bola baslaytuǵınlıǵın nın sebebin anıqlaymız.

Aqırında jáne bir transport qubılısı bolǵan *gazdegi jıllılıq ótkiziw qubılısın* qaraymız. Makroskopiyalıq kóz-qarastan jıllılıq ótkiziw qubılısı qızǵan orınnan salqın orınǵa bazı bir ΔQ jıllılıǵın nın ótiwi bolıp tabıladı. Eger temperaturanın ózgerisi OX baǵıtında júzege keletuǵın bolsa, onda (140-súwret) ΔS maydanı arqalı Δt waqıtı ishinde ΔQ jıllılıq muǵdarı ótedi. ΔQ jıllılıq muǵdarın nın shaması ΔS maydanın nın shamasın nın, jıllılıqtın ótiwi baqlanǵan Δt waqıt aralıǵın nın shamasın nın hám usı baǵıtta temperatura T nın shamasın nın qanshama úlken tezlik penen ózgeretuǵınlıǵın nın, yaǵnıy temperaturanın gradienti bolǵan $\Delta T / \Delta x$ shamasına ǵárezli. Usıǵan sáykes biz mınanı jaza alamız:

$$\Delta Q = -\kappa \left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \right) \Delta S \Delta t. \quad (4)$$

Bul formulada κ arqalı gazdın sortınan hám usı gazdın qanday sharayatlarda turǵanlıǵına baylanıslı bolǵan shama belgilengen. Bul shamanı *jıllılıq ótkizgishlik coefficienti* dep ataydı. (4)-

formuladağı minus berligi ΔQ jıllılıq muğdarının temperatura T nın kemeyiw bağıtında alıp beriletuǵınlıǵın anǵartadı.



140-súwret.

Energiyanın molekular tárepinen alıp júriwi.

Gazlerdegi jıllılıq ótkizgishlik qubılısı ádette *jıllılıqtın konvekciyasının nátiyjesinde alıp beriliwi*, yaǵnıy temperaturaların hár qıylı bolıwının sebebinen gazdın tıǵızlıqlarının hár qıylı bolıwının nátiyjesinde gazdın aǵıslarının júzege keliwi menen quramalasadı. Gazlerdegi jıllılıq ótkiziw qubılısın taza túrde baqlaw ushın gorizont bağıtındaǵı bir birine parallel bolǵan betler arasındaǵı jıllılıqtın alıp beriliwın baqlaw kerek. Qala berse joqarıdaǵı bettin temperaturasını tómengi bettin temperaturasına salıstırǵanda joqarı dep boljaymız. Bunday jaǵdayda salqın, yaǵnıy gazdın tıǵızraq bolǵan qatlamları tıǵızlıǵı kemirek bolǵan joqarıraq temperaturaǵa iye bolǵan qatlamnan tómende jaylasadı hám konvekciyalıq dásteler payda bolmaydı.

Molekulalıq-kinetikalıq kóz-qarastan jıllılıq ótkizgishlik mánisi mınadan ibarat: qızǵan qatlamnın molekuları úlken ortasha kinetikalıq energiya $\bar{w}$ shamasına iye boladı. Olar salqınraq bolǵan qatlamǵa ótip usı qatlamdaǵı molekularǵa ózlerinin energiyasınıń bir bólegin beredi. Kerisinshe, salqınraq bolǵan qatlamnın molekuları temperaturası joqarıraq bolǵan qatlamǵa kirip, olardıń energiyalarınń bazı bir bólimin aladı. Nátiyjede temperaturası joqarıraq bolǵan qatlam salqınlaydı, al salqın qatlam qızadı. Molekulalıq-kinetikalıq teoriyanın kóz-qarası boyınsha ΔQ jıllılıq muğdarının alıp ótiliwi (ótkiziliwi yamasa transportı) bazı bir ΔS beti arqalı molekulardın tártipsiz qozǵalıswın kinetikalıq energiyasınıń belgili muğdarının alıp ótiletuǵınlıǵın anǵartadı.

Diffuziya qubılısın qaraǵanda paydalanılǵanday, bazı bir ΔS betinen molekulardın ortasha erkin júriw jolında $\bar{\lambda}$ qashıqlıqta jaylasqan eki A hám B kubların qaraymız (140-súwret). 55-paragrafta ayılǵanlar boyınsha waqıt birliginde A kubınan ΔS maydanı arqalı ótip atırǵan molekulardın sanı

$$\Delta n_A = \frac{1}{6} n'_0 \bar{v}_1 \Delta S \Delta t$$

shamasına ten. A kubınan ΔS maydanına molekular soqlıǵıspay jetetuǵın bolǵanlıqtan, olardıń hár biri usı ΔS maydanı arqalı A kubı jaylasqan orında iye bolǵan w_1 kinetikalıq energiyasını alıp keledi. w_1 energiyası molekulardın ilgerilemeli hám aylanbalı qozǵalıslarının energiyalarınń qosındısınan turadı. Sonlıqtan onın ortasha san mánisi $\frac{i}{2} k T_1$ shamasına ten. Bul anlatpada i molekulanın erkinlik dárejelerinin sanı, k – Bolcman turaqlısı, al T_1 shaması bolsa A kubı jaylasqan orındaǵı temperatura.

Bunnan barlıq Δn_A molekular tárepinen ΔS maydanı arqalı shep tárepten on tárepke qaray alıp ótilgen ΔQ_1 jıllılıq muğdarının shaması ushın

$$\Delta Q_1 = \frac{1}{6} n'_0 \bar{v}_1 \Delta S \Delta t \cdot \frac{i}{2} k T_1$$

anlatpasın alamız. Tap usınday jollar menen ΔS maydanı arqalı on tárepten shep tárepke qaray alıp ótilgen ΔQ_2 jıllılıq muğdarının shaması ushın

$$\Delta Q_2 = \frac{1}{6} n''_0 \bar{v}_2 \Delta S \Delta t \cdot \frac{i}{2} k T_2$$

anlatpasına iye bolamız. Bul anlatpada T_2 arqalı B kubı jaylasqan orındaǵı temperatura belgilengen. Jıllılıqtın bir birine qarama-qarsı baǵıtlardaǵı usınday eki transportın (alıp beriliwinin), atap aytqanda shep tárepten on tárepke ótiwinin nátiyjesinde (OX kósherinin on baǵıtındaǵı) ΔS maydanı arqalı

$$\Delta Q = \Delta Q_1 - \Delta Q_2$$

jıllılıq muǵdarı ótedi. Bul anlatpaǵa ΔQ_1 menen ΔQ_2 nin anıqlanǵan mánislerine qoysaq, onda

$$\Delta Q = \frac{1}{6} \cdot \frac{i}{2} k (n'_0 \bar{v}_1 T_1 - n''_0 \bar{v}_2 T_2) \Delta S \Delta t$$

formulasına iye bolamız. Kólem birligindegi bólekshelerdin sanı n'_0 menen n''_0 shamaları T_1 hám T_2 temperaturalarına kerı, al $\bar{v}_1$ hám $\bar{v}_2$ tezlikleri usı temperaturalarǵa tuwrı proporcional. Demek, $n'_0 \bar{v}_1$ hám $n''_0 \bar{v}_2$ kóbeymeleri sáykes temperaturalardıń kvadrat túbirlerine ($\sqrt{T_1}$ menen $\sqrt{T_2}$ ge) kerı proporcional, yaǵnıy T_1 hám T_2 temperaturaların arasındaǵı ayırma kishi bolǵanda olar bir birinen júdá kishi shamaǵa ayrıladı eken. Sonlıqtan biz olardı bir birine ten dep esaplaymız:

$$n'_0 \bar{v}_1 = n''_0 \bar{v}_2 = n_0 \bar{v}.$$

Bunnan keyin ΔQ ushın jazılǵan anlatpa

$$\Delta Q = \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \cdot \frac{i}{2} k (T_1 - T_2) \Delta S \Delta t \quad (5)$$

túrine iye boladı.

$T_2 - T_1$ temperaturalar ayırması temperatura gradienti $\Delta T / \Delta x$ penen alıstıramız hám A hám B kubların arasındaǵı qashılıqtın $2\bar{\lambda}$ shamasına ten ekenligin esapqa alamız:

$$T_2 - T_1 = \left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \right) 2\bar{\lambda}.$$

$T_2 - T_1$ ayırmasının bul mánisin (5)-anlatpaǵa qoysaq, mınaday tenlikke iye bolamız

$$\Delta Q = -\frac{1}{3} n_0 \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \cdot \frac{i}{2} k \left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \right) \Delta S \Delta t.$$

Bul anlatpanı (4)-anlatpa menen salıstırıp, jıllılıq ótkizgishlik koefficientinin

$$\kappa = \frac{1}{3} n_0 \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \cdot \frac{i}{2} k \quad (6)$$

anlatpası menen anıqlanatuǵınlıǵına kóz jetkeremiz.

$\frac{i}{2} k$ shamasın bılayınsha túrlendiremiz: Bolcman turaqlısı $k = \frac{R}{N_A}$, R – gaz turaqlısı, N_A – Avagadro turaqlısı. Sonlıqtan

$$\frac{i}{2} k = \frac{i}{2} R \frac{1}{N_A} = C_V \cdot \frac{1}{N_A}.$$

Bul tenlikte C_V arqalı gazdin mollik jıllılıq sıymıǵı belgilengen. Usı túrlendiriwdi paydalanıp, (6)-tenlikti bılayınsha kóshirip jazamız:

$$\kappa = \frac{1}{3} \frac{n_0}{N_A} \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \cdot C_V.$$

Sonǵı anlatpanı jáne de túrlendiriwge boladı. n_0 shaması kólem birligindegi bóleksheler sanı, al N_A bolsa gazdin bir molindegi bóleksheler sanı bolıp tabıladı. Sonlıqtan n_0 shamasının N_A sanına qatnası gazdin bir molinin massasınıń (bul shama tıǵızlıq ρ ǵa ten) μ molekualıq salmaqqa qatnasında boladı, yaǵnıy $\frac{n_0}{N_A} = \frac{\rho}{\mu}$ hám, usıǵan sáykes

$$\frac{n_0}{N_A} C_V = \rho \frac{C_V}{\mu} = \rho c_V$$

tenliklerine iye bolamız. Bul tenliklerde c_V arqalı gazdin turaqlı kólemdegi salıstırmalı jıllılıq sıymıǵı belgilengen. Bunnan, en aqırında jıllılıq ótkizgishlik koefficienti κ ushın mınaday anlatpa alamız:

$$\kappa = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{\lambda} c_V. \quad (6a)$$

Ishki súykelis coefficienti η sıyaqlı jıllılıq ótkizgishlik coefficienti κ da gazdin basımı p dan gárezli emes. Bul jaǵday mınadan kelip shıǵadı: ρ tıǵızlıq basım p ǵa tuwrı proporcional, al erkin júriw jolının ortasha uzınlıǵı $\bar{\lambda}$ basım p ǵa keri proporcional; molekuların tezligi $\bar{v}$ menen gazdin jıllılıq sıyımlıǵı c_V basım p dan gárezli emes. Biraq, júdá tómengi temperaturalarda jıllılıq ótkizgishlik coefficienti κ basım p dan gárezli bola baslaydı.

Diffuziya coefficienti D , ishki súykelis η hám jıllılıq ótkizgishlik coefficientleri ushın jazılǵan anlatpalardı molekulanın erkin júriw jolının ortasha uzınlıǵı $\bar{\lambda}$ kiredi; sonlıqtan usı úsh coefficienttin qálegeninin san mánisi boyınsha molekulanın erkin júriw jolının ortasha uzınlıǵı bolǵan $\bar{\lambda}$ shamasın, al onnan molekuların effektivlik diametri bolǵan σ shamasının san mánisin anıqlawǵa boladı. Biraq, eger qanday da bir gaz ushın alınǵan D , η hám κ coefficientleri boyınsha onın molekularının σ diametrin esaplaǵanda bir birinen bir qansha ayırmaǵa iye nátiyjeler alınadı. Bul ayırmalar keltirilgen teoriyalardıń juwıq xarakterge iye ekenligi menen túsindiriledi.

Teoriyalardıń juwıq túrdegi xarakterge iye ekenligi mına jaǵdaylarda kórinedi: (3)- hám (6a)- formulaları boyınsha jıllılıq ótkizgishlik coefficienti κ nın ishki súykelis coefficienti η ǵa qatnası turaqlı temperaturadaǵı jıllılıq sıyımlıǵına ten bolıwı kerek, yaǵnıy

$$\frac{\kappa}{\eta} = c_V.$$

Haqıyqatında $\frac{\kappa}{\eta}$ qatnası Kc_V shamasına ten (K arqalı gazdin tábiyatınan gárezli bolǵan kóbeytiwshi belgilengen). Ólshewler barlıq bir atomlı gazler ushın $K = 2,50$, al eki atomlı gazler ushın shama menen $K = 1,90$ ekenligin kórsetedi. Terenlew bolǵan teoriya barlıq bir atomlı gazler ushın $K = 2,5$, al eki atomlı gazler ushın shama menen $K = 1,9$ tenliklerinin orınlı ekenligine alıp keledi.

Gazdegi ishki súykelis kúshlerin anıqlawǵa mısaldı tallaymız.

Meyli, 138-súwrette kórsetilgen A hám B koakciallıq cilindrler arasındaǵı kenislik temperaturası 27°C bolǵan vodorod penen toltırılǵan bolsın. Ishki A cilindrinin radiusı $r_1 = 8 \text{ sm}$, al cilindrler arasındaǵı qashıqlıq $d = 0,2 \text{ sm}$ shamasında. Ishki cilindr bir sekundta 10 ret aylanatuǵın bolsın. Bul jaǵdaydı juwıq túrde tegis dep esaplap, sırtqı B cilindrdin 1 sm^2 maydanına tásir etetuǵın f urınba kúshin anıqlanız. Vodorod molekulasının σ diametrin $2,3 \cdot 10^{-8} \text{ sm}$ shamasına ten dep esaplasın.

Sheshimi. Gazdin ishki qatlamlarının arasındaǵı ishki súykelistin saldarınan f kúshi tásir etedi. Bul kúshtin shaması (1)-formula boyınsha

$$f = \eta \left(\frac{\Delta u}{\Delta x} \right) S$$

shamasına ten.

Qattı denenin betinin qasındaǵı gazdin tezligin usı qattı denenin ózinin tezligi menen ten dep esaplaǵan jaǵdayda tap usınday f kúshin B cilindrinin betine de tásir etetuǵınlıǵın kóremiz.

Usı B cilindrinin betinin bir birligine f/S kúshi tásir etedi. Bul kúshtin shamasın anıqlaw ushın tezlikтин gradienti $\frac{\Delta u}{\Delta x}$ menen vodorod ushın ishki súykelis coefficienti η nı biliw kerek. Bul jaǵdayda tezlikтин gradienti

$$\frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{u_2 - u_1}{d}$$

shamasına ten. Bul tenliktegi u_2 - ishki cilindrdin betinin qasındaǵı gazdin tezligi, al u_1 - onın sırtqı cilindrdin qasındaǵı tezligi. Bul tezliklerdi A cilindrlerinin ózlerinin tezlikleri menen tenlestiremiz. Bunday jaǵdayda

$$u_2 = 2\pi r_1 n; u_1 = 0$$

tenliklerine iye bolamız. Bul anlatpada n arqalı ishki cilindrdin waqıt birligindegi aylanıwlar sanı belgilengen. Bunnan tezlikтин gradienti ushın

$$\frac{\Delta u}{\Delta x} = 2\pi \frac{r_1}{d} n$$

anlatpanı alamız. Bul tenlikke misaldın shártindegi maǵlıwmatlardı qoyıp,

$$\frac{\Delta u}{\Delta x} = 2 \cdot 3,14 \cdot \frac{8}{0,2} \cdot 10 \text{ sek}^{-1} = 2512 \text{ sek}^{-1}$$

shamasına iye bolamız. (3)-formula boyınsha ishki súykelis koefficienti

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{\lambda}$$

formulasının járdeminde anıqlanadı. Bul formulada $\bar{v}$ – molekulanın tezliklerinin ortasha arifmetikalıq mánisi, $\bar{\lambda}$ – olardıń erkin júriw jolının ortasha mánisi hám ρ – gazdın tıǵızlıǵı. Bul formulaǵa (45-, 46-, 50-, 53-paragraflarǵa qaranız)

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi \sigma^2 n_0}, \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}, \rho = \frac{p\mu}{RT}, n_0 = \frac{p}{kT} = \frac{pN_A}{kT}$$

shamaların qoyıp

$$\eta = \frac{\sqrt{8RT\mu}}{3\sqrt{2}\pi^3 \cdot \sigma^2 N_A}$$

formulasına iye bolamız.

Bul formulada R arqalı mánisi $8,31 \cdot 10^7 \text{ erg/grad} \cdot \text{mol}$ shamasına ten bolǵan gaz turaqlısı, μ arqalı 2 g/mol bolǵan vodorodtın mollik salmaǵı, N_A arqalı $6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ge ten bolǵan Avagadro sanı belgilengen. Misaldın shártinde berilgen T hám σ shamalarınan paydalanıp

$$\eta = 8,6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{g}}{\text{sm} \cdot \text{sek}}$$

shamasın alamız.

Tezlik gradienti ushın alıńǵan $\frac{\Delta u}{\Delta x} = 2512 \text{ sek}^{-1}$ hám ishki súykelis koefficienti ushın alıńǵan $\eta = 8,6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{g}}{\text{sm} \cdot \text{sek}}$ shamasınan paydalanıp B cilindrinin betinin bir birligine tásir etetuǵın kúshti tabamız:

$$\frac{f}{S} = \eta \cdot \left(\frac{\Delta u}{\Delta x} \right) = 8,6 \cdot 10^{-5} \cdot 2512 \frac{\text{dina}}{\text{sm}^2} = 0,2 \frac{\text{dina}}{\text{sm}^2}$$

yamasa

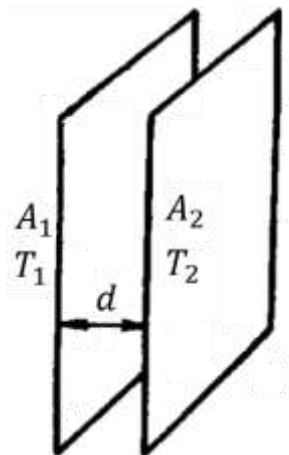
$$\frac{f}{S} \cong 2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{G}}{\text{sm}^2}$$

shamasına iye bolamız.

§ 57. Júdá tómengi basımlardaǵı gazlerdegi jıllılıq ótkizgishlik penen ishki súykelis. Endi jıllılıq ótkizgishlik hám ishki súykelis koefficientlerinin júdá tómengi temperaturalardaǵı basımnan ǵárezligin tallaymız. Dáslep jıllılıq ótkizgishlik qubılısın qaraymız.

141-súwret.

Molekulanın erkin júriw jolının uzınlıǵı plastinkalar arasındǵı d qashıqlıqtan úlken bola baslaǵanda jıllılıq ótkeriw koefficientinin shaması basımnan ǵárezli boladı.

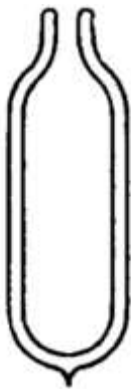


Meyli, bizin qolımızda bir birine parallel bolǵan, bir birinen d qashıqlıǵında jaylasqan jáne T_1 hám T_2 temperaturalarında uslap turılatuǵın eki A_1 hám A_2 plastinkaları berilgen bolsın (141-súwret). Plastinkalardıń arasında gaz bar, ol jıllılıq ótkizgishlik saldarınan jıllılıqtı A_1 plastinkasınan A_2 plastinkasına ótkeredi dep esaplayıq ($T_1 > T_2$). Molekulalardıń erkin júriw jolının ortasha mánisi plastinkalar arasındǵı qashıqlıq d dan kishi bolǵan jaǵdaylarda jıllılıq

ótkizgishliktin joqarıda tallanğan mexanizmi háreket etedi: tártipsiz túrde qozǵalıwdın saldarınan molekulalar qatlamnan qatlamǵa kinetikalıq energiyanı alıp ótedi. Júdá kishi basımda molekulalardıń erkin júriw jolının ortasha mánisi $\bar{\lambda}$ plastinkalar arasındaǵı qashıqlıq d dan úlken yamasa ten bolǵanda jıllılıqtın alıp beriliwi (transportı) mexanizmi basqasha: molekula temperaturası joqarı bolǵan plastinkaǵa urılǵanda onnan usı plastinkanın T_1 temperaturasına sáykes keletuǵın $\bar{w}_1$ kinetikalıq energiyaǵa iye boladı. Bul molekula soqlıǵıwsız A_2 plastinkasına jetip keledi hám ózinin sol $\bar{w}_1$ energiyasınıń bir bólimin oǵan beredi. Tap sol sıyaqlı salqınıraǵ bolǵan A_2 plastinkasında shaǵılısqan hám kishirek bolǵan $\bar{w}_2$ energiyasına iye molekula A_1 plastinkasına jetip keledi hám onnan energiyasınıń bir bólegin aladı. Basımdı bunnan da kishireytsek, onda plastinkadan plastinkaǵa energiyanı alıp baratuǵın molekulalardıń sanı n azayadı, olardıń jolları ózgerissiz qaladı, molekulalar buringıday plastinkadan plastinkaǵa shekemgi erkin qozǵalıwın dawam etedi. Solay etip basımın bunnan keyingi kemeyiwinde jıllılıq ótkizgishliktin shaması kemeyedi. En aqırında mınaday jaǵdaydın orın alatuǵınlıǵın kóremiz: *molekulalardıń erkin júriw jolının ortasha uzınlıǵının shaması jıllılıq almasıw bolıp atırǵan deneler arasındaǵı qashıqlıq d menen barabar yamasa onnan úlken bolsa, onda deneler arasındaǵı gazdın jıllılıq ótkizgishlik koefficienti basımnan ǵárezli boladı. $\bar{\lambda} > d$ tensizligi orınlanatuǵın jaǵdaylarda jıllılıq ótkizgishlik koefficientinin shaması p basımǵa tuwrı proporcional.*

Júdá tómengi basımlardaǵı gazlerdin η ishki súykelis koefficientinin basımnan ǵárezligi de tap usınday jollar menen túsindiriledi. Eger molekulalardıń erkin júriw jolının ortasha shaması $\bar{\lambda}$ arasınan gaz aǵıp turǵan betler arasındaǵı d qashıqlıq penen birdey yamasa onnan úlken bolsa, onda η ishki súykelis koefficientinin mánisi basım p dan ǵárezli bola baslaydı hám basım menen birge kemeyedi.

Joqarıda ayılǵanlardan κ menen η koefficientleri basımnan ǵárezli bolatuǵın basımın absolyut mánisi p jıllılıq yamasa qozǵalıw muǵdarı alıp beriletuǵın denelerdin arasındaǵı qashıqlıqtın shaması menen anıqlanadı eken. Mısalı, bir birine júdá jaqın jaylasqan plastinkalar bolǵan jaǵdayda olar arasındaǵı gazdın jıllılıq ótkizgishliginin shaması basım p nın júdá kishi bolmaǵan mánislerinde basımnan ǵárezli bola baslaydı. Eger sol plastinkalardı úlkenirek bolǵan d qashıqlıǵına jılistırsaq, onda jıllılıq ótkizgishliktin basımnan ǵárezli ekenligin baqlaw ushın gazdi ádewir siyrekletiw kerek boladı.



142-súwret.
Dyuar ıdısının (termosın) qurılısı.

Tómengi basımlardaǵı jıllılıq ótkizgishliktin basımnan ǵárezligin termoslardı (Dyuar ıdısların) soqqanda paydalanadı. Ádettegidey termos eki diywaldan turatuǵın shiyshe ıdıs bolıp tabıladı (142-súwret).

Diywallardıń arasındaǵı hawa usı kenisliktegi hawa molekulalardıń erkin júriw jolının uzınlıǵı diywallar arasındaǵı qashıqlıqtan ádewir kishi bolatuǵınday dárejede siyrekletilgen. Bunday jaǵdayda diywallar arasındaǵı jıllılıq ótkizgishlik usı diywallar arasında atmosferalıq basımdaǵı hawa bolǵan jaǵdayǵa salıstırǵanda kishi boladı.

Mısal sıpatında tómendegidey esaplawlardı orınlaymız. Dyuar ıdısının diywallarının arasındaǵı qashılıq $d = 0,8 \text{ sm}$. Diywallardıń arasında temperaturası 27°C bolǵan vodorod jaylastırılǵan. Vodorodtıń molekularının diametrin $\sigma = 2,3 \cdot 10^{-8} \text{ sm}$ dep esaplap, onın ushın jıllılıq ótkizgishlik koefficientinin atmosferalıq basımdaǵı jıllılıq ótkizgishlik koefficientinen kishi bolatuǵın basım p nın mánisin anıqlanız.

Vodorodtıń jıllılıq ótkizgishlik koefficientinin atmosferalıq basımdaǵı jıllılıq ótkizgishlik koefficientinen kishi bolıwı ushın vodorod molekularının erkin júriw jolının ortasha mánisi $\bar{\lambda}$ ıdístin diywalları arasındaǵı qashılıq d dan úlken bolıwı kerek, yaǵnıy

$$\bar{\lambda} > d.$$

53-paragraftaǵı (4a) formulaǵa muwapıq molekulardıń erkin júriw jolının ortasha uzınlıǵının shaması

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n_0}$$

shamasına ten. Bul anlatpada n_0 arqalı kólem birligindegi molekular sanı belgilengen. 46-paragraftaǵı (9)-formulaǵa sáykes, kólem birligindegi molekular sanı n_0 menen gazdın basımı p bılayınsha baylanısqa:

$$n_0 = \frac{p}{kT}.$$

Bul qatnasta k – Bolcman turaqlısı, al T – gazdın temperaturası. Bul mánisti $\bar{\lambda}$ ushın jazılǵan anlatpaǵa qoyıp

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$$

formulasın alamız. Bunnan $\bar{\lambda} > d$ shártı boyınsha basım p nın mınaday qatnastı qanaatlandırıwın kerek ekenligine kóz jetkeremiz:

$$p < \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 d}.$$

Bul tensizlikke joqarıda keltirilgen san mánislerin qoysaq

$$p < \frac{1,37 \cdot 10^{-16} \cdot 300}{\sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot (2,3 \cdot 10^{-8})^2 \cdot 0,8} \text{ bar} = 22,0 \text{ bar}$$

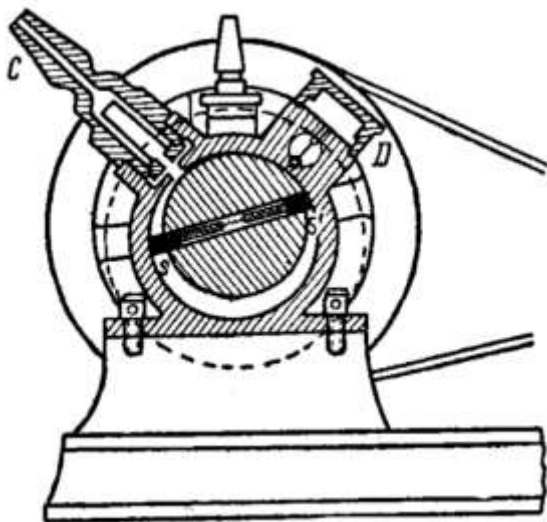
shamasına iye bolamız. Bul shamandı millimetrlerdegi sınap baǵınısının basımına ótkersek, onda basım ushın mınaday shamandı alamız:

$$p < 0,015 \text{ mm Hg}.$$

Solay etip, jıllılıq ótkizgishliktin tómén bolıwı ushın Dyuar ıdısının ishindegi qaldıq gazdın basımı $0,015 \text{ mm Hg}$ shamasınan kishi bolıwı kerek eken.

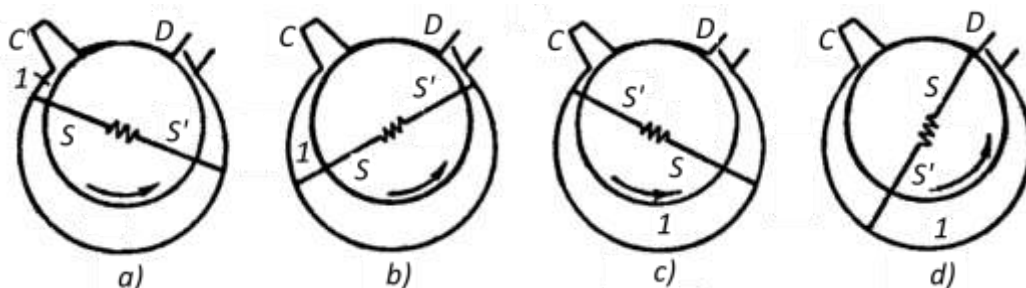
§ 58. Tómengi basımlardı alıw hám ólshew. Házirgi waqıtlardaǵı ilimde de, texnikada da tómengi basımlardı ("vakuum" degen atama qabıl etilgen) alıw úlken áhmiyetke iye. Hár qıylı elektrotexnikalıq hám radiotexnikalıq maqsetler ushın paydalanıw (elektrovakuumlı ásbaplar bolǵan kenotronlar, radiolampalar h.t.b.) vakuumlıq texnikanın rawajlanıwı ushın kúshli túrtki berdi. Qosımsha usıllar qollanılatuǵın hár qıylı túrdegi vakuumlıq nasoslar 10^{-6} mm Hg hám onnan da tómén bolǵan basımdı alıwǵa múmkinshilik beredi. Bunday basımlarda gaz molekularının erkin júriw jolının uzınlıǵı onlaǵan metrlerge jetedi.

Ápiwayı bolǵan porshenli hawa nasosı ózinin dúzilisi boyınsha eger ózinin bólimlerinin dál sáykes keletuǵınlıǵı jáne tıǵız jaylasatuǵınlıǵın esapqa almaǵanda porshenli suw nasosının dúzilisine sáykes keledi. Biraq, házirgi waqıtları porshenli nasoslar mexanikalıq kóz-qaraslar boyınsha qaraǵanda qolaysız bolǵan alǵa hám artqa júretuǵın porshenlerdin ornına párriklerdin aylanbalı qozǵalıstı menen almasırlıǵan. Usınday túrdegi nasostın kesimi 143-súwrette kórsetilgen.



143-súwret.
Vakuumluq nasos (kesimi).

Nasostın úlken massağa iye ishki korpusında ekscentrlik túrde metall cilindr jaylastırılğan. Cilindrde kesimge qoyılğan hám olardıń ortasına qoyılğan prujinanın tásirinde bir birinen iyteriletuǵın S hám S' párrikleri cilindr menen quwıslıqtın diywalı arasındaqı kenislikte eki bólimge ajratıp turadı. Nasostın háreketi 144- a, b, c, d súwretlerinen ayqın boladı. Bul súwrette cilindrді strelkanın baǵıtında burılıwdın saldarınan S hám S' párriklerinin iyelegen orınlarınan izbe-izligi kórsetilgen. a halında C nayına tutastırılğan gazi sorıp alınatuǵın ıdistan hawa 1 oblastına kelip túsedi. Cilindrdin burılıwının dawamında S párrigi (b awhalı) ótip ketedi, 1-kenislik úlkeyedi hám gaz C nayı arqalı sorıladı. Cilindrdin aylanıwının dawamında S' párrigi 1-kenislikte c nayınan (c halı) ayıradı, bunnan keyin S' párrigi (d halı) 1-kenisliktegi gazdın porciyasın D klapanı arqalı sırtqa shıǵaradı. Cilindrdin aylanıwı menen gazdın C nayı arqalı sorılıwı hám onın D klapanı arqalı sırtqa shıǵarılıwı qaytalanadı.



144-súwret. Vakuumluq nasostın islewiniń sxeması: S hám S' párrikleri hawanı C nayı arqalı sorıydı hám D klapanı arqalı iyterip shıǵaradı.

Cilindrdin aylanıwı elektromotor tárepinen ámelge asırıladı. Párriklerdin astı yamasa nasostın basqa da orınları arqalı gazdın ótpewi ushın onın barlıq bólimlerinin úzliksiz túrde maylanıwı ámelge asırıladı. Usının saldarınan nasostı *may nososı* dep ataydı. Kóp jaǵdaylarda nasostın barlıq bólimleri may banyaǵa salınadı. Usınday principte soǵılğan nasoslar 10^{-4} mm Hg basımın alıwǵa múmkinshilik beredi.

Nasos tárepinen sorıp shıǵarılatuǵın kólemdi V , al gazdın dáslepki basımın p_0 arqalı belgileyik. S párriginin birinshi ótiwinde gazi sorıp alınatuǵın ıdistan shıqqan gaz benen toltırılatuǵın ΔV oblastı payda boladı. Usının nátiyjesinde gazi sorıp alınatuǵın ıdastığı basım

$$p_1 = p_0 \frac{V}{V + \Delta V}$$

shamasına shekem kishireydi.

ΔV oblastı ekinshi ret payda bolǵanda basım

$$p_2 = p_1 \frac{V}{V + \Delta V} = p_0 \left(\frac{V}{V + \Delta V} \right)^2$$

shamasına shekem kishireydi.

Usınday tallawdı dawam etsek, ΔV oblastı n ret payda bolǵannan keyin ishindegi gazi sorıp alınıp atırǵan kólemdegi gazdin basımı

$$p_n = p_0 \left(\frac{V}{V + \Delta V} \right)^n \quad (1)$$

shamasına shekem tómenleydi.

Párriklerdin aylanıwının turaqlı sanında sorıw aktlerinin sanı n waqıtqa tuwrı proporcional. Bunnan

$$n = n_0 t$$

dep boljay alamız. n nin bul mánisin (1)-anlatpaǵa qoysaq, onda t waqıtınan keyingi gazi sorıp alınıp atırǵan ıdístın ishindegi gazdin basımı ushın mınaday anlatpanı alamız:

$$p_t = p_0 \left(\frac{V}{V + \Delta V} \right)^{n_0 t}$$

Bul anlatpanı bılayınsha kóshirip jazıwǵa boladı:

$$\frac{p_0}{p_t} = \left(1 + \frac{\Delta V}{V} \right)^{n_0 t} \quad (2)$$

anlatpaǵı iye bolamız.

Idístın ishindegi basım p_t nın kishireyiwi menen $\frac{p_0}{p_t}$ qatnasının mánisi úlkeydi hám ol nasostın xarakteristikası bolıp xızmet etedi. (2)-anlatpanı logarifmlep, mınanı alamız:

$$\lg \frac{p_0}{p_t} = n_0 t \cdot \lg \left(1 + \frac{\Delta V}{V} \right).$$

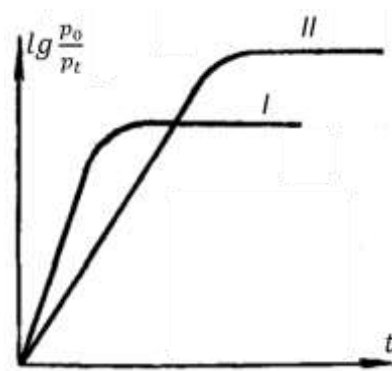
Berilgen nasos hám ishindegi gazi sorıp alınıp atırǵan ıdıs ushın $n_0, V, \Delta V$ shamaları turaqlı bolǵanlıqtan

$$\lg \frac{p_0}{p_t} = Ct \quad (3)$$

túrindegi anlatpanı jaza alamız. Bul anlatpada C arqalı turaqlı shama belgilengen.

145-súwret.

Nasostın jumıs islewiniń grafikalıq xarakteristikası.



Nasostın háreketinin xarakteristikası ushın abscissa kósherine $\lg \frac{p_0}{p_t}$ shaması, al ordinata kósherine waqıt t qoyılatuǵın grafikten paydalangan qolaylı. $\lg \frac{p_0}{p_t}$ shamasının waqıt t dan gárezligine grafikte tuwrı sıziq sáykes keledi. Biraq, haqıyqatında, zıyanlı kenisliklerdin bar bolıwı, klapanlardın ideal túrde islemewinin saldarınan nasoslar sheksiz úlken bolǵan siyrekiswıdi bere almaydı. Hár bir nasos ushın onnan tómengi siyrekiswıdi bere almaytuǵın bazı bir p_{min} minimallıq siyrekisw orın aladı. Sonlıqtan $\lg \frac{p_0}{p_t}$ shamasının waqıt t dan gárezliginin grafigi tek p_t nın p_{min} basımınan úlken bolǵan mánislerinde ǵana tuwrı sıziq alınıadı (145-súwret). p_t shamasının mánisi p_{min} shamasının mánisine jaqınlasqanda nasos kem-kemnen ástelik penen sorıy baslaydı. Sonlıqtan haqıyqiy nasoslarda $\lg \frac{p_0}{p_t}$ shamasının t dan gárezligi úlken t larda abscissa kósherine parallel bolǵan tuwrı menen súwretlenedi. Hár qıylı nasoslardıń jumısların salıstırıw ushın hawası sorıp alınıatuǵın ıdıslardıń kólemlerin birdey etip alıw kerek. Bunday jaǵdayda berilgen nasostın jumısınan tezligi C turaqlısının mánisi menen beriledi. 145-súwrette keltirilgen iymeklikler hár qıylı bolǵan eki nasosqa tiyisli. Bul iymekliklerdi sıziwdın usılınan I iymekliginin tezirek

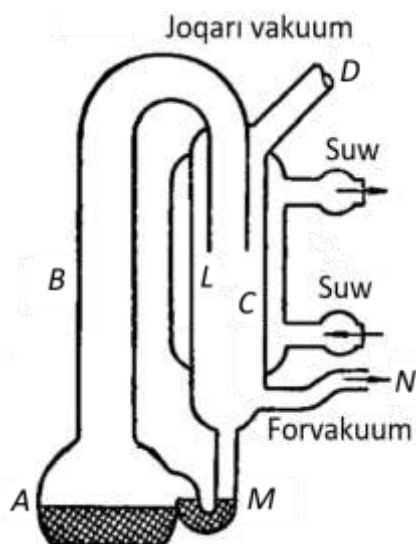
soriytuǵın, biraq joqarı vakuum payda ete almaytuǵın nasosqa tiyisli ekenligin anǵarıwǵa boladı. *II* iymeklik bolsa ádewir jaqsı vakuum payda ete alatuǵın, biraq ástelik penen soriytuǵın nasosqa tiyisli.

Ishinen hawası sorıp alınatuǵın ıdıs nasos penen nay arqalı tutastırılǵan bolsa, onda soriwdın tezligi naydın ólshemlerinen, atap aytqanda onın diametri menen uzınlıǵınan da ǵárezli boladı. Jinishke jáne uzın bolǵan naylar soriwdın tezligin joqarı dárejede kemeyte aladı. Úlken basımlarda gaz nay arqalı jabısqaq suyıqlıqlarday bolıp aǵatuǵın jaǵdaylarda aǵıp ótetuǵın gazdin kólemi Puzeyl formulasının járdeminde anıqlanadı (42-paragraf). Bul formula boyınsha aǵıp ótetuǵın kólem naydın diametrinin tórtinshi dárejesine tuwrı proporcional, al naydın uzınlıǵına keri proporcional. Molekulalardıń erkin júriw jolının ortasha uzınlıǵı bolǵan $\bar{\lambda}$ nin shaması naydın diametri menen uzınlıǵına barabar bolǵanda (bul tómengi basımlarda orın aladı) Puazeyl formulasın paydalanıwǵa bolmaydı. Bunday jaǵdayda diametri d hám uzınlıǵı l bolǵan nay arqalı waqıt birliginde aǵıp ótetuǵın gazdin massası ΔM mınaday formulanın járdeminde anıqlanadı:

$$\Delta M = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2\pi}{R}} \cdot \frac{d^3}{l} \sqrt{\frac{\mu}{T}} \Delta p \quad (4)$$

formulasının járdeminde beriledi. Bul formulada R arqalı gaz turaqlısı, μ arqalı mollik salmaq, T arqalı gazdin absolyut temperaturası belgilengen.

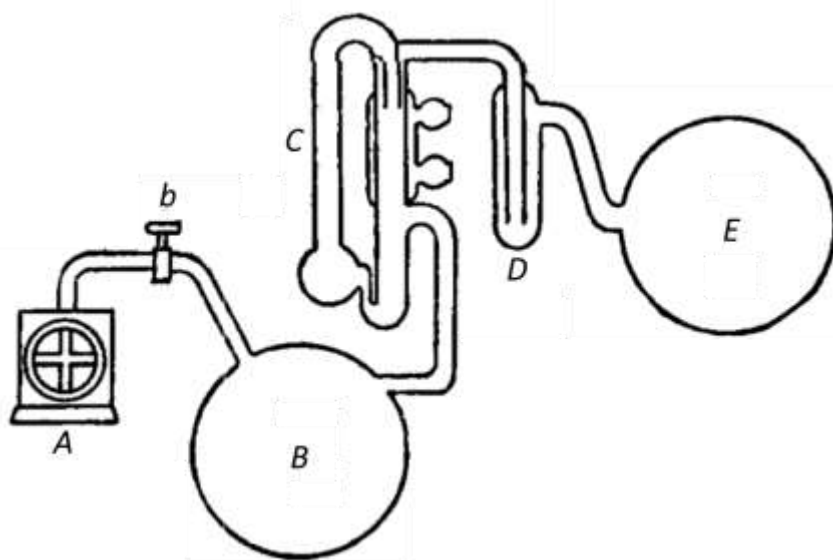
Kórinip turǵanıday, bul jaǵdayda da nay arqalı aǵıp ótetuǵın gazdin muǵdarı naydın diametrinen kúshli ǵárezli eken. Sonlıqtan, barlıq waqıtta da múmkin bolǵanınsha ken hám qısqa naylardan paydalanıw kerek boladı.



146-súwret.

En ápiway diffuziyalıq nasostın sxeması.

Házirgi waqıtları ádewir tómén bolǵan basımlardı alıw ushın *diffuziyalıq* yamasa geyde *kondensaciyalıq nasoslar* dep atalatuǵın nasoslar paydalanıladı. Bul nasoslar ıdıslardan basımı atmosferalıq basımnan baslanatuǵın gazlerdi sorıw uqıplıǵına iye emes, biraq basımlardıń qosımsha ayırmasın bere aladı. Sonlıqtan olardı joqarıda táriyiplengen maylı nasoslar menen birgelikte paydalanadı. May nasosı dáslep aldın-ala siyreksiwdi beredi (*forvakuum*), al bul keyin diffuziyalıq nasostın járdeminde jaqsılanadı. Sınaplı diffuziyalıq nasostın ápiwayı tipi 146-súwrette kórsetilgen. *A* ıdısına quyılǵan sınap elektr qızdırǵışının járdeminde qızdırıladı. Sınaptın puwları *B* nayı menen kóterilip, *L* soplosınan úlken tezlik penen shıǵadı. Bunnan keyin sınap puwları suw menen salqınlatılatuǵın *C* diywalında kondensaciyalanadı hám *M* nayı arqalı qaytadan *A* ıdısına aǵadı. *L* soplosınan qısılıp shıqqan sınap puwlarınan aǵısı ózi menen gazdin molekulaların alıp ketedi, bul molekulalar sorıp alınatuǵın ıdıstan *D* nayı arqalı keledi hám bunnan keyin forvakuumlıq nasos penen *N* nayı arqalı sorıp alınadı.



147-súwret.
Forvakuumlıq nasostı
diffuziyalıq nasos penen
tutastırıwdın sxeması.

Joqarıda kórsetilgen sınap tın kondensaciyalanatuǵın puwlarınan aǵısı menen birgelikte gazdın molekularının alıp ketiliwi principi házirgi waqıtları hár qıylı variantlarda paydalanıladı; shaysheden hám metallardan soǵılǵan diffuziyalıq nasoslardıń kóp sanlı konstrukciyaları bar. Kóp basqıshlı nasoslar júdá jıy qollanıladı, bunday nasoslarda bir neshe soplolar birinen son biri izbe-iz jaylasadı. Bunday kóp basqıshlı diffuziyalıq nasoslar jaqsı vakuumdı beredi hám jaman forvakuumda isley aladı.

Sonǵı waqıtları diffuziyalıq nasoslarda sınap tı qıyın ushatuǵın organikalıq sıyıqlıqlar menen almasıratuǵın boldı (nefttin awır pogonları hám basqa da sıyıqlıqlar menen); usınday nasoslardı puwlı-maylı nasoslar dep ataydı.

Diffuziyalıq sınaplı nasoslardıń mınaday kemshiligi bar: gazi sorıp alınatuǵın ıdısqı sınap tın puwları kelip jetedi. Ójire temperaturalarındaǵı sınap tın toyıǵan puwlarınan basımı (20°C) $0,00131 \text{ mm Hg}$ shamasına ten. Sonlıqtan sınaplı diffuziyalıq nasoslardıń ózleri $0,0013 \text{ mm Hg}$ basımnan kishi basımda payda ete almaydı. Bul kemshilikten qutılıw ushın diffuziyalıq sınaplı nasos penen sorıp alınatuǵın ıdıstın arasına tutastıratuǵın sıyıq azot penen salqınlatılátuǵın arnawlı túrde iyilgen nay paydalanıladı ("sınap tutqısh" yamasa "sınaplı lovushka"). Sıyıq azot tın qaynaw temperaturasında (-184°C) sınap qattı halda turadı hám onın toyıǵan puwlarınan serpimligi oǵada kishi.

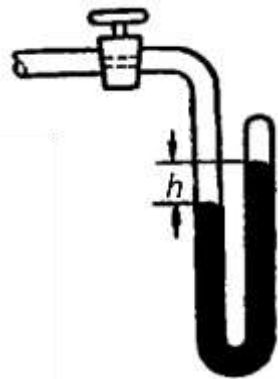
Agregattın barlıǵı 147-súwrette kórsetilgen: *A* – elektrodivigatel menen háreketke keltiriletuǵın maylı forvakuumlıq nasos, *C* – diffuziyalıq nasos, *D* – sınap tı tutqısh, *E* – hawası sorıp alınatuǵın ıdısqı. *B* forvakuumlıq ballon bolıp tabıladı; onı *A* may nasosının úziksiz túrdegi islewinen qutılıw ushın paydalanadı. *A* may nasosı *B* ballonda jetkilikli dárejedegi forvakuum payda etkennen keyin, *b* kranın jabıwǵa hám *A* nasosın toqtatıwǵa boladı; bunday jaǵdayda diffuziyalıq nasos *E* ıdısqınan gazdı *B* forvakuumlıq ballonǵa sorıyadı.

Puwlı-maylı nasoslardıń sıyıq azot penen tutqıshsız (lovushkasız), hátte suw menen salqınlatıwsız islewi múmkin. Sebebi olarda paydalanılátuǵın sıyıqlıqlardıń ójire temperaturalarındaǵı toyıǵan puwlarınan serpimligi sol temperaturalardaǵı sınap tın puwlarınan serpimliginen ádewir tómén.

Vakuumlıq texnika menen baylanıslı bolǵan ekinshi másele – tómengi basımlardı ólshew máselesi bolıp tabıladı. Ádette U-tárizli sınaplı manometr (148-súwret) sınap baǵanasının millimetrinin bir neshe bóleginen tómengi basımda ólshew almaydı.

Laboratoriyalıq praktikada tóménirek basımlardı ólshew ushın *Mak-Leod manometrinen* paydalanadı (149-súwret). Manometrdin ushı *D* basımı ólshenetuǵın ıdısqı penen tutastırıladı. Meyli, ólshenetuǵın basım p ǵa ten bolsın. Bunday jaǵdayda p basımındaǵı gaz manometrdin

barlıq bólimin, sonın ishinde E ıdısın da toltıradı. Manometrdin basqa bólimi menen rezina nay menen tutasqan A ıdısın kótergende sınap kóteriledi hám E rezervuarın hám B kapillyarın basımı ólshenip atırǵan ıdıstan ayıradı. Bunnan keyin sınap B kapillyarındaǵı belgili bolǵan orıńǵa jetemen degenshe jáne de joqarı kóteriledi. Meyli, B kapillyarının sınapın betinin ústindegi kólem ΔV shamasına ten bolsın.



148-súwret.
Sınaplı manometr.

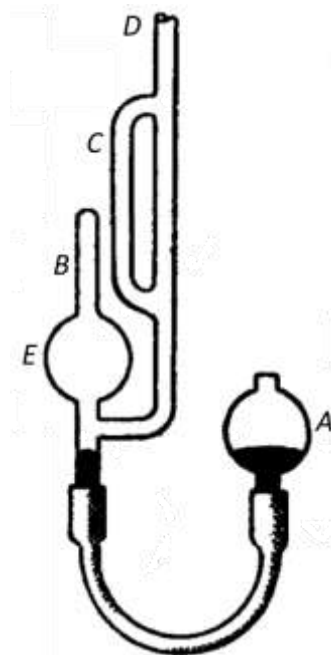
E ıdısının B kapillyar menen birgeliktegi kólemin V arqalı belgileyemiz. Bunday jaǵdayda burın p basımının astında turǵan gaz

$$p' = p \frac{V}{\Delta V}$$

basımına shekem qısılǵan boladı. Jetkilikli dárejede úlken $\frac{V}{\Delta V}$ shamasında p' shaması dáslepki basım bolǵan p shamasınan ádewir úlken hám onın mánisi B hám C kapillyarlarındaǵı sınapın qáddilerinin ayırması boyınsha ólshewge boladı. p' basımın ólshew hám $\frac{V}{\Delta V}$ qatnasının san mánisin bilip, ólshenetuǵın p basımının mánisin tabamız.

Júdá tómengi basımlardı, sonın menen birge ansat kondensirlenetuǵın puwlardın basımın ólshew ushın Mak-Leod manometri jaramaydı. Júdá tómen bolǵan basımlardı ólshew ushın basqa hár túrli manometrler paydalanıladı. Mısal retinde jıllılıq manometrin kórsetiwge boladı. Onın jumıs islew principi mınaday: júdá tómengi basımlarda gazlerdin jıllılıq ótkizgishligi basımnan ǵárezli hám ámeliy jaqtan sıızqlı túrdegi ǵárezlikke iye (57-paragrafqa qaranız). Jıllılıq manometri kolbadan turadı, kolbanın ishinde toq penen qızatuǵın metall sabaq ótkerilgen. Toqtın berilgen kúshinde sabaq belgili temperaturaǵa shekem qızadı, al temperaturanın mánisi onın jıllılıqtı beriwshiliginen ǵárezli. Al usı jıllılıq bergishliktin mánisi bolsa tómengi basımlarda qorshaǵan gazdin basımnan ǵárezli. Solay etip, sabaqtın temperaturası qorshaǵan ortalıqtın basımın ólshew ushın xızmet etedi. Sabaqtın temperaturası bolsa onın qarsılıǵı boyınsha ólshenedi.

149-súwret.
Mak-Leod manometri.



§ 59. Júdá tómengi basımlardağı gazlerdin qásiyetleri. Molekulalardın erkin júriw jolının ortasha uzınlığı $\bar{\lambda}$ nin shaması gaz jaylasqan ıdístın ólshemleri menen barabar bolatuǵında tómengi basımlarda gazlerdin qásiyetleri úlken basımlardağı qásiyetlerinen ayırmaǵa iye boladı. Gazdin usınday halı *ultrasiyrekletilgen hal* dep ataladı. Ultrasiyrekletilgen halda úlken basımlardağı halǵa salıstırǵanda gazdin molekulalıq-kinetikalıq tábiyatı tikkeley kórinedi.

Kelte hám tuwrı a nayı menen baylanıstırılǵan A hám B ıdısların qaraymız (150-súwret).

Ádettegi sharayatlarda qatnas ıdıslarındağı gazdin basımı birdey; ıdıslardın T_1 hám T_2 temperaturaları hár qıylı bolǵanda da ıdıslardın basımları birdey boladı.

Molekulalardın erkin júriw jolının uzınlığı a nayının uzınlıǵınan úlken bolatuǵın ultrasiyreklesken halda molekulalar soqlıǵıswsız barlıq nay arqalı ótedi. Biz házir usınday jaǵdayda eki ıdistağı p_1 hám p_2 basımlarının hár qıylı bolatuǵınlıǵın kórsetemiz. Ten salmaqlıq halının mánisi mınadan ibarat: a nayı arqalı A ıdısların B ıdıslarına ótip atırǵan molekulalardın sanı keri baǵıtta B ıdısların A ıdıslarına ótip atırǵan molekulalardın sanına ten bolıwı kerek. Ultrasiyreksegen halda nay arqalı uship ótip atırǵan molekulalardın sanı molekulalardın kólem birligindegi sanına hám olardıń ortasha tezligi $\bar{v}$ ǵa proporcional. Bunnan, ten salmaqlıq halı ushın mınaday tenlikke iye bolamız:

$$n_{01}\bar{v}_1 = n_{02}\bar{v}_2. \quad (2)$$

Bul tenlikte n_{01} arqalı A ıdısların kólem birligindegi molekulalar sanı, n_{02} arqalı B ıdısların kólem birligindegi molekulalar sanı, $\bar{v}_1$ hám $\bar{v}_2$ arqalı sáykes A hám B ıdıslarındağı gaz molekulalarının ortasha tezlikleri belgilengen. $n_0 = \frac{p}{kT}$ tenligi orınlı bolǵanlıqtan (1)-tenlikti bılayınsha jazı alamız:

$$\frac{p_1}{kT_1} \cdot \bar{v}_1 = \frac{p_2}{kT_2} \bar{v}_2.$$

En aqırında, $\bar{v}_1$ menen $\bar{v}_2$ tezliklerinin sáykes $\sqrt{T_1}$ hám $\sqrt{T_2}$ shamalarına proporcional ekenligin esapqa alsaq ten salmaqlıq halı bılayınsha jazıladı:

$$\frac{p_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{p_2}{\sqrt{T_2}}.$$

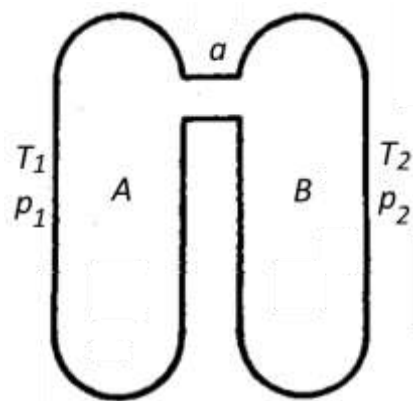
Bunnan

$$p_2 = p_1 \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad (3)$$

formulasına iye bolamız.

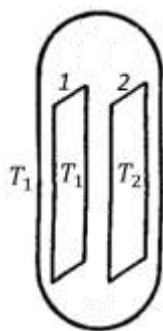
150-súwret.

Hár qıylı bolğan T_1 hám T_2 temperaturalarındaǵı ultrasiyrekletiw sharayatında A hám B ıdılarında hár qıylı bolğan p_1 hám p_2 basımları orıaydı.



Solay etip, gazlerdin ultrasiyrekletilgen ten salmaqlıq halında temperaturaları hár qıylı bolğan eki qatnas ıdılarındaǵı basımlar bir birine ten bolmaydı eken. Gazlerdin tıǵızlıǵı úlken bolǵanda gaz molekularının aǵısının esabınan qatnas ıdılarındaǵı úlken basım orın alǵan ıdıdaǵı basım kishi basım orın alǵan basım menen tenlesedi.

Ultrasiyrek gaz ushın tán bolğan jáne bir qubılıstı qaraymız. Meyli, ıdıda bir birine parallel bolğan eki 1 hám 2 plastinkaları jaylasqan bolsın (151-súwret). 1 plastinkasının temperaturası ıdıtın diywalınnı temperaturası T_1 ge ten. 2 plastinkasının temperaturasını T_2 arqalı belgileyik. Ultrasiyreletilgen halda molekular erkin ushadı hám bir biri menen soqlıǵıspaydı.



151-súwret.

Absolyut manometrdin sxeması.

1 hám 2 plastinkaların arasındaǵı gazdı qaraymız. Molekular bir biri menen soqlıǵıspaytuǵın bolǵanlıqtan, olar arasında energiyanın almasıw orın almaydı. Energiya almasıw temperaturaları T_1 menen T_2 shamarına ten 1 hám 2 plastinkaları menen soqlıǵıswdın saldarınan ǵana júzege keledi. Sonlıqtan, plastinkalar arasındaǵı gazdı T_1 temperaturaǵa sáykes keletuǵın ortasha $\bar{v}_1''$ tezligine jáne T_2 temperaturaǵa sáykes keletuǵın $\bar{v}_2''$ ortasha tezligine iye bolğan eki gazdin aralaspasınan turadı dep esaplawǵa boladı. Molekulalardıń bul eki gruppaları ushın kólem birligindegi molekular sanın sáykes n_0' hám n_0'' arqalı belgileyimiz.

Plastinkalardıń arasındaǵı gaz tárepinen 1 plastinkasına túsiriletuǵın p' basım molekulardıń eki gruppası tárepinen túsiriletuǵın basımlardıń qosındısına ten:

$$p' = \frac{1}{3} n_0' m \bar{v}_1'^2 + \frac{1}{3} n_0'' m \bar{v}_1''^2. \quad (3)$$

Bul tenlikte m arqalı molekulardıń massası belgilengen.

Idıdaǵı plastinkalardıń sırtındaǵı kólem birligindegi molekulardıń sanın n_0 arqalı belgileyimiz. Bul molekulardıń tezligi $\bar{v}_1'$ shamasına ten, sebebi diywalınnı maydanı plastinkalardıń maydanınan ádewir úlken bolğan ıdıtın temperaturası birinshi plastinkanın temperaturası menen birdey. Usı molekulardıń 1-plastinkaǵa túsiretuǵın basım

$$p = \frac{1}{3} n_0 m \bar{v}_1'^2 \quad (4)$$

shamasına ten.

Ultrasiyreklestirilgen jaǵdaydaǵı ten salmaqlıq halının mánisi qanday da bir maydan arqalı bir hám oǵan qarama-qarsı baǵıtlarda qozǵalatuǵın molekulardıń sanlarınan ten bolatuǵınlıǵınan ibarat.

Sonlıqtan 1- hám 2-plastinkalar arasındaǵı kenislikte

$$n'_0 \bar{v}' = n''_0 \bar{v}'' \quad (5)$$

shártinin orınlanıwı kerek.

Bunnan keyin plastinkalar arasındaǵı kólemnin qaptal betlerin qaraymız. Bul bettin qanday da bir maydanı arqalı ishki kólemnin $\bar{v}'$ hám $\bar{v}''$ tezlikke iye bolǵan molekular ushıp ótedi; kólemnin ishine tezlikleri $\bar{v}'$ bolǵan molekular ǵana qaytadı. Olardıń kólem birligindegi sanı n_0 ge ten. Demek 1 hám 2 plastinkaları arasındaǵı gaz benen ıdístın ishindegi plastinkalardıń sırtında jaylasqan gaz arasındaǵı ten salmaqlıq shártinen:

$$n'_0 \bar{v}' + n''_0 \bar{v}'' = n_0 \bar{v}' \quad (6)$$

tenligine iye bolamız.

(5)- hám (6)-shártlerden

$$n'_0 \bar{v}' = n''_0 \bar{v}'' = \frac{1}{2} n_0 \bar{v}'$$

tenliklerinin orınlanatuǵınlıǵına kóz jetkeremiz. Bunnan keyin (3)-anlatpanı bılayınsha kóshirip jazıwǵa boladı

$$p' = \frac{1}{6} n_0 m \bar{v}' (\bar{v}' + \bar{v}'')$$

yamasa

$$p' = \frac{1}{6} n_0 m \bar{v}'^2 \left(1 + \frac{\bar{v}''}{\bar{v}'} \right).$$

(4)-formulanı paydalanıp hám

$$\frac{\bar{v}''}{\bar{v}'} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

tenliginin orınlı ekenligin anǵarıp

$$p' = \frac{p}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \right)$$

formulasına iye bolamız.

Bunnan 1-plastinkaǵa túsetuǵın basımlar ayırmasınan mına formulanın járdeminde anıqlanatuǵınlıǵına kóz jetkeremiz:

$$\Delta p = p' - p = \frac{p}{2} \left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - 1 \right) \quad (7)$$

(7)-formula mınaday jaǵdaydın orın alatuǵınlıǵın kórsetedi: eger $T_2 > T_1$ shárti orınlanatuǵın bolsa, onda 1-plastinka 2-plastinka tárepinen iyterew kúshin sezedi, $T_2 < T_1$ bolǵan jaǵdayda eki plastinka arasında tartısıw kúshi payda boladı. Bul kúshin san mánisi ıdístıǵı gazdın basımı p ǵa proporcional. Usı qubılısqa tiykarlanǵan halda ultrasiyrekletilgen halda basımınan absolyut mánisi p nı anıqlaytuǵın manometrdi soǵıwǵa boladı. Principinde, usınday manometrdin dúzilisi 151-súwrette keltirilgen sxemaǵa sáykes keledi. 1-plastinkanı qozǵalatuǵın etip isleydi; oǵan tásir etetuǵın kúshin shamasın onın awısıw múyeshi boyınsha anıqlaydı. Usı kúsh jáne T_1 hám T_2 temperaturalarınan mánisleri boyınsha p basımınan mánisi esaplanadı.

§ 60. Haqıyqiy gazler. Van-der-Vaals tenlemesi. 46-paragrafta qarap ótilgen gazdın molekualıq-kinetikalıq modeli gazdi serpimli sharlarǵa usaytuǵın tártipsiz qozǵalatuǵın molekularınan turadı dep esaplaydı. Molekular arasındaǵı kúshler olar soqlıǵısqan momentte ǵana tásir etedi. Qala berse bul kúshler iyteriliske alıp keletuǵın serpimli kúshler bolıp tabıladı. Molekularınan ólshemleri olardıń arasındaǵı ortasha qashıqlıqtan júdá úlken dep esaplanadı. Sonlıqtan molekularınan sızıqlı ólshemleri esapqa alınbaydı. Bunday model ideal gazge, yaǵnıy Boyle-Mariott hám Gey-Lyussak nızamlarına baǵınatuǵın gazge sáykes keledi. Biraq, joqarıda aytılıp ótilgenindey, haqıyqiy gazler bul nızamlarǵa tek juwıq túrde baǵınadı. Úlken basımlarda gazlerdin barlıǵının Boyle-Mariott nızamına baǵınbaytuǵınlıǵın ayqın túrde kórinedi.

Molekularardı shar tárizli formaǵa iye dep esaplap, onın radiusı ushın 10^{-8} sm shamasın qabıl etiwimiz kerek. Bunnan bir molekulanın kólemi ushın

$$v = \frac{4}{3}\pi r^3 \cong 4 \cdot 10^{-24} \text{ sm}^3$$

shamasın alamız. Ádettegidey sharayatlar da 1 sm^3 gazde $n_0 \cong 3 \cdot 10^{19}$ dana molekula boladı. Bunnan 1 sm^3 kólemdegi molekulalardıń menshikli kólemi $V' = vn_0 \cong 10^{-4} \text{ sm}^3$ shamasına ten. YAǵnıy gazdın basımı 1 at, al temperaturası 0°C bolǵan jaǵdayda gazdın kóleminin on mınnan bir úlesi ǵana molekulalardıń menshikli kólemine sáykes keledi eken. Boyle-Mariott nızamı boyınsha 5000 at basımda kólemi dáslep 1 sm^3 bolǵan gazdın kólemi $2 \cdot 10^{-4} \text{ sm}^3$ shamasına shekem kemeyedi. Bunday jaǵdayda bul kólemnin yarımı molekulalardıń menshikli kólemine ten. Álbette, bunday jaǵdayda gazdın biz paydalǵan modeli jaramsız modelge aylanadı hám haqıyqıy gazlerdin qásiyetlerinin Boyle-Mariott nızamına sáykes kelmewi túsinikli. Solay etip, haqıyqıy gazlerdin qásiyetlerinin ideal gazlerdin qásiyetlerine sáykes kelmewi, birinshiden, molekulalardıń menshikli kólemlerinin bar bolıwı menen baylanıslı. Ekinshiden, molekulalar arasındǵı óz-ara tásirlesiw kúshlerinin xarakterı serpimli sharlardın óz-ara tásirlesiw kúshlerine salıstırǵanda ádewir quramalı. Bul sebeplerdin ekewi de Van-der-Vaals tárepinen esapqa alındı. Birinshi sebep – molekulalardıń menshikli ólshemleri. Usı ólshemlerdin bar bolıwının saldarınan molekulalar ıdístin ishinde noqatlıq bólekshelerge salıstırǵanda kemirek erkinlik penen qozǵaladı. Molekulalardıń erkin qozǵalıwı ushın berilgen kólemnin shaması ıdístin geometriyalıq kólemi bolǵan V shamasınan bazı bir b shamasına kem. Molekulalardıń menshikli kólemi menen baylanıslı bolǵan b shamasın gazdın berilgen muǵdarı ushın turaqlı shama dep esaplawǵa boladı; sonlıqtan hal tenlemesindegi V kólemin $V - b$ shaması menen almasıwıw kerek.

Ideal gazdın bir moli ushın

$$pV_0 = RT \quad (1)$$

tenlemesi orınlı.

Joqarıda aytılganday, molekulalardıń menshikli kólemlerinin tutqan ornın esapqa alǵanda V_0 shamasın $V_0 - b$ shaması menen almasıwıw kerek boladı:

$$p(V_0 - b) = RT. \quad (2)$$

(1)-tenlemeden $p \rightarrow \infty$ bolǵan jaǵdayda, yaǵnıy gazdi sheksiz qısqanda onın kólemi nolge umtılwıwı kerek. Biraq, bunday jaǵdaydın orın alıwı múmkin emes: gazdın qısılwıwı molekulalardıń arasındǵı erkin kenisliktin kishireyiwinin esabınan júzege keledi. Demek, júdá joqarı basımlarda gazdın qısılwıwshılıǵının mánisi júdá kishireydi. (2)-formula boyınsha $p \rightarrow \infty$ sheginde gazdın kólemi $V \rightarrow b$ shamasına umtıladı. Solay etip b shaması júdá úlken basımlarda gazdın kólemi V umtılatuǵın shama bolıp tabıladı; onın mánisi bir moldın quramına kiretuǵın molekulalardı tıǵız etip jaylastırǵan jaǵdayda payda bolatuǵın kólemge ten.

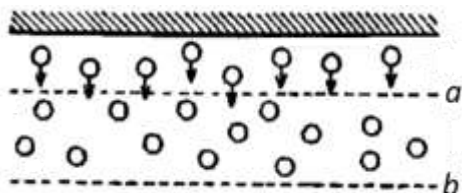
Ekinshi sebep – molekulalardıń arasındǵı óz-ara tásir etisiw kúshlerinin bar ekenligi. Molekulalar bir birinen bazı bir qashıqlıqta turǵanda bir birine tartıadı. Molekulalar arasındǵı qashıqlıqlar júdá kishi bolǵanda (soqlıǵısıw momentinde) bul tartısw kúshleri intensivlierek bolǵan iyterilis kúshleri menen almasıadı. Molekulaların arasındǵı tartısw kúshlerinin bar bolıwının sebebinen gaz Boyle-Mariott nızamı boyınsha alınatuǵın V kólemnen kishirek kólemde iyeleydi. Bul gazdın Boyle-Mariott nızamı boyınsha kelip shıǵatuǵın basımnan úlkenirek bolǵan p' basımının astında turatuǵınlıǵına sáykes keledi. Usının nátiyjesinde (2)-anlatpadaǵı sırtqı p basımı $p' = p + p_i$ basımı menen almasıwıwıw kerek. Bunnan biz mınaday tenlikti alamız:

$$(p + p_i)(V_0 - b) = RT. \quad (3)$$

p_i basımın *gazdın ishki basımı* dep ataydı.

Molekulalar arasındǵı joqarıda keltirilgen tartılıs kúshlerinin kólemnin ishinde hám ıdístin diywallarının qasında jaylasqan molekulalar ushın tutqan ornı hár qıylı. Molekulalardıń arasındǵı tartılıs kúshleri qashıqlıqqa baylanıslı iyterilis kúshlerine salıstırǵanda ástelik penen kemeyetuǵın bolsa da, usı iyterilis kúshleri tek júdá úlken emes qashıqlıqlarda júzege keledi. Sonlıqtan gazde hár bir molekulaǵa tek jaqın jaylasqan molekulalar tárepinen ǵana tartısw kúshleri tásir etedi. Gazdın ishinde hár bir molekula barlıq tárepten basqa molekulalar menen qorshalǵan hám oǵan

tásir etetuǵın tartılıs kúshleri ortasha bir birin kompensaciyalaydı. Diywaldın qasında bolsa (152-súwret) gazdın molekulaları basqasha sharayatlarda turadı: olardı diywaldan qashıǵıraq jaylasqan molekulalar ǵana tartadı. Ulıwma aytqanda ıdístin diywalının qasında jaylasqan gaz molekulalarının sol diywal soǵılǵan zattın molekulaları menen de tásirlesiwı kerek. Biraq, temperaturalıq ten salmaqlıqta hám molekulalardı diywalǵa jabısıp qalıwı orın almaytuǵın jaǵdaylarda diywal tárepten ushıp shıǵatuǵın molekulanın ortasha energiyası diywalǵa ushıp keletuǵın molekulalardı ortasha energiyasına ten boladı. Sonlıqtan, qubılıs molekulalardı ıdístin diywalına soqlıǵıswı serpimli bolatuǵınday bolıp ótedi. Bunnan diywaldın tásirin esapqa alıwdın keregi joq ekenligi kelip shıǵadı.



152-súwret.

Gaz molekulalarının bir biri menen tásirlesiwı.

Molekulalardı arasındaǵı tartısw kúshlerinin mánisin tez kemeyetuǵınlıǵın názerde tutıp, diywaldın qasında turǵan molekulalarǵa olardan r den úlken emes qashıqlıqlarda jaylasqan molekulalar, yaǵnıy ab qatamının ishinde jaylasqan molekulalar tásir etedi dep esaplawǵa boladı (152-súwret). Usı qatlamnı ishindegi molekulalardı sanı kólem birligindegi molekulalardı sanı n_0 ge proporcional. Solay etip, molekulalardı diywaldan tartıwshı kúshlerdin tási n_0 ge proporcional. Usın menen birge diywalǵa kelip urılatuǵın molekulalardı sanı da n_0 ge proporcional. Nátiyjede, diywalǵa jaqın jaylasqan molekulalǵa tásir etetuǵın *gazdın ishine baǵıtlanǵan* kúshin shaması n_0^2 shamasına proporcional boladı. Maydan birligine sáykes keletuǵın bul kúsh ishki basım p nın shamasın anıqlaydı.

Ishki basım p_i din shaması bir biri menen tásirlesetuǵın molekulanın tábiyatınan da ǵárezli. Bunnan

$$p_i = a' n_0^2$$

formulasına iye bolamız. Bul formulada a' arqalı molekulanın sortınan ǵárezli bolǵan turaqlı shama belgilengen. $n_0 = N_A/V_0$ tenligi orınlı bolǵanlıqtan (N_A – Avagadro sanı, V_0 – gazdın bir molın kólemi), p_i ushın jazılǵan anlatpanı bilayınsha kóshirip jazıwǵa boladı:

$$p_i = \frac{a' N_A^2}{V_0^2}.$$

Eger $a = a' N_A^2$ belgilewin qabıl etsek, onda

$$p_i = \frac{a}{V_0^2} \quad (4)$$

anlatpasına iye bolamız.

Ishki basım ushın (4)-anlatpanı (3)-anlatpaǵa qoysaq, onda gazdın bir moli ushın Van-der-Vaals tenlemesin alamız:

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2} \right) (V_0 - b) = RT. \quad (5)$$

Van-der-Vaalstin a hám b dúzetiwleri berilgen gaz ushın ádewir joqarı dárejede dál bolıp tabıladı. Hár qıylı gazler ushın olardı mánisleri hár qıylı; olardı san mánisleri empirikalıq maǵlıwmatlardan alınadı. Van-der-Vaals tenlemesindegi R burınǵıday gaz turaqlısı bolıp tabıladı.

Júdá úlken bolǵan molekulalıq kólemlerde b dúzetiw V_0 din mánisine salıstırǵanda esapqa almawǵa boladı. Tap sol sıyaqlı, $\frac{a}{V_0^2}$ shamasın da p ǵa salıstırǵanda esapqa almawǵa boladı. Bunday jaǵdayda Van-der-Vaals tenlemesi (1)-tenlemege ótedi.

VIII keste. 1 I azot ushın 0°C temperaturadaǵı empirikalıq maǵlıwmatlar menen Van-der-Vaals formulası boyınsha alınǵan maǵlıwmatlar menen salıstırıw

Basım p , at larda.	pV , at·l larde.	$\left(p + \frac{a'}{V_0^2}\right)(V_0 - b')$, at·l larde.
1	1,0000	1,000
100	0,9941	1,000
200	1,0483	1,009
500	1,3900	1,014
1000	2,0685	0,893

Solay etip, Mendeleev-Klapeyron formulasının juwıq xarakterge iye ekenligi dárhál ayqın boladı eken: bul formula tek kishi p basımlarda (úlken V_0 larda) haqıyqatlıqqa jaqın keledi. Úlken p basımlarda a hám b dúzetiwlerinin tutqan ornına dıqqat awdarıw, yaǵnıy (5)- Van-der-Vaals formulasın paydalanıw gerek.

Van-der-Vaals tenlemesi de absolyut dál emes, biraq ol Mendeleev-Klapeyron tenlemesine salıstırǵanda haqıyqatlıqqa en sáykes keletuǵın jaqınlasıw bolıp tabıladı. VIII keste de azot ushın 1000 at basımǵa shekemgi basımlardaǵı Mendeleev-Klapeyron hám Van-der-Vaals formulaları beretuǵın maǵlıwmatlardı salıstırıwdın nátiyjeleri keltirilgen.

Eger azot ideal gazdin tenlemesine dál baǵınatuǵın bolǵanda, onda basım p nın barlıq mánislerinde berilgen T temperaturada onın eksperimentlerde ólshengen basımı p menen kólemi V nın kóbeymesi turaqlı bolıp qalǵan bolar edi. 44-paragrafta atap ótilgenindey, pV kóbeymesi turaqlı bolıp qalmaydı hám 44-paragraftaǵı II kestenin úshinshi baǵanasında keltirilgen hám VIII keste de jáne bir ret keltirilgen mánislerdi qabıl etedi. Úlken basımlarda azot Boyl-Mariott nızamı boyınsha alınǵan maǵlıwmatlarǵa salıstırǵanda kemirek qısılıwshılıq qásiyetine iye. 1000 at basımda azottın haqıyqıy kólemi ideal gaz halının tenlemesi boyınsha alınǵan shamadan eki ese úlken.

VIII kestenin úshinshi baǵanasında sol azot ushın 0°C temperaturadaǵı V nın empirikalıq mánisleri qoyılǵan

$$\left(p + \frac{a'}{V_0^2}\right)(V_0 - b')$$

kóbeymesinin mánisleri keltirilgen. a' penen b' shamaları azottın berilgen muǵdarına tiyisli (mayda shriftlar menen jazılǵan tekstke qaranız). Olar ushın $a' = 1,65 \cdot 10^{-3} \text{ at} \cdot \text{l}^2$ hám $b' = 1,36 \cdot 10^{-3} \text{ l}$ mánisleri alınǵan. Turaqlı T temperaturada Van-der-Vaals formulası boyınsha bul anlatpanın barlıq p basımlar ushın turaqlı bolıp qalıwı gerek.

VIII keste de keltirilgen maǵlıwmatlar Van-der-Vaals formulasının 1 at shamasınan 1000 at shamasına shekemgi basımlar intervalında Mendeleev-Klapeyron formulasına salıstırǵanda ádewir jaqsı empirikalıq maǵlıwmatlardı beretuǵınlıǵın kórsetedi. Azot ushın Van-der-Vaals formulasına sáykes kelmewshilik 2 procentten aspaydı. Usının menen bir waqıtta ideal gazdin hal tenlemesine sáykes kelmewshilik $p = 1000$ at bolǵan jaǵdayda 100 procentten úlken shamalı quaydı.

(5)-formula menen anlatılǵan Van-der-Vaals tenlemesi gazdin bir moline tiyisli. Onın gazdin qálegen m massası ushın qalayınsha ózgeriwidin gerek ekenligin qaraymız. Joqarıda paydalanılǵan belgilewler boyınsha V_0 shaması gazdin bir molinin kólemi bolıp tabıladı. Massası m bolǵan gazdin kólemin V arqalı belgileybiz. Bunday jaǵdayda berilgen temperatura menen basım ushın

$$V = \frac{m}{\mu} V_0 \quad (6)$$

tenligine iye bolamız. Bul tenlikte μ – gazdin mollik salmaǵı.

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT$$

Van-der-Vaals tenlemesindegi V_0 shamasının ornına (6)-tenliktegi V nın shamasın qoysaq

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V_0^2}\right)\left(V_0 - \frac{m}{\mu} b\right) = \frac{m}{\mu} RT \quad (7)$$

tenlemesine iye bolamız. Bunday jaǵdayda qálegen m massaǵa iye bolǵan gaz ushın (7)-tenleme Van-der-Vaals tenlemesi bolıp tabıladı hám a menen b dúzetiwleri gazdın bir moli ushın arnalǵan dúzetiwler bolıp tabıladı.

§ 61. Van-der-Vaals dúzetiwlerinin xarakterin dálirek esapqa alıw. Molekulalardıń menshikli ólshemlerinin tutqan ornın tolıǵıraq qaraymız.

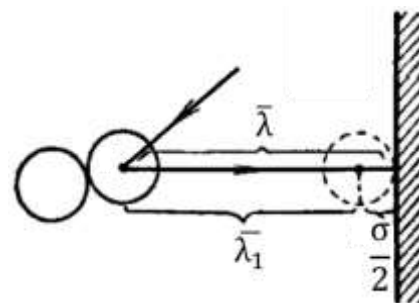
46-paragrafta gazlerdın kinetikalıq teoriyasının tiykarǵı qatnasların keltirip shıǵarǵanımda, biz molekulalardı bir diywaldan ekinshi diywalǵa shekem erkin ushadı, diywal menen soqlıǵısıp, oǵan qaytıp keledi, al ıdístın ishinde alǵa hám qarama-qarsı baǵıtta ushıwı ushın birdey waqıt kerek dep esapladıq. Eger molekulalardıń bir biri menen soqlıǵısıwın esapqa alatuǵın bolsaq, onda bazı bir molekulalar basqa molekulalar menen soqlıǵısıp, diywalǵa erterek keledi, al basqa birewleri soqlıǵısıwlardın aqıbetinen sınıq jollar menen júrip diywalǵa keyinirek keledi. Ortasha waqıt Δt soqlıǵısıwlar bolmaǵan jaǵdaydaǵıday bolıp qala beredi. Biraq, bizler molekulalardıń menshikli ólshemlerin esapqa almaǵanımdısha awhal usınday bolıp qala beredi. Diametri σ shamasına ten bolǵan bazı bir molekulanı qaraymız. Ol bir diywal menen soqlıǵısqannan keyin basqa molekula menen soqlıǵısıp sol diywalǵa qaytıp keletuǵın molekulanı qaraymız (153-súwret). Bunday jaǵdayda onın orayı diywalǵa tıǵız bolıp kelip jetpeydi, al onın radiusı bolǵan $r = \frac{\sigma}{2}$ shamasına ten qashıqlıqta jaylasadı.

Soqlıǵısıw waqıtında molekulanın orayı basqa molekuladan tap sonday $r = \frac{\sigma}{2}$ shamasına ten qashıqlıqta jaylasadı. Usının saldarınan erkin júriw jolının shaması $r + r = \sigma$ shamasına kemeygen bolıp shıǵadı. Biraq, eger qıya soqlıǵısıwlardı itibarǵa alatuǵın bolsaq, onda bul kemeyiw dın shaması sonshama úlken bolmaydı. Sáykes esaplawlar sol kemeyiw dın shamasının $\sigma/2$ shamasına ten ekenligin kórsetedi.

Sóytip, $\bar{\lambda}$ erkin júriw jolının uzınlıǵı $\sigma/2$ shamasına kishi bolıp shıǵadı, yaǵnıy $\bar{\lambda}' = \bar{\lambda} - \sigma/2$ shamasına ten boladı. Bunnan diywal menen soqlıǵısatuǵın molekulalardıń erkin júriw jolının uzınlıǵı $\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}'}$ qatnasınday shamaǵa kishireygen, al molekulalardıń diywal menen soqlıǵısıwlar sanı hám usıǵan sáykes basım $\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}'}$ shamasına úlkeyedi.

153-súwret.

Molekulanın diywal menen soqlıǵısıwı.



Bunnan, berilgen mollik kólem V_0 daǵı pV_0 kóbeymesinin mánisi ideal gazdın hal tenlemesi talap etetuǵınday RT shamasına emes, al onnan $\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}'}$ ese úlken bolǵan shamaǵa ten boladı:

$$pV_0 = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}'} RT. \quad (1)$$

$$\bar{\lambda}' = \bar{\lambda} - \frac{\sigma}{2}$$

tenligi orınlı bolǵanlıqtan, $\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}'} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda} - \frac{\sigma}{2}} = \frac{1}{1 - \frac{\sigma}{2\bar{\lambda}}}$ tenliklerine iye bolamız.

Erkin júriw jolının ortasha uzınlıǵı $\bar{\lambda}$ ushın 53-paragraftaǵı (4a) anlatpasınan paydalanıp

$$\frac{1}{1 - \frac{\sigma}{2\bar{\lambda}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}\pi n_0 \sigma^3}$$

anlatpasın keltirip shıǵaramız. Bul anlatpada n_0 arqalı kólem birligindegi molekular sanı belgilengen. Biz kólemi V_0 bolǵan gazdin bir molın qarap atırmız, sonlıqtan N_A arqalı Avagadro sanın belgilesek, onda $n_0 = \frac{N_A}{V_0}$ hám bunnan

$$\frac{1}{1 - \frac{\sigma}{2\bar{\lambda}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}\pi \frac{N_A}{V_0} \sigma^3}$$

tenligine iye bolamız. Bunnan keyin

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \pi \sigma^3 N_A = b \quad (2)$$

belgilewin kirgizip

$$\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}'} = \frac{1}{1 - \frac{\sigma}{2\bar{\lambda}}} = \frac{1}{1 - \frac{b}{V_0}}$$

anlatpasın alamız. $\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}'}$ ushın jazılǵan bul anlatpanı (1)-anlatpaǵa qoysaq, onda

$$pV_0 = RT \frac{1}{1 - \frac{b}{V_0}}$$

yamasa

$$p(V_0 - b) = RT$$

formulasına iye bolamız.

Solay etip, biz 60-paragrafta qatan túrde emes keltirip shıǵarılǵan (2)-formulaǵa kelemiz. Bul keltirilgen juwmaq b konstantasın molekular dın ólshemi σ menen baylanıstıradı [(2)-formula]. Bir molekulanın kóleminin v shamasına ten ekenligin hám onın

$$v = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{6} \pi \sigma^3$$

shamasına ten ekenligin názerde tutıp (2)-anlatpa boyınsha

$$b = 3\sqrt{2} \cdot v N_A \cong 4v \cdot N_A \quad (2a)$$

formulasın alamız.

$v \cdot N_A$ kóbeymesi gazdin bir molinde bar bolǵan barlıq molekular dın kólemine ten bolǵanlıqtan, (2a) formulası boyınsha biz mına jaǵdaydın orın alatuǵınlıǵına kóz jetkeremiz: *molekulanın kólemi ushın beriletuǵın Van-der-Vaals dúzetiwi b nın mánisi molekular dın shama menen tórt eselengen kólemine ten.*

(2)-qatnas Van-der-Vaals dúzetiwi b nın san mánisi boyınsha molekular dın diametri σ nı anıqlawǵa múmkinshilik beredi. Haqıyqatında da, (2)-anlatpadan

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{b\sqrt{2}}{\pi N_A}} \cong \sqrt[3]{\frac{1,4b}{\pi N_A}}$$

formulasın alamız.

Mısalı, kislorod ushın $b = 31,6 \text{ sm}^3/\text{mol}$. Bunnan kislorod molekulasının diametri (effektivlik diametri) ushın

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{1,4 \cdot 31,6}{3,4 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} \text{ sm} = 2,9 \cdot 10^{-8} \text{ sm}$$

shamasına iye bolamız. Bul shama basqa usıllardıń járdeminde alıńǵan shamaǵa jaksı sáykes keledi.

Van-der-Vaalstin ekinshi dúzetiwi a molekulalar arasındǵı óz-ara tásir etisiw kúshlerinin xarakterini menen baylanısqan.

Bul kúshlerdin xarakterin tolıǵıraq tallaymız. Molekulalar kvantlıq mexanikanın nızamlarına baǵınatuǵın quramalı elektrlik sistemalar bolıp tabıladı. Olar arasındǵı óz-ara tásir kúshlerinin bir bólimi kulonlıq kúshlerdin xarakterine (hár qıylı belgige iye zaryadlar arasındǵı tartısıw, birdey belgige iye zaryadlar arasındǵı iyterisiw), basqa bir bólimi tek kvantlıq mexanikada ǵana túsindiriletuǵın basqa xarakterge iye. Ulıwma aytqanda molekulalar arasında (ádette elektrlik dipoller túrinde qaralatuǵın) bir waqıtta f_1 tartısıw kúshleri de, f_2 iyterisiw kúshleri de tásir etedi.

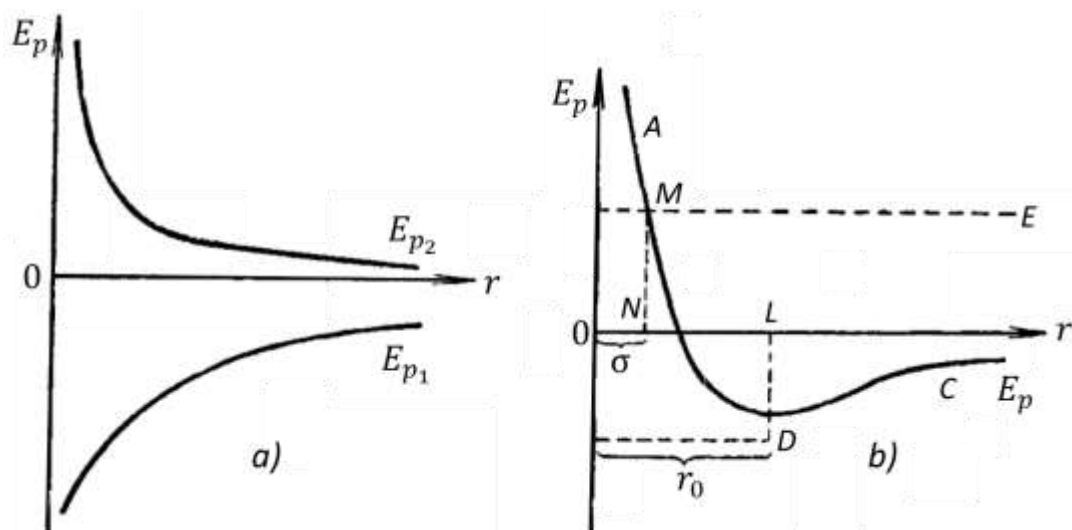
Eki A hám B molekulaların arasındǵı qashıqlıqtı r arqalı belgileybiz.

Tartılıs f_1 kúshin teris, al iyterilis f_2 kúshin on belgige iye bolatuǵın eki kúshti de molekulalar arasındǵı r qashıqlıǵının κ_1 hám κ_2 dárejelerine keri proporcional dep esaplawǵa boladı:

$$f_1 = -\frac{C_1}{r^{\kappa_1}}; f_2 = \frac{C_2}{r^{\kappa_2}}.$$

Bul anlatpalarda C_1 hám C_2 ler arqalı turaqlı sanlar belgilengen.

Eger $\kappa_2 > \kappa_1$ tensizligi orınlanatuǵın bolsa, onda f_2 kúshi qashıqlıqqa baylanıslı f_1 kúshinen tezirek kemeyedi. Bunday jaǵdayda úlken qashıqlıqlardaǵı qosındı $f = f_1 + f_2$ kúshi tartısıw kúshi, al kishi qashıqlıqlarda iyterisiw kúshi bolıp tabıladı.



154-súwret. a) molekulalar arasındǵı tartısıwǵa hám iyterisiwge sáykes keletuǵın E_{p_1} hám E_{p_2} potencial energiyaların olar arasındǵı qashıqlıq r ge baylanıslı ózgeriwi, b) qosındı potenciallıq energiyanın molekulalar arasındǵı qashıqlıq r ge baylanıslı ózgeriwi.

f_1 hám f_2 kúshlerine

$$E_{p_1} = -\frac{C'}{r^{k_1}}, E_{p_2} = \frac{C''}{r^{k_2}}$$

potenciallıq energiyalar sáykes keledi. Bul anlatpalardaǵı C' hám C'' jana turaqlılar bolıp tabıladı, al dáreje kórsetkishleri $k_1 = \kappa_1 - 1$ hám $k_2 = \kappa_2 - 1$. Tartısıw f_1 kúshine teris potenciallıq energiya (33-paragraf penen salıstırınız), al f_2 iyterilis kúshine on potenciallıq energiya sáykes keledi. E_{p_1} hám E_{p_2} shamaların qashıqlıq r den ǵárezligin grafikalıq usıldın járdeminde kórsetemiz. (154-a súwret) $k_2 > k_1$ bolǵan jaǵdayda iyterilis kúshine sáykes keletuǵın E_{p_2} potenciallıq energiya kishi r lerde tik kóteriledi, al tartılıs kúshine sáykes keletuǵın E_{p_1}

potencialliq energiya r din kishi mánisinde tik túrde tómengge túsedí. Al eki molekulanın toliq óz-ara potencialliq energiyasın beretuǵın qosındı $E_p = E_{p_1} + E_{p_2} = -\frac{C'}{r^{k_1}} + -\frac{C''}{r^{k_2}}$ energiya bolsa 154-b súwrette tutas iymekliktin járdeminde kórsetilgen. Iymekliktin tómengge túspeytuǵın CD shaqası molekulalar arasındagı óz-ara tásir etisiwge sáykes keletuǵın qosındı $f = f_1 + f_2$ kúshinin úlken r qashıqlıqlarda tartısıw kúshi bolıp tabılatuǵınlıǵına sáykes keledi. Joqarı kóteriletuǵın DA iymekligi bolsa kishi r lerdegi f kúshinin iyterilis kúshi bolatuǵınlıǵın anǵartadı. Molekulalardıń arasındagı qashıqlıq $r_0 = OL$ bolǵan jaǵdayda tartılıs f_1 hám iyterilis f_2 kúshlerinin san mánisleri bir birine ten. Bul noqatta qosındı f kúshi nolge ten. L noqatına D potencial shuqırdın en teren ornı sáykes keledi hám bul orın ten salmaqlıq ornı bolıp tabıladı. Biraq, molekulalardıń toliq energiyası E nin shaması D potencialliq shuqırdın "terenliginen" kishi bolǵan jaǵdayda ǵana r_0 qashıqlıǵı A hám B molekulalarınan haqıyqıy ten salmaqlıq jaylasıwın beredi. SHuqırdın sheklerinde potencialliq energiya E_p nin mánisi teris bolǵanlıqtan, dáslep bir birinen úlken kashıqlıqta jaylasqan hám keyin bir birine jaqınlasqan molekulalar barlıq waqıtta potencial shuqırdın "terenliginen" úlken energiyanın zapasına iye boladı. Sonlıqtan, olar Van-dep-Vaals kúshlerinin tásirinde bir biri menen birigip kóbirek quramalıraq bolǵan molekulanı payda ete almaydı. Molekulalardıń quramalıraq bolǵan bir molekulaǵa birigiwi tek úsh molekula bolǵan jaǵdayda hám sol úshinshi molekula artıqmash energiyanı alıp ketetuǵın jaǵdayda ǵana múmkin. Biraq usınday jaǵdaylarda da bir erkinlik dárejesine sáykes keletuǵın ortasha $\frac{1}{2}kT$ energiyası júdá tómén bolmaǵan T temperaturalarda shuqırdaǵı potencial energiya E_{p_0} din mánisinen úlken bolatuǵın jaǵdaylarda payda bolǵan quramalı molekuladaǵı molekulalar Van-der-Vaals kúshlerinin tásirinde uslasıp tura almaydı hám qaytadan tarqaladı.

E_k arqalı kinetikalıq energiyanı belgileybiz. Meyli toliq energiya $E = E_k + E_p$ 154-b súwrettegi punktir tuwrının járdeminde súwretlenetuǵın bolsın. A molekulasın qozǵalmaydı dep esaplaymız, al B molekulasınıń qozǵalısnı A molekulasına salıstırıp qaraymız. Bunday jaǵdayda (33-paragraftaǵı tallaw menen salıstırınız) B molekulası tartılıs kúshlerinin tásirinde úlken bolǵan r qashıqlıqtan r_0 qashıqlıqqa shekem A molekulaǵa qaray kem-kemnen úlkeyetuǵın tezlik penen qozǵaladı. Molekulalardıń arasındagı ten salmaqlıq qashıqlıǵı r_0 ge sáykes keletuǵın L noqatına molekula $E_k = E - E_p$ kinetikalıq energiyaǵa iye bolǵan halda jetip keledi; kinetikalıq energiyanın usınday zapasına iye bolǵan molekula ten salmaqlıq ornı bolǵan L arqalı ótedi hám kinetikalıq energiyası tolıǵı menen NM iymekligi menen súwretlengen potencialliq energiyaǵa aylanıp bolǵansha iyterisiw kúshine qarsı baǵıtta A molekulasına jaqınlasadı. $r = \sigma$ bolǵan jaǵdayda ($\sigma = ON$ arqalı M noqatının abscissası belgilengen) ózinin barlıq kinetikalıq energiyasın joǵaltıp B molekulası iyterilis kúshlerinin tásirinde A molekulasınan qashıqlasa baslaydı hám qozǵalıstın tallanǵan barlıq etapların keri baǵıtta ótedi. $ON = \sigma$ qashıqlıǵı soqlıǵısıw waqtında molekulalardıń oraylarınan qansha aralıqqa jaqın keletuǵınlıǵın anıqlaydı. $\sigma = ON$ kesindisi molekulalardıń effektivlik diametrin ("radiuslardın" qosındısı) kórsetedi. Kórinip turǵanıday, σ nin mánisi toliq energiya E den ǵárezli, yaǵnıy B molekulası A molekulasınan alıs r qashıqlıqta turǵanda usı A molekulasına qaray qozǵalatuǵın tezlikten ǵárezli. E qanshama úlken bolsa, onda usı E toliq energiyanı sáwlelendiretuǵın tuwrı potencial energiya E_p nı qanshama biyikte kesip ótetuǵın bolsa, onda σ nin mánisi sonshama kishi boladı. Solay etip, molekulalardıń effektivlik diametri σ turaqlı shama bolıp tabılmaydı; onın mánisi soqlıǵısatuǵın molekulalardıń tezliginen ǵárezli. Biraq, eger M noqatına jaqın orınlarda potencialliq energiya júdá tik kóteriletuǵın bolsa, onda E energiyası ózgergende $ON = \sigma$ kesindisi júdá az shamaǵa ózgeredi. Basqa sóz benen aytqanda, bul jaǵdayda σ effektivlik diametrinin soqlıǵısıwshı molekulalardıń tezliginen ǵárezligi úlken emes.

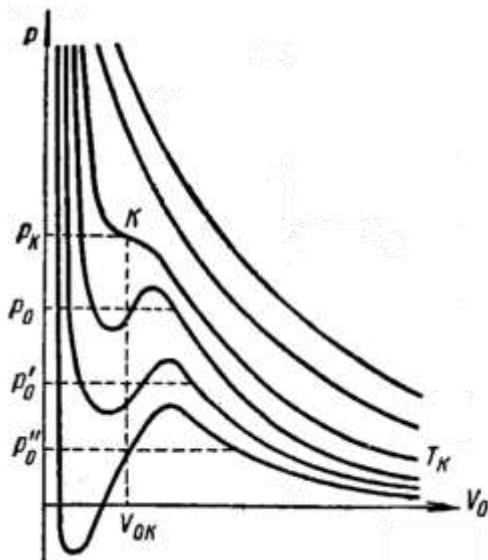
Kúshlerdin joqarıda tallanǵan ózgeshelikleri molekulalardıń bir biri menen soqlıǵısıwı processinin serpimli sharlardın soqlıǵısıwına ulıwma uqsas emes ekenligin kórsetedi. Molekulalardıń "soqlıǵısıwı" qashıqlıq r din kishireyiwi menen tez úlkeyetuǵın iyterisiw

kúshlerinin bar ekenligi menen baylanıslı.

§ 62. Van-der-Vaals izotermaları. Zattın kritikalıq halı. Van-der-Vaals tenlemesi V_0 ge qarata úshinshi dárejeli algebralıq tenleme bolıp tabıladı:

$$\left(p + \frac{a}{V_0^3}\right)(V_0 - b) = RT \quad (1)$$

Sonlıqtan bul tenleme p menen T nın mánislerine gárezli bolğan V_0 shamasının bir yamasa úsh mánisin beredi³⁸. p nın V_0 den grafikalıq gárezligin dúzip, T nın hár qıylı mánisleri ushın bir qatar izotermalardı alamız (155-súwret). 155-súwrette keltirilgen iymekliklerdin (izotremalardın) hár biri temperatura T nın bir mánisine sáykes keledi: temperatura T joqarı bolsa, onda alınğan izoterma 155-súwrette kórsetilgen izotermalardın on tárepinde hám olardan joqarı jaylasadı. Súwretten tek joqarı T temperaturalarda izoterma V_0 shamasının kishireyiwi menen Boyle-Mariott nazımına sáykes keletuǵın izotermanı eske túsiretuǵınday bolıp monotonlı túrde ósetuǵınlıǵı kórinip tur. Bunday izotermada p basımnın hár bir mánisine mollik kólem V_0 din bir mánisi sáykes keledi. Bunday jaǵday gaz Mendeleev-Klapeyron formulasına baǵınatuǵın jaǵdayda júzege keledi. Tómenirek temperaturalarda bolsa izotermalar basımlar menen kólemlerdin belgili oblastlarında oyıqlardı beredi. Bunday oblastta p basımnın hár bir mánisine mollik kólem V_0 din úsh mánisi sáykes keledi.

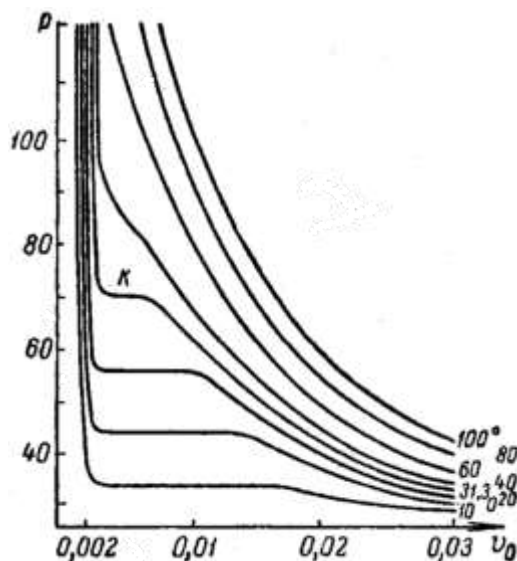


155-súwret.
Van-der-Vaals izotermaları.

Birinshi ret qaraǵanda bir túrli bolıp kórinetuǵın gárezliktin mánisin túsiniw ushın tájiriýbenin nátiýjelerine itibar beriw kerek. 156-súwrette uglekislotá (CO_2) ushın eksperimentlerde alınğan izotermalar berilgen. Joqarı T temperaturalarda uglekislotanın izotermaları ideal gazdin izotermaların eske túsiredi. Al biraz tómengi temperaturalarda alınatuǵın izotermalar pútkilley basqasha. Ádewir tóménirek bolğan temperatura ushın alınğan sxema túrindegi izoterma 157-súwrette kórsetilgen.

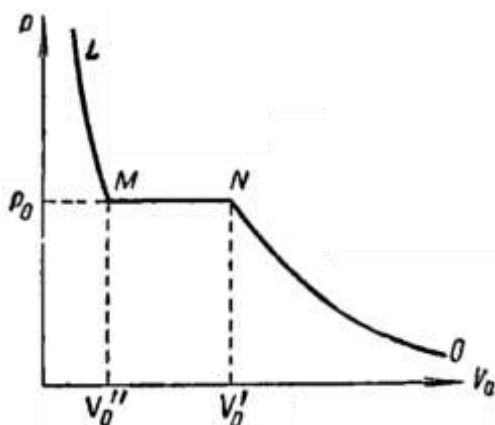
Ayqınlıq ushın uglekislotá ushın mollik kólem bolğan V_0 shamasının p dan gárezligi úyrenilgen tájiriýbenin sxemasın belgileymiz. Bul tájiriýbenin sxeması (158-súwret) tómendegidey: qalın diywalǵa iye bolğan A cilindrinde B porsheninın astında uglekislotanın bir moli jaylastırılğan. Onın T temperaturası tájiriýbeni ótkeriwdin barısında turaqlı etip uslap turıladı. Porshennin iyelegen hár qıylı orınlarına sáykes keletuǵın uglekislotanın V_0 kólemín ólshewge boladı. Kólemnin hár qıylı mánislerine sáykes keletuǵın basımlardı C manometrinin járdeminde ólsheydi.

³⁸ Koefficientleri haqıyqıy bolğan hám erkin aǵzaǵa iye bolğan úshinshi tártipli barlıq waqıtta úsh sheshimge iye boladı. Biraq, olardıń ekewi kompleksli bolıwı múmkın. V_0 shaması haqıyqıy shama bolǵanlıqtan onın ushın biz bir yamasa hár qıylı bolğan úsh sheshimge iye bolamız.

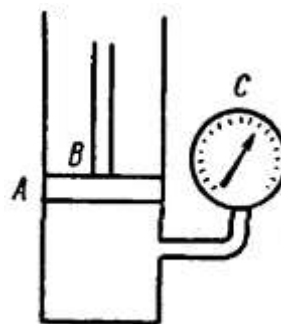


156-súwret.
Uglekislotanın (CO₂) eksperimentallıq
izotermaları.

Úlken V_0 kóleminde B porshennin tómeng qaray túsiwi menen uglekislotanın basımı monotonlı túrde ósedi; processtin usı bólimi ushın 157-súwrettegi izotermanın ON shaqası sáykes keledi.



157-súwret. Eksperimentallıq izoterma.



158-súwret. Izotermalardı anıqlaw boyınsha
tájiriybenin sxeması.

Bul jerde uglekislotanın qásiyetleri ideal gazdin qásiyetlerine usaydı. Biraq, sonın menen birge Boyl-Mariott nızamı talap etetuǵın qısılıwshılıqtan úlken qısılıwshılıq orın aladı. V_0' kólemine sáykes keletuǵın p nın bazı bir p_0 mánisine jetkende (izotermanın N noqatı) uglekislotanın qásiyeti keskin túrde ózgeredi: porshendi túsiriwdin dawamında p_0 basımının shaması turaqlı bolıp qaladı, uglekislotanın suyıqlıqqa aylanıw processı baslanadı. Porshen tómeng túsken sayın gazdin úlken muǵdarı suyıqlıqqa aylanadı (bul sharayatlardaǵı puwdı *toyınǵan puw* dep ataydı). p_0 basımı hám V_0'' kólemi menen táriyiplenetuǵın M noqatı porshennin astındaǵı uglekislotanın barlıq muǵdarının suyıq halına ótiwine sáykes keledi. Bunday jaǵdayda porshennin astında tek suyıqlıq qaladı; porshennin bunnan keyingi jılıwı júdá úlken kúshti talap etedi, sebebi suyıqlıqtın qısılıwshılıǵı júdá kishi. Izotermanın ML shaqası uglekislotanın suyıq halına sáykes keledi.

Suyıqlıqqa aylanıw júzege keletuǵın p_0 basımı *berilgen T temperaturadaǵı toyınǵan puwlardıń serpimligi* dep ataladı. Toyınǵan puwlardıń serpimligi bolǵan p_0 basımına ten bolǵan p basımlarda berilgen zat V_0' penen V_0'' shamalarınan arasındaǵı qálegen mollik kólemlerge iye boladı. Bul oblastta zat bir waqıtta eki *agregat halda (eki fazada* dep te aytadı) – suyıq hám gaz tárizli hallarda tura aladı. Kólemnin mánisi V_0'' tın mánisine qanshama jaqın bolsa zattın sonshama

úlken bólimi suyuq halda bolıp, onın kishi bólimi ǵana gazge (puwǵa) sáykes keledi.

Qısıwdın nátiyjesinde gaz halınan suyuq halǵa ótkeriwge bolatuǵın temperaturalar oblastında zatlardıń barlıǵı ushın tap usınday izotermalar alınadı.

Eksperimentallıq izotermalar menen Van-der-Vaalstin teoriyalıq izotermaların salıstırıw sol Van-der-Vaals izotermaların órkeshtin tárizli oblastın zattın zat tárizli haldan suyuq halǵa hám kerip baǵıtta suyuq haldan gaz tárizli halǵa ótiwine sáykes keledi. Biraq, bunday jaǵdayda zattın gaz tárizli haldan suyuq halǵa hám keri ótiwi órkeshtin túrindegi uıastkalar bar iymeklik boyınsha emes, al turaqlı p_0 basımına sáykes keletuǵın tuwrı sıyıq boyınsha boladı (157-súwrettegi MN tuwrısı).

Solay etip, Van-der-Vaals izotermaları tek ǵana ideal gazdın izotermalarına salıstırǵanda gazdın qásiyetlerin berip ǵana qoymaydı, al ózinin ishine gazdın sıyıqlıqqa aylanıw processin de aladı hám sonın menen birge sıyıqlıqtın kishi qısılawshılıǵında júzege keletuǵın qásiyetlerin de óz ishine aladı eken.

Temperaturanın joqarılawı menen Van-der-Vaals izotermalarındaǵı órkeshtin bar oblasttın uzınlıǵı kishireyedi, yaǵnıy V_0' penen V_0'' shamaların arasındaǵı qashıqlıq kishireyedi. Bul jerde kólemnin V_0' mánisi p_0 basımda zattın tolıǵı menen gaz tárizli halına (puw túrindegi), al kólemnin V_0'' mánisi p_0 basımda zattın tolıǵı menen sıyıqlıqqa ótkerilgen halına sáykes keledi. 159-súwrette hár qıylı temperaturalar ushın tájiriyelerde alınǵan izotermalar kórsetilgen. SHtrixlanbaǵan oblast zattın gaz tárizli halına tiyisli; al punktir menen belgilengen oblast zattın eki fazadaǵı: gaz tárizli hám suyuq halına sáykes keledi; shtraxlangan oblast suyuq hal oblastı bolıp tabıladı.

Van-der-Vaals izotermaların ishinde órkeshti bar izotermalardı órkeshti joq izotermalar menen ayırıp turatuǵın izoterma bar. Bul izotermanı *kritikalıq izoterma*, al oǵan sáykes keletuǵın temperaturanı *kritikalıq temperatura* T_k dep ataydı (155- hám 159-súwretlerge qaranız). Kritikalıq izoterma órkeshtin ornına K iyiliw noqatına ǵana iye. Bul noqatta oǵan túsirilgen urınba abscissa kósherine parallel. K noqatı *kritikalıq noqat* dep ataladı, al oǵan sáykes keletuǵın kólem T_k menen basım p_k *kritikalıq kólem* hám *kritikalıq basım* dep ataladı.

Hár bir berilgen zat ushın onın kritikalıq temperaturası, kritikalıq mollik kólemi hám kritikalıq basımı belgili bir mánislerge iye boladı.

Kritikalıq temperatura haqqındaǵı túsiniw birinshi ret D. I. Mendeleev tárepinen 1861-jılı kirgizildi. Ózinin izertlewlerinde Mendeleev kritikalıq temperaturanı sıyıqlıqtın absolyut qaynawının temperaturası dep atadı hám bul temperaturanı sıyıqlıqtın molekularının arasındaǵı baylanıs kúshlerinin joǵalatuǵın hám sıyıqlıqtın basımnan hám salıstırmalı kólemnen ǵárezsiz puwǵa aylanıw temperaturası dep qaradı.

Kritikalıq temperatura haqqındaǵı bul túsiniw házirgi waqıtlardaǵı suyuq haldan gaz tárizli halǵa ótiw haqqındaǵı kóz-qaraslarǵa tolıq sáykes keledi.

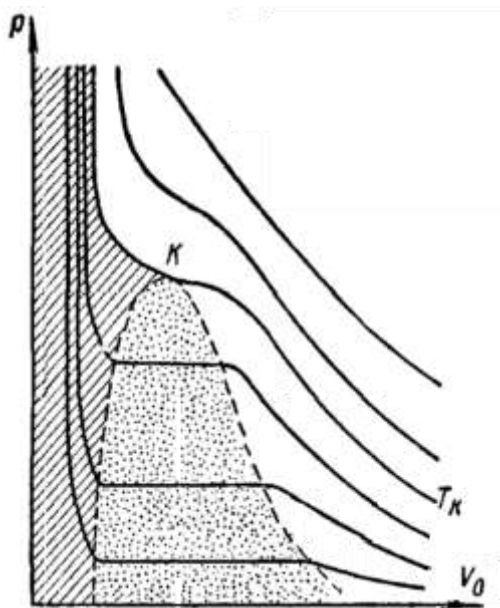
Haqıyqatında da, gaz tárizli hám suyuq hallar bir birinen ayrılgan hám sıyıqlıqqa aylanıw oblastı kórsetilgen 159-súwretten tómendegilerdi anǵarıw múmkin:

1) kritikalıq T_k temperaturadan joqarı temperaturalarda zat tek gaz tárizli halda tura aladı. *T temperaturası kritikalıq T_k temperaturadan joqarı bolǵan gazlerdi qısıw jolı menen suyuq halǵa ótkeriw múmkin emes.* Kritikalıq temperaturadan tómengi temperaturalarda zat basımın shamasına baylanıslı gaz tárizli yamasa suyuq halda yamasa bir waqıtta eki fazada: suyuq hám toynǵan puw halında tura aladı³⁹;

2) toynǵan puwdın basımı p_0 usı zat ushın kritikalıq basım p_k dan úlken mániske iye bola almaydı;

3) zattın suyuq haldaǵı kólemi usı zattın kritikalıq kóleminen úlken bola almaydı.

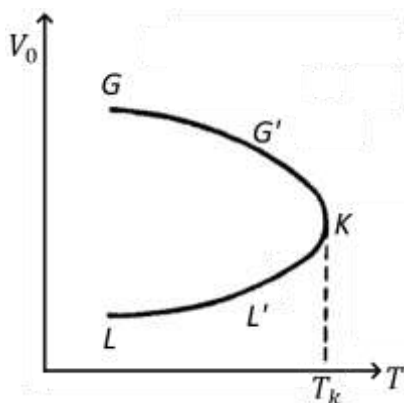
³⁹ Keyinirek biz bir waqıtta gaz tárizli, suyuq hám qattı fazalardıń bola alatuǵınlıǵın kóremiz.



159-súwret.
Eksperimentallıq izotermalardıń barısı.

Kóp sanlı suyıqlıqlardıń hám olardıń aralaspalarınń kritikalıq temperaturaları M. P. Avenarius hám onıń oqıwshıları A. I. Nadejdin, V. I. Zayonchewskiy h.b. tárepinen izertlendi. Mısalı, A. I. Nadejdin 1885-jılı birinshi bolıp suwdıń kritikalıq temperaturasını ańıqladı (374°C). Belgili rus fizigi A. G. Stoletov te zatlardıń kritikalıq halı menen shuǵıllandı. Ol bar bolǵan eksperimentallıq materialdı talladı hám onı teoriyalıq maǵlıwmatlar menen tolıq salıstırdı.

Abscissa kósherine temperaturanı, al ordinata kósherine ten salmaqlıqta turǵan suyıqlıq penen toyınǵan puwdıń salıstırmalı kólemlerin (yaǵnıy massa birligine sáykes keletuǵın kólemdi) qoyıp grafik qurayıq (160-súwret). Suyıqlıqtı qızdırganda keneyetuǵın bolǵanlıqtan, suyıqlıqtıń salıstırmalı kóleminin temperaturadan ǵárezligin sáwlelendiretuǵın LL' iymekligi kóteriledi. Temperaturanın joqarılawı menen suyıqlıqtıń kólemi tezirek úlkeyedi, onıń keneyiw koefficienti turaqlı emes, biraq temperatura menen úlkeyedi. Sonlıqtan LL' iymekligi joqarıǵa qaray mayısqa. Toyınǵan puwdıń salıstırmalı kóleminin temperaturadan ǵárezligi GG' iymekligi menen súwretlenedi. Temperaturanın joqarılawı menen suyıqlıqtıń bir bólimi puwlanadı hám onıń ústindegi puwdıń tıǵızlıǵı úlkeyedi. Biraq, puwlardıń tıǵızlıǵının úlkeyiwi olardıń salıstırmalı kóleminin kemeyetuǵınlıǵın ańǵartadı, sonlıqtan GG' iymekligi tómengen qaray mayısqa. Bazı bir K noqatında eki iymeklik qosıladı. Bul noqat suyıqlıqtıń maksimallıq salıstırmalı kólemine sáykes keletuǵın bolǵanlıqtan, soǵan sáykes ol kritikalıq noqat, al oǵan sáykes keletuǵın temperatura T_K kritikalıq temperatura bolıp tabıladı. Bunnan biz kritikalıq noqatta suyıqlıq penen gazdın salıstırmalı kólemlerinin birdey bolatuǵınlıǵın kóremiz. *Kritikalıq noqatta suyıqlıq penen puwdıń arasındaǵı barlıq ayırmalar joǵaladı.* Kritikalıq noqatta gaz tárizli haldan suyıq halǵa ótiw úziksiz túrde júzege keledi. Kritikalıq temperaturada suyıqlıqtaǵı puwdıń payda bolıw jıllılıǵı nolge ten. Suyıqlıqtıń bet kerimi koefficienti de kritikalıq temperaturada nolge ten boladı.



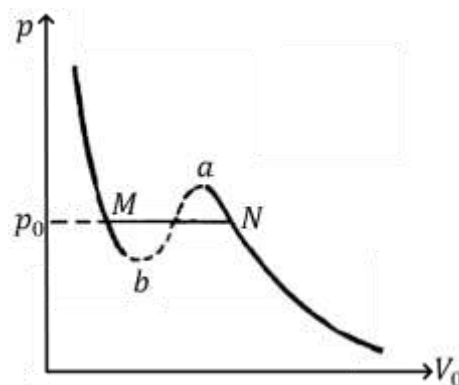
160-súwret.

LL' - suyuqlıqtın salıstırmalı kóleminin temperaturadan gárezliginin iymekligi, GG' - toyınğan puwlardın salıstırmalı kóleminin temperaturadan gárezliginin iymekligi. Eki iymeklik kritikalıq noqatta qosıladı.

Kritikalıq noqattın qasında gazdın barlıq kóleminde qoyıwlasıwdın jergilikli orayları payda boladı hám qaytadan tarqaladı; usının saldarınan zat kritikalıq noqattın qasında buldıraydı (gúngirt túrge iye boladı). Onı *opalescenciya* dep ataydı.

161-súwret.

Eksperimentallıq hám teoriyalıq izotermalardı salıstırıw.



Eksperimentallıq izotermalar menen Van-der-Vaalstin teoriyalıq izotermalarının arasındagı ayırmanı tolıgıraq qaraymız. Jáne bir ret berilgen eksperimentallıq izotermada 161-súwrette keltirilgen órkesh oblastı MN tuwrısı menen almasırlıǵan. Biraq, órkesh oblastına kiretuǵın bir qatar noqatlar belgili bolǵan sharayatlarda eksperimentlerde júzege keledi eken. Mısalı, shanlardan hám elektr zaryadlarınan tazartılǵan kenislikte berilgen temperaturadaǵı p basımı usı temperaturadaǵı toyınğan puwlardın basımı p_k dan úlken bolǵan puwlardı alıwǵa boladı eken. Bunday puwlardı *asa toyınğan* puwlar dep ataydı. Bunday asa toyınğan puwlardın halı órkesh oblastına kiretuǵın izotermanın Na bólimi menen súwretlenedi. Tábiyiy sharayatlarda atmosferanın joqarǵı qatlamlarında asa toyınğan puwlardın úlken massaları payda boladı. Usınday asa toyınğan puwlar jaylasqan kenislikte ayırım shan bólekshelerinin, tamshılardıń yamasa zaryadlangan bólekshelerdin payda bolıwı olardıń kondensaciyasına, yaǵnıy dumannın payda bolıwına alıp keledi.

Puw tárizli halǵa turatuǵın sharayatta suyıq haldaǵı zattı usı temperaturadaǵı toyınğan puwlardın serpimliginen kishi bolǵan basımın astında alıwǵa boladı; bul halǵa izotermanın Mb bólimi sáykes keledi. Van-der-Vaals izotermalarının ishinde ayırım bólimi abscissa kósherinin astına, yaǵnıy teris basımlar oblastında bolatuǵın izotermalar da boladı (155-súwret). Bul hallar kerilgen suyuqlıqtın halına sáykes keledi hám bul haldı eksperimentte júzege keltiriwge boladı. Mısalı, suyıq sınaptı barometrlik naydın ishinde 760 mm bolǵan biyiklikten de joqarı biyiklikte, yaǵnıy sınaptıń basımı atmosferalıq basım menen tenlesetuǵın biyiklikte turıwǵa májbúrlewge boladı. Bunday sınap baǵana ózinin menshikli salmaǵı menen sozılǵan. Biraq usınday jaǵdayǵa qaramastan ol úzilmeıdi.

Bul tájiriye haqıyqıy suyuqlıqlarda ishki ilinisiw kúshlerinin bar ekenligin kórsetedi.

Izotermalardıń tómenge túsetuǵın ab uıastkaların júzege keltiriw pútkilley múmkin emes

(161-súwret); bul uýastkanı zatlardın pútkilley ornıqlı emes halına sáykes keledi dep esaplaw kerek.

§ 63. Kritikalıq shamalardı anıqlaw. Keltirilgen shamalardagı tenleme. 60-paragraftagı (5)-Van-der-Vaals tenlemesin qaraw kritikalıq temperatura, mollik kólem hám basım T_k , V_k hám p_k shamaları menen a shamaların arasındaǵı baylanıstı tabıwǵa múmkinshilik beredi.

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT \quad (1)$$

Van-der-Vaals tenlemesinin on hám shep táreplerin $\frac{V_0^2}{p}$ shamasına kóbeytip, bunnan keyin qawsırmalardı ashıp hám V_0 shamasının birdey dárejeleri bar aǵzalardı jıynap

$$V_0^3 - \left(\frac{RT}{p} + b\right)V_0^2 + \frac{a}{p}V_0 - \frac{ab}{p} = 0 \quad (2)$$

tenlemesine iye bolamız. Bunnan Van-der-Vaals tenlemesinin V_0 shamasına qarata úshinshi dárejeli tenleme ekenligi tikkeley kórinip tur⁴⁰.

Kritikalıq $T = T_k$ temperaturası ushın Van-der-Vaals tenlemesi

$$V_0^3 - \left(\frac{RT_k}{p_k} + b\right)V_0^2 + \frac{a}{p_k}V_0 - \frac{ab}{p_k} = 0. \quad (4)$$

túrinde jazıladı hám K noqatında iyiledi (152-súwret). Sonlıqtan tenleme bul noqatta birdey bolǵan V_{0k} úsh túbirge iye hám sonlıqtan onı

$$(V_0 - V_{0k})^3 = 0$$

túrinde jazıwǵa boladı. Eger onı dárejege kótersek

$$V_0^3 - 3V_{0k}V_0^2 + 3V_{0k}^2V_0 - V_{0k}^3 = 0 \quad (5)$$

tenlemesine iye bolamız.

(5)- hám (4)-tenlemeler bir biri menen birde bolıwı kerek. Sonlıqtan V_0 shamasının birdey dárejelerinin aldında turǵan koefficientlerdin birdey bolıwı shárt. Bunnan minaday tenliklerge iye bolamız:

$$\frac{RT_k}{p_k} + b = 3V_{0k}, \frac{a}{p_k} = 3V_{0k}^2, \frac{ab}{p_k} = V_{0k}^3.$$

Bul tenlemelerdi T_k , V_{0k} hám p_k belgisizlerine qarata sheshsek, onda

$$T_k = \frac{8a}{27bR}, V_{0k} = 3b, p_k = a/27b^2 \quad (6)$$

shamalarına iye bolamız.

Solay etip, kritikalıq T_k , V_{0k} hám p_k shamaları a hám b Van-der-Vaals dúzetiwlari arqalı tikkeley anıqlanadı eken.

(6)-tenlikti paydalanıp, Van-der-Vaals tenlemesin túrlendiriwge boladı. Qaraw ushın *keltirilgen basım, kólem hám temperatura* π , ω hám τ shamaların kirgizemiz. Bul shamalar haqında gáp etkende biz zattın basımının, mollik kólemine hám temperaturasınıń sáykes kritikalıq shamalargá qatnasın túsinemiz:

$$\pi = \frac{p}{p_k}, \omega = \frac{V_0}{V_{0k}}, \tau = \frac{T}{T_k}. \quad (7)$$

Bunday jaǵdayda (6)-tenliklerden paydalanıp

⁴⁰ Algebrada haqıyqıy c_1 , c_2 hám c_3 erkin aǵzası bar

$$x^3 + c_1x^2 + c_2x + c_3 = 0 \quad (3)$$

úshinshi tártipli tenlemenin x_1 , x_2 , x_3 úsh túbirinin bar ekenligi, olardıń úshewinin de haqıyqıy yamasa birewinin haqıyqıy, al qalǵan ekewinin kompleksli bolatuǵınlıǵı dálillenedi. (3)-tenlemenin túbirleri x_1 , x_2 , x_3 lardı paydalanıp, onı

$$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = 0 \quad (3a)$$

túrinde jazıwǵa boladı. (3)-anlatpa da, (3a) anlatpa da bir birine teppe-ten sáykes keledi. Dara jaǵdayda túbirlerdin úshewi de bir birine ten bolıwı múmkin: $x_1 = x_2 = x_3 = x_k$. Bunday jaǵdayda (3a) tenlemesi minaday túrge enedi:

$$(x - x_k)^3 = 0.$$

$$p = \frac{a}{27b^2} \pi, V_0 = 3b\omega, T = \frac{8a}{27bR} \tau$$

tenliklerin keltirip shıǵaramız.

p, V_0 hám T shamaların usı mánislerin (1)-Van-der-Vaals tenlemesine qoysaq hám sáykes algebralıq túrlendiriwlerden keyin

$$\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega - 1) = 8\tau \quad (8)$$

tenlemesine iye bolamız.

(8)-tenleme zattın bir moli ushın jazılǵan Van-der-Vaals tenlemesin almasıradı onı *keltirilgen shamalardaǵı tenleme* dep ataydı.

(8)-tenleme keltirilgen basım, kólem hám temperatura π, ω hám τ shamalarınan basqa tek sanlarga iye. Bul jaǵday berilgen gaz ushın tán bolǵan konstantalardıń tenlemeden shıǵıp qalıwında bolıp kórinedi. Biraq, tenlemege itibar berip qaraytuǵın bolsaq, onda (8)-tenlemede keltirilgen basım, kólem hám temperatura, yaǵnıy basımın, kólemnin hám temperaturanın gazdın sáykes kritikalıq shamalarına qatnası tur.

Keltirilgen shamalarda jazılǵan (8)-tenlemini paydalanıp ideal gazdın hal tenlemesinin haqıyqatlıqqa jaqsı jaqınlasıwı bolıp tabılatuǵın kriteriydi dál kórsetiwge boladı. Gazdın mollik kólemi V_0 onın kritikalıq kólemi V_{0k} shamasınan úlken dep boljaymız. Bunday jaǵdayda anıqlama boyınsha keltirilgen kólem ω 1 ge salıstırǵanda úlken boladı hám (8)-formulanı juwıq túrde bilayınsha jazıwǵa boladı:

$$\pi\omega = \frac{8}{3}\tau.$$

Bul tenliktegi π, ω hám τ shamaların ornına (7) boyınsha olardıń mánislerin qoysaq

$$pV_0 = \frac{8}{3} \frac{p_k V_{0k}}{T_k} T \quad (9)$$

tenlemesine iye bolamız. Biraq (6)-qatnastı paydalansaq

$$\frac{8}{3} \frac{p_k V_{0k}}{T_k} = R$$

ekenligin ansat anǵarıwǵa boladı. Bul tenliktegi R gaz turaqlısı bolıp tabıladı. Bunnan (9)-anlatpa mınaday túrge iye boladı:

$$pV_0 = RT.$$

Bul formula zattın bir moli ushın jazılǵan Mendeleev Klapeyron formulası bolıp tabıladı. Solay etip, gazdın kólemi onın kritikalıq kóleminden úlken bolǵan jaǵdaylarda Van-der-Vaals tenlemesinin Mendeleev-Klapeyron tenlemesine ótedi eken.

Keltirilgen shamalarda jazılǵan tenlemeden *sáykes hallar haqqındaǵı teorema* dep atalatuǵın teorema kelip shıǵadı. Onın mánisi minalardan ibarat: hár qıylı bolǵan eki gaz alınǵan. olardıń halları p, V_0, T shamalarınan ekewinin sáykes p_k, V_{0k}, T_k shamalarǵa qatnasları ten bolsa, onda úshinshisinin sáykes kritikalıq shamaǵa qatnası da ten boladı. Misalı, eger eki gaz ushın $\frac{p_1}{p_{k1}} = \frac{p_2}{p_{k2}}$ hám $\frac{T_1}{T_{k1}} = \frac{T_2}{T_{k2}}$ qatnasları orınlı bolatuǵın bolsa, onda $\frac{V_{01}}{V_{0k1}} = \frac{V_{02}}{V_{0k2}}$ qatnası da orınlı boladı. Bul teorema (8)-tenlemeden tikkeley kelip shıǵadı. Sebebi, eki gaz ushın π hám τ shamaları birdey bolsa, onda olar ushın ω shaması da birdey boladı.

Ximiyalıq jaqtan uqsas bolǵan hám kritikalıq temperaturaları bir birinen úlken ayırmaǵa iye bolmaǵan zatlar ushın sáykes hallar haqqındaǵı teorema usı zatlardın hár biri ushın Van-der-Vaals formulası tájiriybede alınǵan maǵlıwmatlar menen sáykes keliwinin dálliginen joqarı dállikke iye bolıwı menen artıqmashlıqqa iye boladı. Bul sol zatlardın Van-der-Vaals formulasına sáykes kelmewinin birdey xarakterge iye ekenligin kórsetedi.

Haqıyqıy zatlar tárepinen Van-der-Vaals formulasına sáykes kelmewshilik ásirese kritikalıq noqattın qasında ayırıqsha seziledi. (6)-formuladan kritikalıq p_k, V_{0k}, T_k shamaların arasında

$$p_k V_{0k} = \frac{3}{8} RT_k \quad (10)$$

yamasa

$$\frac{RT_k}{p_k V_{0k}} = \frac{8}{3} = 2,667 \quad (10a)$$

túrindegi qatnastın bar ekenligi kelip shıǵadı.

(10)-qatnas ideal gazdın halının tenlemesinen kelip shıǵatuǵın $p_k V_{0k} = RT_k$ qatnasın almasıradı.

Van-der-Vaals formulası menen Mendeleev-Klapeyron formulası arasınlağı sáykes kelmewshilik 2,7 esege shekem jetedi. Biraq Van-der-Vaals formulası beretuǵın maǵlıwmatlar da tájiriybelerde alinatúǵın maǵlıwmatlar menen dál sáykes kelmeydi. (10a) formula boyınsha 8/3 ke ten bolǵan $K_k = \frac{RT_k}{p_k V_{ok}}$ qatnası hár qıylı zatlar ushın 8/3 ten sezilerliktey ayırmaǵa iye bolǵan hár qıylı mánislerge iye boladı. Bazı bir gazler ushın K_k shamaların (olardı *kritikalıq koefficientler* dep ataydı) IX kestede keltirilgen.

IX keste. Bazı bir gazler ushın K_k kritikalıq koefficientlerinin mánisleri

Gaz	He	H ₂	N ₂	Ar	O ₂	CO ₂	H ₂ O
K_k	3,13	3,03	3,42	3,43	3,42	3,486	4,46

Suw ushın sáykes keliw ayrıqsha úlken. Bul jaǵday kritikalıq noqattın qasında suwdın molekulasının quramalırqá gruppalarǵa asociaciyası menen túsindiriledi.

§ 64. Haqıyqıy gazdin ishki energiyası. Djoul-Tomson effekti. 48-paragrafta kórsetilgende, ideal gazdin ishki energiyası U onın molekularının qozǵalısnın $E_k = \sum \bar{w}_k$ kinetikalıq energiyasınan ibarat boladı hám gazdin berilgen muǵdarı ushın onın kóleminden de, basımınan da ǵárezli emes, tek ǵana temperaturası T boyınsha anıqlanıladi; ideal gazdin bir moli ushın $U = E_k = C_V T$ tenlikleri orınlı boladı, bul tenlikte C_V arqalı turaqlı kólemdegi mollik jıllılıq sıyımlıǵı belgilengen (49-paragraftı qaranız).

Joqarıda kórgenimizdey, haqıyqıy gazde molekularların arasındaǵı óz-ara tásirlesiw kúshleri úlken orındı iyeleydi. Sonlıqtan, haqıyqıy gazdin ishki energiyası molekularların kinetikalıq energiyasınan hám olardıń óz-ara potentsiallıq energiyasınan turadı:

$$U = E_k + E_p. \quad (1)$$

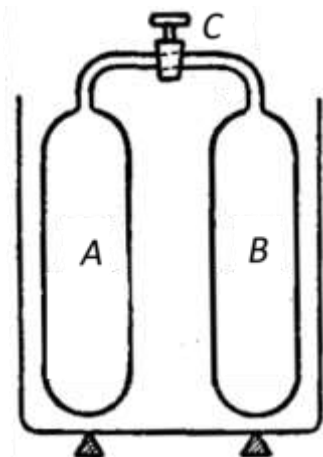
Molekularların óz-ara potentsiallıq energiyası olardıń arasındaǵı ortasha qashıqlıqtan ǵárezli. Sonlıqtan E_p gazdin kóleminden ǵárezli bolıwı kerek. Qorshaǵan ortalıqtaǵı deneler menen energiya almasıwı bolmaǵan jaǵdayda gazdin kólemi ózgergende energianın tolıq zapası U dan ózgermewi kerek hám sonlıqtan, (1)-anlatpa boyınsha

$$\Delta E_p = -\Delta E_k \quad (2)$$

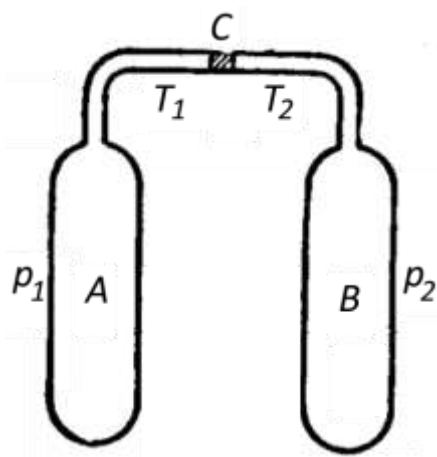
tenliginin orınlanıwı shárt. YAǵnıy, haqıyqıy gazdin kólemi ózgergende potentsiallıq energianın ózgeriwiniń esabınan onın molekularının qozǵalısnın kinetikalıq energiyasınan da ózgeriwı kerek. Haqıyqıy gaz ushın da turaqlı kólemdegi jıllılıq sıyımlıǵı C_V tek onın molekularının qozǵalısnın kinetikalıq energiyası boyınsha anıqlanatuǵın bolǵanlıqtan, $E_k = C_V T$ (bir mol ushın) tenligi ózinin kúshinde qalıwı kerek hám (2)-anlatpadan

$$\Delta E_p = -C_V \cdot \Delta T \quad (3)$$

tenligi kelip shıǵadı. Bunnan biz mınaday juwmaqqa kelemiz: sırtqı jumıs islenbegende hám sırttaǵı deneler menen jıllılıq almasıwı bolmaǵanda kólem ózgergende haqıyqıy gazdin temperaturası ózgeredi. Usınday qubılıstı birinshi bolıp Djoul tabıwǵa tırıstı. Ol C kranı menen tutasqan A hám B ıdısların ishinde suwı bar kalorimetrge jaylastırdı (162-súwret). B ıdısinan hawa sorıp alıńan, al A ıdısında hawa bazı bir p basımında turǵan. C kranın ashqanda hawa A ıdısinan B ıdısinan qaray keneyiw menen sırtqı jumıstı islemey aǵadı. Bunday jaǵdayda kalorimetrdin temperaturasınıń ózgerisin Djoul baqlamaǵan. Bunnan Djoul kólem ózgergende gazdin ishki energiyası ózgermeydi degen juwmaqqa kelgen.



162-сүрөт. Джол тәжірибесі.



163-сүрөт. Джол-Томсон тәжірибесі.

Keyinirek bul tәjiriybe basqa sezgir variantta Djoul Tomson menen birge qaytalağan. *A* hám *B* ıdıslarının arasındaǵı tutastırıwshı naydın ishine ishi gewek probka jaylastırılğan (163-súwret). Nay jıllılıqtı izolyaciyalaytuǵın zat penen qorshalğan. *A* hám *B* ıdıslarında gazdın basımları p_1 menen p_2 turaqlı etip uslap turılğan. Gaz basımlardıń ayırmasınan orın alǵanlıǵı sebepli probka turǵan orında aǵadı. Probkanın eki tárepine de sezgir termometrler ornalastırılğan. Bunday jaǵdayda eki termometrдин kóretiwinde azmaz ayırma baqlanǵan. Gazlerdin kópshiligi ushın gaz keneyetuǵın táreptegi temperatura tómennlew bolǵan. Vodorod ushın temperaturanın ózgerisi keri bolıp shıqqan: keneygende vodorod qızadı eken. Gazdın keneyiwiniń saldarınan temperaturanın ózgeriwinen ibarat bolǵan effekt (jıllılıq almasıwıwız hám sırtqı jumıstı orınlamay) *Djoul-Tomson effekti* dep ataydı. Bul effekt haqıyqıy gazlerdin qásiyetleriniń ideal gazdın qásiyetlerinen ózgeshe ekenligin kórsetedi.

Keneygende gazdın temperaturası tómennleytuǵın *on*, al keneygende qızatuǵın effekt (teris *Djoul-Tomson effekti* dep ataydı. Keyinirek *Djoul-Tomson* effektiniń belgisiniń anıqlanıwında Van-der-Vaals tenlemesindegi *a* hám *b* dúzetiwleriniń áhmiyetli orındı iyeleytuǵınlıǵı anıqlandı.

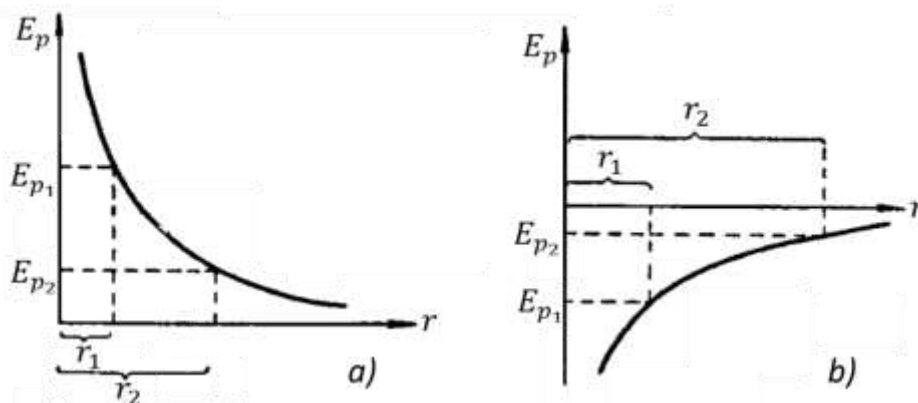
Djoul-Tomson effekti menen

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = Rt$$

Van-der-Vaals tenlemesindegi *a* hám *b* dúzetiwleri arasındaǵı baylanıstı 61-paragrafta keltirilgen potentsiallıq iymekliklerdi qaraw jolı menen tabıwǵa boladı.

Ápiwayılıq ushın eki jaǵdaydı ayırıp qaraymız: 1) Van-der-Vaals tenlemesindegi *a* dúzetiwin esapqa almawǵa bolatuǵın gaz; 2) *b* dúzetiwin esapqa almawǵa bolatuǵın gaz.

Biz Van-der-Vaals tenlemesindegi *a* dúzetiwinin molekular arasındaǵı tartılıs kúshinin bar bolıwı menen baylanıslı ekenligin kórdik. Sonlıqtan, birinshi jaǵday molekular arasındaǵı tartılıs kúshleri oǵada kishi dep esaplap, tek iyterilis kúshlerin esapqa alıwǵa sáykes keledi. Bunday jaǵdayda molekular arasındaǵı óz-ara tásirlesiwge sáykes keletuǵın potentsiallıq energiya E_p olar arasındaǵı qashılıqtın funkciyası sıpatında 164-a súwrettegi iymeklik túrinde súwretlenedi.



164-súwret. Molekulalardıń óz-ara tásir etisiwinin potenciallıq energiyası:
a) iyterisiw kúshler bar bolǵan jaǵdayda, b) tartılıs kúshleri bar bolǵan jaǵdayda.

Gazdın úlken p_1 basımına molekulalar arasındaqı ortasha kishi qashıqlıq r_1 sáykes keledi; kishi p_2 basımına molekulalar arasındaqı ortasha úlken qashıqlıq r_2 sáykes keledi. 164-a súwretten basımnın kishireyiwi menen ishki potenciallıq energiyanın kemeyetuǵınlıǵı kelip shıǵadı:

$$\Delta E_p = E_{p_2} - E_{p_1} < 0.$$

Biraq, $\Delta E_p < 0$ bolǵan jaǵdayda (3)-tenlikten $\Delta T > 0$ tensizligi alınadı.

Solay etip, biz mınaday juwmaqqa kelemiz: Van-der-Vaals tenlemesinde a dúzetiwin esapqa almawǵa bolatuǵın, biraq b dúzetiwi sezilerliktey orındı iyeleytuǵın gaz keneygende qızadı eken.

Ekinshi jaǵday molekulalardıń sonday kishi ólshemlerine tiyisli bolıp, olardı noqatlıq dep esaplawǵa boladı. Bul molekulalardıń arasındaqı qashıqlıq ádewir úlken bolǵanda sezilerliktey iyteriw kúshleri bolmaytuǵın jaǵdayǵa sáykes keledi. Tek tartısıw kúshlerin esapqa alıwǵa tuwrı keledi (soqlıǵısıw momentlerinen basqa jaǵdaylarda). Bunday jaǵdayǵa 164-b súwrette kórsetilgen potenciallıq energiya E_p nın r den ǵárezligi sáykes keledi.

Endi potenciallıq energiya teris hám r din úlkeyiwi menen onın san mánisi kishireyedi. Sonlıqtan

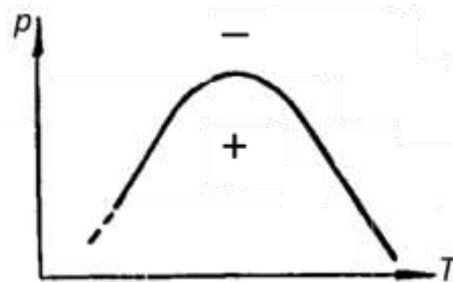
$$\Delta E_p = E_{p_2} - E_{p_1} > 0.$$

Bunnan (3)-tenliktin tiykarında mınanı alamız: Van-der-Vaals tenlemesinde b dúzetiwin esapqa almawǵa bolatuǵın, biraq a dúzetiwi sezilerliktey orındı iyeleytuǵın gaz keneygende salqınlaydı eken.

Eger molkulaların menshikli ólshemleri ushın b dúzetiwi baslı orındı iyeleytuǵın haqıyqıy gaz Djoul-Tomsonnın teris effektin, al molekulalar arasındaqı óz-ara tartısıw ushın kirgiziletuǵın a dúzetiwi sezilerliktey orındı iyeleytuǵın jaǵdayda haqıyqıy gaz Djoul-Tomsonnın on tánisli effektin beredi eken.

Berilgen bir haqıyqıy gaz ushın onın temperaturası menen basımınan ǵárezli bir jaǵdaylarda a dúzetiwi, basqa jaǵdaylarda b dúzetiwi baslı orındı iyeleydi. Sonlıqtan bir haqıyqıy gaz ushın sırtqı sharayatlarǵa baylanıslı Djoul-Tomsonnın on effektin de, teris effektin de orın alıwı múmkin. Júdá joqarı temperaturalarda barlıq gazler ushın molekulaların menshikli ólshemleri, yaǵnıy b dúzetiwi baslı orındı iyeleydi. Sonlıqtan bunday joqarı temperaturalarda Djoul-Tomsonnın teris effekti baqlanadı.

165-súwret.
Inversiya iymekligi.



Basım p menen T temperaturanın bazı bir mánislerinde a hám b dúzetiwlerinin ekewinin de tutqan orınları birdey; bunday jaǵdayda haqıyqıy gaz Djoul-Tomsonnıń nollik effektin beredi (yaǵnıy keneygende ol qızbaydı da, salqınlamaydı da). Djoul-Tomson efekti nolge ten bolatuǵın hal *inversiya noqatı* dep ataladı. Inversiya noqatlarınń jıynaǵı 165-súwrette kórsetilgen iymeklikti payda etedi. p menen T shamalarına sáykes keletuǵın noqat ushın onıń inversiya iymekliginin qaysı tárepinde jaylasqanlıǵına baylanıslı Djoul-Tomson efekti anaw yamasa mınaw belgige iye boladı: eger ol iymeklikten tómende jaylasqan bolsa, onda Djoul-Tomson efekti on, al iymeklikten joqarıda jaylasqan, onda Djoul-Tomson efekti teris.

§ 65. Gazlerdi suyıltıw. Van-der-Vaals tenlemesin tallaw tek T temperaturası T_k kritikalıq temperaturasınan tómén bolǵan jaǵdaylarda ǵana gazdi qısıw jolı menen suyıqlıqqa aylandırıwǵa bolatuǵınlıǵın kórsetti. 156-súwrette keltirilgen uglekislotanın izotermaları onıń kritikalıq temperaturası 31°C dan joqarı temperaturalarda hátte júdá joqarı bolǵan basımlarda da gaz tárizli bolıp qalatuǵınlıǵın kórsetedi. Tek 31°C dan tómén bolǵan temperaturalarda izotermalar uglekislotanın suyıqlıqqa aylanıwına sáykes keletuǵın úzilislerge iye boladı.

X kestede bir qatar gazler ushın T_k kritikalıq temperaturalar hám p_k kritikalıq basımlardıń mánisleri keltirilgen.

Kesteden azot, kislorod (hám soǵan sáykes olardıń aralaspası – hawa), vodorod, geliy sıyaqlı gazlerdin júdá tómén bolǵan kritikalıq temperaturalǵa iye ekenligi kórinip tur.

X keste. Kritikalıq temperaturalar menen kritikalıq basımlar

Zat	Kritikalıq temperatura T_k , $^{\circ}\text{C}$ larda.	Kritikalıq basım p_k , at larda
Suw, H_2O	374	217
Xlor, Cl	144	76
Ammiak, NH_3	132	112
Uglekislot, CO_2	31	73
Kripton, Kr	-62,5	54
Kislorod, O_2	-118,8	50
Argon, Ar	-122,4	48
Azot, N_2	-147	33,5
Neon, Ne	-228	26
Vodorod, H_2	-240	12,85
Geliy, He	-267,9	2,2

Pikte gazlerdi salqınlatıw mánisi mınaday bolǵan qubılıstı paydalandı: suyıqlıq intensivli túrde puwlanǵanda ishki energiyanıń puwdıń payda bolıwı ushın jumsalıwınń sebebinen salqınlaydı (puw payda bolıwdıń jıllılıǵı). Ol suyıq kúkirtli angidridti intensivli túrde puwlandırdı, nátiyjede onıń temperaturası tóménlegen. Suyıq kúkirt angidridin puwlanıwı bolıp atırǵan ıdıtın ishinde

iyrekletilgen nay jaǵastırılǵan hám bul nay arqalı úlken basım menen uglekislota jiberilgen. Nátiyjede uglekislota suyıqlıqqa aylanǵan. Bunnan keyin suyıq uglekislota ózi arqalı nay ótip turǵan hám qısılǵan kislorod penen toltırılǵan basqa ıdista puwlandırılǵan. Suyıq uglekislotaın intensivli túrde pawlanıwın nátıyjesinde onın temperaturası -130°C ǵa shekem tómelenlegen, yaǵnıy temperatura kislorodtın kritikalıq temperaturasınan da tómén túsken. Bunday jaǵdayda kislorod kúshli qısıwdın nátıyjesinde suyıq halǵa ótken bolar edi.

1884-jılı Vroblevskiy menen Olshevskiy vodorodtı 190 at basımǵa shekem qısıp hám usının menen bir waqıtta qaynap turǵan kislorod penen salqınlatıp suyıq halǵa aylandırdı. XIX ásirde aqırında Dyuar hám Linde tárepinen gazlerdi salqınlatıw ushın Djoul-Tomson effektin paydalanıw usınıldı.

Suyıq hawanı alıw ushın xızmet etetuǵın *Linde mashinasının* sxeması 166-súwrette keltirilgen. Elektromatordın járdeminde qozǵalısqı keletuǵın eki cilindrli C kompressorı hawanı shama menen 100 at basımǵa shekem qısağı. Qısılǵan hawa G iyrek nayǵa kelip túsedı. Bul iyrek nay birinshin ishine ekinshisi salınǵan bir neshe naydan turadı. Kompressordın tásirinde qısılǵan hawa en ishki nay arqalı ótedi, α ventiline kelip jetedi hám birden keneytiledi. Usının saldarınan temperatura tómelenleydi (bunday sharayatlarda hawa on Djoul-Tomson efektine iye). Salqın hawanın alınǵan porciyası iyrekletilgen naylardın sırtqı nayı arqalı kóteriledi hám kompressordan ishki nay boyınsha qarama-qarsı baǵıtta keletuǵın hawanı salqınlatadı. Qısılǵan hawanın bul ekinshi porciyası α ventiline jetiwden burın-aq salqınlaydı. α ventili arqalı ótkende Djoul-Tomson efektine baylanıslı hawa jáne de salqınlaydı.

Jetkilikli dárejede kóp ret qaytalanatuǵın bul process hawanı kritikalıq temperaturasınan tómengi temperaturalarǵa shekem salqınlatıwǵa hám onın suyıq halǵa aylanıwına alıp keledi.

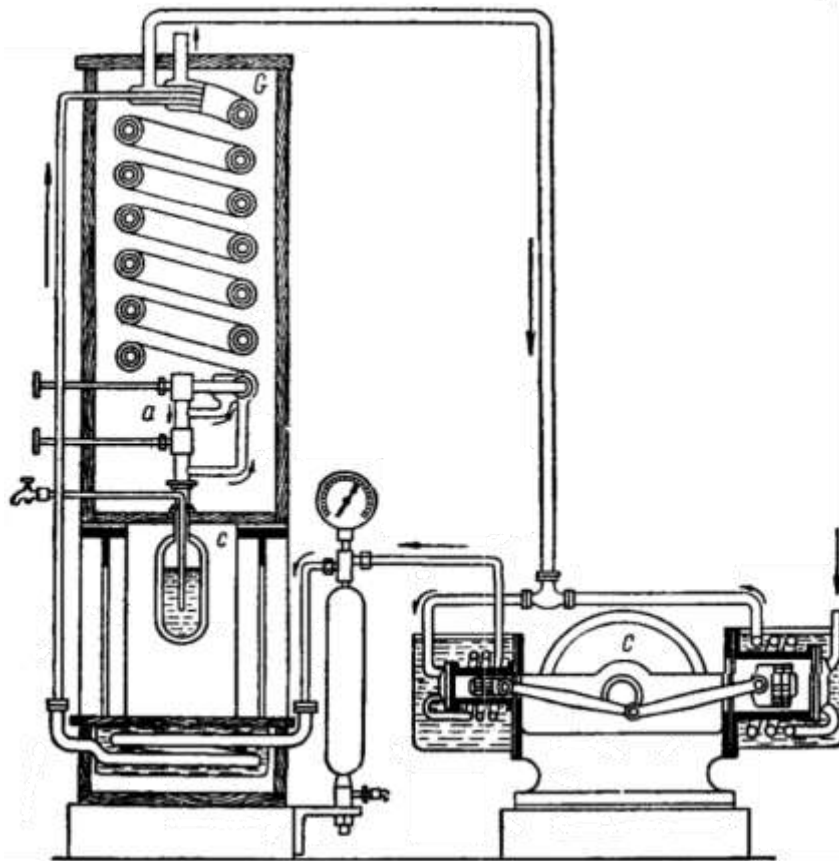
Suyıq hawa c dyuar ıdısında jıynaladı hám onın ishindegi sırttan keletuǵın jıllılıqtın aǵsın júdá az bolıwın nátıyjesinde jetkilikli dárejede uzaq waqıt saqlanadı.

Hawa tiykarınan azot penen kislorodtın aralaspasınan turatuǵın bolǵanlıqtan, suyıq hawa eki suyıqlıqtın aralaspası bolıp tabıladı. Biraq bul suyıqlıqlardıń qaynaw noqatları hár qıylı: atmosferalıq basımda suyıq azot $-195,7^{\circ}\text{C}$ temperaturada, al kislorod bolsa -183°C temperaturada qaynaydı. Sonlıqtan, suyıq hawa puwlanıwın barısında kislorod penen bayıydı, sebebi azot birinshi bolıp puwlanıp keledi.

Eger suyıq hawanın úshen eki bólimi puwlansa, onda qalǵan suyıq hawa 53 % kislorodqa iye boladı.

Házirgi waqıtları suyıq hawa laboratoriyalıq jumıslarda hám texnikada kenne paydalanıladı. Laboratoriyalarda onı joqarı vakuum alıw ushın (60-paragrafqa qaranız) hám basqa da hár qıylı maqsetlerde qollanadı. Texnikada suyıq azot penen suyıq kislorodtı alatuǵın mashinalar ken túrde qollanılardı. Hawadan eki gazdi bólip alıw olardıń suyıqlıqqa aylanıw hám qaynaw temperaturaların hár qıylı bolıwı menen baylanıslı.

Suyıq kislorod penen qanıqqan paxta yamasa aǵash kómiri taw jumıslarında paydalanılatuǵın júdá kúshli partlanatuǵın zatlardı beredi. Suyıq kislorod jáne joqarıda ushatuǵın aviacyada paydalanılardı: ol pawlanıp ushqıshlardıń dem alıwı ushın zárúrli bolǵan gaz tárizli kislorodtı beredi.



166-súwret. Linde mashinası.

Frakciyalıq puwlanıw usılı hawadan siyrek ushırasatuǵın geliy, neon, argon, kripton hám ksenon gazlerin alıw ushın paydalanıladı.

Dyuar-Linde usılı ójire temperaturasında on Djoul-Tomson effektin beretuǵın gazlerdi suyltıw ushın tikkeley qollanıladı.

Ójire temperaturalarında teris Djoul-Tomson effektin beretuǵın gazlerdi inversiya noqatınan tómengi temperaturalarǵa shekem aldın-ala salqınlatıw kerek boladı. Basım 100 *at* shamasınan 1 *at* shamasına shekem kemeygende onın on mánisli Djoul-Tomson effektin beriwi ushın vodorodtı -80°C temperaturaǵa shekem salqınlatıw kerek. Basımın usınday intervalı ushın geliy -258°C shamasına ten inversiya temperaturasına iye. Usınday temperaturalardan tómén bolǵan temperaturalarǵa shekem salqınlatılǵannan keyin (vodorod ushın suyıq hawanın járdeminde, al geliy ushın suyıq vodorodtın járdeminde ámelge asırıladı) bul gazlerdi Dyuar-Linde usılının járdeminde suyltıwǵa boladı.

Házirgi waqıtları belgili bolǵan gazler tek suyıq halǵa ǵana emes, al qattı halǵa da ótkerilgen. Geliy birinshi ret Kamerling-Onnes tárepinen 1908-jılı suyıqlıqqa aylandırıldı. Júdá tómengi basımlarda suyıq geliydi puwlandırıp, Kamerling-Onnes 0,9 K tempernaturaǵa shekem jetti. Songı jılları tap sol usıldın járdeminde 0,71 K temperatura alındı. Al, magnitlengen denelerdi adiabatlıq túrde magnitsizlew jolı menen 0,1 K hám onnan da tómengi temperaturalar alındı⁴¹.

Hawanı suyltıw ushın Dyuar-Linde usılınan basqa gaz tárepinen sırtqı kúshlerge qarsı jumıs islewдин saldarınan temperaturanın tóménlewine tiykarlangan jáne bir usıl paydalanıladı.

En ápiwayı túrde bul princip mınaday mashinalarda júzege keltiriledi: joqarı basımlarǵa shekem qısılǵan gaz porsheni bar cilindrge kelip jetedi ("detander"). Porshendi iyterip, gaz ózinin

⁴¹ Ulıwma teoriyalıq kóz-qaraslar boyınsha absolyut nolge ten bolǵan temperaturaǵa jetiw múmkin emes. Biz absolyut nol temperaturasına qansha jaqınlassaq, bunnan keyingi salqınlatıw kem-kemnen qıynlasa beredi.

ishki energiyasının esabınan sırtqı kúshlerge qarsı jumıs isleydi. Bul gazdin temperaturasının tómenlewine alıp keledi.

Songı waqıtları P. L. Kapica usı usıldı paydalanıp, suyıq hawanı hám basqa da suyıq gazlerdi alıw ushın mashınanı konstrukciyaladı. Bunday mashinalarda gazdin salqınlawı turbinanın aylanıwının esabınan júzege keledi.

Házirgi zaman fizikasında suýıltilğan gazlerdin (hawanın, vodorodtın, geliydin) denelerdi júdá tómengi temperaturalarğa shekem salqınlatıw múmkinshiligi júdá áhmiyetli orınlı iyeleydi. Sonın menen bir qatarda bul gárezlik júdá tómengi temperaturada dım úlkeyedi. Temperaturanın absolyut nolge jaqınlasıwı menen sapalıq jaqtan pútkilley jana qubılıslar payda boladı. Biz (42-paragrafta) suyıq geliydin asa aqqıshlıgın joqarıda esletip ótip edik. II tomda bir asa ótkizgishlik qubılısı kórsetiledi. Bul qubılıstın mánisi 1-7 K temperaturalarda kóp sanlı taza metallardın hám bazı bir quymalardın omıq qarsılıgının ámeliy jaqtan nolge ten bolıp qalıwına ibarat. Tómengi temperaturalarda zatlardın magnitlik qásiyetleri kúshli ózgerislerge ushıraydı. Temperatura absolyut nolge jaqınlasqanda denelerdin jıllılıq sıyımlıgı da nolge umtıladı. Usı qubılıslardın barlıgın úyrenetuğın fizikanın oblastın tómengi temperaturalar fizikası dep ataydı.

VIII BAP

Termodinamikanın tiykarları

§ 66. Processlerdi molekullıq-kinetikalıq hám energiyalıq táriyiplew. Zatlardıń molekullıq-kinetikalıq teóriyası ózinin aldına denelerdin makroskopiyalıq qásiyetlerin olardıń tiykarında jatatuǵın molekullıq processlerdi tallaw arqalı túsindiriw máselesin qoyadı. Bunday jaǵdayda *makroskopiyalıq fizikalıq shamalar sáykes molekullıq yamasa atomlıq processlerdi táriyipleytuǵın shamalardıń ortasha mánisleri bolıp tabıladı*. Mısalı, gazdin ıdístin diywallarına túsiretuǵın basımı ayırım molekullardıń usı diywallarǵa urılıwının sebebinen payda boladı. Berilgen sharayatlardaǵı basımınń turaqlı bolıwı mınaday jaǵdaydın nátiyjesi bolıp tabıladı: basımdı ólshegende biz ayırım alınǵan molekulanın soqqısı júzege keletuǵın waqıtqa salıstırǵanda úlken waqıt aralıǵındaǵı oǵada úlken sandaǵı molekullardıń diywalǵa urılıwının ortasha effektin baqlaymız.

Diffuziya qubılısın tallaǵanda biz onın da molekullardıń tártipsiz qozǵalıslarının saldarınan júzege keletuǵın ortasha effekt ekenligine kóz jetkerdik. Tap usınday gápler gazlerdegi ishki súykelis hám jıllılıq sıyımlıǵı qubılısları ushın da tán.

Ulıwma alǵanda, molekullardıń qozǵalıslarındaǵı tártipsizlik belgili bolǵan nızamlıqlardıń bar bolıwına alıp keledi. Maksvelldin tezliklerdin tarqalıwı formulası tártipsiz tarqalǵan tezliklerdin ishinde en itimal bolǵan tezlikten, yaǵnıy onnan úlken ayırma sıyrek ushırasatuǵın tezlikten bar ekenligin kórsetedi. Zattın berilgen ten salmaqlıq halında ayırım molekullardıń kinetikalıq energiyaları pútkilley hár qıylı bolǵan mánislerge iye bola aladı. Al bir erkinlik dárejesine sáykes keletuǵın energiya bolsa tolıq anıq mániske iye. Energiyanın bul ortasha mánisi denenin temperaturasını anıqlaydı. Tártipsiz qozǵalatuǵın molekullardıń potentsiallıq hám kinetikalıq energiyalarının qosındısı zattın ishki energiyasınıń zapasına ten.

Solay etip, *oǵada kóp sanlı ayırım elementar processlerdin ortasha mánisi* bolıp tabılǵanlıqtan, makroskopiyalıq shamalar belgili bolǵan mánislerge iye boladı. Qubılıslardı molekullardıń sanı úlken bolmaǵan kishi masshtablarda baqlaytuǵın bolsaq, onda tabılǵan ortasha shamalardan awısıwların ushırasıwı kerek. Bunday ortasha mánislerden awısıwları *fluktuaciýalar* dep ataydı. Bunday awısıwlar haqıyqatında da baqlanadı (76-paragrafta tolıǵıraq ayılǵan): bunday qubılısqı mısıl sıpatında broun qozǵalısnı kórsetiwge boladı.

Denelerdin makroskopiyalıq qásiyetlerin olardıń molekullıq qurılısınan kóz-qarası boyınsha túsindiriw ushın qollanılatuǵın usıldı *statistikalıq usıl* dep ataydı. Házirgi waqıtları bul usıl kenne qollanılardı hám bul usıldı paydalanatuǵın teoriiyalıq fizikanın bólimin *statistikalıq fizika* dep ataydı.

Biraq, qubılıslardı táriyiplewdin basqa da usılı bar. 26-paragrafta biz denelerdin qásiyetlerin olardıń ishinde bolıp atırǵan processlerdi egjey-tegjeıne shekem qaramay-aq táriyiplewge bolatuǵınlıǵın kórsettik. Bunday táriyiplewdi energiya, onın aylanısları, onı alıp beriwdin usılları haqqındaǵı jáne energiyanın bir túrden ekinshi túrge aylanıwının nızamları tiykarında ámelge asırıwǵa boladı.

Fizikanın processlerdi joqarıda kórsetilgen energiyalıq kóz-qaraslarda qaraytuǵın bólimi *termodinamika* dep ataladı. Processlerdi mikroskopiyalıq kóz-qaraslar tiykarında qaramay-aq, termodinamika sol processlerdin ulıwmalıq ótiwi boyınsha onın tiykarında jatqan fundamentallıq nızamlar sıyaqlı isenimli bir qatar juwmaqlardı keltirip shıǵarıwǵa múmkinshilik beredi.

Processlerdin energiyalıq tárepine tiyisli bolǵan tallawların termodinamikalıq usılı tek ǵana principiallıq emes, al ámeliy áhmiyetke de iye. Energiyanı bir formadan ekinshi formaǵa ótkeriw, energiyanın esabınan jumıstın isleniwi hám basqa da máseleler termodinamikalıq kóz-qaraslar tiykarında tallanıwı múmkin.

Termodinamikanın tiykarında jatatuǵın máseleler *termodinamikanın baslamaları* dep

ataladı. Bul baslamalar eksperimentallıq maǵlıwmatlardı ulıwmalastırıw jolı menen tabılǵan; olardıń isenimligi olardan kelip shıqqan juwmaqlardıń tájiriybelerdin nátiyjeleri menen sáykes keliwi menen tastıyqlanadı.

§ 67. Berilgen jıllılıq muǵdarı menen jumıstın ekvivalentligi. Termodinamikanın birinshi baslamasın keltirip shıǵarmastan burın bir denenin energiyasınıń ekinshi denegge jumıs islew menen hám jıllılıqtı ótkeriw menen alıp beriwdi qaraymız. Jumıs haqqındaǵı túsinikti biz 25-paragrafta qaradıq. Jıllılıqtın bazı bir muǵdarın ana yamasa mına denegge alıp beriw kóz-qarasın da kóp qaytara paydalandıq. Jıllılıqtın alıp beriliwi haqqındaǵı túsiniikke terenirek tallaw júrgizemiz.

Denelerdin jıllılıq halı haqqındaǵı en dáslepki túsinikler qızǵan denelerdin payda ete alatuǵın subektivlik sezimleri tiykarında payda boldı. Bul sezimler tek qızıw dárejesin biz anıqlayın dep atırǵan denegge tiyisli faktlerdin quramalı kompleksi boyınsha ǵana emes, al jıllılıqtı sezetuǵın denelerge (sonın ishinde birinshi gezekte qoldın terisi) tiyisli bolǵan faktlerge de baylanıslı anıqlanadı. Berilgen denenin salqın yamasa qızǵan bolıwı tek ǵana onın temperaturası boyınsha emes, al onın jıllılıq ótkizgishligi hám bizin qolımızdın sezgirliǵi tárepinen anıqlanadı. Denelerdin jıllılıq halına obektiv túrde baha beriw ushın jıllılıq almasıwınan basqa hesh qanday ózgeriske ushıramaytuǵın izolyaciyalanǵan gruppanı payda etetuǵın bir birine tiyisip turǵan denelerdin temperaturalarınan jetkilikli waqıt ishinde birdey bolatuǵınlıǵı faktı paydalanadı. Temperaturanı ólshew usı jaǵdayǵa tiykarlanǵan: termometr denegge jetkilikli waqıt tiyip turǵan jaǵdayda usı denenin temperaturasına iye boladı. Joqarıda kórgenimizdey, temperaturalardı ólshew ushın qálegen fizikalıq shamanın temperaturadan ǵárezizliginin paydalanılıwı múmkin. Empirikalıq shkala (44-paragrafqa qaranız) temperaturanı turaqlı kólemdegi vodorodtın basımının ózgeriwi boyınsha ólsheydi.

XVIII ásirdin birinshi yarımında bazı bir alımlar denelerdin temperaturasınıń joqarılawının sebebi molekulalardıń qozǵalısları dep esapladı. Bul pikir M. V. Lomonosov tárepinen rawajlandırıldı. Lomonosovtın pikiri boyınsha jıllılıq qubılısları molekulalardıń aylanbalı ("kolovratlıq") qozǵalısların saldarınan júzege keledi. Lomonosov denelerdin jıllılıq halın molekulalardıń aylanbalı qozǵalısları menen baylanıstırdı. Sebebi, onın pikirinshe, aylanbalı qozǵalıslar zatlardın barlıq agregat halları ushın ulıwmalıq bolıp tabıladı. Lomonosovtın teoriiyası 1744-jılı jarıq kórgen "Jıllılıq penen suwıqlıqtın sebebi haqqındaǵı pikirlew" traktatında bayanlanǵan. Bul traktat keltirilgen sheklengenliklerdin bar bolıwına qaramastan jıllılıqtın molekulalıq-kinetikalıq teoriiyasının barlıq belgilerin óz ishine aldı. Jıllılıqtın molekulalıq-kinetikalıq teoriiyasının paydasına tiykarǵı argument sıpatında denelerdin súykelistin saldarınan qızatuǵınlıǵın keltirgen. Tap usı faktti ol sol dáwirlerdegi bárshe tárepinen moyınlanǵan teplorod teoriiyasın áshkaralaw ushın paydalandı.

Teplorod teoriiyası XVIII júz jıllıqta payda boldı hám ken tarqaldı. *Teplorod teoriiyası boyınsha jıllılıq payda etilmeytuǵın hám joq bolmaytuǵın teplorod dep atalatuǵın bazı bir zat bolıp tabıladı.* Teplorod tek ıssı denelerden salqın denelerge ótedi dep esaplandı: ıssı denelerde teplorod kóp, al salqın denelerde – az. Usı jaǵdayǵa qaramastan, súykelis kúshlerinin tásirindegi denelerdin qızıwın túsindire almadı. Teplorod teoriiyası XIX ásirdin ortasına shekem jasadı.

Teplorod teoriiyasının tiykarında kalorimetriyalıq ólshewlerdin teoriiyası rawajlandı hám *alıp beriletuǵın jıllılıqtın muǵdarı* Q túsiniǵi payda boldı. En birinshi kalorimetrlik ólshewler Peterburg qalasında 1750-1751 jılları G. V. Rixman tárepinen orınlandı. Alıp berilgen jıllılıqtın muǵdarı haqqındaǵı túsinikti kirgiziw ushın tómendegidey tájiriybenni qarap ótiw kerek. Ishinde birdey muǵdardaǵı hám birdey T_0 temperaturadaǵı suw bar birdey bolǵan eki ıdis alınadı. Bunnan keyin ózinin quramı hár qıylı, biraq massaları m birdey bolǵan eki dene (mısalı, birewi temir, ekinshisi qorǵasın) T_0 den joqarı T temperaturasına shekem qızdırıladı. Eger bul denelerdin birewin ıdislardın birine, al ekinshisin ekinshisine salsaq hám hár bir ıdistaǵı suwdın temperaturası menen salınǵan denenin temperaturası tenleskenshe kútsek, onda temir salınǵan suwdın

temperaturasının qorǵasın salınǵan suwdın temperaturasınan joqarı bolatuǵınlıǵın kóriwge boladı. Bul fakttı bılayınsha túsindiriw múmkin: temir qorǵasınǵa salıstırǵanda suwǵa kóbirek ΔQ jıllılıq bergen. Tap usınday jollar menen massası úlken hám temperaturası joqarı bolǵan denenin suwǵa kóbirek jıllılıqtı beretuǵınlıǵın kórsetiwge boladı. Usınday tájiriybelerdin tiykarında denegge beriletuǵın yamasa deneden alınatuǵın jıllılıqtın muǵdarı ΔQ nın denenin temperaturasının ΔT ózgerisine hám onın massasına proporcional ekenligin kórsetedi:

$$\Delta Q = cm \Delta T. \quad (1)$$

c shaması salıstırmalı jıllılıq sıymıǵı atamasına iye boldı. Alıp berilgen jıllılıqtın birliǵı sıpatında (*kaloriyanı*) 1 g suwdı 1°C ǵa qızdırıw ushın kerek bolǵan jıllılıqtın muǵdarı qabıl etildi. Alıp berilgen jıllılıqtın muǵdarın kaloriyada ólshegende suwdın jıllılıq sıymıǵı 1 ge ten boladı.

Joqarıda ayılǵanlarǵa baylanıslı alıp berilgen jıllılıqtın muǵdarı ΔQ dı mınaday usıldın járdeminde ólshewge boladı: deneni suw menen jıllılıq tek sol dene menen suwdın arasında ǵana júretuǵınday etip tiyistiredi, bunday jaǵdayda (1)-anlatpa boyınsha

$$\Delta Q = cm \Delta T = c_0 m_0 \Delta T_0 \quad (2)$$

túrindegi anlatpanı jazıwǵa boladı. Bul anlatpada c_0 menen m_0 suwdın jıllılıq sıymıǵı menen massası, al ΔT_0 arqalı suw menen dene arasındaǵı jıllılıq almasıwdın saldarınan suwdın temperaturasının ózgerisi belgilengen. m_0 menen ΔT_0 shamaların tikkeley ólshewge bolatuǵın bolǵanlıqtan, (2)-tenlik boyınsha ΔQ shamasın anıqlawǵa boladı.

XVIII júz jıllıqtın aqırında hám XIX júz jıllıqtın basında eksperimentallıq materiallardın jıynalıwı menen teplorod teoriyasının Lomonosovtın súykeli kúshlerinin jumısındaǵı denelerdin qızıwın túsindire almaytuǵınlıǵı ayqın túrde kórine basladı.

Rumford metaldı burǵılaǵanda qırındılardıń úziksiz qızatuǵınlıǵın baqladı. XVIII ásirde aqırında Devi muzdın eki bólegin bir birine súykegende jıllılıqtı alıwdın múmkin ekenligin kórsetti. Djoul 1843-jıldan 1878-jıllarǵa shekem ótkergen jumılarınan úlken seriyasınıń nátiyjesinde bir kaloriya jıllılıq berilgende deneler qansha shamaǵa qızatuǵın bolsa, $4,18 \cdot 10^7 \text{ erg}$ shamasındaǵı jumıs ishengende de sonsha qızatuǵınlıǵın taptı. Kerisinshe, qanday da bir deneden jıllılıq alıwdın saldarınan isengen jumısta jıllılıqtın hár bir kaloriyasına sáykes $4,18 \cdot 10^7 \text{ erg}$ mexanikalıq jumıstın islenetuǵınlıǵın anıqladı. Keyinirek hár qıylı túrlerde qaytalanǵan bul tájiriybeler berilgen jıllılıqtın muǵdarı menen jumıstın ekvivalent ekenligin kórsetti.

§ 68. Termodinamikanın birinshi baslaması. Alıp berilgen jıllılıqtın muǵdarı menen jumıs arasındaǵı ekvivalentlik mexanikalıq energıyanı saqlanıw nızamın ulıwmalastırıwǵa múmkinshilik beredi. 28-paragrafta aytılıp ótilgenindey, sistemanın mexanikalıq energıyasının ózgerisi sırtqı kúshler menen ishki súykeli kúshlerinin jumısına tuwrı proporcional ekenligi kórsetildi. Sonın menen birge biz jıllılıq tásirin qaramadıq⁴². Ulıwma jaǵdayda sistemanın energıyası ózgeriske tek jumıs islewde esabınan ǵana ushıramaydı, al basqa da tásirlesiwde esabınan jıllılıqtın alıp beriliwi menen de ózgeriske ushıraydı (mısalı, jaqtılıqtı jıtuwdın esabınan).

Qanday da bir sistemanı qaraymız hám onı bir haldan ekinshi halǵa ótkeremiz Mısalı, gazdın belgili bolǵan muǵdarı sırtqı kúshlerdin tásirinde qısılıwı hám sonın menen bir waqıtta oǵan bazı bir muǵdardaǵı jıllılıqtın beriliwi múmkin. Sistemanın hár bir halı makroskopiyalıq kóz-qarastan usı haldı táriyipleytuǵın belgili bir shamalardıń beriliwi menen anıqlanıwı múmkin. Bunday shamalardı *parametrler* dep ataydı. Ideal gaz ushın onın halın anıqlaytuǵın parametrler bolıp mınaday úsh shamanın qálegen jubı bola aladı: kólem V , basım p hám temperatura T . Sebebi ideal gazdın berilgen muǵdarı ushın onın halı usı úsh shamanın qálegen eki jubının járdeminde anıqlanadı (mısalı, basım p hám temperatura T).

Sistemanın bir haldan ekinshi halǵa ótiwi sırtqı kúshlerdin tásirinde júzege keledi. Olardıń qatarına tek ǵana sırtqı kúshlerdin jumısı ΔA ǵana kirmeydi, al bazı bir ΔQ jıllılıq muǵdarının

⁴² Sonın menen birge biz sırtqı kúshlerdi súykeli kúshleri bolıp tabılmaıdı dep úndemesten boljadıq. Sebebi sırtqı súykeli kúshlerinin jumısı sistemaǵa jıllılıqtın beriliwi menen júredi.

beriliwi hám basqa da tásirler kiredi. Joqarıda kórgenimizdey, jıllılıqtın beriliwi hám jumıs barlıq waqıtta bir birine ekvivalent. Tájiriýbeler barlıq basqa tásirler ushın sáykes mexanikalıq ekvivalentti tabıwǵa bolatuǵınlıǵın kórsetedi. Usının menen birge tájiriýbeler eger sistema sırtqı tásirlerdin saldarınan belgili bolǵan I haldan basqa II halǵa ótetuǵın bolsa, onda *ótiwdin múmkin bolǵan barlıq usıllarında sırtqı tásirlerdin mexanikalıq ekvivalentlerinin qosındısı ózgerissiz qalatuǵınlıǵın* kórsetti.

Sırtqı tásirlerdin mexanikalıq ekvivalentlerinin bul qosındısı *energiyanın ózgerisin* anıqlaydı

$$U_{II} - U_I = k \sum_i \Delta A_i. \quad (1)$$

Bul tenlikte U_I hám U_{II} arqalı sistemanın sáykes I hám II hallarındaǵı energiyası belgilengen. k – proporcionallıq koefficienti.

Joqarıda ayılǵanlardın mınaday jaǵday kórinedi: eki haldın energiyaların *ayırması* fizikalıq mániske iye. Energiyanın mánisin bolsa qanday da bir haldın energiyasın shártli túrde nolge ten dep alǵanda anıqlawǵa boladı (yamasa qanday da bir anıq mánis bergen jaǵdayda). Al, eger biz sistemanın qanday da bir I halı ushın belgili bolǵan U_I energiyası sáykes keledi dep esaplasaq (mısalı I halda U_I energiyasına iye dep esaplasaq), onda (1)-formula boyınsha II haldaǵı energiya U_{II} ushın

$$U_{II} = U_I + k \sum_i \Delta A_i.$$

anlatpasına iye bolamız.

Joqarıda ayılǵanlar boyınsha $\sum_i \Delta A_i$ shaması I haldan II halǵa ótiwdin usılınan ǵárezsiz bolǵanlıqtan II halda da energiyanın anıq bolǵan U_{II} energiyasına iye bolatuǵınlıǵın kóremiz. Bul *energiyanın haldın bir mánisli funkciyası bolıp tabılatuǵınlıǵın kórsetedi, yaǵnıy energiyanın da hal anıqlanatuǵın parametrler menen anıqlanatuǵınlıǵın* anǵartadı. Eger qanday da bir tásirde sistema dáslep I haldan II halǵa, al onnan keyin I halǵa qaytıp keletuǵın bolsa, onda energiya ózinin *dáslepki mánisine* iye boladı. Demek, energiyanın ózgeriw hám saqlanıw nızamı en ulıwma túrde mınaday formulirovkaǵa iye boladı: *bir haldan ekinshi halǵa ótkendegi sistemanın energiyasının ózgerisi sistemanın usı ózgerisin júzege keltiretuǵın barlıq sırtqı tásirlerdin mexanikalıq ekvivalentlerine proporcional. Dóngelek boyınsha ótetuǵın processte, yaǵnıy sistema ózinin dáslepki halına qaytıp keletuǵın processte, barlıq sırtqı tásirlerdin mexanikalıq ekvivalentlerinin qosındısı noǵe ten hám energiya ózgeriske ushıramaydı.*

Usınday ulıwmalıq túrde anlatılǵan energiyanın saqlanıw nızamın *termodinamikanın birinshi baslaması* dep ataydı.

Energiyanın jıllılıq ótkizgishlikdin saldarınan alıp beriliwi úlken orındı iyeleytuǵın bolǵanlıqtan, biz ΔQ jıllılıǵın alıp beriwge alıp kelinetuǵın tásirlerdi ayırıp kórsetemiz. Bunday jaǵdayda termodinamikanın birinshi baslamasın mına túrde jazamız:

$$\Delta U = k\Delta A + k'\Delta Q. \quad (2)$$

Bul anlatpada ΔU arqalı sistemanın ishki energiyasının ózgerisi, ΔQ arqalı sistemaǵa berilgen jıllılıqtın muǵdarı hám ΔA arqalı basqa barlıq tásirlerdin mexanikalıq ekvivalentlerinin qosındısı belgilengen. Eger basqa sırtqı tásirler mexanikalıq tásirge alıp kelinetuǵın bolsa, onda ΔA sistemaǵa túsirilgen sırtqı kúshlerdin jumısı bolıp tabıladı.

Alıp berilgen jıllılıq penen jumıstın ekvivalent ekenligin názerde tutsaq, onda berilgen ΔQ jıllılıqtın muǵdarın jumıstın (energiyanın) birlikleri menen ólshewdin múmkin ekenligin kóremiz (*erglerde, djoullerde, kGm lerde h.t.b.*). Eger (2)-formulaǵa kiretuǵın barlıq shamalardı birdey birliklerde ólsheytuǵın bolsaq, onda k menen k' koefficienttin ekewi de birge ten boladı hám (1)-formula mınaday túrge enedi:

$$\Delta U = \Delta A + \Delta Q. \quad (2a)$$

Ishki energiyanın ózgerisin sheksiz kishi dep esaplap, (2a) nı mına túrde kóshirip jazamız:

$$dU = dA + dQ. \quad (2b)$$

Energiya U hal funkciyası bolıp tabıladı. Sonlıqtan dóngelek boyınsha ótetuǵın processte onın ózgerisi nolge ten bolǵanlıqtan dU shaması *tolıq differencial* bolıp tabıladı. Qızdıruw orın alatuǵın jaǵdaylarda tuyıq jol boyınsha islengen jumıs nolge ten emes. Bunnan biz qarap atırǵan jaǵdayda dA shamasının tolıq differencial bolmaytuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Biraq, bunday jaǵdayda (2b)-tenlemeden berilgen jıllılıq muǵdarı dQ dın da *tolıq differencial emes* ekenligin kóremiz.

Bunnan biz jumıstın da, berilgen jıllılıq muǵdarının da energiya menen teppe-ten emes ekenligi kelip shıǵadı. Olardıń qosındısı energianın ózgerisin anıqlaw mánisine iye.

Sırtqı kúshler tárepinen islenetuǵın ΔA jumıs penen bir qatarda sistema tárepinen sırtqı denelerge túsiriletuǵın kúshlerdin esabınan islenetuǵın $\Delta A'$ qarawǵa boladı. Nyutonnnın úshinshi nızamı boyınsha $\Delta A' = -\Delta A$. (2)-formulaǵa $\Delta A'$ tı kirgizip, onı

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A' \quad (3)$$

túrinde kóshirip jazamız.

Usınday túrde jazılǵan termodinamikanın birinshi nızamı mınaday jaǵdaydı tastıyıqlaydı: *sistemaǵa berilgen jıllılıqtın muǵdarı onın ishki energiyasın úlkeytiw hám sistema tárepinen sırtqı denelerge túsiriletuǵın kúshlerdin jumısı ushın jumısaladı.*

Termodinamikanın birinshi baslaması jıllılıq penen jumıstın arasındadı ekvivalentlik tabılǵan tájiriybeler boyınsha da, onnan kelip shıǵatuǵın kóp sanlı juwmaqlardıń baqlanatuǵın faktlerge sáykes keliwi menen de tastıyıqlanadı.

Tariyxiy jaqtan energianın saqlanıw nızamının (birinshi baslamanın) ashılıwı mınaday sátsiz jumıslardıń nátiyjesi menen baylanıslı: energianın hesh qanday túrin hám sırttan hesh qanday jıllılıq almay isleytuǵın mashinanı soǵıwǵa umtılw hesh qanday nátiyjeni bermedi. Termodinamikada bunday mashinanı birinshi áwlad perpetuum mobile dep ataydı. Joqarıda ayılǵan jaǵdaylarǵa baylanıslı sistema dáslepki awhalına qaytıp kelgende onın energiyası dáslepki mánisin qabıl etedi. Sonlıqtan dáwirli háreket etetuǵın mashina ushın hár bir dáwirdin aqırında $\Delta U = 0$ hám usı mashinanın orınlaǵan jumısı sırttan beriletuǵın ΔQ jıllılıq muǵdarının yamasa energianın qanday da bir sırtqı dereklerinin esabınan islenedi. Jıllılıqtın beriliwi energianın beriliwi bolıp tabıladı. Sonlıqtan, alıp berilgen energiya haqqında gáp etiwge hám energianın saqlanıw nızamın (termodinamikanın birinshi nızamın) bılayınsha aytıwǵa boladı: *birinshi áwlad perpetuum mobileni qurıw, yaǵnıy islewinin hár bir dáwirinde sırttan jutılǵan energianın muǵdarınan úlken bolǵan jumıstı isleytuǵın dvigatelde soǵıw múmkin emes.*

Energianın saqlanıw nızamı haqqında gáp etkende mınaday jaǵdaydı atap ótiw júdá áhmiyetli: sırtqı tásirlerdin mexanikalıq ekvivalentlerinin qosındısı nolge ten bolǵan jaǵdayda sistemanın bazı bir I halınan basqa II halına ótiwi múmkin. Bunday jaǵdayda (1)-formula boyınsha eki haldin energiyaları bir birine ten bolıwı kerek: $U_{II} = U_I$. Bul sistemada onın parametrleri ózgeretuǵın, biraq energiyası ózgeriske ushıramaytuǵın processtin júriwinin múmkin ekenligin anǵartadı. Bul jaǵdayǵa mısál sıpatında ideal gazdin izotermalıq keneyiwi xızmet ete aladı: gazdin temperaturası ózgermegenlikten onın energiyası da ózgermeydi. Al gazdin halın anıqlaytuǵın parametrler (kólem V menen basım p) ózgeredi. Bunday jaǵdayda sırtqı jumıs islenedi hám gazge bazı bir muǵdardaǵı jıllılıq muǵdarı beriledi. Biraq, sırtqı jumıs penen berilgen jıllılıqtın mexanikalıq ekvivalentinin qosındısı nolge ten.

Izolyaciyalanǵan sistema bolǵan jaǵdayda sırtqı tásirler bolmaydı. Biraq, usınday jaǵdayda da sistemanın ayırım bólimleri arasındadı óz-ara tásirlesiwlerdin esabınan processlerdin júzege keliwi hám energianın ayırım túrlerinin (kinetikalıq, potenciallıq h.b.) ózgeriwi múmkin. Al sistemanın tolıq energiyası saqlanadı. Mısál sıpatında, kinetikalıq hám potenciallıq energiyalardıń bazı bir zapasına iye bolǵan denelerdin izolyaciyalanǵan sistemasın qaraymız. Meyli, sistemanı payda etetuǵın denelerdin arasındadı óz-ara tásirlesiwlerdin nátiyjesinde suykelis kúshlerine qarsı jumıs islenetuǵın bolsın. Bul jaǵdayda (28-paragrafta aytılıp ótilgenindey) denelerdin potenciallıq hám kinetikalıq energiyalarının qosındısı bolıp tabılatuǵın sistemanın mexanikalıq

energiyası kemeyedi. Biraq súykelis kúshlerine qarsı islengen jumıstın nátiyjesinde deneler qızadı hám olardıń ishki (jıllılıq) energiyası úlkeyedi. Sistemanın tolıq energiyası ózgerissiz qaladı, tek energıyanın hár qıylı túrleri bir túrden ekinshi túrge aylanadı.

Alıp berilgen jıllılıq penen jumıstın ekvivalent ekenliginin principiallıq hám teoriyalıq áhmiyeti Robert Mayer (1814—1878), V. Tomson (1824—1907), Klauzius (1822—1888) hám basqa da bir qatar fizikler tárepinen anıqlandı.

Energıyanın saqlanıw nızamı burınnan boljandı. 1748-jılı M. V. Lomonosov zattın saqlanıw nızamın keltirip shıǵarǵanda tábiyattaǵı qozǵalıstın saqlanıw nızamın da keltirip shıǵardı. Ol eski rus tilinde shama menen bılay dep jazdı: "Haqıyqatta júzege keletuǵın barlıq ózgerislerdin mánisi bir deneden qansha muǵdarda bir nársen alınatuǵın bolsa, onda sol alınǵan nársen basqa bir denegge beriletuǵınlıǵınan ibarat... Tap usınday tábiyiy nızam qozǵalıstın tártiplerine de tarqaladı: óytkeni ekinshi deneni jılıstıratuǵın birinshi dene ózinin qozǵalıstın qansha shamaǵa joǵatlatuǵın bolsa, onı ekinshi dene aladı". Energıyanın saqlanıw nızamın san jaqtan 100 jıldan keyin energıyanın hár qıylı túrleri arasındǵı óz-ara aylanıslır menen baylanıslı bolǵan kóp sanlı processler ashılǵannan keyin Robert Mayer (1814—1878) hám Gelmgolc (1821—1894) tárepinen keltirip shıǵarıldı. Mayer fiziologiyalıq baqlawlarǵa tiykarlanǵan ulıwmalıq tallawlardan energıyanın saqlanıw nızamına keldi. Ol energıyanın hár qıylı túrlerinin bir birine aylanıwın hám bul aylanıwlardın barlıq waqıtta belgili bolǵan sanlıq (ekvivalentlik) qatnaslarda bolatuǵınlıǵın atap ayttı. Gelmgolc kinetikalıq hám potenciallıq energiyalar túsiniklerin kirgizdi hám oraylıq tartılıs hám iyterilis kúshleri tásir etetuǵın jabıq sistemada kinetikalıq hám potenciallıq energiyalardıń qosındısınn turaqlı bolatuǵınlıǵın kórsetti. Solay etip, Gelmgolctın traktovkasında energıyanın saqlanıw nızamı sheklengen mexankalıq xarakterge iye boldı.

Energıyanın saqlanıw hám bir túrden ekinshi túrge aylanıw nızamının ulıwmalıq xarakterı hám onın tábiyattanıw ushın oǵada ullı áhmiyeti Engels tárepinen ashıp kórsetildi. Ózgeris túrindegi túsiniletuǵın qozǵalıstın materıyanın jasaw forması bolıp tabıladı. Bunday ulıwmalıq mániste túsiniletuǵın qozǵalıstın joǵalmaydı da, hesh nárseden payda bolmaydı da; tábiyatta materıyanın jasaw formalarınan ózgerisnin, belgili bolǵan sanlıq qatnaslardǵı onın aylanıslarınan bolıwı múmkin. Bul saqlanıw nızamının onın fizikalıq formulirovkası menen baylanıspaǵan ulıwmalıq formulirovkası bolıp tabıladı. Jana ilimiy ashılıwlarǵa baylanıslı bul formulirovkanın ózinin ózgeriwi múmkin. Engels bılay jazdı: ... qozǵalıstın qálegen forması onın qálegen basqa formasına ótiwge uqıplı hám májbúr bolıp shıqtı. Usı formaǵa jetip, nızam ózinin en songı anlatpasına jetti. Jana ashılıwlardın járdeminde biz oǵan jana tastıyıqlawdı, jana bas bolǵan mazmundı beremiz. Biraq usı orında anlatılǵan nızamnın ózine bir hesh nárseni de qosa almaymız.

Usının menen birge energıyanın saqlanıw hám bir túrden ekinshi túrge aylanıw nızamı jumıs dep atalatuǵın fizikalıq shamanın mazmunın teren túsiniwge múmkinshilik beredi. Joqarıda kórgenimizdey, sistemanın energiyası orınlanǵan jumıstın esabınan ózgeredi. Demek, jumıs energıyanın ózgeriw ólshemi bolıp tabıladı. Jumıstın usınday mánisi Engels tárepinen atap ayıldı. Ol bılay jazdı: "... sanlıq tárepinen aytqanda jumıs qozǵalıstın formasının ózgeriwi bolıp tabıladı".

Jumıs hám "alıp berilgen jıllılıqtın muǵdarı" energıyanın ózgeriwiniń ólshemi bolıp tabılǵanı menen energıyaǵa teppe-ten emes. Haqıyqatında da, energıya sistemanı táriyipleydi, ol *sistemanın halının bir mánisli funkciyası* bolıp tabıladı (26-paragrafqa qaranız). Sistemada hesh qanday ózgerisler bolmaǵan jaǵdaylarda onın belgili energiyası boladı. Energıyasının ózgerisine alıp keletuǵın sistemanın halın ózertetuǵın process bolǵan jaǵdayda ǵana jumıs hám "alıp berilgen jıllılıq muǵdarı" haqqındaǵı túsinikler mániske iye boladı. Jumıs ta, "alıp berilgen jıllılıq muǵdarı" da sistemanın hal funkciyaları bolıp tabılmaıdı.

Alıp berilgen jıllılıqtın muǵdarı menen islengen jumıstın ekvivalentligi ashılǵannan keyin teploter teoriyası tolıǵı menen dıqqattan sırtta qalǵan bolsa da, usı teploter teoriyası tárepinen kirgizilgen "jıllılıq" sózi tap sol teoriyadaǵı mániste házirgi waqıtlarǵa shekem paydalanılıp kelmekte. Ekinshi tárepten, denedegi "jıllılıq" degende biz usı denenin jıllılıq energıyasın túsinemiz hám bul haqqında biz bunnan keyin de ǵáp etemiz. "Jıllılıq" sózin usınday bir mániste emes paydalanıw anıqsızlıqlarǵa alıp keliwi múmkin.

Ásirese, bir qatar jaǵdaylarda denede toplanǵan "jıllılıqtın" muǵdarı túsiniǵı "alıp berilgen jıllılıqtın muǵdarı" túsiniǵı menen shatastırıladı. Bunday tastıyıqlawdın talapqa juwap bermeytuǵınlıǵı baǵı bir zattı baslanǵısh I halınan tolıq anıq bolǵan II halına ótkeriw ushın usı ótiwdin qalayınsha júzege keliwine baylanıslı hár qıylı muǵdardaǵı jıllılıqtın beriliwi múmkin ekenligi menen baylanıslı. Mısal retinde ideal gazdın 1 *mol*ın alamız. Onı p_1 basımı hám T_1 temperaturası menen táriyiplenetuǵın I haldan p_2 basımı hám T_2 temperaturası menen táriyiplenetuǵın II halǵa ótkeriw zárúr bolsın. Bul ótiwdi hár qıylı jollar menen ámelge asıra alamız. Mısalı: 1) gazdı turaqlı p_1 basımında T_2 temperaturasına shekem qızdıramız. Onın ushın gazge $\Delta Q = C_p(T_2 - T_1)$ jıllılıq muǵdarın beriwimiz kerek, bul tenlikte C_p arqalı turaqlı basımındaǵı jıllılıq sıyımlıǵı belgilengen; bunnan keyin gazdı izotermalıq ráwishte p_2 basımına shekem qısamız. 2) gazdı turaqlı V_1 kóleminde T_2 temperaturasına shekem qızdıramız. Onın ushın gazge $\Delta Q' = C_v(T_2 - T_1)$ shamasındaǵı jıllılıq muǵdarın beremiz. Bul tenlikte C_v arqalı turaqlı kólemdegi mollik jıllılıq sıyımlıǵı belgilengen. Bunnan keyin gazdı izotermalıq ráwishte p_2 basımına shekem qısamız. Eki jaǵdayda da gaz I halınan tolıq belgili bolǵan II halına ótkerildi. Biraq oǵan berilgen ΔQ hám $\Delta Q'$ jıllılıq muǵdarlarınan shamaları bir birine ten emes. Sebebi $C_p \neq C_v$.

Gazdı turaqlı kólemde qızdırganımızda berilgen jıllılıq tek ishki energiyasınıń zapasın kóbeytiw ushın ǵana jumısaladı. Al gazdı turaqlı basımında qızdırganda bolsa process quramalıraq túske enedi: jıllılıqtın alıp beriliwi menen bir waqıtta gazdın keneyiwine baylanıslı jumı orınlanadı. Tek jumı penen berilgen jıllılıqtın muǵdarın esapqa alıw denenin ishki energiyasınıń ózgerisin bir mánisli anıqlawǵa múmkinshilik beredi.

Bunnan alıp *berilgen jıllılıqtın muǵdarı menen anıqlanatuǵın* "jıllılıqtın zapası" haqqında gáp etiwdin múmkin emes ekenligi ayqın boladı.

Temperatura menen táriyiplenetuǵın denelerdin qızdırılǵanlıǵının dárejesi tártipsiz molekualıq qozǵalıslardıń intensivligi menen anıqlanadı.

Joqarıda kórgenimizdey (48-paragrafta), denenin Kelvin shkalasındaǵı temperaturası T molekulanın bir erkinlik dárejesine sáykes keletuǵın ortasha energiya $\bar{\epsilon}_0$ arqalı bir mánisli anıqlanadı: $T = \frac{2}{k} \bar{\epsilon}_0$, bul formulada k arqalı Bolcman turaqlısı belgilengen. Molekulalardıń tártipsiz qozǵalıslarınan tolıq energiyası (ilgerilemeli, aylanbalı, terbelmeli qozǵalıslarınan) mexanikalıq emes potenciallyq energiyanın múmkin bolǵan túrleri menen denenin ishki energiyasınıń zapasın quraydı. Geypara jaǵdaylarda bólekshelerdin *tártipsiz* qozǵalıslarınan barlıq túrlerinin energiyalarınan qosındısın berilgen denenin *jıllılıq energiyası* dep ataydı. Biraq, denenin ulıwmalıq ishki energiyasınan jıllılıq energiyasın bólip alıw usı gaz ushın onın bólekshelerinin múmkin bolǵan tártipsiz qozǵalıslarınan barlıq túrlerin hám usı qozǵalıslardıń temperaturadan ǵárezligin esapqa alatuǵın molekualıq-kinetikalıq teoriya bar bolǵan jaǵdayda ǵana ámelge asırılardı. 49-paragrafta aytılıp ótilgenindey, bunday jaǵdayda, bul teoriya tek klassikalıq mexanikanın kóz-qaraslarına tiykarlanǵan bolmawı, al molekualardıń qozǵalıslarınan kvantlıq xarakterin de esapqa alıwı kerek.

Tek en ápiwayı bolǵan ideallastırılǵan sistema ushın ǵana jıllılıq energiyasın ayırıp alıwǵa boladı. Biz (48-paragrafqa qaranız) ideal gaz ushın onın bólekshelerinin óz-ara potenciallyq energiyası nolge ten. Demek, bunday gaz ushın jıllılıq energiyası onın ishki energiyasına sáykes keledi. Basqa mısal sıpatında ideallastırılǵan eki atomlı gazdı qaraymız. Onın barlıq molekuaları temperaturadan ǵárezsiz bes erkinlik dárejesine iye hám energiyanın erkinlik dárejeleri boyınsha tendey tarqalıw nızamına baǵınadı. Bunday gaz ushın jıllılıq energiyası $\frac{5}{2}kTN$ shamasına ten (N arqalı gazdın molekualarınan sanı belgilengen). Barlıq haqıyqıy gazler ushın jıllılıq energiyasın usınday etip bólip alıw múmkin emes. Sonlıqtan, biz bunnan bılay, tek tolıq ishki energiya menen is alıp baramız hám onın energiyanın qanday bolǵan túrlerinen turatuǵınlıǵın anıqlamaymız.

Alıp berilgen jıllılıq muǵdarı menen jumıstın ekvivalentligi, usının menen birge olardıń ózlerine tán ózgeshelikleri ayırım qubılıslardı molekualıq-kinetikalıq kóz-qarastan tallaǵanda ayırıqsha ayqın túrde kórinedi. Meyli, qozǵalatuǵın shókkish prujınaǵa urılǵan hám onı qısqaqan bolsın. Bul jaǵdayda jumıstın isleniwiniń saldarınan shókiishtin tártipli qozǵalıslarınan kinetikalıq energiyası qısıǵan prujinanın potenciallyq energiyasına ótedi. Basqa mısaldı alamız: temperaturası joqarı bolǵan basqa gaz benen tiyisiwdin saldarınan jıllılıq ótkizgishlikten bar bolıwınan nátiyjesinde gazdın belgili bolǵan muǵdarı ΔT^0 temperaturasına shekem qızadı. Makroskopiyalıq kóz-qarastan qaraǵanda ıssı gazden salqın gazge baǵı bir muǵdardaǵı jıllılıqtın talıp beriliwden turatuǵın bul process molekualıq-kinetikalıq kóz-qarastan bul

process eki gazdin molekularının *tártipsiz* qozǵalıslarının ortasha kinetikalıq energiyaların tenlesiwi bolıp tabıladı. Jumis islew arqalı (tártipli qozǵalıstın bar bolıwın saldarınan) hám jıllılıqtı alıp beriw jolı menen (tártipsiz qozǵalıstın bar bolıwın saldarınan) energiyanın alıp beriliwi máselelerinde bir keyinirek toqtaymız.

Sarıplangán jumıstın ekvivalent muǵdarına ten bolǵan jıllılıqtın muǵdarın ólshegende barlıq denelerdin jıllılıq sıyımlıǵının, solardıń ishinde suwdın jıllılıq sıyımlıǵının turaqlı shama bolmaytuǵınlıǵı, al temperaturadan ǵárezli ekenliginin anıqlanatuǵın atap aytıw úlken áhmiyetke iye. Sonlıqtan (1)-qatnas boyınsha anıqlanatuǵın "alıp berilgen jıllılıqtın muǵdarı" bolǵan

$$\Delta Q = cm\Delta T$$

shamasının jeke ózi sistemanın energiyasının ózgerisinin ólshemi bola almaydı. Ol tek mına jaǵdayda ǵana sistemanın energiyasının ózgerisinin ólshemi bola aladı: hár bir ΔT temperaturalıq interval ushın ekvivalent bolǵan jumıstın shaması anıqlangannan keyin jıllılıq sıyımlıǵının T temperaturadan ǵárezliginin túrinin anıqlanıwı kerek. Sistemanın energiyasının ózgerisinin "en birinshi ólshemi" mexanikalıq jumis bolıp tabıladı. Bul jaǵday jáne burın aytılap ótilgen (26-paragraf) Engelstın "jumis – sanlıq tárepinen qaraǵanda qozǵalıstın formasının ózgerisi" pikirinin durıs ekenligin jáne bir ret tastıyıqlaydı.

Barlıq denelerdin jıllılıq sıyımlıǵı sıyaqlı suwdın jıllılıq sıyımlıǵının temperaturadan ǵárezli ekenligin kaloriyanı anıqlaǵanda dáliligin joqarılalıw zárúrigin payda etedi. Házirgi waqıtları kaloriya dep 1 g suwdı turaqlı basımda 19,5°C dan 20,5°C temperaturasına shekem qızdırw ushın kerek bolatuǵın jıllılıqtın muǵdarına aytađı⁴³.

§ 69. Termodinamikalıq cikllar⁴⁴. Termodinamikalıq kóz-qarastan qanday da bir processtı qarawdın barısında biz sistemanın qanday zatlardan turatuǵınlıǵı menen qızıqpasaq ta boladı. Biraq bizin sistemanın halının neshe dana fizikalıq shama menen hám atap aytqanda qanday fizikalıq shamalardıń járdeminde bir mánisli anıqlanatuǵınlıǵın bilıw úlken áhmiyetke iye.

Sistemanın halın anıqlaw ushın xızmet etetuǵın hám sırtqı tásirlerdin aqıbetinde ózgere alatuǵın shamalardı, joqarıda esletip ótilgendey, *parametrler* dep ataydı. Sistemanın halın bir mánisli anıqlaw ushın zárúrli bolǵan parametrlerdin sanı onın qansha dárejede quramalı ekenliginen ǵárezli. Sistemanın qanday dárejede quramalı ekenligin anıqlaw ushın termodinamikada *faza* túsinigin kirgizedi. Faza dep aytqanda fizikalıq jaqtan bir tekli deneni yamasa bir biri menen teppe-ten bolǵan hám fizikalıq jaqtan bir tekli bolǵan denelerdin jıynaǵın túsinedi. Mısalı, suw menen onın ústindegi toyingán suw puwınan turatuǵın sistemanı eki fazadan turadı, al solardıń bir fazası suw, ekinshisi toyingán puw bolıp tabıladı. Tap sol sıyaqlı suw menen onın betinde qalqıp júrgen muzdın bólekleri eki fazalı sistemanı payda etedi: bir faza — suw, al ekinshisi muzdın bóleklerinin jıynaǵı.

Ideal gazdin belgili bolǵan muǵdarı en ápiwayı bolǵan sistemalardıń qatarına kiredi. Bul bir fazalı sistema bolıp tabıladı. Bul sistemanın halın bir mánisli anıqlaytuǵın parametrler kólem V , basım p hám temperatura T (bul jaǵdayda gazdin muǵdarı berilgen *massa* sı t parametr bolıp tabılmaydı). V, p hám T shamaları bir biri menen hal tenlemesi arqalı baylanısqan. Mendeleev-Klapeyron tenlemesi ideal gaz ushın hal tenlemesi bolıp tabıladı.

Berilgen sistemanın *ten salmaqlıq* yamasa *ten salmaqlıq emes* bolıwı júdá úlken áhmiyetke iye. Sistemanın ten salmaqlıq halı dep parametrleri belgili mánislerge iye bolatuǵın hám usı parametrlerdin mánisleri sırtqı sebepler bolmaǵan jaǵdaylarda qálegenshe uzaq waqıtlar dawamında ózgerissiz saqlanatuǵın halǵa aytağı. Eger bul shártler orınlanbasa, onda sistemanın halı ten salmaqlıq bolmaydı. Mısallar keltiremez: kólemi V shamasına ten ıdistaǵı suyıqlıqtan hám onın ústindegi puwdan turatuǵın sistemanın barlıq bólimlerinde temperatura T shamasına ten bolsa, onda sistema ten salmaqlıq halında turadı; bul jaǵdayda sistemanın barlıq bólimleri birdey

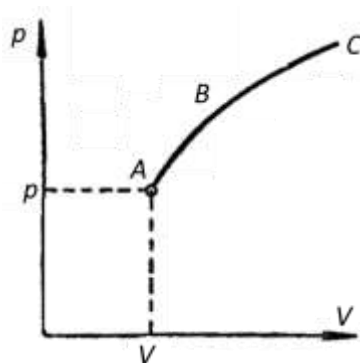
⁴³ 101 325 Pa shamasına ten bolǵan standart atmosferalıq basımında (Awdarıwshılar).

⁴⁴ Ásirese rus tilindegi oqıw hám ilimiy ádebiyatlarda "dóngelek processler" ataması jiwi qollanıladı. Biraq, bir ingliz tilindegi ádebiyatlarda qollanılatuǵın "Termodinamikalıq cikllar" atamasın paydalanamız (Awdarıwshılar).

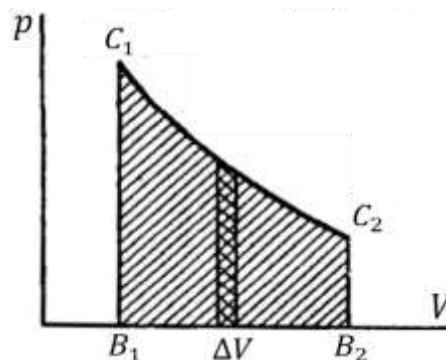
basımın astında turadı. Solay etip, sistema ushın p menen T parametrleri belgili bolğan mánislerge iye boladı, tap sol sıyaqlı basqa parametrler de (suyıqlıq penen puwdın salıstırmalı muǵdarları) waqıtqa baylanıslı ózgerissiz qaladı. Eger sol sistemada suyıqlıq penen puwdın temperaturaları hár qıylı bolatuǵın bolsa, onda sistema ten salmaqlı emes halda turadı: onın ushın T nın shaması anıq mániske pútkilley iye bolmaydı, al suyıqlıq penen puwdın salıstırmalı muǵdarları ózgeredi. Sistemanın ten salmaqlı emes halı ushın basqa misal sıpatında ushları hár qıylı temperaturalarda uslap turılatuǵın metall sterjendi keltiriwge boladı. Bul jaǵdayda sterjennin hár bir noqatındaǵı temperatura turıqlı boladı. Biraq sterjennin hár bir noqatındaǵı temperaturanın turaqlı bolıwı, birinshiden, sterjennin ushların berilgen temperaturalarda uslap turatuǵın sırtqı sebepler menen baylanıslı hám. ekinshiden, sterjennin hár qıylı bólimlerindegi temperatura hár qıylı.

Grafikte sistemanın halın noqat penen súwretlewge boladı. Onın ushın koordinatalar kósherlerine sistemanı táriyipleytuǵın parametrlerdi qoyıw kerek. Mısalı, eger sistemanın halı kólem V hám basım p menen táriyiplenetuǵın bolsa, onda abscissa kósherinde kólemdi, al ordinata kósherine basımdı qoyıp, kólem V hám basım p menen táriyiplenetuǵın sistemanın halının koordinataları p menen V bolğan A noqatı menen súwretlenetuǵınlıǵın kóremiz (167-súwret). Tek sistemanın ten salmaqlıq halının ǵana noqat penen súwretleniwı múmkin, sebebi, joqarıda kórgenimizdey, ten salmaqlı emes halǵa parametrlerdin belgili bolğan mánisleri sáykes kelmeydi.

Sistemada ótetuǵın processlerdin barlıǵı bir qatar ten salmaqlıq emes hallar menen baylanıslı. Biraq, waqıttın hár bir momentinde parametrlerdin hár biri belgili bolğan mániske iye bolatuǵın, sonın menen birge qálegen usıl mene saylap alınǵan Δt waqtının ishinde sistemanı ten salmaqlı dep esaplawǵa bolatuǵınday dárejede parametrlerdin shamasının mánisi sonshama ástelik penen ózgeretuǵın hallardı kóz aldırǵa elesletiw múmkin. Usınday *sheksiz ástelik penen júretuǵın process ten salmaqlıq process dep ataladı, onı bir qatar ten salmaqlıq hallardan tura dep esaplawǵa boladı*. Qatan túrde aytqanda, hesh bir haqıyqıy processtin ten salmaqlıq process bolıwı múmkin emes. Biraq, process qanshama ástelik penen ótetuǵın bolsa, onda ol ten salmaqlıq processke jaqın boladı. Grafikte ten salmaqlıq process úzliksiz iymekliktin járdeminde súwretlenedi (167-súwrettegi ABC iymekligi).



167-súwret. Ten salmaqlıq hal noqattın, al ten salmaqlıq process iymekliktin járdeminde súwretlenedi.



168-súwret. Keneygende islengen jumıs $C_1C_2B_1B_2$ figurasının maydanı menen súwretlenedi.

Qaytımlı process dep eki baǵıtta da júre alatuǵın processke aytamız. Sonın menen birge, eger process dáslep bir baǵıtta, al keyin qarama-qarsı baǵıtta júrgen bolsa, onda qorshaǵan ortalıqta qanday da bir ózgerislerdin bolıw-bolmawınan ǵárezsiz sistema ózinin dáslepki halına qaytıp keliwi kerek. Qálegen qaytımlı process qaytımlı bolıp tabıladı. Sebebi ol ten salmaqlıq hallardın úzliksiz qatarınan turadı. Bul processlerdin birinen son biri dáslepki baǵıtta da, oǵan qarama-qarsı baǵıtta da júre aladı. Al ten salmaqlı emes process barlıq waqıtta qaytımlı emes. Bunnan qatan

aytqanda haqıyqıy processlerdin barlıq waqıtta qaytımlı emes bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Olar tek sheksiz kishi tezlikler menen ótkende ǵana qaytımlı processlerge jaqınlay aladı. Tórende biz qaytımlı hám qaytımlı emes processlerdi tolıǵıraq tallaymız.

Zattın berilgen muǵdarının V kólemnin, p basımının hám T temperaturasınıń ózgerisine alıp kelinetuǵın processti kóz aldımızǵa keltiremiz. Ótiw sheksiz ástelik penen boladı, yaǵnıy processti ten salmaqlı dep esaplap, C_1 halınan C_2 halına ótkendegi orınlanatuǵın jumıstı anıqlaymız (168-súwret).

49-paragrafta turaqlı basımda gazdı keneytkende mınaday muǵdardaǵı jumıstın islenetuǵınlıǵı kórsetildi:

$$A = p(V_2 - V_1). \quad (1)$$

Bul tenlikte $V_2 - V_1$ arqalı kólemnin ózgerisi belgilengen. Bul anlatpa tek gazdin keneyiwi ushın ǵana orınlı bolıp qoymay, qálegen zat ushın durıs. Eger keneyiwdin barısında basım turaqlı bolıp qalatuǵın bolsa, bunday zattı biz endigiden bılay jumıs isleytuǵın zat dep ataymız.

Biraq, biz endi basım turaqlı bolıp qalmaytuǵın ulıwmalıq jaǵdaydı qaraymız. Sonlıqtan qaraw ushın aldın ala kólemnin sheksiz kishi ózgerisi ΔV nı qaraymız. Kólem sheksiz kishi shamaǵa ózgergende basım p nı turaqlı bolıp qaladı dep esaplawǵa boladı; bunday jaǵdayda sheksiz kishi keneygende islengen jumıs

$$\Delta A = p\Delta V \quad (2)$$

anlatpasının járdeminde anıqlanadı.

Grafikte ΔA elementar jumısı 168-súwrettegi qoyıw túrde shtrixlangan baǵananın maydanı menen súwretlenedi. Sanlıq jaqtan basım p jumıs isleytuǵın zat tárepinen ıdıstın diyalının maydanının bir birligine túsiriletuǵın kúshin shamasına ten. Sonlıqtan (2)-formuladaǵı ΔA jumısı sistema tárepinen sırtqı denelerge túsirilgen kúshlerdin jumısı, yaǵnıy 68-paragraftaǵı (3)-formuladaǵı $\Delta A'$ arqalı belgilengen jumıs bolıp tabıladı. ΔA nın usı mánisin sol 68-paragraftaǵı (3)-formulaǵa qoyıp, biz qarap atırǵan elementar jumısqa qollanıwǵa bolatuǵın energıyanın saqlanıw nızamın alamız:

$$\Delta Q = \Delta U + p\Delta V. \quad (3)$$

Bul anlatpada ΔQ arqalı jumıs isleytuǵın zatqa berilgen jıllılıqtın muǵdarı, ΔU arqalı onın ishki energıyasının ózgerisi belgilengen. Eger zat keneyetuǵın bolsa ($\Delta V > 0$), onda jumıs on. Bunday jaǵdayda islengen jumıstın muǵdarı jumıs isleytuǵın denegge sırttan beriletuǵın ΔQ jıllılıqtın yamasa zattın U ishki energıyasının kemeyiwinin esabınan yamasa usı dereklerden bir waqıttıǵı birgeliktegi ózgerislerinin shamalarınan qosındısına ten. Sırtqı kúshlerdin tásirinde jumıs isleytuǵın zattın kólemi kishireygende ($\Delta V < 0$) islengen $\Delta A = p\Delta V$ jumıstın mánisi teris. Bul jumıs isleytuǵın deneden sırtqı denelerge jıllılıqtın beriliwi ($\Delta Q < 0$) yamasa denenin U ishki energıyasının kóbeyiwinin yamasa sol eki processtin bir waqıtta júriwinin esabınan júzege keledi.

Zattın halı C_1 noqtınan C_2 noqtına shekem ózgergende islengen jumıs elementar jumıslardın qosındısına ten:

$$A = \sum \Delta A = \sum p\Delta V. \quad (4)$$

Bul jumıs grafikte 168-súwrettegi shtrixlangan $C_1C_2B_2B_1$ figurasının maydanı menen súwretlenedi.

Keneyiwdin nátiyjesinde C_1 halınan C_2 halına ótken jumıs isleytuǵın zattı kóz aldımızǵa elesleteyik (169-súwret). Keyin bul zat qısılıp C_2 halınan C_1 qaytadan ótsin. Meyli, keneyiw processi $C_1C'C_2$ iymekligi menen súwretlenetuǵın bolsın. Qısıwdı sol $C_2C'C_1$ iymekligi boyınsha kerı baǵıtta ótiw arqalı da júzege keltiriw múmkin. Biraq, qısıwdı basqa jol menen, tómenerik jaylasqan $C_2C''C_1$ iymekligi boyınsha da ámelge asırıwǵa boladı. Onın ushın zattı qısıwdın barısında T_1 temperaturasında emes, al basqa T_2 temperaturada ámelge asırıw kerek. Kólemlik keneyiw koefficienti on bolǵan barlıq zatlar ushın $T_2 < T_1$. Sebebi bunday zatlar ushın birdey kólemde úlken basım úlken temperaturalarda júzege keledi. Bunnan keyin biz tek usınday zatlardı

ğana qaraymız.

$C_1C'C_2C''C_1$ tuyıq iymekligi menen súwretlenetuğın barlıq process termodinamikalıq cıkl yamasa tek cıkl dep ataladı. Bir ciklda islenetuğın jumıstın summasın anıqlaymız.

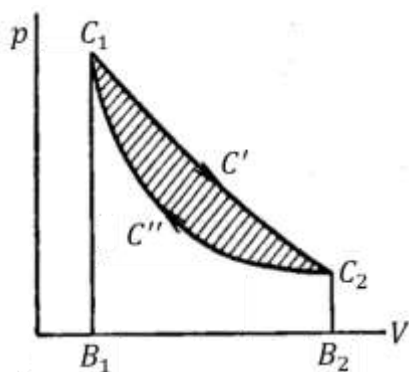
Zat tárepinen keneyıwdın saldarınan islengen A_1 jumısı $C_1C'C_2B_2B_1$ figurasının maydanı menen súwretlenedi. Bul jumıs on: $A_1 > 0$.

Qısılıwdın nátiyjesinde islengen jumıs $C_1C''C_2B_2B_1$ figurası menen súwretlenedi. Bul jumıs teris: $A_2 < 0$.

Jumıslardıń qosındısı

$$A = A_1 + A_2$$

$C_1C'C_2B_2B_1$ hám $C_1C''C_2B_2B_1$ figuralarının *maydanlarının ayırması* menen súwretlenedi. Bunnan islengen jumıstın 169-súwrettegi $C_1C'C_2C''C_1$ figurası menen sheklengen shtrixlangán maydangá ten ekenligi kelip shıǵadı. Bul jumıstın belgisi on.



169-súwret.

Termodinamikalıq ciklda islengen jumıs tuyıq iymeklik penen orap alıńǵan shtrixlangán maydangá ten.

Zattın C_1 haldağı ishki energiyasın U_1 , al C_2 halındağı ishki energiyasın U_2 arqalı belgileymiz. Jumıs isleytuğın zatqa $C_1C'C_2$ keneyıwında beriletuğın jıllılıqtı Q_1 , al $C_2C''C_1$ qısılıwındağı jıllılıqtı Q_2 arqalı belgileymiz (keneygende zat $Q_1 > 0$ muǵdarındağı jıllılıqtı aladı, al qısılganda $Q_2 > 0$ jıllılıq muǵdarın beredi, yaǵnıy $-Q_2$ jıllılıq muǵdarın aladı). Bunday jaǵdayda termodinamikanın birinshi nızamı boyınsha mınalargá iye bolamız:

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_1, -Q_2 = U_1 - U_2 + A_2.$$

Bul eki tenlikte aǵzama-aǵza qosıp, bir cikldın ishinde zat tárepinen sırtqı kúshlerge qarsı islengen A jumısının shamasın alamız:

$$A = A_1 + A_2 = Q_1 - Q_2. \quad (5)$$

Biz cikldağı 169-súwrette kórsetilgen bul jumıstın mánisin on ekenligin anıqladıq. Solay etip $C_1C'C_2C''C_1$ ciklı menen súwretlengen processte mınaday jaǵday orın aladı eken: zatqa sırttan Q_1 jıllılıǵı berilgen, zattın ózi usı Q_1 jıllılıǵınan kishi bolǵan Q_2 jıllılıq muǵdarın bergen, bul jıllılıq muǵdarların $Q_1 - Q_2$ ayırmasın esabınan zat sırtqı kúshlerge qarsı A jumısın islegen. Usınday cikldı *tuwrı cıkl* dep ataydı. Berilgen $Q_1 - Q_2$ jıllılıq muǵdarın esabınan A jumısı islengenlikten, tuwrı cıkl túrinde súwretlenetuğın process *jıllılıq mashinasın* beredi.

Bizin kórgenimizdey, qarap atırılǵan processte processtin birinshi yarımında sistemaǵa berilgen Q_1 jıllılıq muǵdarın barlıǵı jumısqa aylanbaydı eken: Q_2 jıllılıǵın bir bólimi sırtqa beriledi. Jıllılıqtın ózinen ózi tek ıssı deneden salqın denegé ótetuğın bolǵanlıqtan, onda mına nárselerdin orın alıwı kerek: zatqa ózinin Q_1 jıllılıq muǵdarın beretuğın ıssıraq dene (qızdıǵısh) hám zat ózinin Q_2 jıllılıq muǵdarın beretuğın salqın dene (salqınlatqısh).

Alıp berilgen jıllılıqtın esabınan jumıs alıńanda, álbette, energiyanın saqlanıw nızamı orınlanadı: sırttan alıńǵan hám sırtqı berilgen jıllılıq muǵdarların ayırması $Q_1 - Q_2$ alıńǵan A jumısına ten. Ámeliy kóz-qarastan qızdıǵıstıan alıńǵan Q_1 jıllılıǵın qanday bólimin A jumısqa aylanǵanlıǵı úlken qızıǵıw payda etedi. Sebebi, jıllılıq muǵdarın salqınlatqıshqa berilgen Q_2 bólimi ámeliy jaqtan hesh qanday qızıǵıw payda etpeydi. Sonlıqtan, qaraw ushın paydalı tásir

koefficienti (p.t.k.) kirgiziledi:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (6)$$

Bul paydalı tásir koefficientin anıqlaw ushın ayqın cikldı kóriw hám ondağı islengen jumıstı esaplaw kerek. Biz bul mäseleni 73-paragrafta sheshemiz.

Házir 169-súwrette kórsetilgen ciklğa *keri* bolğan cikldı qaraymız. *Keri ciklda* (170-súwret) zattın keneyiwi $C_1C''C_2$ iymekligi boyınsha júzege keledi. Bunday jaǵdayda on A_1 jumısı islenedi, onın san shaması $C_1C''C_2B_1B_2$ figurasının maydanına ten. Zattın qısılıwı $C_2C'C_1$ iymekligi boylap júzege keledi, bul jaǵdayda orınlangan jumıs A_2 teris mániske iye hám onın san mánisi $C_1C'C_2B_2B_1$ figurasının maydanına ten. Jumıslardıń qosındısı $A' = A_1 + A_2$ teris mániske iye, sebebi absolyut mánisi boyınsha A_2 jumısı A_1 jumısınan úlken. Qosındı A' jumıs $C_1C'C_2C''C_1$ tuyıq iymekligi ózinin ishine alatuǵın maydan menen súwretlenedi. Bul jaǵdayda sistemaǵa sırttan túsirilgen kúshlerdin islegen jumısı on mániske iye, $A = A'$.

Meyli dene keneygende sırttan Q_2 jıllılıǵın alatuǵın, al qısılganda Q_1 jıllılıǵın beretuǵın bolsın. Barlıq process mınaǵan alıp kelinedi: sırtqı deneler tárepinen túsirilgen kúshler on A jumısın isleydi, sistema sırttan muǵdarı Q_2 bolğan jıllılıqtı aladı hám usı Q_2 den úlken bolğan Q_1 jıllılıǵın qaytarıp beredi. Berilgen Q_1 jıllılıǵının muǵdarı alınǵan Q_2 jıllılıǵı menen sistemanın ústinen sırtqı kúshler tárepinen islengen jumıstın qosındısına ten:

$$Q_1 = Q_2 + A.$$

Bunday cikl menen isleytuǵın mashina *salqınlatqısh mashina* xızmetin atqara aladı: $C_1C''C_2$ keneyiwi $C_2C'C_1$ qısılıwına salıstırǵanda tómenerik temperaturada ámelge asırıladı, sonlıqtan Q_2 jıllılıq muǵdarı salqınaraq deneden alınadı hám Q_1 jıllılıq muǵdarı joqarıraq qızǵan zatqa beriledi. Salqınlatqısh mashina sırtqı kúshlerdin tásirinde isleydi, ol salqın deneden Q_2 jıllılıq muǵdarın alıp (usının saldarınan ol kúshlirek salqınlaydı), onı ıssıraq deneye beredi.

§ 70. Adiabatalıq processler. Adiabatanın tenlemesi. Sistemanın *adiabatalıq ózgerisi* dep *sistema menen qorshaǵan ortalıq tárepinen jıllılıq almaspay júretuǵın ózgerislerge* aytadı. Adiabatalıq processte sistema sırttan jıllılıq almaydı hám qorshaǵan denelerde jıllılıqtı bermeydi. Processtin adiabatalıq júriwi ushın sistema jıllılıqtı pútkilley ótkermeytuǵın diywallar menen qorshalǵan bolıwı kerek. Jıllılıqtı pútkilley ótkermeytuǵın diywallardı soǵıwdın múmkinshiligi joq bolǵanlıqtan, barlıq haqıyqıy process adiabatalıq processke azı-kemli jaqın sharayatlarda júredi. Adiabatalıq processlerge ámeliy jaqtan jaqın processler sıpatında sonday tez júretuǵın processlerdi kórsetiwge boladı, bunday jaǵdayda sırtqı deneler menen sezilerliktey muǵdardaǵı jıllılıq almasıwı ushın waqıt jetpey qaladı.

Matematikalıq jaqtan processtin adiabatalıq xarakteri $\Delta Q = 0$ túrinde jazıladı. Bunnan adiabatalıq processtege energiyanın saqlanıw nızamı minaday túrge iye boladı:

$$\Delta U + \Delta A = 0. \quad (1)$$

Adiabatalıq processte ΔA jumısı tek sistemanın ishki energiyasının ózgerisinin esabınan ǵana islenedi. Eger sistema on jumıstı islese ($\Delta A > 0$), onda sistemanın ishki energiyası kemeyedi; eger, kerisinshe, sırtqı kúshler sistemanın ústinen jumıs islese ($\Delta A < 0$), onda sistemanın ishki energiyası kóbeyedi.

Ideal gazdin adiabatalıq keneyiwi processin qaraymız. Jumıs ΔA barlıq waqıtta

$$\Delta A = p\Delta V \quad (2)$$

formulasının járdeminde anıqlanadı. Bul formulada p arqalı gazdin basımı, al ΔV arqalı kólemnin ózgerisi belgilengen. 48-paragrafta atap ótilgenindey, ideal gazdin ishki energiyası onın molekularlarının qozǵalıswın kinetikalıq energiyası bolıp tabıladı; bunnan ideal gazdin bir molının ishki energiyası mınaǵan ten boladı:

$$U = \frac{i}{2} kT \cdot N_A = \frac{i}{2} RT.$$

Bul tenlikte k – Bolcman turaqlısı, N_A – Avagadro sanı, R – gaz turaqlısı. Turaqlı temperaturadağı gazdin mollik jıllılıq sıyımlığı bolğan $C_V = \frac{i}{2}R$ shamasın kirgizip

$$U = C_V T$$

tenligine, al bul tenlikten ideal gazdin ishki energiyasının ózgerisi mınağan ten bolatuǵınlığına kóz jetkeremiz:

$$\Delta U = C_V \Delta T \quad (3)$$

tenligine iye bolamız.

(1)-anlatpaǵa ΔA nın (2)-anlatpadıǵı mánisin qoyıp (3)-tenlikten ideal gazdin bir moli ushın termodinamikanın birinshi baslamasının anlatpasın alamız:

$$C_V \Delta T + p \Delta V_0 = 0. \quad (4)$$

(4)-qatnastan biz mınağan iye bolamız: adiabatlıq keneygende ($\Delta V_0 > 0$) gaz salqınlaydı, al adiabatlıq qısılganda ($\Delta V_0 < 0$) gaz qızadı. Solay etip gazdin kólemi adiabatlıq ózgergende onın temperaturası turaqlı bolıp qalmaydı eken. Sáykes esaplaw (mayda shrift penen jazılğan tekst) T temperaturanın ózgerisin onın V kóleminin ózgerisi menen baylanıstırıwǵa múmkinshilik beredi. Meyli V_1 kólemin iyelep turǵan gaz T_1 temperaturasına iye bolsın. Bunday jaǵdayda kólem adiabatlıq ózgergende temperatura T_2 shamasına ten boladı hám tómendegidey qatnas orın aladı:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}. \quad (5)$$

Bul qatnasta $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$, yaǵnıy γ shaması turaqlı basım menen turaqlı kólemdegi jıllılıq sıyımlılıqlarının qatnasına ten (mayda shrift penen jazılğan tekstti qaranız).

Gazdin hár bir berilgen halı ushın durıs bolatuǵın Mendeleev-Klapeyron tenlemesinen paydalanıp mınanı alamız:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{T_1}{T_2}.$$

$\frac{V_1}{V_2}$ nın usı mánisin (5)-qatnasqa qoyıp,

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (6)$$

qatnasına iye bolamız.

Ózinin mánisi boyınsha (5)-formulaǵa teppe-ten bolğan (6)-formula adiabatlıq processtegi gazdin temperaturasının ózgerisin onın basımının ózgerisi menen baylanıstıradı.

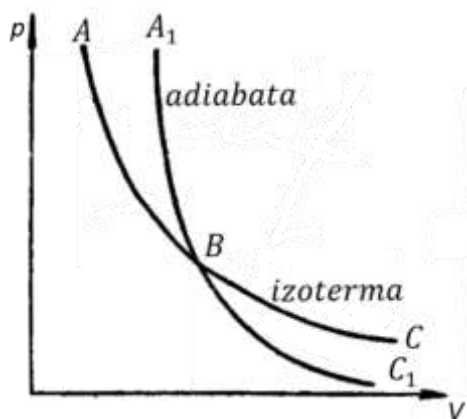
Endi gazdin halının izotermalıq hám adiabatlıq ózgerisler salıstıramız. Gazdin keneyiwini *izotermalıq* ráwishte, yaǵnıy turaqlı temperaturada júzege keliwi ushın gaz tárepinen on jumıs ishengende onın ishki energiyasının kemeyiwini kompensaciyalaw ushın sırttan úzliksiz túrde jıllılıq berip turıw kerek. Kerisinshe, gazdin qısıluwının izotermalıq ráwishte ótiwi ushın, yaǵnıy onın temperaturasının turaqlı bolıp qalıwı ushın onın ishki energiyasının zapasın úzliksiz túrde sırtqa alıp turıw shárt. Tek gaz benen sırtqı deneler arasında ideal túrdegi jıllılıq almasıwı bolğan jaǵdayda ǵana izotermalıq process júzege keledi. Ámelde izotermalıq processti alıw ushın ózgerislerdi júdá ástelik penen júrgiziw kerek. Bunday ástelik penen ótken processlerde gaz benen sırtqı deneler arasındaǵı jıllılıq almasıwının saldarınan temperaturanı turaqlı etip uslawdın múmkinshiligi tuwıladı.

Solay etip biz mınalardı iye bolamız:

1) *gazdin kóleminin izotermalıq ózgerisi* sırtqı deneler menen jıllılıq ideal túrdegi jaqsı almasıwdın saldarınan júzege keledi; keneyiwdin barısında gaz tárepinen sırtqı denelerge túsiriletuǵın kúshlerdin jumısı sırttan jıllılıqtın kiriwinin esabınan islenedi; gazdi qısqandaǵı sırtqı kúshlerdin jumısı gazden sırtqı denelerge sáykes jıllılıq muǵdarının alıp beriliwi menen júredi;

2) júdá jaqsı (ideal túrdegi) jıllılıq izolyaciya bar bolğan jaǵdayda gazdin kóleminin

adiabatalıq ózgeriwiniń júzege keliwi múmkin; gazdin jumısı onın ishki energiyasınıń esabınan orınlanadı; keneygende gaz salqınlaydı, al qısılganda qızadı.



171-súwret.

Adiabata izotermaǵa salıstırǵanda tik boladı.

Gazdin berilgen muǵdarı ushın izotermalıq keneyiwı Boyle-Mariott nızamına baǵınadı:

$$pV = \text{const.}$$

Bul ǵárezlik 171-súwrette ABC izoterması menen súwretlengen. Eger biz baǵı bir B halınan gazdı adiabatalıq qısatuǵın bolsaq, onda, joqarıda ayılǵanlarǵa baylanıslı, onın temperaturası kóteriledi; usının nátiyjesinde pV kóbeymesinin barlıq mánisleri izotermalıq qısıwdaǵıǵa salıstırǵanda úlken boladı; bunnan adiabatalıq qısılıw BA izotermasına salıstırǵanda tiklew bolǵan BA_1 iymekligi menen súwretlenedi. Dál usı sıyaqlı, B noqatınan shıǵıp biz gazdı adiabatalıq keneyte baslasaq, onda onın temperaturası tómenley baslaydı, usının nátiyjesinde keneyiw BC izotermasına salıstırǵanda tómenge qaray tez túsetuǵın BC_1 iymekligi boyınsha júredi. A_1BC_1 iymekligin *adiabata* dep ataydı. Solay etip, *gazdin kóleminin adiabatalıq ózgeriwinde ol Boyle-Mariott nızamına baǵınbaydı eken*. Gazdin adiabatalıq keneyiwiniń sáwlelendiretuǵın iymeklik (*adiabata*) gazdin izotermalıq keneyiwiniń sáwlelendiretuǵın iymeklikke (*izoterma*) salıstırǵanda tik boladı.

(5)- hám (6)-anlatpalardı paydalanıp adiabatanın tenlemesin alamız; bul anlatpalardıń on táreplerin bir birine tenlestirip

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

tenligin, al bul tenlikten

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} \quad (7)$$

tenligine iye bolamız, yaǵnıy kólem adiabatalıq ózgergende gazdin p basımı γ dárejesindegi kólemge kerı proporcional. (7)-tenlikten adiabatalıq processte

$$pV^{\gamma} = \text{const} \quad (7a)$$

tenliginin orınlı ekenligin kóremiz.

Adiabatalıq processte Boyle-Mariott nızamın almasıratuǵın (7a) formulası *Puasson formulası* atamasına iye.

Ámelde processler qatan túrdegi adiabatalıq process te, izotermalıq process te bolmaydı. Sebebi tolıq jıllılıq izolyaciyasın da, ideal túrdegi energiya almasıwdı da júzege keltiriw múmkin emes. Haqıyqıy processler izotermalıq hám adiabatalıq processlerdin ortasınıń xarakterine iye. Haqıyqıy processlerdin dara jaǵdayı *politropiyalıq* processler bolıp tabıladı. Onın ushın adiabatalıq process ushın jazılǵan formuladay formula orın aladı. Tek ǵana γ nın mánisi C_p/C_v menen 1 din aralıǵında jatadı. Bunday jaǵdayda γ *politropanın kórsetkishini* dep ataladı.

Politropanın kórsetkishinin shaması C_p/C_v ǵa qanshama jaqın bolsa process adiabatalıq

processke, al politropanın kórsetkishi 1 ge qanshama jaqın bolsa, onda processtin izotermalıq processke jaqın boladı.

(4)-termodinamikanın birinshi nızamın differenciallıq túrde tómendegidey etip qaytadan jazıw arqalı termodinamikanın birinshi baslamasın [(5)-anlatpanı] keltirip shıǵarıwǵa boladı:

$$C_V dT + p dV_0 = 0.$$

Bunnan

$$p dV_0 = -C_V dT$$

tenligin alamız. Bul tenlikni aǵzama-aǵza ideal gazdin halın anlatatuǵın $pV_0 = RT$ tenlemesine bólip

$$\frac{dV_0}{V_0} = -\frac{C_V}{R} \cdot \frac{dT}{T}$$

yamasa

$$\frac{R}{C_V} \cdot \frac{dV_0}{V_0} = -\frac{dT}{T}$$

tenliklerine iye bolamız. $\frac{R}{C_V}$ turaqlı shama bolǵanlıqtan, sonǵı anlatpanı bılayınsha kóshirip jazıwǵa boladı:

$$d\left(\frac{R}{C_V} \cdot \ln V_0\right) = -d(\ln T).$$

Biraq, eki shamanın differencialları bir birine ten bolatuǵın bolsa, onda sol shamalardıń ózleri iqtıyarlı additivlik turaqlıǵa ayrıladı:

$$\frac{R}{C_V} \cdot \ln V_0 = -\ln T + const.$$

Bunnan

$$\ln\left(V_0^{\frac{R}{C_V}} \cdot T\right) = const$$

tenligine iye bolamız.

Logarifmi turaqlı bolǵan shamanın ózi de turaqlı boladı. Sonlıqtan

$$V_0^{\frac{R}{C_V}} \cdot T = const \quad (8)$$

tenligine iye bolamız. 49-paragraftaǵı (5)-formulanı paydalanıp bul anlatpanı túrlendiremiz. Bunnan

$$\frac{R}{C_V} = \frac{C_p - C_V}{C_V} = \frac{C_p}{C_V} - 1 = \gamma - 1$$

tenliklerin alamız. $\frac{R}{C_V}$ nın bul mánisin (8)-formulaǵa qoyıp,

$$V_0^{\gamma-1} T = const$$

formulasın keltirip shıǵaramız. Demek, adiabatlıq processte $V_0^{\gamma-1}$ shaması menen temperatura T nın kóbeymesi turaqlı boladı eken. Sonlıqtan bul jaǵdayda

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

tenligi orınlı bolǵanlıqtan

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

tenlemesine iye bolamız. Bul tenleme (5)-tenleme menen birdey.

Izotermalıq hám adiabatlıq processler arasındaǵı ayırma haqqında ayqın kóz-qaraslarǵa iye bolıw ushın bir qatar mısallardı kórip ótemiz.

1-misal. 27°C temperaturadaǵı hám 1 at basımdaǵı azottın bazı bir muǵdarı dáslepki kóleminden 5 ese kishi bolǵan kólemge shekem adiabatlıq ráwishte qısılgan. Qısılgannan keyin azottın basımı menen temperaturası qanday boladı? Izotremalıq qısıwda payda bolatuǵın basım menen salıstırınız.

Sheshimi. (7)-Puasson formulası boyınsha

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma.$$

Bunnan

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$$

tenligine iye bolamız. Biz qarap atırǵan jaǵdayda $p = 1 \text{ at}$, $\frac{V_1}{V_2} = 5$. Sonın menen birge azot eki atomlı gaz. Sonlıqtan (49-paragraf)

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5} = 1,4.$$

Bunnan

$$p_2 = 1 \cdot 5^{1,4} \text{ at} = 9,5 \text{ at}.$$

Izotermalıq qısıwda basımdı Boyle-Mariott nızamı boyınsha anıqlaymız

$$p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2} = 1 \cdot 5 \text{ at}.$$

Adiabatalıq qısıwdan keyingi temperatura T_2 ni (5)-qatnastın járdeminde anıqlaymız:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}.$$

Bunnan

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 300 \cdot 5^{0,4} \text{ K} = 571 \text{ K}$$

shamasın yamasa Celsiya shkalasına ótsek, onda temperatura ushın $t = 298^\circ \text{C}$ mánisin alamız. Solay etip, biz qarap ótken adiabatalıq qısıwda ádewir qızıw (27°C dan 298°C ǵa shekem) orın aladı eken. Al, basım bolsa izotermalıq qısıwda alınǵan mánisten derlik eki ese úlken boladı.

2-misal. Jıllılıqtı ótkizbeytuǵın material menen qorshalǵan jabıq kolbada atmosferalıq basımnan p_1 shamasına hám T_1 temperaturaǵa iye gaz bar. Krandı ashıp (172°C -súwret) kolbanın ishindegi hawanın basımı sırtqı atmosferalıq basım H qa ten bolıwǵa múmkinshilik beriledi hám bunnan son C kranı jabıladı. Onnan keyin kolbanın ishindegi temperatura T_2 shamasına jetkende kolbanın ishindegi basım p_2 shamasına ten bolǵan.

Usı maǵlıwmatlardın tiykarında turaqlı basımdaǵı hám turaqlı kólemdegi jıllılıq sıyımlılıqların qatnası $\frac{C_p}{C_v}$ shamasın tabınız.

Sheshimi. Kolbanın kólemín V_1 arqalı belgileyemiz. Oyımızda kran ashılǵannan keyin kolbada qalǵan hawanın bólimin ayırıp alamız; bul bólim bazı bir V_2 kólemín iyelegen edi, al basımı p_1 hám temperaturası T_1 boldı. Krandı ashqanda kolbadan hawanın bir bólimi shıǵıp ketti; qalǵan hawa kolbanın V_1 kólemínin barlıǵın iyeledi hám onın basımı atmosferalıq basım H qa ten bolıp qaldı.

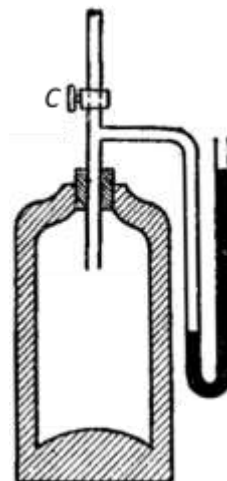
Keneyiw processin adiabatalıq dep esaplawǵa boladı, sebebi process tez júrdi hám shárt boyınsha kolbanın diywalları jıllılıqtı jaman ótkeredi. Sonlıqtan, Puasson formulası boyınsha mınaday tenlikti jazamız:

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma = \frac{H}{p_1}. \quad (9)$$

Usı adiabatalıq keneyiw din saldarınan hawa bazı bir T_2 temperaturasına shekem salqınlaydı. Onın temperaturası qaytadan dáslepki T_1 shamasına shekem kóterilgende, onın basımı H atmosferalıq basımnan bazı bir p_2 shamasına úlken boladı. Usınday jaǵdaylarda hawanın kólemi V_1 shamasına ten bolıp qaldı.

172-súwret.

Hawa ushın $\frac{C_p}{C_v}$ qatnasının shamasın anıqlaw ushın ótkerilgen tájiriýbenin sxeması.



Hawanın en aqırǵı halındaǵı temperatura onın dáslepki temperaturasında bolǵanlıqtan, V_2 , V_1 , p_1 hám p_2 shamaları bir biri menen Boyle-Mariott nızamı boyınsha baylanısqa:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_2}{p_1} \quad (10)$$

(9)- hám (10)-anlatpalardı salıstırıp

$$\frac{H}{p_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^\gamma$$

qatnasın alamız. Bul qatnastı logariflep

$$\lg H - \lg p_1 = \gamma(\lg p_2 - \lg p_1)$$

tenligine iye bolamız hám bunnan

$$\gamma = \frac{\lg H - \lg p_1}{\lg p_2 - \lg p_1}$$

anlatpasın keltirip shıǵaramız. Solay etip, H , p_1 hám p_2 basımların ólshep hawa ushın γ shamasının mánisin alıwǵa boladı eken.

Bayanlangan misal gazler ushın C_p hám C_v shamaların anıqlaw ushın ótkeriletuǵın tájiriýbenin sxemasın beredi.

§ 71. Gazdin kóleminin adiabatlıq hám izotermalıq ózgerislerinde islengen jumıs. Gazdin adiabatlıq keneyiwinde islengen jumıstı anıqlaymız. Joqarıda anıqlaǵanıımızday, bul ΔA jumısı tolıǵı menen gazdin ishki energiyasının esabınan orınlanadı.

49-paragraftaǵı (4)-qatnastı paydalanıp ideal gazdin bir moli ushın mınaǵan iye bolamız

$$\Delta A = p\Delta V_0 = -C_v\Delta T.$$

C_v turaqlı shama bolǵanlıqtan, bul qatnas temperaturanın shekli ózgerisi ushın da durıs. Meyli gazdin dáslepki temperaturası T_1 , al aqırǵı temperaturası T_2 bolsın. Bunday jaǵdayda $\Delta T = T_2 - T_1$ hám orınlangan jumıs A mınaǵan ten:

$$A = -C_v(T_2 - T_1) = C_v T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right).$$

70-paragraftaǵı (5)-formula boyınsha $\frac{T_2}{T_1}$ qatnasın $\left(\frac{V_{01}}{V_{02}}\right)^{\gamma-1}$ shaması menen almasırtıp

$$A = C_v T_1 \left[1 - \left(\frac{V_{01}}{V_{02}}\right)^{\gamma-1}\right] \quad (1)$$

formulasına iye bolamız. Bul formula gazdin bir molinin kóleminin adiabatlıq jollar menen V_{01} den V_{02} ge shekemgi ózgergendegi jumıstı beredi. T_1 temperatura V_{01} kólemine sáykes keledi.

(1)-formulaǵa basqasha túr beriwge de boladı; onın ushın 49-paragraftaǵı (5)-qatnastan paydalanamız:

$$C_p - C_v = R.$$

Bunnan

$$C_V = R \frac{C_V}{R} = R \frac{C_V}{C_p - C_V} = R \frac{1}{\gamma - 1}$$

tenlikleri kelip shıǵadı. C_V ushın jazılǵan bul anlatpanı (1)-anlatpaǵa qoyıp

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_{01}}{V_{02}} \right)^{\gamma-1} \right] \quad (1a)$$

formulasın alamız.

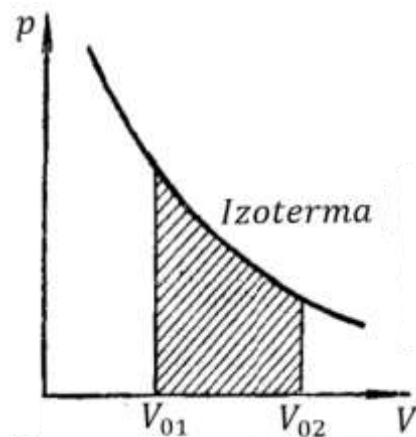
Gazdin izotermalıq keneyiwinde islengen jumıs gazge sırttan beriletuǵın jıllılıqtın esabınan orınlanadı. Sonlıqtan onın mánisi adiabatlıq keneyiwdegi jumıstı anıqlaǵanday etip anıqlanbaydı. 69-paragraftaǵı (2)-formula boyınsha gaz tárepinen onın kólemi sheksiz kishi ΔV shamasına úlkeygendegi islengen jumıs

$$\Delta A = p \Delta V$$

formulasının járdeminde esaplanadı.

173-súwret.

Izotermalıq keneyiwde islengen jumıs shtrixlangan figuranın maydanı menen súwretlenedi.



Gazdin kólemi V_1 den V_2 ge shekem ózgergende islengen A jumıstı barlıq elementar jumıslardı summalaw arqalı alamız:

$$\Delta A = \sum p \Delta V.$$

Grafikte bul jumıs 173-súwrettegi shtrixlangan figuranın maydanı menen súwretlenedi. Joqarıda kórsetilgen summalaw integrallawǵa alıp kelinedi (mayda shrift penen jazılǵan tekstke qaranız) hám gazdin bir moli ushın mınanı beredi:

$$A = RT \ln \frac{V_{02}}{V_{01}}.$$

Izotermalıq processte Boyle-Mariott nızamı orınlanatuǵın bolǵanlıqtan

$$\frac{V_{02}}{V_{01}} = \frac{p_2}{p_1}$$

tenligi orınlı boladı. Bunnan (2)-anlatpanı bılayınsha jaza alamız:

$$A = RT \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (2a)$$

(1a) hám (2)-formulalardı gazdin qálegen massası m ushın ulıwmalastırıp, tómendegilerdi alamız:

1) massası m bolǵan gaz tárepinen kólemi V_1 den V_2 ge shekem adiabatlıq ózgergendegi islengen A jumıs

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] \quad (1b)$$

formulasının járdeminde anıqlanadı. Bul formulada μ arqalı gazdin molekualıq salmaǵı, kólemnin shaması V_1 bolǵan jaǵdaydaǵı temperatura T_1 arqalı belgilengen.

2) massası m bolğan gaz tárepinen kólemi V_1 den V_2 ge shekem izotermalıq ózgergendegi islengen A jumıs

$$A = RT \frac{m}{\mu} \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2b)$$

formulasının járdeminde anıqlanadı. Bul formulada T arqalı gazdin kólemi izotermalıq ózgeretuǵın turaqlı temperatura belgilengen.

Kólem ózgergende islengen jumıs ushın anlatpanı bilayınsha esaplawǵa boladı. Elementar jumıs

$$dA = pdV \quad (3)$$

anlatpasının járdeminde esaplanadı. Kólem V_1 den V_2 ge ózgergende islengen jumıs

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV \quad (4)$$

anıq integralının járdeminde anlatıladı. Bul anlatpa processtin izotermalıq yamasa adiabatıqlıq bolıwınan ǵárezsiz.

Gazdin bir moli ushın izotermalıq process ushın Mendeleev-Klapeyron formulası orınlanadı:

$$pV_0 = RT.$$

Bunday processte T temperaturasının mánisi turaqlı. p basımda V_0 hám T arqalı anlatıp

$$p = \frac{RT}{V_0}$$

tenligin alamız. p nın bul mánisin (4) ke qoyıp hám R menen T turaqlı shamaların integraldın aldına shıǵarıp jumıs ushın

$$A = RT \int_{V_{01}}^{V_{02}} \frac{dV_0}{V_0} = RT \ln \frac{V_{02}}{V_{01}}$$

anlatpasın tabamız. Bul gazdin bir moli tárepinen onın kólemi izotermalıq sharayatta V_{01} den V_{02} ge shekem ózgergende islengen jumıstı beredi [tiykarǵı teksttegi (2)-formula menen salıstırınız].

Qólemnin adaibatıqlıq ózgerisinde orınlanatuǵın jumıs ushın anlatpanı jáne bir ret keltirip shıǵarıw ushın (4)-formuladan paydalanamız. Adiabatıqlıq processte Puasson formulası orınlı boladı:

$$pV_0^\gamma = p_1V_{01}^\gamma.$$

Bul anlatpada p_1 hám V_{01}^γ gazdin bir molinin basımı menen kólemi. Bunnan

$$p = \frac{p_1V_{01}^\gamma}{V_0^\gamma}$$

tenligin alamız. p nın usı mánisin (4)-anlatpaǵa qoyıp hám turaqlı bolğan $p_1V_{01}^\gamma$ shamasın integraldın aldına shıǵarıp mınanı alamız:

$$A = p_1V_{01}^\gamma \int_{V_{01}}^{V_{02}} \frac{dV_0}{V_0^\gamma} = \frac{p_1V_{01}^\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{1}{V_{01}^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_{02}^{\gamma-1}} \right).$$

Bul anlatpadaǵı $\frac{1}{V_{01}^{\gamma-1}}$ shamasın qawsırmadan sırtqa shıǵarıp

$$A = \frac{1}{\gamma-1} \frac{p_1V_{01}^\gamma}{V_{01}^{\gamma-1}} \left[1 - \left(\frac{V_{01}}{V_{02}} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{p_1V_{01}}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_{01}}{V_{02}} \right)^{\gamma-1} \right]$$

anlatpasın tabamız. Endi ideal gazdin hal tenlemesinen

$$p_1V_{01} = RT_1$$

tenliginin orınlı ekenligin eske túsirsek, onda

$$A = \frac{RT_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_{01}}{V_{02}} \right)^{\gamma-1} \right]$$

formulasına iye bolamız. Bul formulanın (1a) formulasına sáykes keletuǵınlıǵın anǵaramız.

Gazdi qısıwda islengen jumıstı esaplawǵa sanlı misal keltireміz.

Misal. $p_1 = 1$ at basımda turǵan 10 l azot $p_2 = 100$ at basımǵa shekem qısıladı. Eki jaǵday ushın qısıwda islengen jumıstı esaplaymız: 1) qısıw izotermalıq ráwishte alıp barıladı; 2) qısıw adiabatıqlıq

ráwishte alıp barıladı.

Sheshimi. 1) (2b) formulağa sáykes izotermalıq qısıwda islengen jumıs mına formulanın járdeminde esaplanadı:

$$A = RT \frac{m}{\mu} \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

$\frac{m}{\mu} RT = p_1 V_1$ hám $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$ tenliklerinin orınlı ekenligin názerde tutıp, bul anlatpanı bılayınsha jazamız:

$$A = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Máseleni SGS sistemada sheshetuğın bolsaq, onda basımdı bargá hám kólemdi sm^3 qa ótkeremiz. Bunday jağdayda $p_1 = 1 \text{ at} \cong 10^6 \text{ bar}$; $V_1 = 10 \text{ l} = 10^4 \text{ sm}^3$. Bunnan

$$A = 10^6 \cdot 10^4 \ln \frac{1}{100} \text{ erg} \cong -4,6 \cdot 10^{10} \text{ erg} = -4,6 \cdot 10^3 \text{ Dj}$$

shamasına iye bolamız.

2) Adiabatalıq qısıwda (1b) formula boyınsha:

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_{01}}{V_{02}} \right)^{\gamma-1} \right]$$

tenligi orınlı. Usı jağdayda da $\frac{m}{\mu} RT = p_1 V_1$ qatnasınan paydalanamız. Sonın menen birge Puasson formulası boyınsha

$$\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} = \frac{p_2}{p_1}$$

qatnasının orınlı ekenligin anğaramız hám bunnan

$$\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

tenligine iye bolamız. Bul orınlargá qoyıwdı ámelge asırıp mınaday formulanın durıs ekenligine kóz jetkeremiz:

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right].$$

Birinshi jağdaydağıday, $p_1 \cong 10^6 \text{ bar}$, $V_1 = 10^4 \text{ sm}^3$. Usın menen birge azot ushın (yağniy eki atomlı gaz ushın) $\gamma = 1,4$. Bunnan

$$A = \frac{10^6 \cdot 10^4}{1,4 - 1} \left[1 - 100^{\frac{1,4-1}{1,4}} \right] \text{ erg} = -6,8 \cdot 10^{10} \text{ erg} = -6,8 \cdot 10^3 \text{ Dj}$$

shamaların alamız.

Eki jağdayda da jumıs teris mániske iye. Bul jumıstın barısında sırtqı kúshlerdin tásirinde gaz qısıladı. Bul jağdayda adiabatalıq qısıwda islengen jumıstın shaması izotermalıq qısıwda islengen jumıstın shamasınan úlken boladı.

§ 72. Termodinamikanın ekinshi baslaması. 69-paragrafta qálegen jumıs isleytuğın zat tárepinen orınlanatuğın tuwrı termodinamikalıq cikldın jıllılıq mashinası túrinde qollanıwının múmkin ekenligin kórdik: bazı bir derekten alıngán Q_1 jıllılıq muğdarının esabınan jumıs isleytuğın zat A jumısın isledi. Usın menen bir waqıtta Q_2 jıllılığın salqınlatqıshqa berilgenligin kórdik. Solay etip, processtin quramalı xarakterge iye ekenligi ayqın kórindi: qızdırgıshstan Q_1 jıllılığ alınıdı, jumıs isleytuğın zat Q_1 jıllılığınan kishi bolğán A jumısın orınladı, $Q_2 = Q_1 - A$ shamasındağı jıllılıq muğdarı salqın bolğán denegge (salqınlatqıshqa) beriledi. Al kópshilik jağdaylarda, ámeliy kóz-qarastan qızdırgıshstan alıngán Q_1 jıllılıq muğdarının qanday bóliminin A jumısın quraytuğınligı úlken qızığıwshılıq payda etedi. Bizin joqarıda esletip ótken paydalı tásir koefficienti dep atalatuğın

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

qatnası paydalı jumıs A nın berilgen Q_1 jıllılıqtın qanday bólimin quraytuğınligın anlatadı. Kórinip turğanınday, η shamasının mánisi 1 ge qanshama jaqın bolsa, onda alıngán jıllılıqtın úlken bólegin

jumıs A quraydı.

Paydalı tásir koefficientinin shaması $\eta = 1$ bolğan mashina júdá utımlı bolğan bolar edi. Bunday jaǵdayda usınday dvigatel eki denenin – ıssıraq bolğan qızdırǵısh penen salqınıraq bolğan salqınlatqıstın bolıwın talap etpegen bolar edi. Bunday dvigatel bizdi qorshap turǵan qálegen denenin (mısalı jerdin sırtqı qabıǵı yamasa okeanlardın beti) salqınlawının esabınan jumıs islegen bolar edi. Bunday dvigatel *ekinshi áwlad perpetuum mobile* atamasına iye boldı. Ekinshi áwlad perpetuum mobile energiyanın saqlanıw nızamın (termodinamikanın birinshi nızamın) buzbaytuǵın bolsa da, onı qurıwdın múmkin emes ekenligi ayqın kórinip turǵan joq. Biraq, nátiyjesi bazı bir derekten Q_1 jıllılıq muǵdarın jumıs isleytuǵın mashınaǵa alıp beriw jolı menen dáwirli túrde islep $A = Q_1$ jumısın beretuǵın jıllılıq mashınasın soǵıwǵa bolğan háreketlerdin barlıǵı sátsizlikke ushıradı.

Derekten jıllılıq muǵdarın alıp jumıs islew haqqındaǵı ulıwma túrdegi máseleni birinshi ret qoǵan adam Sadi Karno boldı. 1824-jılı onın "Jalının qozǵawshı kúshi haqqındaǵı oylar" dep atalatuǵın kitabı baspadan shıqtı. Karno ideal gaz benen júzege keltiriletuǵın hám kólemnerdin adiabatlıq hám izotermalıq ózgerislerinen turatuǵın termodinamikalıq ciklda qızdırǵıstın alınǵan jıllılıqtın bir bólegin salqınlatqıshqa bermewden qutılıwdın jolın joq ekenligin kórsetti (eger salqınlatqıstın temperaturası absolyut nolden joqarı bolatuǵın bolsa).

Keyinirek Karnonın juwmaqları Klauzius hám V.Tomson tárepinen bir principke ulıwmalastırıldı. Bul principin mazmunı mınalardan ibarat: *birden-bir nátiyjesi bir derekten alınatuǵın jıllılıqtın esabınan jumıstın isleniwi bolğan dáwirli processti júzege keltiriw múmkin emes.*

Bul princip *termodinamikanın ekinshi baslaması* degen atamaǵa iye boldı.

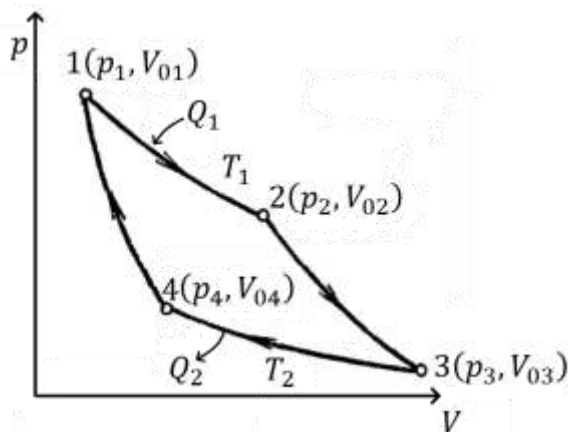
Termodinamikanın ekinshi baslamasın ekinshi áwlad perpetuum mobileni, yaǵnıy jıllılıqtın bir dereginin salqınlawının saldarınan dáwirli isleytuǵın dvigateldi soǵıwdın múmkin emesligi principinen keltirip shıǵarıwǵa boladı.

Termodinamikanın ekinshi baslamasın durıs ekenligi onnan kelip shıǵatuǵın oǵada kóp sanlı juwmaqlardıń tájiriybelerdin nátiyjeleri menen sáykes keletuǵınlıǵınan kelip shıǵadı.

§ 73. Karno cikli. Jıllılıq mashınasın paydalı tásir koefficienti. Bul paragrafta birinshi ret Karno tárepinen kirgizilgen hám *Karno cikli* dep atalatuǵın dóngelek processti tallaymız.

Bul cikl eki izoterma menen eki adiabatadan turatuǵın qaytımlı dóngelek process (termodinamikalıq cikl) bolıp tabıladı. Cikldi júzege keltiriw ushın jumıs islewshi denenin izotermalıq keneyiwinde sáykes jıllılıq muǵdarın beretuǵın hám sol jıllılıq islewshi denenin izotermalıq qısılıwında sáykes muǵdardaǵı jıllılıqtı qabıl etetuǵın salqınlatqıstın bolıwı kerek.

69-paragraftaǵı sıyaqlı, *jumıs isleytuǵın zatqa beriletuǵın jıllılıq muǵdarın Q_1* , al *jumıs isleytuǵın zatqa salqınlatqısh tárepinen beriletuǵın jıllılıqtı $-Q_2$* arqalı belgileymiz (*jumıs isleytuǵın dene tárepinen salqınlatqıshqa beriletuǵın Q_2* jıllılıǵı on). Barlıq jaǵdayda da jumıs isleytuǵın zat tárepinen islenetuǵın jumıstı A (belgisin kórsetpey) arqalı belgileymiz. Jumıs isleytuǵın zat tárepinen keneygende islenetuǵın jumıstın belgisi on: $A_1 > 0$, al qısılganda islenetuǵın jumıstın belgisin teris: $A_1 < 0$ dep esaplaymız.



174-súwret.
Karno cikli.

Jumis isleytuǵın zat sıpatında ideal gazdın bir moli bolǵan Karno ciklın qaraymız. Onın en birinshi halın (1) arqalı belgileymiz hám bul hal p_1 basımı V_{01} kólemi hám T_1 temperaturası menen táriyiplenetuǵın bolsın (174-súwret). Onı kólemi V_{02} shamasına, al basımı p_2 shamasına jetkenshe izotermalıq ráwishte keneyiwge májbúrleymiz. [(2) halı]. Usı izotermalıq keneyiwde gaz qızdırǵısthan Q_1 muǵdarındaǵı jıllılıqtı aladı hám $A_1 = Q_1$ jumısın isleydi.

2 halınan gazge adiabatlıq ráwishte keneyiw menen (3) halına ótiw múmkinshiligin beremiz. Bunday jaǵdayda onın basımı p_3 ke, kólemi V_{03} ke shekem ózgeredi. Usının saldarınan gazdın temperaturası T_2 shamasına shekem tómeydi.

3 halınan baslar gazdı turaqlı T_2 temperaturasında izotermalıq ráwishte qısamız hám basımı p_4 , kólemi V_{04} penen táriyiplenetuǵın (4) halǵa alıp kelemiz. Bunday jaǵdayda gaz salqınlatqıshqa Q_2 jıllılıǵın beredi hám $A = -Q_2$ jumısın isleydi.

En aqırında (4) halınan gazdı adiabatlıq ráwishte qısamız hám en birinshi (1) halına alıp kelemiz. Bunday jaǵdayda onın basımı p_1 , kólemi V_{01} ge ten boladı hám T_1 temperaturasına shekem qızadı.

En dáslep, eki izotermadan eki adiabatadan turatuǵın usınday processtin haqıyqatında da júzege kele alatuǵınlıǵın kórsetemiz. Onın ushın 70-paragraftaǵı (5)-formuladan paydalanamız. Bul formula boyınsha (2)→(3) ótiwinde tómendegidey qatnastın orın alıwı kerek:

$$\left(\frac{V_{02}}{V_{03}}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (1)$$

Tuyıqlıq shárti gaz (4) halınan (1) halına adiabatlıq qısılganda temperaturasının T_2 den en dáslepki T_1 ge shekem joqarılawınan, yaǵnıy

$$\left(\frac{V_{01}}{V_{04}}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (2)$$

tenliginin orınlanıwına ibarat.

(1)- hám (2)-tenliklerdi salıstırıp,

$$\frac{V_{02}}{V_{03}} = \frac{V_{01}}{V_{04}} \quad (3)$$

shártinin orınlanıwının kerek ekenligin kóremiz.

Bul shártti barlıq waqıtta qanaatlandırıwǵa boladı. Sonlıqtan, biz qarap atırǵan processti dóngelek process túrinde (cicl túrinde yamasa termodinamikalıq cicl túrinde) ámelge asırıwǵa boladı.

Karno ciklinin paydalı tásir koefficientin anıqlaymız. 69-paragrafta ayılıp ótilgenindey, onın mánisi

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad (4)$$

formulasının járdeminde esaplanadı. Bul formulada A arqalı barlıq cikldın barısında islengen

qosındı jumıs, Q_1 arqalı qızdırgısthan alınğan jıllılıq muǵdarı, Q_2 arqalı salqınlatqıshqa berilgen jıllılıq muǵdarı belgilengen.

Q_1 jıllılıq muǵdarı gazdin 1 moli tárepinen (1) $\rightarrow$ (2) izotermalıq keneyiwindegi orınlanğan A_1 jumısına ten. 71-paragraftaǵı (2)-formula boyınsha Q_1 ushın

$$Q_1 = A_1 = RT_1 \ln \frac{V_{02}}{V_{01}}$$

anlatpanı alamız.

Tap sol sıyaqlı, salqınlatqısthan *alınğan* $-Q_2$ jıllılıq muǵdarı gazdi izotermalıq (3) $\rightarrow$ (4) qısqaında islengen jumıs A_2 ge ten:

$$-Q_2 = A_2 = RT_1 \ln \frac{V_{04}}{V_{03}} = -RT_2 \ln \frac{V_{03}}{V_{04}}.$$

Q_1 menen Q_2 nin usı mánislerin (4)-anlatpaǵa qoysaq, onda

$$\eta = \frac{T_1 \ln \frac{V_{02}}{V_{01}} - T_2 \ln \frac{V_{03}}{V_{01}}}{T_1 \ln \frac{V_{02}}{V_{01}}}$$

tenligine iye bolamız.

Biraq, (3)-tuyıqlıq shártinen

$$\frac{V_{03}}{V_{01}} = \frac{V_{02}}{V_{01}}$$

hám bunnan

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (5)$$

formulanı alamız. Bul formulada T_1 arqalı (1) $\rightarrow$ (2) izotermalıq keneyiwi júzege keletuǵın temperatura belgilengen. T_2 arqalı (3) $\rightarrow$ (4) izotermalıq keneyiwi júzege keletuǵın temperatura belgilengen. Izotermalıq keneyiwde gaz qızdırgısthan Q_1 jıllılıǵın aladı, al izotermalıq qısılwda salqınlatqıshqa Q_2 jıllılıq muǵdarın beredi.

Biz qızdırgısthan temperaturasını T_1 shamasına, al salqınlatqısthan temperaturasını T_2 shamasına ten etip alıwımız kerek. Sebebi qızdırgısthan joqarı bolğan temperaturasında hám salqınlatqısthan tóménirek bolğan temperaturasında processtin ten salmaqlıq ráwishte ótpewi múmkin.

Biz joqarıda qarap ótken tuwrı Karno cikli *ideallıq bolğan jıllılıq mashinası bolıp tabıladı. Usınday ideal bolğan jıllılıq mashinasının paydalı tásir koefficienti η tek qızdırgısthan temperaturası T_1 hám salqınlatqısthan temperaturası T_2 shamaları boyınsha ǵana anıqlanadı.*

Bir cikl ótkende gaz

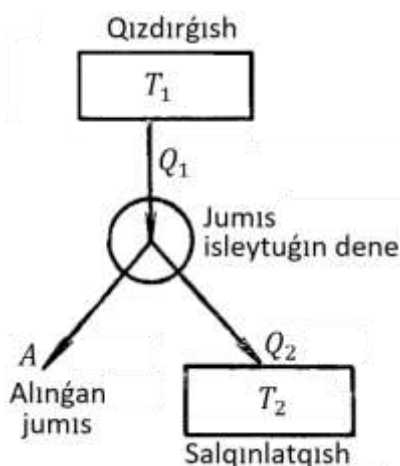
$$A = Q_1 - Q_2 = \eta Q_1 \quad (6)$$

jumısın orınladı. Bul anlatpada η arqalı (5)-formulanın járdeminde anıqlanatuǵın paydalı tásir koefficienti belgilengen. Bunday jaǵdayda qızdırgısthan Q_1 jıllılıq muǵdarı alınadı, al salqınlatqıshqa Q_2 jıllılıq muǵdarı beriledi. Onın shaması mınaǵan ten:

$$Q_2 = Q_1 - A = (1 - \eta)Q_1. \quad (7)$$

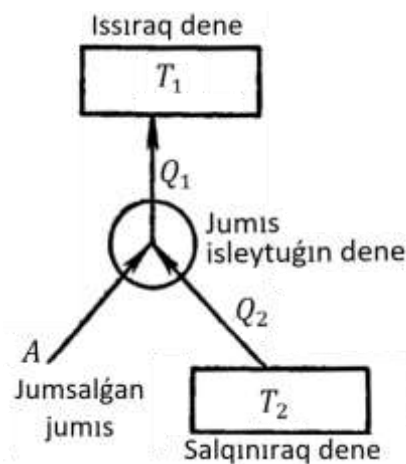
Qızdırgısthan temperaturası T_1 qanshama joqarı, al salqınlatqısthan temperaturası T_2 qanshama tómén bolsa, onda paydalı tásir koefficienti úlken, yaǵnıy qızdırgısthan alınğan Q_1 jıllılıǵının úlken bólimi jumısqa aylanadı hám sonshama kishi bólimi salqınlatqıshqa beriledi. Tek $T_2 = 0$ bolğan jaǵdayda ǵana, yaǵnıy salqınlatqısthan temperaturası absolyut nolge ten bolǵanda ǵana, jıllılıq mashinasının paydalı tásir koefficienti birge ten boladı.

Karnonın tuwrı ciklinin (ideal bolğan jıllılıq mashinasının) sxeması 175-súwrette keltirilgen.



175-súwret.

Jıllılıq mashinasının háreket etiwinin sxeması.



176-súwret.

Salqynlatqysh mashinanın háreket etiwinin sxeması.

Karno ciklının kaytımlığı onı joqarıda qarağanımızǵa salıstırǵnada keri baǵıtta ótkeriwge múmkinshilik beredi. *Karnonın usınday keri ciklı ideal bolǵan salqynlatqysh bolıp tabıladı.* SHın mánisinde, Karnonın keri ciklında sırtkı kúshler gazdın ústinen san mánisi tuwrı cikldaǵı A jumısına ten on A' jumısın isleydi. Bunday jaǵdayda salqynlatqishtan Q_2 shamasındaǵı jıllılıq alınadı. (6)- hám (7)-formulalar tiykarında bul Q_2 jıllılıq muǵdarın

$$Q_2 = \frac{1 - \eta}{\eta} A$$

túrinde kórsetiwge boladı. Qızdırǵıshqa

$$Q_1 = \frac{A}{\eta}$$

jıllılıǵı beriledi.

Karnonın keri baǵıttaǵı háreketinin (ideal bolǵan salqynlatqysh mashinanın) sxeması 176-súwrette berilgen.

Joqarıda bayanlanǵan barlıq nátiyjelerdi biz Karno ciklı ideal gaz benen júzege keltirildi degen boljaw tiykarında aldıq. Biraq, termodinamikanın ekinshi baslamasınan kelip shıqqan halda *qálegen jumıs isleytuǵın zat penen júzege keltiriletuǵın Karnonın qaytımlı ciklının paydalı tásir koefficientinin ideal gaz benen ámelge asırılǵan Karno ciklının paydalı tásir koefficientine ten ekenligin kórsetiwge boladı.* Bul jaǵdaydın durılıǵın dálillew ushın bazı bir jumıs isleytuǵın zat penen ótkerilgen Karno ciklının paydalı tásir koefficienti η' ideal gaz benen ótkeriletuǵın Karno ciklının paydalı tásir koefficienti η dan úlken dep boljaymız (yaǵnıy $\eta' > \eta$). Bul cikldın birinshisin *tuwrı baǵıtta* (jıllılıq mashinasındaǵıday) n ret temperaturası T_1 bolǵan qızdırǵısh penen temperaturası T_2 bolǵan salqynlatqysh arasında n ret júzege keltirilse nA muǵdarındaǵı jumıs islenedi, qızdırǵıshstan muǵdarı nQ_1 shamasındaǵı jıllılıq alınadı, al salqynlatqıshqa nQ_2 jıllılıǵı beriledi. Tek Karno ciklı ushın ǵana emes, al iqtıyarlı cikl ushın qollanıw múmkin bolǵan (6)- hám (7)-qatnaslardın tiykarında (eger η arqalı qarap atırılǵan cikldın paydalı tásir koefficienti belgilengen bolsa) biz

$$nA = \frac{\eta'}{1 - \eta'} nQ_2 \quad (8)$$

tenligine iye bolamız.

Ideal gaz benen Karno ciklin *keri baǵıtta* (salqynlatqysh mashina sıpatında) tap sol qızdırǵısh hám salqynlatqysh penen m ret júzege keltiremiz. Bunın ushın biz mA'' jumısın jumsawımız, xolodilnikten mQ_2' muǵdarındaǵı jıllılıqtı alıw hám qızdırǵıshqa kerek mQ_1' muǵdarındaǵı jıllılıqtı beriwimiz kerek. Bunday jaǵdayda

$$mA' = \frac{\eta}{1-\eta} mQ_2' \quad (9)$$

qatnası orınlı boladı. Bizler n menen m shamaların

$$nQ_2 = mQ_2' \quad (10)$$

tenligi orınlanatuǵınday etip alıwımız kerek. Bunday jaǵdayda (8)- hám (9)-anlatpalardan hám $\eta' > \eta$ tensizligin inabatqa alıp

$$\frac{nA}{mA'} = \frac{\frac{\eta'}{1-\eta'}}{\frac{\eta}{1-\eta}} > 1$$

tensizligine iye bolamız, yaǵnıy tuwrı cikldı n ret hám keri cikldı m ret ótkergende alınǵan jumıs nA sarıplanǵan mA' jumısınan úlken boladı eken. Usının menen birge (10)-anlatpa boyınsha salqınlatqıstın qansha jıllılıq alınǵan bolsa, tap sonshama jıllılıq beriledi. Solay etip, birgelikte alınǵan eki cikl da ekinshi áwlad perpetuum mobileni júzege keltiredi: salqınlatqıshqa qanshama jıllılıqtın berilgenligine qaramastan jumıs qızdırǵıstın alınǵan jıllılıqtın esabınan júredi. Al, termodinamikanın ekinshi baslaması boyınsha ekinshi áwlad perpetuum mobileni júzege keltiriw múmkin emes. Bunnan bizin $\eta' > \eta$ tensizligi orınlanadı degen boljawdan bas tartıwǵa tuwrı keledi.

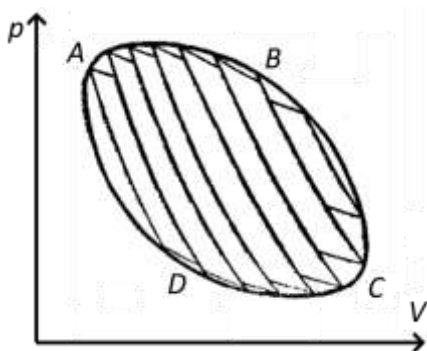
Endi $\eta' < \eta$ boljawı qaladı. Biraq, bul jaǵdayda ideal gez benen Karno ciklin tuwrı baǵıtta, al basqa jumıs iseytuǵın zat penen keri baǵıtta ótkersek, bári bir ekinshi áwlad perpetuum mobileni júzege keltiriw múmkin emes bolar edi.

Solay etip, bul ekinshi baslamanın da alıp taslanıwı kerek. Soǵan sáykes birden bir múmkinshilik qaladı: $\eta' = \eta$.

Endi tuwrı baǵıtta júretuǵın *qaytımlı emes* (ten salmaqlı emes ótetuǵın) Karno ciklin, yaǵnıy jıllılıq mashinası sıpatında háreket etetuǵın Karno ciklin qaraymız. Onın paydalı tásir koefficientin η'' arqalı belgileymiz. Bul processti berilgen qızdırǵısh penen salqınlatqısh arasında júrgizip hám sol qızdırǵısh hám salkınlatqısh penen salqınlatqısh mashina sıpatında Karnonın qaytımlı ciklin júzege keltirip, joqarıda keltirilgen tallawlar tiykarında $\eta'' \leq \eta$ tensizliginin orın alatuǵınlıǵına kóz jetkeremiz. Bul anlatpada η arqalı qaytımlı Karno ciklinin paydalı tásir koefficienti belgilengen.

Qaytımlı emes Karno ciklı ushın onın η'' paydalı tásir koefficientinin bir waqıtta η shamasınan kishi bolatuǵınlıǵın kórsetiwge bolmaydı. Sebebi shárt boyınsha bul processtin qaytımlı bolıwı, yaǵnıy salqınlatqısh mashina sıpatında qollanıwı múmkin emes. Bunnan biz mınaday nátiyje menen sheklenemiz: *qaytımlı emes Karno ciklinin paydalı tásir koefficienti qaytımlı Karno ciklinin paydalı tásir koefficientinen úlken bolıwı múmkin emes.*

Alınǵan nátiyjelerdı qálegen tuyıq process ushın ulıwmalastırıwǵa boladı.



177-súwret.

Qálegen tuyıq $ABCD$ dóngelek processti Karnonın elementar cikllarına bóliwge boladı.

Grafikte $ABCD$ tuyıq iymekligi menen súwretlengen ıqtıyarlı qaytımlı tuyıq processti kóz aldımızǵa elesletemiz (177-súwret). Bul processti juwıq túrde sheksiz kóp sandaǵı Karnonın tar cikllerinín bóliwge boladı. Bul Karno cikllerinín barlıǵın júzege keltirgende hár bir adiabatın

qarama-qarsı bağıtlarda eki ret ótiletuǵın bólimleri túsip qaladı. Tuyıq sınıq sıızıqtı payda etetuǵın izotermalar menen adiabatalardıń en shetki uıastkaları qaladı. SHeginde bul sıızıq $ABCD$ ciklı boyınsha aylanıp ótiwdi beredi. Usı Karno cikllarının hár biri hár qıylı cikllar ushın hár qıylı bolǵan T'_k penen T_k temperaturaların arasında ótedi. (5)-formula boyınsha k —Karno ciklinin paydalı tásir koefficienti

$$\eta_k = \frac{T'_k - T_k}{T'_k}$$

shamasına ten. Barlıq $ABCD$ ciklı ótetuǵın temperaturaların maksimumın T_1 , al minimumın T_2 arqalı belgileymiz. Bunday jaǵdayda Karno ciklinin hár bir bólek ciklinin paydalı tásir koefficienti ushın

$$\eta_k \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

tensizligi orınlı boladı. Bunnan barlıq $ABCD$ ciklinin paydalı tásir koefficientinin mına shártti qanaatlandıratuǵınlıǵı kelip shıǵadı:

$$\eta''' \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (11)$$

Solay etip biz mınaday nátiygege kelemiz: *qálegen tuwrı qaytımlı dóngelek processtin (jıllılıq mashinasının) η''' paydalı tásir koefficienti T_1 menen T_2 temperaturaların arasında isleytuǵın qaytımlı Karno ciklinin (ideal jıllılıq mashinasının) paydalı tásir koefficientinen úlken bola almaydı.*

Eger qarap atırılǵan tuyıq process qaytımsız bolsa, yaǵnıy 177-súwrette kórsetiw múmkin bolmaǵan qaytımlı emes uıastkalarǵa iye bolsa, onda onı bir bólimi qaytımlı bolmaǵan sheksiz kóp sanlı Karno cikllarına bóliwge boladı.

Qaytımlı emes Karno ciklinin paydalı tásir koefficienti bolǵan η''_k shamasının qaytımlı cikldın paydalı tásir koefficientinen úlken bola almawınan, (11)-formula qálegen qaytımlı emes dóngelek process ushın durıs boladı.

Termodinamikanın birinshi baslaması birden bir nátiyjesi bazı bir derekten alınǵan jıllılıqtın esabınan jumıs islenetuǵın processtin múmkin emes ekenligin tastıyıqlaydı. Endi biz alınǵan jıllılıqtın esabınan jumıstın isleniwi menen alıp barılatsuǵın processtin jıllılıqtın qızǵan deneden salqın denegge alıp beriliwi bolıp tabılatsuǵınlıǵın kóremiz.

(6)- hám (7)-formulalardan biz mınaǵan iye bolamız: eger Karnonın keri ciklin júzege keltiretuǵın jumıs isleytuǵın dene $A = \eta Q_1$ jumısın isteytuǵın hám qızdırgıshtan Q_1 jıllılıq muǵdarın alatuǵın bolsa, onda salqınlatqıshqa

$$Q_2 = (1 - \eta)Q_1$$

jıllılıǵın beredi. Bul tenlikte η arqalı (5)-tenlikтин járdeminde anıqlanatuǵın paydalı tásir koefficienti belgilengen.

Bul qatnasqan η nın ornına onın (5)-anlatpadaǵı mánisin qoysaq, ondı mınaǵan iye bolamız:

$$Q_2 = \frac{T_2}{T_1} Q_1. \quad (12)$$

Bul tenlikte T_1 arqalı jıllılıq alınatuǵın denenin temperaturası (qazdırgısh), al T_2 arqalı jıllılıq beriletuǵın denenin (salqınlatqıshın) temperaturası belgilengen.

Sol qızdırgısh hám sol salqınlatqısh arasında júretuǵın qálegen basqa process qaytımlı Karno ciklinin paydalı tásir koefficientinen úlken bolmaǵan paydalı tásir koefficientine iye bolǵan jaǵdayda da tap sol A jumısın isleydi. Tek ǵana qızdırgıshtan salqınlatqıshqa (12)-tenliktegi jıllılıqtan úlken bolǵan jıllılıqtı alıp beredi.

Solay etip, *Karnonın qaytımlı ciklin qaraw qálegen jumıs isleytuǵın processte jumıstın berilgen A muǵdarın ıssı deneden alınǵan oǵan ten bolǵan $Q_1 - Q_2$ jıllılıq muǵdarının esabınan alıw ushın ıssı deneden salqın denegge alıp beriletuǵın en kishi Q_2 jıllılıq muǵdarın anıqlaw ushın sanlı kriteriydi beredi.*

Karno ciklin qarawdan kelip shıǵatuǵın jáne bir áhmiyetli nátiyjeni qarawǵa toqtaymız. 44-paragrafta biz temperaturalar shkalasınan iqtıyarlı ekenligine, sebebi empirikalıq shkalanın termometrlik deneni saylap alıwdan ǵárezli ekenligin atap óttik. Tek gazlerdin kinetikalıq teoriyasınan juwmaqları barlıq zatlar ushın ulıwmalıq bolǵan temperatura menen molekulalardıń qozǵalıstın kinetikalıq energiyası arasındadı baylanıstı tabıwǵa múmkinshilik berdi. Kelvin birinshi bolıp Karno ciklin qarawdın termometrlik deneni saylap alıwdan ǵárezsiz bolǵan temperaturalar shkalasın tabıwǵa múmkinshilik beretuǵınlıǵın kórsetti. *Temperaturalardıń termodinamikalıq shkalası* dep atalatuǵın bul shkalanı tabıwdın usılı mınalardan ibarat: (12)-formuladan mınaǵan iye bolamız:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Bul tenlikten $\frac{T_1}{T_2}$ qatnasınan $\frac{Q_1}{Q_2}$ qatnasınan járdeminde ólsheniwinin múmkin ekenligin kórsetedi. Bul qatnaslarda Q_1 arqalı Koronın qaytımlı ciklindegi qızdırgıstıń alınatuǵın jıllılıqtın muǵdarı, Q_2 arqalı salqınlatqıshqa beriletuǵın jıllılıqtın muǵdarı belgilengen. Usınan menen birge biz joqarıda qaytımlı Karno ciklinin paydalı tásir koefficientinın jumıs isleytuǵın zattın túrinen ǵárezsiz ekenligin kórdik. Sonlıqtan $\frac{Q_1}{Q_2}$ qatnası da jumıs isleytuǵın zattı saylap alıwdan ǵárezsiz bolıp tabıladı hám bul jaǵday usı qatnasın termometrlik deneden ǵárezsiz bolǵan temperaturalar shkalasın saylap alıwǵa xızmet ete aladı.

Temperaturalardıń termodinamikalıq shkalası ideal gazı bar termometr boyınsha anıqlanatuǵın temperaturaların absolyut shkalasına sáykes keledi.

§ 74. Texnikalıq cikller. Bunnan aldınǵı paragrafta paydalı tásir koefficienti

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

formulası menen anıqlanatuǵın (T_1 arqalı qızdırgıstın temperaturası, T_2 arqalı salqınlatqıstın temperaturası belgilengen) qaytımlı Karno ciklinin múmkin bolǵan en úlken paydalı tásir koefficientine iye bolatuǵınlıǵı kórsetildi.

Biraq ámelde usınday cikldı júzege keltiriwdin múmkinshiligi joq; tek ǵana processler júdá ástelik penen júrgende ǵana Karno ciklinı jaqınlasıw múmkin, bul jaǵday texnikalıq kóz-qaraslar boyınsha júdá qolaysız. Texnikalıq jıllılıq mashinalarında cikllar qaytımlı emes hám haqıyqatında hátte tuyıq ta emes. Sebebi olarda jumıs isleytuǵın zat (puw, janǵan aralaspa) ciklden keyin sırtqa shıǵarılıp taslanadı. Biraq, texnikanın aldında turǵan másele paydalı tásir koefficienti Karno ciklinin paydalı tásir koefficientine jaqın bolǵan cikllardı dóretiliw bolıp tabıladı. Texnikalıq qollanılatuǵın cikllardıń bir qatarın qaraymız.

1. *İdeal porshenli mashinanın jumıs isleytuǵın cikli.* Bul cikldin mánisi mınalardan ibarat (178-súwret):

a) qazannan puw cilindrge kele baslaǵannan keyin usı cilindrdegi puwdın basımı p_0 shamasınan (salqınlatqıstıǵı puwdın basımına sáykes keletuǵın) p_1 shamasına shekem kóteriledi (bul qazandaǵı puwdın basımı); bul processtın barlıǵın turaqlı V_0 kóleminde bolıp ótetuǵın process dep esaplawǵa boladı (EA shaqası);

b) qazannan cilindrge puwdın keliwi dawam etkende porshen shepten onǵa qaray qozǵaladı, bunday jaǵdayda turaqlı p_1 basımda kólem V_0 shamasınan V_1 shamasına shekem úlkeyedi (AB shaqası);

c) porshennin onǵa qaray bunnan bılayǵı qozǵalıstında qazannan puwdın cilindrge kelip túsiwi toqtaydı, usınan nátiyjesinde puwdın V_1 kólemnen V_2 kólemine shekemgi adiabatlıq keneyiwi orın aladı (BC shaqası);

d) porshennin on táreptegi en shetki ornında arnawlı dúzilis puwdın cilindrden salqınlatqıshqa shıǵıwın júzege keltiredi. Usınan nátiyjesinde puwdın basımınan shaması p_0 shamasına shekem tómendeydi (ámeliy jaqtan V_2 turaqlı kóleminde, CD shaqası);

e) kerı baǵıtta qozǵalıwdın barısında porshen turaqlı p_0 basımında qalǵan puwlardı, olardıń kólemin V_2 den V_0 shekem kishireytiwdin saldarınan qısıp shıǵaradı.

Puw mashinası tárepine bir ciklda orınlangan tolıq jumıstı anıqlaymız. EA hám CD shaqalarında islengen jumıs nolge ten. Sebebi tolıq jumıs tómendegidey jumıslardıń qosındısınan turadı:

1) AB izobaralıq keneyiwinde islengen A_1 jumısı:

$$A_1 = p_1(V_1 - V_0);$$

2) BC adiabatlıq keneygendegi A_2 jumısı:

$$A_2 = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right];$$

3) DE izobaralıq qısıluwındaǵı A_3 jumısı:

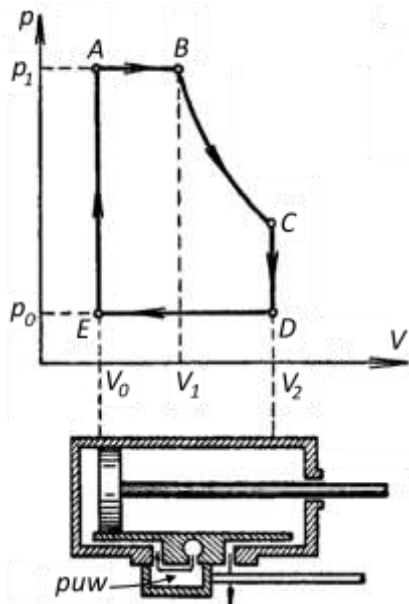
$$A_3 = -p_0(V_2 - V_0);$$

Bunnan tolıq jumıs

$$A = p_1(V_1 - V_0) - p_0(V_2 - V_0) + \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$$

shamasına ten boladı.

Porshenli mashinalardıń haqıyqıy ciklı joqarıda tallanǵan cikldan bir qansha ayırmaǵa iye boladı. Haqıyqıy mashınanın ciklın sızıw ushın *indikator* dep atalatuǵın ásbap qollanıladı.

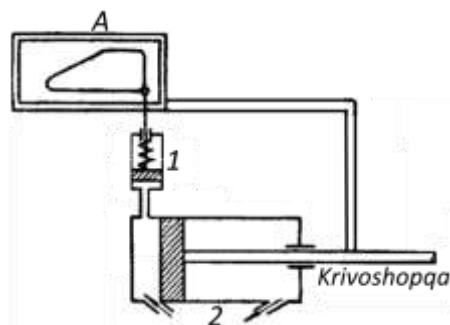


178-cúwret.

Porshenli puw mashınasının ciklı.

Bul ásbaptın sxeması 179-súwrette keltirilgen. Sızatuǵın perosı bar shtiftin jılıswı cilindrdin ishindegi puwdın basımına proporcional. Iymeklik sızlatuǵın A qaǵazı porshen menen birge qozǵaladı; sonlıqtan onın jılıswı puw menen tolǵan kólemge proporcional. Usınday ásbaptın járdeminde alınǵan iymeklikti *indikatorlıq diagramma* dep ataydı. Mashına tárepinen bir jılıswıdǵı islengshen jumıs indikatorlıq iymeklik óz ishine alatuǵın maydanǵa ten.

179-súwret. Indikator.



180-súwrette 1 teoriyalıq cikldı hám haqıyqıy mashınanın indikatorlıq diagrammasın sáwlelendiretuǵın iymeklik keltirilgen. Kórinip turǵanınday, indikatorlıq diagramma tolıǵı menen teoriyalıq cikldı súwretleytuǵın iymeklikin ishinde jaylasadı. Bunnan, haqıyqıy mashına tárepinen orınlanatuǵın jumıstın teoriyalıq mashına tárepinen orınlanatuǵın jumıstan kishi ekenligin kórsetedi. Usının menen birge qálegen haqıyqıy mashınada jıllılıqtın oshaqtaǵı hám mashınanın basqa da bólimlerindegi zıyanlı joǵaltıwları orın aladı. Usının nátiyjesinde puw mashınaların paydalı tásir koefficienti úlken emes. 1 at kúshine iye en jaqsı puw mashınaları 1 saat dawamında jıllılıq beriw qábiletligi 1 kg ushın 7000 kkal bolǵan 0,5 kg kómirdi paydalanadı. Demek, usınday mashına 1 at kúshi ushın 1 saatta $0,5 \cdot 7000 \cdot 427$ kGm energiyanı jumısaydı, al $A = 75 \cdot 60 \cdot 60$ kGm shamasındaǵı jumıstı orınlaydı. Bunnan onın paydalı tásir koefficienti

$$\eta' = \frac{75 \cdot 60 \cdot 60}{0,5 \cdot 7000 \cdot 427} = 0,18$$

shamasına ten. Procentlerge ótsek $\eta' = 18$ procent shaması alınadı.

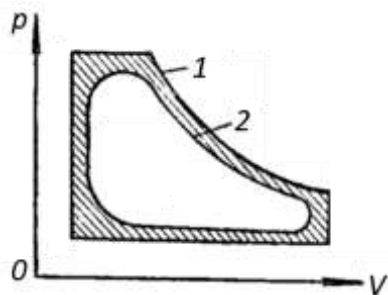
Bunday mashinanın qazanının temperaturası shama menen 200°C , al salqınlatqıştın temperaturası – shama menen 30°C . Usınday qızdırğış hám salqınlatqış penen isleytuğın qaytımlı Karno ciklinin paydalı tásir koefficienti mınaday bolğan bolar edi:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{170}{473} \cong 0,36.$$

Bul shama procentlerde 36 procentti qurağan bolar edi.

η' hám η koefficientlerin salıstırıp, haqıyqıy porshenli puw mashinalarındağı janılğın janıwının saldarınan payda bolatuğın energiyanın aqılğa muwapıq keletuğın teoriyalıq sheginin tek yarımının ğana paydalanılatuğınlıǵı kelip shıǵadı. Porshenli puw mashinasının paydalı tásir koefficientinin usınday kishi ekenligi onın jumıs islew ciklinin qaytımlı ideal ciklden zıyanlı joǵaltıw menen ayrılatuğınlıǵı menen baylanıslı; bunday zıyanlı joǵaltıwlarǵı mashinanın konstrukciyasın jetilistiriw menen azaytadı.

Puw turbinalarında paydalı tásir koefficientinin shaması 20 procenke jetedi hám hátte onnan da joqarı boladı.



180-súwret.

Puw mashinasının teoriyalıq ciklin indikatorlıq diagramma menen salıstırıw.

2). *Tórt taktli ishten janatuğın dvigateldin jumıs islew cikli.* Bul cikl tómendegidey processlerden turadı (181-súwret):

a) porshennin birinshi shepten onǵa qaray birinshi júrisinde (birinshi takt) cilindrge a klapanı arqalı janılǵı (hawa menen aralasqan benzinnin puwları) sorıladı. Bul sorıwdı juwıq túrde atmosferalıq basımǵa jaqın turaqlı p_0 basımı dep esaplawǵa boladı; usının nátiyjesinde kólem V_2 den V_1 ge shekem úlkeyedi (EA shaqası);

b) ekinshi júristin barısında (ekinshi takt, AB shaqası) porshen shep tárepke qaray júrip kólem V_1 den V_2 ge shekem kemeytip, sorıp alınǵan aralaspanı adiabatlıq qısadı. Usınday qısıwdın saldarınan aralaspanın temperaturası T_0 den T_1 ge shekem, al basımı p_0 den p_1 ge shekem kóteriledi;

c) M svecasınan shıqqan elektr ushqınının járdeminde qısılǵan aralaspa partlanadı hám úshinshi takt baslanadı. Dáslep derlik biz zamatta (kólemnin ózgeriwisiz, BC shaqasın qaranız) partlanıwdın saldarınan payda bolǵan jıllılıqtın tásirinde basım p_2 hám temperaturanın T_2 shamasına shekem kóteriliwi orın aladı. Bunnan keyin porshennin shepten onǵa qaray qozǵalıwın barısında gazdin kóleminin derlik adiabatlıq keneyiwini saldarınan V_1 kólemge shekem úlkeyiwi, al temperaturanın T_2 shamasınan T_3 shamasına shekem tómendewi orın aladı (CD shaqası). D noqatına sáykes keletuğın porshennin on táreptegi shetki awhalında shıǵarıwshı b klapanı ashıladı, al basım bolsa turaqlı V_1 kóleminde p_0 mánisine shekem kishireyedi (DA shaqası); temperatura bolsa T_0 shamasına shekem tómendeydi.

d) sonǵı tórtinshi taktte porshen shep tárepke qaray qozǵaladı hám ózinin xızmetin tewisken gaz b klapanı arqalı sırtqa shıǵarıladı (AE shaqası).

Cikldin barısında islengen tolıq jumıstı esaplaymız. Birinshi hám tórtinshi taktlerdegi orınlanǵan jumıslar bir birine ten hám belgileri boyınsha qarama-qarsı. Onı bul eki taktin de qarama-qarsı baǵıtlarda ótiletuğın bir AE tuwrısı menen súwretlenetuğınlıǵınan anǵarıwǵa boladı. BC hám AD izoxoralıq processlerinde (kólemler ózgermeydi) nolge ten. Solay etip, cikldin barısında islengen jumıs AB hám CD shaqalarında islengen jumıslardıń qosındısına ten. AB adiabatlıq qısılıwında

$$A_1 = \frac{RT_0}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$$

jumısı islenedi. Bul tenlikte m arqalı cilindrın ishindegi gazdin massası, μ arqalı onın mollik salmaǵı

belgilengen.

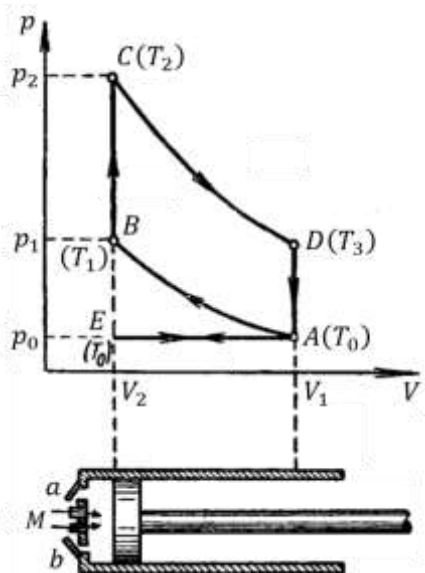
CD adiabatlıq keneyiwinde minaday jumıs islenedi:

$$A_2 = \frac{RT_3}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right].$$

Bunnan tolıq jumıs ushın

$$A = A_1 + A_2 = \frac{R}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] (T_0 - T_3) \quad (1)$$

anlatpasın alamız.



181-súwret.

Ishten janıw dvigateliniń jumıs islew cikli.

Ámelde qollanılıp júrgen dvigatellerde AB qısılıwı menen CD keneyiwi qatan adiabatlıq túrde ótpeydi. Politroplıq processtin dara jaǵdayında (1)-anlatpadaǵı γ shaması C_p/C_V qatnasına ten emes, biraq 70-paragrafta kórsetilgende, politropanın kórsetkishi C_p/C_V qatnasınan kishi boladı.

(1)-anlatpanı túrlendiriwge boladı. 70-paragraftaǵı (5)-formula boyınsha

$$\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_3} = \frac{T_1}{T_0} \quad (2)$$

qatnaslarına iye bolamız. Usının menen birge

$$\frac{R}{\gamma - 1} = C_V.$$

Bul qatnastı paydalanıp, (1)-anlatpanı bılayınsha kóshirip jazamız:

$$A = \frac{m}{\mu} C_V \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] (T_0 - T_3).$$

Bunnan $\frac{T_2}{T_3} = \frac{T_1}{T_0}$ tenliginin tiykarında

$$A = \frac{m}{\mu} C_V \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] (T_2 - T_3). \quad (3)$$

formulasın alamız.

Cikldın paydalı tásir koefficientin anıqlaymız. Cilindrdin ishindegi janılǵının janıwının saldarınan bólinip shıqqan jılılıqtın muǵdarı Q_1 ushın (BC shaqası)

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1) \quad (4)$$

anlatpasın alamız. (3)- hám (4)-anlatpalardan cikldin biz izlep atırǵan paydalı tásir koefficientin tabamız:

$$\eta' = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_2 - T_3}{T_2}.$$

Cikldin ishinde jetisiw múmkin bolǵan en joqarı temperatura T_2 , al en tómeni temperatura T_0 ekenligin atap ótiw kerek; T_0 menen T_2 temperaturaların arasında júzege keletuǵın Karno ciklı

$$\eta = \frac{T_2 - T_0}{T_2}$$

shamasına ten paydalı tásir koefficientine iye bolǵan bolar edi. $T_0 < T_3$ tensizligi orınlatatuǵın bolǵanlıqtan $\eta' < \eta$ tensizligi orınlı boladı. Demek, ishten janıw divigatelinin paydalı tásir koefficienti Karno ciklinin paydalı tásir koefficientinen kishi boladı eken. Bul jaǵdaydın orın alatuǵınlıǵın 73-paragrafta keltirilgen tallawlardın tiykarında kútiwge boladı.

(2)-qatnastı paydalanıp, cikldın paydalı tásir koefficientine mınaday túr beriwge boladı

$$\eta' = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}.$$

$\frac{V_1}{V_2}$ shaması "qısılıw" dep ataladı. Solay etip, cikldın paydalı tásir koefficienti tolıǵı menen qısılıw hám politropanın kórsetkishi γ boyınsha anıqlanadı eken.

Cikldın dawamında islengen qosındı jumıs ushın (3)-anlatpanı biz cikldın hár qıylı shaqalarındaǵı jumıslardı qarap shıǵıw arqalı keltirip shıǵardıq. Biraq, tap usınday nátiyjeni energiyanın saqlanıw nızamı boyınsha da alıwǵa boladı. A jumısı

$$A = Q_1 - Q_2$$

shamasına ten. Q_1 arqalı janılıǵının aralaspasının partlanıwında bólinip shıqqan jıllılıqtın muǵdarı, al Q_2 arqalı sırtqa berilgen jıllılıqtın muǵdarı belgilengen.

Q_1 jıllılıq muǵdarı (4)-formula arqalı anlatıladı. Q_2 jıllılıq muǵdarı DA shaqasının járdeminde súwretlenedi hám ol izoxoralıq salqınlawda beriledi. Bunnan

$$Q_2 = \frac{m}{\mu} C_V (T_3 - T_0)$$

tenligine iye bolamız. Q_1 hám Q_2 ushın jazılǵan anlatpalardan paydalanıp

$$A = Q_1 - Q_2 = \frac{m}{\mu} C_V [(T_2 - T_1) - (T_3 - T_0)]$$

formulasın alamız. Bul formulanın (3)-anlatpa menen sáykes keletuǵınlıǵına ansat iseniw múmkin.

Joqarıda kórsetilgen cikl menen isleytuǵın tórt taktli dvigateller júdá ken túrde paydalanıladı; benzin paydalanılatuǵın avtomobil dvigatelleri usı cikl menen isleydi. Ádette bir valǵa bir neshe cilindrler jumıs isleydi (tórt hám onnan da kóp). Hár bir cilindrdin jumıs isteytuǵın fazası kelesi cilindirdin jumıs isleytuǵın fazasına salıstırǵanda dáwirdin birdey bólimine jılistırılǵan. Usının saldarınan jumıs islewdir jatıqlıǵı támiyinlenedi.

3. *Dizeldin tórt taktli dvigatelinin jumıs islew cikli.* Dizel dvigatelinin jumıs islew belgili bir dárejede joqarıda keltirilgen benzin menen isleytuǵın dvigateldin jumıs islewine usaydı. En baslı ayırma sonnan ibarat, Dizel dvigatelinde joqarı dárejedeǵı basım paydalanıladı (30-35 at hám onnan da joqarı). Bunday qısılıw shama menen adiabatlıq ráwishte júzege keletuǵın bolǵanlıqtan temperaturanın joqarı shamalarǵa kóteriliwi orın aladı. Temperaturanın usınday kóteriliwi janatuǵın aralaspasın tutanıwı ushın jetkilikli. Sonlıqtan Dizel dvigateli ushqınnın járdeminde janatuǵın aralaspasın tutanıwın talap etpeydi. Qısıwdın aqırında janatuǵın aralaspa cilindrge úrelenedi hám úrleniw izobaralıq keneyiwdir barısında aralaspasın salıstırmalı ástelik penen janıwın támiyinlew ushın úrleniwdi ástelik penen ámelge asıradı. Dizel dvigatelinin bul ózgeshelikleri ushqın menen tutanatuǵın dvigatellerdin paydalı tásir koefficientinen joqarı bolǵan paydalı tásir koefficientin beredi. Sonın menen birge Dizeldin dvigatelleri salmaqlıraq janılıǵı (neft) isleydi.

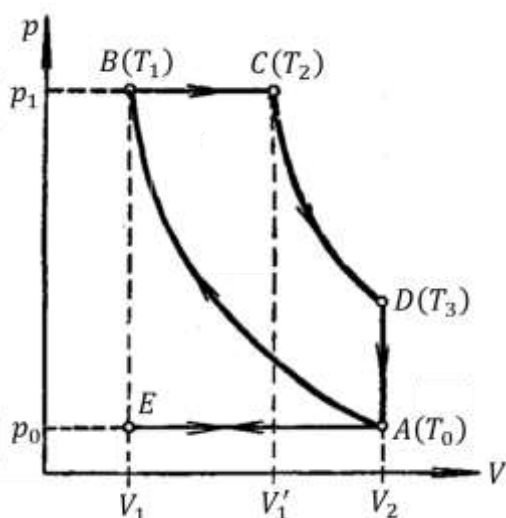
Dizel dvigatelinin jumıs islew cikli mınalardan ibarat:

a) birinshi taktte porshen cilindrge atmosferalıq hawanı sorıydı. Process izobaralıq ráwishte turaqlı atmosferalıq p_0 basımda ótedi (182-súwretteǵi EA shaqası);

b) ekinshi taktte bul hawanı porshen adiabatlıq ráwishte joqarı p_1 basımına shekem qısadı (AB shaqası). Nátiyjede temperatura T_0 shamasınan ádewir joqarı bolǵan T_1 shamasına shekem kóteriledi;

c) úshinshi taktin basında cilindrge janılıǵı úrlenedi, bul janılıǵı ıssı hawada tutanadı hám janadı. Nátiyjede porshennin turaqlı p_1 basımdaǵı jıljıwı júzege keledi, janılıǵının janıwının saldarınan temperatura T_0 den T_1 ge shekem kóteriledi (BC shaqası). Bunnan keyin janıwdın sebebinen payda bolǵan produktler menen hawanın aralaspası adiabatlıq keneyedi (CD shaqası). Úshinshi taktin aqırında (D noqatı) shıǵarıwshı klapan ashıladı hám sonın saldarınan cilindrdin ishindeǵı basım turaqlı kólemde atmosferalıq p_0 basımına shekem tómenleydi (DA shaqası);

d) sonğı, túrtinshi taktte aralaspa cilindrden shıǵarıladı (AE shaqası).



182-súwret.

Dizel dvigatelinin jumıs islew ciklı.

Dizeldin bir ciklinde islegen tolıq jumıs A nı esaplaw ushın energiyanın saqlanıw nızamınan paydalanamız:

$$A = Q_1 - Q_2.$$

Bul tenlikte Q_1 arqalı aralaspa janganda bólinip shıǵatuǵın jıllılıq, al Q_2 arqalı qorshaǵan ortalıqqa beriletuǵın jıllılıq belgilengen.

Aralaspanın janıwı izobaralıq bolǵanlıqtan

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1)$$

tenligi orınlı boladı.

Jıllılıqtı beriw menen baylanıslı process (DA shaqası) izoxoralıq bolǵanlıqtan

$$Q_2 = \frac{m}{\mu} C_v (T_3 - T_0)$$

tenligin jazamız.

Q_1 menen Q_2 ushın jazılǵan bul anlatpalardan paydalanıp

$$A = \frac{m}{\mu} C_v [\gamma(T_2 - T_1) - (T_3 - T_0)]$$

anlatpasına iye bolamız.

Dizeldin dvigatelinin paydalı tásir koefficienti mınaǵan ten:

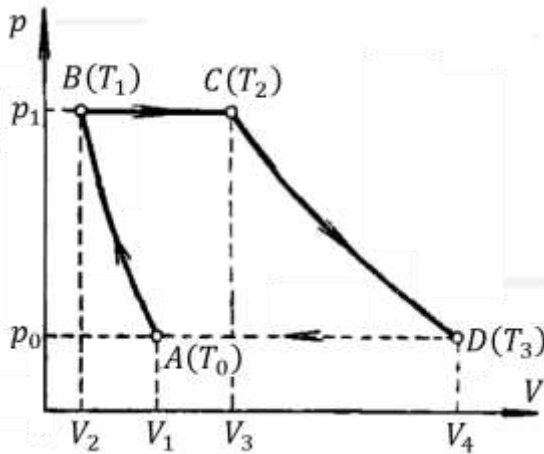
$$\eta_D = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_3 - T_0}{T_2 - T_1}.$$

Adiabatalar menen izobaralardıń tenlemesinen paydalanıp, bul anlatpanı mınaday túrge alıp keliwge boladı:

$$\eta_D = 1 - \frac{\left(\frac{V_1'}{V_1}\right)^\gamma - 1}{\gamma \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} \cdot \left(\frac{V_1'}{V_1} - 1\right)}.$$

Bul formulada V_1' arqalı C noqatına sáykes keletuǵın kólem belgilengen (182-súwret). Solay etip, Dizel ciklinin paydalı tásir koefficienti eki qısıwdın, $\frac{V_2}{V_1}$ hám $\frac{V_1'}{V_1}$ qatnaslarınń hám politropanın kórsetkishi γ nın mánisleri boyınsha anıqlanadı eken.

Dizel dvigatelinin paydalı tásir koefficienti 35 procentke shekem jetedi.



183-súwret.

Hawa-reaktivli dvigateldin jumis islew cikli.

4. *Pulsaciýalanatuǵın hawa-reaktivli dvigateldin jumis islew cikli.* 41-paragrafta pulsaciýalanatuǵın hawa-reaktivli dvigateldin sxeması berilgen edi. Bunday dvigateldin jumısına da belgili bir cikldı sáykes keltiriwge boladı (183-súwret). A diffuzorına kelip túsetuǵın hawa (41-paragraftaǵı 100-súwret) onın jinishke bas bóliminen keneygen bólimine ótedi hám usının saldarınan hawanın tezligi kemeyedi. Bunday jaǵdayda Bernulli tenlemesine sáykes (40-paragraf) hawanın basımı ózinin dáslepki p_0 shamasınan bazı bir p_1 shamasına shekem kóteriledi. Solay etip, 183-súwrettegi AB adiabatısına (dáliregi politropasına) sáykes keletuǵın hawanın kısılıwı orın aladı. Janıw kamerasında jumis isleytuǵın aralaspanın turaqlı p_1 basımındaǵı qızıwı orın aladı (BC tuwrısı). Bunday jaǵdayda aralaspaǵı Q_1 jıllılıq muǵdarı beriledi; aralaspanın temperaturası T_1 dan T_2 ge shekem kóteriledi, al onın kólemi V_2 den V_3 shamasına shekem ósedı. C soplosında bunnan keyingi adiabatılıq keneyiw orın aladı hám jumis isleytuǵın aralaspa úlkeytilgen tezlik penen sırtqa shıǵarıladı. Bul jaǵday reaktivli kúshtin payda bolıwına alıp keledi. Ámeliy jaqtan cikl tuyıq emes bolıp tabıladı, biraq, jumis isleytuǵın zat turaqlı p_0 basımında V_1 kólemine shekem qaytadan kısıladı dep esaplaw jolı menen sxemada onı tuyıqlawǵa boladı (DA tuwrısı). Bunday jaǵdayda salqınlatqıshqa Q_2 jıllılıq muǵdarı beriledi. Alınǵan cikldın paydalı tásir koefficienti

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

formulasının járdeminde esaplanadı. Aralaspanın janıwı menen salqınlawı turaqlı basımda ótetuǵın bolǵanlıqtan

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1), Q_2 = \frac{m}{\mu} C_p (T_3 - T_0)$$

tenlikleri orınlı boladı hám bunnan

$$\eta = 1 - \frac{T_3 - T_0}{T_2 - T_1}$$

anlatpasına iye bolamız.

AB hám CD adiabataların tenlemelerinen

$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

tenliklerinin orınlı ekenligine kóz jetkersek,

$$\frac{T_2}{T_3} = \frac{T_1}{T_0}$$

tenliginin orınlı ekenligine kóz jetkeremiz. Temperaturalar arasındaǵı bul qatnaslardı paydalanıp, paydalı tásir koefficienti η nı mınaday etip túrlendiremiz:

$$\eta = 1 - \frac{T_3 - T_0}{T_2 - T_1} = 1 - \frac{T_0}{T_1}.$$

Solay etip, aralıqlıq T_3 hám T_2 temperaturaları hesh qanday áhmiyetke iye emes hám paydalı tásir koefficientinin mánisi tek T_1 hám T_0 temperaturaları boyınsha anıqlanadı eken.

AB adiabatasının tenlemesin paydalanıp, T_0/T_1 qatnasın V_1 hám V_2 kólemlerinin qatnasının járdeminde anlatıwǵa boladı:

$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}.$$

Bunnan

$$\eta = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}$$

formulasına iye bolamız. Songı anlatpa hawa-reaktivli dvigateldin paydalı tásir koefficienti tek V_1/V_2 qatnası hám politropa kórsetkishi γ menen ğana anıqlanatuǵınlıǵın kórsetedi. Kórsetilgen sxema tiykarında soǵılǵan bunday dvigatellerde qısıwdın shaması úlken bolmaǵanlıqtan, olardıń paydalı tásir koefficienti kishi boladı.

§ 75. Qaytımlı hám qaytımlı emes processler. Bizler qaytımlı process dep eki baǵıtta da óte alatuǵın processlerge ayttıq. Eger process dáslep bir baǵıtta, al onnan keyin qarama-qarsı baǵıtta júrsen, onda *qorshap turǵan denelerde qanday da bir ózgerislerdin bolıwınan yamasa bolmawınan ğárezsiz*, sistemanın ózinin dáslepki halına qaytıp keliwi kerek.

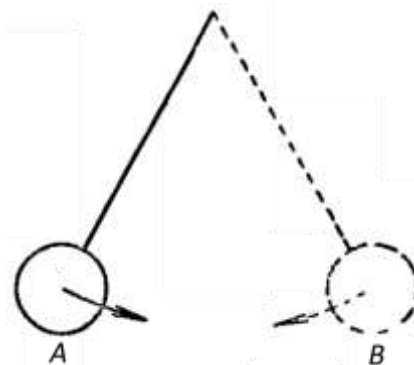
Qaytımlı processke mısál keltiremiz. Meyli, absolyut serpimli bolǵan salmaqlı shar qıya tegisliktegi A noqatında bekitilgen bolsın (184-súwret). Qıya tegisliktin aqırında oǵan normal baǵıtta qozǵalmaytuǵın absolyut serpimli B diywalı jaylasqan. Eger biz shardı jazdırsaq, onda ol qıya tegislik boyınsha tómengen túsedi hám B diywalına barıp urıladı. Usı diywalda ol serpimli shaǵılısadı hám qıya tegisliktin beti menen A noqatına qaytıp keledi. Biraq qorshap turǵan denelerde hesh qanday ózgeris júzege kelmedi.

Tap usınday qaytımlı processtın mısalı súykelissiz terbeletuǵın mayatniktin qozǵalıwı bolıp tabıladı: mayatnik tárepinen yarım dáwir ishinde A noqatınan B noqatına shekem ótilgen jol (185-súwret) mayatnik tárepinen ekinshi yarım dáwirdin ishinde qarama-qarsı baǵıtta jáne ótıledi. Mayatnik átiraptaǵı denelerde qanday da bir ózgerislerdin bolǵanlıǵınan yamasa bolmaǵanlıǵınan ğárezsiz ózinin dáslepki ornına qaytıp keledi. Ulıwma túrde biz súykelissiz hám serpimli emes ótetuǵın hám soqlıǵısıwlar orın almaytuǵın barlıq taza mexanikalıq processlerdin qaytımlı dep ayta alamız.

Ideallıq Karno ciklinın mısalında biz jıllılıqtın bazı bir $Q_1 - Q_2$ muǵdarının A jumısına qaytımlı túrde aylanatuǵınlıǵın kórdik. Biraq, usınıń menen birge jıllılıqtın jumısqa qaytımlı túrde aylanıwı ádewir quramalı bolǵan processtın bir buwını bolıp tabıladı: onın barısında Q_2 jıllılıq muǵdarının qızdırǵısthan salqınlatqıshqa alıp beriliwi orın aladı. Tap sol qaytımlı Karno ciklin salqınlatqıshqa payda etiw ushın paydalanıp, biz A jumısının esabınan $Q_1 - Q_2$ jıllılıǵın ala alamız, sonın menen birge salqınlatqısthan qızdırǵıshqa Q_2 shamasındaǵı jıllılıqtı alıp beremiz. Biraq, biz bunday jaǵdaydın tek ten salmaqlıq, yaǵnıy Karno ciklin sheksiz ástelik penen júrgizgende júzege keletuǵınlıǵın, al onı ámelge asırıwdın ámeliy jaqtan múmkin emes ekenligin atap ayttıq.



181-súwret. Absolyut serpimli shardıń dáslepki ornına qaytıp keliwi.



182-súwret. Mayatniktin qaytımlı terbelisi.

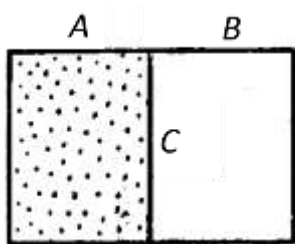
Jumıstın jıllılıqqa qálegen ótiwi qaytımlı emes túrde júredi, jumıstın jıllılıqqa aylanıwı qanday da bir basqa processtın qatnasıwısqız ózi-ózinen ámelge asadı, al jıllılıqtın jumısqız aylanıwı bolsa tek qanday da bir basqa process qatnasqan jaǵdayda ǵana júredi.

Qaytımlı emes process dep oǵan keri bolǵan process ádewir quramalı bolǵan processtın tek bir buwını sıpatında óte alatuǵın processke aytamız.

Solay etip, qaytımlı emes processler ushın *onın ótiw baǵıtı* áhmiyetke iye. Biz "on" baǵıt dep ataytuǵın baǵıtta olar "óz-ózinen" júredi, yaǵnıy olar tuyıq sistemada júzege keletuǵın birden-bir process bolıp tabıladı. Basqa, ekinshi baǵıtta (biz bul baǵıttı "teris" dep esaplaymız) olar qanday da bir basqa "on" process penen birgelikte júredi. Mısalı, jumısqız jıllılıqqa "óz-ózinen" barlıq jerde hám turaqlı túrde ótedi. Súykelis kúshleri qatnasatuǵın barlıq processlerde yamasa deneler arasındaǵı serpimli emes óz-ara tásirlesiw orın alǵanda orınlangan jumıstın esabınan jıllılıq payda boladı. Al jıllılıqtın jumısqız aylanıwı quramalıraq bolǵan processtın tek bir bólimi túrinde ǵana baqlanadı. Karno cikli yamasa oǵan usaǵan ciklin júzege keltirgende jıllılıqtın jumısqız aylanıwı jıllılıqtın ıssı deneden (qızdırǵısthan) oǵan salıstırǵanda salqın denegge (salqınlatqıshqa) alıp beriliwi menen birge ámelge asırıladı.

Qızǵan deneden salqın denegge jıllılıqtın alıp beriliwi de (ótiwi de) qaytımlı emes process bolıp tabıladı. Denelerdin temperaturalarınan tenlesiwine alıp kelinetuǵın bul process "óz-ózinen" júredi, yaǵnıy ol tuyıq (jabıq) sistemada ótiwi múmkin bolǵan birden-bir process bolıp tabıladı. Keri "teris" process – salqın deneden qızǵan denegge jıllılıqtın alıp beriliwi "óz-ózinen" júrmeydi. Salqınlatqısh mashınanın háreketinde salqın deneden qızǵan denegge jıllılıqtın alıp beriliwi tek "on" process penen parallel túrde ámelge asadı. Bul qubılıs qızdırǵıshqa berilgen jıllılıqtın muǵdarına ten A jumısınan sarıplanıwınan nátiyjesinde júredi.

Qaytımlı emes process ushın jáne bir misal retinde gazdin boslıqqa keneyiwın keltiriwge boladı. Kóz aldımızǵa birdey bolǵan A hám B bólimlerine diywal menen bólingen C ıdısın elesleteryk (186-súwret). Meyli A bóliminde gaz, al B bólimi bos bolsın. Eger eki bólim arasındaǵı diywaldı alsaq, onda gaz dárhál "óz-ózinen" keneyedi hám B bólimin toltırıp ıdıs boyınsha ten ólshewli tarqaladı. ıdısın A bólimine gazdi qaytadan jıynaw ushın (usı bólimge qısıw ushın) sırtkı kúshler bazı bir jumıstı islewı kerek. Bunday processtın saldarınan gaz qızadı, yaǵnıy gazdi qısıw menen baylanıslı bolǵan "teris" process jumıstın jıllılıqqa aylanıwı menen baylanıslı bolǵan "on" process penen birge alıp barıladı.



186-súwret.

Gazdin ıdısın eki yarımındaǵı tarqalıwı.

Gazdin keneyiwi bolıp tabılatuǵın "on" process jıllılıqtın jumısqız aylanıwı processı menen birge júretuǵın process bolıp tabıladı. Gazdin izotermalıq keneyiwinde gazge sırttan beriletuǵın barlıq Q jıllılıq muǵdarı A jumısına aylanadı; bul jerde jıllılıqtın ıssı deneden salqın denegge alıp beriliwi qubılısı orın almaydı. Biraq qaytımlı emes bolǵan gazdin keneyiwi ("on") processı júredi. Solay etip qálegen "teris" process qanday da bir "on" process penen kompensaciyanadı.

§ 76. Termodinamikanın ekinshi baslamasının statistikalıq mánisi. Endi mınaday másele qoyamız: haqıyqıy processlerdin qaytımlı emes ekenligin zatların molekualıq-kinetikalıq teoriyası menen qalayınsha sáykes keltiriwge boladı? Al molekualıq-kinetikalıq teoriya boyınsha barlıq processler mexanikalıq processlerdin, soǵan sáykes molekualardıń qaytımlı qozǵalıslarınan nátiyjesi bolıp tabıladı. Ondaı bolatuǵın bolsa haqıyqıy processlerdin barlıǵınan qaytımlı bolıwı

kerek emes pe?

Molekulalıq-kinetikalıq teoriyaǵa sáykes gaz bir biri hám ıdístın diywalı menen serpimli soqlıǵısatuǵın tártipsiz qozǵalatuǵın molekulalardıń jıynaǵı bolıp tabıladı.

Ayırıp alınǵan molekulanın qozǵalısqı qaytımlı. Soraw beriledi: neliikten molekulalardıń jıynaǵınıń qozǵalısqı qaytımlı emes?

Bul sorawǵa juwap ayırım qubılıslardıń itimallıǵı kóz-qarası tiykarında hám en itimal bolǵan hallardı statistikalıq esaplaw jolı menen beriledi.

Itimallıq haqqındaǵı kóz-qarastı tallaw ushın kub formusına iye bolǵan oyın ushın qollanılatsuǵın figuranı jerge taslawdın nátiyjesine itibar beremiz. Meyli kubtın hár bir qaptal betine 1 den baslap 6 ǵa shekemgi nomerler qoyılǵan bolsın.

Kubtı taslaw quramalı process bolıp tabıladı. Onı taslawdın sharayatlarınan tártipsiz túrde ózgerislerinen nátiyjesinde qanday da bir nomerdin joqarıǵa qaray shıǵıwı *tosınnan bolatuǵın* qubılısqı aylanadı. Biraq, eger biz kubtı júdá kóp ret taslasaq, onda hár bir nomerdin joqarı qaray shıǵıwınıń sanı shama menen birdey boladı.

Meyli, biz kubtı N ret taslayıq. Sonın menen birge belgilenip alınǵan bir nomer m ret shıqqan bolsın. Bunday jaǵdayda taslawlardın sanı N júdá úlken bolǵanda m/N shaması belgili bir mániske umtıladı (biz qarap atırǵan jaǵdayda $1/6$ ǵa). $N \rightarrow \infty$ bolǵan jaǵdaydaǵı bul m/N qatnasınıń shegi berilgen nomerdin itimallıǵı p nı anıqlaydı:

$$p = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{m}{N}. \quad (1)$$

Biz itimallıqqa berilgen bul anıqlamanı qálegen waqıyalarǵa ulıwmalastıra alamız. Onın ushın N ret sınav ótkerildi, al biz kútken waqıyalarǵa sanı m bolıp shıqtı hám bul qubılıstın júzege keliw itimallıǵı (1)-tenlikten járdeminde anıqlanadı dep esaplawımız kerek.

Itimallıq berilgen qubılısqı tán bolǵan bazı bir qásiyetti obektiv túrde anǵartadı; ol sınap kóriwdin berilgen sharayatlarında sheksiz qaytalana alatuǵın belgili bolǵan waqıyanın júzege keliw dárejesinin sanlıq xarakteristikasını beredi. SHEkli sandaǵı, sonın menen birge júdá kóp sanlı sınap kóriwlerdegi nátiyjeni aldın ala dál boljawdın múmkin emes, al juwıq túrde bolatuǵınlıǵın názerde tutıw kerek. Biraq jaqınlasıw dárejesi waqıyalar sanınıń ósiwi menen úlkeyedi.

Itimallıqlardı biliw kóp sanlı sanawlarda alınatuǵın hár qıylı shamalardıń *ortasha mánislerin* anıqlawǵa múmkinshilik beredi. Kublardı taslap, shıqqan nomerlerdin ortasha sanın tapqımız keledi dep esaplayıq. Eger N dana taslawdın nátiyjesinde n_1 nomeri m_1 ret, n_2 nomeri m_2 ret h.t.b. shıqqan bolsa, onda shıqqan nomerlerdin ortasha mánisi mınaǵan ten boladı:

$$\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i m_i}{N}.$$

Bul tenlikte k arqalı kubtaǵı hár qıylı nomerlerdin sanı belgilengen)biz qarap atırǵan jaǵdayda $k = 6$).

$N \rightarrow \infty$ sheginde anıqama boyınsha $m_i/N \rightarrow p_i$. Bul jerde p_i arqalı n_i nomerinin shıǵıw itimallıǵı belgilengen. Solay etip, taslawlardın oǵada úlken sanında nomerlerdin ortasha mánisi mına shamaǵa umtıladı:

$$\bar{n}_\infty = \sum_{i=1}^k p_i n_i.$$

Biz tallaǵan jaǵdayda

$$p_i = \frac{1}{6}$$

hám

$$\bar{n}_\infty = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{6} = 3,5.$$

Kórinip turǵanıday, ortasha mánisti esaplawdın usınday túri *statistikalıq xarakterge* iye.

66-paragrafta kórsetilip ótilgendey, zattı táriyipleytuǵın makroskopiyalıq shamalar ayırım

molekulalardan qozğalışların ortashalawdın nátiyjesinde alıńǵan ortasha mánisler xarakterine iye boladı. Bizler shın mánisinde hár bir molekulanın qozğalışın anıqlay almaymız, bunday mániste bul qozğalış tosınnan boladı. Biraq, molekulalardan sanı oǵada úlken bolǵanlıqtan ortasha shamalar tosınnan alınatuǵın shamalardan elementlerine iye bolmaydı, al berilgen sharayatlarda belgili bolǵan mánislerdi qabıl etedi. Biz gazdın bir qatar makroskopiyalıq halların qarap atırımız dep boljayıq. Olardıń hár biri molekulalardan qozğalışının qanday da bir halı boyınsha emes, al kóp hallar boyınsha anıqlanadı. Ayırım molekulalardan múmkin bolǵan qozğalış hallarının nátiyjesinde payda bolǵan makroskopiyalıq hal úlkenirek itimallıqqa iye bolsa, onda bunday hal jiyi payda boladı. Bul jaǵdaydı ıdıstın eki bóliminde tarqalǵan gaz misalında túsindiremiz

Gaz tek tórt molekuladan turadı dep boljayıq. Olardıń barlıǵı ıdıstın A bóliminde jaylasqan bolsın (186-súwret); ıdıstın B bólimi bos. C diywalın alıp taslaymız. Bunday jaǵdayda, tártipsiz qozğalıwdın saldarınan molekulalardan ayırımları ıdıstın B bólimine ótedi. Bul gazdın keneyiwine sáykes keledi. Bunnan keyin barlıq tórt molekula barlıq ıdıstı boyınsha ushadı. Biraq, ıdıstın hár bóliminde tek eki molekula jaylasatuǵın tarqalıwdın júzege keliwi shárt emes. Olardıń qozğalışlarındaǵı tártiptin joq ekenligine baylanıslı ıdıstın bir bóliminde úsh molekulanın, al ekinshi bóliminde bir molekulanın bolıwı múmkin. Hátte tórt molekulanın barlıǵının ıdıstın A bólimine uship kiriwi múmkin. Eger usı momentte biz C diywalın ornına qoyıp úlgersek, onda gaz qaytadan ıdıstın bir bóliminde boladı. Solay etip, tórt molekula bolǵan jaǵdayda gazdın dáslep keneyiwiniń, al bunnan keyin qaytadan óz-ózinen qısılıwının orın alıwı múmkin. Gazdın keneyiw processı qaytımlı bolıp shıqtı.

Biraq, qozğalışlardın tártipsiz ekenligine baylanıslı molekulalardan ıdıstın tek bir yarımında jıynalıwının nátiyjesinde payda bolǵan haldın itimallıǵı, ıdıstın eki bóliminde molekulalardan bazı bir sanının bolıwına sáykes keletuǵın haldın itimallıǵınan kishi. Biz qarap atırǵan tórt molekulanı a, b, c, d háripleri arqalı belgileymiz. Bunday jaǵdayda ıdıstın eki yarımındaǵı molekulalardan tarqalıwının tómendegidey tarqalıwı múmkin:

	Idistın yarımı		Xallardıń sanı	Idistın yarımı		Hallardıń sanı
	A	B		A	B	
	0 abcd	abcd 0				
Molekulalardıń tarqalıwı	a	bcd	}	ab	cd	}
	b	acd		ac	bd	
	c	abd		ad	bc	
	d	abc		bc	ad	
	bcd	a		bd	ac	
	acd	b		cd	ab	
	abd	c				
	abc	d				
	Jámi:					16

Qozğalıstın tártipsizliginin saldarınan bul hallardıń hár biri birdey jiyilikte ushırasadı. Kórinip turǵanıday, ıdıstın eki bóliminde de molekulalar bar jaǵdaylardın sanı 14 ke ten; al ıdıstın yarımının biri bos bolǵan jaǵdaydın sanı 2. Barlıq molekulalar ıdıstın A bóliminde jaylasatuǵın tarqalıw basqa larǵa salıstırǵanda 16 ese siyrek ushırasadı. Onın itimallıǵı 1/16 ǵa ten. Biraq molekulalardan qozğalış tezligi úlken bolǵanlıqtan hallar birinen keyin biri tez-tez almasıp turadı hám usınday jaǵdayǵa baylanıslı keneygen gazdın qaytadan "qısılıwın" kóp waqıt kútiwge tuwrı keledi. Biraq bul jaǵday molekulalardıń sanı júdá úlken bolǵan jaǵdayda ǵana júzege keledi.

n dana molekulanın ıdıstın eki yarımında tarqalıwının ulıwmalıq sanınan $z = 2^n$ shamasına ten bolatuǵınlıǵın ansat kórsetiwge boladı. Bul sanlardın barlıǵının ishinde barlıq n dana

Bunnan processlerdin qaytımlı emesligi túsiniginin tek makroskopiyalıq deneler, yaǵnıy oǵada kóp sanlı molekulalardan turatuǵın deneler menen is alıp barganda ǵana mániske iye bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Molekulalardın sanı az bolǵanda processlerdin qaytımlı bolmawı túsinigin paydalanıwǵa bolmaydı. Tórt molekuladan turatuǵın "gaz" mısasında biz bunday "gazdin" ózinshe qısılıw múmkinshiligine iye ekenligin kórdik. Bólekshelerdin sanı kóp bolmaǵanda en itimal bolǵan haldan bazı bir awıttıqlardıń bolıwı múmkin. Mısalı, makroskopiyalıq kóz-qarastan gazdin barlıq orınlarda birdey tıǵızlıqqa iye bolıwı halı en itimal hal bolıp tabıladı. Biraq, eger biz gazde az sandaǵı molekulalar jaylasatuǵın qonsılas eki kólemdi ayırıp alsaq, onda olardı molekulalardın ten ólshewli tarqalıwına sáykes kelmeytuǵın jaǵdaylar ushırasadı. Tórt molekulanın tendey bolǵan eki kólemdegi tarqalıwı ushın ótkerilgen esaplawdın

bir kólemde úsh, al ekinshi kólemde bir molekula bolıwının eki kólemde eki molekuladan bolıwına qaraǵanda jiyirek ushırasatuǵınlıǵın kórsetti.

Kishi masshtablarda bar bolatuǵın ortasha mánislerden usınday awıttıqlardıń bolıwı, joqarıda kórsetilip ótilgenindey, *fluktuaciyalar* dep ataladı. Molekulalardıń tásirinin ortasha mánisi boyınsha payda bolatuǵın qálegen fizikalıq shama *fluktuaciyalarǵa ushıraydı*. Fluktuaciyalar kóp sanlı qubılıslarda kórinedi. Biz optikaǵa baylanıslı bolǵan bólimde (III tom) gazdin tıǵızlıǵının fluktuacıylarının saldarınan aspannıń kók renge iye bolatuǵınlıǵın kóremiz.

Kishi masshtablarda kórinetuǵın molekulalardıń diywalǵa urılıwlarınan ten ólsheuli bolmawı basımnnıń fluktacıylarının payda bolıwına alıp keledi. Basımnnıń bunday fluktacıyları broun bólekshelerinin qozǵalısnıń júzege keltiredi (43-paragraf penen salıstırınız). Broun bóleksheleri júdá kishi bóleksheler bolıp tabıladı hám sonlıqtan olar termodinamikanıń ekinshi baslamasına baǵınbaydı. Mısalı, ayırım broun bólekshesinin jıllılıq qozǵalısnıńdaǵı molekulalardıń urılıwının saldarınan salmaq kúshinin baǵıtına qarama qarsı baǵıtta tómengi qatlamnan joqarı qatlamǵa kóteriliwı múmkin. Bólekshenin kóteriliwinde islenetuǵın mexanikalıq jumıs molekulalardıń jıllılıq qozǵalıslarının esabınan basqa processtin tásiiri bolmaǵan jaǵdaylarda júredi. Joqarıǵa kóterilgen broun bólekshesi bunnan keyin tosınnan tómengen túsıwı múmkin hám bunday jaǵdayda ózinin potenciallyq energiyasın qorshaǵan molekulalardıń jıllılıq qozǵalısnıń energiyasına ótkeredi.

Bul mikroskopiyalıq masshtablarda jıllılıqtıń jumısqa ótiwı qaytımlı bola aladı, ekinshi baslama buzıladı, biraq ekinshi baslamanıń bunday buzılıwın makroskopiyalıq masshtablarda paydalanıw múmkin emes. Broun bólekshelerinin energiyasın jıynawǵa járdem beretuǵın hár bir mexanizmnıń ózi fluktuacıylarǵa ushıraydı hám sonlıqtan energıyanıń usınday bolıp jıynalıwın boldıra almaydı.

Fluktuacıylardıń bar bolıwı bizin ólsheulerimizdin dáliliginin shegarasın anıqlaytuǵınlıǵın atap ótiw áhmiyetli. Qálegen ólsheytuǵın ásbap (mısalı, galvanometr) orın almasıwı yamasa burılıwı berilgen fizikalıq shamanı ólshewge múmkinshilik beretuǵın qozǵalıwshı sistemaǵa (strelkaǵa) iye. Bul qozǵalıwshı sistemanıń ózi fluktuacıylarǵa – ázzi tártipsiz terbelislerge ushırawı múmkin. Bul terbelislerdin ortasha energiyasınan $\frac{1}{2}kT$ shamasına ten ekenligin kórsetiwge boladı. Bul anlatpada k arqalı Bolcman turaqlısı, al T arqalı qorshaǵan ortalıqtıń energiyası belgilengen. Demek, sistema tárepinen ólshenetuǵın energıyanıń shaması (mısalı elektr toǵının energiyası) $\frac{1}{2}kT$ shamasınan úlken bolıwı kerek. Dálirek ótkerilgen esaplawlar E energiyasın ólshewde jiberiletuǵın ΔE qáteklikten shamasınan πkT ǵa ten bolatuǵınlıǵın kórsetedi. Ójire temperaturası ushın ($T = 290\text{ K}$) $\pi kT = 1,26 \cdot 10^{-20}\text{ dj}$ shamasın alamız. Solay etip berilgen hár bir T temperaturada ólsheytuǵın ásbaptıń onıń konstrukciyasınan qanday dárejede jetiliskensliginen ǵárezsiz sezgirliǵının tábiyiy shegi boladı.

Ólshew ásbaplarınan kópshiliginde bul shekke jaqın keliw orın almaydı. Biraq oǵada dál bolǵan házirgi zaman ólshew ásbaplarında (elektr ólshewshı ásbaplar, jaqtılıq energiyasın ólshewshı ásbaplar h.t.b.) bul shekke jetiw orın aladı. Qorshaǵan ortalıqtıń usınday T temperaturasında bul ásbaplardıń dáliligin joqarılátıw múmkin emes.

Jenil qozǵalıwshı sistemanıń fluktuacıyalıq terbelislerin tájiriyyede N_A Avagadro sanın anıqlaw ushın paydalanıwǵa boladı. Usınday jollar menen N_A shamasın anıqlawda tártibi boyınsha sáykes keletuǵın shama alınadı. Fluktuacıyalıq terbelislerdi baqlaw ushın júdá jinishke kvarc sabaqqa ildirilgen júdá kishi hám júdá jenil ayna qollanılardı. Qorshaǵan hawanıń molekulalarınan soqlıǵısıwının tásirinde sistema tártipsiz túrdegi aylanbalı terbelislerge ushıraydı. Bul terbelisler aynada shaǵılısqan nurdın járdeminde tikkeley baqlanadı (aynada shaǵılısqan nur jetkilikli dárejede alısta jaylasqan shkalaǵa jaqtı daq túrinde kelip túsedi).

Joqarıda ayılǵanlar boyınsha aynanın terbelisinin $\bar{E}_k$ ortasha kinetikalıq energiyası $\frac{1}{2}kT$ shamasına ten. Ekinshi tárepten, $\bar{E}_k$ ortasha kinetikalıq energiyası terbelistin ortasha potenciallyq energiyası $\bar{E}_p$ ǵa ten.

$\bar{E}_p$ ushın 89-pagagraftaǵı (17)-formulanı paydalanıp

$$\bar{E}_p = \frac{1}{2} D \bar{\varphi}^2 = \frac{1}{2} kT$$

anlatpasına iye bolamız. Bul anlatpada D arqalı sabaqtıń buralıw moduli, $\bar{\varphi}^2$ arqalı onıń burılıw múyeshinin ortasha mánisi belgilengen.

Bul formulanı bılayınsha jazıw múmkin:

$$\bar{\varphi}^2 = \frac{kT}{D}. \quad (2)$$

Buralıw moduli D nı tikkeley óshew qıyın bolǵanlıqtan, aylanbalı mayatniklerdin menshikli jıylılıǵı ushın jazılǵan anlatpadan paydalanıwǵa boladı (89-paragrafta dáwir ushın $T = \frac{1}{\nu_0}$ anlatpası keltirilgen):

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{I}}.$$

Bul anlatpada I arqalı sistemanın inerciya momenti belgilengen.

Bunday jaǵdayda (2)-qatnas mınaday túrge iye boladı:

$$\bar{\varphi}^2 = \frac{kT}{(2\pi\nu_0)^2 I}.$$

Bul formuladaǵı Bolcman turaqlısı k dan basqalarınan barlıǵın óshewge boladı.

Bunday óshewlerdi orınlap k nı hám usıǵan sáykes Avagadro sanı N_A nı tabıwǵa boladı.

Termodinamikanın ekinshi baslamasının qollanılıwına shek qoyatuǵın oblast kosmoslıq mashtablarǵa tiyisli. XIX ásirde ekinshi yarımında bazı bir fizikler menen filosoflar "álemnıń jıllılıq óliwi" gipotezasın usındı. Álemdi jabıq sistema dep qarap hám onın ushın termodinamikanın ekinshi baslamasını qollanıp, olar waqıttın ótiwi menen ayırım aspan deneleri arasındaǵı barlıq temperaturalar ayırmaları tenlesedi hám álem temperaturanın ten óshewli tarqalǵan halına ("jıllılıq ólimi") ótedi degen juwmaqqa kelgen...⁴⁵

§ 77. Klauzius tensizligi. Entropiya. Bunnan aldınǵı paragraflarda biz "teris" processlerdin tek "on" processlerdin biri menen ǵana qosılıp júretuǵınlılıǵın anıqladıq.

Karnonın qaytımlı ciklin qaraw $Q_1 - Q_2$ jıllılıǵının A jumısına aylanıwı ushın temperaturası T_1 bolǵan qızdıırǵıstan temperaturası T_2 bolǵan salqınlatqıshqa qansha muǵdardaǵı Q_2 jıllılıq muǵdarının beriliwinin kerek ekenligin kórsetedi. Biz usı sanlıq qatnastı 73-paragraftaǵı (12)-formula túrinde paydalanamız:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (1)$$

Biz jumıs isleytuǵın zatqa qızdıırǵısh tárepinen beriletuǵın jıllılıqtı Q_1 , al jumıs isleytuǵın zatqa salqınlatqısh tárepinen beriletuǵın jıllılıqtı $-Q_2$ arqalı belgilewdi kelisip alǵan edik (73-paragraf). Endi belgilewlerdi ózgeremiz hám qızdıırǵısh tárepinen de, salqınlatqısh tárepinen de jumıs isleytuǵın zatqa beriletuǵın jıllılıqtı Q arqalı (belgisin kórsetpey) belgileymiz. Bunday jaǵdayda, eger Q_2 jumıs isleytuǵın zatqa salqınlatqısh tárepinen beriletuǵın jıllılıq bolsa, onda $Q_2 < 0$ tensizligi orın aladı. Usınday belgilewde (1)-qatnastı

$$\frac{Q_1}{-Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (1a)$$

túrinde kóshirip jazıw kerek boladı hám bunnan keyin

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad (2)$$

tenlemesine iye bolamız. Q/T qatnası *keltirilgen jıllılıq muǵdarı* dep ataladı. (2)-tenlemenin mazmunın bilayınsha aytıwǵa boladı: *Qaytımlı Karno ciklinde keltirilgen jıllılıq muǵdarlarınan qosındısı nolge ten.*

73-paragrafta anıqlaǵanıımızday, qálegen Karno ciklı ushın paydalı tásir koefficienti

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

tensizligin qanaatlandıradı (qaytımlı cikl ushın tek tenlik belgisi orın aladı). Sonlıqtan qálegen Karno ciklı ushın

⁴⁵ Biz álemnıń "jıllılıq óliwi" haqqındaǵı salıstırmalı eski gipotezanın dawamın qaraqalpaq tiline awdarmaymız. Sebebi házirgi waqıtlardaǵı álemdi tutası menen izertleytuǵın ilim bolǵan kosmologiya fizika iliminin hár qıylı tarawlarınan (ásirese kvantlıq, relyativistlik teoriyalar menen birge joqarı energiyalar fizikasınan) jetiskenlikleriniń tiykarında rawajlanıwdın joqarǵı basqıshına kóterildi hám ol termodinamikanın baslamaların pútkil álem ushın paydalanıwdı qollap-quwatlamaydı (Awdarıwshıdılar).

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0 \quad (2a)$$

tensizligi orınlı boladı, yaǵnıy *qálegen Karno ciklı ushın keltirilgen jıllılıq muǵdarlarınan qosındısı nolden úlken bolmaydı*. Bul tensizlikti *Klauzius tensizligi* dep ataydı.

Klauzius tensizligin qálegen termodinamikalıq cikl (dóngelek process) ushın ulıwmalastırıwǵa boladı.

Joqarıda kórgenimizdey (73-paragraf), qálegen dóngelek processti júdá kóp sanlı Karno cikllarına bóliwge boladı. Karnonın usı elementar cikllarınan hár biri sáykes T_i temperaturasına iye qızdırgısh penen T_k salqınlatqıshı arasında júredi. Bunday jaǵdayda ol qızdırgıshstan ΔQ_i jıllılıǵın aladı, al salqınlatqıshqa ΔQ_k jıllılıǵın beredi.

Elementar cikl ushın Klauzius tensizligin jazamız:

$$\frac{\Delta Q_i}{T_i} + \frac{\Delta Q_k}{T_k} \leq 0. \quad (3)$$

Elementar process qaytımlı túrde ótkende tenlik belgisi orın aladı.

Elementar cikllardıń hár biri ushın jazılǵan (3)-anlatpanı summalap, barlıq cikl ushın

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} \leq 0, \quad (4)$$

yaǵnıy qálegen dóngelek process ushın jıllılıqtın keltirilgen muǵdarlarınan summası nolden úlken bola almaydı; qaytımlı process ushın summanın mánisi nolge ten.

Process qaytımlı túrde ótetuǵın jaǵdayda (4)-summanın

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 \quad (4a)$$

konturlıq integralına ótetuǵınlıǵın kórsetiwge boladı.

Konturlıq integraldaǵı ΔQ shaması ǵárezsiz ózgeriwshiler hám olardıń differencialları arqalı anlatıladı. Ǵárezsiz ózgeriwshiler sıpatında haldı anıqlaytuǵın parametrler saylap alınadı (p , V yamasa T).

Integral belgisindegi dóngelek integraldın qaytımlı dóngelek processtin barlıǵı ushın tarqalatuǵınlıǵın anǵartadı.

Qaytımlı emes process ushın (4)-summanı konturlıq integral menen alastırıwǵa bolmaydı. Sebebi processtin qaytımlı bolmaǵan uıastkalarında integrallaw ózgeriwshileri p hám T belgili bolǵan mánislerge iye bolmaydı.

Qaytımlı processte denegge berilgen keltirilgen jıllılıqlardıń qosındısının process júrgen joldan ǵárezsiz ekenligin kórsetemiz.

Meyli, bazı bir dene A halınan (187-súwret) qaytımlı túrde B halına AC_1B jolı arqalı ótetuǵın bolsın. AC_1B jolına BC_2A keri jolın qosıp dóngelek processke toltıramız. AC_1B jolı menen júrgendegi keltirilgen jıllılıqlardıń qosındısı X , al, BC_2A jolı arqalı ótkendegi keltirilgen jıllılıqlardıń qosındısı Y arqalı belgileymiz. Bunday jaǵdayda (4)-shárt boyınsha:

$$X + Y = 0. \quad (5)$$

A halınan B halına ótetuǵın jáne bir AC_3B jolın belgileymiz; ondaǵı keltirilgen jıllılıqlardıń summasın X_1 arqalı belgileymiz; bunday jaǵdayda AC_3BC_2A dóngelek process ushın

$$X_1 + Y = 0$$

tenligine iye bolamız. Bul tenlikti (5)-tenlik penen salıstırıp

$$X = X_1$$

tenligine iye bolamız hám AC_1B jáne AC_3B jolları ushın keltirilgen jıllılıq muǵdarlarınan summasınan birdey ekenligine kóz jetkeremiz. A halınan B halına ótetuǵın qálegen basqa jollar ushın da sonday jaǵdaydın orın alatuǵınlıǵın dálillew múmkin.

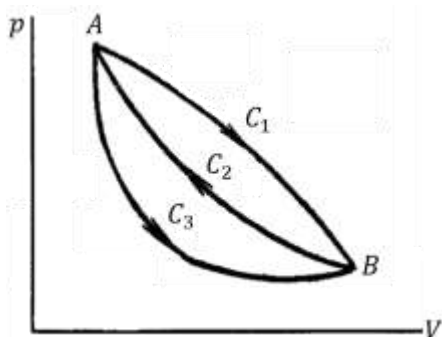
Bunnan haldın A halınan B halı qaytımlı ótiwi ushın keltirilgen jıllılıqlardıń summasın anǵartatuǵın

$$\int_A^B \frac{dQ}{T}$$

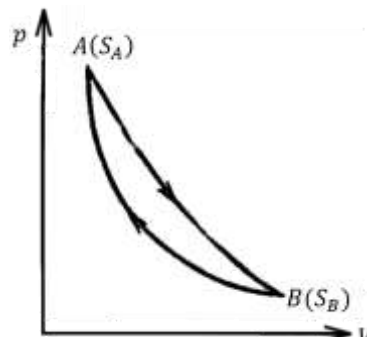
integralının process júretuǵın joldan ǵárezsiz ekenligi hám denenin tek dáslepki hám aqırǵı hallarınan ǵárezli ekenligi kelip shıǵadı. Bul jaǵdaydan mınaday jaǵday kelip shıǵadı: denenin xalı menen táriyiplenetuǵın bazı bir S shaması bar bolsa hám ol A halında S_A shamasına, al B halında S_B shamasına ten bolatuǵın bolsa, onda olardıń ayırması

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T} \quad (6)$$

shamasına, yaғnıy A hám B hallarının arasında ótetuғın qálegen qaytımlı process ushın keltirilgen jılılıqlardıń summasına ten boladı.



187-súwret. Berilgen A hám B halları arasında hár qıylı jollar menen ótiw.



188-súwret. Qaytımlı dóńgelek processti júzege keltirgende entropiya ózgermeydi.

$S_B - S_A$ ayırması hal funkciyası bolıp tabılatuғın bazı bir S shamasının ayırmasın anıqlaydı; bul fizikalıq shamanı *entropiya* dep ataydı.

Joqarıda keltirilgen tallawlardın usılı entropiyanın absolyut mánisin anıqlawǵa múmkinshilik bermeydi; tek ǵana B hám A halları ushın entropiyalardıń ayırması bolǵan $S_B - S_A$ shamasın ǵana tabıwǵa boladı.

Meyli bazı bir jabıq sistema A halınan shıǵıp ABA dóńgelek processin júzege keltiretuǵın bolsın (188-súwret); bunday jaǵdayda A halınan B halına ótkendegi entropiyanın ózgerisi mınaǵan ten boladı:

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}.$$

Barlıq cıkl tamam bolǵannan keyin A halına qaytıp kelgendegi entropiyanın shamasın S'_A arqalı belgileyміз. Bunday jaǵdayda

$$S'_A - S_B = \int_B^A \frac{dQ}{T}$$

shamasına iye bolamız. Biraq qaytımlı process ushın jazılǵan (4a) shárti boyınsha

$$\int_A^B \frac{dQ}{T} + \int_B^A \frac{dQ}{T} = 0$$

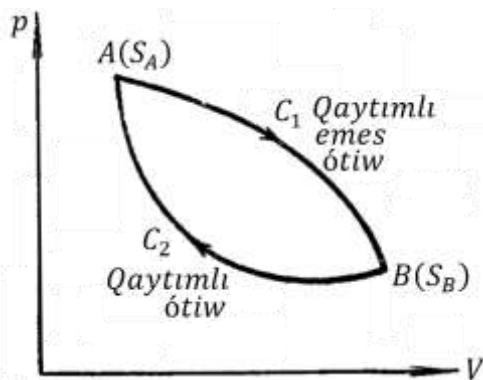
Bunnan

$$S_B - S_A = -(S'_A - S_B)$$

yamasa

$$S'_A - S_A = 0$$

tenliginin orınlı ekenligine kóz jetkeremiz. Bunnan *qaytımlı dóńgelek process júzege kelgende sistemanın entropiyası ózgermeydi* degen juwmaqqa kelemiz.



189-súwret.

A halınan B halı arasındaǵı qaytımlı hám qaytımlı emes ótiwler.

189-súwrette bazı bir A halınan B halına shártli túrde AC_1B iymekligi menen súwretlengen jol menen qaytımlı emes ótiwdi qaraymız; bunnan keyin qaytımlı BC_2A jolın saylap B halınan A halına sistemanı qaytıp alıp kelemiz; bunday jaǵdayda AC_1BC_2A dóngelek processi tolıǵı menen qaytımlı bolmaydı. Sebebi onın bólimlerinin biri qaytımlı emes. Bunnan

$$\sum_{AC_1B} \frac{\Delta Q}{T} + \int_{BC_2A} \frac{dQ}{T} \leq 0$$

tenzizligi alınadı. Biraq, anıqlama boyınsha integral

$$\int_{BC_2A} \frac{dQ}{T} = S_A - S_B.$$

Sonlıqtan

$$\sum_{AC_1B} \frac{\Delta Q}{T} + (S_A - S_B) \leq 0$$

tenzizligine iye bolamız. Bunnan

$$S_B - S_A \geq \sum_{AC_1B} \frac{\Delta Q}{T} \quad (7)$$

tenzizligine orın alatuǵınlıǵına isenemiz.

Izolyaciyalanǵan sistema bolǵan jaǵdayda sistema tolıǵı menen jıllılıqtı almaydı hám jıllılıqtı bermeydi. Sonlıqtan onın ushın $\Delta Q = 0$ hám (7)-tenlikтин on tárepinde turǵan summa nolge aylanadı. Bunnan mınaday jaǵdaydın orın alatuǵınlıǵın kóremiz: *izolyaciyalanǵan sistemada tek sistemanın entropiyası kemeymeytuǵın processler ǵana júzege keledi.*

Eger izolyaciyalanǵan sistemada entropiya ózgermey qalatuǵın process júrgen bolsa, onda usı process qarama-qarsı baǵıtta da júre aladı, yaǵnıy ol qaytımlı. Eger processte entropiya ósken bolsa, onda qarama-qarsı baǵıttaǵı processtin ótiwi múmkin emes, yaǵnıy bul jaǵdaydaǵı process qaytımlı emes. Solay etip, izolyaciyalanǵan sistemada qaytımlı emes process júretuǵın bolsa, onda sistemanın entropiyası ósedi.

Biz qaytımlı emes processler ushın olardıń júriwinin múmkin bolǵan eki jolı birdey emes ekenligin kórdik: bir baǵıtta (bul baǵıttı biz "tuwrı" baǵıt dep ataymız) processtin "óz-ózinin" júriwi múmkin, al ekinshi baǵıtta ("teris" baǵıt) process "óz-ózinin" júrmeydi. Biraq, biz usı waqıtqa shekem berilgen qaytımlı emes processtin qaysı baǵıtta ótetuǵınlıǵı jóninde kriteriyge iye bolmadıq. Entropiya túsinigin kirgiziw bul máseleni sheshe aladı: *jabıq sistemada processler entropiyanın ósiw baǵıtında júredi: sistemada júzege keletuǵın barlıq processler qaytımlı bolatuǵın bolsa entropiya ózgermey qaladı.*

75-paragrafta processlerdin qaytımlı emes xarakterinin kishi itimallıqqa iye bolǵan hallardan úlkenirek itimallıqqa iye bolǵan hallarǵa ótiwi menen baylanıslı ekenligi kórsetilgen edi. Bunnan qaytımlı emes processlerdin ótiw baǵıtın anıqlaytuǵın entropiyanın da itimallıq penen baylanıslı ekenligi ayqın boladı. Bolcman S entropiyanın haldın itimallıǵının logarifmine proporcional ekenligin kórsetti:

$$S = k \ln W.$$

Bul tenlikte W arqalı berilgen haldın itimallıǵı belgilengen. Proporcionallıq koefficienti xızmetin Bolcman turaqlısı k atqaradı.

$\int_A^B \frac{dQ}{T}$ integralı bizge tek entropiyanın ózgerisin beredi, al berilgen haldın entropiyası additivlik turaqlı

dálliginde ǵana anıqlanadı:

$$S = \int_0^A \frac{dQ}{T} + S_0. \quad (8)$$

Bul anlatpada integral nollik dep qabıl etilgen bazı bir A halına ótiw jolı boyınsha alınadı.

(8)-anlatpanı differenciallap, entropiyanın tolıq differencialı ushın anlatpanı alamız:

$$dS = \frac{dQ}{T}. \quad (9)$$

1-mısal. 100 g suwdı $t_1 = 10^\circ\text{C}$ dan $t_1 = 0^\circ\text{C}$ temperaturaǵa shekem salqınlatqandaǵı entropiyanın ózgerisin tabınız.

(6)-formula boyınsha entropiyanın ózgerisi mınaǵan ten:

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}.$$

Qızdırǵanda suwdın kólemi júdá kishi shamaǵa ózgeredi dep esaplap, mınaǵan iye bolamız

$$dQ = mc \, dT.$$

Bul tenlikte m – suwdın massası, c – onın salıstırılmalı jıllılıq sıyımlıǵı. Suw ushın jıllılıq sıyımlıǵı c nı turaqlı shama dep esaplawǵa boladı. Bunnan

$$S_2 - S_1 = mc \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = mc \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (10)$$

tenligine iye bolamız. (10)-anlatpaǵa $m = 100$ g, $s = 1$ kal/g·grad, $T_1 = 273$ K, $T_2 = 288$ K shamaların qoyıp

$$S_2 - S_1 = 100 \cdot 1 \cdot \ln \frac{273}{288} \frac{\text{kal}}{\text{grad}} = -5,1 \frac{\text{kal}}{\text{grad}}$$

shamasın alamız.

2-mısal. 280 g azottın kólemin 5 ese izotermalıq úlkeygendegi entropiyanın ózgerisin tabınız.

Termodinamikanın birinshi baslaması boyınsha

$$dQ = dU + dA. \quad (11)$$

Ishki energiyanın zapasının ózgerisi dU mınaǵan ten:

$$dU = \frac{m}{\mu} C_V \, dT.$$

Bul anlatpada μ arqalı mollik salmaq hám C_V arqalı turaqlı kólemdegi mollik jıllılıq sıyımlıǵı belgilengen.

dA jumısı bolsa

$$dA = p \, dV$$

formulasının járdeminde anıqlanadı. Azottı ideal gaz dep esaplap, bul anlatpanı túrlendiremiz:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT.$$

Bunnan

$$p = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V}$$

formulasına iye bolamız.

p nın usı mánisinen paydalanıp dA jumısı ushın

$$dA = \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V}$$

anlatpasın alamız. dU menen dA ushın alınǵan anlatpalardı (11)-anlatpaǵa qoyıp ideal gaz ushın

$$dQ = \frac{m}{\mu} \left(C_V \, dT + RT \frac{dV}{V} \right)$$

anlatpasına iye bolamız. Endi dQ ushın alınǵan bul anlatpanı paydalanıp entropiyanın ózgerisi ushın tómendegidey formulaǵa iye bolamız:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{m}{\mu} \left(\int_{T_1}^{T_2} C_V \frac{dT}{T} + R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \right).$$

C_V jillılıq sıyımlığı temperaturadan gárezsiz dep boljap, integraldı esaplaymız:

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} \left(C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right). \quad (12)$$

Bul misaldın shártı boyınsha keneyiw izotremalıq ráwishte ótedi, sonlıqtan $T_2 = T_1$ hám (12)-anlatpa boyınsha

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} \cong \frac{290}{28} \cdot 2 \cdot \ln 5 \frac{\text{kal}}{\text{grad}} = 32,2 \frac{\text{kal}}{\text{grad}}.$$

Joqarıda ótkerilgen tallawlar tek entropiyanın ózgerisin ǵana anıqlay aladı [77-paragraftaǵı (6)-formula]. Al entropiyanın ózinin mánisin bolsa tek additivlik turaqlı dálılginde ǵana anıqlaw múmkin [77-paragraftaǵı (8)-formula]. Entropiyanın absolyut mánisin anıqlaw ushın en bolmaǵanda onın qanday da bir temperaturadaǵı absolyut mánisin biliw kerek. Entropiyanın usınday bir mánisin Nernst tárepinen usınılǵan hám geyde termodinamikanın úshinshi baslaması dep atalatuǵın teorema anıqlaydı. Nernst teoreması boyınsha *qálegen zattın entropiyası temperaturanın absolyut nolinde nolge ten*.

Qanday da bir zattın bir molın temperaturanın absolyut nolinen baslap turaqlı basımda qızdıramız. Bul zattın temperaturasını dT shamasına kóteriw ushın oǵan

$$dQ = C_p dT$$

jıllılıǵın beriw kerek. Bunday jaǵdayda onın entropiyası

$$dS = C_p \frac{dT}{T}$$

shamasına ósedi.

Turaqlı basım ushın temperaturanın absolyut nolinen T ǵa shekem alıńǵan integral berilgen zattın bir moli ushın T temperaturadaǵı entropiyasını beredi:

$$S = \int_0^T C_p \frac{dT}{T}$$

Tómengi temperaturalarda jıllılıq sıyımlığı turaqlı shama bolmaydı, al temperaturadan gárezli boladı (93-paragraf). Sonlıqtan, C_p shamasının temperaturanın $T = 0$ mánisinen baslap temperaturadan gárezligi belgili bolǵan jaǵdayda joqarıda keltirilgen integraldı esaplaw múmkinshiligi tuwıladı.

IX BAP

Suyıqlıqlardağı molekualıq qubılıslar

§ 78. Suyıqlıqlardıń qurılısı. Molekulalıq basım. Suyıq hal gaz tárizli hal menen qattı hallar arasındağı aralıqlıq hal bolıp tabıladı. Sonlıqtan suyıqlıq gaz benen de, qattı dene menen de uqsaslıqqa iye. 62-paragrafta biz Van-der-Vaals tenlemesinin zattın tek gaz tárizli halın ǵana táriyiplep qoymay, suyıq haldın da bir qansha qásiyetlerin beretuǵınlıǵın kórdik. Usının menen birge Van-der-Vaals tenlemesi suyıq haldan gaz tárizli halǵa kritikalıq noqat arqalı úzliksiz ótiwinin múmkin ekenligin kórsetti. Kritikalıq noqattın qasında gaz benen suyıqlıqtın arasındağı ayırma úlken emes hám suyıqlıqtı tıǵız gaz dep qarawǵa boladı. Biraq sol Van-der-Vaals tenlemesi kritikalıq temperaturadan ádewir tómén temperaturalarda suyıq hám gaz tárizli hallardıń arasındağı ayırmanın sezilerliktey bolatuǵınlıǵın kórsetti. Ójire temperaturalarında kóp suyıqlıqlar ushın toyıńǵan puwlardın tıǵızlıǵı suyıqlıqtın tıǵızlıǵınan mınlaǵan yamasa hátte onlaǵan mınlaǵan ese kishi. 62-paragrafta kórgenimizdey, Van-der-Vaals izotermalarınin ishinde bir bólimi teris basımlar oblastında jatqan izotermalardıń bar ekenligin kórdik: olar suyıqlıqtın kerilgen halda jasay alatuǵınlıǵın kórsetedi. Tájiriybeler suyıqlıqtın usınday kerilgen halının haqıyqatında da múmkin ekenligin hám bul haldın suyıqlıqtın úziliwge qarata bazı bir bekkemlikke iye ekenligin anǵartadı. Bul qásiyeti boyınsha suyıqlıq qattı denegе usaydı. Keyinirek biz suyıqlıq penen qattı denenin arasındağı uqsaslıqtın bir qatar oblastlarda, ásirese suyıqlıqtın qattı halǵa ótiw (kristalliziciya) oblastında orın alatuǵınlıǵın kóremiz.

Molekulalıq-kinetikalıq kóz-qaras boyınsha zattın gaz tárizli halı molekular arasındağı úlken ortasha qashıqlıqlar menen táriyiplenedi. Gaz molekularının jıllılıq qozǵalısqı molekulardıń ózlerinin sıızılı ólshemlerinen ádewir úlken bolǵan erkin júriw jolının uzınlıǵındaǵı erkin qozǵalısqı alıp klinedi. Suyıqlıqlarda bolsa molekular gazlerdege salıstırǵanda bir birine ádewir jaqın jaylasqan. Sonlıqtan olar arasındağı óz-ara tásir etiw kúshlerinin shaması úlken. Suyıqlıqlardağı diffuziya gazlerdegi diffuziyaǵa salıstırǵanda ádewir ástelik penen júredi. Biraq, usının menen birge suyıqlıqlardıń qurılısı qattı denelerdin qurılısınan úlken ayırmaǵa iye. Qattı denelerde ámeliy jaqtan diffuziya qubılısı baqlanbaydı. Qattı denelerde hár bir bólekshe (atom, ion) ózinin ten salmaqlıq ornının átirapında terbeledi hám qattı kristaldın ideal pánjeresindegi bóleksheler ushın arnalǵan múmkin bolǵan barlıq "orınlar" iyelengen (87-paragraf). Suyıqlıq bolsa, qattı denelerge salıstırǵanda "orpan" (bos) strukturaǵa iye, onda bos orınlar – "tesikler" bar, usının saldarınan molekular turǵan ornın taslap, qonsı "tesik" lerdin birin iyelew jolı menen orınların ózgerter aladı. YA. I. Frenkeldin teoriiyası boyınsha suyıqlıqlardağı jıllılıq qozǵalıslarının xarakteri mınaday: hár bir molekula bazı bir waqıt ishinde belgili bir ten salmaqlıq ornının dógeresinde terbeledi. Molekula ózinin ólshemlerindey qashıqlıqqa jılıp ten salmaqlıq ornın ózgerterdi. Solay etip, molekular suyıqlıqtın ishinde ástelik penen orınların ózgerterdi, waqtıttın bir bóliminde belgili orındı iyeleydi hám YA. I. Frenkeldin obrazlı sózleri menen aytqanda "otırıqlı" hallarda boladı. Suyıqlıqlardıń qurılısında kristallıq qattı denelerdin qurılısın eske túsiretuǵınday ózgeshelikler de bar (95-paragraftı qaranız).

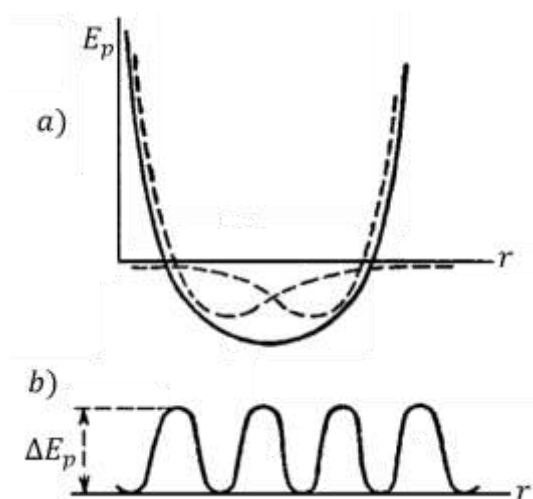
Gazde molekularardıń jıllılıq qozǵalıslarının ortasha kinetikalıq energiyası olardıń arasındağı tartısıw kúshlerin jeniw ushın jetkilikli; bul gaz molekularının barlıq táreplerge ushatuǵın hám gazdin oǵan berilgen barlıq kólemdi toltıratuǵınlıǵına alıp keledi.

Suyıqlıqlarda bolsa, kerisinshe, jıllılıq qozǵalıslarının ortasha kinetikalıq energiyası molekular arasındağı tartısıw kúshlerin jene almaydı. Usının saldarınan suyıqlıq belgili kólemge iye bolǵan dene bolıp tabıladı. Suyıqlıqtan tek en tez qozǵalatuǵın molekular ǵana uship shıǵa aladı hám bul onın puwlanıwına alıp keledi.

61-paragrafta biz gazdin eki molekulasının arasındağı potenciallıq energiyanın bazı bir r_0 qashıqlıǵında minimumǵa iye bolatuǵınlıǵın kórdik (154-súwret). Biraq, payda bolǵan potencial

shuqırdın terenligi úlken emes hám bir erkinlik dárejesine sáykes keletuǵın ortasha kinetikalıq energiya $\frac{1}{2} kT$ dan kishi. Sonlıqtan, gaz molekuları bir birin uslap tura almaydı, biraq bir birine jaqınlasıp, qaytadan hár tárepke tarqasadı. Joqarıda kórgenimizdey, suyıqlıqtın molekuları ushın jıllıq qozǵalısların ortasha kinetikalıq energiyası molekulalardıń bir birine tartısıw kúshlerin jeniw ushın jetkilikli emes. Usın nátıyjesinde molekular bir birine jetkilikli dárejede jaqın jaylasadı hám hár bir molekula basqa molekular menen qorshalǵan.

Ápiwayılıq ushın bir tuwrın boyınsha jaylasqan bir neshe molekulanı qaraymız. Usınday tuwrın boyında hár bir molekula eki qonsıǵa iye boladı – birewi on, al ekinshisi shep tárepte jaylasqan. Sonlıqtan usınday molekulanın potentsiallıq energiyası 154-súwrette kórsetilgendey eki iymekliktin qosındısınan turadı. Bul iymeklikler 190a súwrette punktir sızıqlardıń járdeminde kórsetilgen. Qosındı iymeklik (tutas sızıq) jetkilikli dárejede teren potentsiallıq shuqırdı beredi. Molekulalardıń jıynaǵı ushın tolqın tárizli potentsial shuqır qalıplesedi (190b súwret). Ayırım shuqırlardıń terenligi ΔE_p suyıqlıqtaǵı molekulanın bir erkinlik dárejesine sáykes keletuǵın ortasha $\frac{1}{2} kT$ kinetikalıq energiyasınan úlken. Sonlıqtan, hár bir molekula ózinin ten salmaqlıq ornın qasındaǵı potentsial shuqırda boladı. Biraq, suyıqlıq ushın $\frac{1}{2} kT$ energiyasın mánisi shuqırdın terenligi ΔE_p den kóp kishi emes. Sonlıqtan, fluktuaciyalardıń bolıwın saldarınan ayırım molekulalardıń kinetikalıq energiyası olardıń potentsial shuqırdan shıǵıp basqa molekulalardıń arasındaǵı jana orınǵa ótiwi ushın jetkilikli boladı.



190-súwret.
Suyıqlıqtaǵı molekulanın potentsiallıq energiyasın iymeklikleri.

Suyıqlıqlardıǵı molekulalardıń qozǵalısların joqarıda keltirilgen ózgeshelikleri suyıqlıqlardaǵı diffuziyanın gazlerdege salıstırǵanda kishi tezlik penen júretuǵınlıǵın da, suyıqlıqlardaǵı jabısqaqlıqtın úlken ekenligin de túsindire aladı. Gazlerdegi ishki súykelis (jabısqaqlıq) molekulalardıń jıllıq qozǵalısların esabınan olardıń baǵıtlangan qozǵalısların muǵdarın qatlamnan qatlamǵa alıp beriliwi menen túsindiriledi (56-paragraf). Suyıqlıqlarda bolsa, usınday mexanizm menen bir qatarda qozǵalısların muǵdarın molekulalardıń bir biri menen soqlıǵısıwı menen baylanıslı bolǵan alıp beriliwi de orın aladı (bir biri menen tiyisip turǵan serpimli sharlardın bir biri menen soqlıǵısıwındaǵı qozǵalısların muǵdarın alıp beriliwindey). Molekulalardıń soqlıǵısıwların sanı olardıń arasındaǵı erkin kólemge kerı proporcional, demek, suyıqlıqlardıń jabısqaqlıǵı da usınday erkin kólemge kerı proporcional. Suyıqlıqtın bir moli ushın erkin kólem $V_0 - b$ ǵa ten. Bul anlatpada V_0 – suyıqlıqtın mollik kólemi, b – tıǵız etip jaylastırǵan jaǵdaydaǵı molekular tárepinen iyelenetuǵın kólem (Van-der-Vaals tenlemesindegi b dúzetiwine usaǵan shama). Usın tiykarında suyıqlıqtın jabısqaqlıǵı bolǵan η shamasın

$$\eta = \frac{C}{V_0 - b}$$

shamasına ten dep boljawǵa boladı (C - konstanta). A. I. Bayinskiy tárepinen birinshi ret usınılǵan

bul formulani kóp jabısqaq suyıqlıqlar ushın paydalanıwǵa boladı.

Suyıqlıqlardaǵı molekulalardıń qozǵalısnıń jıllılıq xarakterinen kelip shıǵıp, YA. I. Frenkel suyıqlıqtıń jabısqaqlıǵının temperaturadan ǵárezliginin

$$\eta = A \cdot e^{\frac{\Delta E_p}{kT}}$$

formulasının járdeminde anıqlanıwının kerek ekenligin kórsetti. Bul formulada ΔE_p - hár bir molekula jaylasqan potentsiallıq shuqırdın terenligi. Bul formula da bir qatar jaǵdaylarda jetkilikli dárejede jaqsı nátiyjelerdi beredi.

Eger suyıqlıqtıń ishindegi molekulanın potentsiallıq energiyası menen suyıqlıqtan sırtta jaylasqan molekulanın potentsial energiyasın qarasaq, onda suyıqlıqtıń qásiyetlerin basqa usıldın tiykarında kórsetiwge boladı. Suyıqlıqtıń ishindegi molekulanın potentsiallıq energiyası suyıqlıqtıń sırtındaǵı molekulanın potentsiallıq energiyasınan kishi. Suyıqlıqtıń betlik qatlamı onıń barlıq kólemine salıstırǵanda basqa sharayatlarda turadı. Suyıqlıqtan molekulanı sırtqı shıǵarıw ushın belgili bolǵan potentsial barer arqalı ótiw, yaǵnıy shaması belgili jumıstı orınlaw kerek. Molekulalardıń jıllılıq qozǵalısnıń ortasha energiyası bul jumıstı islew ushın jetkilikli emes. Sonlıqtan suyıqlıq ózinin kólemін saqlaydı.

Haqıyqıy gazlerdin qásiyetlerin tallaǵanıımızda tartılıs kúshlerinin bar bolıwının sebebinen gazdin shegarasındaǵı molekulalardıń gazdin ishindegi molekulalardan basqasha sharayatlarda jaylasatuǵınlıǵın kórdik. Tap usı qubılısqa usaǵan qubılıs suyıqlıqlarda da orın aladı.

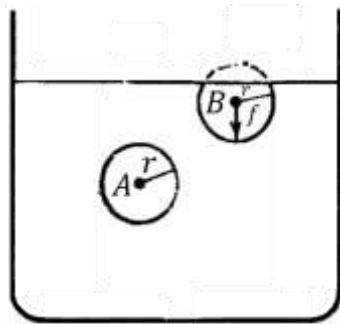
Eger biz suyıqlıqtaǵı qanday da bir molekulanı oyımızda ayırıp alatuǵın bolsaq, onda oǵan basqa barlıq molekulalardıń tásin esapqa alıwımız kerek boladı. Biraq molekulalar arasındaǵı óz-ara tásirlesiw kúshleri qashıqlıqqa baylanıslı tez kemeyedi. Sonlıqtan berilgen molekulaǵa jetkilikli dárejede jaqın jaylasqan molekulalardıń tásin ǵana esapqa alıw jetkilikli.

Meyli, r qashıqlıǵın bir birinen usı r qashıqlıǵınan úlken qashıqlıqlarda turǵan molekulalar arasındaǵı óz-ara tásir etiw kúshlerin esapqa almawǵa bolatuǵınday etip saylap alayıq. Berilgen A molekulasının dógerinde (191-súwret) radiusı r bolǵan sferanı ayırıp alamız. Bunday jaǵdayda berilgen molekulaǵa radiusı r shamasına ten bolǵan sferanın ishinde jaylasqan molekulalardıń tásin esapqa alıw jetkilikli boladı.

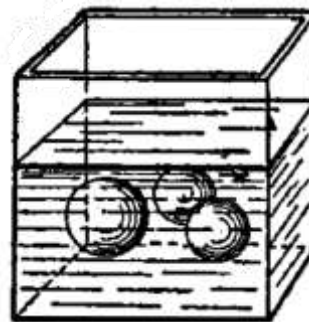
r qashıqlıǵın *molekulalıq tásir etisiw radiusı* dep, al radiusı r bolǵan sferanı *molekulalıq tásirlesiw sferası* dep ataw qabıl etilgen.

Suyıqlıqta berilgen A molekulasının dógerinde ótkerilgen molekulalıq tásirlesiw sferasına kóp sanlı basqa molekulalar kiredi. Bul molekulalar tárepinen A molekulasına tásir etetuǵın kúshler hár qıylı táreplerge qaray baǵıtlanǵan hám, sonlıqtan, olar ortasha kompensaciyalanadı. Sonlıqtan, suyıqlıqtıń ishindegi molekulaǵa basqa molekulalar tárepinen tásir etetuǵın qosındı ortasha kúshtin shaması nolge ten. Al suyıqlıqtıń betinde jaylasqan molekulalarda orın alǵan jaǵday basqasha. Suyıqlıqtıń betinen molekulalıq tásirlesiw radiusı r den kishi bolǵan qashıqlıqta jaylasqan B molekulasın qaraymız. Bunday jaǵdayda, 191-súwrette kórinip turǵanıday, molekulalıq tásirlesiw sferasının bir bólimi suyıqlıqtıń sırtında, al bir bólimi suyıqlıqtıń ishinde jaylasadı. Meyli, suyıqlıqtıń betinin ústinde zat gaz tárizli halda, misalı usı suyıqlıqtıń puwı turǵan bolsın. Puwdaǵı molekulalardıń koncentraciyası az, sonlıqtan olardıń tásin esapqa almawǵa boladı. Demek, biz suyıqlıqtıń ishindegi molekulalardıń B molekulasına tásirine ǵana dıqqat awdara alamız. Bunday jaǵdayda B molekulasına hár tárepten hár qıylı sanlı molekulalar tásir etedi. Olardıń B molekulasına tásir etetuǵın kúshleri ortasha kompensaciyalanbaydı hám suyıqlıqtıń ishine qaray baǵıtlanǵan f kúshi payda boladı. Solay etip, suyıqlıqtıń betinen molekulalıq tásirlesiw qashıqlıǵı r den kishi qashıqlıqlarda jaylasqan hár bir molekulaǵa suyıqlıqtıń ishine qaray baqıtlanǵan kúsh tásir etedi eken. Suyıqlıqtıń betinde jaylasqan barlıq qatlamǵa suyıqlıqtıń betine normal baǵıtta, suyıqlıqtıń ishine qaray baǵıtlanǵan kúsh tásir etedi. Betlik qatlam barlıq suyıqlıqqa *molekulalıq basım* dep atalatuǵın basım túsiredi. Usı basımın tásirinde suyıqlıqtıń molekulaları bir birine jaqınlasadı, al bul jaǵday betlik qatlam tárepinen

payda etilgen qısılw kúshin tenlestiretuǵın molekulalardıń arasındaǵı iytterisiw kúshlerin payda etedi.



191-súwret.
Molekulalıq tásirlesiw radiusı.



192-súwret. Suw menen spirttin aralaspasındaǵı zeytun mayı.

Joqarıda keltirilgen tallawlardan bul basımnın ózinin tábiyatı boyınsha Van-der-Vaals tenlemesindegi a/V_0^2 dúzetiwi menen esapqa alınatuǵın gazlerdegi p' ishki basım menen birdey ekenligi kelip shıǵadı:

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT.$$

Van-der-Vaalstin sanlıq tenlemesi zattın suyıq halının qásiyetlerine júdá dál sáykes kelmeydi. Biraq, sonday da baǵdar alıw ushın ótkerilgen esaplawlarda onı paydalanıwǵa boladı. Mısalı, suw ushın Van-der-Vaals dúzetiwi $a = 5,47 \text{ at} \cdot \text{l}^2/\text{mol}$; al 0°C temperaturadaǵı suyıq suw ushın bir moldin kólemi $V_0 = 18 \text{ sm}^3/\text{mol} = 0,018 \text{ l/mol}$. Bunnan

$$p' = \frac{a}{V_0^2} = \frac{5,47}{0,018^2} \text{ at} \cong 17\,000 \text{ at}$$

shamasına iye bolamız.

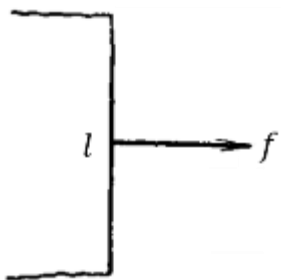
Tap usınday jollar menen basqa suyıqlıqlar ushın da ishki basım ushın onlaǵan mın atmosfera bolǵan basımdı alamız.

Suyıqlıqtın betlik qatlamında bolatuǵın molekulalıq tartısıw kúshleri suyıqlıqtın ishine qaray baǵıtlangan. Eger suyıqlıqqa kúshler tásir etpeytuǵın bolsa, onda bettin bul kúshler usı betke normal bolatuǵın ten salmaqlıq halının júzege keliwi kerek. Sırttan kúsh túspeytuǵın suyıqlıqtın massası molekulalıq basım kúshlerinin tásirinde sferalıq formaǵa iye bolıwı kerek. Salmaq kúshlerinin tutqan ornı salıstırmalı kishi bolǵan suyıqlıqtın mayda tamshıları haqıyqatında da durıs sferalardıń formasına iye boladı. Suyıqlıqtın úlken massaların da Arximed nızamının tiykarında salmaq kúshin kompensaciyalap sferalıq formaǵa iye bolıwǵa tırısatuǵınlıǵın tabıwǵa boladı. Mısalı, suw menen spirttin aralaspasına zeytun mayın quyıw kerek. Bunday jaǵdayda suw menen spirttin aralaspasının tıǵızlıǵın zeytun mayının tıǵızlıǵınday etip alıw kerek boladı hám mayǵa tásir etetuǵın salmaq kúshinin tási gidrostatikalıq basım menen kompensaciyanadı. Nátiyjede ózinin menshikli molekulalıq basımının tásirinde may durıs sferalıq formaǵa iye boladı (192-súwret).

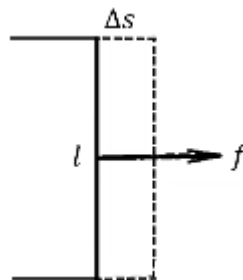
§ 79. Bet kerimi. Betlik qatlam tárepten molekulalıq basımın bar bolıwı menen baylanıslı bolǵan qubılıslardı 78-paragrafta bayanlangan kóz-qarastan basqa kóz-qaras penen de túsindiriwge boladı.

Barlıq geometriyalıq figuralardıń ishinde berilgen kólemnin mánisinde sfera en kishi betke iye boladı. Sonlıqtan suyıqlıqtın berilgen massasının qanday da bir sferalıq emes formadan sferalıq formaǵa ótiwi onın betinin maydanın kemeyiwi menen baylanıslı. Demek, molekulalıq basımın tásirinde suyıqlıqtın sferalıq formaǵa iye bolıwı eger suyıqlıqtın betin hár tárepten kerilgen plenka dep esaplaǵan jaǵdayda, onda usı plenkanın qısılwǵa tırısıwına uqsas eken. Molekulalıq basımın

bar bolıwı menen baylanıslı bolǵan barlıq qubılıslar usınday kerilgen plenkanın tásirín qaraw menen túsindiriledi.



193-súwret. Bet kerimi kúshleri.



194-súwret. Suyıqlıqtın betlik qatlamının maydanı ózgergende islengen jumıstı anıqlaw.

Plenkanı onın shegarası sızıǵına normal baǵıtta ten salmaqlıqta uslap turıw ushın suyıqlıqtın betine urınba baǵıttaǵı *bet kerimi kúshi* dep atalatuǵın f kúshin túsiriw kerek (193-súwret).

Álbette, plenkanın jiyeginin uzınıǵı qansha úlken bolsa, bul f kúshinin shaması da úlken boladı

$$f = \alpha l. \quad (1)$$

Suyıqlıqtın tábiyatınan ǵárezli bolǵan α koefficientin *bet kerimi koefficienti* dep ataydı.

(1)-tenlikten

$$\alpha = \frac{f}{l} \quad (1a)$$

tenligine iye bolamız.

Solay etip, bet kerimi koefficienti α suyıqlıqtın jiyeginin uzınıǵının bir birligine túsirilgen kúshin shamasına ten eken. SGS sistemasında *din/sm* lerde ólshenedi.

Berilgen suyıqlıq ushın bet kerimi koefficienti α nın shaması temperaturadan ǵárezli: temperaturanın joqarılawı menen onın mánisi kemeyedi.

Suyıqlıqtın temperaturası T_k kritikalıq temperaturaǵa jaqınlaǵanda beti kerimi koefficienti α nın mánisi nolge umtıladı (62-paragrafqa qaranız).

Eger kritikalıq noqatta suyıqlıq penen gazdin arasındaǵı ayırmanın joǵalatuǵınlıǵın eske túsirsek, onda bul jaǵday túsiniqli boladı.

XI kestede ayırım suyıqlıqlar ushın SGS sistemasındaǵı bet kerimi koefficientlerinin mánisleri keltirilgen.

XI keste. Bet kerimi koefficienti α nın mánisleri

Suyıqlıq	20°C temperaturadaǵı hám <i>din/sm</i> lerdegi α nın mánisleri
Suw	73
Sınap	540
Glicerın	65
Efir	17

Betlik plenkanın maydanın bazı bir ΔS shamasına úlkeytiw ushın jumсалatuǵın jumıstı esaplaymız. Onın ushın f kúshinin tásirinde plankanın shegarasın (jiyegin) óz-ózine parallel túrde Δs shamasına jılıtıp maydanının shamasın ΔS ke úlkeytemiz. Bunday jaǵdayda orınlangan jumıs mınaǵan ten:

$$\Delta A = f \Delta s.$$

Biraq, (1)-anlatpa boyınsha $f = \alpha l$. Sonlıqtan

$$\Delta A = \alpha l \Delta s.$$

anlatpasına iye bolamız. ΔS shaması plenkanın maydanının ósimi ΔS ke ten. Sonlıqtan

$$\Delta A = \alpha \cdot \Delta S$$

shamasına ten.

Bul jumıs plenkanın energiyasın ΔE shamasına úlkeytedi. Bunnan

$$\Delta E = \alpha \cdot \Delta S \quad (2)$$

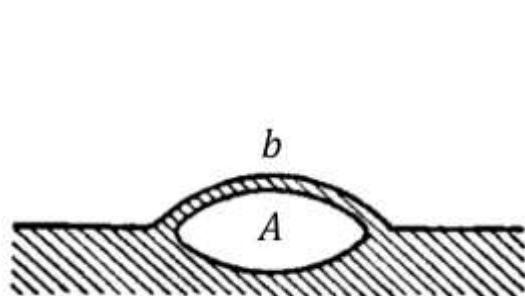
anlatpasına iye bolamız yamasa bet kerimi koefficienti ushın

$$\alpha = \frac{\Delta E}{\Delta S} \quad (2a)$$

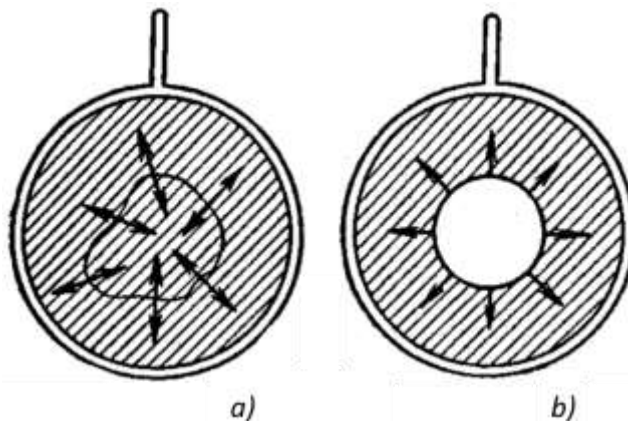
tenligin alamız.

E energiyası izotermalıq processte jumısqa aylanıwı múmkin bolğan plenkanın ishki energiyasın bólimi bolıp tabıladı. Termodinamikada energiyanın bunday bólimin *erkin energiya* dep ataydı. (2a) tenliginen bet kerimi koefficienti ushın jáne bir anıqlamanı alamız: α bet kerimi koefficienti sanlıq jaqtan plenkanın betlik erkin energiyasın ósimin usı plenkanın maydanın ósimine qatnasına ten.

Bet kerimi zattın suyıq halı ushın tán bolğan kóp sanlı qubılıslardı túsindiredi (mısalı, kishkene tesik arqalı suyıqlıq aqqanda tamshılardıń payda bolıwı, kóbiktin payda bolıwı h.t.b.). Suyıqlıqtın betine shıǵatuǵın hawanın A kishi kóbigin kóz aldımızǵa elesleteyik (195-súwret). Betke jetip, ol ózinin ústine suyıqlıqtın gúmbez tárizli juqa qatlamın kóteredi. Hawa jetkilikli dárejede az bolsa, onda ol qatlamdı jırta almaydı hám suyıqlıqtın betinde qaladı. Usınday kóp sanlı kishkene kóbiklerdin jıynaǵı úlken kóbikti payda etedi.



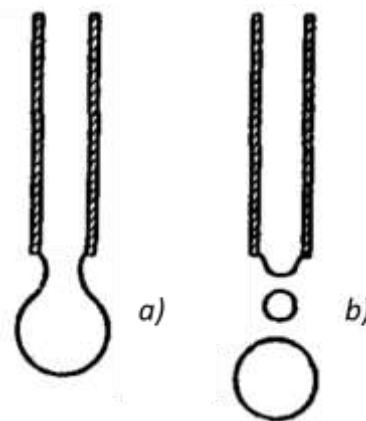
195-súwret. Suyıqlıqtın betinde kishkene kóbiktin payda bolıwı.



196-súwret. Jip ilmegi sabınnan kóbiginin tásirinde shenberge keriledi.

Sabınlı suwdın bet kerimi koefficientinin mánisi (45 dina/sm) taza suwdın bet kerimi koefficientinen (73 dina/sm) ádewir kishi. Biraq, sonda da sabınlı suw ansat juqa plenkalardı beredi. Bul jaǵday sabınlı suwdın úlken jabısqaqlıqqa iye ekenligi menen baylanıslı. Usının saldarınan ol salmaq kúshinin tásirinde taza suwǵa salıstırǵanda ásterek aǵadı hám sonlıqtan betlik qatlamlardıń arasında ansat uslap turıladı. Beti júdá úlken bolğan juqa plenkalarda hám betler arasındıǵı suyıqlıqtın massası kishi bolğan jaǵdayda bet kerimi qubılısları ádewir keskin túrde kórinedi. Juqa sabın kóbige kerilgen rezina plenkaǵa júdá usaydı hám bet kerimi qubılısların demonstraciyalaw ushın qolaylı. Mısalı, sim saqıynasın sabın plenkası menen keriwge boladı (196-a súwret). Eger usı sabın plenkasın betine sabaqtan islengen ilmektı qoysaq, onda ol dáslep tosattan iye bolğan formasın saqlaydı. Sabaqtın hár bir uıatskasına eki tárepten bir birin tenlestiretuǵın birdey kúshler tásir etedi. Eger, plenkanın basqa bólimlerinin pútınlıgın buzbay, ilmektin ishindegi plenkanın bir bólimin tessek, onda kúshlerdin ten salmaqlı buzıladı hám ilmektin sırtındaǵı plenkanın bólimi onın dóngelek formaǵa iye bolǵansha keredi (196-b súwret).

197-súwret.
Tamshının payda bolıwı.



Endi tik jaylasqan naydan ástelik penen suw aqqanda tamshılardıń payda bolıwın qaraymız. Bet kerimi suwdın naydan aǵıp shıǵıwına múmkinshilik bermeydi. Suyıqlıqtın aǵıwının barısında tamshının betlik plenkası jinishkere baslaydı yamasa moyınǵa iye boladı (197-a súwret). Jinishkeriwdin saldarınan sol orın úziledi hám tómengi bólim tiykargı túsiwshi tamshını beredi. Al qısılıwdan qosımsha kishkene tamshı payda boladı (197-b súwret).

Júdá kishi tesikte hám suyıqlıq tárepinen túsiriletuǵın basım úlken bolmaǵanda tamshının pútkilley úzilmewi de múmkin. Usının menen birge bet kerimi suyıqlıqtın mayda torlı bet, mısalı, zontik yamasa palatkanın gezlemesi arqalı pútkilley ótpewine alıp keledi.

Mısal. Suyıqlıqtın beti ózgergendegi energiyanın balansın bahalaw ushın radiusı $r = 2 \cdot 10^{-3}$ mm bolǵan mayda suw tamshıları radiusı $R = 2$ mm bolǵan úlken tamshıǵa birikkende qanday muǵdardaǵı energiyanın bólinip shıǵatuǵılıǵın anıqlaymız.

Sheshimi. Qosılıp úlken tamshını payda etetuǵın mayda tamshılardıń sanın n arqalı belgileybiz. Bunday jaǵdayda barlıq n tamshının ulıwmalıq beti mınaǵan ten:

$$S = 4\pi r^2 \cdot n \quad (3)$$

Úlken tamshının beti $S_0 = 4\pi R^2$ shamasına ten. Bunnan, (2)-formula boyınsha tamshılardıń qosılıwının saldarınan ajıralıp shıǵatuǵın energiyanın muǵdarı

$$\Delta E = (S - S_0)\alpha = 4\pi(r^2n - R^2)\alpha \quad (4)$$

shamasına ten boladı. Bul tenlikte α arqalı bet kerimi koefficienti belgilengen.

Mayda tamshılardıń sanı n di olardıń kólemлеринin qosındısı úlken tamshının kólemine ten dep qaraw tiykarında tabamız:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 n = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

Bunnan

$$n = \frac{R^3}{r^3}$$

shamasın alamız. n nin bul mánisin (4)-anlatpaǵa qoyıp

$$\Delta E = 4\pi R^2 \left(\frac{R}{r} - 1 \right) \alpha$$

tenligine iye bolamız.

Bul tenlikke $R = 2$ mm, $r = 2 \cdot 10^{-2}$ mm, $\alpha = 73$ din/sm mánislerin qoyıp

$$\Delta E = 4 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot (10^3 - 1) \cdot 73 \text{ erg} \cong 3,5 \cdot 10^4 \text{ erg} = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ Dj}$$

shamasına iye bolamız. Solay etip, mayda tamshılardıń qosılıwının saldarınan úlken tamshının payda bolıwının saldarınan suwdın betinin kishireyiwinin esabınan $3,3 \cdot 10^{-3}$ Dj energiya bólinip shıǵadı eken. Bul energiya tamshının qızıwı ushın jumsaladı.

Kerisinshe, úlken tamshı mayda tamshılarga bólingende plenkanın betinin energiyanın úlkeyiwi orın aladı. Nátiyjede payda bolǵan tamshılardıń temperaturası tómeydi.

§ 80. Suyıqlıqtın iymeygen betinin astındaǵı basım. Joqarıda biz suyıqlıqtın betlik plenkasının ózinin qásiyetleri boyınsha kerilgen serpimli plenkaǵa uqsas ekenligin kórdik. Sonlıqtan, eger plenka tegis kontur menen sheklengen bolsa, onda onın ózi tegisliktin formasın alıwǵa tırsadı.

Bunnan dónes plenkanın tegis plenka bolıwǵa tırısıwının saldarınan ózinen tómende jaylasqan suyıqlıqtın qatlamın basatuǵınlıǵı, al oyıs plenkanın keretuǵınlıǵı kelip shıǵadı (198-a, b súwretler). Basqa sóz benen aytqanda: *qálegen mayısqa betlik plenka tegis betlik plenkaǵa salıstırǵanda suyıqlıqqa qosımsha basım menen tásir etedi; dónes bet bolǵanda bul qosımsha basım on, al oyıs bet bolǵanda – teris.*

Suyıqlıqtın beti radiusı R bolǵan sferanın bólimi bolǵan jaǵday ushın usı qosımsha basımın mánisin anıqlaymız. Kishi sferalıq segment ΔS ti ayırıp alamız (199-súwret). Konturǵa túsirilgen bet kerimi kúshleri barlıq orınlarda sferalıq betke urınba baǵıtında. Konturdın Δl elementine túsetuǵın Δf kúshin qaraymız. Bul kúshin shaması mınaǵan ten:

$$\Delta f = \alpha \Delta l. \quad (1)$$

Bul tenlikte α arqalı suyıqlıqtın bet kerimi koefficienti belgilengen. Sferalıq betke urınba baǵıtlanǵan bul kúsh radius OC menen bazı bir múyeshti quraydı. Sonlıqtan Δf kúshinın usı OC radiusına parallel bolǵan Δf_1 qurawshısı boladı. Eger suyıqlıqtın beti dónes bolsa, onda C orayı suyıqlıqtın ishinde jaylasadı hám bul jaǵdayda Δf_1 kúshi ΔS segmentinın astındaǵı suyıqlıqtı qısadı, yaǵnıy on basımdı payda etedi. Eger bet batıq bolsa, onda C orayı suyıqlıqtın sırtında jaylasadı hám bul jaǵdayda Δf_1 kúshi suyıqlıqtı keredi, yaǵnıy teris basım túsiredi. Súwrette mınaǵan iye bolamız:

$$\Delta f_1 = \Delta f \sin \varphi.$$

Bunnan (1)-formula boyınsha

$$\Delta f_1 = \alpha \Delta l \sin \varphi.$$

Bul Δf_1 kúshi Δl konturının elementine túsirilgen. Tap usınday kúshler konturdın barlıq basqa elementlerine de túsedi. Sonlıqtan barlıq sferalıq ΔS segmentine OC kósherine parallel

$$f_1 = \sum \Delta f_1 = \alpha \cdot \sin \varphi \sum \Delta l$$

kúshi túsedi. $\sum \Delta l$ summası ΔS shar segmentin sheklep turǵan konturdın uzınlıǵı bolıp tabıladı. Bul kontur shenber bolıp tabıladı; onın radiusı r arqalı belgileyemiz, bunnan $\sum \Delta l = 2\pi r$ shamasın alamız. Bunnan

$$f_1 = \alpha \cdot 2\pi r \sin \varphi \quad (2)$$

tenligine iye bolamız.



198-súwret.
Suyıqlıqtın mayısqa betinın tásir.

199-súwretten

$$\sin \varphi = \frac{r}{R}$$

ekenligi kórinip tur. $\sin \varphi$ dın usı mánisin (2)-tenlikke qoyıp f_1 dın

$$f_1 = \frac{\alpha \cdot 2\pi r^2}{R}$$

formulasının járdeminde esaplanatuǵınlıǵın tabamız.

Bul kúshin mánisin segmenttin konturı menen sheklengen tegislikin maydanına, yaǵnıy radiusı r bolǵan shenberdin maydanına bólip p basımdı anıqlaymız. Bunnan

$$p = \frac{\alpha \cdot 2\pi r^2}{R \cdot \pi r^2},$$

yaǵnıy

$$p = \frac{2\alpha}{R}. \quad (3)$$

Bul formula bizge sferalıq bet tárepinen suyıqlıqqa túsiriletuǵın qosımsha basımın mánisin

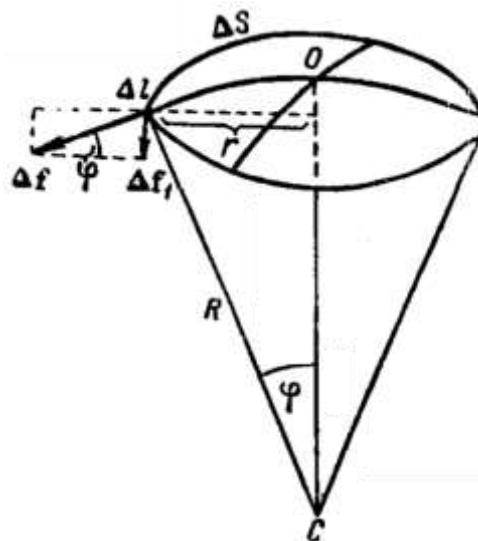
beredi.

Kórinip turganınday, bul basım bet kerimi koefficienti α ge tuwrı proporcional hám bettin radiusı R ge keri proporcional. Bet qanshama kúshli mayısqa bolsa R radiusının shaması sonshama kishi hám, usıǵan sáykes, qosımsha basım p nın mánisi úlken boladı.

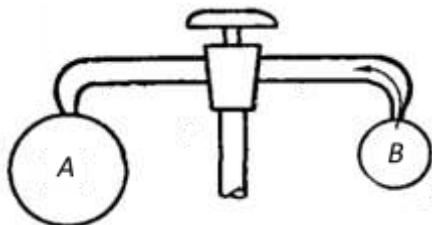
Mayısqa bettin astında qosımsha basımın bolıwı, mısalı, sabın kóbiginin astındaǵı hawanın basımı sırttaǵı hawanın basımınan úlken, al kóbiktin radiusı qanshama kishi bolǵan sayın sol kóbiktin ishindeǵı hám sırtındaǵı basımlardıń ayırması úlken boladı.

199-súwret.

Suyıqlıqtın sferalıq betinin astındaǵı qosımsha basımda anıqlawǵa.



Bul jaǵdaydı ansat demonstraciyalawǵa boladı. Eger shiyshe naydın eki ushında sabının ólshepleri hár qıylı bolǵan eki A hám B kóbiklerin payda etsek (200-súwret), onda kishi kóbikteǵı hawanın basımı úlken bolǵanlıqtan úlken kóbikke ótedi. Nátiyjede kishi kóbik tolıq tartıladı, al úlken kóbiktin ólshepleri úlkeyedi.



200-súwret.

Hawa kishi kóbikten úlken kóbikke qaray aǵadı.

Mısal. Suwdın betinin astında jaylasqa radiusı $R = 5 \cdot 10^{-3}$ mm bolǵan kóbiktin ishindeǵı hawanın qanday p qosımsha basımın astında turatuǵınlıǵın tabamız.

Sheshimi. Kóbiktin ishindeǵı hawanın basımı atmosferalıq basım H tan hám usı kóbikti qorshap turǵan suwdın plenkası payda etken p qosımsha basımnan turadı (kóbik suwdın betinin tikkeley astında turıptı, sonlıqtan kóbiktin ústindeǵı suwdı qatlama sezilerliktey basımdı payda etpeydi dep esaplaymız).

(3)-formula boyınsha:

$$p = \frac{2\alpha}{R}.$$

Suw ushın $\alpha = 73 \text{ dina/sm}$. Sonlıqtan

$$p = \frac{2 \cdot 73}{5 \cdot 10^{-4}} \text{ bar} = 2,92 \cdot 10^5 \text{ bar}.$$

$1 \text{ at} = 1,013 \cdot 10^6 \text{ bar}$ bolǵanlıqtan

$$p \cong 0,29 \text{ at}$$

shamasına iye bolamız. Bunnan kóbiktin ishindeǵı hawanın basımı

$$H + p = 1,29 \text{ at}$$

shamasına ten boladı.

§ 81. Suyıqlıqtın qálegen formaǵa iye bolǵan mayısqañ betinin astındaǵı basım. 80-paragrafta sferalıq bet ushın alınǵan qosımsha basım p ushın alınǵan anlatpanı qálegen formaǵa iye mayısqañ bet ushın ulıwmalastırıwǵa boladı. Onın ushın *ıqtıyarlı bettin qıysıqlıǵı* túsiniǵın kirgizemiz.

Bazı bir ıqtıyarlı qıysıq betti alamız hám usı bettegi O noqatında betke ON normalın túsiremiz. ON normalı arqalı P_1 tegisligin júrgizemiz. Bul tegisliktin bet penen kesilisiw sızıǵı normal kesim dep ataydı.

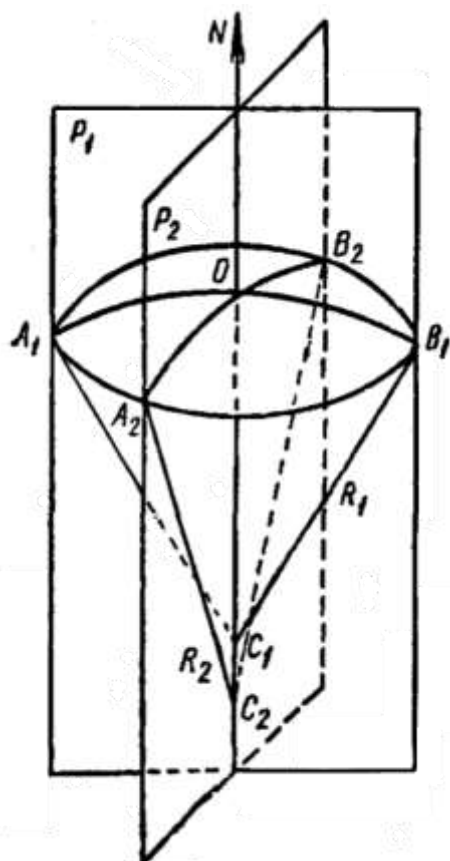
Sfera ushın qálegen normal kesim A_1B_1 úlken shenberi bolıp tabıladı (201-súwret). Onın radiusı R sferanın ózinin radiusına sáykes keledi. $C = \frac{1}{R}$ shamasın sferanın qıysıqlıǵı dep ataydı.

İqtıyarlı qıysıq bet ushın bir O noqatı arqalı ótkerilgen normal kesimler hár qıylı geometriyalıq iymeklikler bolıp shıǵadı hám soǵan sáykes hár qıylı qıysıqlıqlardı beredi. 201-súwrette bir O noqatı arqalı ótkerilgen hár qıylı bolǵan eki normal kesim kórsetilgen. Bul kesimlerden biri qıysıqlıq radiusı $OC_1 = R_1$ bolǵan A_1B_1 doǵasın, ekinshisi radiusı $OC_2 = R_2$ bolǵan A_2B_2 doǵasın beredi.

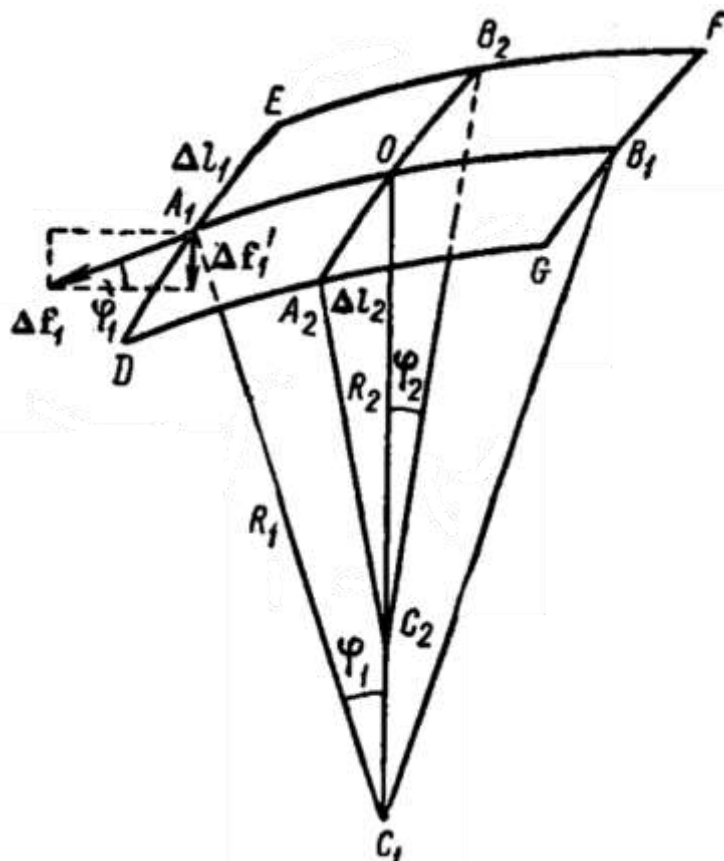
Geometriyada mınaday jaǵday dálillenedi: eger qálegen qıysıq bettin O noqatı arqalı bir birine perpendikulyar hám qıysıqlıq radiusları R_1 menen R_2 bolǵan eki A_1B_1 hám A_2B_2 normal kesimleri ótkerilgen bolsa, onda

$$C = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

shaması usınday bir birine perpendikulyar bolǵan normal kesimlerden qálegen eki júbı ushın birdey mániske iye boladı. C shaması O noqatındaǵı bettin ortasha qıysıqlıǵı dep ataladı.



201-súwret. Qıysıq bettin normal kesimleri.



202-súwret. Mayısqañ bettin astındaǵı qosımsha basımdı anıqlawǵa.

İqtıyarlı túrge iye bolǵan suyıqlıqtın qıysayǵan betinde O noqatın saylap alamız hám usı noqat arqalı bir birine perpendikulyar bolǵan eki A_1B_1 hám A_2B_2 normal kesimlerin ótkeremiz (202-súwret). O noqatının qasında kishi $DEFG$ qıysıq sızıqlı tórt múyeshligin ótkeremiz. $\overline{DE} = \overline{FG}$ doǵasının uzınlıǵın Δl_1 arqalı, al, $\overline{DG} = \overline{EF}$ doǵasının uzınlıǵın Δl_2 arqalı belgileyemiz. Bunday jaǵdayda biz qarap atırǵan tórt múyeshliktin maydanı $\Delta S = \Delta l_1 \cdot \Delta l_2$ shamasına ten boladı.

Bunnan keyingi tallawlardı 80-paragrafta sferalıq bet ushın islengen tallawlarǵa tolıq sáykes túrde

ótkeremiz. DE shetine túsirilgen Δf_1 bet kerimi kúshi mınağan ten:

$$\Delta f_1 = \alpha \Delta l_1. \quad (1)$$

Mayısқан bet tárepinen suyıqlıqqa tásir etetuǵın basımdı anıqlaw ushın bul kúshin OC_1 radiusına parallel baǵıtlanǵan $\Delta f'_1$ qurawshısın qarawımız kerek. 202-súwretten mınağan iye bolamız:

$$\Delta f'_1 = \Delta f_1 \cdot \sin \varphi_1. \quad (2)$$

Biraq, juwıq túrde

$$\sin \varphi_1 \cong \varphi_1 = \frac{\overline{OA_1}}{OC_1}$$

tenligi orınlı bolatuǵınlıǵın este saqlaymız.

$\overline{OA_1}$ doǵası $\overline{OA_1} = \frac{\Delta l_2}{2}$ ge ten, al OC_1 kesindisi A_1B_1 normal kesiminin radiusı R_1 bolıp tabıladı. Bunnan

$$\sin \varphi_1 \cong \frac{\Delta l_2}{2R_1}$$

shamasına ten. $\sin \varphi_1$ din bul mánisin (2)-anlatpaǵa qoyıp hám (1)-anlatpadan paydalanıp

$$\Delta f'_1 = \alpha \Delta l_1 \Delta l_2 \frac{1}{2R_1}$$

anlatpasına iye bolamız. $\Delta l_1 \Delta l_2 = \Delta S$ ekenligin anǵarıp, $\Delta f'_1$ kúshinin

$$\Delta f'_1 = \alpha \Delta S \frac{1}{2R_1}$$

shamasına ten ekenligin kóremiz.

FG shetine $\Delta f'_1$ shamasına ten qurawshı tásir etedi. Dál tap sol sıyaqlı DG shetine OC_1 radiusına parallel bolǵan

$$\Delta f'_2 = \alpha \Delta S \frac{1}{2R_2}$$

kúshinin tásir etetuǵınlıǵına itibar beremiz.

Tap usınday $\Delta f'_2$ qurawshısın EF sheti de beredi. $DEFG$ tórt múyeshliginin tórt táreplerinin barlıǵınan OC_1 radiusına parallel bolǵan

$$\Delta f' = \Delta f'_1 + \Delta f'_1 + \Delta f'_2 + \Delta f'_2 = 2\alpha \Delta S \frac{1}{2R_1} + 2\alpha \Delta S \frac{1}{2R_2}$$

kúshi tásir etedi. Bunnan

$$\Delta f' = \alpha \Delta S \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

formulasına iye bolamız.

Qawsırmanın ishinde turǵan shama O noqatındaǵı bettin ortasha qıysıqlıǵı bolıp tabıladı hám joqarıda aytılp ótilgende, onın mánisi bir birine perpendikulyar bolǵan A_1B_1 hám A_2B_2 normal kesimlerin saylap alıwdan ǵárezli emes.

Qıysıq bettin suyıqlıqqa túsiretuǵın p basımın $\Delta f'$ kúshin ΔS maydanına bóliw jolı menen alamız. Bunnan

$$p = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (3)$$

formulasına iye bolamız.

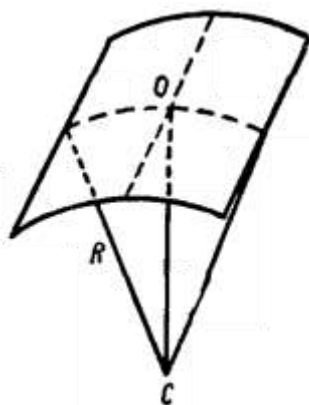
Laplas formulası dep atalatuǵın bul formula suyıqlıqtın qálegen formaǵa iye bolǵan mayısқан beti tárepinen payda etilgen qosımsha basım p nın mánisin beredi.

Sfera ushın $R_1 = R_2 = R$, R arqalı sferanın radiusı belgilengen. Bunnan sferalıq bettin astındaǵı qosımsha basım p ushın (3)-formula tiykarında 80-paragraftaǵı (3)-formulaǵa sáykes keletuǵın

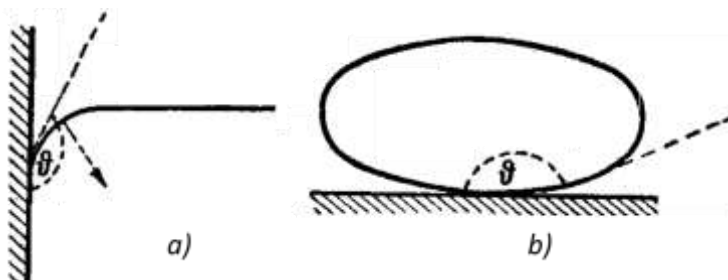
$$p = \frac{2\alpha}{R}$$

formulasına iye bolamız.

Dara jaǵday sıpatında dóngelek cilindr túrindegi betti alamız (203-súwret). Bul kesim $R_1 = \infty$ bolǵan tuwrı sıziqtan ibarat. Oǵan perpendikulyar bolǵan kesim radiusı cilindrın radiusı R ge ten bolǵan shenber bolıp tabıladı.



203-súwret. Cilindrlik bet.



204-súwret. Juqpaytuğın suyıqlıqtın shetki múyeshi.

Bunnan cilindrlik bettin astındaǵı qosımsha basım p nın

$$p = \frac{\alpha}{R} \quad (4)$$

formulasının járdeminde esaplanatuǵınlıǵın kóremiz.

§ 82. Suyıqlıq penen qattı denenin shegarasındaǵı qubılıslar. Kapıllırlıq. Suyıqlıq penen qattı dene tiyiskende tek suyıqlıqtın molekulları arasındaǵı óz-ara tásirlesiw kúshlerin ǵana esapqa alıp qoymay, suyıqlıq penen qattı denenin molekullarının arasındaǵı óz-ara tásirlesiw kúshlerin de esapqa alıw kerek.

Eki jaǵdaydın orın alıwı múmkin: 1) suyıqlıqtın molekulları arasındaǵı óz-ara tásirlesiw kúshleri suyıqlıq penen qattı denenin molekullarının arasındaǵı óz-ara tásirlesiw kúshlerinen úlken; 2) suyıqlıqtın molekulları arasındaǵı óz-ara tásirlesiw kúshleri suyıqlıq penen qattı denenin molekullarının arasındaǵı óz-ara tásirlesiw kúshlerinen kishi.

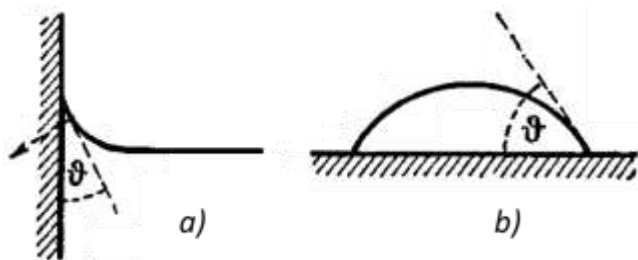
Birinshi jaǵdayda *suyıqlıq qattı denegе juqpaydı* dep aytadı. Juqpaytuğın jaǵdayda qattı denegе tiyip turǵan suyıqlıqtın qatlamında *qosındı kúsh suyıqlıq tárepke karay baǵıtlanǵan*. Ten salmaqlıq halda suyıqlıqtın beti kúshke normal baǵıtta jaylasadı, usının nátiyjesinde vertikal baǵıttaǵı diywaldın qasında juqpaytuğın suyıqlıqtın beti 204-a súwrette kórsetilgendey bolıp jaylasadı. Gorizont baǵıtındaǵı bettin ústinde juqpaytuğın suyıqlıq ústinen tegislik penen basılǵan sfera túrinde jaylasadı (204-b súwret).

Suyıqlıqtın betine túsirilgen urınba menen qattı denenin betine túsirilgen urınba arasındaǵı ϑ múyeshin *shetki múyesh* dep ataydı. Juqpaytuğın suyıqlıq bolǵan jaǵdayda shetki múyesh doǵal: $\vartheta \geq \frac{\pi}{2}$. $\vartheta = \pi$ bolǵan jaǵdayda *tolıq juqpaytuǵınlıq* haqqında gáp etedi.

Suyıqlıqtın molekulları arasındaǵı óz-ara tásirlesiw kúshleri suyıqlıq penen qattı denenin molekulları arasındaǵı óz-ara tásirlesiw kúshlerinen kishi bolǵan ekinshi jaǵdayda *suyıqlıqtın qattı denegе juǵatuǵınlıǵı* haqqında gáp etedi. Juǵatuğın jaǵdayda qattı denegе tiyip turǵan suyıqlıqtın qatlamında *qosındı kúsh qattı denegе qaray baǵıtlanǵan*. Bunday jaǵdayda shetki múyesh súyir, yaǵnıy $\vartheta \leq \frac{\pi}{2}$. Eger $\vartheta = 0$ shártı orınlansa, onda *tolıq juǵıw* haqqında gáp etedi.

205-a súwrette juǵatuğın suyıqlıqtın vertikal baǵıttaǵı qattı diywaldın qasındaǵı beti, al 205-b súwrette bolsa juǵatuğın suyıqlıqtın gorizont baǵıttaǵı qattı diywaldın qasındaǵı beti kórsetilgen.

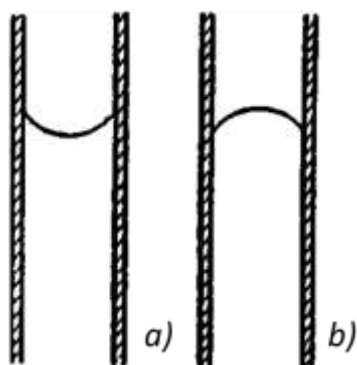
Gorizont baǵıtında jaylasqan juǵatuğın qattı denenin betindegi suyıqlıqtın tamshısı bet boyınsha jayıladı. Al, juqpaytuğın suyıqlıqtın tamshısı azı-kemli sferalıq formaǵa iye boladı hám qattı denenin beti boyınsha jenil qozǵaladı.



205-súwret.
Júgatuǵın suyıqlıqtın shetki múyeshi.

Bir suyıqlıqtın bazı bir qattı denelerge júǵıwı, al basqa qattı denelerge juqpawı múmkin. Mısalı, suw shiyshenin betine ámeliy jaqtan tolıq júǵadı, al parafinnin betine juqpaydı. Sınap shiyshenin betine juqpaydı, al temirdin taza betine júǵadı h.t.b.

Jinishke cilindr tárizli naydın ishindegi júǵatuǵın suyıqlıqtın beti oyıs formaǵa iye boladı (206-a súwret), al juqpaytuǵın suyıqlıq dónes formanı aladı (206-b súwret). Usınday mayısqaqan betlerdi *meniskler* dep ataydı.



206-súwret.
a) júǵatuǵın suyıqlıq, b) juqpaytuǵın suyıqlıq
ushın menisklerdin forması.

Jinishke nay alamız hám onın bir ushın suyıqlıq quyılǵan ken ıdısqa salamız. Meyli, suyıqlıq naydın materialına júǵatuǵın bolsın. Bunday jaǵdayda menisk oyıs (207-súwret) hám naydın kesimi dóngelek bolǵanda suyıqlıqtın beti sferanın bir bóliminin túrine iye boladı.

80-paragrafta ayılıp ótilgenindey, suyıqlıqtın oyıs (batıq) betinin astında qosımsha teris basım payda boladı [80-paragraftaǵı (3)-formula];

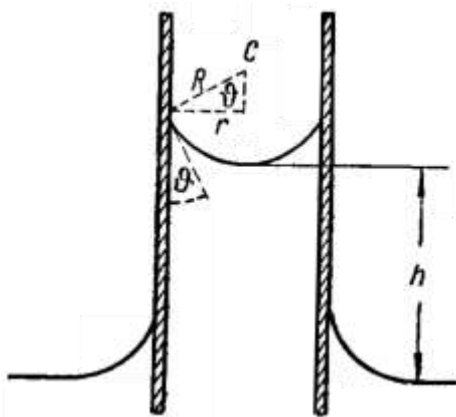
$$p = \frac{2\alpha}{R}.$$

Bul formulada R arqalı suyıqlıqtın betinin radiusı, al α arqalı bet kerimi koefficienti belgilengen.

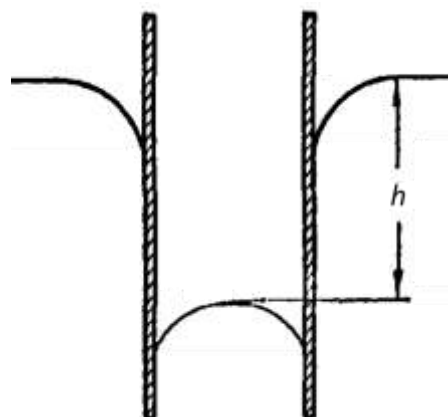
Ken ıdısqaǵı suyıqlıqtın tegis betinin astında qosımsha basım joq bolǵanlıqtan naydın ishindegi suyıqlıq h biyikligine kóteriledi hám usınday biyiklikte suyıqlıq baǵanasının basımı p basımın tenlestiredi. Biyikligi h bolǵan suyıqlıqtın baǵanasının basımı ρgh qa ten, ρ – suyıqlıqtın tıǵızlıǵı, g – salmaq kúshinin tezleniwi; bunnan ten salmaqlıq shárti mınaday túrge iye:

$$p = \frac{2\alpha}{R} = \rho gh. \quad (1)$$

Naydın radiusın r arqalı, al shetlik múyeshti ϑ arqalı belgilesek, onda 207-súwretten



207-súwret. Kapıllırlıq naydaǵı juǵatuǵın suyıqlıqtın kóteriliwi.



208-súwret. Kapıllırlıq naydaǵı juqpaytuǵın suyıqlıqtın túsiwi.

$$R = \frac{r}{\cos \vartheta}$$

tenligine iye bolamız. R din bul mánisin (1)-anlatpaǵa qoysaq

$$\frac{2\alpha \cdot \cos \vartheta}{r} = \rho gh$$

tenligine iye bolamız hám bul tenlikten suyıqlıqtın kóteriliw biyikligin tabamız:

$$h = \frac{2\alpha \cdot \cos \vartheta}{r\rho g}. \quad (2)$$

Trubkanın $d = 2r$ diametrin kirgizsek, onda

$$h = \frac{4\alpha \cdot \cos \vartheta}{d\rho g} \quad (2a)$$

formulasına iye bolamız.

(2)-formuladan r radiusı qansha kishi bolsa, kóteriliw biyikliginin sonshama úlken bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Sonlıqtan juǵatuǵın suyıqlıqtın joqarı kóteriliwi júdá jinishke naylarda ayırıqsha seziledi.

Bunday jinishke naylardı kapıllırlıq naylar dep ataydı (latın tilinde capillus sózi shash mánisine iye). Al, usınday jinishke naylardaǵı biyiklikten ózgeriw qubılısın *kapıllırlıq* dep ataydı.

Kapıllırlıq naydın berilgen r radiusında bet kerimi koefficienti α nin mánisi qansha úlken bolsa, juǵıw qanshama kúshlirek júzege keletuǵın (shetlik múyesh ϑ din mánisi qansha kishi bolsa) hám suyıqlıqtın tıǵızlıǵı ρ kishi bolsa kóteriliwdin shaması da sonshama úlken boladı. Toliq juǵatuǵın bolǵanda ($\vartheta = 0$) (2)-formula

$$h = \frac{2\alpha}{r\rho g} \quad (2b)$$

túrine iye boladı.

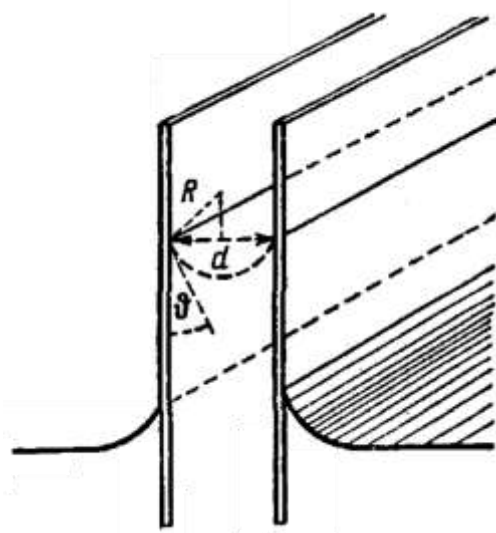
Eger suyıqlıq naydın materialına juqpaytuǵın bolsa, onda naydaǵı suyıqlıqtın meniski dónes boladı, al usınday menisk tárepinen payda etiletuǵın qosımsha basım on belgige iye hám naydın ishindegi suyıqlıqtın qáddi ıdın ken bólimindegi suyıqlıqtın qáddinen tómende jaylasadı (208-súwret). Juqpaytuǵın suyıqlıqtın qáddinin tómendewi h juǵatuǵın suyıqlıqtın qáddinin kóteriwi ushın jazılǵan (2)-formulanın járdeminde anıqlanadı.

(2)-formulanı bet kerimi koefficienti α nı anıqlaw ushın paydalanıwǵa boladı. Onın ushın juǵıw (yamasa juqpaw) tolıq xarakterge iye bolǵan materialdı saylap alıwǵa tırısadı. Bunday jaǵdayda (2-b) formuladan paydalanıwǵa boladı. Naydın radiusı r di, suyıqlıqtın tıǵızlıǵı ρ nı bilip hám kóteriliw (túsiw) biyikligin ólshep (2-b) formula boyınsha α nin mánisin tikkeley esaplaydı.

Kapıllırlıq qubılısı tábiyatta hám kúndelikli turmista áhmiyetli orındı iyeleydi. Suwdın topıraqqa hám gewek materiallardın barlıq túrlerine suwdın siniwi kapıllırlıqtın esabınan júzege

keledi. Kapillyarlıq qubılıslarına piltelerdin háreketi, gigroskopiyalıq mamıq tárepinen suwdın sinirip alınıwı h.t.b. kiredi. Texnikada juǵıw yamasa juqpaw qubılıslarına *flotaciyaǵa* tiykarlangan. Sxema túrinde flotaciya processinin mánisi minalardan ibarat: ruda alınǵan taw jınısları menen usı rudanın maydalangan aralaspasın suyıqlıqta shayqaydı. Rudaǵa juǵatuǵın, al "bos" jınısqa juqpayduǵın suyıqlıqtı saylap aladı. Suyıqlıq arqalı hawanın kóbiklerin ótkeredi. Bul kóbikler suyıqlıq juqpaytuǵın jınıstın túyirtpeklerinde otırıp suyıqlıqtın betine qalqıp shıǵadı. Al suyıqlıq juǵatuǵın túyirtpekler tómenge túsedı. Usınday jollar menen rudanı "bos" jınıstan ayıradı.

Bir birinen d qashıqlıǵında jaylasqan parallel plastinkalardıń arasındadı suyıqlıqtı qaraymız (209-súwret).



209-súwret.
Juǵatuǵın suyıqlıqtın parallel plastinkalardıń arasındadı kóteriliwi.

Plastinkalardıń arasındadı juǵatuǵın suyıqlıqtın beti cilindrlik túrge iye. 81-paragraftadı (4)-formula boyınsha cilindrlik oyıs bettin astındadı qosımsha teris basım

$$p = \frac{\alpha}{R}$$

shamasına ten. Bul anlatpada R – cilindrdin radiusı. ϑ shamasına ten shetlik múyeshte

$$R = \frac{\frac{d}{2}}{\cos \vartheta}$$

hám

$$p = \frac{2\alpha \cos \vartheta}{d}.$$

Bul basım biyikligi h bolǵan suyıqlıqtın basımın tenlestiredi:

$$\frac{2\alpha \cos \vartheta}{d} = \rho gh.$$

Bunnan kóteriliw biyikligi h mınaǵan ten boladı:

$$h = \frac{2 \cos \vartheta \cdot \alpha}{d \rho g}. \quad (3)$$

(2a) hám (3)-formulalardı salıstırıp, biz bir birinen d qashıqlıǵında turǵan parallel plastinkalardıń arasındadı juǵatuǵın suyıqlıqtın kóteriliw biyikliginin diametri d ǵa ten bolǵan naydaǵı kóteriliw biyikliginen eki ese kishi ekenligin kóremiz.

Suyıqlıqlardıń kapillyarlıq kóteriliwi menen túsiwine jáne mısallar keltiremiz.

1-mısal. U -tárizli shıyshe naydın dizelerinin diametrleri 1 mm hám 3 mm (210-súwret). Eki dizedegi suwdın qáddilerinin ayırması qanday?

Sheshimi. Suwdın batıq beti tárepinen naydın jınıshke bólimindegi basım p_1 eki bólimdegi suwdın qáddilerinin ayırması h tın bar bolıwın hám juwan bólimdegi batıq bet tárepinen payda etilgen p_2 basımın sebebinen payda bolǵan basım menen tenlesedi (210-súwret):

$$p_1 = h \rho g + p_2.$$

Bul tenlikte ρ – suvdın tıǵızlıǵı, g – salmaq kúshinin tezleniwi. SHetki múyesh $\vartheta = 0$ dep boljap, 80-paragraftaǵı (3)-formula boyınsha

$$p_1 = \frac{2\alpha}{r_1}, p_2 = \frac{2\alpha}{r_2}$$

tenliklerine iye bolamız. Bul tenliklerde r_1 hám r_2 arqalı naydın eki bóliminin radiusları belgilengen.

Radiuslardın ornına $d_1 = 2r_1$ hám $d_2 = 2r_2$ diametrlerin kirgizip

$$p_1 = \frac{4\alpha}{d_1}, p_2 = \frac{4\alpha}{d_2}$$

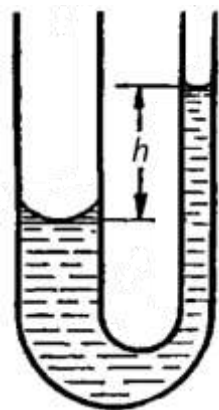
tenliklerine iye bolamız hám p_1 menen p_2 shamaların (4)-anlatpaǵa qoyıp

$$\frac{2\alpha}{d_1} = h\rho g + \frac{4\alpha}{d_2}$$

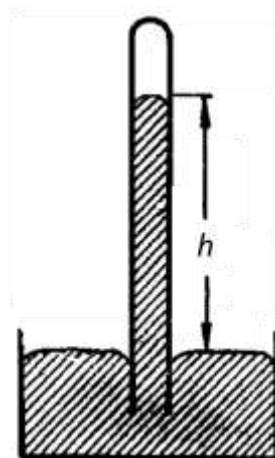
hám bunnan

$$h = \frac{4\alpha}{\rho g} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) = \frac{4 \cdot 73}{1 \cdot 980} \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,3} \right) \text{ sm} \cong 2 \text{ sm}$$

shamasın alamız.



210-súwret. U-tárizli naydın jinishke bólimindegi suvdın kóteriliwi.



211-súwret. Barometrlik naydaǵı kapillyarlıqtın sıaptın kóteriliw biyikligine tásiiri.

2-mısal. Sınap penen toltırılǵan barometrlik naydın (211-súwret) tómengi ushı ken ıdısqa túsirilgen. Naydın ishki kesiminin diametri $0,4 \text{ sm}$. Sınaptın qáddilerinin ayırması $h = 758 \text{ mm}$. Atmosferalıq basımdı tabınız.

Sheshimi. Atmosferalıq basımda sınap baǵanasının biyikligi h boyınsha tikkeley anıqlawǵa bolmaydı. Sebebi baǵananın basımına naydın ishindegi dónes menisktin basımı da qosıladı. Sonlıqtan, atmosferalıq basım P biyikligi h bolǵan sınap baǵanasının basımı menen qosımsha p basımdı tenlestiredi:

$$P = h\rho g + p.$$

Qosımsha basım p mınaǵan ten:

$$p = \frac{4\alpha|\cos\vartheta|}{d}.$$

Bul tenlikte d – naydın diametri, ϑ – shetlik múyesh. Bunnan

$$P = h\rho g + \frac{4\alpha|\cos\vartheta|}{d} \quad (5)$$

tenligi alınadı.

Ádette, atmosferalıq basımdı mm lerdegi sınap baǵanasının basımında ólshegendı jaqsı kóredi. Usıǵan baylanıslı p basımın neshe mm bolǵan sınap baǵanasının h' basımına ten ekenligin anıqlaw kerek boladı. Usı jaǵdayǵa baylanıslı

$$p = \frac{4\alpha|\cos\vartheta|}{d} = h'\rho g$$

tenliginen

$$h' = \frac{4\alpha|\cos\vartheta|}{d\rho g}$$

formulasın alamız. h' barlıq waqıtta on shama bolǵanlıqtan bul formulada $\cos \vartheta$ shamasının absolyut mánisi qatnasadı. Sinap baǵanasının millimetrlerdegi basımın H arqalı belgileymiz. Bunday jaǵdayda (5)-anlatpanın ornına

$$H = h + h' = h + \frac{4\alpha|\cos \vartheta|}{d\rho g} \quad (6)$$

anlatpasın alamız.

Sinap-shiyshe shegarası ushın $\vartheta = \pi$ dep boljap (6)-formulanın ornına

$$H = h + \frac{4\alpha}{d\rho g}$$

formulasına iye bolamız. Sinap ushın $\alpha = 540 \text{ din/sm}$ hám $\rho = 13,6 \text{ g/sm}^3$. Bunnan

$$H = 75,8 + \frac{4 \cdot 540}{0,4 \cdot 13,6 \cdot 980} \text{ sm} = 76,2 \text{ sm Hg}.$$

§ 83. Tamshının suyıqlıqtın betindegi aǵıwı. Monomolekulalıq plenkalár. Bazı bir I suyıqlıqtın tıǵızırq bolǵan II suyıqlıqtın CD betindegi tamshısın qaraymız (212-súwret). Birinshi suyıqlıqtın bet kerimi koefficientin α_1 , al ekinshisinikin α_2 arqalı belgileymiz.

Eki suyıqlıqtın shegarasında bet kerimi orın aladı. Bul bet kerimi eki suyıqlıqtın erkin betlerindegi bet keriminen ózgeshe boladı. Eki suyıqlıqtın shegarasındaǵı bet kerimin $\alpha_{1,2}$ arqalı belgileymiz. Tamshının shenberinin hár bir noqatında úsh shegaralıq bet qosıladı. Sonlıqtan, tamshının shenberinin uzınlıǵının hár bir birliğine sáykes betler boyınsha baǵıtlanǵan úsh bet kerimi kúshleri tásir etedi. Olardıń f_1 , f_2 hám $f_{1,2}$ arqalı belgileymiz.

f_1 hám $f_{1,2}$ kúshleri tamshını qısıwǵa tırısadı. Al, f_2 kúshi bolsa tamshını qısadı. f_1 hám $f_{1,2}$ kúshlerinin vektorlıq qosındısı f_2 kúshine ten bolǵan jaǵdayda tamshının ten salmaqlıq forması qalıplesedi. Álbette, bul jaǵday $f_2 < f_1 + f_{1,2}$ tensizligi orınlanganda orın aladı. Bunnan I suyıqlıqtın II suyıqlıqtın ústinde tamshı túrinde jaylasa alıwı ushın

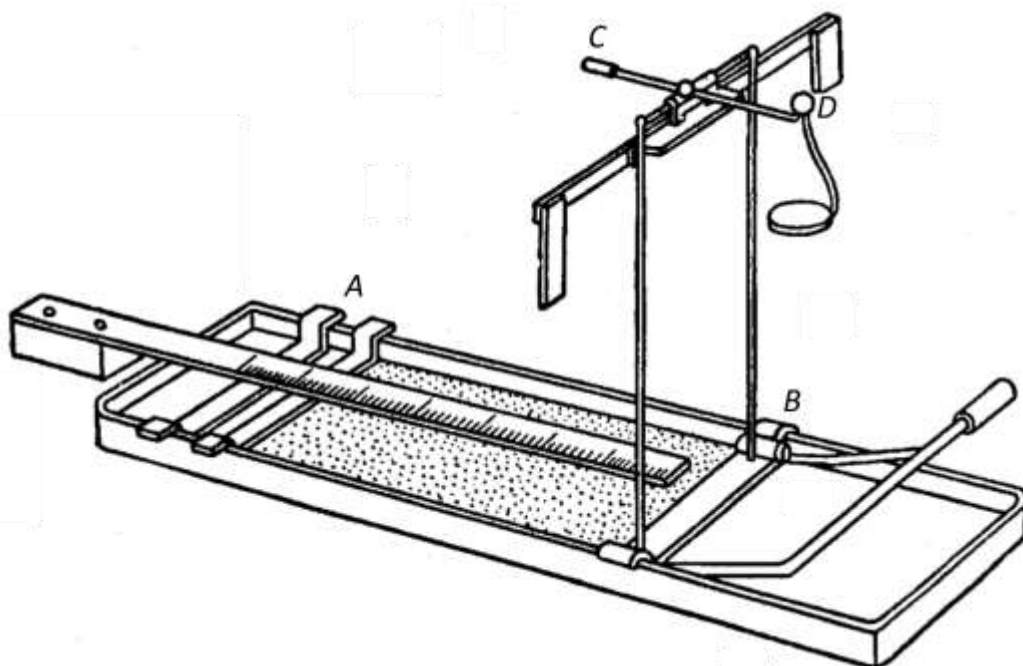
$$\alpha_2 < \alpha_1 + \alpha_{1,2}$$

tensizliginin orınlanıwı kerek. Al, eger α_2 bet kerimi qalǵan bet kerimlerden ádewir úlken bolǵan jaǵdayda

$$\alpha_2 > \alpha_1 + \alpha_{1,2}$$

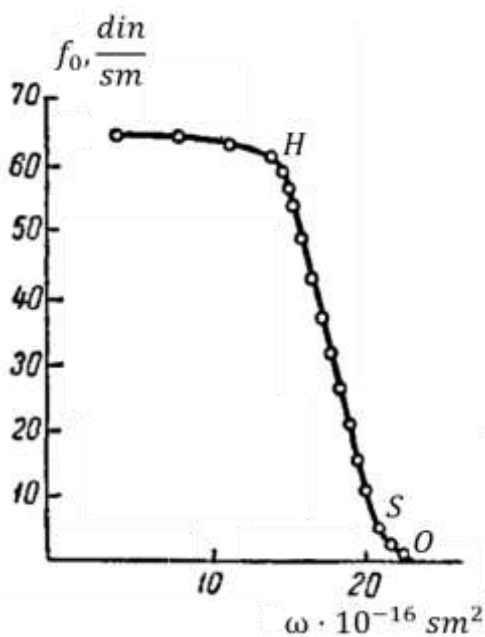
tensizligi orınlı boladı. Bunday jaǵdayda f_1 hám $f_{1,2}$ kúshlerinin ten tásir etiwshisi tamshının qálegen formasında f_2 kúshin tenlestire almaydı hám tamshı II suyıqlıǵının ústinde juqa plenka túrinde jayladı. Tap usınday sebeplerge baylanıslı, misalı, kóp sanlı organikalıq suyıqlıqlar (efir, skipidar) suwdın betinde jayladı. Bir qatar suyıqlıqlar ushın (benzol, may kislotaları) jayılw qubılısı taza suwdın betindegi tek birinshi tamshılarda ǵana orın aladı; bunnan keyingi tamshılar jayılmaydı, al suwdın betinde orniqlı tamshılar túrinde qaladı. Bul qubılıs bılayınsha túsindiriledi: birinshi tamshılardıń bir bólimi suwda eriydi hám usının saldarınan onın bet kerimin sonshama kemeytedi, tamshının ten salmaqlıǵının múmkinshiligi joǵaladı.

Lengmyur suwdın betindegi júdá juqa bolǵan plenkalardıń qásiyetlerin 213-súwrette keltirilgen ásbaptın járdeminde úyrendi. SHetleri tegis bolǵan kyuveta taza suw menen toltırılǵan; suwdın betinde qaǵazdın parafinlengen A hám B jolaqları jaylastırılǵan. A jolaǵın erkin jılastırwǵa boladı, al B jolaǵı tárezinin CD iyinine bekitilgen. Eger suwdın beti taza bolsa, onda A jolaǵın jılastırw B jolaǵına hesh qanday tásir jasamaydı. Lengmyur may kislotasın (suwda erimeytuǵın) benzolda eritken hám usınday aralaspanın bir neshe tamshısın kyuvetadaǵı suwdın betine tamızǵan. Benzol puwlanǵan, al maydı kislota suwdın betin juqa plenka menen jawǵan. Eger B jolaǵının on tárepindegi suwdın betinde may kislotası bolmasa, onda bul kislotanın plenkası B jolaǵının tek bir tárepinde ǵana boladı hám bul plenka jolaqtı f kúshi menen iytere baslaydı hám bul kúshin shamasın CD tárezisinín járdeminde ólshewge boladı. A jolaǵın qálegen jılastırw, yaǵnıy may kislotasının betinin ózgerisi f kúshinin ózgeriwine alıp keledi.



213-súwret. Betlik plenkanın basımın ólsheytuǵın ásbap.

Suwǵa kuyılǵan eritpenin koncentraciyası hám onın muǵdarın bilip, suwdın betindegi may kislotasının molekulalardı sanawǵa boladı. Bunnan *A* hám *B* jolaqlarının arasındadı bir molekulaǵa sáykes keletuǵın maydan ω nı ansat anıqlawǵa boladı. *A* jolaǵın jılastırǵanda ω maydanı ózgeredi.

214-súwret.
Betlik plenkanın basımının maydandan ǵárezligi.

Lengmyur ω nın hár qıylı mánislerine sáykes keletuǵın *B* jolaǵının uzınlıǵının bir birligine sáykes keletuǵın f_0 kúshin ólshedi. f_0 din ω ǵan ǵárezligi 214-súwrette keltirilgen. ω nın salıstırmalı úlken ($20 \cdot 10^{-16} \text{ sm}^2$ shamasınan úlken) mánislerinde *QS* iymekliginin giperbolalıq bólimi alınadı. *S* noqatınan baslap iymeklik tuwrı sıızılqı túrge iye boladı hám *H* noqatına shekem tik joqarı qaray ketedi, bunnan keyin ol derlik gorizont baǵıtında boladı. Bul iymekliktin xarakterin bılayınsha túsindiriwge boladı: ω nın $20 \cdot 10^{-16} \text{ sm}^2$ shamasınan úlken mánislerinde bir molekulaǵa sáykes keletuǵın maydan onın menshikli ólshemlerinen úlken. Suwdın betinde jaylasqan may kislotasının molekulaları eki ólshemli gazge usaytuǵın strukturanı payda etedi. Bul eki ólshemli gaz ádettegi gaz nızamlarına baǵınadı.

Jolaqtın uzınlıǵının bir birligine sáykes keletuǵın f_0 kúshinin (basımın analogı) hám molekula tárepinen iyelengen ω maydanı (kólemnin analogı) arasındadı ǵárezlik

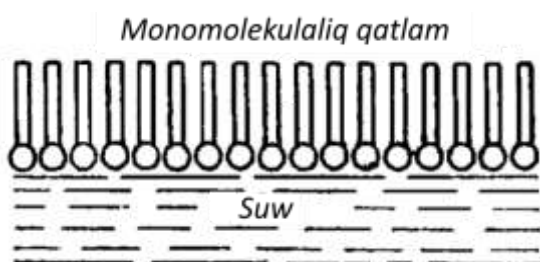
$$f_0\omega = kT$$

nizamına bağınadı. Bul tenlikte T – plenkanın absolyut temperaturası, k – Bolcman turaqlısı.

S noqatına sáykes keletuǵın ω nın mánislerinen baslap molekulalar bir birine tıǵız jaylasadı. Endi may kislotasının molekulaların suwdın betindegi jıynaǵı eki ólshemli qattı zattı payda etkendey boladı. Usınday qattı plenkada molekulalar bir qatarda jaylasadı. Sonlıqtan, bunday plenkanı *monomolekulalıq plenka* dep ataydı.

H noqatınan shep tárepte jaylasqan noqatlar ushın bir yamasa bir neshe molekulalıq qatlamlardan turatuǵın plenkanın payda bolıwı orın aladı.

S noqatının abscissası suwdın betinde tıǵız bolıp jaylasıwǵa sáykes keletuǵın bir molekulǵa sáykes keletuǵın ω_0 maydanın anıqlaydı. Lengmyurdın tájiriybeleri barlıq may kislotaları ushın, solardın ishinde palmitin ($C_{15}H_{31}COOH$) kislotasınan cerotin ($C_{25}H_{51}COOH$) kislotasına shekemgi kislotalarda ω_0 maydanının shaması birdey hám $\omega_0 = 21 \cdot 10^{-16} \text{ sm}^2$ shamasına ten ekenligin kórsetti. Bul molekulalar hár qıylı kislotalar ushın hár qıylı uzınlıqtaǵı dizbeklerden turatuǵın bolǵanlıqtan, alıńǵan nátiyjeni uzın molekulalardı vertikal baǵıtta hám molekulanın $COOH$ gruppası jaylasqan ushı suwdın betine tárepte, al $CH_3-(CH_2)_n$ uglevodlıq shıńjırlar suwdın betinen sırtqa qaray baǵıtlangan dep túsindiriw kerek (215-súwret).



215-súwret. May kislotaların molekulaların suwdın betinde monomolekulalıq qatlamda jaylasıwı.

§ 84. Suyıqlıqlardıń puwlanıwı. Eger suyıqlıq awızı ashıq ıdista tursa, onda ol ástelik penen puwlanadı, yaǵnıy gaz tárizli halǵa ótedi.

Puwlanıw qálegen temperaturada júzege keledi, biraq hár bir suyıqlıq ushın temperaturanın joqarılawı menen puwlanıwdın tezligi úlkeyedi.

Joqarıda kórsetilgenindey, puwlanıw qubılısı suyıqlıqlarda gazlerdegi sıyaqlı temperatura T boyınsha anıqlanatuǵın ortasha energiyadan úlken de, kishi de energiyalǵa iye bolǵan molekulalardıń bolıwı menen baylanıslı. Sonlıqtan, hár bir T temperaturada sonday tez qozǵalatuǵın molekulalardıń bolıwı múmkin, olar suyıqlıqtın betine kelgende qonsılas molekulalardıń tartıwın jenip hám sonlıqtan betlik qatlam arqalı ótip suyıqlıqtın sheklerinen uship shıǵıwı múmkin. Suyıqlıqtın temperaturası qansha joqarı bolsa tez qozǵalatuǵın molekulalardıń sanı da kóp boladı hám usıǵan sáykes puwlanıw úlken tezlik penen júredi.

Puwlanıwdın waqıtında suyıqlıqtan en tez qozǵalatuǵın molekulalar uship shıǵadı. Usının menen birge olar suyıqlıqtın ishindegi molekulalıq tartasıw kúshlerin jeniw ushın ózlerinen energiyasınıń bir bólimin jumsaydı. Bunnan suyıqlıqta qalǵan molekulalardıń ortasha energiyasınıń kishireyetuǵınlıǵı, yaǵnıy suyıqlıqtın salqınlaytuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

Puwlanıwdın barısında suyıqlıqtı turaqlı temperaturada uslap turıw ushın oǵan sırttan jıllılıqtı beriw kerek. Bul jıllılıq *puwlanıw jıllılıǵı* dep ataladı. Suyıqlıqqa usınday jıllılıqtı beriw onın temperaturasınıń joqarılawına alıp kelmeydi, al puwlanıwda jumsalatuǵın jumıstı orınlaw ushın ketedi.

Puwlanıwdın salıstırmalı jıllılıǵı λ dep T temperaturada turǵan massası bir birlikke iye bolǵan suyıqlıqtı tap sonday temperaturadaǵı puwǵa aylandırıw ushın kerek bolatuǵın jıllılıqtın muǵdarına aytadı.

Ádette salıstırmalı jıllılıqtı suyıqlıqtın bir grammı yamasa bir kilogramına qatnası boyınsha aytadı.

Puwlanıw jıllılıǵı suyıqlıqtın temperaturasınıń ǵárezli boladı: temperaturanın mánisi kritikalıq T_k temperaturaǵa umtılganda puwlanıw jıllılıǵının mánisi nolge umtıladı.

Eger puwlanıp atırǵan suyıqlıqqa sırttan jıllılıqtı alıp kelmese, onda ol salqınlaydı. Usı faktke

temperaturanı tómenletiw usılı tiykarlangan: diywalları jıllılıqtı ótkermeytuǵın ıdısqı quylǵan suyıqlıqtı kúshli puwlanıwǵa májbúrlep, onı ádewir salqınlatıwǵa boladı (65-paragraf penen salıstırınız).

Puw suyıqlıqqa kondensaciyalanganda onın molekulları bir biri menen tartıladı. Usının saldarınan olardıń tezligi, al usıǵan sáykes olardıń energiyası úlkeyedi. Bul payda bolıp atırǵan suyıqlıqtın qızıwına alıp keledi: puwlanganda jumsalǵan jıllılıq puwdın kondensaciyasında qaytarılıp beriledi.

Suyıqlıqtı onın toyıǵan puwlarınan basımı sırtqı basımǵa ten bolatuǵınday temperaturaǵa shekem qızdırǵanda onın puwlanıwı tek suyıqlıqtın betinen emes, al tómenǵı bólimlerinde de júzege keledi hám puwdın kóbikleri payda bola baslaydı. Usınday úlken tezlik penen bolatuǵın puwlanıwdı *qaynaw* dep ataydı. Solay etip, qaynaw temperaturası suyıqlıq jaylasqan sırtqı basımnan ǵárezli boladı. Atmosferalıq basımda (760 mm Hg) suw 100°C temperaturada, al tómenirek basımlarda ol tómenirek temperaturalarda qaynaydı. Al úlken basımlarda suw ádewir joqarı bolǵan temperaturada qaynaydı.

Suyıqlıqtın qaynawında payda bolatuǵın puwdın kóbikleri ádette suyıqlıqta bolatuǵın hám ıdístin diywallarında jabısıp turatuǵın hawanın kóbiklerinde qalıplıesedi.

Hawanın kóbikleri qaynaw baslanatuǵın oraylar bolıp tabıladı. Hawadan qutqarılǵan suyıqlıqtı onın qaynawı ushın qaynaw temperaturasınan joqarı temperaturaǵa qızdırıw kerek (yaǵnıy *asa qızdırıw* kerek). Eger usınday asa qızdırılǵan suyıqlıqqa betlerine hawa jabısqan qanday da bir qattı bólekshelerdi salsaq, ol dárhál qaynaydı. Bunday jaǵdayda onın temperaturası qaynaw temperaturasına shekem tómenleydi.

Asa qızdırılǵan suyıqlıqtın qaynawı júdá úlken tezlik penen júretuǵın bolǵanlıqtan, bunday tez qaynawdı boldırmawǵa umtıladı. Onın ushın ishinde suwı bar qızdırılatuǵın ıdístin ishine ishinde hawanın kóbikleri ansat saqlanatuǵın kapıllırlıq naylardı jaylastıradı.

Puwlanıw jıllılıǵı λ molekullardıń suyıqlıqtın betlik qatlamı arqalı ótiwi ushın islengen A jumısqa hám zattın suyıq haldan gaz tárızlı halǵa ótiwindegi V_0 salıstırmalı kólemnin úlkeyiwi ushın jumsaladı:

$$\lambda = A + A'. \quad (1)$$

Sheklerinde tartılıs kúshleri tásir etetuǵın betlik qatlamnıń qalınlıǵının shaması molekullıq tásir etiwi radiusı r menen barabar shama bolıp tabıladı (78-paragrafqa qaranız). Usınday radiustın uzınlıǵında tásir etetuǵın ortasha kúshti $\bar{f}$ arqalı belgilep, bir molekulanı julıp alıw ushın islengen jumıs ushın anlatpanı alamız:

$$\Delta A = \bar{f} \cdot r.$$

Suyıqlıqtın massasınan bir birliginde jaylasqan barlıq molekullar tárepinen islengen jumıs A :

$$A = n \cdot \Delta A = n \cdot \bar{f} \cdot r$$

shamasına ten boladı. A' jumısı bolsa

$$A' = p(V'_0 - V_0)$$

formulasının járdeminde esaplanadı. Bul formulada V'_0 - puwdın salıstırmalı kólemi, V_0 - suyıqlıqtın salıstırmalı kólemi hám p - puwlanıw bolıp atırǵan basım.

A menen A' tın mánislerin (1)-anlatpaǵa qoyıp, mınanı tabamız:

$$\lambda = n \cdot \bar{f} \cdot r + p(V'_0 - V_0). \quad (2)$$

Bul qatnas puwlanıw jıllılıǵı λ nin shamasın tikkeley esaplawǵa múmkinshilik bermeydi. Sebebi $\bar{f}$ menen r shamaları belgisiz. Biraq bul qatnas λ shamasının $\bar{f}$ molekullıq óz-ara tásirlesiwidin shamasınan ǵárezli ekenligin kórsetedi. Biz bet keriminin de usı $\bar{f}$ shamasınan ǵárezli ekenligin eske túsiremez. Temperatura joqarılaǵanda $\bar{f}$ kúshinin hám puwdın salıstırmalı kólemi V'_0 menen suyıqlıqtın kólemi bolǵan V_0 shamasının ayırması da kemeyedi. Bunnan (2)-formula boyınsha temperaturanın joqarılawı menen puwlanıw jıllılıǵı λ nin de kemeyetuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Temperatura kritikalıq T_k temperaturaǵa jaqınlasqanda molekullıq tartısıw kúshi $\bar{f}$ tin

shaması nolge umtiladı hám usının menen bir waqıtta puw menen suyıqlıqtın salıstırmalı kólemlerinin ayırması bolǵan $V'_0 - V_0$ shaması da joǵaladı. Bunnan $T \rightarrow T_k$ sheginde (2)-anlatpa boyınsha $\lambda \rightarrow 0$. Joqarıda ayılıp ótilgenindey, bunday jaǵday haqıyqatında da orın aladı.

Termodinamikanın ekinshi baslamasın paydalanıp suyıqlıqlardıń gaz tárizli halǵa aylanǵanındaǵı toyıǵan puwlardın serpimligi, temperatura, púwlanıw jıllılıǵı hám salıstırmalı kólemlerdin ózgerisi arasındaǵı baylanıstı tabıwǵa boladı. Onın ushın cilindrde porshennin astında suyıqlıq hám onın ústinde onın toyıǵan puwı jaylasqan dep esaplaymız. Usı aralaspa menen Karnonın qaytımlı ciklın júzege keltiremiz (73-paragraftı qaranız). Meyli, baslanǵısh temperatura T hám usı temperaturadaǵı toyıǵan puwdın serpimligi p bolsın. Dáslep izotermalıq keneytiwdi ámelge asıramız. Bunday jaǵdayda bazı bir m massası puwlanadı hám sol p basımındaǵı toyıǵan puwdın halına ótedi.

Solay etip, keneyiw izobaralıq ráwishte júredi; grafikte ol AB izobarası menen súwretlenedi (216-súwret). Bul keneyiwdin haqıyqatında da izobaralıq ótiwi ushın aralaspadaǵı puwlanıw jıllılıǵın beriw kerek:

$$Q_1 = m\lambda. \quad (3)$$

Kólemnin úlkeyiwi ΔV :

$$\Delta V = m(V'_0 - V_0)$$

shamasına ten. Bul tenlikte V'_0 arqalı puwdın salıstırmalı kólemi, V_0 arqalı suyıqlıqtın salıstırmalı kólemi belgilengen. Izobaralıq keneyiwde islengen jumıs mınaǵan ten:

$$A_1 = p \cdot \Delta V = pm(V'_0 - V_0). \quad (4)$$

Bunnan keyin kólemnin sheksiz kishi adiabatlıq úlkeyiwin júzege keltiremiz (BC shaqası); bunday jaǵdayda temperatura dT shamasına, al toyıǵan puwlardın serpimligi dp shamasına tómenleydi. Bunnan keyin aralaspanı qaytadan dV shamasına izobaralıq ráwishte qısamız. Bul qısılıw CD tuwrısı menen súwretlenedi. Bul qısılıw $p - dp$ hám $T - dT$ temperaturasında júzege keledi hám usının menen birge

$$A_2 = -(p - dp)\Delta V = -(p - dp)m(V'_0 - V_0) \quad (5)$$

jumısı islenedi.

En aqırında DA adiabatlıq qısıw jolı menen cikldı tuyıqlaymız. Cikldın barısında qızdırǵısthan Q_1 jıllılıǵı alındı hám A jumısı islendi. BC hám AD adiabatlarındaǵı sheksiz kishi jumıslardı esapqa almay $A = A_1 + A_2$ dep asaplawǵa boladı Karnonın qaytımlı ciklının paydalı tásir koefficienti $\eta' = A/Q_1$ shamasına ten hám onın mánisi jumıs isleytuǵın zattın tábiyatınan ǵárezli emes hám $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$ shamasına ten. Bul tenlikte T_1 arqalı qızdırǵısthanın temperaturası (biz qarap atırǵan jaǵdayda T) hám T_2 arqalı salqınlatqısthanın temperaturası belgilengen (biz qarap atırǵan jaǵdayda $T - dT$). Solay etip:

$$\eta' = \frac{A_1 + A_2}{Q_1} = \frac{T - (T - dT)}{T} = \frac{dT}{T}.$$

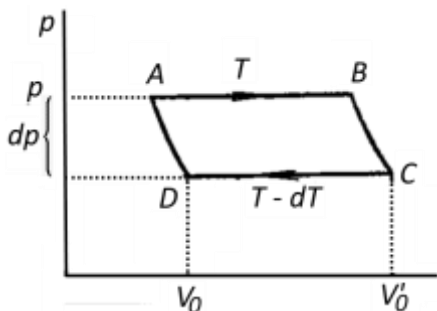
Bul anlatpaǵa (3)-, (4)- hám (5)-anlatpalar boyınsha Q_1 , A_1 hám A_2 shamaların mánislerin qoyıp

$$\frac{m(V'_0 - V_0)dp}{m\lambda} = \frac{dT}{T}$$

yamasa

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\lambda}{V'_0 - V_0} \quad (6)$$

formulasına iye bolamız.



216-súwret.

Suyıqlıq penen toyıǵan puwdın aralaspası menen ótkeriletuǵın Karno ciklı.

(6)-formulanı *Klapeyron—Klauzius formulası* dep ataydı. Ol toyıǵan puwlardın serpimliginin

temperaturadan gárezligin táriyipleytuǵın $\frac{dp}{dT}$ shamasın puwlanıw jıllılıǵı λ , salıstırmalı kólemnin ózgerisi $V'_0 - V_0$ hám T temperatura menen baylanıstıradı. Bul formulanın túri suyıqlıqtın tábiyatınan gárezsiz.

§ 85. Eritpeler. Osmoslıq basım. Hámmege belgili, ulıwma aytqanda, qattı deneler suyıqlıqlarda eriydi hám onın menen birge tolıq bir tekli ortalıqtı payda etedi. Biraq, eritpe bir biri menen ximiyalıq jaqtan tásirlespeytuǵın gazlerdin aralaspası sıyaqlı ápiwayı aralaspası bolıp tabılmaıdı. D. I. Mendeleev 1865-1887 jılları ótkerilgen ken kólemdegi izertlewlerinin nátiyjesinde eritpenin kólemnin eritkish penen erigen zattın kólemlerinin qosındısına ten bolmaytuǵınlıǵın kórsetti. Eriw processı jıllılıqtın bólip shıǵarılıwı yamasa jutılıwı menen baylanıslı. Mendeleev eritkish penen erigen zattın salmaqlıq qatnaslarına sáykes keletuǵın ayırıqsha noqatlardıń bar ekenligin taptı. Bul maǵlıwmatlardın barlıǵı eritpe menen erigen zattın molekulları arasındaqı energiyalıq óz-ara tásirlesiwlerdin bar ekenligin kórsetedi hám bul jaǵday etitpelerdi ximiyalıq birikpelerge jaqınlastıradı. Biraq, ázzi eritpelerde kórsetilgen effektler úlken emes orındı iyeleydi. Bunnan bılay biz ázzi eritpelerdi qaraw menen sheklenemiz hám bunday jaǵdayda erigen zattın bir molekulasına eritkishtin kóp molekulası sáykes keledi dep esaplaymız. Bunday jaǵdayda erigen zattın molekulları bir birinen úlken qashıqlıqta jaylasadı, olar bir biri menen tásirlespeydi hám olardıń jıynaǵı gazge usaydı. Haqıyqıy gaz benen ayırma mınadan ibarat: bul jaǵdayda erigen zattın molekulasının qozǵalıwı olardıń arasında eritkishtin molekullarının bar bolıwına baylanıslı qıyınshılıq penen júzege keledi. Eripenin zattın molekulları eritkishtin molekulları menen úziksiz soqlıǵıladı. Usı jaǵdayǵa baylanıslı erigen zattın diffuziya koefficienti gazlerdin diffuziya koefficientinen ádewir kishi boladı.

Eritkishtin hám erigen zattın molekullarının berilgen T temperaturalardaǵı ortasha kinetikalıq energiyaları sol T temperaturadaǵı gazdin molekullarının ortasha kinetikalıq energiyası menen birdey boladı. Hár bir erkinlik dárejesi ushın ortasha

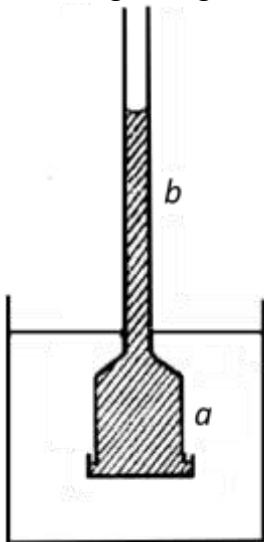
$$\bar{w} = \frac{1}{2} kT$$

energiya sáykes keledi. Bul anlatpada k arqalı Bolcman turaqlısı belgilengen. Gazge usaǵan bolǵanlıqtan, erigen zattın molekullarının jıynaǵının basım túsiriwi kerek (46-paragrafqa qaranız)

$$p = \frac{2}{3} n_0 \bar{w}. \quad (1)$$

Bul anlatpada n_0 arqalı erigen zattın eritpenin kólem birligindegi molekullarının sanı belgilengen. Bul p basımın *osmoslıq basım* dep ataydı.

Biraq, eritkish bolıp tabılatuǵın suyıqlıqta betlik plenkanın bolıwı menen baylanıslı úlken ishki basımın bolatıuǵın bolǵanlıqtan, osmoslıq basımda tikkeley ólshewdin múmkinshiligi bolmaydı.



217-súwret.

Yarımlay ótkeretuǵın ótkeldin járdeminde osmoslıq basımdı anıqlaw.

Osmosliq p basım az muǵdarda úlken basımda turǵan basqa gazge aralastırılǵan qanday da bir gazdin parciallıq basımına usaydı. Bunnan osmosliq basımda baqlawdin usılınin gazdin parciallıq basımın ólsheytuǵın usıl menen birdey bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. 47-parargafta biz vodorodtin parciallıq basımın tikkeley ólshewdin usılın táriyipedik. Onın ushın vodorod molekuların ótkeretuǵın, al argonnın molekuların ótkermeytuǵın qızdırılǵan platinadan soǵılǵan folganın (ótkeldin) bolıwı shárt. Tap usılǵan sáykes, eger eritkishtin molekuların ótkeretuǵın, al erigen zattın molekuların ótkermeytuǵın ótkeldi saylap alıwdın múmkinshiligi bolsa, onda osmosliq basımda ólshewdin múmkinshiligi tuwıladı. Bunday ótkellerdi *yarımlay ótkeretuǵın ótkeller* dep ataydı. Mısalı, qanttın eritpesi ushın maldın kóbik túrine iye bolǵan juqa shandırı suw ushın móldir, al, qanttın molekuları ushın móldir emes. Sonın ushın onı qanttın eritpesindegi osmosliq basımdı baqlaw hám ólshew ushın paydalanıwǵa boladı.

Osmosliq basımdı tabıw ushın arnalǵan tájiriybenin sxeması 217-súwrette keltirilgen. Taza suw quyılǵan ıdısqı kishi a ıdı batırılǵan. Onın tómengi ashıq ushı yarımlay ótkeretuǵın ótkel (folga yamasa plenka) menen jabılǵan. a ıdısinın joqarǵı bóliminde juqa uzın b nayı bekitilgen. Kishi ıdista qanttın eritpesi jaylasqan. 114-súwrette kórsetilgen tájiriybedegidey, platina ıdıstın ishine sırtqa shıqqanǵa qaraǵanda vodorod kóbirek kiredi. Tap sol sıyaqlı a ıdısinı yarım ótkizetuǵın ótkel arqalı suw sırtqa qaray ótkenge salıstırǵanda ishke qaray kóbirek ótedi. Bul artıq ótken suw b nayındaǵı eritpenin qáddin joqarı kóteredi hám bul kóteriliw usı naydaǵı suyıqlıq baǵanasının gidrostatikalıq basımı erigen qanttın osmosliq ("parciallıq") basımı menen tenleskenshe dawam etedi.

(1)-formuladan osmosliq basımın Mendeleev-Klapeyron tenlemesine baǵınatuǵınlıǵı kelip shıǵadı:

$$p = \frac{m}{\mu \cdot V} RT. \quad (2)$$

Bul anlatpada m – erigen zattın massası, μ — onın mollik salmaǵı, V — eritpenin kólemi, R – gaz turaqlısı.

Eritpenin koncentraciyası bolıp tabılatuǵın

$$C = \frac{m}{V}$$

shamasın kirgizip

$$p = \frac{C}{\mu} RT. \quad (3)$$

(2)-formulanı qaytadan kóshirip jızawǵa boladı.

Osmosliq basım ushın qollanıwına baylanıslı (3)-formulanı *Vant-Goff formulası* dep ataydı. Vant-Goff formulasınan mınalar kelip shıǵadı: 1) berilgen erigen zat ushın turaqlı temperaturada osmosliq basım p koncentraciya C ǵa tuwrı proporcional; 2) berilgen erigen zat ushın turaqlı koncentraciyada osmosliq basım p eritpenin absolyut temperaturasına tuwrı proporcional; 3) birdey koncentraciyalarda hám birdey temperaturalarda alınǵan hár qıylı erigen zatlar ushın osmosliq basım p molekualıq salmaqqa tuwrı proporcional.

Kóp sanlı ázzi eritpeler ushın (3)-Vant-Goff formulası júdá jaqsı orınlanadı. Biraq, bir qatar eritpeler ushın, mısalı, organikalıq emes duzlardın eritpeleri ushın osmosliq basım (3)-formula boyınsha esaplaw jolı menen alınǵan basımnan ádewir úlken boladı.

Bul jaǵday usınday zatlar erigende olardıń molekularının bir neshe bólimlerge bóliniwi (*dissociaciyası*) menen túsindiriledi. Usınday bóliniwdin saldarınan eritkishtin kólem birligindegi bólekshelerdin sanı n_0 artadı hám (1)-formula boyınsha basım joqarılaydı.

(3)-formulaǵa baǵınatuǵın eritpeler elektr toǵın ótkizbeydi, sonın menen bir waqıtta úlken osmosliq basımǵa iye bolǵan eritpeler elektr toǵının jaqsı ótkizgishleri bolıp tabıladı (*elektrolitler bolıp tabıladı*, II tomǵa qaranız). Bunnan erigende molekularıń elektrlik jaqtan neytral bolǵan bólekshelerge emes, al zaryadlangan bólimlerge (ionlarǵa) bólinetuǵınlıǵı túsiniqli boladı.

Osmosliq basım menen baylanıslı bolǵan qubılıslar tábiyatta, atap aytqanda tiri organizmlerde ótetuǵın processlerde áhmiyetli orındı iyeleydi.

Osmosliq basımlardıń shamasın bahalaw ushın tómendegidey misallardı qaraymız.

1-mısal. 1 l suwǵa 27°C temperaturada 34 gramm trostnik qantı ($C_{12}H_{22}O_{11}$) eritilgen. Osmosliq basımın shamasın tabınız.

Sheshimi. (2)-formula boyınsha:

$$p = \frac{m}{\mu \cdot V} RT.$$

Bul anlatpada R arqalı shaması 0,082 l·at/grad·mol bolǵan gaz turaqlısı belgilengen. μ molekualıq salmaǵın trostnik qantının formulasın bilip hám vodorodtın (H), uglerodtın (C) hám kislorodtın (O) atomlıq salmaqlarınń sáykes 1, 12 hám 16 ǵa ten ekenligin esapqa alıp $\mu = 342$ ekenligin tabamız. Bul sanlı maǵlıwmatlardan paydalanıp

$$p = \frac{34}{342} \cdot \frac{0,082 \cdot 300}{1} \text{ at} \cong 2,46 \text{ at}$$

shamasın alamız. Bul esaplaw osmosliq basımın shamasının bir neshe atmosferaǵa jetetuǵınlıǵın kórsetedi.

2-mısal. Erigen zattın molekularının κ - bóliminin hár qaysısı i bólekshege ıdıraydı dep esaplap, osmosliq basımın qanday qatnasta úlkeyetuǵınlıǵın anıqlanız.

Sheshimi. Dissociaciya júzege kelmeydi dep bolıap, kólemnin bir birligine sáykes keletuǵın erigen zattın molekularının sanın n_0 arqalı belgileybiz. Eger molekuların κ – bóliminin hár biri i bólekshege ıdıraytuǵın bolsa, onda kólem birligindegi bólekshelerdin sanı mınaǵan ten boladı:

$$n'_0 = n_0 \kappa i + (1 - \kappa) n_0 = [1 + \kappa(i - 1)] n_0.$$

Basım kólem birligindegi bólekshelerdin sanına tuwrı proporcional bolǵanlıqtan, usıǵan sáykes, dissociaciyanın nátiyjesinde basım

$$\frac{p'}{p} = \frac{n'_0}{n_0} = 1 + \kappa(i - 1) \quad (4)$$

qatnasında ósedi.

Júdá ázzi eritpeler ushın dissociaciya tolıq boladı, yaǵnıy barlıq molekular ıdıraydı, yaǵnıy $\kappa = i$ tenligi orın aladı hám (4)-formula mınaday túrge iye boladı:

$$\frac{p'}{p} = i.$$

Eger, mısalı, barlıq molekular eki bólimge dissociaciyalanatuǵın bolsa, onda $i = 2$ hám $p' = 2p$, yaǵnıy dissociaciyanın nátiyjesinde basım eki ese joqarılaydı.

3-mısal. $NaCl$ as duzının 2,92 grammı 1 l suwda 27°C temperaturada eritilgen. Eger bunday sharayatlarda osmosliq basım 1,75 at bolsa, molekuların dissociaciyasının shamasın anıqlanız.

Sheshimi. As duzının eritpesinin haqıyqıy baqlanatuǵın osmosliq basımın p' arqalı, al dissociaciya bolmaǵan jaǵdaydaǵı basımdı p arqalı belgileybiz. Bunday jaǵdayda bunnan aldınǵı mısaldı sheshkende keltirip shıǵarılǵan (4)-formulanın tiykarında

$$p' = p[1 + \kappa(i - 1)]$$

anlatpasın jazamız. Koyılǵan shárt boyınsha $i = 2$, bunnan

$$p' = p(1 + \kappa).$$

Bul tenlikti κ shamasına qarata sheshsek, onda

$$\kappa = \frac{p'}{p} - 1 \quad (5)$$

formulasına iye bolamız.

Mendeleev-Klayperon tenlemesi boyınsha

$$p = \frac{m RT}{\mu V}.$$

p nın usı mánisin (5) ke qoysaq, onda

$$\kappa = \frac{p' \mu V}{m RT} - 1$$

formulasına iye bolamız. Bul formulaǵa san mánislerin qoyıp $\kappa = 0,44$ ekenligin tabamız, yaǵnıy as duzının

0,44 bólimi dissociaciyalanğan eken.

§ 86. Toyınğan puwların mayısqañan bettin astındağı hám eritpenin ústindegi basımı.

Suyıqlıqtın toyınğan puwların basımın usı suyıqlıqtın betinin qıysıqlıǵınan ǵárezligin qaraymız. Meyli, suyıqlıqtın bazı bir muǵdarı jabıq ıdista, al suyıqlıqtın ústinde toyınğan puwlar jaylasqañan bolsın. Berilgen T temperaturada suyıqlıqtın ústindegi toyınğan puwların basımı tolıq belgili bolǵan p mánisine ten. Biyiklikke baylanıslı bul basım barometrlik formula boyınsha kemeyedi (51-paragrafqa qaranız).

Bir ushın suyıqlıqqa túsirilgen A kapıllırlıq naydı kóz aldımızǵa elesletemiz (218-súwret). Kapıllırlıq nay soǵılǵan materialǵa suyıqlıq tolıq juǵadı dep boljaymız. Bunday jaǵdayda menisk radiusı r ge ten yarım sferalıq oyıs (batınqı) bet bolıp tabıladı. Sonın menen birge r shaması kapıllırlıq naydın radiusına sáykes keletuǵın bolsın. 82-paragraftağı (2b) formulası boyınsha naydağı suyıqlıq h biyikligine kóteriledi:

$$h = \frac{2\alpha}{r\rho g}. \quad (1)$$

Bul formulada α – suyıqlıqtın bet kerimi koefficienti, al ρ – onın tıǵızlıǵı.

Suyıqlıqtın kapıllırlıq nayda batıq betinin ústindegi toyınğan puwların basımı p ıdısıǵı suyıqlıqtın tegis betinin ústindegi basımǵa ten dep esaplaymız. Bunday jaǵdayda ıdısıǵı suyıqlıqtın qáddinen h biyikliginde jaylasqañan kapıllırlıq naydın betinen puwlanıp atırǵan puwlar olardı qorshaǵan puwlarǵa salıstırǵanda biyiklikke baylanıslı basımın kishireyiwinin saldarınan úlken basımın astında boladı, yaǵnıy $p' > p$. Payda bolǵan tıǵız puwlar keneyip, jumıs isley aladı; bul jumıs temperaturası T ǵa ten bolǵan jıllılıqtın bir dereginin esabınan islengendeı boladı. Al, termodinamikanın ekinshi baslaması boyınsha salqınlatqısh bolmaǵan jaǵdayda jumıs islenbeydi. Solay etip, bizler mınaday jaǵdaydı moyınlawımız kerek: batıq bettin ústindegi puwların basımı qorshaǵan puwların basımı p' shamasına ten. Sebebi, tap usınday basımda ǵana kapıllırlıq naydın ishindegi puw menen suyıqlıqtın arasında ten salmaqılıq júzege keledi.

p' tın mánisin barometrlik formulanı paydalanıp anıqlawǵa bolar edi. Biraq h biyikliginin kishi mánisine baylanıslı basımlardıń $p - p'$ ayırmasın biyikligi h qa, tıǵızlıǵı ρ_0 ge ten bolǵan puwdın bir tekli baǵanasının basımına ten dep juwıq túrde esaplawǵa boladı. ρ_0 arqalı berilgen suyıqlıqtın toyınğan puwların T temperaturadağı tıǵızlıǵı belgilengen. Bunnan

$$p - p' = mg\rho_0$$

tenligin alamız. Bul tenlikke (1)-formula boyınsha h tın mánisin qoyıp

$$p - p' = \frac{2\alpha}{r} \cdot \frac{\rho_0}{\rho}$$

hám bunnan

$$p' = p - \frac{2\alpha}{r} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} \quad (2)$$

formulasına iye bolamız.

(2)-formuladan kórinip turǵanıday, $p' < p$, yaǵnıy oyıq (batınqı) bettin ústindegi toyınğan puwların basımı tegis bettin ústindegi toyınğan puwların basımınan kishi boladı eken. Bettin qıysıqlıǵının radiusı kishi bolǵan sayın toyınğan puwların basımı p' tegis bettin ústindegi basım p dan sonshama úlken ayırmaǵa iye boladı.

Suyıqlıq naydın kapıllırlıq naydı juqpaytuǵın jaǵdaydı qarap, biz kapıllırlıq naydın dónes meniskin alamız hám bul jaǵdayda kapıllırlıq naydın ishindegi suyıqlıqtın qáddi qorshaǵan ıdısıǵı suyıqlıqtın qáddinen tómen boladı. Usınday tallawların járdeminde biz dónes bettin ústindegi toyınğan puwdın basımın tegis bettin ústindegi basımnan úlken boladı degen juwmaqqa kelemiz. Bul jaǵdayda p'' basımı

$$p'' = p - \frac{2\alpha}{r} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} \quad (2a)$$

shamasına ten boladı.

Sonğı nátiyjeden toyıńǵan puwlardın sferalıq tamshılardıń ústindegi basımınan tegis bettin ústindegi toyıńǵan puwlardın basımınan úlken bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Sonın menen birge tamshılardıń radiusları qansha kishi bolsa basımınan shaması da sonshama úlken boladı. Puw menen qorshalǵan hár qıylı radiuslı tamshılar ten salmaqlıqta tura almaydı. Kishi tamshılar puwlanadı, al kishi radiusqa iye bolǵan tamshılar tolıǵı menen joǵalaman degen she úlken tamshılardıń betinde puwlar kondensaciyalanadı.

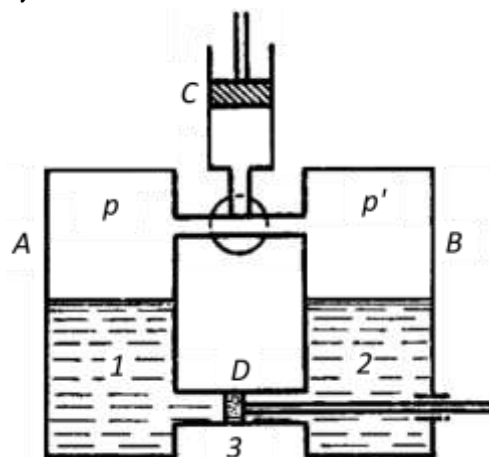
Endi toyıńǵan puwlardın eritpenin ústindegi hám taza eritkishtin ústindegi basımların salıstıramız.

XIX ásirde aqırında Raul tárepinen kóp sanlı, solardıń ishinde kóbinese organikalıq zatlar menen ótkerilgen ólshewlerdin tiykarında mınaday jaǵday anıqlandı: birdey temperaturada ushpaytuǵın zattın eritpesinin ústindegi eritkishtin toyıńǵan puwlarınan basımı p' taza eritkishtin ústindegi toyıńǵan puwınan basımı p dan tómén boladı. Mısalı, berilgen temperaturada qantın eritpesinin ústindegi suwdın toyıńǵan puwlarınan basımı sol temperaturadaǵı taza suwdın ústindegi suwdın toyıńǵan puwlarınan basımınan tómén. v mol taza eritkishtegi erigen zattın mollerinin sanın v' arqalı belgileyik; bunday jaǵdayda Raul tárepinen ashılǵan nızam boyınsha toyıńǵan puwlardın basımınan salıstırmalı tóménlewini $\frac{p-p'}{p}$ shaması mınaǵan ten boladı:

$$\frac{p - p'}{p} = \frac{v'}{v + v'}.$$

219-súwret.

Eritpenin ústindegi toyıńǵan puwlardın serpimligi ushın anlatpanı keltirip shıǵarıwǵa.



Raul nızamın tómendegidey dóngelek processti qaraw jolı menen keltirip shıǵarıwǵa boladı:

1) toyıńǵan puwlardın p basımında taza eritkishtin bir molın A ıdısında puwlandıramız (219-súwret). Payda bolǵan toyıńǵan puwlardın kólemi V_0 arqalı belgileyemiz;

2) bul puwlardı C nasosınan járdeminde eritpenin ústindegi toyıńǵan puwlardın basımı p' bolatuǵınday etip V_0' kólemine shekem keneytemiz;

3) B ıdısında p' basımında turǵan puwlardın bir molın eritpege kondensaciyalaymız.

Úsh processtin barlıǵın izotermalıq ráwishte T temperaturasında ótkeremiz;

4) yarım ótkeretuǵın porshennin járdeminde eritpeden eritkishtin bir molın qaytadan taza eritkishke ótkeremiz.

Bul dóngelek processte islengen jumıslardıń qosındısının nolge ten bolıwı kerek; bolmaǵan jaǵdayda termodinamikanın ekinshi nızamı qaytadan buzılǵan bolar edi, sebebi barlıq process temperaturası T ǵa ten bolǵan jıllılıqtın bir rezervuarınan járdeminde ótkeriledi.

1) hám 3) processlerdi ótkergende orınlanǵan jumıslardıń shamalarınan bir birine ten, al belgilerinin qarama-qarsı ekenligin ansat tekseriwge boladı. Sonlıqtan barlıq dóngelek processte islengen jumıslardı qosqanda olar sırtqa shıǵıp qaladı.

C nasosınan járdeminde keneygende islengen jumıs (71-paragrafqa qaranız)

$$A_1 = RT \ln \frac{p'}{p}$$

shamasına ten.

Eritpeden eritkishtin bir molin taza eritkish bar ıdısqa ótkeriw ushın islengen jumıstı anıqlaymız. Bunın ushın yarımday ótkeretuǵın D porshenin onnan eritkishtin ΔV kólemi ótkendey aralıqqa jılastırıw kerek boladı. Bunday jaǵdayda porshen osmoslıq P basımına qarsı qozǵalatuǵın bolǵanlıqtan

$$A_2 = P \Delta V$$

jumısı islenedi. ΔV kólemi taza eritkishtin bir molinin kólemi bolıp tabıladı. Bunnan $\Delta V = \frac{\mu}{\rho}$ tenligine iye bolamız (μ arqalı eritkishtin molekualıq salmaǵı, al ρ arqalı onın tıǵızlıǵı belgilengen). Bunnan

$$A_2 = P \frac{\mu}{\rho}$$

tenligine iye bolamız.

$$A_1 + A_2 = 0$$

talabı (yaǵnıy A_1 menen A_2 nin qosındısın nolge ten bolıw talabı)

$$P \frac{\mu}{\rho} = -RT \ln \frac{p'}{p}$$

tenligin beredi. Bunnan osmoslıq basım P ushın

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT \ln \frac{p'}{p} \quad (4)$$

anlatpasın alamız.

Sonǵı anlatpanı túrlendiriwge boladı. $\ln \frac{p'}{p}$ shamasın

$$\ln \frac{p'}{p} = \ln \left(1 + \frac{p - p'}{p'} \right)$$

túrinde kóshirip jazamız. Basımın ózgerisi bolǵan $p - p'$ shaması júdá kishi bolǵanlıqtan $\frac{p - p'}{p'}$ shaması birden júdá kishi boladı. Bunnan juwıq túrde

$$\ln \left(1 + \frac{p - p'}{p'} \right) \approx \frac{p - p'}{p'}$$

tenligine iye bolamız.

Bul juwıq anlatpanı paydalanıp (4)-formulanı kóshirip jazamız:

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT \frac{p - p'}{p'}. \quad (5)$$

Bul formula 85-paragrafta táriyiplengen jartılay ótkizetuǵın membrananı paydalanıp osmoslıq basımdı ólshewdin ornına toyingan puwlardıń basımın tómenlewi boyınsha osmoslıq basımda esaplawǵa múmkinshilik beredi.

Mendeleev-Klapeyron formulası boyınsha osmoslıq basım P mınaǵan ten

$$P = \frac{m' RT}{\mu' V}.$$

Bul formulada m' - erigen zattın massası, μ' onın molekualıq salmaǵı. Demek, m'/μ' qatnası erigen zattın mollerinin sanına, yaǵnıy ν' shamasına ten. Bunnan

$$P = \nu' \frac{RT}{V}$$

formulası kelip shıǵadı. Ekinshi tárepten $\frac{\rho}{\mu} = \frac{m}{\mu \nu}$. Bul tenlikte m – eritkishtin massası hám μ – onın molekualıq salmaǵı. Bunnan

$$\frac{\rho}{\mu} = v \frac{1}{M}$$

tenligine iye bolamız. Bul tenlikte v arqalı eritkishtin mollarinin sanı belgilengen.

P menen ρ/μ din mánislerin (5)-anlatpağa qoysaq, onda

$$\frac{p - p'}{p} = \frac{v'}{v}$$

hám bunnan

$$\frac{p - p'}{p} = \frac{v'}{v + v'}$$

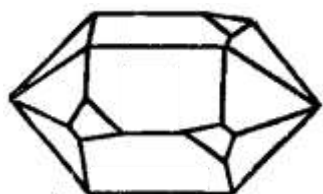
formulasına iye bolamız. Bul (3)-Raul formulası bolıp tabıladı.

X BAP

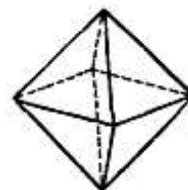
Qattı deneler

§ 87. Kristallıq hám amorf deneler. Qattı deneler ózinin fizikalıq qásiyetleri boyınsha úlken ayırmağa iye bolğan eki tipke bólinedi: 1) kristallıq hám 2) amorf.

Zattın kristallıq halının tiykarǵı belgisi anizotropiyanın bolıwınan ibarat. Onın mánisi bılayınsha túsindiriledi: *bir tekli dene hár qıylı baǵıtlarda hár qıylı qásiyetlerge iye boladı*. Mısalı, kristallıq denenin jıllıq keneyiwi koefficienti hár qıylı baǵıtlarda hár qıylı; hár qıylı baǵıtlarda kristallardıń mexanikalıq, optikalıq hám elektrlik qásiyetleri hár qıylı. Kristaldın ózine tán sırtqı belgisi onın durıs geometriyalıq formasınan ibarat. Terezelerdin betinde suw qatqanda muz kristalları tárepinen payda etilgen durıs geometriyalıq naǵıslar hámmege málim. Kristallar qabırǵalarında hám tóbelerinde kesilisetuǵın tegis qaptal betler menen sheklengen. Ádette qaptal betler bir birine salıstırǵanda simmetriyalı jaylasadı. Mısalı, kvarc altı qaptallı piramidalar menen tewsiletuǵın altı qaptallı prizma tárizli formaǵa iye (220-súwret); ashıwtaslar⁴⁶ oktaedr (221-súwret), tas duzı kub formasına iye boladı h.t.b. Bir kristallıq zattın hár qıylı úlgerindegi qaptal betlerdin arasındǵı múyeshler qatan túrde turaqlı boladı. Mısalı, kvarc kristallarında prizma menen piramidanın qaptal betlerinin arasındǵı múyesh $38^{\circ}13'$.



220-súwret. Kvarc kristallı.



221-súwret. Ashıwtaslar kristallı.

Amorf deneler bolsa izotrop, yaǵnıy olar barlıq baǵıtlarda birdey qásiyetlerge iye.

Kristallar belgili bolıp baǵıtlanǵan tegisliklerge iye boladı hám olardıń kópshiligi sol tegislikler boyınsha ayırıqsha ansat bólinedi. Mısalı, tas duzının kristalları bir birine perpendikulyar bolǵan tegisliklerde ansat bólinedi, sonlıqtan tas duzının ayırım bóleksheleri parallelipedlerdin formasına iye; slyuda júdá juqa plastinkalargá jenil bólinedi. Eger amorf denelerdi bóletuǵın bolsaq, onda olardıń sınıw beti tegis bolmaydı; shiyshenin bir bólegin sıdırsa, onda pútkilley durıs emes hám tosattan alınatuǵın formaǵa iye sınıqlardı payda etedi.

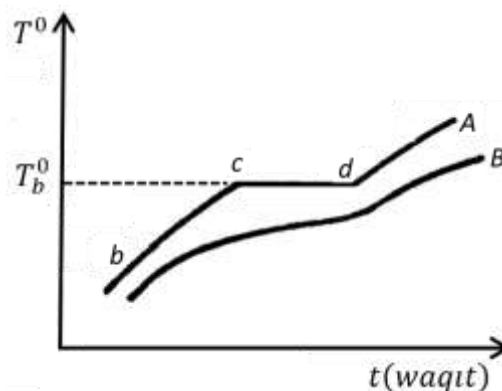
Balqıǵanda, yaǵnıy suyıq halǵa ótkende kristallıq hám amorf denelerdin qásiyetleri hár qıylı. Hár bir kristallıq dene ózinin belgili balqıw temperaturasına iye. 222-súwrette A iymekligi kristallıq deneni ten ólshewli qızdıǵanda temperaturanın waqıt boyınsha ózgeriwin beredi. Iymeklikten bc bólimi kristaldı qattı haldaǵı qızdıruwǵa sáykes keledi. T_b temperaturasına jetkende denenin bunnan bılayǵı qızıwı toqtaydı. Sebebi bunday jaǵdayda berilgen jıllıqtın barlıǵı qattı haldan suyıq halǵa ótiw ushın jumsaladı (*balqıw temperaturası*). d noqatı denenin barlıǵının suyıq halǵa ótiw momentine sáykes keledi. Iymeklikten bunnan keyingi kóteriliw bólimi suyıqlıqtın qızıwına tiyisli. Balqıwdın júrisinin usınday bolatuǵınlıǵın muz beredi: erigende muzdın temperaturası usı muz erip suwǵa tolıq aylanaman degen she turaqlı 0°C shamasına ten bolıp qaladı. Amorf deneler bolsa balqıǵanda temperatura menen waqıttın arasındǵı ǵárezlik 222-súwrettegi B iymekliginin túrindey boladı. Bul iymeklikte tek iyiliw noqatı bolıp, bul noqat jumsarıw intervalına tiyisli; dene qattı haldan suyıq halǵa úzliksiz ótedi. Bul jaǵday amorf denelerdin úlken jabısqaqlıqqa iye bolǵan suyıq deneler menen jaqınlastıradı.

⁴⁶ Ashıwtaslar (rus tilinde kvazcı) – kúirt qıshqıl qos duzlardıń kristalgidratları bolıp tabıladı (Awdarıwshılar).

Amorf denelergé úlgi sıpatında shiyshe, hár qıylı shiyshe tárezli zatlar, smolalar, bitumlar h.t.b. xızmet etedi.

Geypara jaǵdaylarda aldın ala balqıtılǵan kristallıq zattı salqınlatqanda payda boladı. Ástelik penen salqınlaǵanda temperaturanın mánisi balqıwdın jasırın jılıwı shıǵıp bolmastań hám zat kristallıq fazaǵa ótpesten burın balqıw temperaturasınıń mánisinen tómen bolıwı múmkin. Bunday jaǵdayda jabısqaqlıq sonshama joqarılaydı, gáptin ádettegi mánisinde zat suyıq bolıwın toqtatadı hám shiyshe tárizli halǵa ótedi. Usınday zat *asa salqınlatılǵan suyıqlıq* dep ataladı. Asa salqınlatılǵan suyıqlıq ornıqlı emes: waqıttın ótiwi menen bunday zatta kristallizaciya processı júzege keledi.

222-súwret.
Kristallıq (A) hám amorfliq (B) denenin
balqıwındaǵı temperaturanın waqıtqa
baylanıslı ózgeriwiniń iymeklikleri.



Sonǵı waqıtları *polimerler* dep atalatuǵın zatlardı payda etetuǵın organikalıq birikpelerden turatuǵın amorf deneler ózlerine ayırıqsha dıqqattı qaratpaqta. Bunday zatlarda ápiwayı birikpelerdin molekulaları (monomerler) gruppalarǵa birikken. Mısalı, monomer S_2N_4O (paraldegid) polimerdi beredi (acetaldegid). Onın hár bir molekulası paraldegidtin $(S_aN_4O)_3$ úsh molekulasınan turadı. Polimerizaciyanın júdá joqarı dárejelerinin júzege keliwi múmkin. Bunday jaǵdayda ádette sabaq tárizli bolǵan bir gruppǵa monomerdin bir neshe mın molekulası birigedi. Sáykes bolǵan amorf qattı dene usınday sabaq tárizli molekulalardıń bir túydek sabaǵın payda etedi. Mısal retinde tábiyiy hám jasalma kauçuklar hám basqa da plastmassalar xızmet etedi.

Birinshi ret qaraǵanda kristallıq qattı denelerdin sanı kóp emestey bolıp kórinwi múmkin. Biraq, tek formasının sırtqı simmetriyasına jáne anizotropiyaǵa iye bolǵan zatlar ǵana kristallıq strukturaǵa iye bolıp qoymaydı. Sırttan hám tikkeley qaraǵanda kristallıq struktura tek úlken bolǵan kristallarda ǵana baqlanadı. Bunday kristallıq zatlardın qatarına kvarctın tábiyiy kristalları (taw xrustallı), tas duzının bóleklerinde h.t.b zatlarda baqlanadı. Bunday kristallar monokristallar dep ataladı. Qattı denelerdin kópshiligi mayda kristallıq yamasa *polikristallıq* strukturaǵa iye. Duzlardın kristalları ayırım mikroskopiyalıq kristallardıń jıynaǵınan turadı. Qanday da bir duzdın eritpesinen jasalma túrde úlken kristallın ósiriliwi múmkin.

Barlıq metallar da polikristallıq strukturaǵa iye boladı. Metaldın ayırım mayda kristalları bir birin qasında molekulalıq kúshlerdin bar bolıwı sebepli uslasıp turadı. Usının saldarınan usınday mayda kristallardıń barlıq agregatı metaldın bir bólegin payda etedi hám ol sırttan tikkeley qaraǵanda tutas bolıp kórinedi. Kishi kristallardıń tártipsiz orientaciyasına baylanıslı metaldın bir kesegi tutası menen anizotropiyaǵa iye emes. Biraq onın quramındaǵı ayırım mayda kristallar anizotroplıq qásiyetke iye.

Metallardıń polikristallıq strukturasın metaldın polirovkalanǵan betin qaraǵanda anǵarıwǵa boladı; geypara jaǵdayda sol mayda kristallardıń ózi de iri boladı hám sonlıqtan olardı kóz benen kóriw, al geypara kristallarda bolsa sonshama mayda bolıp, olardı mikroskoplardın járdeminde baqlaydı.

Sonǵı waqıtları hár qıylı metallardıń monokristalların alıw usılları islep shıǵılǵan. Kópshilik jaǵdaylarda monokristallardı balqıtılǵan zatlardı salqınlatıw arqalı aladı. Salqınlatqanda balqıǵan massada ádette kristallizaciyanın bir neshe orayları (yadroları) payda boladı; usı oraylarda payda

bolğan mayda kristallar keyin hár qıylı bağıtlarda hár qıylı tezlikler menen ósedi hám olardıń barlıǵı polikristallıq strukturanıń payda bolıwına alıp keledi. Monokristaldıń alınıwı ushın tek bir yadronıń ósiwı ushın sharayatlardı jaratıw kerek. Balqıǵan zattıń en tómengi ushına kishkene ǵana monokristaldı (onı "zatravka" dep ataydı) ornalastırıw hám usı en tómengi bólimnen baslap ástelik penen salqınlatıw jolı menen ádewir úlken ólshemlerge iye bolğan metall monokristallardı alıwǵa boladı (mısalı, uzınlıǵı 20 sm hám onnan da úlken bolğan sterjen túrindegi).

En ulıwma túrde kristallardıń simmetriyası E. S. Fedorov tárepinen tallandı hám ol kristallarda bólekshelerdi jaylastırıwdıń 230 usılınıń bar ekenligin kórsetti. Usınıń menen birge Fedorov kristallardıń simmetriyası menen olardıń ximiyalıq quramı arasındaǵı baylanıstı anıqlap, kristalloximiyalıq tallaw usılın berdi.

Kristaldıń sırtqı simmetriyası onıń quramındaǵı bólekshelerdin simmetriyalı jaylasıwlarınń nátiyjesi bolıp tabıladı. Bul ideya XVIII ásirde payda bolğan edi. Házirgi waqıtları biz kristallardaǵı atomlardıń bir birine salıstırǵanda simmetriyalı jaylasıp, *kenisliklik pánjereni payda etetuǵınlıǵın* jaqsı bilemiz. Bul dálil kristallıq pánjereden rentgen nurlarınıń difrakciyasın alıwdıń múmkinshiligi menen tiykarlanǵan (III tomǵa qaranız).

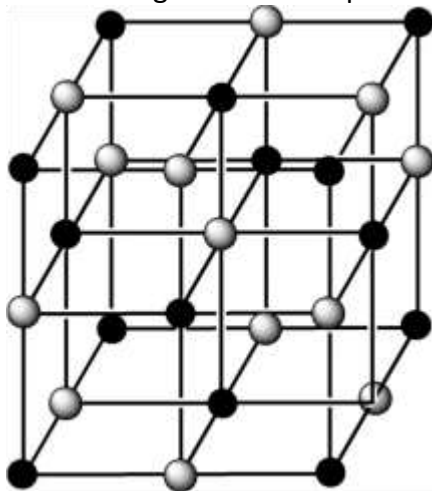
Qattı deneni payda etetuǵın hár bir atom qonsılas bolğan barlıq atomlardıń óz-ara tásirlesiw kúshlerinin tásirinde turadı. Atomlar kenisliklik pánjerenin múyeshlerinde jaylasqan jaǵdayda atomlardıń hár birine tásir etetuǵın barlıq kúshler bir birin kompensaciyalaydı hám atom ten salmaqlıq halda jaylasadı. Atomlardıń usınday jaylasıwlarına óz-ara potentsiallıq energiyanın minimumı saýkes keledi hám ol kristaldıń tutası menen alǵanda bekkemligin támiyinleydi.

Solay etip, kristall quramalı arxitektorlıq qurılısqa iye, onıń bekkemligi onıń ishki simmetriyası menen baylanıslı.

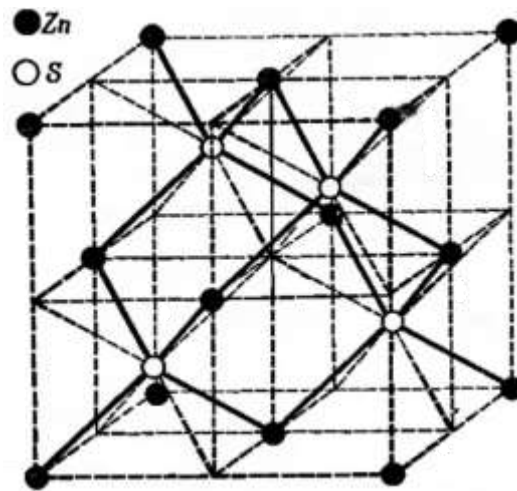
Kristaldı payda etetuǵın atomlardıń arasındaǵı óz-ara tásirlesiw kúshleri hár qıylı xarakterge iye. Duzlardıń kristallarında atomlar elektr zaryadlarına iye, olar ionlar bolıp tabıladı. On hám teris ionlar tutası menen alınǵan kristaldıń neytral bolatuǵında bolıp dizilisip jaylasqan. Bunday *ionlıq pánjerede* (onı *geteropolyar* dep te ataydı) bólekshelerdin arasındaǵı óz-ara tásirlesiw kúshleri tiykarınan elektrlik bolıp tabıladı.

223-súwrette tas duzın (NaCl) kublıq pánjeresi kórsetilgen; bunday pánjere en ápiwayı pánjerelerdin qatarına kiredi hám kublıq sistemaǵa kiredi. Natriydıń atomları qara dóngelekler menen súwretlengen, olar on zaryadqa iye, yaǵnıy on ionlar bolıp tabıladı. Xlor atomları aq dóngelekler menen súwretlengen, olar teris zaryadqa iye, yaǵnıy teris ionlar bolıp tabıladı.

224-súwrette cink obmankasın (ZnS) kenisliklik pánjeresi kórsetilgen. Qara dóngelekler on Zn ionların, al aq dóngelekler teris S ionların súwretleydi. Cink obmankasın pánjeresi tas duzın pánjeresine salıstırǵanda ádewir quramalıraq.



223-súwret. Tas duzın kristallıq pánjeresi.



224-súwret. Cink obmankasın kenisliklik pánjeresi.

Ximiyalıq jaqtan ápiwayı bolğan denelerde kenisliklik pánjereni payda etetuǵın atomlardın barlıǵı neytral. Bunday kristaldın pánjeresi *atomlıq* yamasa *gomeopolyar* pánjere dep ataydı.

Atomlıq pánjeredegi óz-ara tásirlesiw kúshlerinin tábiyatın tek kvantlıq mexanikanın tiykarında túsindiriw múmkin.

225-súwrette almazdın kristallıq pánjeresindeki atomlardın jaylasıwı kórsetilgen.



225-súwret.
Almazdın kenisliklik pánjeresi.

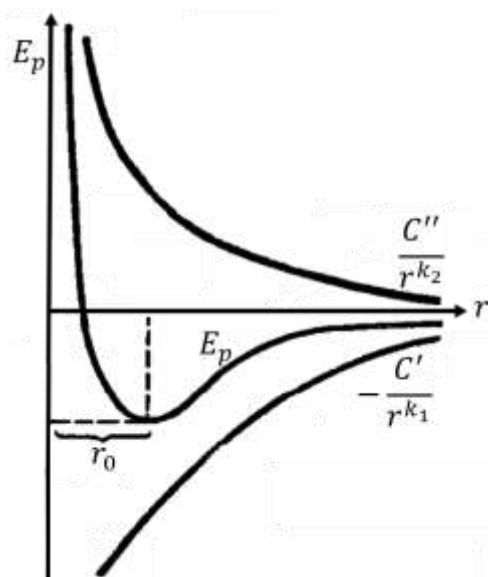
Ionlıq pánjereler (NaCl tipindegi) menen atomlıq pánjerelerden (almaz tipindegi) basqa molekualıq pánjerelerdi hám metallardıń pánjerelerin qaraw qabil etilgen; birinshileri tiykarınan kóp atomlı ximiyalıq birikpelerdin kristallarına, mısalı, P_2O_5 , SO_3 h.t.b. kristallarına tiyisli. Ekinshisi joqarı elektr ótkizgishlikke iye hám metallıq jıltıraqlıǵı bar kristallar ushın tán. Turpayı túrde aytqanda metall kristallardı ishinde bir birinen belgili qashıqlıqta on ionlar jaylasqan elektronlıq bult túrinde kóz aldığa keltiriwge boladı.

Kristallıq pánjerenin ornıqlı ten salmaqlıq halının bar bolıwı kristaldı payda etetuǵın bóleksheler arasında qısqanda iyterilis kúshlerinin, al sozǵanda tartılıs kúshlerinin payda bolatuǵınlıǵın kórsetedi. Bul jaǵdaydı bólekshelerdin arasında bir waqıtta r den hár qıylı ǵárezli bolğan tartılıs hám iyterilis kúshlerinin bar bolıwı menen túsindiriwge boladı. Ten salmaqlıq awhalda bul kúshler bir birine ten. Qonsilas bólekshelerdin arasındaǵı r qashıqlıq kemeygende iyterilis kúshlerinin shaması tartılıs kúshlerinin shamasınan úlken, al bul qashıqlıqtın shaması úlkeygende tartılıs kúshlerinin shaması iyterilis kúshlerinin shamasınan úlken boladı.

§ 88. Kristallıq pánjerenin energiyası. Kristallıq pánjerenin potenciallyq energiyası E_p shamasın mına túrde kórsetiwge boladı (61-paragraf):

$$E_p = -\frac{C'}{r^{k_1}} + \frac{C''}{r^{k_2}}. \quad (1)$$

Bul formuladaǵı birinshi aǵza $-\frac{C'}{r^{k_1}}$ tartılıs kúshine, al ekinshi aǵza $\frac{C''}{r^{k_2}}$ iyterilis kúshine sáykes keledi. 226-súwrette bul aǵzalardıń hám potenciallyq energiya E_p nı súwretleytuǵın olardıń qosındısınn pánjeredegi qonsilas atomlar arasındaǵı qashıqlıq r den ǵárezligin súwretleytuǵın iymeklikler kórsetilgen. $k_2 > k_1$ bolğan jaǵdayda r kishireygende iyterilis kúshleri tartılıs kúshlerine salıstırǵanda tezirek úlkeyedi. Bul kristaldın qısılwǵa qarsılıq kórsetetuǵınlıǵın túsindiredi. $r = r_0$ mánisine potencial shuqırdaǵı en teren orın sáykes keledi; r_0 din mánisi sırtqı kúshlerdin tási bolmaǵan jaǵdaydaǵı kristaldaǵı bólekshelerdin arasındaǵı qashıqlıqqa sáykes keledi. Ten salmaqlıq ornının átirapında bóleksheler potensial shuqırdın sheklerin shıqpay úlken emes terbeliske keliwi múmkin. Ten salmaqlıq orınların átirapındaǵı usınday terbelislerge kristallardaǵı jıllılıq qozǵalısları alıp kelinedi.



226-súwret.

Kristallıq ionlıq pánjerenin E_p potenciallıq energiyasının ionlar arasındaqı qashıqlıq r den gárezligi.

Kristallıq pánjerelerdin teoriyası Born hám basqa da fizikler tárepinen rawajlandırıldı. Born (1)-formuladağı k_1 hám k_2 kórsetkishlerin bilip, kristallardın serpimli qásiyetlerin, kristallardın payda bolıw energiyasın, onın optikalıq qásiyetlerin h.t.b. esaplawğa bolatuǵınlıǵın kórsetti. Geteropolıyar pánjereler ushın tájiriýbelerdin nátiýjeleri menen sáykes keltiriw ushın $k_1 = 1$ hám $k_2 = 9$ dep alıw kerek. Gomeopolıyar pánjereler ushın k_2 onnan da úlken mániske iye boladı.

En ápiwayı bolǵan NaCl tipindegi kublıq kristallıq pánjerenin energiyasın esaplawdı sxema túrinde tómendegidey túrde kórsetiwge boladı.

Zaryadları $-e$ hám $+e$ bolǵan, bir birinen r_0 qashıqlıǵında jaylasqan eki izolyaciyalanǵan ionnıń potenciallıq energiyası

$$E'_p = -\frac{e^2}{r_0} \quad (2)$$

formulasının járdeminde esaplanadı.

Pánjerenin ishindegi eki qonsılas ionlardın potenciallıq energiyası eki sebepekke baylanıslı bul shamadan úlken boladı: 1) hár bir ionǵa onın en jaqın qonsısı emes, al basqa ionlar da tásir etedi; 2) ionlar bir biri menen tásirlesip óz-ara polıyarızaciyanı júzege keltiredi, al bul jaǵday iyterilis kúshlerinin payda bolıwına alıp keledi [(1)-formuladağı ekinshi aǵza].

Esaplawlar NaCl tipindegi kristallar ushın (2)-formulanın

$$E'_p = -0,2582 \frac{e^2}{r_0} \quad (2a)$$

túrindegi formula menen alıstırılıwın kerek ekenligin kórsetedi.

(2a) formulası menen anlatılátuǵın potenciallıq energiya san jaǵınan pánjerenin eki atomın suwırıp alıp, olardı sheksizlikke shekem qashıqlastırǵanda islengen jumısqa ten. Basqa sóz benen aytqanda onın shaması pánjerenin ishindegi eki qonsılas ionnıń arasındaqı baylanıs energiyasın úziw ushın islengen jumısqa ten. Zattın bir molinde ionlardın N_A dana jubı boladı hám kublıq pánjerede hár bir ion 6 qonsılas ionǵa iye; solay etip, bir moldin quramına kiretuǵın barlıq ionlardı bir birinen sheksiz úlken qashıqlıqqa tarqatıw ushın $6N_A$ dana baylanıstı úziw kerek boladı.

Bunnan bir molge sáykes keletuǵın pánjerenin potenciallıq energiyası E_p nın shaması $6N_A E'_p$ shamasına ten eken, yaǵnıy:

$$E_p = -0,2582 \frac{e^2}{r_0} 6N_A \quad (3)$$

formulasının járdeminde esaplanadı.

Kublıq pánjerede qonsılas ionlardın arasındaqı qashıqlıq r_0 di bılayınsha anıqlaymız: eger qarap atırılǵan kristaldın tıǵızlıǵı ρ , molekualıq salmaǵı hám bir moldin kólemi V_0 shamalarına

ten bolsa, onda

$$V_0 = \frac{\mu}{\rho}.$$

Bir elementar kublıq pánjerege sáykes keletuǵın $v = r_0^3$ kólemdi V_0 di bir moldegi elementar kublıq qutılardıń sanına bóliw jolı menen tabamız. Al sonday elementar qutılardıń sanı bir moldegi ionlardıń sanına, yaǵnıy $4N_A$ shamasına sáykes keledi. Sonlıqtan

$$r_0^3 = \frac{V_0}{2N_A} = \frac{\mu}{2\rho N_A}$$

Bunnan

$$r_0 = \sqrt[3]{\frac{\mu}{2\rho N_A}} \quad (4)$$

anatpasına iye bolamız.

Bul mánisti potentsiallıq energiya ushın jazılǵan (3)-formulaǵa qoysaq, onda

$$E_p = -0,2582 \cdot 6 \cdot e^2 \sqrt[3]{\frac{2\rho N_A^4}{\mu}} \quad (5)$$

anatpası kelip shıǵadı. e menen N ler konstantalar bolǵanlıqtan, songı anatpanı bilayınsha jazıw múmkin:

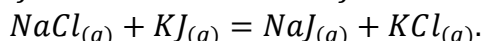
$$E_p = -K \sqrt[3]{\frac{\rho}{\mu}}. \quad (5a)$$

Eger ρ nı g/sm^3 larda, μ dı molge sáykes keletuǵın grammlarda hám E_p nı kaloriyalarda anǵartsaq, onda K nın mánisi 545 ke ten boladı.

CsCl hám CaF_2 tipindegi kristallıq pánjereler ushın K konstantasınıń basqa sanlı mánisine iye (5a) ǵa uqsas bolǵan formulalar alınadı.

Bornnıń esaplawların eksperimentlerde tikkeley tekserip kóriw qıyın, sebebi biz qattı kristaldı erkin ionlardıń jıynaǵına aylandıra almaymız. Al, esaplawlardıń durısıǵı janapay usıllar menen bir neshe usıllardıń járdeminde tastıyıqlandı.

Mısal retinde $NaCl$ hám KJ duzlarınan KCl hám NaJ duzlarına aylanıw reaksiyasın qaramız:



Bul jerde (q) indeksleri sáykes zatlardıń qattı kristallıq fazasına tiyisli ekenligin bildiredi. Aylanıs energiyası ΔU mınaǵan ten boladı:

$$\Delta U = -[E_p(NaCl) + E_p(KJ)] + [E_p(NaJ) + E_p(KCl)]$$

hám, usıǵan sáykes, (5a) formula boyınsha ΔU dın shaması $NaCl$ menen KJ birikpelerinin kristallıq pánjerelerinin $E_p(NaCl)$ hám $E_p(KJ)$ potentsiallıq energiyaları boyınsha esaplanıwı múmkin. Ekinshi tárepten, birinshi jaqınlasıwda aylanıs energiyası ΔU eritpeler dissociaciya tolıq bolatuǵınday júdá ázzi dep shárt qoyǵan jaǵdaydaǵı q duzlarınan eriw jıllılıqlarının ayırmasına ten:

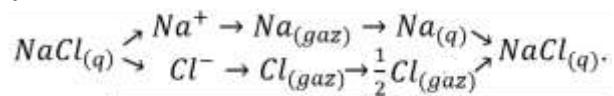
$$\Delta U = \sum q = [q(NaCl) + q(KJ)] - [q(NaJ) + q(KCl)].$$

XII kestede bir qatar duzlar ushın ΔU shamasının esaplanǵan mánisleri hám $\sum q$ shamasının eriw jıllılıǵı boyınsha tabılǵan mánisleri salıstırılǵan.

Reakciya	ΔU	$\sum q$
$\text{KCl} + \text{LiBr} = \text{KBr} + \text{LiCl}$	+4	+3,6
$\text{KCl} + \text{LiJ} = \text{KJ} + \text{LiCl}$	+7	+7,2
$\text{KCl} + \text{NaBr} = \text{KBr} + \text{NaCl}$	+3	+2,0
$\text{KCl} + \text{NaJ} = \text{KJ} + \text{NaCl}$	+5	+3,4

Eger $\sum q$ shamasının eksperimentlerde joqarı emes dálleklerde anıqlanatuǵınlıǵın esapqa alsaq (salıstırmalı úlken shamalardıń kishi ayırması), onda ΔU menen $\sum q$ shamalarınan arasındaǵı sáykeslikti jaqsı sáykeslik dep esaplawǵa boladı.

Tekseriwdin ekinshi usılı Born-Gaberdin dóngelek processin qarawǵa alıp kelinedi. NaCl ushın bul process mınaday sxemanın járdeminde kórsetiledi:



Dáslep biz qattı kristallıq NaCl dın bir moli erkin Na^+ hám Cl^- ionlarınan jıynaǵına ajıraladı dep kóz aldımızǵa keltiremiz; bunnan ushın pánjerenin potenciallıq energiyası E_p shamasına ten jumıs islenedi. Bunnan keyin Na^+ hám Cl^- ionlıq gazi neytral bolǵan $\text{Na}_{(gaz)}$ hám $\text{Cl}_{(gaz)}$ atomlıq gazlerine aylanadı. Atomlıq gazlerge aylanıw ushın bir molge sáykes keletuǵın san mánisi $A_j(\text{Na})$ hám $A_j(\text{Cl})$ shamalarına ten jumısları islenedi. Bunnan keyin $\text{Na}_{(gaz)}$ gazi qattı metallıq natriyge [puwlanıw jıllılıǵı $L(\text{Na})$ shamasına ten jumıs islenedi] hám ádettegi eki atomlıq gaz tárizli Cl_2 xlordın molinin yarımına ten atomlıq $\text{Cl}_{(gaz)}$ gazine aylanadı [dissociaciya jıllılıǵı $\frac{1}{2}q(\text{Cl})$ shamasına ten jumıs islenedi]. En aqırında metall natriyden hám gaz tárizli xlordan ximiyalıq reakciya jolı menen qaytadan NaCl dın bir moli alınadı. Bunday jaǵdayda $Q(\text{NaCl})$ shamasına ten molekulanın payda bolıwına sáykes keletuǵın jıllılıq bólinip shıǵadı. Dóngelek processte barlıq jumıslardıń, berilgen hám alınǵan jıllılıqlardıń (jumıslarǵa ekvivalent bolǵan) qosındısı nolge ten. Sonlıqtan, mınaday tenlikti alamız:

$$-E_p = A_j(\text{Na}) + A_j(\text{Cl}) + L(\text{Na}) + \frac{1}{2}q(\text{Cl}) + Q(\text{NaCl}).$$

Eger bul tenlikten on tárepinde turǵan shamalardıń hár birin ólshese, onda E_p nın mánisin tabıwǵa boladı. Haqıyqatında, tikkeley eksperimentallıq anıqlawǵa teris Cl^- ionının payda bolıwı ushın sarıplangan jumıstan basqa shamalardıń barlıǵı da anıqlanadı. Janapay kóz-qaraslar boyınsha $A_j(\text{Cl})$ shamasın juwıq túrde -90 kal/mol shamasına ten dep esaplawǵa boladı. Bunday jaǵdayda empirikalıq $A_j(\text{Na}) = 117 \text{ kal}$, $L(\text{Na}) = 27 \text{ kal}$, $\frac{1}{2}q(\text{Cl}) = 29 \text{ kal}$, $Q(\text{NaCl}) = 98 \text{ kal}$ mánislerin paydalanıp NaCl pánjeresinin energiyasın -180 kal/mol shamasına ten dep juwmaq shıǵaramız. Eger (5a) formulasına tas duzı ushın $\mu = 58,5 \text{ g/mol}$ hám onıń tıǵızlıǵın $\rho = 2,16 \text{ g/cm}^3$ ekenligin itibarǵa alsaq, onda $E_p = -182 \text{ kal/mol}$ shamasına iye bolamız.

Kristallıq pánjerelerdin dálirek teoriyasının, ásiyese olardıń qásiyetlerinin tómengi temperaturalarda qanday bolatuǵınlıǵın kórsete alatuǵın teoriyanın kvantlıq mexanikaǵa tiykarlangan bolıwı kerek.

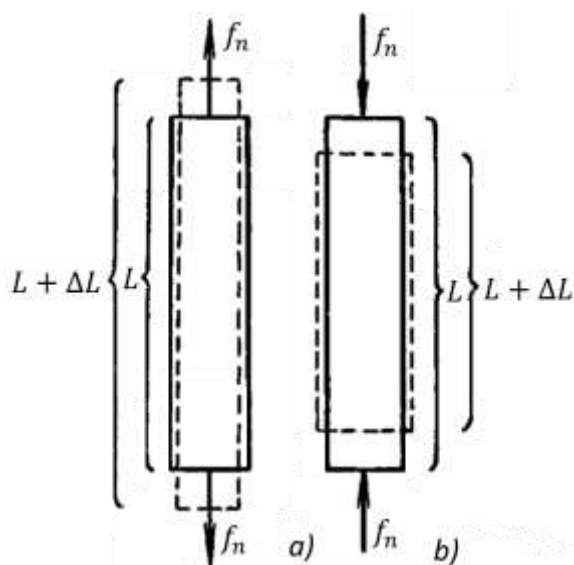
§ 89. Qattı denelerdin deformaciyaları. Sırtqı kúshlerdin tásirinde qálegen qattı dene *deformaciyalanadı*, yaǵnıy ózinin formasın ózgertedi. Kúshin tásiiri toqtaǵannan keyin joǵalatuǵın deformaciyanı *serpimli* deformaciya dep ataydı. Mısalı, serpimli túrde sozılǵan prujina sozatuǵın kúshin tásiiri toqtaǵannan keyin ózinin dáslepki uzınlıǵın qabıl etedi. Kúshin belgisi ózgergende serpimli deformaciyanın da belgisi ózgeredi. Mısalı, sozatuǵın kúshin tásirinde prujinanın uzınlıǵı artadı, al qısıwshı kúshin tásirinde ol qısqaradı. Guk tárepinen tabılǵan nızam boyınsha deformaciyanın shaması Δx tásir etetuǵın kúshin shaması f ke proporcional:

$$\Delta x = Kf. \quad (1)$$

Bul tenlikte K arqalı berilgen qattı denenin berilgen deformaciyası ushın turaqlı shama belgilengen.

En ápiwayı bolğan *boylyq sozılıw* yamasa *bir jaqlı qısıw* deformaciyasın qaraymız⁴⁷. Uzunlıǵı L ge, kese-kesiminin maydanı S ke hám ushına f_n kúshi túsilgen bir tekli sterjendi kóz aldımızǵa keltiremiz. Usı f_n kúshinin tásirinde sterjennin uzunlıǵı ΔL shamasına sozıladı. Sozatuǵın kúshlerdi on dep esaplaymız, bul jaǵdayda (227-a súwret) ΔL de on, yaǵnıy sterjen sozıladı. Qısatuǵın kúshlerdi teris dep esaplaymız (227-b súwret). ΔL shamasının mánisi de teris. Bul bir jaqlı qısıwda sterjennin uzunlıǵı L nin kemeyetuǵınlıǵın anǵartadı.

Deformaciyanın xarakteristikası ushın sozılıwdın absolyut mánisi ΔL emes, al salıstırmalı sozılıw $\Delta L/L$ ádewir áhmiyetke iye. Bul, mısalı, birdey materialdan islengen hám kese-kesiminin maydanları birdey bolğan, birinshisinin L uzunlıǵı 2 sm, al ekinshisinin uzunlıǵı 10 m bolğan eki sterjendi $\Delta L = 1$ shamasına sozıw ushın hár qıylı kúshlerdin túsiwinin kerek ekenligi óz-ózin túsiniqli. Usınday sterjenlerdin olardin uzunlıǵının belgili bir bólimine (mısalı mınnan birine) sozıw ushın birdey f kúshi talap etiledi. Solay etip deformaciyanı uzunlıqtın salıstırmalı ózgeriwi $\Delta L/L$ menen táriyiplew kerek boladı.



227-súwret.
Sozıw (a) hám qısıw (b) deformaciyaları.

Hár qıylı S kese-kesimge iye bolğan sterjenlerde birdey kúshin tásirinde sterjen juwan bolğan sayın, yaǵnıy S tin shaması úlken bolğan sayın salıstırmalı deformaciya $\Delta L/L$ din shaması kishi boladı. Bunnan serpimli sozılıw (qısıw) deformaciyası ushın $\Delta L/L$ salıstırmalı deformaciya f_n/S shamasına, yaǵnıy sterjennin kese-kesiminin bir birligine sáykes keletuǵın kúshke proporcional boladı. Bul $\frac{f_n}{S} = p_n$ shamasın *kernew* dep ataydı.

Bunday jaǵdayda en aqırında

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha \frac{f_n}{S}$$

yamasa

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha p_n \quad (2)$$

formulasına iye bolamız. Bul formuladaǵı sterjen soǵılğan materialdın ǵázelli bolğan α koefficientin *serpimlilik koefficienti* dep ataydı.

α serpimlilik koefficienti menen bir qatarda oǵan keri bolğan shamadan da paydalanadı:

$$E = \frac{1}{\alpha} \quad (4)$$

Bul shamalı *serpimlilik moduli* yamasa *YUng moduli* dep ataydı. (2)-anlatpaǵa α nin ornına

⁴⁷ Bir jaqlı qısıwdı *barlıq tárepler boyınsha* qısıwdan ayıradı. Bunday jaǵdayda dene barlıq táreplerden qısıladı. Bunnan bılay biz tek bir táreplik qısıwdı qaraymız.

YUng moduli E ni qoyıp

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{E} p_n \quad (2a)$$

formulasına iye bolamız.

(2)- hám (2a) formulalarınan mınalargá iye bolamız

$$\alpha = \frac{\Delta L/L}{p_n}, E = \frac{p_n}{\Delta L/L}. \quad (4)$$

Bul formulalardan mınaday juwmaqlar shıǵaramız: α serpimlilik koefficienti kernew p_n nin bir birligine sáykes keletuǵın $\Delta L/L$ salıstırmalı uzayıw bolıp tabıladı; E YUng moduli san jaǵınan $\Delta L/L$ salıstırmalı uzayıwdın bir birligine sáykes keletuǵın kernew p_n nin mánisine ten.

Salıstırmalı sozılıw $\frac{\Delta L}{L} = 1$ bolǵan jaǵdayda (bunday jaǵdayda $\Delta L = L$) san mánisi boyınsha YUng moduli E sterjennin uzınlıǵın eki ese arttırıw ushın kerek bolǵan kernew p_n ge ten. Biraq, haqıyqatında, materiallardın basım kópshiligi eki ese sozılaman degenşe úziledi. Sonlıqtan sterjenge san mánisi boyınsha YUng moduline ten bolǵan kernewdi túsiriwge bolmaydı.

Dáslepki uzınlıǵı L_0 bolǵan sterjenge p_n kernewi túsirilgen bolsın. Bunday jaǵdayda sterjennin jana uzınlıǵı mınaǵan ten boladı:

$$L = L_0 + \Delta L.$$

(2)-formula boyınsha

$$\Delta L = \alpha L_0 p_n$$

tenligi orınlanatuǵın bolǵanlıqtan, sterjennin jana uzınlıǵı L mınaǵan ten boladı:

$$L = L_0(1 + \alpha p_n). \quad (5)$$

Bul formuladan serpimli deformaciyalardıń sheginde sterjennin uzınlıǵının p_n kernewge baylanıslı sızıqlı ózgeretuǵınlıǵı kórinip tur. Sozǵanda yamasa qusqanda sırtqı kúshler jumıs isleydi. (2-a) formuladan sterjenge hár bir momentte túsken kúshtin

$$f_n = \frac{ES}{L} \cdot \Delta L$$

shamasına ten ekenligi, yaǵnıy deformaciya waqıtında kúshtin turaqlı bolıp qalmaytuǵınlıǵı, al sterjennin uzınlıǵının ΔL ózgerisine proporcional ekenligi kórinip tur. 25-paragrafta biz usınday ózgermeli kúshtin jumısın anıqlaǵan edik. Al házir kúshtin mánisin basqasha usıl menen esaplaymız. Meyli sterjennin uzınlıǵı L shamasınan $L + \Delta L$ shamasına shekem ózgeretuǵın bolsın. Onda islengen jumıs mınaǵan ten

$$A = \bar{f}_n \Delta L$$

ge ten. Bul tenlikte $\bar{f}_n$ shaması kúshtin ortasha mánisi bolıp tabıladı. ΔL sozılıwǵa baylanıslı f_n kúshtin sızıqlı túrde ózgeretuǵınlıǵına baylanıslı kúshtin bul ortasha mánisi $f_n = 0$ ($\Delta L = 0$ bolǵan jaǵdayda) hám $f_n = \frac{ES}{L} \cdot \Delta L$ shamalarınan arifmetikalıq ortasha mánisine ten, yaǵnıy

$$\bar{f}_n = \frac{1}{2} \frac{ES}{L} \cdot \Delta L,$$

al bunnan

$$A = \frac{1}{2} \frac{ES}{L} \cdot \Delta L^2$$

anlatpasına iye bolamız.

Bul jumıs serpimli deformaciyalanǵan sterjennin potenciallyq energiyasın payda etiw ushın jumısaladı:

$$E_p = \frac{1}{2} \left(\frac{ES}{L} \right) \Delta L^2 \quad (6)$$

Solay etip, serpimli deformaciyalanǵan sterjennin potenciallyq energiyası *deformaciyanın kvadrattı bolǵan ΔL^2 shamasına proporcional* eken. Boylıq sozılıw yamasa qısılwı deformaciyası deformaciyalanatuǵın sterjennin kóldenén kesimlerinin ózgerisi menen birge júredi.

Boylıq sozılıwda sterjen kóldenén qısılwıdı, al boylıq qısılwıda kóldenén keneyiwdi beredi.

Sterjennin juwanlıgının salıstırmalı ózgerisi $\Delta d/d$ tásir etetuǵın p_n kernewge tuwrı proporcional:

$$\frac{\Delta d}{d} = \beta p_n. \quad (7)$$

β koefficienti *boyılıq sozılıwdaǵı kóldenén qısıılıw koefficienti dep ataladı.*

$$\sigma = \frac{\beta}{\alpha}$$

qatnası *Puasson koefficienti* dep ataladı. Puasson koefficienti ushın jazılǵan anlatpanı paydalanıp, biz (7)-formulanı

$$\frac{\Delta d}{d} = \alpha \sigma p_n \quad (7a)$$

túrinde jaza alamız.

Izotrop denelerdin (hám metallardın) kópshiligi ushın Puasson koefficienti ózinin sanlıq mánisi boyınsha $\frac{1}{4}$ ke jaqın.

Jılıw deformaciyası dep atalatuǵın jáne bir ápiwayı deformaciyanı qaraymız.

Jılıw deformaciyası tegislikke urınba baǵıtta túsirilgen f_t kúshinin tásirinde júzege keledi (228-súwret). Bunday kúshin tásirinde denenin qatlamları bir birine salıstırǵanda jılısadı hám kúsh túsken betke perpendikulyar bolǵan hár bir fizikalıq ab tuwrısı (yaǵnıy qattı denenin belgili bolǵan bóleksheleri menen baylanıslı bolǵan sıziq) bazı bir ψ múyeshine burıladı.

ψ múyeshinin kishi mánisi ushın

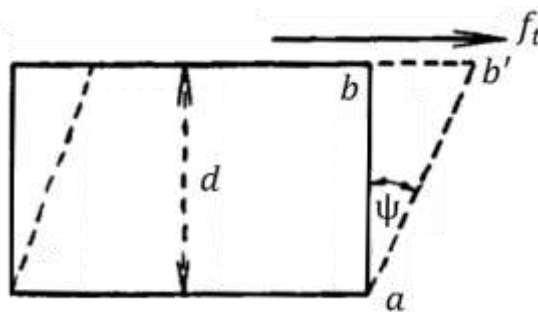
$$\psi = \frac{bb'}{d}$$

tenligin jaza alamız. Bul tenlikte $d = ab$ denenin qalınlıǵı, al bb' - joqarǵı qatlamnıń tómengi qatlamǵa salıstırǵandaǵı jılıwının absolyut mánisi. Sonlıqtan ψ múyeshinin *salıstırmalı jılıwdı táriyipleytuǵınlıǵı* kórinip tur hám usıǵan baylanıslı Guk nızamın qollanıwdın sheklerinde

$$\psi = n \frac{f_t}{S} \quad (8)$$

qatnasına iye bolamız. Bul anlatpada n arqalı 228-súwrette kórsetilgen denenin materialından ǵárezli bolǵan *jılıw koefficienti dep atalatuǵın* turaqlı shama, al S arqalı f_t kúshi tásir etetuǵın bettin maydanı belgilengen.

228-súwret.
Jılıw deformaciyası.



$p_t = \frac{f_t}{S}$ kernewin kirgizip, (8)-formulanı qaytadan kóshirip jazamız:

$$\psi = n \cdot p_t. \quad (8a)$$

n ge keri bolǵan

$$N = \frac{1}{n}$$

shaması *jılıw moduli* dep ataladı. (8-a) formulaǵa n jılıw koefficientinin ornına N jılıw modulin kirgizip

$$\psi = \frac{1}{N} \cdot p_t \quad (9)$$

formulasın alamız.

Bir tekli izotrop denelerdin kópshiligi ushın N jılıw modulinin shaması san mánisi boyınsha E

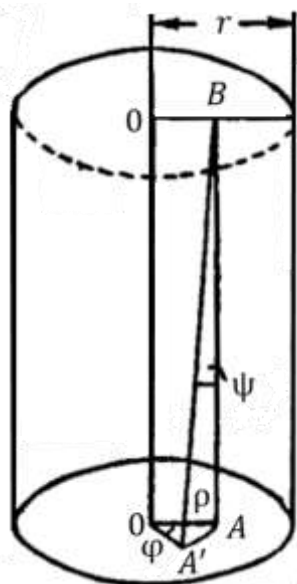
YUng modulini san mánisinin 0,4 in quraydı.

Endi *buralıw deformaciyasın* qaraymız hám bunday deformaciyanın jılıw deformaciyasına alıp kelinetuǵınlıǵın kóremiz.

Uzunlıǵı L shamasına ten, al radiusı r bolǵan ten dóngelek cilindr formasındaǵı sterjendi alamız (229-súwret). Meyli, sterjennin joqarǵı kesimi qozǵalmaytuǵın etip bekitilgen bolsın, al tómengi bólimine sterjendi buraytuǵın M kúsh momenti túsirilgen bolsın. Tómengi kesimnin radiusların bir boyınsha túsirilgen $OA = \rho$ kesindisin qaraymız. Buraytuǵın momenttin tásirinde OA kesindisi φ múyeshine burıladı hám OA' awhalın aladı. φ/L shaması salıstırmalı deformaciya boladı (yaǵnıy, sterjennin uzunlıǵının bir birligindegi buralıw múyeshi). Serpimli deformaciya sheklerinde bul φ/L shaması buraytuǵın moment M ge tuwrı proporcional:

$$\frac{\varphi}{L} = cM. \quad (10)$$

Berilgen sterjen ushın c shaması turaqlı; hár qıylı sterjenler ushın onın shaması sterjen islengen materialdan hám sterjennin radiusınan ǵárezli. c nın mánisin anıqlaw ushın buralıw deformaciyasın jılıw deformaciyası menen baylanıstıramız.



229-súwret.
Buralıw deformaciyası.

Sterjendi burǵanda onın tómengi ushın joqarǵı ushına salıstırǵanda burıladı; BA tuwrısı BA' tuwrısınan ornın iyeleydi, ψ múyeshi jılıw múyeshi bolıp tabıladı. (9)-formula boyınsha jılıw múyeshi ψ mınaǵan ten:

$$\psi = \frac{1}{N} \cdot p_t \quad (11)$$

Bul anlatpada p_t arqalı A' noqatınan qasındaǵı bettin dS elementine túsirilgen urınba kernew (230-súwret), al N arqalı jılıw moduli belgilengen.

229-súwretten biz mınaǵan iye bolamız:

$$\psi = \frac{AA'}{L} = \frac{\varphi \cdot \rho}{L}.$$

Bunnan

$$p_t = N\psi = N \cdot \frac{\varphi \cdot \rho}{L} \quad (12)$$

tenligine iye bolamız.

Bettin dS elementine túsirilgen kúsh $p_t dS$ shamasına, al onın momenti $dM = \rho p_t dS$ shamasına ten. ϑ hám ρ polyar koordinataların kirgizip (230-súwret) bettin elementi ushın $dS = \rho d\rho d\vartheta$ anlatpasın alamız. Bunnan

$$dM = p_t \rho^2 d\rho d\vartheta$$

formulasının orınlı ekenligine kóz jetkeremiz. Bul formulaǵa p_t nın mánisin qoyıp

$$dM = \frac{N\varphi}{L} \rho^3 d\rho d\vartheta$$

anlatpasın alamız.

Sterjennin tómengi ushına túsken tolıq momentti dM shamasın radiusı r bolğan barlıq maydan boyınsha integrallap tabamız:

$$M = \frac{N\varphi}{L} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{\rho=0}^r \rho^3 d\rho d\vartheta = \frac{\pi N r^4}{2} \cdot \frac{\varphi}{L}.$$

Bunnan

$$\varphi = \frac{2}{\pi N} \cdot \frac{L}{r^4} M \quad (13)$$

formulasına iye bolamız.

(13)-formulanı (10)-formula menen salıstırıp, c ushın

$$c = \frac{2}{\pi N} \cdot \frac{1}{r^4}$$

anlatpasın alamız.

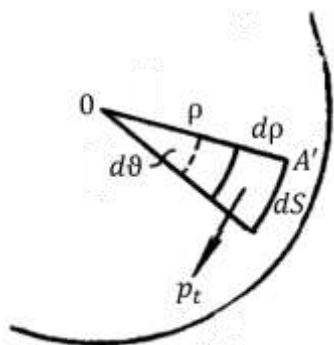
(13)-formuladan mınaday juwmaq shıǵaramız: *buralıw múyeshi φ jılıw moduli N den ǵárezli hám sterjennin radiusının tórtinshi dárejesine keri proporcional.*

(13)-formulanı

$$M = \frac{\pi N}{2} \cdot \frac{r^4}{L} \cdot \varphi \quad (13a)$$

túrinde kóshirip jazıp sımdı φ múyeshine buraw ushın *simnıń radiusının tórtinshi dárejesine tuwrı proporcional hám simnıń uzınlıǵı L ge keri proporcional moment túsiriw kerek boladı* degen juwmaqqa kelemiz.

Demek, moment radiustan kúshli ǵárezli eken. Juwan hám kelte bolğan sterjenlerdi buriw qıyın; kerisinshe, jinishke hám uzın bolğan sımlar hátte júdá kishi momentlerdin tásirinde sezilerliktey shamaǵa burıladı. Bul jaǵdaydı ólshew ásbaplarında paydalanılatuǵın júdá sezgir bolğan ildirilip qoyılğan sistemalardı dóretiw ushın paydalanadı.



230-súwret.

Bettin dS elementine túsilgen dM momentin anıqlawǵa.

Mısalı, kishi magnit strelkasın uzın hám jinishke sim menen ildirip qoysaq, onda sırtqı magnit maydanı tárepten tásir etetuǵın kúshlerdin kishkene bolğan jubınıń mánisin usı jup kúshler tásir etkende simnıń qansha múyeshke burılǵanlıǵı boyınsha anıqlaw múmkin; simnıń buralıw múyeshi usı sımǵa bekitilgen kishkene aynada shaǵılısqan jaqtılıq nurınıń awısıwı boyınsha anıqlanadı. Mısal retinde uzınlıǵı 5 sm hám radiusı $0,02\text{ mm}$ bolğan sımda $10'$ múyeshke buriw ushın kerek bolğan kúshlerdin momentin tabayıq. Simnıń materialınıń jılıw modulin 6000 kG/mm^2 shamasına ten dep esaplayıq.

Máseleni sheshiw ushın (13-a) formulasınan paydalanamız:

$$M = \frac{\pi N}{2} \cdot \frac{r^4}{L} \cdot \varphi = \frac{3,14 \cdot 6000}{2} \cdot \frac{0,02^4}{50} \cdot 0,0029\text{ kG} \cdot \text{mm} = 8,74 \cdot 10^{-8}\text{ kG} \cdot \text{mm}.$$

Alınǵan juwaptı $\text{G} \cdot \text{sm}$ ge aylandırıp,

$$M = 8,74 \cdot 10^{-6}\text{ G} \cdot \text{sm}$$

shamasına iye bolamız. Demek, 1 sm bolğan iyinge túsilgen shama menen 10^{-2} mG bolğan kúshtin momenti joqarıda aytıp ótilgen sımdı $10'$ múyeshke buray aladı eken.

Jinishke sabaq penen ildirilgen inerciya momenti I bolğan ab denesinin menshikli terbelislerin de qaraymız (231-súwret). Sabaqtın ózinin inerciya momentin júdá kishi dep esaplaymız hám sonlıqtan onı esapqa almawǵa boladı

35-pargarfta aytılp ótilgenindey, denenin múyeshlik tezleniwi β mınaǵan ten:

$$\beta = \frac{M}{I}. \quad (14)$$

Bul tenlikte M arqalı denegge túsirilgen kúshlerdin momenti belgilengen. Ekinshi tárepten, β múyeshlik tezleniwi buralıw múyeshi φ den waqıt boyınsha alınğan ekinshi tártipli tuwındı bolıp tabıladı: waqıt boyınsha alınğan ekinshi tártipli tuwındı φ háripinin ústine eki noqat qoyıw arqalı belgileymiz. Bunday jaǵdayda $\beta = \ddot{\varphi}$ tenligin alamız. Denegge túsirilgen kúshlerdin momenti M sabaqqa túsirilgen momentke ten, biraq qarama-qarsı baǵıtlanǵan. Bunnan (13a) formula boyınsha:

$$M = -D\varphi$$

tenlemesin alamız. $D = \frac{\pi N}{2} \cdot \frac{r^4}{L}$ shamasın berilgen sabaqtın buralıw moduli dep atawǵa boladı. β menen M shamasının mánislerin (14)-anlatpaǵa qoyıp,

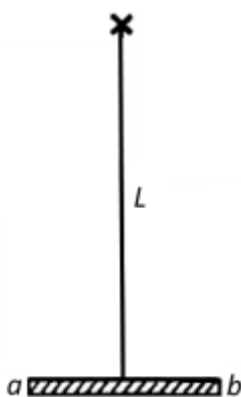
$$\ddot{\varphi} = -\frac{D}{I}\varphi$$

túrindegi differenciallıq tenlemesine iye bolamız. 97-paragrafta bunday differenciallıq tenlemenin sheshiminin dáwiri

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \quad (15)$$

bolǵan garmonikalıq tenleme ekenligi kórsetiledi.

Solay etip, sabaqqa ildirilgen denenin terbelisi tolıǵı menen inerciya menen sabaqtın buralıw moduli boyınsha anıqlanadı eken.



231-súwret.
L sabaǵına ildirilgen ab sterjeni.

Terbelistin kinetikalıq energiyası E_k mınaǵan ten:

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}I\dot{\varphi}^2.$$

Kinetikalıq energiyanın shaması turaqlı bolıp qalmaydı, biraq onın mánisi ten salmaqlıq ornı arqalı ótkende maksimum mánisine jetedi hám denenin en úlken awısıw ornında nolge ten boladı (112-paragrafta ayılǵanlar menen salıstırınız).

Potenciallıq energiya E_p nı 39-paragraftaǵı (2)-formuladan paydalanıp anıqlaymız. Bul formula boyınsha deneni φ múyeshine burıw ushın

$$A = M\varphi \quad (16)$$

jumısın islew gerek.

Sabaqtı buraǵanda kúshlerdin momenti turaqlı emes, al φ múyeshinen gárezli. Sonlıqtan (16)-formuladaǵı M haqqında gáp etilgende onın ortasha mánisi bolǵan $\bar{M} = \frac{1}{2}D\varphi$ shamasın túsiniw gerek. Bunnan $A = \bar{M}\varphi = \frac{1}{2}D\varphi^2$ formulasına iye bolamız. Potencial energiya E_p bolsa usı jumısqa ten:

$$E_p = \frac{1}{2}D\varphi^2. \quad (17)$$

Dene en úlken múyeshke burılǵanda onın E_k kinetikalıq energiyası nolge, al E_p potencial energiya maksimalıq mánisine jetedi hám tolıq energiya E ge ten boladı.

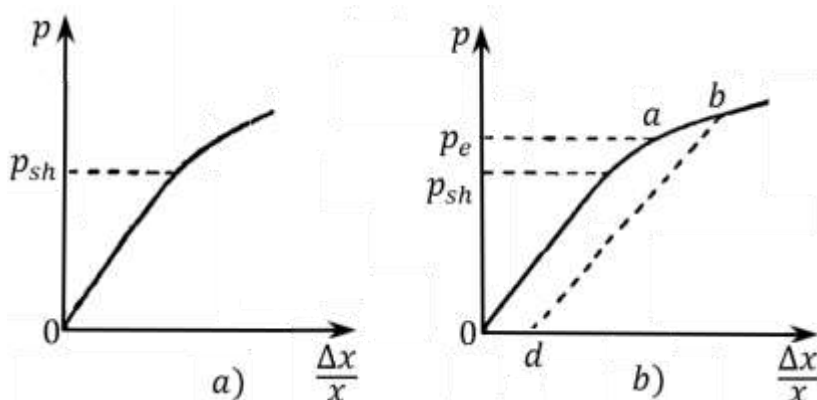
Solay etip,

$$E = E_{p_{max}} = \frac{1}{2}D\varphi_{max}^2.$$

Bul anlatpada φ_{max} arqalı denenin burılmalı terbelisindegi en úlken burılıw múyeshinin mánisi belgilengen.

§ 90. Serpimlilik hám bekkemlik shekleri. Plastikalıq deformaciýalar. Qálegen qattı dene *Guk nızamına* baǵınatuǵın deformaciyanı tek belgili bolǵan shekke shekem beredi.

Dáhirek aytqanda, salıstırmalı deformaciyanın kernewden ǵárezligi ulıwma sıızılıq bolmaydı, biraq $\Delta x/x$ salıstırmalı deformaciyanın kishi mánislerinde sıızılıq nızamǵa sáykes kelmew úlken emes hám $\Delta x/x$ shamasının úlkeyiwi menen sezilerliktey bola baslaydı. $\Delta x/x$ shamasının kernew p dan ǵárezligi 232-a súwrette keltirilgen. Úlken kernewlerde deformaciya kishi kernewlerdegi qaraǵanda jenilirek júredi. Sıızılıq baylanısqa sáykes kelmewshilik baslanatuǵın kernewdin $p = p_{sh}$ mánisin *proporcionallıq shegi* dep ataydı. Qatan aytqanda, proporcionallıq sheginin anıq belgili bolǵan mánisi bolmaydı. Sebebi sıızılıq nızamlıqqa sáykes kelmew ólshewlerdin dálıligi menen anıqlanadı.

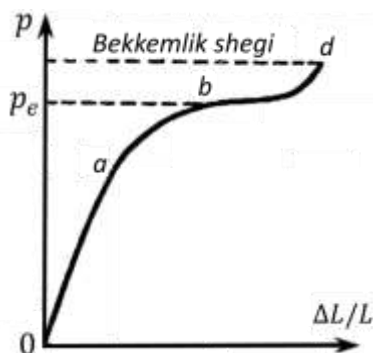


232-súwret.
Túsirilgen kernewdin mánisi menen qattı denenin salıstırmalı deformaciyasının arasındalıǵı ǵárezlik.

Serpimli deformaciya sırttan túsirilgen kúshlerdin tásiri toqtaǵannan keyin deformaciya tolıǵı menen joǵaladı, yaǵnıy dene ózinin dáslepki ólshemlerine (buringı formasına) qaytıp keledi. Biraq, *serpimlilik shegi* dep atalatuǵın kernewdin mánisinen úlken bolǵan kernewdin p_e mánislerinde deformaciyanın basqa tipi, *plastikalıq deformaciya* dep atalatuǵın deformaciya baslanadı. Bunday deformaciýalar kúshlerdin tásir etiwı toqtaǵannan keyin joǵalmaydı. Plastikalıq deformaciya serpimli deformaciyaadan jenil ótedi. Eger plastikalıq deformaciyanın oblastında jaylasqan bazı bir b noqatına jetkende kernew p nı nolge shekem kishireytse, onda dene $ba0$ sıızılıq boyınsha ózinin dáslepki halına qaytıp kelmeydi (232-b súwret). Deformaciyanın kemeyiwi bd punktirlik sıızılıq boyınsha súwretlenedi, dene $0d$ *qaldıq deformaciyasın* saqlaydı. Eger biz, misalı, deneni serpimlilik sheginen sırtqa shıǵıp plastikalıq deformaciya oblastına jetsek, onda kúshler tásir etip bolǵan momenttegi denenin uzınlıǵı dáslepki uzınlıǵınan úlken boladı: dene qaldıq sozılıw deformaciyasın saqlaydı.

Kernewdin shamasın úlkeytkende sterjennin qıyrawına jetiwge boladı; kernewdin sáykes mánisi *bekkemlik shegi* dep ataladı. Eger bekkemlik shegi serpimlilik shegine jaqın bolsa, onda bunday dene tek júdá kishi bolǵan qaldıq deformaciyaǵa iye boladı: bunday deneni *mort dene* dep ataydı (misalı, shınıqtırılǵan polat). Úlken plastikalıq deformaciýalardı beretuǵın denelerdi "plastikalıq" deneler dep ataladı. Misalı, usınday denelerdin qatarına qorǵasınlı yamasa cinkli simlar kiredi. Olarda ádewir úlken plastikalıq hám qaldıq deformaciýalar orın aladı.

Haqıyqıy qattı deneler ushın salıstırmalı deformaciyanın kernewden ǵárezligi 232-súwrette kórsetilgen ǵárezlikten ádewir úlken ayırmaǵa iye. Ǵárezliktin ózi hár bir materialdın qásiyeti, onı qayta islew din ózgeshelikleri hám kúsh tin qanshama waqıt tásir etetuǵınlıǵı menen baylanıslı. Bir dene qısqa waqıt tásir etetuǵın kúshlerde mort, al hátte júdá kishi bolǵan, biraq uzaq waqıt tásir etetuǵın kúshlerde úlken plastikalıq deformaciyanı basınan keshiriwi múmkin. Bunday jaǵdaylarda bunday deneni aǵıwshı dene dep te ataydı.



233-súwret.
Temirdi sozıw diagramması.

233-súwrette temirdi sozıwdın diagramması keltirilgen. Tuwrı sıızqlı $0a$ bólimi Guk nızamının orınlanıwına sáykes keledi; ab bólimi ele serpimli deformaciyaǵa tiyisli bolsa da, Guk nızamınan awıtqıwlarǵı beredi: bul bólimde sozılıw kernewden tezirek úlkeyedi. b noqatınan keyin sozılıw júktin (kernewdin) shamasın úlkeytpese de úlkeyedi. Bul aǵıw oblastı bolıp tabıladı. Kernewdin mánisinın bunnan keyingi úlkeyiwinde sterjen qaytadan qarsılıq kórsetiw qábiletligine iye boladı: iymeklik joqarıǵa qaray búgiledi. d noqatı úziliwge sáykes keledi (bekkemlik shegi).

Hár qıylı metallardıń serpimli qásiyetin táriyipleytuǵın bazı bir sanlı maǵlıwmatlardı keltiremiz.

Mısal sıpatında, XIII kestede keltirilgen maǵlıwmatlardan paydalanıp, kestedegi materiallardan islengen simlar ushın múmkin bolǵan en úlken sozılıwının shamaların esaplaymız.

XIII keste. Metallardıń serpimli qásiyetleri

Metall	YUng moduli, kG/mm^2	Serpimlilik shegi, kG/mm^2	Bekkemlik shegi, kG/mm^2
Qorǵasın	1800	0,25	2
Qalayı	3000	0,34	2
Mıs (jumsaq)	10 000	3	20
Temir (jumsaq)	19 000	5	35
Uglerodlı polat	20 000	33	75
Molibdenli polat	22 000	60	150

Múmkin bolǵan en úlken serpimli sozılıw bolǵan $(\Delta L/L)_{\max}$ shamasının mánisi p_e serpimlik sheginin mánisine ten bolǵan kernew payda etken sozılıw túrinde alınadı.

Bunnan 89-paragraftaǵı (2a) formulası boyınsha

$$\left(\frac{\Delta L}{L}\right)_{\max} = \frac{p_e}{E}$$

tenligine iye bolamız. Bul tenlikte E arqalı YUng moduli belgilengen. Bul anlatpaǵa p_e menen E nin mánislerin qoyıp, mınalardı tabamız:

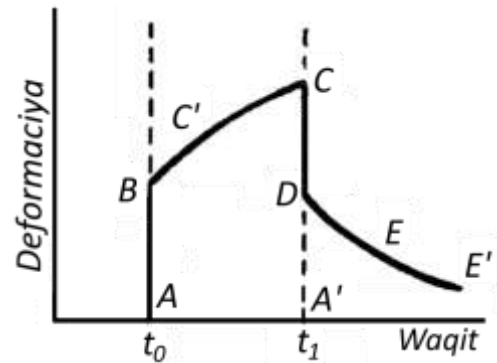
Material	$\left(\frac{\Delta L}{L}\right)_{\max}$
Qalayı	0,00011
Qorǵasın	0,00014
Mıs	0,00030
Temir	0,00026
Uglerodlı polat	0,00165
Molibdenli polat	0,00273

Solay etip, serpimli deformaciyanın sheklerinde qalayıdan soǵınǵan sımdı ózinin dáslepki ushınılǵınan 0,01 % ke sozılıwǵa, al molibden polattan soǵılǵan sımdı 0,3 % ke ǵana sozılıwǵa boladı.

Haqıyqıy qattı deneler Guk nızamı menen de, biz joqarıda kórgen ápiwayı sxema menen de esapqa alınbaytuǵın deformaciyanın waqıttan ǵárezligine iye boladı. Ulıwma aytqanda, kúshtin tásirini baslanǵannan keyin deformaciya birden tolıǵı menen júzege kelmeydi hám kúshtin tásir

etiwi toqtaǵannan keyin deformaciya birden tolıǵı menen joq bolmaydı: deformaciyanın bir bólimi qaladı hám ol waqıttın ótiwi menen ástelik joǵaladı. Serpimli deformaciyanın waqıttan ǵárezligi sxema túrinde 234-súwrette kórsetilgen. Eger t_0 waqıt momentinde deneghe kúsh tásir ete baslasa, onda baslanǵısh serpimli deformaciya AB júdá tez júzege keledi, bunnan keyin ornaǵan turaqlı f kúshinin tásirinde deformaciya waqıttın ótiwi menen ástelik penen BCC' iymekligi boyınsha úlkeye baslaydı. Eger t_1 waqıt momentinde kúshin tásir etiwi toqtasa, onda deformaciya dáslep AB shamasına ten bolǵan CD shamasına kishireyedi, al onnan keyin DEE' iymekligi boylap ástelik penen kishireyedi. Solay etip, kúsh tásir etip bolǵannan keyin tek ástelik penen kishireytetuǵın $A'D$ qaldıq deformaciyası saqlanadı; dene ástelik penen ózinin formasın tikleydi. Bul qubılıstı *serpimli keyingi tásir* dep ataydı.

234-súwret.
Deformaciyanın kúshin tásir etiw waqıtınan ǵárezligi.



Serpimli keyingi tásirde rezina naydı sozǵanda ansat baqlawǵa boladı. Uzun rezina nay vertikal baǵıtta ildiriledi. Naydın tómengi ushına bazı bir waqıt dawamında P júgi bektilip qoyıladı hám bul júk naydı ΔL shamasına sozadı. P júgin alǵannan keyin rezina nay qaytadan qısqaradı. Biraq, qısqarıwdın mánisi $\Delta L'$ sozıw ΔL din mánisinen kishi boladı (yaǵnıy $\Delta L' < \Delta L$ tensizligi orın aladı). Sezilerliktey $\Delta\delta = \Delta L - \Delta L'$ shamadaǵı sozılıw qaladı hám ol da ástelik penen (onlaǵan minutlardın ishinde) joǵaladı.

Kóp sanlı qattı deneler ushın deformaciyanın $BC'C$ bólimi qaytımlı emes plastikalıq xarakterge iye. Bunday deneler ázzi, biraq uzaq waqıt tásir etetuǵın kúshler tásir etkende suyıq denenin qásiyetin kórsetedi. Biraq, úlken hám qısqa waqıt tásir etetuǵın kúshlerge qatnası boyınsha mort qásiyetke iye. Mısalı, muz yamasa var (qaynatılǵan qara may) kúshlerdin uzaq waqıt tásir etiwini nátıyjesinde aǵadı, al qısqa waqıt intensivli kúshler tásir etkende ansat sınadı.

§ 91. Qattı denelerdin kristallıq strukturası kóz-qarası boyınsha deformaciyalardı túsindiriw. Monokristallardaǵı serpimli qısıw menen sozıw deformaciyların kristallıq pánjerenin bar bolıw kóz-qarasında ansat túsindiriwge boladı. 87-paragrafta kóretilip ótilgenindey, kristallıq pánjerenin ten salmaqlıǵı usı pánjereni payda etetuǵın bólekshelerdin arasında orın alatuǵın tartısıw hám iyterisiw kúshlerinin óz-ara kompensaciyanın júzege keliwi boyınsha anıqlanadı. Mısalı, ionlıq pánjere bolǵan jaǵdayda, kristaldı qısqa qonsılas ionlardın arasındaǵı qashıqlıq r_0 kishireyedi. Iyterisiw kúshlerinin shaması tartısıw kúshlerinin shamasınan úlken boladı. Usının saldarınan kristaldı qısatuǵın sırtqı kúshlerge qarsı baǵıtlanǵan qosındı iyterilis kúshi payda boladı. Ionlar ózlerinin ten salmaqlıq orınlarınan qansha kóbirek shıǵarılǵan bolsa, yaǵnıy deformaciya qanshama úlken bolsa, iyteriw kúshinin shaması da sonshama úlken boladı. Sırtqı kúshlerdin táhiri toqtaǵannan keyin pánjere daslepki túrine qaytıp keledi. Bul kristaldın deformaciyasının joǵalǵanlıǵın anǵartadı. Tap dál sol sıyaqlı, kristaldı sozǵanda ionlardın arasındaǵı qashıqlıq r_0 úlkeyedi, tartısıw kúshi isteriw kúshinen úlken boladı, kristall tutası menen sırtqı sozıwshı kernewge qarsılıq jasaydı.

Kristallıq pánjereler teoriiyası NaCl tipindegi ionlıq kristallar ushın hár tárepleme (barlıq tárepler boyınsha) qısıw koefficientlerin esaplawǵa múmkinshilik beredi. XIV kestede bir qatar kristallar ushın

barlıq tárepler boyınsha qısıw koefficientleri γ nın mánislerinin tájiriybelerde alınğan hám teoriyalıq mánisleri keltirilgen.

Bul kestege γ nın mánislerin SGS-sistemada berilgen. Kórinip turğanınday, esaplangan hám baqlawlarda alınğan nátiyjeler arasında jaqsı sáykeslik bar.

XIV keste. Barlıq tárepler boyınsha qısıw koefficienti γ nın esaplaw jolı menen hám tájiriybelerde alınğan mánisleri

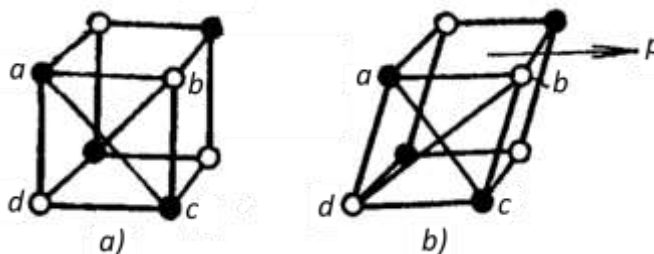
Kristall	$\gamma_{baql.} \cdot 10^{12}$	$\gamma_{esap.} \cdot 10^{12}$
NaCl	4,1	3,56
NaBr	5,1	4,73
NaI	6,9	6,30
KCl	5,0	5,36
KBr	6,2	6,64
KI	8,6	8,68
TlCl	4,7	4,69
TlBr	5,1	5,36
TlI	6,7	6,76

Jılıw deformaciyasında pánjerenin enkeyiwi orın aladı. En ápiwayı ionlıq kublıq pánjere bolğan jaǵdayda pánjerenin hár bir elementar qutı qıysıq múyeshli parallelipedke, ac diagonalı qısqaǵan diagonalǵa, al bd diagonalı uzayǵan diagonalǵa aylanadı (235-súwret). Usınday ózgerislerdin saldarınan a hám c ionların arasında iyterilis kúshleri, al b hám d ionları arasında tartılıs kúshleri payda boladı. Pánjere ózinin dáslepki formasın saqlawǵa tırısadı, al usının saldarınan serpimli jılıw deformaciyası júzege keledi.

Jılıwda plastikalıq hám qaldıq deformaciylardıń payda bolıwın ansat túsindiriwge boladı. Atomlardın (yamasa ionlardın) geometriyalıq jaqtan durıs jaylasıwlarına baylanıslı kristaldın kenisliklik pánjeresinde bir birine salıstırǵanda ansat jılıytuǵın tegislikler boladı hám usınday jılıwlardın saldarınan on zaryadlangan ionlar qaytadan teris zaryadlangan ionlardın ústine kelip turadı. Bunday jaǵdayda ionlardın bir birine salıstırǵandaǵı jaylasıwları en dáslepki pánjeredegi jaylasıwlarday boladı hám olardı keyin qaray jilistiriwǵa baǵıtlanǵan kúshler bolmaydı. Usı jaǵday qaldıq deformaciyanı túsindiredi.

Birinshi ret qaraǵanda, monokristallardıń sozılǵandaǵı qaldıq deformaciyanı túsindiriw qıyınday bolıp kórinedi. Al, haqıyqatında, bunday deformaciylar da jılıwlarǵa, yaǵnıy en aqırında bir qatlamnıń ekinshisi boylap jılıwına alıp kelinedi.

235-súwret.
Jılıw deformaciyasındaǵı pánjerenin qıysayıwı.

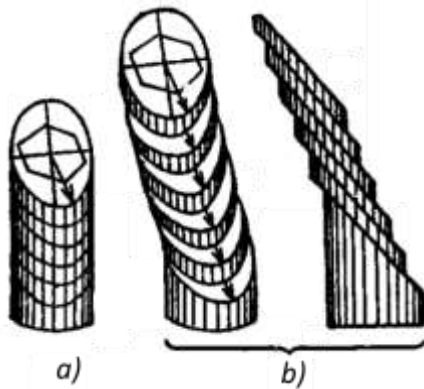


Monokristaldan kesip alınğan sterjendi kóz aldımızǵa keltireyik. Bul jaǵdayda atomlıq qatlamlardıń bir birine salıstırǵandaǵı sırǵanawı 236-a súwrette kórsetilgendey sterjennin kósherine qıya baǵıtta júzege keletuǵınday bolsın. Bunday sterjen belgili mániste bir birinin ústine qoyılǵan monetalarǵa usaydı. Sterjendi sozǵanda qıya jaylasqan tegislikler boyınsha sırǵanaw orın aladı, nátiyjede strejen sozıladı (236-b súwret) hám usıǵan sáykes qaldıq sozılıw deformaciyanı beredi. Usının menen birge sterjennin forması da ózgeriske ushıraydı: onın kesimi dóngелеk

formadan ellips tárizli formaǵa ózgeredi. Cink monokristallarınan soǵılǵan sterjenlerdi sozıw boyınsha ótkerilgen tájiriybelerde dóngelek kesimnin sopaq formaǵa iye kesimge aylanatuǵınlıǵın kórsetti.

Dáslep tegis bolǵan usınday cink tayaqshalarınan beti tekshe-tekshe bolıp qaladı.

Bul maǵlıwmatlardın barlıǵı qaldıq sozıw deformaciyasınan kristaldın bólimlerinin belgili bolǵan tegislikler boyınsha sırgınaytuǵınlıǵın tastıyıqlaydı.



236-súwret.

Monokristaldan kesip alıńǵan sterjendi sozǵanda birigiw tegislikleri boyınsha jılıwlar.

Kristallıq pánjereler teoriyası kristallardıń bekkemligi esaplawǵa múmkinshilik beredi. Biraq monokristallar ushın esaplaw jolı menen alıńǵan bekkemlik sheginin mánisi tájiriybelerde alıńǵan nátiyjelerden ádewir úlken bolıp shıǵadı. Mısalı, tas duzı ushın bekkemlik sheginin teoriyalıq mánisi 200 kG/mm^2 shamasına jaqın. Bul kese-kesimnin maydanı 1 mm^2 bolǵan tas duzınan islengen sterjendi úziw ushın 200 kG/mm^2 kúsh túsiriw kerek degendi anǵartadı. Al, haqıyqatında tas duzınan kesip alıńǵan sterjenlerdi úziw ushın $\frac{1}{2} \text{ kG/mm}^2$ kernew jetkilikli. Solay etip, eksperimentte alıńǵan shama teoriyalıq esaplaw jolı menen alıńǵan shamadan tórt júz ese kishi bolıp shıqqan. Bunday oǵada úlken ayırma kristallıq pánjerenin durıs emesligi boyınsha emes, al esaplawdın ideal pánjere ushın islengenligi menen baylanıslı. Ideal bolǵan pánjere durıs bir tekli pánjere bolıp tabıladı; al hár bir haqıyqıy kristall kóp sanlı defektlerge iye: olarda pánjerenin durıs strukturası buzılǵan orınlar kóp. Defektlerdi hám olardıń átirapındaǵı sharayatlar kristaldın ishindegi sharayatlar menen birdey emes. Úlken orındı kristaldın betindegi jarıqlar iyeleydi: bette jarıqlar payda bolǵanda onıń átirapında úlken kernewlerdi payda etedi. Nátiyjede, jarıqlardıń sheti kristaldın ishine jáne de kiredi hám bul barlıq kristaldın úziliwine alıp keledi. Bettegi jarıqlardı joq qılıw ushın A. F. Ioffe tas duzınan tayaqshasın alǵan hám oǵan kishi salmaqtaǵı júk ildirip (tayaqshanın úzilip ketpewi ushın) onı jıllı suwǵa salǵan. Bul jıllı suwda duzdın eriwı orın alǵan. Betlik qatlam erigende onda bolǵan buzıqlıqlar joǵalǵan, al eriw úzliksiz dawam etkenlikten jana jarıqlardıń payda bolıwı orın almaǵan. Tayaqshanın eriwiniń barısında ol júdá jinishkeren hám oǵan ildirilgen júktin salmaq kúshinin tásirinde ol úzilgen. Úziliw orın alǵan momenttegi tayaqshanın kese-kesiminin maydanı hám ildirilgen júktin shaması boyınsha bekkemlik sheginin mánisi anıqlanǵan hám ol tas duzı kristallarınan ádettegi bekkemlik sheginen ádewir úlken bolǵan. Ayırım jaǵdaylarda Ioffe úziliwdi tek 160 kG/mm^2 kernewde, yaǵnıy ádettegi bekkemlik sheginen úsh júz ese úlken kernewde baqlaǵan. Múmkın, Ioffenin tájiriybelerinde suwdın tutqan orını betlik jarıqlardı joq qılıw menen sheklenbeytuǵın shıǵar hám quramalı xarakterge iye bolıwı múmkın. Biraq, sonday jaǵdayǵa qaramastan, Ioffenin tájiriybeleri monokristallardıń bekkemligin teoriyalıq esaplawlarda alıńǵan nátiyjelerge jaqın bolatuǵınlıǵının múmkın ekenligin kórsetedi.

Kristallardıń ámeliy bekkemligi olardıń teoriyalıq bekkemliginen júzlegen ese kishi. Haqıyqıy kristallardıń pánjeresi ideallıq pánjereden ózgeshelikke iye. Haqıyqıy pánjerelerde ishki defektler boladı: bóleksheler menen iyelenbegen bos orınlardıń bolıwı hám tártiptin jergilikti buzılıwı. Bettegi hám pánjerenin ishindegi júdá az sanlı defektler barlıq kristaldın úziliwine alıp keledi.

Ámelde polikristallıq deneler monokristallarǵa salıstırǵanda bekkemlew boladı.

Polikristallardın mexanikalıq qásiyetleri (metallardın kópshiligi polikristallar bolıp tabıladı) ayırım kristallardın forması hám olar arasındagı birigip turıw kúshlerinen gárezli. Kristallıq deneler turatúgın ayırım kishi kristallardın formaların ózgerisleri hám olardıń bir birine salıstırǵandagı jaylasıwlardın ózgerisleri pútinley alıńǵan barlıq qattı denenin mexanikalıq qásiyetlerinin ádewir ózgeriwın támiyinleydi.

Polikristallardın quramındaǵı kishi kristallardın formasının hám bir birine salıstırǵandagı jaylasıwların ózgeriwleri tiykarında metallardın prokatkadaǵı, shınıqtırıwdaǵı hám basqa da salqın hám ıssı qayta islewlerdegi mexanikalıq qásiyetlerinin ózgerisleri túsindiriledi.

§ 92. Qattı denelerdegi jıllılıq qozǵalısları. Qattı denelerdin keneyiwi. Kristallıq qattı denenin kenisliklik pánjeresi qurılǵan hár bir bólekshe (atom yamasa ion) ózinin ten salmaqlıq ornının dógeresinde terbeledi. Bul terbelislerdin energiyasınan qattı denenin ishki energiyası ibarat boladı. Solay etip, qattı denedegi bólekshelerdin jıllılıq qozǵalısları ózinin xarakteri boyınsha gazler menen suıqlıqlardaǵı bólekshelerdin qozǵalıslarınan ózgeshe boladı. Gazlerde ayırım molekular erkin ushadı, bir biri menen tek serpimli túrde soqlıǵısa; usı jaǵdaydın járdeminde gazlerdegi diffuziyanın úlken tezlikte júretuǵınlıǵı túsindiriledi. Suıqlıqlarda bolsa molekular ózlerinin tártipsiz qozǵalıslarında qonsılas molekular menen úziksiz soqlıǵısa. Olar bir orının átiraptında bir biri menen "ıyterisedi" hám 78-pargagrafta kórsetilgendey, tek ástelik penen orın almastıradı. Suıqlıqlarda diffuziya qubılısı bar, biraq bul qubılıs gazlerdegige qaraǵanda ádewir ástelik penen júredi. Qattı denenin kristallıq pánjeresinde hár bir bólekshe (atom yamasa ion) ózinin belgili bolǵan ten salmaqlıq ornına iye. Usı orının átirapında bólekshe terbeledi. Usının menen birge, qattı denede de bólekshe bir orınnan ekinshi orınǵa óte aladı; biraq bunday ótiwler jetkilik dárejede ástelik penen júredi. Bir biri menen tiyisip turǵan metaldın bir birine siniwın baqlaw ushın oǵada juqa baqlawlardı ótkeriwge tuwrı keledi. Sonın menen birge bunday ótiwler tek deneler bir biri menen júdá uzaq waqıtlar tiyisip turǵan jaǵdaylarda ǵana baqlanadı.

Qattı denenin temperaturası joqarılaǵanda bólekshelerdin ten salmaqlıq orınlarınan awısıwının shaması úlkeyedi. Bul qattı denenin jıllılıq keneyiwine alıp keledi.

0° temperaturadaǵı denenin uzınlıǵın L_0 arqalı belgilep, t temperaturasına shekem qızdıǵanda onın uzınlıǵın ΔL shamasına shekem úlkeyedi dep esaplap, mınaday tenlikti alamız:

$$\Delta L = \alpha L_0 t. \quad (1)$$

Bul tenlikte α arqalı qattı denenin jıllılıq keneyiwi koefficienti belgilengen. Bunnan denenin t temperaturasındaǵı uzınlıǵı L_t ushın mınaday tenlikti alamız:

$$L_t = L_0(1 + \alpha t). \quad (2)$$

yaǵnıy, denenin uzınlıǵı temperaturaǵa gárezli sızıqlı túrde ózgeredi eken. Al, haqıyqatında bul qatnas tolıq dál orınlanbaydı, jıllılıq keneyiwi koefficienti α temperaturadan gárezli (44-paragrafta ayılǵanlar menen salıstırınız). Biraq, kóp sanlı ámeliy maqsetlerde α koefficientin turaqlı dep esaplawǵa boladı. Qattı deneler ushın sızıqlı keneyiw koefficientinin mánisi kishi hám 10^{-5} hám 10^{-6} $1/grad$ shamasının átirapında.

Nátiyjede denenin kólemi de temperaturaǵa baylanıslı sızıqlı túrde ózgeredi. Qabırǵasının uzınlıǵı L_0 bolǵan kubtı kóz aldımızǵa keltiremiz hám onın dáslepki kólemin L_0^3 arqalı belgileyemiz. Bunday jaǵdayda t temperaturasındaǵı kólem

$$V = L_0^3(1 + \alpha t)^3 = V_0(1 + \alpha t)^3$$

shamasına ten boladı. $(1 + \alpha t)$ shamasın kubqa kóterip hám α^2 hám α^3 shamalarına iye aǵzalardı (olar kishi shamalar bolǵanlıqtan) esapqa almasaq,

$$V = V_0(1 + 3\alpha t)$$

tenligine iye bolamız. 3α nı b arqalı belgilesek, onda

$$V = V_0(1 + bt) \quad (3)$$

formulasına iye bolamız. b koefficientin qattı denenin kólemlik jıllılıq keneyiwi koefficienti dep ataladı. Keltirilgen esaplawlardan b koefficientinin sızıqlı keneyiw koefficientinen úsh ese úlken ekenligi kelip shıǵadı.

Anizotrop kristallar ushın sızılıq keneyiw koefficienti a nın mánisi hár qıylı baǵıtlarda hár qıylı. Kristallardı qızdırganda olar keneyip, ózine usamay qaladı: ol ózinin formasın ózǵertedi. Kristaldın jıllılıq keneyiwinde bazı bir fizikalıq tuwrı (yaǵnıy qattı denenin belgili bóleksheleri menen baylanıslı bolǵan sızılıq) jıllılıq keneyiwiniń saldarınan burınǵıday tuwrı sızılıq bolıp qalmaydı. Biraq, hár bir kristalda sonday baǵıtlar boladı, usınday baǵıtlardaǵı fizikalıq tuwrı jıllılıq keneyiwinde burınǵıday tuwrı bolıp qala beredi. Bunday baǵıtlardı *kristallografiyalıq kósherler* dep ataydı. Usınday kristallografiyalıq kósherlerdin baǵıtındaǵı jıllılıq keneyiw koefficientlerinin mánislerin *bas mánisler* dep ataydı. Ulıwma jaǵdayda kristallar úsh kósherge iye hám sonlıqtan úsh dana bas jıllılıq keneyiw koefficientleri bar bolıp, olardı a_1 , a_2 hám a_3 arqalı belgileydi. Ayırım sistemalardaǵı kristallar ushın bul baǵıtlar bir birine perpendikulyar.

Bir birine perpendikulyar kósherlerge iye bolǵan kristaldan kesip alınǵan parallelepipedti kóz aldımızǵa keltireyik. 0°C temperaturada onın qabırǵalarınan uzınlıǵı L_{01} , L_{02} hám L_{03} ke ten bolsın. Bul parallelepipedtin kólemi $V_0 = L_{01}L_{02}L_{03}$ shamasına ten boladı. t temperaturasına shekem qızdırganda qabırǵalar mınaday mánislerge iye boladı:

$$L_1 = L_{01}(1 + a_1t), L_2 = L_{02}(1 + a_2t), L_3 = L_{03}(1 + a_3t).$$

Parallelepipedtin jana kólemi mınaǵan ten boladı:

$$V = V_0(1 + a_1t)(1 + a_2t)(1 + a_3t).$$

Qawsırmalardı bir birine kóbeytip hám a_1 , a_2 hám a_3 shamalarınan kóbeymeleri bar aǵzalardı esapqa almaǵan jaǵdayda juwıq túrdegi

$$V = V_0[1 + (a_1 + a_2 + a_3)t]$$

formulasın alamız.

Ekinshi tárepten

$$V = V_0(1 + bt)$$

formulası orınlı dep boljay alamız. Bul tenlikte b arqalı kristaldın kólemlik keneyiw koefficienti belgilengen. Songı eki formulanı bir biri menen salıstırıp, mınaday formulanı alamız:

$$b = a_1 + a_2 + a_3. \quad (4)$$

Solay etip, kristaldın kólemlik keneyiw koefficienti onın bas sızılıq keneyiw koefficientlerinin qosındısına ten eken. Iztrop dene ushın $a_1 + a_2 + a_3 = a$ hám (4)-anlatpadan biz qaytadan $b = 3a$ qatnasına iye bolamız.

Qattı denelerdi qızdırganda olar erkin keneye almasa, onda úlken mexanikalıq kernewler payda boladı. Usınday kernewlerdi bahalaw ushın tómendegidey esaplawlardı ótkeremiz. Meyli, uzınlıǵı L_0 bolǵan sterjen 0° ten t° qa shekem qızdırganda

$$\Delta L = aL_0t$$

shamasına uzayǵan bolsın. Bul tenlikte a arqalı materialdın sızılıq keneyiw koefficienti belgilengen. Sterjendi keri baǵıtta ΔL shamaǵa qısqartıw ushın oǵan 89-paragrafta (2-a) formula menen anıqlanatuǵın p_n kernewin túsiriw kerek:

$$\Delta L = \frac{1}{E} L_0 p_n.$$

Bul anlatpada E arqalı sterjennin materialının YUng moduli belgilengen. ΔL shamasının eki mánisin bir biri menen tenlestirip

$$\frac{1}{E} L_0 p_n = aL_0t$$

tenlemesin, al bul tenlemeden

$$p_n = aEt$$

formulasın alamız.

Misalı, temir ushın $a \cong 1 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$ hám $E \cong 2 \cdot 10^4 \text{ kG/mm}^2$. Bunnan temperatura $t = 1^\circ\text{C}$ shamasına kóterilgende sterjennin jıllılıq keneyiwiniń kompensaciyalaw ushın oǵan

$$p_n \cong 1 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 10^4 \frac{\text{kG}}{\text{mm}^2} = 0,2 \frac{\text{kG}}{\text{mm}^2} = 20 \frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}$$

kernewin túsiriw kerek eken.

Qızdırғanda usınday kernewlerdin payda bolatuǵınlıǵın qurılıs texnikasında esapqa alıwǵa tuwrı keledi. Bunday kernewlerdin payda bolıwınan qutılıw ushın temir jollardaǵı relslerdin arasında bos aralıq qaldırıladı, kópirlerdin hám basqa da dúzilislernin ushlarınin barlıǵın ushların qozǵalmaytuǵın etip bekitpeydi, al dóngeleklerdin ústinde jaylastıradı h.t.b.

Hár qıylı materiallardı tutastırǵanda keneyiw koefficientinin hár qıylı bolıwı menen baylanıslı kernewlerdin payda bolıwın dıqqatqa alıw kerek boladı.

§ 93. Qattı denelerdin jıllılıq sıyımlıǵı. Qattı denenin ishki energiyasınıń zapası bólekshelerdin terbelis energiyalarınan hám olardıń bir biri menen tásir etisiwine sáykes keletuǵın potenciallyıq energiyalarınan turadı. Ulıwma aytqanda, kristallıq pánjerini payda etetuǵın bóleksheler (atomlar menen ionlar) bir birinen ǵárezsiz emes, sebebi olardıń arasında óz-ara tásir etisiwge sáykes keletuǵın ádewir úlken kúshler bar. Sonlıqtan bólekshelerdin terbelislerin baylanısqan terbelisler dep qaraw kerek. Sonlıqtan pánjerde hár qıylı jıyiliklerdegi terbelisler júzege keledi hám olardıń barlıǵının esapqa alınıwı kerek.

Biraq, jetkilikli dárejedegi joqarı temperaturalarda terbelislerdin energiyası da úlken boladı hám bunday jaǵdaylarda bólekshelerdin bir birinen ǵárezsiz dep esaplawǵa boladı. Bólekshelerdin hár biri ózinin ten salmaqlıq ornının átirapında terbeledi. Bólekshenin terbelisinin ortasha energiyasını esaplaw ushın onıń kinetikalıq energiyaǵa da, potenciallyıq energiyaǵa da iye bolatuǵınlıǵın esapqa alıw kerek. Energiyalardıń usınday túrлерinin hár birine birdey ortasha energiya sáykes keledi. Solay etip, bólekshenin ortasha kinetikalıq energiyasını $\bar{w}_k$ arqalı belgileytuǵın bolsaq, onda bólekshenin ortasha energiyasınıń tolıq mánisi $\bar{w} = 2\bar{w}_k$ shamasına ten boladı.

Kenisliklik kristallıq pánjerde hár bir bóleksheni ózinin ten salmaqlıq ornının átirapında qálegen baǵıtta terbele aladı; demek, onıń v tezliginin vektor sıpatında beriliwı kerek. Bunnan hár bir bólekshenin úsh erkinlik dárejesine iye bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı ($i = 3$). Sonlıqtan, ortasha kinetikalıq energiya $\bar{w}_k = \frac{i}{2}kT = \frac{3}{2}kT$ shamasına ten boladı hám bólekshenin tolıq energiyası

$$\bar{w} = 2\bar{w}_k = 3kT$$

shamasına ten boladı.

Qattı denenin bir molinin tolıq ishki energiyası bolǵan U shamasın ortasha energiyanı bir moldegi bir birinen ǵárezsiz bolǵan bólekshelerdin sanına kóbeytiw jolı menen alamız. Ximiyalıq jaqtan ápiwayı bolǵan qattı denelerdegi bir moldegi bir birinen ǵárezsiz terbeletuǵın bólekshelerdin sanı N_A Avagadro sanına ten⁴⁸. Sonlıqtan

$$U = \bar{w}N_A = 3N_AkT = RT \quad (1)$$

tenligine iye bolamız. Bul tenliktegi R – gaz turaqlısı bolıp tabıladı.

Jıllılıq keneyiwi kishi bolǵan qattı deneler ushın turaqlı basım menen turaqlı kólemdegi jıllılıq sıyımlıqları ámeliy jaqtan bir birinen ayrılmaydı. Sonlıqtan, bunnan bılay biz olardı ayırmaymız. Bunday jaǵdayda mınaǵan iye bolamız: ximiyalıq jaqtan ápiwayı bolǵan kristallıq qattı denenin atomlıq jıllılıq sıyımlıǵı sanlıq mánisi boyınsha U ishki energiyasınıń temperatura 1° qa kóterilgendeǵı ósimi bolıp tabıladı hám ol (1)-formula boyınsha mınaǵan ten:

$$C = 3R.$$

Gaz turaqlısı $R = 2 \text{ kal/grad mol}$ bolǵanlıqtan

$$C \cong 6 \text{ kal/grad} \cdot \text{mol}. \quad (2)$$

shamasına ten. YAǵnıy, *jetkilikli joqarı temperaturalarda barlıq ximiyalıq jaqtan ápiwayı bolǵan kristallıq qattı denelerdin atomlıq jıllılıq sıyımlıǵı 6 kal/grad mol shamasına ten boladı.* Bul tastıyıqlaw *Dyulong hám Pti* nızamı dep ataladı.

⁴⁸ Qattı túrdegi elementler ushın "mol" sózi "gramm atom" sózin angartadı.

Endi Dyulong hám Pti nızamının orınlanıwı ushın berilgen dene ushın qanday temperaturalar jetkilikli dárejede joqarı temperaturalar dep esaplawğa bolatuǵınlıǵın anıqlap alıw kerek boladı. Álbette, bul máseleni sheshiw ushın kristaldaǵı bir biri menen tásir etisetuǵın bólekshelerdin terbelislerinin xarakterin mayda-shúydesine shekem qaldırmay tallaw kerek. Dyulong hám Ptidin ózleri nızamdı ójire temperaturalarında bir qatar qattı deneler ushın alınǵan emperikalıq maǵlıwmatlardın tiykarında ashqan.

XV keste bazı bir ximiyalıq jaqtan ápiwayı bolǵan qattı denelerdin atomlıq jıllılıq sıyımlıqlarının mánislerin beredi.

XV keste. Elementlerdin qattı halındaǵı atomlıq jıllılıq sıyımlıqları

Zat	Atomlıq jıllılıq sıyımlıǵı C
Alyuminiy, Al	6,14
Almaz, C	1,35
Temir, Fe	6,36
Altın, Au	6,36
Kadmiy, Cd	6,11
Kremniy, Si	4,67
Mıs, Cu	5,91
Qalayı, Sn	6,63
Platina, Pt	6,29
Gúmis, Ag	6,13
Cink, Zn	6,10
Bor, B	2,51

Kestede keltirilgen zatlardıń kópshiligi ushın (Al, Fe, Au, Cd h.t.b.) atomlıq jıllılıq sıyımlıǵının $6 \text{ kal/grad}\cdot\text{mol}$ shamasına jaqın ekenligi, yaǵnıy olar ushın atomlardın bir birinen ǵárezsiz túrdegi terbeliwi ushın ójire temperaturasınıń jetkilikli dárejede joqarı ekenligi kórinip tur; bul deneler ushın Dyulong hám Pti nızamı orınlanadı. Almaz, kremniy hám bor ushın ójire temperaturalarında atomlıq jıllılıq sıyımlıǵı $6 \text{ kal/grad}\cdot\text{mol}$ shamasınan ádewir kishi. Bul jaǵdaydan sol almaz, kremniy hám bor sıyaqlı kristallardıń pánjerelerindegi atomlardın terbelislerin bir birinen ǵárezsiz dep esaplawğa bolmaytuǵınlıǵın kórsetedi. 985°C temperaturada almazdın jıllılıq sıyımlıǵı $5,52 \text{ kal/grad}\cdot\text{mol}$ shamasına shekem úlkeyedi, yaǵnıy kútilgen 6 mánisine jaqınlaydı.

Ximiyalıq jaqtan quramalı zatlardıń kóp sanlı kristalları ionlıq xarakterge iye. Bunday kristallarda berilgen zattın ayırım molekuların ayırıp alıwğa bolmaydı (zattın gaz halında ayırıp alıwğa bolar edi). Berilgen zattın gazinın molekulasına kiretuǵın barlıq atomlar kristallıq pánjerde ionlar túrinde durıs túrde gezeklesip jaylasadı. Bunnan kristallıq halda berilgen zattın bir molin payda etetuǵın bólekshelerdin sanı usı zattın bir molindegi atomlardın sanına ten ekenligi kelip shıǵadı. Mısalı, gaz tárizli xlorlı natriydın bir molinde Avagadro sanı N_A ǵa ten NaCl molekuları boladı. Tas duzinın kristallında pánjerenin túyinlerinde jaylasqan Na^+ hám Cl^- ionlarına iye bolamız (223-súwret). Olardıń ulıwmalıq sanı (birgelikte alınǵan Na^+ hám Cl^- ionları) $2N_A$ shamasına ten. Buringıday, pánjerde hár bir ionǵa $\bar{w} = 2 \cdot \frac{i}{2} \cdot kT$ ortasha energiyası sáykes keledi dep esaplap, kristallıq tas duzinın mollik jıllılıq sıyımlıǵının

$$C = 2 \cdot \frac{i}{2} \cdot kT \cdot 2N_A = 6kN_A = 6R$$

shamasına, yaǵnıy juwıqlaǵanda $12 \text{ kal/grad}\cdot\text{mol}$ ge ten bolatuǵınlıǵın alamız. Atomlar pánjerde neytral bolıp qalatuǵın hám bir birinen ǵárezsiz terbeletuǵın jaǵdayda da tap usınday tallawlar durıs. Bunnan qattı haldaǵı barlıq eki atomlıq birikpelerdin mollik jıllılıq sıyımlıǵının $12 \text{ kal/grad}\cdot\text{mol}$ shamasına ten bolıwının kerek ekenligi kelip shıǵadı. Tap usınday jollar menen úsh

atomlı birikpeler $18 \text{ kal/grad}\cdot\text{mol}$, al tórt atomlı birikpelerdin shama menen $24 \text{ kal/grad}\cdot\text{mol}$ shamasına ten bolatuǵınlıǵın kóremiz.

Bul juwmaq empirikalıq jollar menen ashılǵan *Djoule hám Kopp nızamına* sáykes keledi. Bul nızam boyınsha *qattı birikpelerdin mollık jıllılıq sıyımlıǵı usı birikpelerdin quramına kiretuǵın elementlerdin atomlıq jıllılıq sıyımlıqlarınan qosındısına ten.*

Djoule hám Kopp nızamı bólekshelerdin terbelislerin bir birinen ǵárezsiz dep esaplawǵa bolatuǵın joqarı temperaturalarda ǵana durıs.

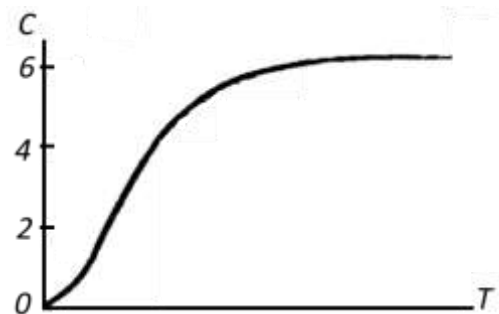
XVI keste bir qatar birikpeler ushın ójire temperaturalarında Joule hám Kopp nızamının jetkilikli dárejede jaqsı orınlanatuǵınlıǵı kórinip tur.

XVI keste. Qattı birikpelerdin mollık jıllılıq sıyımlıǵı

Zat	Mollık jıllılıq sıyımlıǵı C
CuO	11,3
NaCl	12,1
CaCl ₂	18,2
BaCl ₂	18,6
KNO ₃	24,1

Temperaturanın tómenlewi menen barlıq qattı denelerdin jıllılıq sıyımlıqları kishireydi. Jıllılıq sıyımlıǵının temperaturaǵa baylanıslı kishireyiwi 237-súwrette keltirilgen. *Temperatura absolyut nolge umılǵanda barlıq qattı denelerdin jıllılıq sıyımlıǵı nolge umıladı.* Qattı denelerdin júdá tómengi temperaturalardaǵı júrisin tek kvantlıq mexanikanın tiykarında túsindiriwge boladı.

237-súwret.
Qattı denenin jıllılıq sıyımlıǵının
temperaturaǵa baylanıslı ózgeriwi.



49-paragrafta biz kvantlıq mexanika boyınsha ayırım bólekshelerdin energiyasın tek sekirmeli túrde ózgeretuǵınlıǵın atap óttik. Bul atomlardın (yamasa ionlardın) terbelislerinin energiyasına da tiyisli. Pánjerede terbelip turǵan bólekshenin energiyasın sekirmeli túrde ózgerisinen porciyası $h\nu$ shamasına ten (h arqalı $6,6 \cdot 10^{-27} \text{ erg}\cdot\text{sek}$ shamasına ten Plank turaqlısı, al ν arqalı bólekshenin terbelisinen jıyilıǵı belgilengen). Bir erkinlik dárejesine sáykes keletuǵın $\frac{1}{2} kT$ energiyasın mánisi $h\nu$ dın mánisinen úlken bolatuǵın temperaturalarda bólekshelerdin terbelislerinin energiyasın temperatura T ǵa baylanıslı úzliksiz ózgeredi dep esaplawǵa boladı. Al, $\frac{1}{2} kT$ shamasın mánisi $h\nu$ energiyasın shaması menen barabar bolatuǵın tómengi temperaturalarda bolsa, esaplawlardı kvantlıq mexanikanın tiykarında júrgiziw kerek boladı. Bólekshelerdin kristallıq pánjeredegi terbelislerinin jıyilıǵı 10^{12} sek^{-1} shamasına barabar. Bunnan

$$\frac{1}{2} kT < h\nu$$

tensizliginen jıllılıq sıyımlıǵın esaplawdın klassikalıq usılın

$$T > \frac{2 \cdot 6,6 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{12}}{1,4 \cdot 10^{-16}} K \cong 100 K$$

shártin qanaatlandıratuǵın temperaturalarda durıs nátiyje beretuǵınlıǵın kóremiz.

Solay etip, ójire temperaturaları ushın ($t = 300 K$) jıllılıq sıyımlıǵın esaplawdın klassikalıq usılın paydalanıwǵa boladı. Al -200°C temperaturalar ushın jıllılıq sıyımlıǵın kvantlıq teoriya boyınsha esaplaw

zárúr.

Qattı denelerdin jıllılıq sıyımlılıǵının kvantlıq teoriyasının tiykarı Eynshteyn tárepinen salındı. Bunnan keyin Debay pánjerini payda etetuǵın bólekshelerdin tómengi temperaturalardaǵı óz-ara tásirlesiwiniń tutqan ornına itibar berdi. Debay ayırım bólekshelerdin terbelislerin qaraǵan joq, *al pútin pánjerede júzege keletuǵın terbelislerdi qaradı*. Ol kristallıq pánjerede *jiyilikleri akustikalıq jiyiliklerge shekemgi turǵın tolqınlarǵı payda bolatuǵınlıǵın* kórsetti.

Kristallıq pánjerin barlıq terbelislerinin energiyaların summalap hám kvantlıq mexanikaǵa sáykes olardıń temperaturadan ǵárezligin esapqa alıp, Debay tájiriyyede alınǵan nátiyjelerge jaqsı sáykes keletuǵın nátiyjelerge keldi. *Júdá tómengi temperaturalarda qattı denelerdin jıllılıq sıyımlılıǵı absolyut temperaturanın úshinshi dárejesine proporcional ózgeredi*.

Debay teoriyasının zor áhmiyeti sonnan ibarat, ol kristallardaǵı jıllılıq terbelislerin akustikalıq terbelisler menen baylanıstıradı.

Sovet fizigi L. I. Mandelshtam kristallardaǵı serpimli jıllılıq tolqınların bolıwın usı kristallarda shashıraǵan jaqtılıqtıń xarakterine tásir etiwiniń kerek ekenligin kórsetti (III tomǵa qaranız). L. I. Mandelshtam tárepinen bolıp ayılǵan qubılıs sovet fizigi E. F. Gross tárepinen baqlandı; usınıń menen qattı denelerdegi serpimli jıllılıq terbelislerinin bar ekenligi eksperimentlerde tastıyıqlandı.

§ 94. Qattı denelerdin balqıwı hám puwlanıwı. 87-paragrafta kristallıq qattı denelerdin belgili bolǵan balqıw temperaturalarına iye bolatuǵınlıǵı kórsetildi. Bul temperatura sırtqı sharayatlardan bir qansha ǵárezli.

Eger zattın balqıwı kólemnin úlkeyiwi menen júretuǵın bolsa (bul jaǵday zatlardıń kópshiliginde baqlanadı), onda basım úlkeygende balqıw temperaturası joqarılaydı; basım úlkeygende balqıp úlgergen zat qaytadan qattı halǵa ótedi.

Eger zattın balqıwı kólemnin kemeyiwi menen júretuǵın bolsa (suw, vismut, surma hám bir qatar basqa zatlar), onda basım úlkeygende balqıw temperaturası tómendeydi; basım úlkeygende qatıp úlgergen zat qaytadan suyıq halǵa ótedi. Basımın astında muz 0°C temperaturadan tómengi temperaturalarda balqıydı. Basım 130 at shamasına shekem artqanda muzdın suwǵa aylanıw temperaturası 1° qa tómendeydi.

Balqıǵanda keneyetuǵın zatlardı júdá joqarı basımlarda kritikalıq temperaturadan joqarı bolǵan temperaturalarda qattı halda uslap turıwǵa boladı.

Mısalı, xlorlı fosfor qattı halda 2050 kG/sm² basımda hám $t = 102^{\circ}$ temperaturada qattı halda boladı. Al, onıń kritikalıq noqatı $p = 75$ kG/sm² basımda hám $t = 50^{\circ}$ temperaturada jaylasqan. Tap sol sıyaqlı kritikalıq temperaturası 31° bolǵan uglekislotı $p = 12\ 000$ kG/sm² basımda $t = 93^{\circ}$ C temperaturada qattı bolıp qaladı.

Van-der-Vaals izotermaların tallaǵanda biz kritikalıq temperaturadan joqarı temperaturalarda olardıń tegis júretuǵınlıǵın hám usınıń saldarınan bizge eki fazanı – gaz tárizli hám sıyıqlıqtı ayırıwǵa múmkinshilik bermeytuǵınlıǵın kórdik. Biraq, qattı haldıń kritikalıq temperaturalardan joqarı temperaturalarda da bolıwı múmkin.

Qattı haldan suyıq halǵa ótiw energiyasınıń jumısalıwı menen júredi; basqa sóz benen aytqanda, qattı denenin berilgen massasınıń sol temperaturada suyıq halǵa ótkeriw ushın oǵan bazı bir muǵdardaǵı jıllılıqtı beriw kerek boladı. Onı *balqıw jıllılıǵı* dep ataydı. Sıyıqlıq qatqanda bul energiya jıllılıq túrinde ayırılıp shıǵadı. Hár qıylı zatlar ushın balqıw jıllılıǵının mánisi pútkilley hár qıylı; misalı, suw ushın onıń mánisi 80 kal/g, a sınaq ushın barlıǵı bolıp 2,75 kal/g shamasına ten.

Biz joqarıda jumıs isleytuǵın zat sıpatında sıyıqlıq penen onıń ústindegi toynǵan puwdın aralaspaı menen ótkerilgen Karno ciklin qarap, toynǵan puwlardıń serpimligi menen puwdın payda bolıwı jıllılıǵının temperaturadan ǵárezligin tabıwdıń múmkin ekenligin kórdik. Biraq, sol ótkerilgen tallawlardıń barlıǵı jumıs isleytuǵın zat sıpatında qanday da bir denenin qattı hám suyıq fazaların alǵanda da durıs boladı.

Solay etip, 84-paragraftaǵı

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\lambda}{V_0' - V_0} \quad (1)$$

túrinde jazılatuǵın (6)-formulanın T temperaturanın balqıw temperaturası, λ ni balqıw jıllılıǵı, V'_0 menen V_0 shamarın sáykes suıq hám qattı fazalardıń salıstırmalı kólemleri, al p shamasın aralaspa astında turatuǵın basım dep esaplaǵanda da óz kúshin saqlaydı eken.

(1)-formulanı bilayınsha kóshirip jazıwǵa da boladı:

$$dT = T \frac{V'_0 - V_0}{\lambda} dp. \quad (2)$$

Bunday jaǵdayda bul formula basım dp shamasına ózgergendegi balqıw temperaturasınıń dT shamasına ózgeriwin beredi.

Joqarıda keltirilgen qaǵıydalar (2)-formuladan tikkeley kelip shıǵadı: eger suıqlıqtın salıstırmalı kólemi qattı fazanın salıstırmalı kóleminen úlken bolsa ($V'_0 > V_0$), onda basım úlkeygende ($dp > 0$) balqıw temperaturası joqarılaydı, al eger $V'_0 < V_0$ tensizligi orınlanatuǵın bolsa, onda balqıw temperaturası tómenleydi. Mısalı, 0°C temperaturadaǵı muzdın salıstırmalı kólemi $V_0 = 1,0908 \text{ sm}^3/\text{g}$ shamasına ten, al suwdın tap sonday temperaturadaǵı salıstırmalı kólemi $V'_0 = 1,0001 \text{ sm}^3/\text{g}$. Muzdın balqıw jıllılıǵı $\lambda = 79 \text{ kal/g} = 33 \cdot 10^8 \text{ erg/g}$. Bunnan $T = 273 \text{ K}$ temperaturanın qasında basımın dp shamasına ózgerisi balqıw temperaturasınıń

$$dT = -273 \frac{0,0907}{33 \cdot 10^8} dp$$

shamasına ózgeretuǵınlıǵın kórsetedi. Bul formulada p barlarda anlatılǵan.

Eger p nı atmosferalarda anlatsaq, onda

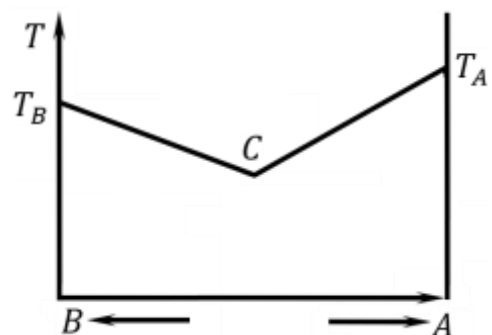
$$dT = -0,0076 dp$$

anlatpasına iye bolamız.

Bunnan muzdın balqıw temperaturasını 1° qa tómenletiw ushın basımdı $\frac{1}{0,0076} \text{ at} \cong 130 \text{ at}$ shamasına úlkeytiw kerek ekenligi kelip shıǵadı. Bul tiykargı tekstte keltirilgen maǵlıwmatlarǵa sáykes keledi.

Balqıw temperaturası zattan kúshli ǵárezli. Geypara jaǵdaylarda az muǵdardaǵı qosımtalar da balqıw temperaturasınıń ádewir tómenlete aladı. Belgili bolǵan ximiyalıq birikpe bolıp tabılmaıtuǵın, al sol quymanı payda etetuǵın zatlardın qálegen proporciyalarında alıńǵan quymalar ushın balqıw temperaturasınıń quymanın quramınan ǵárezligi 238-súwrette kórsetilgendey ózine tán túrge iye boladı. Meyli, quyma A hám B elementlerinen quralǵan bolsın. Abscissa kósherine quymadaǵı A hám B zatlarının muǵdarı qoyılǵan, onǵa qaray baǵıt A zatının muǵdarının úlkeyiwine sáykes keledi. Ordinata kósherine quymanın balqıw temperaturaları qoyılǵan. T_B noqatı taza B zatının balqıw temperaturasına sáykes keledi. A zatının az muǵdardaǵı qosımtaları balqıw temperaturasınıń tómenlewin júzege keltiredi. C noqatında balqıw temperaturasınıń minimumı orın aladı; usı C noqatına sáykes keletuǵın quymanın quramın *evtektikalıq* dep ataydı. Bunnan keyin balqıw temperaturası taza A zatının balqıw temperaturası T_A ǵa sáykes keletuǵın mániske shekem joqarılaydı. Iymekliktin ózgeriwi boyınsha ekinshi qurawshını (ansat balqıytuǵın zatqa qıyın balqıytuǵın yamasa qıyın balqıytuǵın zatqa ansat balqıytuǵın) qosqanda taza zattın balqıw temperaturasına salıstırǵanda balqıw temperaturasınıń barlıq waqıtta tómenleytuǵınlıǵı kórinip tur.

238-súwret.
Balqıw temperaturasınıń quymanın quramınan ǵárezligi.



Qattı deneler, suyıqlıqlar sıyaqlı qálegen temperaturada hár qıylı (tómen yamasa joqarı dárejede) puwlanadı hám berilgen zattın puwın payda etedi.

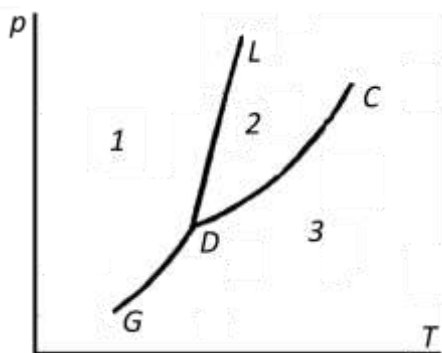
Suyıqlıqtı jabıq ıdista salqınlatamız, suyıqlıqtın ústinde tek onın toyingán puwı bolsın. Temperaturanın tómenlewı menen puwdın basımı tómenleydi; meyli, usı basımın temperaturağa baylanıslı ózgerisinin júrisi 239-súwrettegi CB iymekligi menen súwretlenetuǵın bolsın.

D noqatı toyingán puwlardıń basımındaǵı qattı halǵa ótiwine sáykes keledi. Usı D noqatına jetkende hám jıllılıqtı alıwdı dawam etkende suyıqlıqtın qattı halǵa ótiwi baslanadı. Suyıqlıqtın barlıq massası qattı halǵa ótemen degenshe temperatura turaqlı bolıp qaladı. Usı waqıttın ishinde toyingán puwlardıń basımı da turaqlı hám D noqatının ordinatasına ten boladı. Suyıqlıqtın barlıǵı qattı halǵa ótkende usı qattı denenin ústinde burınǵıday toyingán puw boladı. Qattı deneni bunnan bılay salqınlatıwdın nátiyjesinde toyingán puwlardıń basımı da tómenleydi (biraq, basqa DQ iymekligi boyınsha).

Solay etip, D noqatında eki iymeklik tiyisedi: qattı halda turǵan berilgen zattın ústindegi toyingán puwlardıń basımının temperaturadan ǵárezligin beretuǵın OD iymekligi hám suyıq halda turǵan sol zattın ústindegi toyingán puwlardıń basımının temperaturadan ǵárezligin beretuǵın CD iymekligi. D noqatının abscissasına sáykes keletuǵın temperaturadan tómengi temperaturalarda toyingán puw tek qattı dene menen, al, bul temperaturadan joqarı temperaturalarda bolsa suyıqlıq penen ten salmaqlıqta tura aladı. D noqatında zattın barlıq úsh halı – qattı, suyıq hám olardıń ústindegi toyingán puw yamasa barlıq úsh faza ten salmaqlıq halda turadı. Sonlıqtan D noqatın *úshlik noqat* dep ataydı.

Úshlik noqatın temperaturası ózinin toyingán puwının astında turǵan zattın balqıw temperaturası bolıp tabıladı. Eger zatqa úlken basımlar túsirilse, onda balqıw temperaturası da ózgeredi. Joqarıda kórsetilip ótilgenindey, denelerdin kópshiligi ushın basım úlkeygende balqıw temperaturası da kóteriledi.

Balqıw temperaturası menen basım arasındǵı baylanıstı sáwlelendiretuǵın iymeklikti qurıwǵa boladı. Bul iymeklik úshlik D noqatı arqalı ótedi; 239-súwrette bul iymeklik DL iymekliginin járdeminde kórsetilgen. 239-súwret basımın joqarılawı menen denenin balqıw temperaturası joqarılaytuǵın jaǵdayǵa tiyisli.



239-súwret.

Úshlik noqat.

1 – qattı faza, 2 – suyıq faza, 3 – gaz tárizli faza.

Balqıw temperaturası basımnan júdá ázzi ǵárezli bolǵanlıqtan (OL iymekligi tik kóteriledi), ádettegi basımlarda (atmosferalıq basım menen barabar) balqıw temperaturası úshlik noqatın temperaturasına sáykes keledi.

Kópshilik jaǵdaylarda biz qattı deneler menen olardıń úshlik noqatına sáykes keletuǵın temperaturalardan ádewir tómen temperaturalarda is alıp baramız (ójire temperaturalarındaǵı temir hám basqa da metallar menen). Sonlıqtan olardıń toyingán puwlarının basımları joq esabında hám bunday qattı denelerdin puwlanıwı ámeliy jaqtan derlik bolmaydı. Biraq úshlik noqatın qasında qattı denenin ústindegi toyingán puwlardıń basımının shaması sezilerliktey

boladı. Mısalı, úshlik noqatta suwdın ($0,00748^{\circ}\text{C}$ temperaturada) toyınǵan puwların basımı $p = 4,58 \text{ mm Hg}$; -1°S temperaturada muzdın ústindegi toyınǵan puwlardıń serpimligi $4,22 \text{ mm Hg}$ hám -10°C temperaturada $1,95 \text{ mm Hg}$. Toyınǵan puwlardıń bul salıstırmalı úlken serpimligi menen qattı muzdın ansat seziletuǵın puwlanıwı (suwıqtaǵı juwılǵan kiyimnin "kebiwi" túsindiriledi). Iod ushın úshlik noqattaǵı (114°C) toyınǵan puwlardıń basımı 90 mm Hg ; toyınǵan puwlardıń basımın bunday úlken mánisi iod kristalların paydalanıp qattı denelerdegi puwlanıw processin ("vozgonka") demonstraciyalaw qolaylı.

Bir qatar zatlar úshlik noqatta toyınǵan puwlardıń júdá tómén basımına iye boladı; mısalı, gúmistin toyınǵan puwların balqıw temperaturasındaǵı (962°C) basımı $2 \cdot 10^{-3} \text{ mm Hg}$.

§ 95. Suyıqlıqlardıń kvazikristallıq qurılısı. 78-paragrafta biz suyıqlıqlardıń tábiyatın, ásirese qatıw temperaturasına jaqın bolǵan sharayatlarda qattı denelerdin tábiyatına uqsas ekenligin kórsettik. Endi biz usı uqsaslıq penen tolıǵıraq tanısamız.

En dáslep mına jaǵdaydı atap ótiw kerek: balqıǵanda (yamasa, soǵan sáykes, qatqanda) zattın qásiyetleri puwlanǵa qaraǵanda ádewir kem ózgeredi.

Biz jáne kritikalıq temperaturalardan ádewir tómén temperaturalarda qattı dene balqıǵanda salıstırmalı kólemnin ózgerisi puwlanǵa salıstırǵanda ádewir kem bolatuǵınlıǵın da atap óttik.

Balqıw jıllılıǵı puwlanıw jıllılıǵına salıstırǵanda kishi.

Mısalı, natriy menen sinaptın qaynaw temperaturasındaǵı puwlanıw jıllılıǵı sáykes $25\,000 \text{ kal/mol}$ hám $14\,000 \text{ kal/mol}$ shamalarına ten.

Tap sol elementlerdin balqıw jıllılıqları sáykes 610 kal/mol hám 570 kal/mol shamalarına ten. XVII keste de bir qatar denelerdin qattı hám suyıq hallardaǵı jıllılıq sıyımlıqları salıstırılǵan.

XVII keste. Qattı hám suyıq zatlardıń turaqlı basımdaǵı mollik jıllılıq sıyımlıqları

Zat	Na	Hg	Pb	Zn	Al	HCl	CH ₄
C_p , (qattı)	7,6	6,7	7,2	7,2	6,14	12,27	10,0
C_p , (suyıq)	8,0	6,7	7,7	7,9	6,25	14,73	13,5

Kesteden ápiwayı zatlardıń da, ximiyalıq jaqtan quramalı bolǵan zatlardıń da jıllılıq sıyımlıǵının qattı haldan suyıq halǵa ótkende júdá az shamaǵa ózgeretuǵınlıǵın kórinip tur. Bul jaǵday bólekshelerdin jıllılıq qozǵalısların xarakterinin suyıqlıqlar menen qattı denelerde jaqın ekenligin tekkeley kórsetedi. Usınday juwmaqqa YA. I. Frenkeldin teoriyası tiykarlanǵan. Bul teoriya boyınsha suyıqlıqtın molekuları waqıtsha ten salmaqlıq orınlarınń átirapında terbeledi. Qattı hám suyıq hallar arasındaǵı ayırma mınalardan ibarat: qattı denelerde hár bir bólekshe (atom yamasa ion) belgili bolǵan ten salmaqlıq orınınıń átirapında terbeledi, bul orın uzaq waqıtlar dawamında ózgeriske ushıramaydı; suyıqlıqta da hár bir bólekshe belgili bolǵan ten salmaqlıq orınıń átirapında terbeledi, biraq waqıttın ótiwi menen bul orınıń ózi kóshedi. Bólekshe belgili bolǵan orınıń átirapında terbeletuǵın ortasha waqıttı τ arqalı belgilep hám bul waqıttı "otırıqshı" waqıt dep atap, mınaday juwmaq shıǵarıwǵa boladı: zattın qattı halı júdá úlken bolǵan "otırıqshı" waqıtqa, al suyıq hal bolsa salıstırmalı kishi "otırıqshı" waqıtqa iye.

Bul paragraftın aldınǵı paragraflarda biz qattı kristallıq halda bólekshelerdin belgili bolǵan kenisliklik simmetriyaǵa iye bolıp durıs geometriyalıq pánjerelerdin túyinlerinde jaylasatuǵınlıǵın kórdik. Usıǵan baylanıslı suyıqlıqtın bólekshelerinin jaylasıwında (durısıraǵı, olardıń waqıtsha ten salmaqlıq halların jaylasıwında) bazı bir tártip bola ma? degen soraw payda boladı. Bir qatar faktler bul sorawǵa "boladı" dep juwap beriwge májbúrleydi: suyıqlıqtaǵı bólekshelerdin jıllılıq terbelislerin bir birinen ǵárezsiz emes, suyıqlıqlarda da qattı denelerdegidey jıllılıq penen baylanıslı bolǵan serpimli tolqınlardı tabıwǵa boladı (93-paragraf); rentgen nurları suyıqlıqlar arqalı ótkende anıq emes, biraq sezilerliktey difrakciyalıq súwretti beredi (III tomǵa qaranız). Biraq, usınıń menen birge suyıqlıq (júdá siyrek usharısatuǵın jaǵdaylardı qospaǵanda) bóleksheleri geometriyalıq pánjerenin túyinlerinde tártip penen jaylasatuǵın kristallıq qattı

deneler ushın tńn bolǵan anizotropiyaǵa iye bolmaydı. Bul ayqın qarama-qarsılıqlar mınaday gipotezanın tiykarında saplastırıladı: suyıqlıqlardaǵı bólekshelerdin jaylasıwında "*jaqınnan tártip*" orın aladı

"Jaqınnan tártip" haqqında gáp etilgende berilgen bólekshege jaqın bolǵan bólekshelerdin shama menen tártip penen jaylasatuǵınlıǵın túsinedi. Biz berilgen bóleksheden alıslarǵan sayın usı bólekshege salıstırǵandaǵı tártiptin kem-kemnen buzılatuǵınlıǵın kóremiz. Ádewir úlken kólemnin sheklerinde bóleksheler ámeliy jaqtan pútkilley tártipsiz jaylasqan. Bólekshelerdin bunday bolıp jaylasıwları "uzaqtan tártip" orın alatuǵın haqıyqıy kristallıq strukturadaǵı tártipten ózgeshelikke iye. "Uzaqtan tártip" bar bolǵanda úlken kólemnin sheklerinde bóleksheler geometriyalıq pánjerenin túyinlerinde durıs jaylasqan.

Joqarıda ayılǵanlardan suyıqlıqtın tek kishi kólemlerdin sheklerinde ǵana tártiplesken qurılısqa iye bolatuǵınlıǵı kórinip tur; bunday strukturanı *kvazikristallıq* (shalama-shekki kristal) dep ataydı.

Temperaturanın joqarılawı menen bólekshelerdin "otırıqshı" waqıtı kemeyedi hám suyıqlıq ózinin qásiyetleri boyınsha qattı denelerdin qásiyetlerinen uzaqlasa baslaydı hám onın qásiyeti tıǵız gazlerdin qásiyetlerine jaqınlasadı.

Joqarıda keltirilgen teoriya suyıqlıqlardın mexanikalıq qásiyetlerin de túsindiriwge múmkinshilik beredi.

Suyıqlıqlardın aqqısh ekenligi belgili. Biraq, júdá kısqa waqıttın ishinde kúsh túsetuǵın bolsa, onda jabısqaq suyıqlıqlar mortlıq qásiyetti kórsetedi hám serpimli deformaciyalardı beriwge qábiletli. XIX ásiridin ekinshi yarımında Maksvell zattın bir waqıtta aqqıshlıq hám serpimli deformaciya orın alatuǵın usınday halının formallıq teoriyasın rawajlandırdı.

Bunday zatta kernew kúsh tásir etip bolǵannan keyin dárhál joq bolmaydı, al

$$p_t = p_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

nızamı boyınsha ózgeredi. Bul tenlikte p_0 – kernewdin baslanǵısh mánisi, p_t – kernewdin t waqıtı ótkennen keyingi mánisi. τ shaması *relaksaciya waqıtı* dep ataladı.

Maksvell boyınsha τ waqıt aralıǵınan kishi waqıt aralıǵı ishinde kúsh tásir etse, onda zat qattı denenin qásiyetindey qásiyetke, al kúsh usınday τ waqıt aralıǵına salıstırǵanda úlken waqıt aralıǵı dawamında tásir etse, onda zat suyıqlıqtın qásiyetine iye boladı. YA. I. Frenkeldin teoriyası boyınsha kúsh "otırıqshı" waqıttan kishi waqıt dawamında tásir etkende zat qattı denenin qásiyetine iye boladı, al kúsh "otırıqlı" waqıttan úlken waqıt dawamında tásir etse, onda zat suyıqlıqtın qásiyetin kórsetedi. Haqıyqatında da, usınday kishi waqıt ishinde bóleksheler ózlerinin ten salmaqlıq orınlarınan átirapında qaladı hám zat qattı denelerge tńn bolǵan strukturaǵa iye boladı. Eger waqıt aralıǵı "otırıqshı" turmısqa sáykes keletuǵın waqıttan úlken bolsa, onda jabısqaq aǵıs orın aladı, yaǵnıy suyıqlıqtın qásiyetine iye boladı. Solay etip YA. I. Frenkeldin teoriyasındaǵı relaksaciya waqıtı tikkeley fizikalıq mániske iye bola baslaydı: relaksaciya waqıtı bólekshelerdin "otırıqshı" ómirine sáykes keledi.

§ 96. Gazlerdin qattı deneler menen absorbcıyası hám adsorbcıyası. Tájiriybeler qanday da bir gaz benen tiyisip turǵan qattı deneni ishinen hawası sorıp alınǵan ıdısqa salǵanda denenin sol gazdı bólip shıǵaratuǵınlıǵın kórsetedi. Bunnan qattı denelerdin gazlerdi jutatuǵınlıǵı belgili boladı.

Gazdin basımı menen qattı denenin betinin maydanı qanshama úlken bolsa jutıw da úlken boladı. Poroshok tap sonday massaǵa hám quramǵa iye bolǵan tutas denegge salıstırǵanda kóbirek jutadı. Bul jaǵdayda jutıwdın kem degende qattı denenin betine gazdin jabısıw xarakterine iye ekenligin kórsetedi.

Jutıwdı tolǵıraq úyreniw qattı denelerdin gazlerdi jutıwının eki túrinin bar ekenligin kórsetedi. Olardı *adsorbcıya* hám *absorbcıya* dep ataydı. *Adsorbcıya* qattı denenin betindegi juqa qatlamǵa gazdin jabısıwınan ibarat. *Absorbcıya* (yamasa *okklyuziya*) qattı denenin barlıq massası

tárepinen gazdin jutılıwına, yaǵnıy suyıqlıqlardaǵı gazlerdin eriwine uqsas bolǵan qubılısqa alıp kelineadı.

Adsorbciyalanǵan gaz qattı denenin betinde suyıqlıqlardıń betinde tura alatuǵın monomolekulalıq qatlamlarǵan usaǵan monomolekulalıq plenkanı payda ete aladı (83-paragraf).

Qattı denenin betindegi monomolekulalıq qatlamnıń payda bolıwı gaz benen qattı denenin molekulları arasındaǵı kúshli óz-ara tásirlesiwdin bar bolıwı menen baylanıslı. Tartısıw xarakterine iye bolǵan kúshlerdi júdá jaqın aralıqlarda tásir etedi dep esaplaw kerek. Sonlıqtan, gazdin molekulların birinshi qatlamına jana molekullar kelip túsetuǵın bolsa, onda olarǵa qattı denenin molekulları emes, al tek birinshi qatlamdaǵı molekullar tárepinen kúshler ǵana tásir etedi; gazdin molekulların ekinshi qatlam túrinde uslap turıw ushın bul kúshler jetkiliksiz.

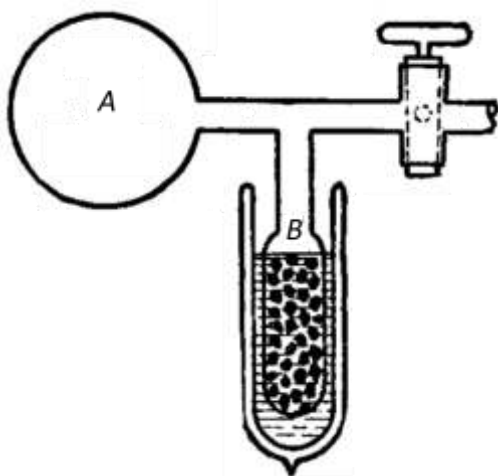
Vakuumde molekullardıń adsorbciyalanǵan qatlamı ástelik penen buzıladı hám qattı denenin betin bosatadı. Temperatura qansha joqarı bolsa, qattı denenin betinen gazdin bólinip shıǵıwı processı sonshama tezirek júredi.

Absorbciya (yamasa okklyuziya) tiykarınan tek joqarı temperaturalarda júredi. Sebebi, tek usınday temperaturalarda ǵana gazdin qattı denenin ishine sezilerliktey diffuziyası baqlanadı.

Bazı bir qattı deneler gazdi ózine júdá úlken muǵdarda okklyuziya qıla aladı. Bunday jaǵdayda jutılǵan gazdin kólemi (normal sharayatlarǵa qatnası boyınsha) qattı denenin menshikli kóleminen júzlegen ese úlken bolıwı múmkin. Balqıtılǵan palladiy ózinin menshikli kólemine salıstırǵanda normal basımlardaǵı onnan 1000 ese úlken kólemdegi vodorodtı jutadı. Vodorodtı siltili metallar, ásirese natriy kúshli jutadı. Vakuumda qızdarǵanda okklyuziyalanǵan gazler bólinip shıǵadı.

Adsorbciya hám absorbciya (okklyuziya) qubılısları vakuumluq texnikada áhmiyetli orındı iyeleydi. Vakuumluq ásbaptın ishine kirgizilgen barlıq qattı denelerden (ásirese metallıq qattı denelerden) gazlerdi shıǵarıw ushın olardı úzliksiz sorıw menen qızdırıw kerek. Ekinshi tárepten adsorbciya qubılısı vakuumdı jaqsılaw ushın paydalanıladı. Bunday maqsetlerde en birinshi gezekte aǵash kómirinin ayrıqsha tómengi temperaturalarda kóp sanlı gazlerdi adsorbciyalaw qábiletligi paydalanıladı.

Ishindegi vakuumdı jaqsılaw talap etiletuǵın *A* ıdısına (240-súwret) ishine aldın ala gazden qutqarılǵan kómir salınǵan *B* ıdısın tutastıradı. Usı ishinde kómir bar *B* ıdısın suıq hawaǵa túsirilgende, ol -184°C temperaturaǵa shekem salqınlaydı hám usının menen birge *A* ıdısındaǵı gazdin qaldıǵın ózine sinirip aladı; usınday jollar menen 10^{-6} mm Hg shamasındaǵı vakuumdı alıw múmkin.



240-súwret.
Salqınlatılátuǵın kómirdin járdeminde
vakuumdı jaqsılaw.

XVIII kesteде suıq hawanın temperaturasındaǵı kómirdin kólem birliginin jutatuǵın hár qıylı gazlerdin kólemleri keltirilgen (normal sharayatlardaǵı kólemleri alınǵan).

XVIII kesteде suıq hawa temperaturasında geliydin basqa gazlerge salıstırǵanda kem

jutilatuǵınlıǵı kórinip tur. Geliydin bul qásiyetin onı pataslıqlardan tazalaw ushın qollanadı: pataslangan geliydi salqınlatılǵan kómir salınǵan ıdıs arqalı ótkergende sol geliy menen aralasqan gazlerdi (azot, kislorod h.t.b.) kómir kúshli jutadı, al geliydin ózi júdá az muǵdarda jutıladı.

Kómirdin gazlerdi kúshli adsorbaciya qılıwı ushın onı ishinde boslıqlar, geweklikler bar etip hám ádettegi jaǵdaylarda sol boslıqlarda jaylasatuǵın uglevodorodlardan tazalangán halda aladı. Onın ushın kómirdi jabıq ıdista 350-400°C temperaturada onın ishindegi hawanı bir neshe ret sorıp alıw hám qaytadan jiberiw menen saqlaydı.

XVIII keste. Suyıq hawa temperaturasında kómir tárepinen jutılatuǵın gazlerdin kólemi

Gaz	Kómirdin kóleminin bir birligi tárepinen jutılatuǵın gazdin kólemi
Geliy	15
Vodorod	135
Azot	155
Argon	175
Kislorod	230

Bunday qayta islewdi *kómirdi aktivlestiriw* dep ataladı. Aktivlestirilgen kómir áskeriy texnikada da ózinin paydalanılıwın taptı: ádettegi protivogazlardın ishine aktivlestirilgen kómir salınadı.

Qattı denenin betinde tek gazler ǵana emes, al suyıqlıqlardıń da adsorbaciyalanıwı múmkin. Adsorbciyalangán zatlar qattı denenin betinin qásiyetlerin ózgertedi. Ayırım qattı deneler betindegi adsorbciyalangán zatlardın tásirinde bekkemligin tómendetedi. Bunday jaǵdayda, kórinip turǵanıday, polikristallıq denelerdin (metallardıń) ayırım kishkene kristalları arasındadıǵı quwıslıqlar menen jarıqlar áhmiyetli orındı iyeleydi. Adsorbciyalangán suyıqlıqlardıń molekulları mikrojarıqlarǵa sinedi hám olardı keneytedi. Bul qubılıs ámeliy jaqtan paydalanıladı: qattı denenin betin sáykes suyıqlıq penen juwıw arqalı kesiw jumıslarının kólemin kishireytiwge boladı.

ÚSHINSHI BÖLİM

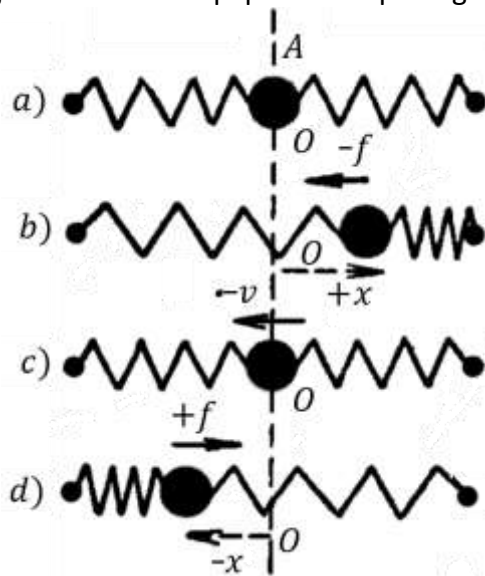
TERBELISLER HÁM TOLQINLAR

XI BAP

GARMONIKALIQ TEBRBELMELI QOZĞALIS

§ 97. Garmonikalıq terbelis. 89-paragrafta qarap ótkenimizdey, Guk nızamına baǵınatuǵın serpimli deformaciya da usı deformaciyanın shamasına proporcional hám ten salmaqlıq ornı tárepke baǵıtlanǵan kúsh payda boladı. Usınday kúsh tın tásirinde júzege keletuǵın qozǵalıstın ózgesheliklerin úyrenemiz.

Birdey eki prujinanın arasında qanday da bir A júgi qısılgan dep kóz aldımızǵa keltireyik Eki prujina da tendey shamaǵa sozılǵan hám júk O noqatında ten salmaqlıqta turadı (241-a súwret). Júkti ten salmaqlıq ornına on tárepke qaray (241-b súwret) $+x$ aralıǵına jılıtamız (shep tárepten onǵa baǵıtlanǵan kesindilerdi on dep esaplaymız), bunday jaǵdayda on táreptegi prujina qısılıp, shep táreptegi prujina sozıladı hám júkke ten salmaqlıq ornı bolǵan O noqatına qaray baǵıtlanǵan $-f$ kúshi tásir etedi. x tın shaması qansha úlken bolsa, bul kúsh tın san shaması da sonsha úlken boladı. Bul kúsh tın tásirinde A júgi ósip bariwshı tezlik penen ten salmaqlıq ornına qarap qozǵala baslaydı. Júk O noqatına qayıp kelgende (241-c súwret) kúsh tın shaması nolge ten, biraq júkte bolsa $-v$ shamasına ten tezlik tın zapası boladı. Sonın ushın ol ten salmaqlıq halınan ótip ketedi hám qozǵalıstın shep tárepke qaray dawam etedi. Bunın nátiyjesinde shep táreptegi prujina qısıladı, on táreptegi prujina sozıladı hám júkke ten salmaqlıq jaǵdayına qarap on tárepke baǵıtlanǵan $+f$ kúshi tásir ete baslaydı. Bul kúsh júk toqtaǵanǵa shekem júktin qozǵalıstın tezligin kishireytedi. Bunnan keyin júk qaytadan ten salmaqlıq halı tárepke qozǵala baslaydı. Solay etip, A júktin ten salmaqlıq ornı átirapındaǵı terbelmeli qozǵalıstı payda boladı.

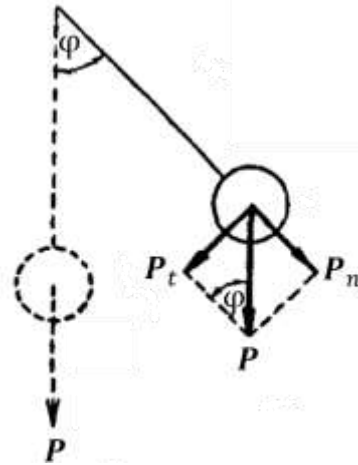


241-súwret. Eki prujina arasında qısılgan A júinın O ten salmaqlıq halı átirapındaǵı terbelisi.

Terbelmeli qozǵalıstın jáne bir mısalı retinde bir tegislikte terbeletuǵın mayatnik tın qozǵalıstın kórsetiwge boladı (242-súwret). Mayatnikti uslap turıwshı jip vertikal baǵıtta bolǵan jaǵdayda onın salmaq kúshi P jiptin keriliw kúshi menen tendey boladı. Biraq, mayatnik qanday da bir φ múyeshke burılsa, onda salmaq kúshi P nın tek ǵana bir qurawshısı (jipke parallel bolǵan P_n qurawshısı) jiptin reakciyası menen ten salmaqlıq halına keledi. San mánisi $P \sin \varphi$ shamasına ten bolǵan jipke perpendikulyar hám ten salmaqlıq halına qaray baǵıtlanǵan salmaq kúshinın P_t qurawshısı tenlestirilmegen bolıp qaladı. Eger φ múyesh kishi bolsa, sinustı múyesh tın ózi

menen almastırıw múmkin. Bunday jaǵdayda kúshin P_t qurawshısının san shaması P_φ qurawshısının san shamasına ten boladı. Nátiyjede mayatniktin júginin ten salmaqlıq halınan awısıwı φ múyeshi menen anıqlanadı. φ múyesh kishi bolǵanda mayatniktegi júkti ten salmaqlıq halına qaytarıwshı kúshin shaması φ múyeshine proporcional boladı.

242-súwret.
Mayatniktin terbelisi.



Bunday kúshin tásirinde mayatnik ten salmaqlıq halının átirapında terbele baslaydı hám terbelis serpimli kúshin tásirinde emes, al salmaq kúshinin P_t qurawshısının tásir etiwiniń sebebinen júzege keledi. Bul P_t kúshi mayatniktin ten salmaqlıq jaǵdayınan awısıwına proporcional bolıp (φ múyesh kishi bolǵanda), ten salmaqlıq tárepke baǵıtlanǵan boladı. Solay etip, bul kúshin xarakterı serpimli kúshin xarakterı menen birdey. Múyesh φ kishi bolǵanda bul kúsh júzege keltiretuǵın terbelislerdin xarakterı serpimli kúshler júzege keltiretuǵın terbelislerge sáykes keledi.

Tábiyatı boyınsha serpimli bolmaǵan, biraq awısıwǵa ǵárezligi boyınsha serpimli kúshlerge uqsas kúshlerdi *kvaziserpimli kúshler* dep ataydı.

Joqarıda keltirilgen mısallardan serpimli yamasa kvaziserpimli kúshlerdin tásirinde terbelmeli qozǵalıstın júzege keletuǵınlıǵın kóremiz. Terbelmeli processtı bunnan better terennen úyrenemiz.

Massası m bolǵan materiallıq noqattın ornın onın ten salmaqlıq halınan awısıwı x shamasının járdeminde anıqlaymız; ten salmaqlıq halında $x = 0$ tenligi orınlı boladı. Serpimli (yamasa kvaziserpimli) f kúsh ushın onın shamasının x awısıwınaǵa proporcional bolıwı tán; usıǵan sáykes mına tenlikti jazıwǵa boladı:

$$f = -kx. \quad (1)$$

Minus belgisi kúshin baǵıtınan x awısıwının baǵıtına keri ekenligin kórsetedi. Mısalı, awısıw joqarıǵa qaray baǵıtlanǵan bolsa, onda kúsh tómenge qaray baǵıtlanǵan, al awısıw tómenge qaray baǵıtlanǵan bolǵan jaǵdayda kúsh joqarıǵa qaray baǵıtlanǵan h.t.b. k koefficientinin mánisi on. Nyutonnın ekinshi nızamı boyınsha:

$$mw = f = -kx \quad (2)$$

anlatpasına iye bolamız. Bunda w arqalı materiallıq noqattın tezleniwi belgilengen.

w tezleniwi x awısıwdan waqıt boyınsha alınǵan ekinshi tártipli tuwındıǵa ten, yaǵnıy $w = \frac{d^2x}{dt^2}$; waqıt boyınsha alınǵan ekinshi tártipli tuwındını tuwındısı alınıp atırǵan ózgeriwshinin ústine eki noqat qoyıw menen belgileymiz, bunday jaǵday da $w = \ddot{x}$. Bul anlatpanı (2)-tenlikke qoysaq:

$$m\ddot{x} = -kx \quad (3)$$

yamasa

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x \quad (3a)$$

anlatpasına iye bolamız.

Bul anlatpalarda k hám m on bolǵanlıqtan, olardıń qatnasın qanday da bir ω shamasının kvadratına tenewge boladı, yaǵnıy:

$$\frac{k}{m} = \omega^2. \quad (4)$$

Bul ω shaması kiyinirek qarap shıǵılatuǵın sebeplerge baylanıslı *dóńgelek* (yamasa cikllıq) *jiyilik* dep ataladı. Bunday jaǵdayda (3-a) anlatpanı ıqshamlı etip

$$\ddot{x} = \omega^2 x \quad (5)$$

túrinde jazıwǵa boladı. Endi bızın wazıypamız tezleniw noqattın ten salmaqlıq halınan awısıwı x tın shamasına (5)-formula boyınsha proporcional bolatuǵınlıǵı hám ten salmaqlıq ornı tárepke qaray baǵıtlanǵanlıǵı belgili bolǵan jaǵdaydaǵı noqattın qozǵalısn anıqlawǵa alıp klinedi. Noqattın ornı waqtın funkciyası sıpatında belgili bolǵan jaǵdayda noqattın qozǵalısn anıqlanǵan boladı; bunday jaǵdayda awısıw x tı waqt t nın funkciyası sıpatında anlatıw kerek. Demek, x hám t arasında (5)-tenlikti qanaatlantıratuǵınday qatnastı tabıw talap etiledi. Bul qatnastın

$$x = a \cos(\omega t + \alpha) \quad (6)$$

túrindegi formulanın járdeminde anlatılaluǵınlıǵın tekserip kóriwge boladı. Bul formulada a hám α arqalı ıqtıyarlı alınǵan turaqlı sanlar belgilengen. Olardıń mánislerin baslanǵısh shártlerden anıqlaydı. Haqıyqatında da, x tan waqt boyınsha ekinshi tártipli tuwındı alıp, onda alınǵan $\ddot{x}$ tın bul mánisinin (5)-tenlemeni teppe-tenlikke aylandıratuǵınlıǵın kóremiz. a kóbeytiwshisin *terbelistin amplitudası*, al $\omega t + \alpha$ argumentin *terbelistin fazası* hám turaqlı san α nı *dáslepki faza* dep ataydı. Tap usınday huqıq penen tenlemeni

$$x = a \sin(\omega t + \alpha) \quad (7)$$

túrinde de qollanıwǵa da boladı, biraq bunday jaǵdayda turaqlı α nın hár bir mánisi ushın (6)-formulaǵa sáykes basqa mánis alınǵan bolar edi. Turaqlı α nın basqa hár bir mánisinde (7)-formulaǵa sinustın mánisine (6)-formulaǵa kosinustın mánisi ten bolıwı kerek. Sebebi (6)-hám (7)- formulalardıń járdeminde anlatılaluǵın qozǵalıslar bir birine teppe-ten bolıwı kerek.

(6)- yamasa (7)-tenlemeler *garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstın tenlemeleri* dep ataladı; olardı úyreniwge ótemiz.

Garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstın tiykarǵı qásiyeti onın dáwirililiginen ibarat. Ápiwayılıq ushın baslanǵısh fazanı $\alpha = 0$ dep alamız. Bunday jaǵdayda

$$x = a \cos \omega t \quad (6a)$$

formulası orınlı boladı.

$t = 0$ shárti orınlanǵanda $\cos \omega t = +1$ boladı hám bunnan $x = +a$ tenligin alamız. Awısıwdın on mánislerin ten salmaqlıq halınan on tárepine, teris mánislerin shep tárepine qaray ólsheymiz (243-súwret). Onda garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstaǵı A materiallıq noqatı $t = 0$ waqt momentinde ten salmaqlıq xalınan on tárepke a qashıqlıqqa jılıǵan boladı. Bul noqattın on tárepke qaray múmkin bolǵan en úlken awısıwı bolıp tabıladı. Sebebi $\cos \omega t$ funkciyasının mánisi $+1$ den úlken bola almaydı. Waqt t nın ósiwi menen $\cos \omega t$ nın shaması kemiyedi, noqattın ten salmaqlıq halı O noqatına qaray shep tárepke jilıyadı. $\omega t = \frac{\pi}{2}$ tenligi orınlanatuǵın waqt momentinde, yaǵnıy $t = \frac{\pi}{2\omega}$ tenligi orınlanǵanda, noqat O ten salmaqlıq halında boladı.

Waqtın bunnan ósiwinin nátiyjesinde kosinus teris mánislerdi qabıl etedi. A noqatı ten salmaqlıq halına sáykes keletuǵın orınnan shepke qaray jilıyadı.

Waqt $t = \frac{\pi}{\omega}$ shamasına ten bolǵanda kosinus -1 shamasına ten boladı, bunnan $x = -a$, yaǵnıy noqat shep táreptegi en shetki noqatqa barıp jetken boladı, sonınan noqat on tárepke qozǵala baslaydı hám O ten salmaqlıq halı arqalı ekinshi ret ótedi hám $t = T = \frac{2\pi}{\omega}$ waqt momentinde on táreptegi shetki jaǵdayda jáne qaytıp keledi. Bunnan keyin qozǵalısn qaytalanadı. Solay etip, noqat dáslepki qozǵalısn halına

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (8)$$

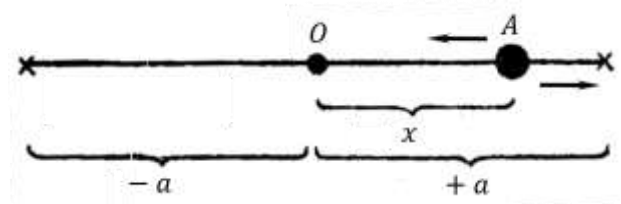
waqıttan son qayıp keledi eken. Bul T waqıttı *terbelisler dáwiri* dep ataydı. Terbeliwshi A denesi dáwir T ğa ten waqıttın ishinde ózinin jolındaǵı (en úlken awısıwlarǵa sáykes keliwshi $x = \pm a$ noqatlardan basqa) hár bir noqat arqalı eki ret ótedi: bir ret - bir tárepke qaray qozǵalǵanda, ekinshi ret – oǵan qarama-qarsı tárepke qaray qozǵalǵanda.

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ shaması waqıttın 2π birligi ishindegi terbelislerdin sanı bolıp tabıladı. *Amplituda* dep atalatuǵın a shaması terbeliwshi noqattın ten salmaqlıq ornınan múmkin bolǵan en úlken awısıwına ten.

$\alpha \neq 0$ bolǵan jaǵdayda waqıttın baslanǵısh $t = 0$ momentinde A noqatının jaylasqan ornı $x = \cos \alpha$ tenliginin járdeminde anıqlanadı. Usı noqattan baslap T dáwiri dawamındaǵı qozǵalıstın barısın baqlawǵa boladı. Demek, baslanǵısh faza α terbeliwshi noqattın $t = 0$ momenttegi ornın anıqlaydı eken.

243-súwret.

Terbeletuǵın noqattın ten salmaqlıq ornınan awısıwı.



Cikllıq jiyilik bolǵan ω shamasının ornına bir birlik waqıt ishindegi terbelisler sanın kórsetiwshi ápiwayı $v = \frac{1}{T}$ jiyiligin de kirgiziw múmkin. ω , v hám T shamaların salıstırıp, olardıń arasında

$$\omega = 2\pi v = \frac{2\pi}{T} \quad (9)$$

túrindegi qatnasının orınlı ekenligin kóremiz.

ω nin bul mánislerin (6)-ǵa qoyıp, garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstın tómendegidey eki anlatpasına iye bolamız:

$$x = a \cos(2\pi vt + \alpha), \quad (6a)$$

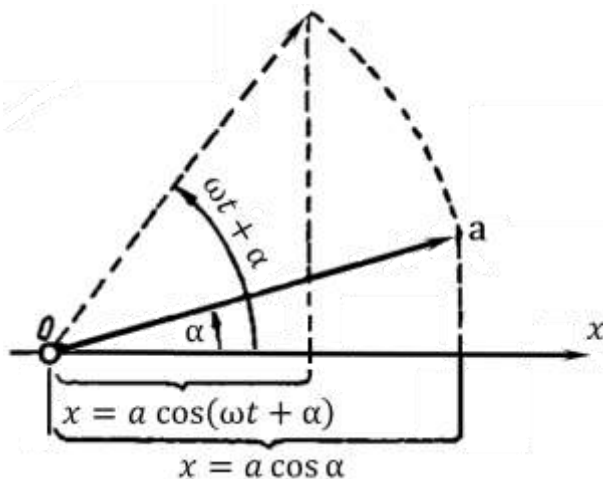
$$x = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right). \quad (6b)$$

(4)-formuladan hám $T = \frac{2\pi}{\omega}$ qatnasınan paydalanıp, dáwir ushın:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (10)$$

anlatpasına iye bolamız.

Solay etip, terbelisler dáwirinin shaması máselenin tek dinamikalıq xarakteristikalarına: massa m ge hám koefficient k ğa baylanıslı boladı eken.



244-súwret.

Garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstı turaqlı múyeshlik tezlik penen aylanatuǵın a vektorının proekciyaları sıpatında kórsetiw.

Terbelmeli qozǵalı penen baylanıslı kóp sanlı jiı ushırasatuǵın máselelerde terbelistin amplituda vektorı járdeminde geometriyalıq súwretlew usılı qolaylı.

Bul usıl tómendegilerge alıp kelinedi. Bir kósher alıp, onı X kósheri dep ataymız (244-súwret) hám usı kósherdin boyında iqtıyarlı O noqatın tanlap alamız. Bul noqattan san shaması a amplitudaǵa ten bolǵan bazı bir masshtabta alıńǵan vektordı baslanǵısh faza α ǵa ten bolǵan múyesh astinde sızamız. Súwretten kórinip turǵanıday, a vektorının X kósherine túsirilgen proekciyası sol masshtabdaǵı noqatın baslanǵısh awısıwı bolǵan $x = a \cos \alpha$ shamasın beredi. Amplituda vektorın ω múyeshlik tezlik penen saat strelkasının aylanıwının baǵıtına qarama-qarsı baǵıtta aylandıramız. Bunday jaǵdayda qanday da bir t waqıt momentinde ol X kósheri menen $\omega t + \alpha$ shamasına ten múyeshti payda etedi. Bunday jaǵdayda onın X kósherine túsirilgen proekciyası

$$x = a \cos(\omega t + \alpha)$$

shamasına ten boladı, yaǵnıy terbeliwshi noqatın t momenttegi awısıwın beredi. Bunnan biz minaday juwmaq shıǵaramız: garmonikalıq terbelmeli qozǵalısh amplituda vektorının ushının bazı bir kósherge túsirilgen proekciyasının qozǵalıshı bolıp tabıladı, bul amplituda vektorı iqtıyarlı túrde alıńǵan noqattan kósherge baslanǵısh fazaǵa ten múyesh penen júrgiziledi hám usı noqatın dógerinde ω múyeshlik tezligi menen aylanadı. Sonlıqtan ω shamasının ciklıq jiyilik dep ataydı.

§ 98. Garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstaǵı tezlik hám tezleniw. Mısallar. Garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstaǵı A materiallıq noqatın awısıwı bolǵan x shamasın 97-paragraftaǵı (6)-formula boyınsha bilayınsha anlatıladı:

$$x = a \cos(\omega t + \alpha). \quad (1)$$

Bul anlatpada a - terbelis amplitudası, ω - aylanıw jiyiligi hám α - dáslepki faza. Noqatın tezligi v san shaması boyınsha awısıw x tan waqıt boyınsha alıńǵan birinshi tártipli tuwındıǵa ten, yaǵnıy $v = \frac{dx}{dt}$. Waqıt boyınsha alıńǵan birinshi tártipli tuwındını usı tuwındı alıńǵan shamanın ústine bir noqat qoyıw menen belgileymiz. Bunday jaǵdayda differenciallawdı orınlap, mınaǵan iye bolamız.

$$v = \dot{x} = -a \omega \sin(\omega t + \alpha). \quad (2)$$

Tezlikten waqıt boyınsha jáne bir tuwındı alıp, tezleniwdi tabamız:

$$w = \frac{dv}{dt} = \ddot{x} = -a \omega^2 \cos(\omega t + \alpha). \quad (3)$$

(2)-hám (3) formulalardaǵı ω jiyiliginin ornına $T = \frac{2\pi}{\omega}$ dáwrdi qoyamız:

$$v = -\frac{2\pi}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right) \quad (2a)$$

$$w = -\frac{4\pi^2}{T^2} a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right). \quad (3a)$$

Sonǵı anlatpanı (1)-formulaǵa tiykarlanıp bilayınsha qaytadan jazıwǵa boladı:

$$w = -\frac{4\pi^2}{T^2} x.$$

Bul tenlikten jáne garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstaǵı tezleniwdin x awısıwǵa proporcional hám ten salmaqlıq ornına baǵıtlanǵan boladı degen juwmaqqqa kelemiz (97-paragrafqa qaranız).

(2a)-hám (3a)-formulalarda garmonikalıq terbelmeli qozǵalatuǵın noqatın tezligi menen tezleniwdin dáwiri T ǵa ten waqıttın birdey funkciyası ekenligin kóriwge boladı. Sonın menen birge awısıw x ta waqıttın tap sonday T dáwirge iye funkciyası bolatuǵınlıǵın este saqlaymız. Endi bir terbelistin waqıtındaǵı tezlik penen tezleniwdin ózgerisinin qanday bolatuǵınlıǵına itibar beremiz. Onın ushın waqıttın hár qıylı momentlerindeki v menen w nın mánislerine iye kesteni dúzemiz. Ápiwayılıq ushın, tap burınǵıday, baslanǵısh faza α nı jáne nolge ten dep esaplaymız.

XIX keste. Garmonikalıq terbelmeli qozǵalısta hár qıylı waqıt momentlerindeki x, v hám ω nın mánisleri

t	x	v	ω
0	$+a$	0	$-\frac{4\pi^2}{T^2}a$
$\frac{1}{4}T$	0	$-\frac{2\pi}{T}a$	0
$\frac{1}{2}T$	$-a$	0	$+\frac{4\pi^2}{T^2}a$
$\frac{3}{4}T$	0	$+\frac{2\pi}{T}a$	0
T	$+a$	0	$-\frac{4\pi^2}{T^2}a$

Kestede kórinip turǵanıday, terbeliwshi A noqatı ten salmaqlıq jaǵdayınan ótkende tezlik ózinin absolyut maksimallıq $|v|_{max} = \frac{2\pi}{T}a$ shamasına ten boladı; en shetki $x = \pm a$ noqatlarında tezlik nolge ten. Tezleniwde kerı jaǵday orın aladı, yaǵnıy, ten salmaqlıq jaǵdayınan ótkende ol nolge ten (bul momentte kúsh nolge ten boladı) hám en shetki noqatlarda maksimallıq $|\omega|_{max} = \frac{4\pi^2}{T^2}a$ absolyut mánisine iye. Tezleniw hámme waqıt ten salmaqlıq jaǵdayına baǵıtlanǵan boladı.

Terbelis amplitudasının jáne baslanǵısh fazanın mánisleri baslanǵısh shártlerden anıqlanadı. Bólekshenin $t = 0$ baslanǵısh waqıttaǵı tezligi v_0 hám awısıwı x belgili dep boljayıq. Bul shártlerdi inabatqa alıp, (1)- hám (2)- anlatpalarga $t = 0$ mánisin qoysaq:

$$x_0 = a \cos \alpha, v_0 = -a \omega \sin \alpha \quad (4)$$

yamasa

$$\frac{v_0}{\omega} = -a \sin \alpha. \quad (5)$$

anlatpalarına iye bolamız.

(4)-hám (5)-anlatpalardı kvadratqa kóterip, sonınan aǵzama-aǵza qosamız:

$$x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} = a^2.$$

Bunnan:

$$a = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \quad (6)$$

anlatpasına iye bolamız.

(5) anlatpanı aǵzama-aǵza $x_0 = a \cos \alpha$ shamasına bólip

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{v_0}{\omega x_0}. \quad (7)$$

tenligin alamız.

(6)-hám (7)-anlatpalar x_0 hám baslanǵısh tezlik v_0 boyınsha anıqlanǵan a amplitudanı hám baslanǵısh faza α nın baslanǵısh awısıwın beredi. Solay etip, baslanǵısh shártlerdin járdeminde berilgen massaǵa iye bolǵan noqattın birdey bolǵan serpimli kúshin tásirinde hár qıylı amplituda menen hár qıylı baslanǵısh fazaǵa iye bolǵan terbelislerdi payda ete alatuǵınlıǵın kóremiz. Biraq, onın dáwiri barlıq waqıtta da birdey mániske iye boladı.

Eger prujınaǵa ildirilgen júk ten salmaqlıq halınan shıǵarılǵan bolsa, onda júk qozǵala baslawdın aldında prujanın qansha shamaǵa sozılǵanına hám oǵan qanday tezlikten berilgenligine baylanıslı bolǵan amplituda menen terbele baslaydı; al terbelistin dáwiri amplitudadan gárezli emes, tek júktin massası m hám prujınanın "qattılıǵı" k menen anıqlanadı.

Joqarıda keltirilgen jaǵdaylardan kórinip turǵanıday, terbelislerdin baslanǵısh fazası

başlangıç momenti sayılap alıwdan baylanıslı. Mısalı, başlangıç moment ushın noqattın awısıwı $x_0 = +\alpha$ shamasına ten bolğan waqıttı alıwğa boladı. Onda (6)-formulağa sáykes $v_0 = 0$ hám (7)-formulağa sáykes fazanın da nolge ten bolıwı kerek ($\alpha = 0$).

Bir neshe mısallardı qaraymız.

1-mısal. Eger prujına 3 kG kúshin tásirinde etkende 9 sm ge sozılatuǵın bolsa, onda usı prujınaǵa ildirilgen salmaǵı $P = 2,5$ kG bolğan júktin terbelis dáwirin anıqlanıw.

Sheshimi: Prujınaǵa tásir etetuǵın 3 kG kúsh sol kúsh júzege keltiretuǵın awısıwǵa bólsek, onda prujınanın serpililik koefficienti alınadı:

$$k = \frac{3}{9} \text{ kG/sm} = \frac{1}{3} \text{ kG/sm}.$$

Bunnan keyin 97-paragraftaǵı (10)-formula boyınsha terbelis dáwirin anıqlaymız:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{P}{gk}} = 2\pi \sqrt{\frac{2,5 \cdot 3}{981}} \text{ sek} = 0,55 \text{ sek}.$$

2-mısal. Uzunlıǵı l bolğan matematikalıq mayatniktin terbelisler dáwiri anıqlansın.

Matematikalıq mayatnik dep mäselenin shártlerinde jiptin salmaǵın esapqa almawǵa bolatuǵın mayatnikke aytadı.

Sheshimi. Mayatniktin júginin (yaǵnıy jipke ildirilgen júktin) massasın m arqalı belgileybiz. Mayatnik vertikal baǵıttan φ múyeshke qıyalatılğan dep kóz aldımızǵa keltiremiz. Mayatniktin júginin ten salmaqlıq jaǵdayına qaray qozǵalısqı keltiriwshi kúsh salmaq kúshinin jipke perpendikulyar bolğan P_t qurawshısı bolıp tabıladı (242-súwret). 97-paragrafta aytıp ótilgenindey, awısıw múyeshi φ din shaması kishi bolǵanda, bul P_t qurawshısı san shaması juwıq túrde $P \cdot \varphi$ shamasına ten hám ten salmaqlıq jaǵdayı tárepke baǵıtlanǵan boladı. Sonın ushın:

$$P_t = -P \cdot \varphi = -mg\varphi \quad (8)$$

anlatpasına iye bolamız. Bul jerde g – salmaq kúshinin tezleniwı; minus belgisi P_t kúshinin on φ múyeshlerinin shaması ólshenetuǵın tárepke keri baǵıtlanǵanlıǵın kórsetedi.

Júktin traektoriyasına urınba baǵıttaǵı tezleniw $l\ddot{\varphi}$ shamasına ten, bunnan Nyutonnın ekinshi nızamına sáykes:

$$ml\ddot{\varphi} = P_t$$

yamasa (8)-formula boyınsha:

$$ml\ddot{\varphi} = -mg\varphi$$

tenliklerine iye bolamız. Bunnan:

$$\ddot{\varphi} = -\frac{g}{l}\varphi$$

tenligine iye bolamız.

g/l qatnasın ω^2 arqalı belgileybiz; bunday jaǵdayda:

$$\ddot{\varphi} = -\omega^2\varphi$$

tenlemesi kelip shıǵadı.

Mayatniktin múyeshlik awısıwı φ qarata jazılğan bul tenleme 97-paragraftaǵı (5)-tenlemege tolıǵı menen sáykes keledi. Sonın ushın φ waqıttın dáwirlik funkciyası bolıp, onın dáwiri:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (9)$$

formulasının járdeminde esaplanadı.

Bul (9)-formula biz izlep atırǵan matematikalıq mayatniktin terbeliwini dáwirin anıqlaydı. Matematikalıq mayatniktin terbeliw dáwiri tek mayatniktin uzunlıǵı l ge hám Jer sharının berilgen noqatındaǵı salmaq kúshinin tezleniwı g shamasına baylanıslı eken.

3-mısal. Salmaǵı P shamasına ten bolğan, salmaq orayı C aylanıw kósheri O dan α qashıqlıqta jaylasqan denenin (245-súwret) sol O kósherinin átirapındaǵı terbeliwini dáwirin anıqlanıw. Denenin ten salmaqlıq haldan awısıw múyeshi φ din shaması kishi dep esaplınsın.

Sheshimi: P salmaq kúshin C salmaq orayına túsirilgen dep esaplawǵa boladı. Aldıńǵı mısaldı jaǵdayǵa sáykes, bul mısaldı da dene salmaq kúshinin P_t qurawshısının tásirinde ten salmaqlıq halı tárepke qaray qozǵaladı. Sonlıqtan, φ múyeshinin kishi bolıwı sebepli:

$$P_t = -P\varphi.$$

tenligin jazamiz.

Bul kúshlin aylanıw kósherine salıstırǵandaǵı momenti (35-paragrafqa qaranız) mınaǵan ten:

$$M = P_t \alpha = -P\varphi \alpha \quad (10)$$

Bul M momentinin tásirinde dene

$$\beta = \frac{M}{I}$$

shamasına ten bolǵan $\beta = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$ múyeshlik tezleniwine iye boladı; bul anlatpalarda I – denenin O kósherine salıstırǵanda inerciya momenti. Bul aqırǵı anlatpadaǵı M nın ornına (10)-anlatpadaǵı shamasın hám β nın ornına $\ddot{\varphi}$ shamaların qoyamız. Bunday jaǵdayda tezleniwidin

$$\ddot{\varphi} = -\frac{P \cdot a}{I} \varphi$$

shamasına ten ekenligine isenemiz.

Bul tenleme 97-paragraftaǵı (5)-tenleme menen yamasa usı mısaldan aldınǵı mısaldaǵı φ ge qarata jazılǵan tenlemege tolıǵı menen birdey. Bunnan biz tómendegidey juwmaqqa kelemiz: awısıw múyeshi φ kishi bolǵanda dene ten salmaqlıq jaǵdayı átirapında

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Pa}} \quad (11)$$

dáwiri menen garmonikalıq túrde terbeledi.

$P = mg$ qatnasınan paydalanıp, dáwirdi bılayınsha jazamız:

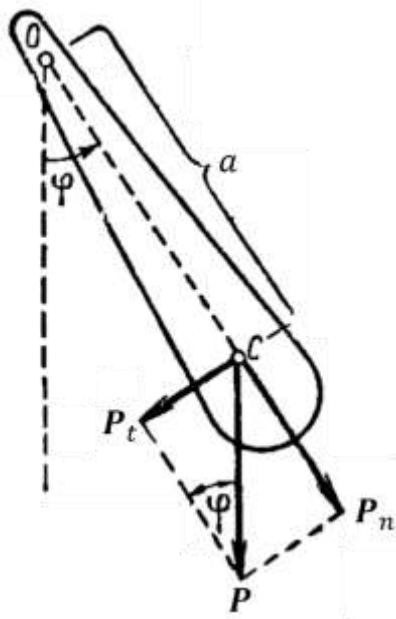
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}} \quad (11a)$$

Bul anlatpada m arqalı denenin massası belgilengen.

Ózinin ten salmaqlıq ornı átirapında mine sonday túrde terbele alatuǵın deneni fizikalıq mayatnik dep atayı.

$$L = \frac{I}{ma} \quad (12)$$

shamasın fizikalıq *mayatniktin keltirilgen uzınlıǵı* dep ataw kabil etilgen.



245-súwret.

Salmaqlı denenin O kósherinin dógeregindegi terbelisi.

Inerciya momenti bolǵan I shamasının anlatpasına massa kiretuǵın bolǵanlıqtan (35-paragrafqa qaranız), fizikalıq mayatniktin L keltirilgen uzınlıǵı denenin tolıq massasına baylanıslı bolmay, onın tek ǵana geometriyalıq formasına hám massasının bólistiriliwine baylanıslı shama boladı.

(11a) ǵa mayatniktin keltirilgen uzınlıǵı shamasın qoyıp, tómendegi anlatpanı alamız:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}.$$

Solay etip, fizikalıq mayatniktin terbelislerinin dáwirinin formulası matematikalıq mayatniktin terbelisler dáwirinin formulasına [ótken mısaldáğı (9)-formula] uqsas túrge iye boladı.

§ 99. Garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstın energiyası. Meyli, massası m bolǵan materiallıq noqat

$$f = -kx$$

kvaziserpimli kúshinin tásirinde terbelip atırǵan bolsın. Bul tenlikte x arqalı noqattın ten salmaqlıq halınan awısıwı belgilengen. Terbeliwdin nátiyjesinde materiallıq noqat tezlikke hám soǵan sáykes kinetikalıq energiyaǵa iye boladı

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2. \quad (1)$$

Usının menen birge terbeliwshi noqattın potenciallıq energiyası da boladı. Noqattın hár qıylı orınlarında hár qıylı tezliklerge iye bolıwı onın E_k kinetikalıq energiyasın waqıttın ótiwi menen ózgeretuǵınlıǵın anǵartadı. Sonday-aq, soǵan sáykes potenciallıq energiya da ózgeriste boladı. Potenciallıq energiyanın shaması belgili bir x -awısıwdı júzege keltiriw ushın sırtqı kúshler tárepinen atqarılǵan jumıs penen ólshenedi. 25-paragrafta sóz etilgende, serpimli kúshstin islegen jumısının san mánisi $\frac{1}{2}kx^2$ shamasına ten. Solay etip, potenciallıq energiya E_p ushın

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \quad (2)$$

anlatpasın jaza alamız.

(1)-hám (2)-formulalarǵa v hám x tın 93-paragraftaǵı (1)-hám (2)-formulalar boyınsha mánislerin qoyamız:

$$E_k = \frac{1}{2}ma^2\omega^2\cos^2(\omega t + \alpha), \quad (1a)$$

$$E_p = \frac{1}{2}ka^2\cos^2(\omega t + \alpha). \quad (2a)$$

Potenciallıq energiya maksimumǵa jetkende kinetikalıq energiya E_k nolge ten boladı, yaǵnıy en úlken shetki orınlarında $E_k = 0$ boladı degendi anǵartadı; ten salmaqlıq jaǵdayınan ótiwi menen kinetikalıq energiya maksimum mániske jetedi, bul waqıtta potenciallıq energiya nolge ten boladı.

Terbeliwshi noqattın tolıq energiyası E eki túrli energiyalardıń qosındısına ten, yaǵnıy:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}ma^2\omega^2\sin^2(\omega t + \alpha) + \frac{1}{2}ka^2\cos^2(\omega t + \alpha).$$

Joqarıda qabıl qılınǵan belgilewge baylanıslı, $m\omega^2 = k$ iye bolamız; sonın ushın tolıq energiyanın anlatpasın bılayınsha jazıw múmkin:

$$E = \frac{1}{2}ka^2\sin^2(\omega t + \alpha) + \frac{1}{2}ka^2\cos^2(\omega t + \alpha)$$

Bunnan

$$E = \frac{1}{2}ka^2$$

túrindegi anlatpanı alamız hám *tolıq energiya E nin terbeliw amplitudasının kvadratına hám serpimlilik koefficienti k ǵa proporcional bolatuǵınlıǵın* kóremiz.

$k = m\omega^2 = m\frac{4\pi^2}{T^2}$ tenliginen paydalanıp (3)-formulanı bılayınsha jazıw múmkin:

$$E = \frac{2\pi^2m}{T^2}a^2. \quad (4)$$

(2)-hám (4)- formulalardan *terbeliw waqıtında tolıq energiyanın turaqlı bolatuǵınlıǵın* kóremiz. Energiyanın saqlanıw nızamı boyınsha da biz qarap atırǵan jaǵdayda energiyanın

shaması turaqlı bolıp qalıwı kerek.

En úlken awısıw noqatında energiya tolıǵı menen potenciallıq energiyaǵa aylanadı, al ten salmaqlıqta turatuǵın orın arqalı ótkende tolıq energiya kinetikalıq energiyaǵa aylanadı; terbeliwshi noqattın barlıq basqa jaǵdaylarında energianın hár qıylı mánislerge iye bolǵan eki túri de bar boladı. Terbelmeli qozǵalıstın energiyasın grafik túrindegi súwretin 29-paragrafta kórip ótken edik.

Joqarıda ayılǵanlardan terbelmeli qozǵalıstın barısında potenciallıq energianın kinetikalıq energiyaǵa hám kerisinshe, kinetikalıq energianın potenciallıq energiyaǵa aylanıp turatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Bir T dáwir ishinde E tolıq energiya eki ret kinetikalıq energiyaǵa (eki ret ten salmaqlıq jaǵdayı arqalı ótiw waqtında) hám eki ret potenciallıq energiyaǵa aylanadı (eki shetki noqatlarda). Energiyanın bir waqıtları potenciallıq energiyaǵa, bir waqıtları kinetikalıq energiyaǵa ótiwin energianın "terbelisi" dep atawǵa boladı. Joqarıda ayılǵanlardan energianın "terbelisinin" dáwiri T' tın terbelmeli qozǵalıstın ózinin dáwiri T dan eki ese kishi bolatuǵınlıǵın kóriwge boladı.

Terbeliwdin energiyasın anıqlawǵa baylanıslı bolǵan tómendegi mısaldı kórip óteyik.

Tómendegi keltirilgen maǵlumatlar tiykarında prujınaǵa ildirilgen júktin terbelis energiyası anıqlansın: júk dáslepki waqıtta ten salmaqlıq jaǵdayınan 8 sm ge shekem jılıtılǵan hám onnan son bosatılıp jiberilgen. Prujına jóninde mına nárses belgili: 2 kG kúshtin tásirinde ol 1 sm ge sozıladı.

Sheshimi. Baslanǵısh waqıt momentinde júk tezlikke iye bolmaǵanı ($v_0 = 0$) ushın, terbelisler amplitudası $\alpha = x_0 = 8$ sm.

Serpimlilik koefficienti k bılayınsha anıqlanadı:

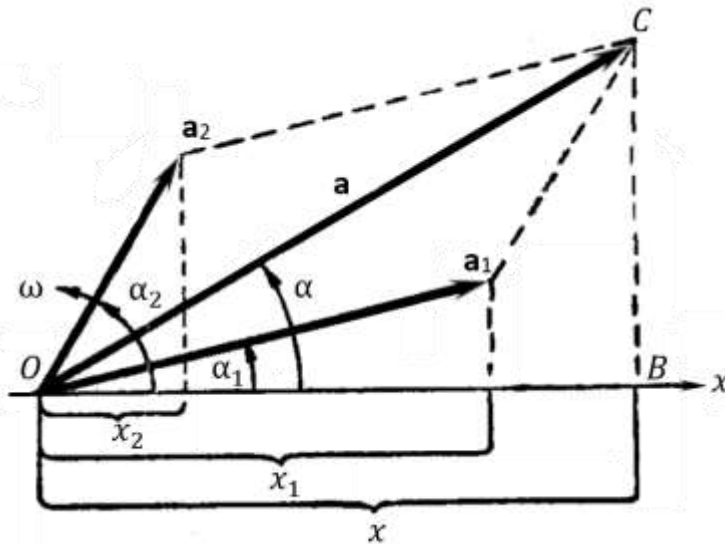
$$k = \frac{2 \text{ kG}}{1 \text{ sm}} = 2 \frac{\text{kG}}{\text{sm}} = 2 \cdot 980 \cdot 10^3 \frac{\text{dına}}{\text{sm}}.$$

Bunnan tolıq energianın

$$E = \frac{1}{2} k \alpha^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 980 \cdot 10^3 \cdot 64 \text{ erg} \cong 6,3 \cdot 10^7 \text{ erg} = 6,3 \text{ Dj}$$

shamasına ten bolatuǵınlıǵın hám alıńǵan nátiyjenin terbeliwshi denenin massasına baylanıslı emes ekenligin kóremiz.

§ 100. Bir tuwrının boyında júzege keletuǵın terbelislerdi qosıw. Denenin bir waqıttın ózinde eki hám onnan da kóp terbelislerge qatnasıwınan ibarat bolǵan qozǵalıslar turmısta tez-tez ushırap turadı. Masalı, eger júkti prujinanın járdeminde ressorlı vagonnın tóbesine ildirip qoyılǵan jaǵdayda ol asılǵan noqatqa salıstırǵanda terbeledi; al, júk ildirilgen noqattın ózi bolsa óz nábwetinde vagonnın ressorları menen birgelikte terbeledi; nátiyjede júk bir baǵıttaǵı eki terbelistın qosılıwının nátiyjesinde payda bolǵan qozǵalısqı qatnasadı.



246-súwret.

Birdey dáwirge iye bolǵan
terbelmeli qozǵalıslarǵa sáykes
keletuǵın vektorlardı qosıw.

Terbelislerdin qosılıwının saldarınan qanday juwmaqlawshı qozǵalıstın payda bolatuǵınlıǵın kórip óteyik.

Birdey terbeliw baǵıtına hám birdey dáwirge iye bolǵan, biraq baslanǵısh fazaları menen amplitudaları hár qıylı bolǵan eki terbelisti qosıwdan baslaymız. Mınaday eki terbelisti alayıq:

$$x_1 = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1), x_2 = a_2 \cos(\omega t + \alpha_2) \quad (1)$$

Alınǵan eki terbelislerdin dáwirleri birdey bolǵanlıqtan, olardıń cikllıq jiyilikleri de birdey boladı.

Dene bir waqıttın ózinde eki terbeliste qatnasqan bolsa, onın ten salmaqlıq jaǵdayınan awısıwı x tı (1)-tenligi menen anlatılatuǵın x_1 hám x_2 awısıwların algebralıq qosındısı boladı:

$$x = x_1 + x_2 = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + a_2 \cos(\omega t + \alpha_2). \quad (2)$$

Bul qosıwdı grafikalıq usılda orınlaymız. Hár eki terbelisti X kósherinin boyındaǵı iqtıyarlı túrde alınǵan O noqatınan baslanatuǵın amplituda vektorların (97-paragrafǵa qaranız) járdeminde súwretleybiz (246-súwret). Baslanǵısh waqıt ushın a_1 amplitudası menen X kósherinin arasındǵı múyesh α_1 shamasına ten, al a_2 amplitudası menen X kósheri arasındǵı múyesh α_2 ke ten. Amplitudanın ekewi de birdey ω múyeshlik tezlik penen saat strelkasının qozǵalıslı baǵıtına qarama-qarsı baǵıtta aylanadı. Demek a_2 hám a_1 vektorların arasındǵı múyesh barlıq waqıtta $\alpha_2 - \alpha_1$ shamasına ten bolıp qaladı. Eki vektordın qanday da bir kósherge túsirilgen proekciyaların qosındısı sol vektorlardın qosındısının sol kósherge túsirilgen proekciyasına ten bolǵanlıqtan, ulıwmalıq tezleniw a_2 hám a_1 amplituda vektorların vektorlıq qosındısınan kelip shıǵatuǵın a amplituda vektorı menen súwretlenedi, yaǵnıy:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2. \quad (3)$$

246-súwretten

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \quad (4)$$

tenliginin orınlı ekenligine kóz jetkeremiz.

Qosılıwshı terbelislerdin amplituda vektorları qanday múyeshlik tezlik menen aylansa, qosındı amplituda vektorı a da tap sonday tezlik menen aylanadı.

246-súwrette kórinip turganıday, qosında amplituda vektorının baslanǵısh momentte X kósheri menen payda etken múyeshi α shamasına ten hám ol

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{OB} = \frac{a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin \alpha_2}{a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2} \quad (5)$$

tenliginin járdeminde anıqlanadı.

Qosındı terbelistin ózi amplituda vektorı a nın X kósherine túsirilgen proekciyası menen súwretlenedi, yaǵnıy onın shaması tómendegidey boladı:

$$x = x_1 + x_2 = a \cos(\omega t + \alpha) \quad (6)$$

Solay etip, qosındı qozǵalıstın da garmonikalıq terbelis bolatuǵınlıǵın hám qosılıwshı terbelisler qaysı tuwrı sıızıqtın boyında júzege keletuǵın hám qanday dáwirge iye bolatuǵın bolsa, onda qosındı terbelistın de sol tuwrı sıızıqtın boyında xám sonday dáwirge iye bolatuǵınlıǵın kóremiz. Qosındı terbelistın amplitudası a hám onın baslanǵısh fazası α qosılıwshı terbelislerdin amplitudaları hám baslanǵısh fazaları arqalı sáykes (4)-hám (5)-formulalardıń járdeminde anıqlanadı.

(4)-formula boyınsha *qosındı terbelistın amplitudası a nın qosılıwshı terbelislerdin fazaların ayırması bolǵan $\alpha_2 - \alpha_1$ shamasına baylanıslı* ekenligin anǵarıw úlken áhmiyetke iye. Kosinustın mánisinín +1 den úlken hám -1 den kishi bolmaytuǵınlıǵınan, (4)-formuladan qosındı amplitudanın shamasının qosılıwshı a_1 hám a_2 amplitudalardıń qosındısına úlken hám olardıń ayırmasınan kishi bolmaytuǵınlıǵın anǵarıwǵa boladı. Basqasha sózler menen aytkanda amplitudalar ushın mınaday tensizlikler orınlı boladı:

$$a_1 + a_2 \geq a \geq |a_2 - a_1|.$$

Eger qosılıwshı terbelislerdin fazaların ayırması *nolge yamasa $2k\pi$ shamasına ten bolsa* (k -pútın san), onda fazalar ayırmasının kosinusı +1 ge ten boladı hám (4)-formulaǵa baylanıslı:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2$$

hám bunnan

$$a = a_1 + a_2$$

tenliklerine iye bolamız. Demek, fazalar arasındaqı ayırma $\alpha_2 - \alpha_1 = 2\pi k$ shamasına ten bolǵanda (bunnan $k = 0, 1, 2, 3, \dots$) ulıwmalıq terbelistın amplitudası a qosılıwshı terbelislerdin a_1 hám a_2 amplitudaları qosındısına ten boladı.

Eger qosılıwshı terbelislerdin fazaları ayırması taq san eselengen π ǵa ten bolsa, onda fazalar ayırmasının kosinusı -1 ge ten boladı hám a amplituda ushın (4)-formuladan tómendegidey mánislerdi alamız:

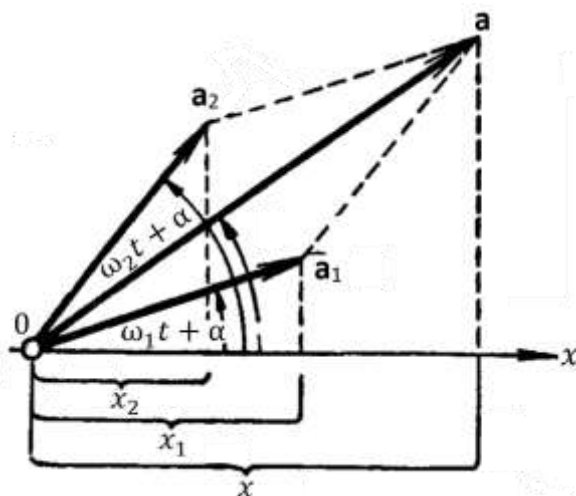
$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2$$

hám bunnan

$$a = |a_2 - a_1|$$

anlatpasına iye bolamız. Biz bul jerde, $a_2 - a_1$ ayırmasının absolyut shamasın alamız, sebebi a ózinín mánisi boyınsha tek belgisi on shamaǵa ten.

Bunnan, eger fazalar ayırması $\alpha_2 - \alpha_1 = (2k + 1)\pi$ shamasına ten bolsa (bul anlatpada $k = 0, 1, 2, \dots$), onda qosındı terbelistın a amplitudası qosılıwshı terbelislerdin a_1 hám a_2 amplitudaların ayırmasının absolyut shamasına ten ekenligi kelip shıǵadı.



247-súwret.

Hár qıylı dáwirge iye bolǵan garmonikalıq terbelmeli qozǵalısqá sáykes keletuǵın vektorlardı qosıw.

Endi, qosılıwshı terbelisler bir baǵıtta, biraq hár qıylı dáwirlerge ten dep boljaymız. Bunday jaǵdayda terbelislerdin vektorlıq diagrammasındaǵı qosılıwshı a_1 xám a_2 amplitudaların

vektorları hár qıylı múyeshlik tezlikler menen aylanadı (247-súwret). Nátiyjede olardıń arasındaǵı múyesh turaqlı bolıp qalmaydı, al waqıttın ótiwi menen ózgeredi. Sol sebepli qosındı amplituda a nın mánisi de ózgermeli boladı. Qosılıwshı terbelislerdin ciklıq jiyilikleri ω_1 hám ω_2 bolsın. Qosılıwshı terbelislerdin fazaların ayırması ózgermeli bolǵanlıqtan eki terbelistin fazaları birdey bolǵan waqıt momentin baslanǵısh waqıt dep esaplawǵa boladı. Demek, bul jaǵdayda terbelislerdi bilayınsha jazıwǵa boladı:

$$x_1 = a_1 \cos(\omega_1 t + \alpha), x_2 = a_2 \cos(\omega_2 t + \alpha). \quad (7)$$

Biz qarap atırǵan jaǵdayda $\omega_2 > \omega_1$ tensizligi orın aladı dep boljaymız.

Qosılıwshı amplitudanın fazalar ayırması $(\omega_2 - \omega_1)t$ shamasına ten boladı. Fazalar ayırmasın bul shamasın (4)-formuladaǵı $\alpha_2 - \alpha_1$ shampasın ornına qoyıp, qosındı amplitudanın kvadratinin anlatpasın bilayınsha jazamız:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\omega_2 - \omega_1)t. \quad (8)$$

Solay etip, qosındı terbelistin a amplitudasının shaması waqıttın ótiwi menen belgili bir dáwir menen ózgeredi eken.

Qosındı amplituda vektorının múyeshlik tezligi de turaqlı bolmaydı. Sonlıqtan dáwirleri birdey bolmaǵan garmonikalıq qozǵalıslardıń qosındısı *garmonikalıq terbelis bolıp tabılmaıdı*.

Endi qanday da bir $a_1 = a_2$ amplitudalarına iye bolǵan, biraq dáwirleri hám aylanıw jiyilikleri bir birinen júdá az ayırmaǵa iye eki terbelistin qosılıwının nátiyjesin úyreneyik.

(8)-formulada $a_1 = a_2$ dep esaplasaq,

$$a^2 = 2a_1^2 [1 + \cos(\omega_2 - \omega_1)t] = 4a_1^2 \cos^2 \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t$$

anlatpasına iye bolamız yamasa

$$a = \left| 2a_1 \cos^2 \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right| \quad (9)$$

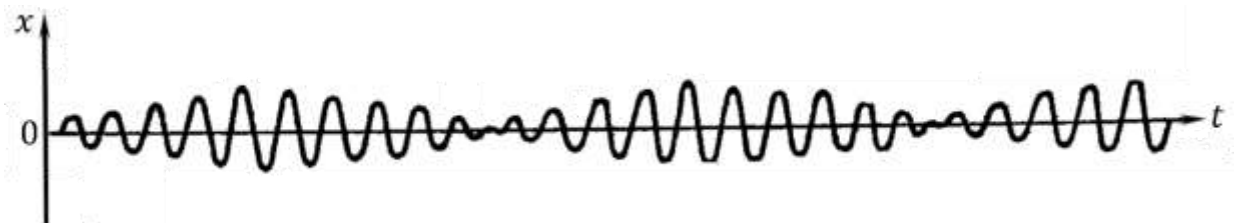
Biz bul jaǵdayda da anlatpanın on táreptegi shamanın on mánislerin alamız. Sebebi amplituda ózin mánisi boyınsha on shama bolıp tabıladı Kosinustın *absolyut mánisin*in dáwiri π ǵa ten; demek, kosinustın argumenti π shamasına ózgeretuǵın waqıt aralıǵı amplitudanın absolyut mánisin ózgeriw dáwiri bolǵan τ shamasına ten boladı. Demek τ dáwirin minaday shártten anıqlaymız:

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \tau = \pi.$$

Bunnan τ ushin

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1} \quad (10)$$

anlatpasına iye bolamız.



248-súwret. Bienie.

Amplitudanın ózgeriwiniń jiyiligi ν , yaǵnıy τ dáwirine keri bolǵan shama mınaǵan ten:

$$\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi} = \nu_2 - \nu_1. \quad (10a)$$

YAǵnıy qosındı terbelis amplitudasının ózgeriw jiyiligi ν qosılıwshı terbelislerdin jiyiliklerinin ayırması $\nu_2 - \nu_1$ shamasına ten eken. 247-súwretten kórinip turǵanıday, qosındı amplituda vektorının X kósheri menen payda etken múyeshi $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \alpha$ shamasına ten. Demek bunday

jaǵdayda qosındı amplituda vektorı qosılıwshı terbelislerdin aylanıw jiyiliklerinin qosındısının yarımına ten bolǵan turaqlı tezlik penen aylanadı eken. Qosındı amplituda vektorının X kósherine proekciyasın túsirsek, onda qosındı qozǵalıstın anlatpası payda boladı. Sonın ushın ulıwmalıq awısıw x :

$$x = a \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t + \alpha\right)$$

yamasa (9)-formuladan:

$$x = \left|2a_1 \cos\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right| \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t + \alpha\right) \quad (11)$$

tenligin jaza alamız.

Berilgen shártke baylanıslı, ω_2 menen ω_1 shamaları bir birine dım jaqın. Sonlıqtan, $\omega' = \omega_2 - \omega_1$ ayırması $\omega_1 + \omega_2$ qosındısına qaraǵanda ádewir kishi; sol sebepli biz mınaday juwmaq shıǵara alamız: (11)-tenlikten qosındı qozǵalıstı aylanıw jiyiligi $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ shamasına ten bolǵan garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstı dep esaplaw múmkin. Onın amplitudası a turaqlı emes, yaǵnıy waqıt ótiwi menen (9)-qatnas boyınsha dáwirli túrde ózgeredi. a amplitudasının ózgeriwinin τ dáwiri (10)-formulanın járdeminde anıqlanıladı. Bunday terbelis grafikalıq túrde 248-súwrette kórsetilgen. Bul terbelistın amplitudası waqıttın ótiwi menen úlkeyip hám kishireyip turadı; bunday qubılıstı *bienie* dep ataydı.

§ 101. Bir birine perpendikulyar bolǵan terbelislerdi qosıw. Endi bir birine perpendikulyar baǵıtlardaǵı terbelislerdin qosılıwının nátiyjesin úyrenemiz. Dáslep materiallıq noqat bir birine perpendikulyar bolǵan baǵıtlardaǵı birdey dáwirli eki terbeliske qatnasadı dep boljaymız. Terbelislerdin baǵıtları ushın OX hám OY kósherleri alınǵan bolsın.

Bunday jaǵdayda terbelis tenlemeleri

$$x = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1), y = a_2 \cos(\omega t + \alpha_2) \quad (1)$$

túrinde jazıladı. Bul anlatpalarda a_1 hám a_2 jáne α_1 hám α_2 shamaları arqalı sáykes birinshi hám ekinshi terbelislerdin amplitudaları hám baslanǵısh fazaları belgilengen.

Noqattın traektoriyasının tenlemesin anıqlaw ushın (1)-tenlemelerdegi waqıttı qısqartamız.

(1)-tenlemeni tómendegi túrde kóshirip jazamız:

$$\frac{x}{a_1} = \cos \omega t \cdot \cos \alpha_1 \sin \omega t \cdot \sin \alpha_1, \quad (2)$$

$$\frac{y}{a_2} = \cos \omega t \cdot \cos \alpha_2 - \sin \omega t \cdot \sin \alpha_2. \quad (2a)$$

(2)-tenlemeni $\cos \alpha_2$ hám (2a)-tenlemeni $\cos \alpha_1$ shamasına kóbeytip, olardı ayırmasın esaplaymız:

$$\frac{x}{a_1} \cos \alpha_2 - \frac{y}{a_2} \cos \alpha_1 = \sin \omega t \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1).$$

(2)-tenlemeni $\sin \alpha_2$ ge hám (2a)-tenlemeni $\sin \alpha_1$ shamasına kóbeytip, olardı ayırmasın tabamız:

$$\frac{x}{a_1} \sin \alpha_2 - \frac{y}{a_2} \sin \alpha_1 = \cos \omega t \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1).$$

Sonǵı eki tenlemeni kvadratqa kóterip hám aǵzama-aǵza qosıp traektoriyanın tenlemesin tabamız:

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - \frac{2xy}{a_1 a_2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1) = \sin^2(\alpha_2 - \alpha_1) \quad (3)$$

Ulıwma aytqanda bul tenleme *elliptstın tenlemesi* bolıp tabıladı. onın xarakteristikaları $\alpha_2 - \alpha_1$ fazalar ayırmasının mánisleri boyınsha anıqlanadı. Dara bolǵan jaǵdaylardı úyrenemiz. Qosılıwshı terbelislerdin fazalarının ayırması $\alpha_2 - \alpha_1$ nolge ten bolsın, yaǵnıy

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha.$$

Bul jaǵdayda traektoriyanın (3)-tenlemesin

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - \frac{2xy}{a_1 a_2} = 0$$

yamasa

$$\left(\frac{x}{a_1} - \frac{y}{a_2}\right) = 0$$

túrinde jazadı. Bunnan

$$\frac{x}{y} = \frac{a_1}{a_2}$$

yaǵnıy biz koordinata basınnan ótiwshi hám OX kósheri menen tangensi $\frac{a_1}{a_2}$ shamasına ten bolǵan múyesh payda etetuǵın tuwrı sıziqtın tenlemesin aldıq (249-a súwret).

Mine sol tuwrı sıziqtın boyındaǵı noqat garmonikalıq terbelmeli qozǵalısta boladı. Sebebi noqattın sol sıziqtın boyındaǵı ornı s kesindisi menen anıqlanadı hám onın mánisi

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\alpha_1^2 \cos^2(\omega t + \alpha) + \alpha_2^2 \cos^2(\omega t + \alpha)} = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} \cos(\omega t + \alpha).$$

anlatpasının járdeminde esaplanadı. Qosındı terbelistın dáwiri qosılıwshı terbelislerdin dáwirine ten, al qosındı terbelistın amplitudası

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

formulasının járdeminde anıqlanadı. Endi qosılıwshı terbelislerdin fazaların ayırmas bolǵan $\alpha_2 - \alpha_1$ shamasın π ge ten dep boljayıq, yaǵnıy

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \pi$$

tenligi orınlı bolsın. Bunday jaǵdayda traektorıyanın tenlemesi [yaǵnıy (3)-tenleme]

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} + \frac{2xy}{a_1 a_2} = 0$$

yamasa

$$\left(\frac{x}{a_1} - \frac{y}{a_2}\right)^2 = 0$$

túrinde jazıladı. Bunnan

$$\frac{x}{y} = -\frac{a_1}{a_2}$$

tenlemesine iye bolamız.

Bul 249-b súwrettegi tuwrı sıziqtın tenlemesi bolıp tabıladı. Bul tuwrı sıziqtın boyında noqat aldıǵı jaǵdayda alıńǵan amplituda menen garmonikalıq terbelmeli qozǵaladı.

Eger qosılıwshı terbelislerdin $\alpha_2 - \alpha_1$ fazaların ayırması $\frac{\pi}{2}$ yamasa $\frac{3\pi}{2}$ shamalarına ten bolsa, onda traektorıyanın tenlemesi

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} = 1 \quad (4)$$

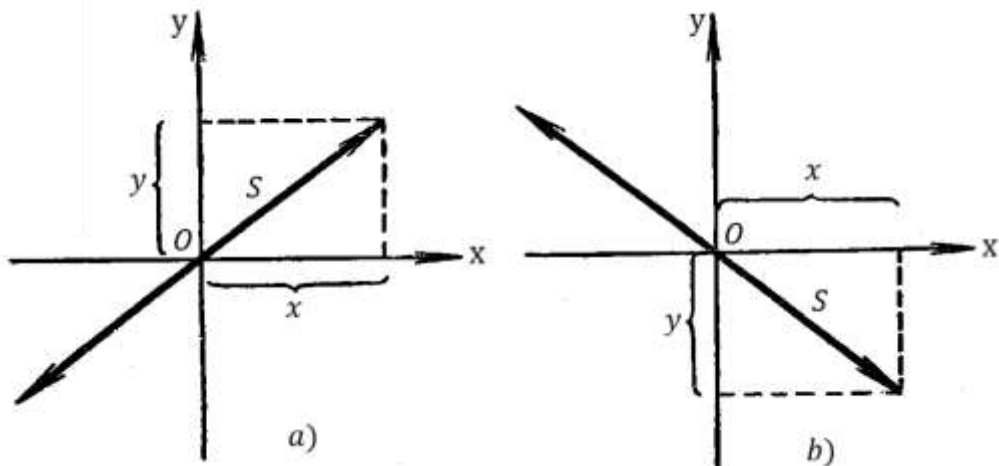
túrine enedi. Bul OX xám OY kósherlerine sáykes keletuǵın ellipstin tenlemesi bolıp tabıladı (250-súwret). Eger fazalar ayırması $\alpha_2 - \alpha_1 = \frac{\pi}{2}$ bolsa, onda qaralıp atırǵan noqat ellips boyınsha saat strelkasının qozǵalıw baǵıtında qozǵaladı. Onı dálillew ushın qosılıwshı terbelislerdin tenlemelerin tómendegidey etip jazıwımız kerek:

$$\begin{aligned} x &= a_1 \cos(\omega t + \alpha), \\ y &= a_2 \cos\left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -a_2 \sin(\omega t + \alpha). \end{aligned}$$

Waqıttın qanday da bir momentinde hár eki anlatpanın argumentinin shaması nolge ten; bul waqıtta terbeliwshi noqat A noqatında boladı (250-súwret); waqıttın bunnan keyingi momentlerinde argument úlkeyedi hám usaǵan sáykes x on, al y teris mánislerge iye boladı; noqat tómengge qaray, saat strelkasının qozǵalıw baǵıtında jılısadı. Eger qosılıwshı terbelislerdin

fazalarının ayırması $\frac{3\pi}{2}$ shamasına ten bolsa, onda joqarıda ótkerilgendey tallawlardan noqattın ellips boyınsha saat strelkasının qozğalıw bağıtına keri bağıtta qozğalatıwınlıgın kóriwge boladı.

Fazalar ayırmasının belgisi ózgergen jaǵdayda ellips boyınsha qozğalıstın bağıtı qarama-qarsı tárepke qaray ózgeredi. Misalı, $\alpha_2 - \alpha_1 = -\frac{\pi}{2}$ tenligi orınlanganda saat strelkasının qozğalı bağıtına qarama-qarsı bağıttaǵı, al $\alpha_2 - \alpha_1 = -\frac{3\pi}{2}$ bolǵan jaǵdayda saat strelkasının qozğalı bağıtındaǵı qozğalı júzege keledi. Kórinip turǵanıday, qosılıwshı terbelislerdin amplitudaları bir birine ten bolǵan jaǵdayda ellipstın tárizli traektoriya boyınsha qozğalı shenber tárizli traektoriya boyınsha qozğalısqı aylanadı.



249-suwret. Birdey yamasa qarama-qarsı fazaǵa iye bir birine perpendikulyar bolǵan eki terbelmeli qozğalıstın qosılıwının nátiyjesinde tuwrı sıızqlı garmonikalıq terbelmeli qozğalı júzege keledi.

Solay etip,

$$x = a \cos \omega t, y = a \sin \omega t \quad (5a)$$

túrinde jazıwǵa bolatuǵın bir birine perpendikulyar bolǵan eki

$$x = a \cos \omega t, y = a \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (5)$$

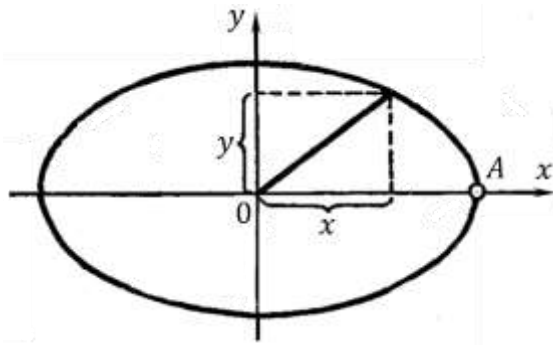
garmonikalıq terbelisti qosqanda radiusı a shamasına ten shenber tárizli traektoriya boyınsha saat tilinin qozğalı bağıtındaǵı qozğalıstı beredi.

Kerisinshe, radiusı a bolǵan shenber tárizli traektoriya boyınsha saat tilinin qozğalı bağıtındaǵı múyeshlik tezligi ω shamasına ten bolǵan ten ólshewli qozğalıstı (5)- hám (5a) formulalarına sáykes keletuǵın bir birine perpendikulyar bolǵan eki garmonikalıq terbelmeli qozğalısqı jayıwǵa boladı.

Tap sol sıyaqlı

$$x = a \cos \omega t, y = a \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = a \sin \omega t \quad (6)$$

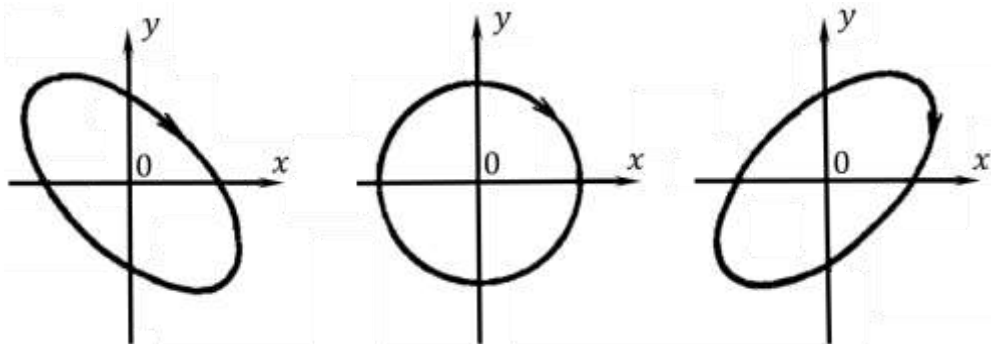
garmonikalıq terbelisleri qosıp, radiusı a bolǵan shenber tárizli traektoriya boyınsha saattın tilinin qozğalı bağıtına qarama-qarsı bağıttaǵı ω múyeshlik tezligi menen júzege keletuǵın qozğalıstın tenlemesin beredi.



250-cúwret.

Bir birine perpendikulyar bolǵan eki garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstın qosılıwının nátiyjesinde ellips tárizli qozǵalıǵ júzege keledi.

Fazalar ayırmasının $\pm \frac{\pi}{2}$ hám $\pm \frac{3\pi}{2}$ shamalarından basqa barlıq mánisleri OX hám OY kósherlerinin ústine betlespeytuǵın ellepslerdi beredi. Birdey dáwirli bir birine perpendikulyar bolǵan garmonikalıq terbelmeli qozǵalıslardıń qosılıwınan payda bolǵan traektoriyalardan ayırımları 251-súwrette kórsetilgen.



251-súwret. Birdey dáwirge iye hám bir birine perpendikulyar bolǵan eki garmonikalıq terbelisti qosqanda alınatuǵın qozǵalıǵ traektoriyaların hár qıylı túrleri.

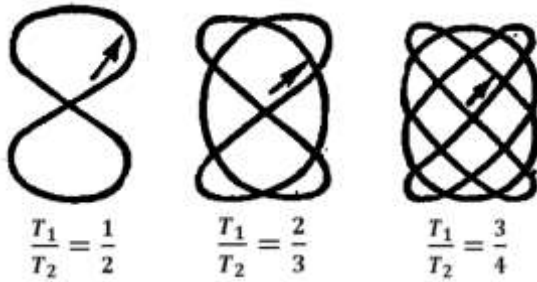
Keltirilgen tallawlardan noqattın ellips boyınsha qozǵalıstın bir birine perpendikulyar bolǵan eki terbeliske jayıwdın múmkin ekenligi kelip shıǵadı. Olardıń fazaları arasındaqı ayırma ellipstın sırtqı túri hám noqattın qozǵalıstın *baǵıtı menen* anıqlanadı.

Bir birine perpendikulyar bolǵan terbelislerdin dáwirleri birdey bolmaǵan jaǵdayda, onda bunday terbelislerdin qosılıwının nátiyjesinde quramalıraq formadaǵı traektoriyalar júzege keledi; olardıń ayırımları 252-súwrette kórsetilgen. Bul traektoriyalar *Lisaju figuraları* dep ataladı.

En aqırında noqattın bir tuwrının boyındaǵı terbelisin eki "dóngelek terbeliw" ge ajratıwdın múmkin ekenligin qaraymız. Onın túsinikli bolıwı ushın 253-súwretke dıqqat awdaramız. Noqat ten salmaqlıq halında turatuǵın O noqatınan shıǵıp, bir waqıttın ózinde eki awısıwda qatnasadı dep boljaymız. Awısıwlardın biri OA vektorı menen ekinshisi oǵan san shaması jaǵınan ten bolǵan OA_1 vektorı menen súwretlengen. Bul vektorlardın hár birinin uzınlıǵın a arqalı belgileymiz. Qosındı awısıw bul eki awısıwdın geometriyalıq qosındısın anǵartadı. Demek, noqattın turǵan ornın 253-súwrettegi B noqatı beredi. Awısıw vektorları ω múyeshlik tezlik menen O noqatınan átirapında ten kúshli jáne qarama-qarsı baǵıtlarda aylanadı dep boljaymız. Onda qosındı awısıw OB tuwrısınan boyında júzege keledi hám bul tuwrı sıziqtı X kósheri dep ataymız. O noqatınan ten salmaqlıq ornı bolǵan B noqatına shekemgi qashıqlıq waqıttın bazı bir momentinde x shaması menen anıqlanadı. Súwretten kórinip turǵanıday, onın

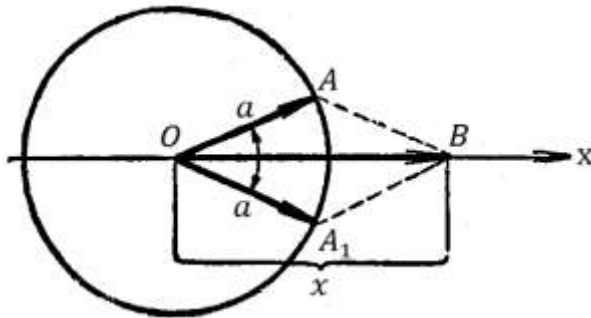
$$x = 2a \cos(\omega t + \alpha)$$

shamasına ten ekenligin anǵarıwǵa boladı. Demek, qosındı awısıw garmonikalıq terbelis bolıp tabıladı eken hám onın amplitudası OA hám OA_1 vektorının ushları aylanatuǵın shenberdin radiusınan eki ese úlken. Terbelis dáwiri awısıw vektorının aylanıw dáwirine ten.



252-cúwret. Bir birine perpendikulyar bolǵan dáwirleri hár túrli eki garmonikalık qozǵalıstın qosılıwınan payda bolatuǵın hár túrli qozǵalıslardıń traektoriyası.

Bunnan, garmonikalıq terbelmeli terbelislerdegi noqattın awısıwın qarama-qarsı baǵıtlarda terbelislerdin ciklılıq jıyılıǵı ω menen aylanatuǵın eki awısıw vektorının geometriyalıq qosındısı dep qarawǵa bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Vektorlardın shaması terbeliw amplitudasının yarımına ten hám vektorlar hár bir waqıt momentinde terbelis júz berip atırǵan bir tuwrıǵa salıstırǵanda simmetriyalı túrde jaylasqan.



253-súwret.

OA hám OA_1 vektorlar menen kórsetilgen hám qarama-qarsı táreplerge aylanıwshı eki aylanbalı terbelistın qosılıwı.

§ 102. Sóniwshi terbelisler. Kúndelikli turmısta sırttan qollap-quwatlaytuǵın tásirler bolmaǵan jaǵdaylarda materiallıq noqattın qálegen terbelistın amplitudası waqıttın ótiwi menen kishireydi hám terbelistın ózi sónedi. Terbelistın sóniwi qozǵalıstı toqtatıwǵa umılatuǵın kúshlerdin, mısalı, mayatnik ildirilgen orındaǵı súykeliw kúshinin yamasa ortalıqtın qarsılıq kúshlerinin tásirinde boladı. Bul máseleni izertlew ushın qarsılıq kúshlerin esapqa alǵan halda Nyutonnın ekinshi nızamın anlatıwshı tenlemeni jazıw kerek. Biz noqattın jabısqaq ortalıqtaǵı bir tuwrının boyındaǵı terbelmeli qozǵalıstın úyreniw menen sheklenemiz. Ortalıqtın qarsılıq kúshi noqattın qozǵalıstı tezligine baylanıslı hám joqarıda kórgenimizdey (42-paragrafqa qaranız), tezlikten shaması kishi bolǵanda bul kúshti tezlikke propocional dep esaplawǵa boladı. Biraq kúshtin baǵıtı tezlikten baǵıtına qarama-qarsı tárepke baǵıtlanǵan. Solay etip, qarsılıq kúshin $-r\dot{x}$ shamasına ten dep boljaymız; bul anlatpada r arqalı *qarsılıq koefficienti* dep atalatuǵın turaqlı belgilengen. Bul kúsh serpimli kúsh bolǵan kx shamasına qosıladı hám noqatqa tásir etip atırǵan tolıq kúshtin shaması $f = -kx - r\dot{x}$ anlatpasının járdeminde anıqlanadı. Demek Nyutonnın ekinshi nızamı mınaday túrde jazıladı:

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}. \quad (1)$$

Bul tenlemenin on hám shep táreplerin massa m ge bólsek:

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x - \frac{r}{m}\dot{x} \quad (1a)$$

tenlemesine iye bolamız. Bunnan keyin

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2, \frac{r}{m} = 2\beta \quad (2)$$

belgilewlerin qabıl etemiz hám ω_0^2 hám β shamaların on mániske iye bolatuǵınlıǵın itibarǵa alamız. Bunday jaǵdayda (1a) tenleme

$$\ddot{x} = \omega_0^2 x - 2\beta\dot{x} \quad (1b)$$

túrine enedi. Ornına qoyıw jolı menen (1b) tenlemeni 97-paragrafta qarap ótilgen tenlemenin

túrine keltiriw múmkin. Onın ushın x penen

$$x = z \cdot e^{-\beta t} \quad (3)$$

túrinde baylaisqan z ózgeriwshini kirgizemiz. Tómenдеги tenlemelerden paydalanıp, (1b) tenlemeni ózgertiremiz:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= e^{-\beta t} \cdot \dot{z} - \beta e^{-\beta t} \cdot z; \\ \ddot{x} &= e^{-\beta t} \cdot \ddot{z} - 2\beta e^{-\beta t} \cdot \dot{z} + \beta^2 e^{-\beta t} z. \end{aligned}$$

$\dot{x}$ hám $\ddot{x}$ tın bunday shamaların (1b)-tenlemesine qoyıp hám barlıq aǵzalardı $e^{-\beta t}$ kóbeymesine qısqartırıp,

$$\ddot{z} - 2\beta\dot{z} + \beta^2 z = -\omega_0^2 z + 2\beta^2 z - 2\beta\dot{z}$$

yamasa

$$\ddot{z} = -(\omega_0^2 - \beta^2)z \quad (4)$$

tenlemesine iye bolamız.

Ortalıqtın qarsılıǵı júdá kishi bolǵanlıqtan $\omega_0^2 > \beta^2$ tensizligi orınlanadı dep boljaymız⁴⁹. Bunday jaǵdayda $\omega_0^2 - \beta^2$ shaması on mániske iye boladı hám biz onı $\omega_0^2 - \beta^2 = \omega^2$ dep belgileyemiz. Bunnan son (4)-tenlikti bilayınsha jazıwǵa boladı:

$$\ddot{z} = -\omega^2 z \quad (4)$$

(4a)-tenlemenin sheshimi bizge tanıs bolǵan 97-paragraftaǵı (5)-tenleme menen birdey ekenligin anǵarıwımızǵa boladı. Sonlıqtan (4a)-tenlemenin sheshimin bilayınsha jaza alamız:

$$z = a_0 \cos(\omega t + \alpha). \quad (5)$$

Bul tenliktegi a_0 hám α shamaları turaqlı sanlar bolıp tabıladı hám olardıń mánisleri baslanǵısh shártlerden anıqlanadı. 97-paragrafta keltirilgen barlıq tallawlardı ulıwmalastırıw jolı menen tómendegidey juwmaq shıǵaramız: z shaması dáwirli túrde ózgeredi hám onın ózgeriw dáwiri

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

qatnasına ten. Eger ω nın ornına onın $\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$ mánisin qoysaq, onda

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

formulasına iye bolamız.

(2)-anlatpadan paydalanıw jolı menen terbelislerdin dáwiri T nı bilayınsha jazıwǵa boladı.

$$T = \frac{2\pi m}{\sqrt{km - \frac{1}{4}r^2}}. \quad (6a)$$

(5)-sheshimdegi z tin ornına onın usı manisin qoyıp, (3)-formula járdeminde, qarsılıq kórsetiwshi ortalıqtaǵı serpimli kúshin tásirindegi noqattın qozǵalıstın tenlemesin alamız:

$$x = a_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha). \quad (7)$$

Bul tenlemeni mınaday formada jazıwǵa da boladı:

$$x = a \cos(\omega t + \alpha) \quad (7a)$$

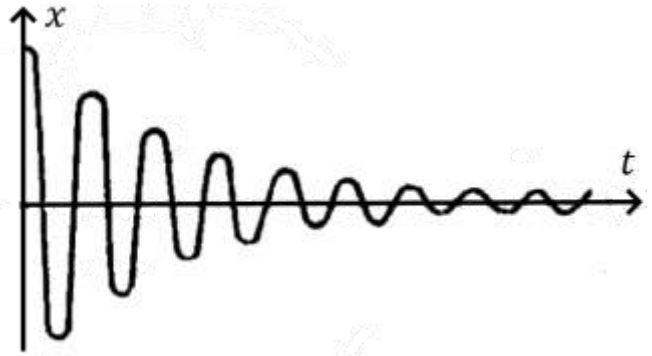
Bul sheshim *waqıttın ótiwi menen $a = a_0 e^{-\beta t}$ nızamı menen kishireyetuǵın amplitudaǵa iye bolǵan terbelisti beredi*. Qarsılıq kórsetiwshi ortalıqtaǵı terbelislerdin dáwiri $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$, tap

sonday m massaǵa iye bolǵan hám $f = -kx$ serpimli kúshin tásirinde qarsılıq kórsetpeytuǵın ortalıqtaǵı terbeletuǵın noqattın terbelis dáwiri bolǵan $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ shamasına salıstırǵanda úlken.

Waqıt penen x arasındaǵı baylanıstın grafıǵı 254-súwrette keltirilgen. Kórinip turǵanıday, waqıttın ótiwi menen terbelis sónedi.

⁴⁹ Ortalıqtın qarsılıǵı úlken bolǵanda $\beta^2 > \omega_0^2$ tensizligi orınlanadı. Bunday jaǵdayda qozǵalıstın dáwirli bolmaytuǵınlıǵın kórsetiwge boladı. Biz bunday jaǵdaydı qaramaymız.

254-súwret.
Sóniwshi terbelisler.



T dáwirge ten bolǵan waqıttın eki izbe-iz mánisinın ishindegi amplitudalardıń qatnasınıń logarifmi *sóniwshin logarifmlik dekrementi* dep ataladı. Logarifmlik dekrementti λ arqalı belgilesek, onda

$$\lambda = \ln \frac{a_0 e^{-\beta t}}{a_0 e^{-\beta(t+T)}} \ln e^{\beta T},$$

yaǵnıy

$$\lambda = \beta T \quad (8)$$

tenligine iye bolamız.

(7)-anlatpadaǵı β shamasının ornına (8)-formula boyınsha logarifmlik dekrement λ shamasın kirgisek hám ciklıq jıyılık ω nın ornına $T = \frac{2\pi}{\omega}$ dáwirin qoysaq, onda sóniwshi terbelisler ushın tómendegidey anlatpaǵa iye bolamız:

$$x = a_0 e^{-\lambda \frac{t}{T}} \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \alpha \right) \quad (7b)$$

Bul anlatpadaǵı T dáwiri (6)-yamasa (6a)-formulalardan anıqlanadı.

Tájiriybelerde λ logarifmlik dekrementtin shamasın terbelislerdin barısında dáslep a_1 amplitudasının hám onnan keyingi a_2 amplitudasının mánislerin ólshew jolı menen tikkeley alıvqlawǵa boladı. Bunday jaǵdayda, anıqlama boyınsha

$$\lambda = \ln \frac{a_1}{a_2}$$

tenligine iye bolamız.

λ nın shamasın bilip belgili bolsa, onda

$$r = 2\beta m = 2 \frac{\lambda}{T} m$$

anlatpasın paydalanıp qarsılıq koefficienti r din mánisin ala alamız.

(7)-formula boyınsha, terbeliw tek sheksiz kóp waqıt ótkennen keyin ǵana tolıǵı menen toqtaydı. Haqıyqatında, terbelisler belgili shekli waqıttın ishinde toqtaydı, sebebi atomnıń ólsheimleri menen barabar bolǵan amplitudaǵa iye makroskoriyalıq terbelislerdin bolıwı múmkin emes. Sistemanı ten salmaqlıq halınan shıǵarǵanda oǵan sırttan berilgen energiya sóniwshi terbelistın barısında óz-ózinen súykeli kúshlerine qarsı islenetuǵın jumıs ushın sarıplanadı. Terbelisti sónbewtuǵın etip uslap turıw ushın sistemaǵa sırttan úzliksiz túrde energiya berip turıw kerek.

Sırttan energiya berilip turǵanı ushın súykeli kúshlerinin bar bolıwına qaramastan turaqlı amplituda menen terbeletuǵın sistemaǵa misal sıpatında saattın mayatnıǵın kórsetiwge boladı. Arnawlı mexanizm mayatnikti onıń terbelisinin taktinde izbe-iz túrtip turadı. Bul waqıtta mayatnike beriletuǵın energiya deformaciyalangan prujınanın yamasa joqarıǵa kóterilgen tastın potentsiallıq energiyasınıń esabınan alınadı.

Terbelislerinin amplitudasın turaqlı saqlaytuǵın sistemalardı *avtoterbelmeli sistemalar* dep ataladı.

Sóniwshi terbelisler haqqında bunnan da kenirek kóz-qaraslarǵa iye bolıw ushın tómendegi eki mısaldı qarap ótemiz:

1-mısal. Mayatniktin terbelislerinin logarifmlik dekrementi $\lambda = 0,02$ shamasına ten. Mayatnik 100 ret tolıq terbelgenen son onın terbelis amplitudasının neshe ese kemiyetuǵınlıǵı anıqlansın.

Sheshimi. Waqıttın baslanǵısh $t = 0$ momentindegi terbelislerdin amplitudası

$$a = a_0 e^{-\beta t} = x = a_0 e^{-\lambda \frac{t}{T}}$$

a_0 shamasına ten boladı.

100 terbeliwden keyin, yaǵnıy $t = 100 T$ waqıt momentindegi terbelistin amplitudası

$$a_{100} = a_0 e^{-\lambda \cdot 100}$$

shamasına ten hám bunnan

$$\frac{a_0}{a_{100}} = \frac{1}{e^{-\lambda \cdot 100}} = e^{\lambda \cdot 100} = e^2 \cong 7,4$$

shamasın, yaǵnıy 100 terbelisten son mayatniktin terbeliw amplitudasının 7,4 ese kemiyetuǵınlıǵın kóremiz.

2-mısal. Uzunlıǵı $l = 50$ sm bolǵan mayatnik 8 min terbelip, ózinin energiyasının 99 procentin joǵaltadı. Sol mayatniktin sóniwshi terbelislerinin logarifmlik dekrementi anıqlansın.

Sheshimi. Mayatniktin terbelis energiyasının baslanǵısh mánisin E_0 arqalı belgileybiz. $t = 8$ min = 480 sek shamasınan keyingi terbelis energiyasın E_t arqalı belgilesek, onda mısaldın shártine sáykes

$$\frac{E_t}{E_0} = \frac{1}{100}$$

qatnasına iye bolamız. Terbelistin energiyası amplitudasının kvadratına tuwrı proporcional bolǵanı ushın:

$$\frac{a_t}{a_0} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$$

tenligin jazamız. Máselenin shárti boyınsha $t = 0$ baslanǵısh momenttegi amplituda a_0 shamasına ten; t waqıttan keyingi amplituda $a_t = a_0 e^{-\lambda \frac{t}{T}}$ tenliginin járdeminde anıqlanadı. Bul tenlikte T arqalı mayatniktin terbeliw dáwiri belgilengen. Bunnan $\frac{a_t}{a_0} = e^{-\lambda \frac{t}{T}} = \frac{1}{10}$ qatnasına iye bolamız, al izlenip atırǵan sóniw dekrementi $\lambda = \frac{T}{t} \lg 10$ shamasına ten. Soniwdin ástelik penen júzege keletuǵınlıǵına baylanıslı T terbelisler dáwirin mayatniktin terbelisler dáwiri ushın jazılǵan ádettegi formuladan paydalanıp juwıq túrde bilayınsha anlatıw múmkin:

$$T \cong 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Bunday jaǵdayda

$$\lambda \cong 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{\ln 10}{t} = 0,0068.$$

§ 103. Majburiy terbelisler. Endi materiallıq noqatqa serpimli hám qarsılıq kúshlerinen basqa qosımsha dáwirli kúsh tásir etetuǵın jaǵdaydı qarap ótemiz. Bunday jaǵdayǵa asıp qoyılǵan júkke sırttan tendey waqıt aralıqlarında qaytalanıp turatuǵın túrtkiler misal bola aladı. Bul qosımsha *májburlewshi* f_1 kúshi waqıt boyınsha sinus yamasa kosinus nızamı menen ózgeredi dep boljaymız hám onı

$$f_1 = H \cos \omega t \quad (1)$$

túrinde jazamız. Bul boljaw kúshtin $T = \frac{2\pi}{\omega}$ dáwiri menen dáwirli túrde ózgeretuǵınlıǵın anǵartadı. H shamasın kúshtin amplitudası dep ataydı hám onın mánisi kúshtin en úlken shamasına ten.

Bunday jaǵdayda, Nyutonnın ekinshi nızamın anlatıwshı tenleme mınanday túrde jazıladı:

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + H \cos \omega t \quad (2)$$

Tenlemenin on tárepi serpimli kúsh $-kx$, ortalıqtın qarsılıq kúshi $-r\dot{x}$ hám *májburlewshi*

kúsh $N \cos \omega t$ shamaların qosındısı bolıp tabıladı. Bul tenlemeni

$$\ddot{x} = -\omega_0^2 x - 2\beta \dot{x} + h \cos \omega t \quad (2a)$$

túrinde jazamız. Bul tenlemedegi ω_0 ham β shamaları 102-paragrafta keltirilgen mánislerge iye [(2)-formula], al h bolsa kúshtin amplitudasının noqattın massasına qatnasına ten:

$$h = \frac{H}{m}. \quad (3)$$

Májburlewshi kúsh bolmağan jaǵdayda ($h \cos \omega t = 0$) hám súykelis kúshleri joq bolsa, onda noqat ω_0 jiyiligi menen terbeledi (*menshikli terbelisler*).

Endi x shamasın

$$x = a \cos(\omega t + \alpha) \quad (4)$$

túrine iye dep esaplap (2a)-tenlemenin sheshimin tabıwǵa tırısamız hám barlıq kúshlerdin tásirinde dáwiri májbúprlewshi kúshtin dáwirine ten bolǵan terbelmeli terbelmeli qozǵalı júzege keledi dep boljayp, tenlemenin sheshimin izleybiz. (4)-anlatpangı (2-a) tenlemege qoyamız hám tenlemenin teppe-tenlikke aylanıwı talabı biykarında a hám α shamaların anıqlaymız. (4)-anlatpadan x tın t boyınsha alıńǵan birinshi hám ekinshi tártipli tuwındılardı tabamız:

$$\dot{x} = -a\omega \sin(\omega t + \alpha); \quad \ddot{x} = -\omega^2 a \cos(\omega t + \alpha).$$

Alıńǵan $\dot{x}$ hám $\ddot{x}$ shamaların (2-a) tenlemege qoyıp,

$$-\omega^2 a \cos(\omega t + \alpha) = -a\omega^2 \cos(\omega t + \alpha) + 2\beta a\omega \sin(\omega t + \alpha) + h \cos \omega t$$

tenlemesin alamız. Eger quramalı argumenttin trigonometriyalıq funkciyaların ashıq túrde jazsaq

$$-a\omega^2(\cos \omega t \cos \alpha - \sin \omega t \sin \alpha) = -\omega_0^2 a(\cos \omega t \cdot \cos \alpha - \sin \omega t \cdot \sin \alpha) + 2\beta a\omega(\sin \omega t \cos \alpha + \cos \omega t \sin \alpha) + h \cos \omega t$$

tenlemesine iye bolamız Bul tenlemenin teppe-tenlikke aylanıwı ushın tenlemenin hár eki tárepindegi $\cos \omega t$ hám $\sin \omega t$ nın aldındaǵı koefficientlerdin óz-ara ten bolıwı kerek. YAǵnıy,

$$\begin{aligned} -a\omega^2 \cos \alpha &= -\omega_0^2 a \cos \alpha + 2\beta a\omega \sin \alpha + h, \\ a\omega^2 \sin \alpha &= \omega_0^2 a \sin \alpha + 2\beta a\omega \cos \alpha \end{aligned}$$

yamasa

$$\begin{cases} a(\omega_0^2 - \omega^2) \cos \alpha - 2\beta a\omega \sin \alpha = h, \\ a(\omega_0^2 - \omega^2) \sin \alpha - 2\beta a\omega \cos \alpha = 0. \end{cases} \quad (5)$$

tenlemeler sistemasin alamız.

(5)-sistemanın ekinshi tenlemesinen:

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (6)$$

tenligine iye bolamız. (5)-sistemanın eki tenlemesin de kvadratqa kótersek hám bunnan keyin eki tenlemeni qossaq

$$a^2[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2] = h^2$$

tenligin hám onnan

$$a = \frac{h}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \quad (7)$$

anlatpasına iye bolamız.

Bul (6)-hám (7)-anlatpalar belgilengen (qáliplesken) *májbúriy terbelislerdin* fazasın hám amplitudasın anıqlaydı⁵⁰.

Eger dene dáslep tinshlıqta turǵan bolsa hám onnan keyin oǵan májbúr etiwshi $f_1 = H \cdot$

⁵⁰ Differenciallıq tenlemeler teoriyasında (2a)-tenlemenin ulıwmalıq sheshimin tabıw ushın (4)-tenlemenin sheshimin $\ddot{x} = -\omega_0^2 x - 2\beta \dot{x}$ tenlemenin sheshimi menen qosıw kerek ekenligi kórsetiledi. Biraq bul keyingi tenlemenin sheshimi 102-paragrafta anıqlanǵan waqıttın ótiwi menen áhmiyetin joǵaltatuǵın sóniwshi terbelisler bolıp tabıladı. (4)-tenlemenin sheshimi bolsa sóniwshi bolmaydı. Sonlıqtan ol májbúr etiwshi f_1 kúshinin tásir etiw waqtı dawamının barlıǵında orınlı boladı.

$\cos \omega t$ kúshi tásir ete baslası, onda denenin májbúriy terbelesi baslanadı. Bul májbúriy terbelistin amplitudası (7)-tenlik menen anıqlanatuǵın shamaǵa jetkenshe ósedi. Majburiy terbelisler amplitudasının waqıt boyınsha ósiwi 255-súwrette kórsetilgen.

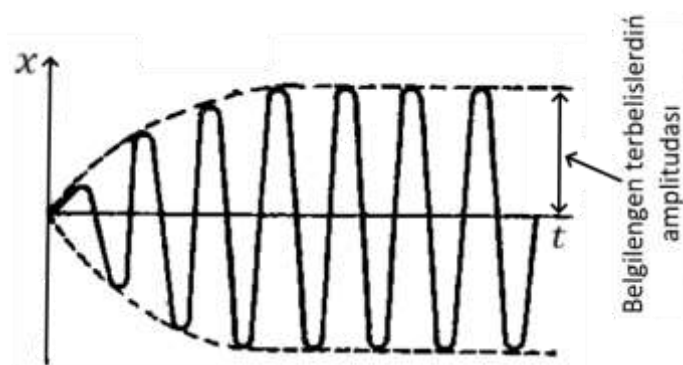
(6)-hám (7)-formulalardan majbúriy terbelislerdin amplitudası a hám fazası α majbúr etiwshi kúshdin jiyiligi ω menen noqattın ózinin terbelislerinin menshikli jiyiligi ω_0 arasındaǵı qatnasqa baylanıslı ekenligi kórinip tur. Ulıwma aytqanda kúsh menen terbelis arasındaǵı "birdey faza" orın almaydı, yaǵnıy kúshdin shaması en úlken mánisine jetken momentte noqattın awısıwı da en úlken mániske iye bolmaydı. (6)-formuladan eger ortalıqtın qarsılıǵı nolge ten bolsa, yaǵnıy $\beta = 0$ tenligi orınlı bolǵan jaǵdaylarda, terbeliw menen kúshdin shamaları birdey fazaǵa iye bolatuǵınlıǵı kórinip tur. Basqa da barlıq jaǵdaylarda $\alpha \neq 0$ tensizligi orınlı boladı. Májbúriy terbelislerdin amplitudası ushın jazılǵan (7)-anlatpa júdá qızıqlı jaǵdaydı sáwlelendiredi. Terbelislerdin amplitudası kúshdin amplitudasına tuwrı proporcional. Eger menshikli terbelislerinin jiyiligi ω_0 turaqlı bolǵanda májbúr etiwshi kúshdin jiyiligi ω ózgeretuǵın bolsa, onda májbúriy terbelislerdin amplitudası da ózgeriske ushıraydı. Eger májbúrlewshi kúshdin jiyiligi $\omega_{rez}^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2$ tenligin qanaatlandıratuǵın ω_{rez} shamasına ten bolatuǵın bolsa, onda májbúriy terbelislerdin amplitudasının maksimumıq mániske ten bolatuǵınlıǵın kórsetiw múmkin⁵¹. Usınday maksimumnıń payda bolıwı *rezonans qubılısı* bolıp tabıladı. Joqarıda keltirilgen qatnaslardan *rezonans jiyiliginin*

$$\omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

shamasına ten bolatuǵınlıǵın kóriwge boladı.

(7)-formulaǵa muwapiq maksimumıq amplituda (rezonanslıq amplituda) tómendegi mániske iye boladı:

$$a_{rez} = \frac{h}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$



255-súwret. Waqıttın ótiwi menen májbúriy terbelislerdin amplitudasının ósip barıwı.

Eger ortalıqtın qarsılıǵı nolge ten bolsa, yaǵnıy $\beta = 0$ tenligi orınlanatuǵın bolsa, onda amplitudanıń maksimumıq mániske iye bolıwı ushın

$$\omega_{rez} = \omega_0$$

tenliginin orınlanıwı, yaǵnıy májbúr etiwshi kúshdin ω jiyiligi menshikli terbelislerdin ω_0 jiyiligina ten bolıwı kerek; bunday jaǵdayda májbúriy terbelislerdin amplitudası sheksiz úlken boladı. β

⁵¹ Bul jaǵdayǵa kóz jetkeriw ushın, (7)-anlatpanın bóliminin minimumın tabıw kerek. Onın ushın bóliminin tuwındısın nolge teneymiz:

$$-(\omega_0^2 - \omega^2) \cdot 2\omega + 8\beta^2\omega = 0.$$

ω shamasının nolge ten bolmaǵanı ushın ($\omega = 0$ tenligi bólimnin maksimumına sáykes keledi), (7)-anlatpanın bólimi

$$\omega^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2$$

tenligi orınlanganda minimum boladı.

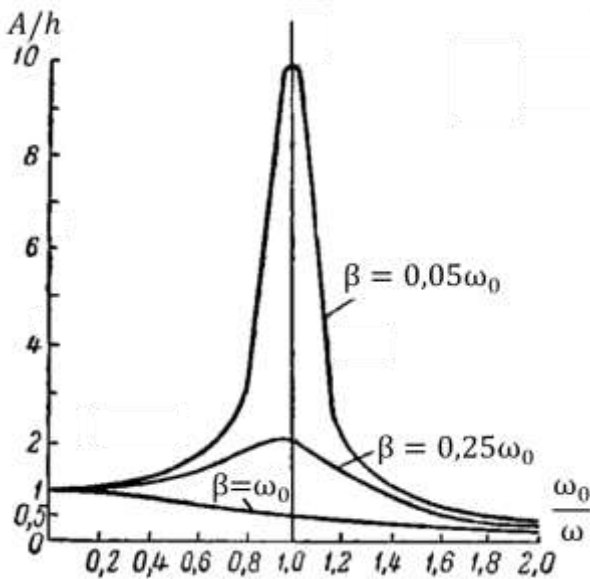
shamasının nolden ózgeshe mánislerinde amplituda hesh waqıtta sheksiz úlken bolmaydı xám ω_0 shamasınan kishi ω_{rez} mánisinde ózinin maksimum mánisine shekem jetedi. β nın hár qıylı mánisleri ushın májbúriy terbelislerdin amplitudası menen májbúrlawshi kúshtin jiyiligi arasındagı gárezlilik 256-súwrette kórsetilgen. Bul súwrette biz, sóniw koefficientinin shaması β qansha úlken bolsa, amplitudanın maksimumının sonshama kishi bolatuǵınlıǵın kóremiz.

256-súwrette keltirilgen iymek sızıqlar *rezonans iymeklikleri* dep ataladı. β shaması qansha kishi bolsa, rezonans iymekliginin maksimumı sonshama biyik hám ótkir boladı. Haqıyqatında da, β shaması barlıq waqıtta nolden ózgeshe bolǵanlıqtan, sheksiz úlken rezonanslıq amplitudanın júzege keliwi múmkin emes.

Májbúriy terbelislerdin fazası bolǵan α shamasının jiyilikke gárezligin qaraymız [(6)-formula]. $0 \leq \omega < \omega_0$ tensizligi orınlanganda múyeshtin tangensinin shaması teris boladı hám usıǵan sáykes α ushın tómendegi tensizliklerdi alamız: $0 \geq \alpha > -\frac{\pi}{2}$ yamasa $\pi \geq \alpha > \frac{\pi}{2}$. (5)-sistemanın birinshi tenlemesinde $\omega = 0$ dep boljasaq, onda $\alpha \omega_0^2 \cos \alpha = h$ tenligin tabamız, al a amplitudası menen h shaması on bolǵanlıqtan $\cos \alpha$ shamasının nolden úlken bolıwının kerek ekenligi kelip shıǵadı. Bul shárt eki $0 \geq \alpha > -\frac{\pi}{2}$ tensizlikten birewin saylap alıwǵa májbúrleydi. Solay etip, $0 \leq \omega \leq \omega_0$ tensizlikleri orın alǵanda fazalar ayırması α teris, yaǵnıy májbúriy terbelisler májbúrlawshi terbelisten faza boyınsha artta qaladı. ω nın shaması rezonans jiyiligi ω_{rez} ǵa jaqınlasqagda fazası boyınsha artta qalıw úlkeyedi. Rezonans jaǵdayında, yaǵnıy $\omega = \omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2 + 2\beta^2}$ tenligi orınlı bolǵanda, májbúriy terbelislerdin fazası (6)-formula boyınsha

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{\omega_0^2 + 2\beta^2}}{\beta}$$

túrindegi tenliktin tiykarında anıqlanadı.



256-súwret.
Cóniw koefficientlerinin hár qıylı mánisleri
ushın májbúriy terbelislerdin
amplitudasının májbúr etiwshi kúshtin
jiyiligine gárezligi.

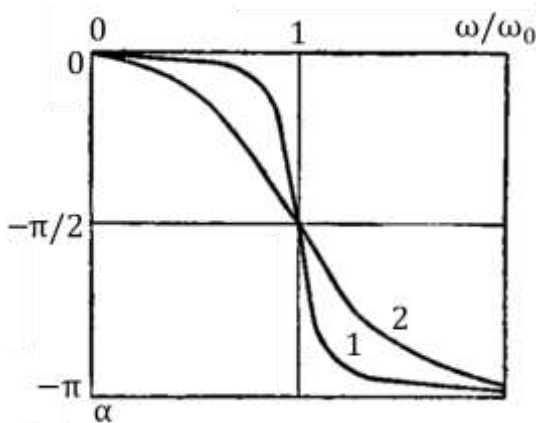
Ótkir rezonans β shamasının mánisi kishi mánisinde júzege keledi hám sonlıqtan $\operatorname{tg} \alpha$ ushın júwıq túrde

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega_0}{\beta}$$

anlatpasın jazıwǵa boladı. ω_0/β qatnasının mánisi úlken san bolǵanlıqtan α nın shaması $-\pi/2$ ge jaqın. $\omega = \omega_0$ tenligi ushın faza $\alpha = -\pi/2$. $\omega > \omega_0$ tensizligi orınlanatuǵın jaǵdaylarda, α múyeshtin tangensi on, demek $\alpha < -\pi/2$, yaǵnıy faza boyınsha artta qalıwı jáne úlkeyedi. Májbúr etiwshi kúshtin ω jiyiligi menshikli terbelisler jiyiligi ω_0 dan kóp ese úlken bolǵan jaǵday ushın α fazası teris bolıp qalıp $-\pi$ shamasına umtıladı. α nın ω/ω_0 qatnasınan gárezliginin grafıǵı

β nın eki mánisi ushın 257-súwrette kórsetilgen: 1-iymeklik β nın kishi shamasına (ástelik penen sóniw), al 2-iymeklik bolsa β shamasının úlken mánisine sáykes keledi (úlken tezlik penen sóniw).

Rezonanstın qasında, yaǵnıy $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ tenligi orınlanganda, maksimalıq teris awısıwdan maksimalıq on awısıwǵa shekemgi aralıqlardaǵı qozǵalıstın barısında kúsh on mániske iye, al, keri baǵıttaǵı awısıwda kúshstın mánisi teris. Sonlıqtan kúsh úzliksiz túrde terbelistın amplitudasın úlkeytiwge tırısadı. Sırtqı kúshstın barlıq jumısı terbelisti sóndiriwshi suykelis kúshin jeniw ushın jumсалıp bolaman degenshe terbelistın amplitudasının úlkeyiwi orın aladı. Bunday jaǵdayda qalıplesken májbúriy terbelislerdin amplitudasının mánisi payda boladı.



257-cúwret.

Májbúriy terbelislerdin fazası menen májbúr etiwshi kúshstın jiyiligi arasındǵı baylanıs.

Fazalar ayırması $-\frac{\pi}{2}$ shamasına ten bolǵanda, yaǵnıy rezonans jiyiligine jaqın jiyilikte sırtqı kúshlerdin jumısı maksimalıq boladı. Fazalar ayırmasının basqasha ayırmasında kúshstın bir bólimi tezlandiriwshi tásirge, al ekinshi bólimi qozǵalısqqa qarsılıq kórsetedi. $\alpha = 0$ yamasa $\alpha = -\pi$ tenliklerin orınlanganda kúsh dáwirdin yarımında qozǵalıstı tezletedi, al dáwirdin ekinshi yarımında qozǵalıstı ástelendiredi, yaǵnıy ulıwma hesh qanday jumıs islemeydi.

Joqarıda ayılǵan jaǵdaylardan mınaday áhmiyetli juwmaqlardı shıǵaramız: rezonans oblastının sırtında sırtqı kúsh jádá az jumıs isleydi, al rezonans oblastında bolsa jumıstın shaması keskin úlkeyedi. Ótkir rezonans orın alǵan jaǵdayda bul effekt ayqın túrde kórinedi. Bunday jaǵdayda β kishi mániske iye hám 257-súwretten kórinip turǵanıday, α shamasının $\alpha = 0$ shamasınan $\alpha = -\pi$ shamasına jaqın mániske ózgeriwi ushın ω jiyiliginin ω_0 jiyiliginen azmaz ǵana kishi mánisinen usı ω_0 jiyiliginen azmaz ǵana úlken mánisine ózgeriwi jetkilikli. Bunday mániste kúsh penen keri baǵıtqa awısıwdın arasındǵı fazalar ayırmasının $\omega_0 \cong \omega_{rez}$ shamasınnan ótken momentte qarama-qarsı tárepke qaray ózgeretuǵınlıǵı haqında gáp etiwge boladı.

Rezonans qubılısı kóp ǵana fizikalıq processlerde hám texnikada ayrıqsha orın iyeleydi. Ayrım jaǵdaylarda texnikada rezonans qubılısı zıyanlı qubılıslardıń qatarına kiredi. Mısal retinde serpmimli terbelislerdi júzege keltiretuǵın stendke bekitilgen ekscentrikke iye bolǵan motordı qaraymız. Aylanıwdın saldarınan motor stendti qaltıratatuǵın hám onı májbúriy terbelis halına alıp keletuǵın dáwirli kúshsti payda etedi.

Rezonans júzege kelgende motor stendke ádewir energıyanı beredi, hám payda bolǵan májbúriy terbelistın amplitudasının stendtin bekkemligi ushın qáwipli bolǵan shamalarǵa shekem úlkeyiwi múmkin. Motordın aylanıw sanının bunnan keyingi ósiwinde stendttin qaltırawı menen kúshstın fazaları arasındǵı ayırma ózgeredi, nátiyjede motordın stendtk beretuǵın energıyasının shaması kemeyedi. Sonın nátiyjesinde motordın aylanıwının tezligi jáne de úlkeyedi. Bunday hal zıyanlı boladı, sebebi ol motordın buzılıwına alıp keliwi múmkin.

Parametrlik rezonans dep atalatuǵın rezonans rezonanstın ayrıqsha túri bolıp tabıladı. Sistemadaǵı terbelisler tek joqarıda kórip ótilgen májbúrlawshi kúshlerdin tásirinin nátiyjesinde

gana payda bolip qalmastan, al sistemanın erkin terbelislerde turaqlı bolıp qalatuğın parametrlerden birinin dáwirlik ózgerisinin aqıbetinen de júzege keliwi múmkin. Mısalı, mexanikalıq sistemada terbelisler sistemanın inerciya momentinin, ólshemlerinin, sistemanın keriliwinin h.t.b. dın ózgeriwinin nátiyjesinde payda bolıwı múmkin. Terbelislerdin maksimallıq amplitudası parametrdin ózgeriwinin jiyiligi ν_p menen menshikli terbelislerdin ortasha jiyiligi $\bar{\nu}_0$ arasında belgili bolğan qatnas orın alğanda, atap aytqanda $\frac{\nu_p}{\bar{\nu}_0} = 2k$ qatnası orın alğanda (k arqalı pútın san belgilengen), yaǵnıy $\frac{\nu_p}{\bar{\nu}_0}$ qatnasının mánisi 2, 1, 1/2, 1/3 h.t.b. shamalardıń birine ten bolğanda terbelislerdin maksimallıq amplitudası orıaydı.

Parametrdin ózgeriwi qanshama kúshli hám sistemanın energiyasınıń joǵalıwı qansha dárejede kishi bolsa (súykelis, qarsılıq) parametrlik rezonanstın payda bolıwı sharayatı jenil orınlanadı. $\frac{\nu_n}{\varphi} = 2$ shárti orınlanğanda parametrlik rezonans jiyi payda boladı. Parametrlik rezonansqa en ápiwayı mısál átkónshek ushıp atırğan adamlar bolıp tabıladı. Eger adamlar ózleri otırğan usı átkónshekti onıń menshikli terbelis jiyiligindey jiyilik penen tarbesike keltiriwge tırısqań jaǵdaylarda parametrlik rezonans orın aladı. Átkónshek fizikalıq mayatniktin bir túri bolıp tabıladı hám ondaǵı adamlardıń otırıwı hám turıwı menen mayatniktin keltirilgen uzınlıǵının shaması dáwirli túrde ózgeriske ushıraydı. Parametrlik rezonanstın jáne bir mısalı sıpatında tardın keriliwin dáwirli túrde ózgergende terbelislerdin qozıwın kórsetiwge boladı. Eger tardı keriwdin jiyiligi tardın menshikli terbelislerinin eki eselengen jiyiligine jaqın bolğan jaǵdaylarda kúshli kólden terbelisler payda boladı (sırtqı kúshler tardın ózinin baǵıtında tásir etetuğın bolsa da). Parametrlik rezonanstın aqıbetinde júzege keletuğın terbelislerdin zıyanlı bolıp shıǵıwı da múmkin. Mısalı, aylanatuğın bólimleri bar bolğan mashinalarda bunday terbelisler podshipniklerdin qıyrawına alıp keledi.

Májbúriy terbelislerge tiyisli mısallardı tallaymız.

Mısál. Massası 400 g bolğan dene prujınaǵa asıp qoyılğan. Prujına 40 G kúshtin tásirinde 1 sm ge sozıladı. Terbeliwshi denenin sóniwinin logarifmlik dekrementi $\lambda = 1,57$. Eger májbúrlewshi kúshtin amplitudası $H = 200$ G shamasına ten bolsa, rezonans júzege kelgen waqıttaǵı terbelislerdin dáwirinin shaması anıqlansın.

Sheshimi. Sóniw kishi bolğanda $\omega \cong \omega_0$ shárti orınlanadı hám logarifmlik dekrementi $\lambda = \frac{2\pi}{\omega} \beta \cong \frac{2\pi}{\omega_0} \beta$ shamasına ten boladı. (8)-formuladaǵı β nın ornına onıń λ arqalı anlatılğan juwıq túrdegi shamasın qoyıp rezonans jiyiligi ushın tómendegidey anlatpaǵa iye bolamız:

$$\omega_{rez} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^2};$$

Bunday jaǵdayda

$$\omega_{rez} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1,57}{\pi} \right)^2} \cong 0,94 \omega_0;$$

Bunnan

$$T_{rez} = \frac{1}{0,94} T_0$$

yamasa

$$T_{rez} = 1,07 T_0$$

tenliklerine iye bolamız. Bul tenlikte T_{rez} arqalı rezonans júz bergendegi dáwir, T_0 arqalı prujınaǵa ildirilgen júktin menshikli terbelisinin dáwiri belgilengen. Mısaldın shártinde berilgen maǵlumatlarǵa tiykarlanıp:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\pi}} = 2\pi \sqrt{\frac{400}{40 \cdot 981}} \text{ sek} \cong 0,63 \text{ sek}$$

shamasin alamiz. Demek, dáwirdin shaması

$$T_{rez} = 1,07 \cdot 0,63 \text{ sek} \cong 0,67 \text{ sek}$$

mánisine jetkende rezonans payda boladı.

(9)-formuladağı h ornına onın $\frac{H}{m}$ shamasın hám β ornına onın logarifmlik dekrementi arqalı anlatılauǵın anlatpasın qoysaq, tómendegi anlatpaǵa iye bolamız:

$$a_{rez} = \frac{\frac{H}{m}}{\omega_0^2 \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2}}.$$

Bunnan berilgen san mánislerinen paydalanıp rezonanslıq amplitudanın $a_{rez} \cong 10 \text{ sm}$ shamasına ten bolatılauǵın kóremiz.

§ 104. Garmonikalıq emes terbelmeli processlardı garmonikalıq terbelislerdin járdeminde kórsetiw. Biz usı waqıtqa shekem tiykarınnan ápiwayı garmonikalıq terbelmeli qozǵalıslardı úyrendik. Bul qozǵalısta terbeliwshi noqattın ten salmaqlıq halınan awısıwı x tómendegishe anlatılauǵın edi:

$$x = a \cos(\omega t + \alpha) \quad (1)$$

Bul anlatpanın ornına

$$x = a \sin(\omega t + \alpha') \quad (1a)$$

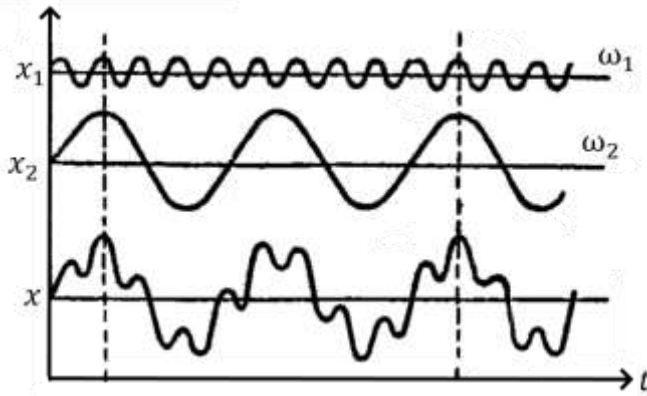
anlatpasın da jazıwımız múmkin. Bul anlatpalarda a arqalı terbelislerdin amplitudaları, α hám α' arqalı dáslepki fazalar belgilengen. Grafikalıq usıldı bunday terbelis sinusoidanın járdeminde súwretlenedi.

Biraq biz kórip júrgen terbelisler dál sinusoidalıq terbelislerge azı-kemli uqsas bolawı múmkin. Sebebi hár qanday haqıyqıy terbelisler sóniwshi terbelisler bolıp tabıladı (102-paragrafqa qaranız). Usının menen bir qatarda terbelisler quramalıraq xarakterge iye boladı. Biraq, usınday jaǵdaydın orın alıwına qaramastan, garmonikalıq terbelislerdi úyreniw úlken áhimiyetke iye. Sebebi qálegen quramalı bolǵan terbelisti garmonikalıq terbelislerdin qosındısı sıpatında qarawǵa boladı.

Biz joqarıda (100-paragrafqa qaranız) bir tuwrının boyında júz beretuǵın xám *birdey* ω_1 *jiyilikke iye bolǵan* x_1 hám x_2 garmonikalıq terbelmeli qozǵalısların qosqanda alınatuǵın qosındı qozǵalıstın da garmonikalıq terbelmeli qozǵalı bolatılauǵın kórgen edik. Biraq *hár qıylı jiyilikke iye bolǵan* eki garmonikalıq terbelmeli qozǵalı qosqanda qosındı terbelis quramal xarakterge iye boladı. 258-súwrettegi joqarıdağı qatarda jiyiligi ω_1 hám amplitudası a_1 bolǵan garmonikalıq terbelmeli qozǵalı grafikalıq súwretlengen (ordinata kósheri boyında x_1 awısıwları, al abscissa kósheri boyında waqıt qoyılǵan). Ortadağı qatarda ω_2 jiyilikke iye bolǵan x_2 garmonikalıq terbelisi súwretlengen. ω_2 nin mánisi ω_1 din mánisinen 4,5 ese úlken al amplitudalar arasındagı qatnas $a_2 = 2,5a_1$ shamasınday. En tómengi qatarda joqarıdağı eki terbelistin qosındısınan ibarat bolǵan terbelis súwretlengen. Waqıttın hár bir momentindegi noqattın bul quramalı terbelisindegi awısıwı x tómendegidey qosındıǵa ten:

$$x = x_1 + x_2.$$

Máseleni keri túrde qoyıp, quramalı terbelisti alıp, onın qanday garmonikalıq terbelmeli qozǵalıslarǵa ajratıw múmkinligin úyreniwimizge boladı. Eger 258-súwrettin tómengi qatarında súwretlengen quramalı terbelis berilgen bolsa, onı sol 258-súwrettin joqarısındagı eki jolında súwretlengen garmonikalıq terbelislerge ajratıwǵa boladı.



258-cúwret.

ω_1 hám ω_2 jiyiliklerine iy eki garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstın qosılıwı.

Biz, 100-paragraftaǵı bienie dep atalatuǵın qubılıs penen tanısqań edik. Bul processtın mánisi mınan ibarat: bir-birine jaqın ω_1 hám ω_2 jiyiliklerge iye bolǵan $x_1 = a_1 \cos(\omega_1 t + \alpha)$ hám $x_2 = a_2 \cos(\omega_2 t + \alpha)$ eki terbelisti qosqanda jiyiligi $\omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ shamasına hám amplitudası

$$a = \left| 2a_1 \cos \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right| \quad (2)$$

shamasına ten terbelis alınadı.

Kerisinshe, biz, amplitudası (2)-nızamlıq menen ózgeriwshi quramalı terbelisti jiyiligi ω_1 hám ω_2 bolǵan eki taza garmonikalıq terbelmeli qozǵalısqı jayıw múmkin dep ayta alamız.

Tap sol sıyaqlı, amplitudası basqa bir nızamlılıq boyınsha (terbelistın dáwinine salıstırǵanda) ástelik penen ózgeretuǵın basqa bir quramalı terbelisti kóz aldımızǵa keltiriwimiz múmkin. Bunday terbelisti *modulyaciyalanǵan terbelis* dep ataydı. Modullengen terbelis garmonikalıq terbelmeli qozǵalısqı bolıp tabılmaıdı, biraq onı bir neshe garmonikalıq terbelmeli qozǵalıslarǵa jayıw múmkin. Mısal retinde terbelistın amplitudası

$$a = a_1 + a_2 \cos \omega t$$

nızamlıq boyınsha ózgeretuǵın

$$x = a \cos \omega_0 t$$

terbelisti alamız. Bul anlatpalarda a_1 hám a_2 arqalı turaqlılar belgilengen hám $a_2 < a_1$, $\omega \ll \omega_0$ tensizliklerin orınlanadı dep esaplaymız. Bul nızamlıq waqıttın ótiwi menen a amplitudasının $a_1 + a_2$ hám $a_1 - a_2$ shamalarınan arasında ózgeretuǵınlıǵın anǵartadı. Amplituda a nın usı maksimalıq hám minimalıq mánislerin x ushın jazılǵan anlatpaǵa qoyamız:

$$x = (a_1 + a_2 \cos \omega t) \cdot \cos \omega_0 t = a_1 \cos \omega_0 t + a_2 \cos \omega_0 t \cdot \cos \omega t.$$

Ápiwayılastırıwdın nátiyjesinde bul anlatpanı

$$x = a_1 \cos \omega_0 t + \frac{a_2}{2} \cos(\omega_0 + \omega)t + \frac{a_2}{2} \cos(\omega_0 - \omega)t. \quad (3)$$

túrindegi anlatpaǵa alıp kelemiz. Demek, bir qarap atırǵan modullengen terbelisti jiyilikleri ω_0 , $\omega_0 + \omega$, $\omega_0 - \omega$ hám amplitudaları a_1 , $\frac{a_1}{2}$, $\frac{a_2}{2}$ shamalarına ten bolǵan úsh garmonikalıq terbelmeli qozǵalısqı jayıw múmkin eken.

Eki garmonikalıq terbelistın qosılıwının nátiyjesi olardıń jiyiliklerinen, amplitudalarınan hám baslanǵısh fazalarınan ǵárezli boladı. Jiyiliktin, fazanın hám amplitudaların mánisleri boyınsha hár qıylı bolǵan qosındı terbelislerdi payda etiw múmkin. Úsh hám onnan da kóp sanlı garmonikalıq qozǵalıslardı qosqanda alınǵan terbelislerdin xarakterini onnan da quramalasadı. Kerisinshe, júdá quramalı xarakterge iye bolǵan terbelislerdi hár qıylı bolǵan amplituda hám jiyiliklerge iye bolǵan kóp sanlı garmonikalıq terbelislerge jayıwǵa boladı.

Trigonometriyalıq qatarlar teoriyasında dáwiri 2π shamasına ten bolǵan

$$x = F(\omega t)$$

funkciyasın tómendegidey Fure qatarı⁵² dep atalatuǵın sheksiz kóp sanlı qosılıwshılardan

⁵² Dirixle shártleri dep atalatuǵın shártlerdi qanaatlandıratuǵın $y = F(x)$ túrindegi hám $-l$ den $+l$ ge

turatuǵın trigonometriyalıq qatar túrinde jazıwdın múmkin ekenligi dálillenedi:

$$\left. \begin{aligned} x = & A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t + \dots \\ & + B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \dots \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Berilgen $F(\omega t)$ funkciyası ushın $A_0, A_2, A_3, \dots$ hám $B_1, B_2, B_3, \dots$ koefficientlerinin mánisleri belgili bolǵan formulalardıń járdeminde tabıladı.

Jup funkciya ushın, yaǵnıy argumenttin belgisi qarama-qarsıǵa belgige ózgergende mánisi ózgermeytuǵın:

$$F(-\omega t) = F(\omega t)$$

funkciya ushın barlıq $B_1, B_2, B_3, \dots$ koefficientler nolge ten. Sonlıqtan bunday jaǵdayda qatar

$$x = A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t + \dots$$

túrinde jazıladı.

Taq funkciya ushın, yaǵnıy argumenttin belgisi ózgergende ózinin belgisin ózgartiretuǵın

$$F(-\omega t) = -F(\omega t)$$

funkciya ushın barlıq $A_0, A_2, A_3, \dots$ koefficientleri nolge ten, sonlıqtan *jup funkciyanı*

$$x = B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \dots \quad (6)$$

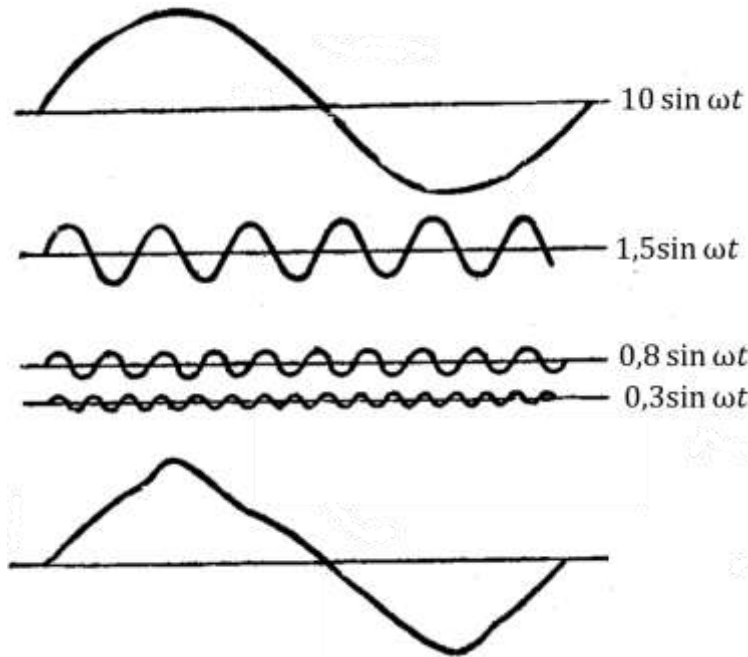
túrinde jazadı.

Solay etip, ulıwma aytqanda hár qanday dáwirli terbelisti matematikalıq túrde $\omega, 2\omega, 3\omega$ h.t.b. jiyiliklerge iy bolǵan garmonikalıq terbelislerdin qosındısı túrinde kórsetiwge boladı eken.

259-súwretin tómeginde derlik sıñıq sıñıq túrindegi terbelis kórsetilgen; al, joqarıda bolsa sol terbelis jayılatuǵın tórt sinisoida keltirilgen. Bul jayıw analitikalıq túrde bılayınsha jazıladı:

$$x = 10a \sin \omega t - 1,5a \sin 3\omega t + 0,6a \sin 5\omega t - 0,3a \sin 7\omega t. \quad (7)$$

Bul jayıwda $B_1 = 10a, B_3 = -1,5a, B_5 = 0,6a, B_7 = 0,3a$. Basqa barlıq B_i koefficientleri nolge ten.



259-súwret. Quramalı terbelmeli qozǵalıstı bir qatar garmonikalıq terbelmeli qozǵalıslarǵa jayıw.

Amplitudaları nolge ten bolmaǵan jiyiliklerdi hám sol jiyiliklerge sáykes keletuǵın

shekemgi intervalda berilgen ıqtıyarlı túrde berilgen qálegen funkciyanı tómendegidey qatar túrinde jazıwǵa boladı:

$$\left. \begin{aligned} y = & A_0 + A_1 \cos \frac{\pi x}{l} + A_2 \cos \frac{2\pi x}{l} + A_3 \cos \frac{3\pi x}{l} + \dots + \\ & + B_1 \sin \frac{\pi x}{l} + B_2 \sin \frac{2\pi x}{l} + B_3 \sin \frac{3\pi x}{l} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (4a)$$

amplitudalardı jazıw arqalı quramalı terbelisti Fure qatarına jayıwdın nátiyjesin kórsetiwge boladı. Bunday jazıwdı grafikalıq jollar menen ámelge asırıw qolaylı: abscissa kósheri boyında jiyiliklar shkalası alınadı xám abscissalar kósherinin sáykes noqatlarında vertikal bağıtta uzınlıqları belgili bolğan masshtabta amplitudanı sáwlelendiretuǵın sızıqlar ótkeriledi. Bunday grafikti berilgen terbelistin *spektri* dep ataladı. 260-súwrette 258-súwrettin tómengi qatarında súwretlengen quramalı terbelistin spektri súwretlengen. Bul terbelisti jiyilikleri ω_1 hám $\omega_2 = \frac{\omega_1}{4,5}$, amplitudaları a_1 hám $2,5a_1$ shamalarına ten bolğan eki sinusoidaǵa jayıwǵa boladı. Bul sızıqlardıń ekinshisinin uzınlıǵı birinshisinin uzınlıǵınan 2,5 ese úlken.

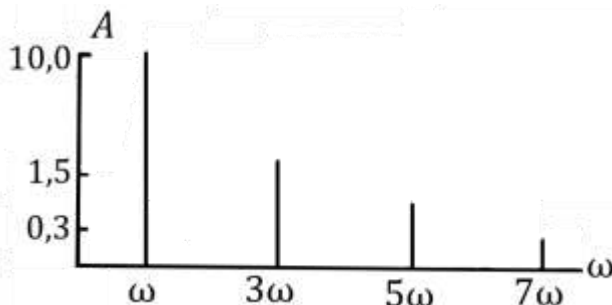


260-cúwret.
258-súwrette kórsetilgen quramalı terbelistin spektri.

261-súwrette 259-súwrettegi quramalı terbelistin spektri súwretlengen. (7)-jayıwǵa sáykes bul spektr jiyilikleri $\omega, 3\omega, 5\omega$ hám 7ω shamalarına ten bolğan tórt sızıqtan turadı; bul sızıqlardıń uzınlıǵı bazı bir masshtabta uzınlıqtın 10; 1,5; 0,6 hám 0,3 birliklerine ten.

Quramalı terbelislerdi joqarıda kórsetilgendeı spektrlardın járdeminde kórsetiw qosılatuǵın tprbelisler haqqında tolıq bolğan maǵlıwmatlardı bere almaydı. Bul jaǵdayda garmonikalıq terbelislerdin tek jiyilikleri menen amplitudaları ǵana anıqlanıp, olardıń baslanǵısh fazaları haqqında maǵlıwmatlar bolmaydı. Biraq, kóp jaǵdaylarda jiyilik hám amplitudalardı biliwdin ózi tolıq jetkilikli boladı.

Biz usı waqıtqa shekem dáwirli xarakterge iye bolğan quramalı terbelislerdi garmonikalıq terbelislerdin qosındısına jayıwdı kórdik. Biraq qozǵalıstı terbelmeli bolsa da, dáwirli xarakterge iye bolmawı múmkin. Mısalı retinde 254-súwrette kórsetilgen sóniwshi terbelisti kórsetiwge boladı múmkin. Bunday terbeliste terbelistin amplitudası úzliksiz túrde kemiyedi hám bir ret júzege kelgen qanday da bir qozǵalıstı haldı qaytalanbaydı. Bunday dáwirli bolmaǵan qozǵalıstı diskret $\omega, 2\omega, 3\omega, \dots$ jiyiliklerine iye bolğan Fure qatarına jayıw múmkin emes. Onı sheksiz kóp sanlı garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstırdın qatarına jayıw múmkin. Bul qatardaǵı "qonsılas" terbelislerdin jiyiliklerinin bir birinen ayırması sheksiz kishi, al ayırım elementlerdin terbelislerinin amplitudalarınan arasındaǵı ΔA_i ayırması da sheksiz kishi boladı⁵³.



261-cúwret. 459-súwrette kórsetilgen quramalı terbelistin spektri.

Bunday terbeliske grafikte ayırım sızıqlardan ibarat bolğan spektr ("sızıqlı spektr") sáykes kelmeydi.

⁵³ Matematikalıq jaqtan bul jaǵday funkciyanı tómendegideı Fure integralı túrinde kórsetiwge sáykes keledi:

$$F(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi d\alpha \int_{-\infty}^\infty F(\theta) \cos \alpha(\theta - \omega t) d\theta.$$

Oğan úzliksiz spektr sáykes keledi. Bul "barlıq" jiyiliklerge iye bolğan terbelislerdin qatnasatuǵınlıǵın bildiredi. Úzliksiz spektrdi grafikalıq túrde súwretlew ushın abscissa kósherinin boyında jáne ω jiyilikleri, al ordinata kósherine $\frac{\Delta A_i}{\Delta \omega_i}$ qatnasının shpmasin qoyamız. Bunday jaǵdayda bul grafikte alınatuǵın iymeklik berilgen quramalı terbelislerdin tutas spektrindegı jiyilikler boyınsha "amplitudallardın tarqalıwın" súwretleydi. 262-a súwrette sóniwshi terbelis jáne bir ret kórsetilgen, al 262-b súwrette bolsa bul terbelistın tutas spektrindegı jiyilikler boyınsha "amplitudanın tarqalıwı" orın alǵan. Grafiktin sáykes jiyilikler intervalı $\Delta \omega_i$ shamasına kóbeytilgen ordinataları terbelislerdin usı intervalındaǵı ortasha amplitudasın beredi. 256-b súwretten kórinip turǵanıday, iymeklik maksimumǵa iye hám terbelistın sóniwi qanshama ástelik penen júzege keletuǵın bolsa, bul maksimum sonsha ótkir boladı.

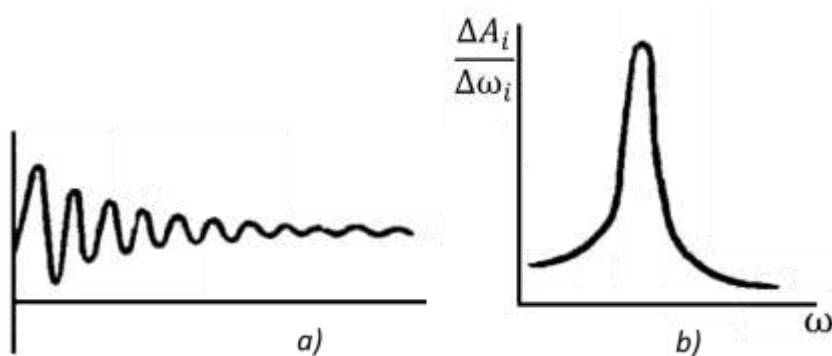
Basqa dáwirli emes qozǵalıslar ushın amplitudalardın jiyilikler boyınsha basqasha tarqalıwı orın alatuǵın tutas spektr alınadı.

Garmonikalıq bolmaǵan processlerdi garmonikalıq qurawshıǵa jayıwdın qanday fizikalıq mániske iye ekenligin, yaǵnıy bul qurawshılardı (garmonikalardı) tájiriyybede qalay baqlawǵa bolatuǵınlıǵın kóreyik. Qanday da bir process penen waqıttın arasındaǵı ǵárezlik Fure qatarına jayıwǵa bolatuǵın $f(t)$ funkciyası menen anıqlanadı dep boljayıq. Meyli, bul jayıw

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t) \quad (8)$$

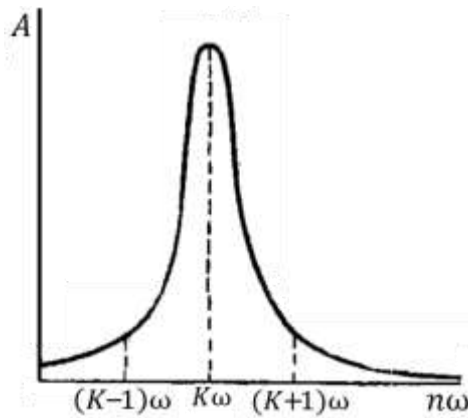
túrine iye bolsın.

Bul tenlemenin shep hám on tárepleri matematikalıq jaqtan birdey, yaǵnıy garmonikalardın jıynaǵı menen $f(t)$ funkciyasının ayırması joq. (8)-qatardın ayırım bir aǵzasın (garmonikanı) registraciyalaw ushın tájiriyybeni sol garmonika seziletuǵınday etip qoyıw kerek. Bul tájiriyybeni bılayınsha ámelge asırıwǵa boladı: $f(t)$ funkciyası májbúriy terbeliske kele alatuǵın sistemaǵa (rezonatorǵa) tásir etip májburiy terbelislerin (103-paragrafǵa qaranız) payda etetuǵın kúshti táriyipleydi dep boljaymız. Meyli bul rezonator (8)-garmonikalıq qatardın garmonikalarının birinin $k\omega$ jiyiligine ten menshikli terbelis jiyiligine (rezonanslıq jiyiligine) iye bolsın. Eger rezonatorın rezonanslıq iymekligi qonsılas garmonikalardın $(k+1)\omega$ jiyilikleri júdá kishi amplitudalar oblastında jatatuǵınday júdá ótkir bolsa, onda rezonator ámeliy jaqtan tek $k\omega$ jiyiligi menen hám (8)-jayıwdaǵı $k\omega$ garmonikasının amplitudasına proporcional terbelis jasaydı. Rezonatorın rezonanslıq jiyiligin (nastroykasın) ózertip (8)-anlatpadaǵıqalǵan garmonikalardın baqlanıwı ushın sharayatlardı jaratıwǵa boladı.



262-cúwret.
Sóniwshi terbelis (a) hám
onın spektrindegı
"amplitudanın tarqalıwı"
(b).

Mine sonday tiptegi qubılıslar qanday da bir fizikalıq processtin, misalı jaqtılıqtın hám ses tolqınların yamasa elektr terbelislerinin spektrallıq quramın anıqlawshı ásbaplarda orın aladı.



263-súwret.

Májbúriy terbelislerdin amplitudaları.

§ 105. Terbelmeli processlerdi kompleks sanlardın járdeminde kórsetiw. Kompleks sanlar teoriyasınan kompleks sandı $\xi = a \cdot e^{i\varphi}$ (bul anlatpada a hám φ haqıyqıy sanlar, al e – natural logarifmlderin tiykırı bolıp tabıladı, $i = \sqrt{-1}$) basqa $a(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ túrde jazıwǵa bolatuǵınlıǵı belgili. Solay etip

$$\xi = a \cdot e^{i\varphi} = a(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad (1)$$

Bunnan ξ kompleks sanının zatlıq bólimin $|\xi|$ túrinde belgileymiz hám onın mánisi bilayınsha anıqlanadı:

$$|\xi| = a \cos \varphi \quad (2)$$

Sonǵı tenlik teppe-tenlik xarakterine iye bolǵanlıqtan, usıǵan sáykes biz $a \cos \varphi$ trigonometriyalıq funkciyasının ornına $\xi = a \cdot e^{i\varphi}$ kompleks sanının haqıyqıy bólimin alıwımızǵa boladı. Bunday almasıwıw formal túrde ámelge asırıladı hám onın ózi bizge hesh qanday janalıqtı bermeydi. Biraq, másenenin mánisi tómendegilerden ibarat: eger biz bir qatar ξ kompleks sanı menen matermatikalıq ámellerdi orınlasaq (qosıw, alıw, kóbeytiw, differenciallaw, integrallaw h.t.b.) hám onnan keyin onın haqıyqıy bólimin jormal bóliminen ajratıp alsaq onda sáykes trigonometriyalıq funkciyalardıń járdeminde islengen ámellerde alınatuǵın nátiyjelerdi alamız. Bul jaǵday bizge trigonometriyalıq anlatpalar ustinde orınlanatuǵın judá quramalı bolǵan ámellerdi kórsetkishli funkciyalar ústinde orınlanǵan judá ápiwayı ámeller menen almasıwıwǵa múmkinshilik beredi. Demek, jormal dárejelerge iye bolǵan kórsetkishli funkciyalardı olarǵa sáykes keletuǵın trigonometriyalıq funkciyalardıń ornına qollanıw esaplaw proceduraların orınlaw kóz-qarası boyınsha ádewir qolaylı boladı.

Joqarıda kórgenimizdey,

$$x = a \cos(\omega t + \alpha)$$

anlatpası amplitudası a , cikllik jiyiligi ω hám baslanǵısh fazası α bolǵan garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstı súwretleydi; t bolsa berilgen baslanǵısh momentten baslap esaplanǵan waqıt bolıp tabıladı.

Joqarıda ayılǵanlardın tiykarında tap sol garmonikalıq terbelis

$$\xi = a \cdot e^{i(\omega t + \alpha)} \quad (3)$$

kompleks sanının $|\xi|$ haqıyqıy bólegi menen kórsetiledi.

Biz kóp sanlı máselelerdi sheshkende amplitudanın kvadratın, yaǵnıy a^2 shamasın biliwdin jetkilikli ekenligin kórdik. Sebebi terbelistin energiyası usı a^2 shamasına proporcional, al bunday jaǵdayda baslanǵısh faza α nı biliw hesh qanday qızıǵıw payda etpeydi. Sonın menen birge a^2 shamasın anıqlaw ushın (3)-anlatpa túrindegi kompleks sannın haqıyqıy bólimin jormal bóliminen ajratıw otırıw shárt emes, al, $\xi \xi^*$ anlatpasın dúziw jetkilikli; bul kóbeymede ξ^* kompleks sanı ξ kompleks sanının kompleksli túyinlesi bolıp tabıladı (Berilgen kompleks sandaǵı barlıq jormal i sanlarınan belgisin ózgartip berilgen kompleks sanǵa túyinles bolǵan kompleks sandı alatuǵınlıǵın esletip ótemiz). Haqıyqatında, (3)-formulanın járdeminde berilgen ξ kompleks sanına túyinles bolǵan kompleks san bilayınsha jazıladı:

$$\xi^* = a \cdot e^{-i(\omega t + \alpha)} \quad (3a)$$

$\xi \xi^*$ túrindegi kóbeymeni dúzip

$$\xi \xi^* = a e^{i(\omega t + \alpha)} \cdot a e^{-i(\omega t + \alpha)} = a^2 \quad (4)$$

antpasın alamız. Demek, $\xi \xi^*$ kóbeymesi amplitudanın kvadrattın beredi eken.

(3)-anlatpanı ulıwmalastırıw jolı menen a shamasın da kompleks san dep esaplawğa boladı. Bunday jaǵdayda, álbette, ol terbelistın haqıyqıy amplitudasına tikkeley sáykes kelmeydi, sebebi haqıyqıy amplituda barlıq waqıtta zatlıq san bolıp tabıladı. Biz dáslep bunday "kompleks amplituda" nın qanday fizikalıq mániske iye ekenligin úyrenemiz. Bunın ushın $a = a_0 e^{i\alpha_0}$ dep boljaymız; bul anlatpada a_0 shaması da α_0 shaması da haqıyqıy sanlar; bunday jaǵdayda:

$$\xi = a_0 e^{i\alpha_0} \cdot e^{i(\omega t + \alpha)}$$

yamasa

$$\xi = a_0 e^{i(\omega t + \alpha + \alpha_0)} \quad (4a)$$

Alınǵan shamanın haqıyqıy bólimin jolmal bóliminen ajıratıp, mınanı alamız:

$$|\xi| = a_0 \cos(\omega t + \alpha + \alpha_0). \quad (5)$$

Bul anlatpada $|\xi|$ shaması garmonikalıq terbelmeli qozǵalı bolıp, onın amplitudasının a_0 hám baslanǵısh fazasının $\alpha + \alpha_0$ ekenligin anǵaramız. Demek, amplitudanın kompleks shama bolıwı baslanǵısh fazanın α_0 shamasına ózgeriwine ózgeriwine sáykes keledi eken. Bul jaǵdayda da $\xi \xi^*$ kóbeymesinin zatlıq amplitudanın kvadrattın beretuǵınlıǵına iseniwge boladı: $\xi \xi^* = a_0^2$.

Garmonikalıq terbelmeli qozǵalıstı súwretlewde kompleks sanlardan paydalanıwdın qolaylı ekenligin ayqınlastırıw ushın, bir tuwrının boyında júz beretuǵın hám jiyilikleri birdey ω bolǵan eki $x_1 = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1)$ hám $x_2 = a_2 \cos(\omega t + \alpha_2)$ garmonikalıq terbelislerdin qosılıwı haqqındaǵı mäseleni qarayıq. Usı mäslele 100-paragrafta amplituda vektorların qosıw usılı menen sheshilgen edi. Kompleks sanlardan paydalanıp

$$x_1 = a_1 e^{i(\omega t + \alpha_1)}, x_2 = a_2 e^{i(\omega t + \alpha_2)}$$

anlatpalardı jazamız.

Kosındı terbelis:

$$x = x_1 + x_2 = a_1 e^{i(\omega t + \alpha_1)} + a_2 e^{i(\omega t + \alpha_2)}$$

túrinde jazıladı.

Onın amplitudasının kvadrattı bolǵan a^2 shamasın tabıw ushın on tárepın onın túyinlesine kóbeytemiz:

$$a^2 = [a_1 e^{i(\omega t + \alpha_1)} + a_2 e^{i(\omega t + \alpha_2)}][a_1 e^{-i(\omega t + \alpha_1)} + a_2 e^{-i(\omega t + \alpha_2)}]$$

bunnan:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_1 a_2 (e^{i(\alpha_2 - \alpha_1)} + e^{-i(\alpha_2 - \alpha_1)})$$

formulası kelip shıǵadı. Biraq (1)-formula boyınsha:

$$e^{i(\alpha_2 - \alpha_1)} + e^{-i(\alpha_2 - \alpha_1)} = 2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

tenligi orınlı boladı. Bunnan:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

anlatpsının orınlı ekenligine kóz jetkeremiz. Al, bul anlatpa bolsa 100-paragraftaǵı (4)-formula menen birdey.

XII BAP

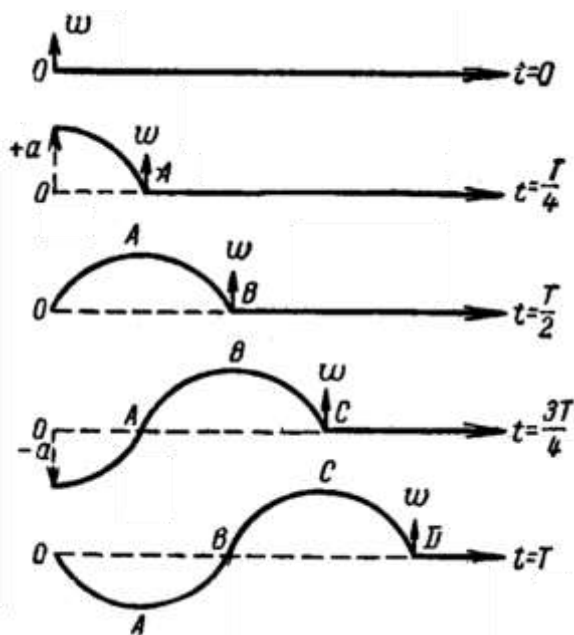
TOLQINLAR

§ 106. Serpimli ortalıқтағы толқınlardıң тақalıwı. Meyli, terbelip turǵan noqat barlıq bóleksheleri bir biri menen baylanıslı bolǵan ortalıqta jaylasqan bolsın. Bunday jaǵdayda noqattıń terbelisiniń energiyasınıń átiraptaǵı noqatlardıǵa berilip, olardı olardı terbelmeli qozǵalısqıa keltire aladı. Terbelistiniń ortalıqtaǵı tarqalıwı processı *tolqın* dep ataladı. Suwǵa tastı ilaqtırsaq, onda suwdıń betinde tolqınlardıń payda bolǵanlıǵıń kóremiz; cuwdıń betine tas túsken orınnıń átirapı terbele baslaydı, bul terbelis tas túsken orınnan basqa qonsı orınlardıǵa tarqaladı hám suwdıń betinde tolqın payda boladı. Tolqınnıń payda bolıwına jáne mınaday mısaldı keltiriwge boladı: Bir jip alıp, onıń ushlarınan birin qolımız benen uslap turıp silkip terbeltsek, onda terbelis jiptiń boyı menen tarqala baslaydı, yaǵnıy jiptiń boyı menen tolqın tarqaladı.

Terbelisler tarqalǵanda terbelip turǵan bólekshelerdin ózleriniń tarqalıwshı terbelmeli process penen birge tarqalmaytuǵınlıǵıń, al olardıń ózleriniń ten salmaqlıq orınlarınan átirapında terbeliste bolatuǵınlıǵıń dárhál anǵaramız.

Eger bóleksheler tolqında terbelis tarqalatuǵıń tuwrınıń boyında terbeleletuǵıń bolsa, onda bunday tolqındı *boylıq tolqın*, al eger bólekshelerdin terbeliw baǵıtı terbelis tarqalatuǵıń baǵıtqa perpendikulyar bolsa, onda bunday tolqındı *kóldeneni tolqın* dep ataydı.

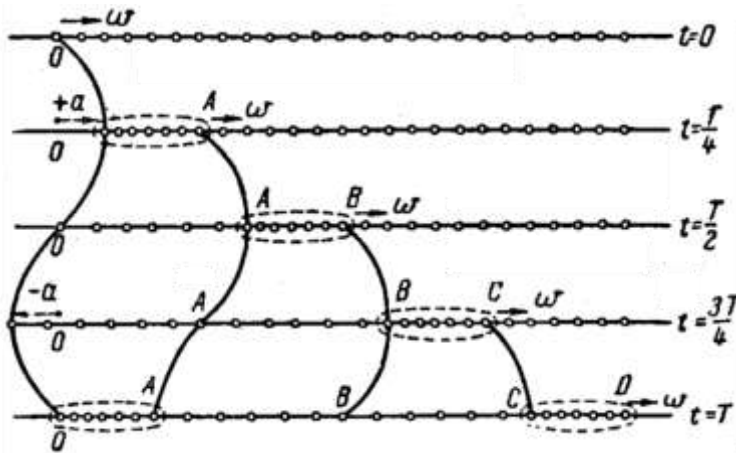
264-súwrette kóldeneni tolqınnıń tarqalıw sxeması súwretlengen. 264-súwrettegi bes qatar ortalıqtaǵı waqıttıń izbe-iz momentlerindegi bóleksheleridin jaylasıwıń kórsetedi.



264-súwret. Kóldeneni tolqınnıń tarqalıw sxeması.

Birinshi qatar bólekshelerdin baslanǵısh $t = 0$ momenttegi jaǵdayına sáykes keledi; bul waqıtta barlıq bóleksheler ten salmaqlıq jaǵdayında boladı, tek ǵana en shetki O bólekshesi joqarıǵa qaray w tezleniwiniń alǵan. Ekinshi qatar bólekshelerdin qozǵalıwı baslanǵannan son sherek dáwir ótkennen keyin iyelegen jaǵdayın kórsetedi; O bólekshesi óziniń en biyik awhalına jetkende A bólekshesi endi ǵana joqarıǵa baǵıtlanǵan w tezleniwini menen qozǵala baslaydı. Úshinshi qatar qozǵalıwı baslanǵannan keyin yarım dáwir ótkennen keyingi jaǵdaydı súwretleydi: O noqatı tómengen qaray qozǵalıp, ten salmaqlıq jaǵdayınan edi, A bólekshesi óziniń en biyik awhalına jetken, B bólekshesi bolsa endi ǵana joqarıǵa baǵıtlanǵan w tezleniwiniń alǵan. Tórtinshi sızıq qozǵalıwı baslanǵannan tórtten úsh dáwir ótkennen momenttegi jaǵdaydı sáwlelendiredi: O bólekshesi óziniń en tómengi jaǵdayına jetken, A bólekshesi bolsa tómengen qaray ten salmaqlıq

jaǵdayınan ótip atır hám B bólekshesi ózinin en biyik jaǵdayına jetken; C noqatı joqarıǵa baǵıtlanǵan w tezleniwine iye blıp atır. Songı, besinshi qatarda qozǵalas baslanǵannan keyin pútin bir dáwir ótkennen songı jaǵday kórsetilgen: O bólekshe joqarı qaray jáne ten salmaqlıq jaǵdayınan ótip atır, A bólekshesi ózinin en tómengi jaǵdayına jetken, B bólekshesi tómenge qaray ten salmaqlıq jaǵdayınan ótip atır, al C bólekshesi ózinin en biyik jaǵdayına jetken bolsa, D bólekshe joqarıǵa qaray baǵıtlanǵan w tezleniwin alǵan. Terbelistin bunnan keyingi tarqalıwın tap usınday táqlette baqlawǵa boladı.



265-cúwret. Boylıq tolqınnın tarqalıw sxeması.

Boylıq tolqın ushın dál sonday sxemas 265-súwrette berilgen. Bul jaǵdayda awısıw tek bólekshelerdin tarqalıw baǵıtında boladı. 265-súwretten kórinip turǵanıday, boylıq tolqın tarqalǵanda bóleksheler bir birine jaqınlasadı hám jáne bir birinen uzaqlasadı, sonın nátiyjesinde ortalıqta qoyıwlasıwlar (súwrette belgilep qoyılǵan oblastlar) hám siyrekiswler payda boladı; tolqınnın tarqalıw qubılısı bul qoyıwlasıw xám siyrekisw oblastlarının orın almasıwlarınan ibarat.

Ortalıqta tarqalıwshı tolqınlardıń boylıq yamasa kólden bolıwı usı ortalıqtın serpimlilik qásiyetlerinen ǵárezli boladı.

Eger ortalıqtın bir qatlamı ekinshi qatlamına salıstırǵanda jılıǵanda sol jılıǵan qatlamdı ten salmaqlıq jaǵdayına qaytarıwǵa baǵıtlanǵan serpimli kúshler payda bolsa, onda ortalıqta kólden tolqınlardıń tarqalıwı múmkin (ulıwma alǵanda, qattı deneler sonday ortalıq bolıp tabıladı). Parallel qatlamlar bir-birine salıstırǵanda jılıǵanda ortalıqta serpimli kúshler payda bolmaǵan jaǵdaylarda kólden tolqınlar júzege kelmeydi. Mısalı, suyıqlıq hám gaz kólden tolqınlar tarqalmaytuǵın ortalıqlar bolıp tabıladı (bul juwmaqlaw suyıqlıqtın betine tiyisli emes; suyıqlıqtın betinde quramalı xarakterge iye bolǵan kólden tolqınlar da tarqala aladı: bunday tolqınlarda bóleksheler tuyıq shenber yamasa ellips tárizli traektoriyalar boyınsha qozǵaladı). Eger ortalıqta sozıw hám qısıw diformacıyalarının saldarınan serpimli kúshler payda bolatuǵın bolsa, onda bunday ortalıqta boylıq tolqınlar tarqala aladı. Mısalı: suyıqlıq penen gaz qısılǵanda basımı joqarılaydı, al bul basım payda etken kúshler qısıw deformacıyasında serpimlilik kúshinin ornın iyeleydi. Suyıqlıq penen gazde tek boylıq tolqınlar ǵana tarqaladı. Qattı denelerde boylıq tolqınlar kólden tolqınlar menen bir qatarda tarqala aladı.

Teoriyanın kórsetiwi boyınsha (111-paragrafǵa qaranız) boylıq tolqınlardıń tarqalıw tezligi V ortalıqtın serpimlilik coefficienti menen onın tıǵızlıǵı ρ nın kvadrat túbirine keri proporcional:

$$V = \sqrt{\frac{1}{\alpha\rho}}.$$

Bul qatnastı juwıq túrde tómendegi qatnas penen almastırıwǵa booladı:

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

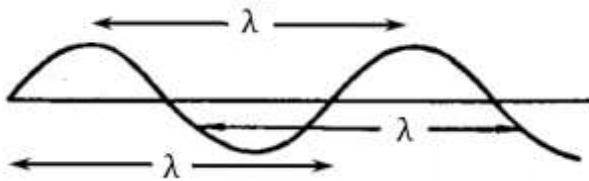
Bul qatnasta E arqalı ortalıqtın YUn moduli belgilengen.

Kóldenén tolqınlardıń tarqalıw tezligi jılıw moduli N ge gárezli boladı:

$$V = \sqrt{\frac{N}{\rho}}.$$

Terbelistin belgili bolǵan fazasınıń bir terbeliw dáwirindegi jılıw aralıǵı *tolqın uzınlıǵı* dep ataladı. Tolqın uzınlıǵının shamasın ádette λ arqalı belgileydi.

266-súwrette bir-birinen λ uzınlıǵında qashıqlıqta jaylasqan bir qatar noqatlar kórsetilgen.



266-súwret. Birdey fazada terbeletuǵın bir birine en jaqın eki noqattın arasındaǵı qashıqlıq tolqın uzınlıǵı bolǵan λ shamasın anıqlaydı.

Súwretten *tolqın uzınlıǵının birdey fazalarda terbeliwshi noqatlar arasındaǵı en qısqa qashıqlıq* ekenligi ayqın kórinip tur. Tolqının tarqalıw tezligi haqqında gáp etilgende onıń *fazalıq tezligi*, yaǵnıy terbelistin berilgen fazasınıń tarqalıw tezligi názerde tutiladı; misalı, $t = 0$ waqıt momentinde 264-súwrettegi O noqatı baslanǵısh fazaǵa iye boldı (yaǵnıy ol ten salmaqlıq awhalınan shıqtı); T waqıtı ótkennen keyin usı O noqatınan λ qashıqlıqta turǵan D noqatı baslanǵısh fazaǵa iye boladı. Demek dáwir T ǵa ten waqıt ishinde baslanǵısh faza tolqın uzınlıǵı λ shamasına ten aralıqqa tarqaldı. Bunnan fazalıq tezlik ushın tómendegidey anlatpa kelip shıǵadı:

$$V = \frac{\lambda}{T}. \quad (1)$$

Terbelisler tarqalatuǵın noqat (terbelisler orayı) tutas ortalıqtın ishinde terbelip turǵan bolsın. Oraydan terbelisler barlıq táreplerge tarqaladı. Waqıtın qanday da bir momentinde terbelisler jetip kelgen *noqatlardıń geometriyalıq ornın tolqın frontı* dep ataydı. Tap sol sıyaqlı, ortalıqtın ishinde *birdey fazada terbelip atırǵan noqatlardıń geometriyalıq ornın* da ajratıp alıwǵa boladı. Bul noqatlardıń jıynaǵı *birdey fazalar betin* yamasa *tolqınlıq betti* payda etedi. Tolqın frontının tolqınlıq bettin dara jaǵdayı ekenligin túsiniكلي. Eger ortalıq izatroplıq bolsa, onda terbelisler terbelisler orayınan barlıq táreplerge birdey bolıp tarqaladı; bunday jaǵdayda tolqın frontı da, birdey fazalar betleri de orayı terbelis orayında jaylasqan sfera bolıp boladı. Tolqın frontının radiusının boyı menen belgili fazaǵa iye bolǵan terbelis t waqıtının ishinde tarqalatuǵın kesindi boladı (biz t arqalı orayda jaylasqan noqattın terbelisinin basınan baslap ótken waqıttı belgiledik). Bunday jaǵdayda

$$r = Vt$$

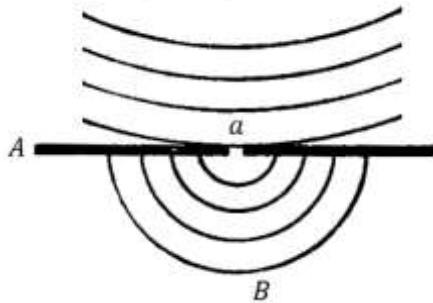
anlatpasına iye bolamız. Bul anlatpada V arqalı tolqının tarqalıw tezligi belgilengen.

Tolqın frontının formaları tolqınlardıń tiplerin anıqlaydı, misalı, frontı tegis bolǵan tolqın tegis tolqın dep ataladı h.t.b.

Terbelisler taraqalatuǵın baǵıtlardı *nurlar* dep ataydı. Izotrop ortalıqlarda nurlar tolqın frontına perpendikulyar boladı; tolqın frontı sfera tárizli bolǵanda nurlardıń baǵıtı radiuslardıń baǵıtına sáykes keledi.

§ 107. Gyuygens principi. Belgili waqıt momentindegi tolqın frontı belgili bolsa, onda oǵan súyenip bunnan keyingi waqıt momentindegi tolqın frontın tabıwdın usılın biliwdin hár qıylı máselelerdi sheshiwdegi áhmiyeti júdá úlken. Usınday usıldı 1690-jılı Gyuygens taptı; onı *Gyuygens principi* dep ataydı.

Gyuygens ózinin principinin durıs ekenligin qatan túrde dálillegen joq; Gyuygens principinin dúris ekenligi onın tiykarında alıńǵan nátiyjelerdin tájiriybelerde alıńǵan nátiyjeler menen salıstırıw jolı menen tastıyıqlandı. Bunnan kóp keyin Gyuygens principinin durıs ekenligi serpimlilikin ulıwmalıq teoriyasına súyenip dálillendi.

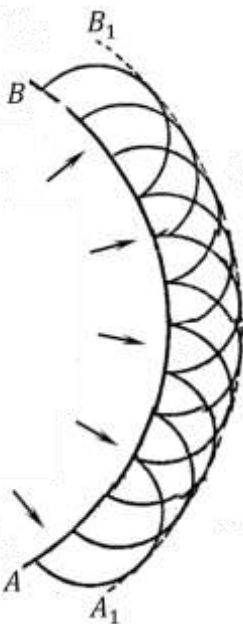


267-cúwret.

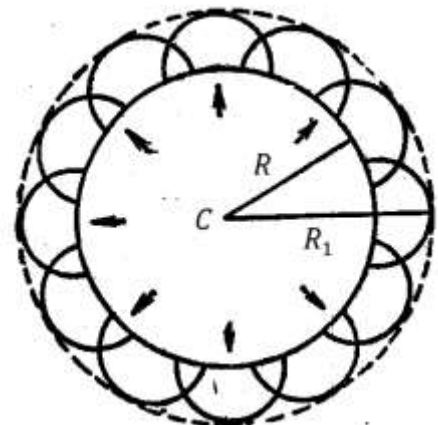
Tosqınlıqtaǵı kishkene sanlaq tolqınnıń jana deregi boladı.

Gyuygens usılınıń ideyasın túsiniw ushın tómendegidey tájiriybeni qaraymız. Suwdın betinde ıqtıyarlı formadaǵı tolqın tarqalıp atır dep boljayıq. Bul tolqınnıń jolına tolqındı ótkermeytuǵın A tosqınlıǵın qoyamız; bul tosqınlıqta ólshemleri λ tolqın uzınlıǵına salıstırǵanda kishi bolǵan a sanlaǵı bar bolsın (267-súwret).

Tolqın A tosqınlıǵına jetkende onda shaǵılısadı. Tosqınlıqtaǵı a sanlaǵı tómenge qaray tarqalatuǵın tolqınlardıń deregi bolıp xızmet etedi. Bunday jaǵdayda diywalǵa shekemgi tolqınnıń formasınan qanday bolıwına qaramastan, qınlıqtan yarım saqıyna formasındaǵı B tolqınları tarqala baslaydı. Sanlaq jana terbeliw orayı bolıp, onnan terbelisler barlıq tárepke tarqaladı. Bul tájiriybe ortalıqtın tolqın frontı barıp jetken hár bir noqatın terbelistin jana deregi dep qaraw múmkin degen juwmaqqa alıp keledi. Bunnan Gyuygens principinin mánisi kelip shıǵadı. Qanday da bir waqıt momentinde strelkalar menen kórsetilgen baǵıttan kelgen AB tolqın frontı belgili bolsın (268-súwret). t waqıt momentine tiyisli bolǵan jana tolqın frontın qurıw ushın eski fronttın hár bir noqatın bunnan keyin tarqalatuǵın terbelislerdin tarqalıw orayı dep qaraw kerek. Usınday tarqalıw orayları bolǵan hár bir noqattan shıqqan tolqınlar ushın elementar tolqınlıq betlerdi sızamız. Bul betler radiusı $r = Vt$ bolǵan yarım sferalıq betler bolıp tabıladı. Barlıq elementar tolqınlıq betlerdin A_1B_1 orap alıwshı jana tolqın frontın beredi.



268-súwret.
Gyuygens boyınsha
jana tolqın frontın
qurıw.

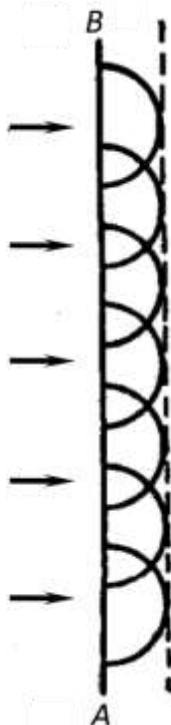


269-súwret.
C orayınan tarqalatuǵın sferalıq tolqın
ushın Gyuygens boyınsha tolqın
frontın qurıw.

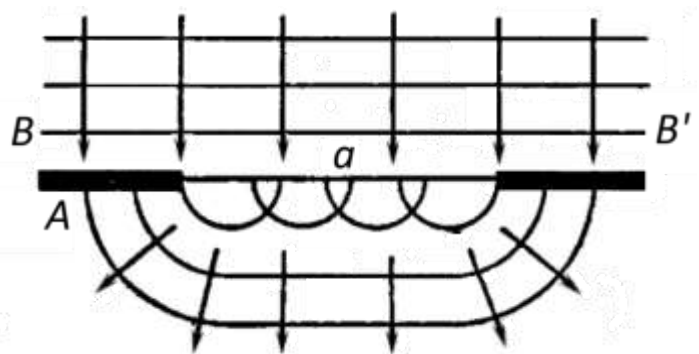
Endi dara jaǵdaylar ushın tolqın betlerin qurıw ushın Gyuygens metodın paydalanamız.

Waqıttın qanday da bir momentinde tolqın radiusı R bolğan sferanın formasına iye bolsın (269-súwret) hám tolqın oraydan tarqalıp atırğan bolsın; frontının hár bir noqatının átirapında yarım sfera formasındaǵı elementar tolqınlıq betlerdi sıızamız. Bul elementar yarım sfera túrindegi betlerdin orawshısı radiusı $R_1 = R + Vt$ shamasına ten sferalıq bet bolıp tabıladı. Joqarıda atap ótilgenindey, nurlar oraydan radiuslar boylap baǵıtlanǵan boladı. Sferalıq tolqın tarqalıwdın barısında úlkeyip barıwshı radiusqa iye sfera formasına iye boladı, radius dım úlken bolğan jaǵdayda tolqın frontının qálegen bir bólegin tegis dep esaplawǵa boladı. 270-súwrette AB tolqınının tegis frontının bir uıatskası súwretlengen. Bul fronttın barlıq noqatların bir birinen ǵárezsiz terbeledi dep esaplap, olardıń átirapında elementar yarım sferalar sıızǵanda, AB tegisligine parallel bolğan tegislik túrindegi orawshı bet payda boladı. Nurlar, yaǵnıy terbelisler tarqalatuǵın baǵıtlar, front tegisligine perpendikulyar tuwrı bolıp tabıladı. Bunnan tegis tolqının izotrop ortalıqta tarqalǵanda tegis tolqın bolıp qala beredi degen juwmaqqa kelemiz; nurlar bir birine parallel bolğan dástelerden ibarat. Bir tekli izotrop ortalıqta tolqın frontı kenislikde orın alıstırıp óz-ózine uqsas bolıp qala beredi.

Endi, eger tegis tolqının tarqalıw jolında a sanlaǵına iye bolğan A tosqańlıǵı qoyılǵan bolğan jaǵdayda (271-súwret) sol tegis tolqınının qanday ózgerislerge ushıraytuǵınlıǵın qaraymız. BB' tegis frontı A tosqańlıǵına jetip kelip, onıń bir bólegi tosqańlıqta shaǵılıadı, al a sanlaǵının hár bir noqatı óz aldına terbelislerdin deregi boladı. Hár bir noqattın átirapında yarım sfera formasındaǵı elementar tolqınlıq betler payda boladı; bul tolqınlıq betlerdin oraap alıwshısı a sanlaǵınan keyingi tolqın frontın beredi. 271-súwretten sanlaqtın astındaǵı front frontının tegis emes ekenligi, onıń tek orta bóleginin ǵana dáslepki frontqa parallel bolatıǵınlıǵı kórinip tur; fronttın shetleri iymeygen, olardaǵı nurlar dáslepki baǵıtların ózertken. Nurlardıń *difrakciya* dep atalatuǵın bunday iymeyiwın tolıq esapqa alıw ushın sanlaqtın hár bir noqatınan keletuǵın terbelislerdi olardıń fazaların esapqa alǵan halda qosıw kerek boladı. Difrakciyanı keyinirek terennen úyrenemiz. Sanlaq qansha kishi bolsa, nurlardıń iymeyiwi de sonshama kúshli boladı. Eger a sanlaǵının ólshemi tolqın uzınlıǵınan kishi bolsa, onda sanlaq birlik terbeliw orayı bolıp qaladı xám Gyuygens principinin durılıǵın dálillew ushın xızmet etetuǵın tájiriyyede orın alǵanday (267-súwret), bul derekten yarım sferalıq tolqın tarqaladı.



270-súwret.
Tegis tolqın ushın
Gyuygens
qurılısı.



271-súwret.
Tosqańlıqtaǵı sanlaqtan keyingi tolqının orap alınıwı
(tolqının difrakciyası).

§ 108. Tolqın tenlemesi. Tolqın processin analitikalıq túrde qalayınsha táriyiplewdin múmkin ekenligin úyreneyik.

Dáslep, biz misal retinde tuwrı mızıqlı tarqalatuǵın, misalı bir ushı terbelip turǵan jiptin boyı menen juwıratuǵın tolqınlardı kóz aldımızǵa elesleteyik. Noqattın ten salmaqlıq jaǵdayınan awısıwın x arqalı belgileymiz. Tolqın tarqalıp atırǵan tuwrı sıziqtın boyındaǵı hár bir noqat ushın awısıw x tın hár bir waqıt momentindegi mánisin anıqlasaq, onda tolqın processı anıqlanǵan boladı. Basqa sóz benen aytqanda, x noqatınan awısıwın waqıttın hám sol noqattın ten salmaqlıq halındaǵı koordinataların funkciyası sıpatında biliw kerek.

Terbelislerdin orayı bolǵan O noqatın (272-súwret) koordinatalardın bası sıpatında qabil etemiz. Meyli, O noqatındaǵı terbelisler mınaday nızam boyınsha táriyiplenetuǵın bolsın:

$$x = a \cos \omega t. \quad (1)$$

Bul anlatpada a - terbelislerdin amplitudası, ω - jiyiligi (ciklıq), t - terbeliw baslanǵan momentten baslap esaplanǵan waqıt.

Iqtıyarlı túrde tuwrı sıziqtın boyında jaylasqan hám koordinatalar basın y qashıqlıǵında jaylasqan A noqatın alamız. O noqatınan shıqqan terbelisler A noqatına

$$\tau = \frac{y}{V} \quad (2)$$

waqıtı ótkenen keyin jetip keledi; bul aqlatpada V arqalı tolqınnın tarqalıw tezligi belgilengen. Solay etip, A noqatı O noqatınan τ waqıt shamasında kesh terbele baslaydı. Biz qarap atırǵan tuwrı sıziqtın boyında tarqalıp atırǵan tolqınlardı sónbeytuǵın tolqınlar dep esaplap, tolqın A noqatına jetip kelgeninde ol sol noqatta a amplitudası hám ω jiyiligi menen terbele baslaydı dedep juwmaq shıǵaramız. Demek, A noqatınan x ten salmaqlıq jaǵdayınan awısıwı bılayınsha anlatıladı:

$$x = a \cos \omega t'. \quad (3)$$

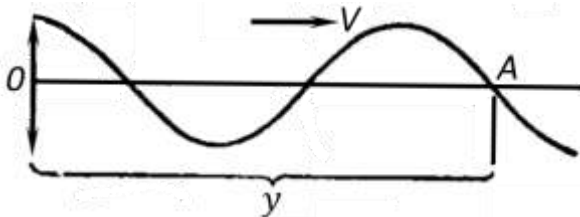
Bul anlatpada t' arqalı A noqatınan terbeliwi baslanǵanan momentten baslap esaplanǵan waqıt belgilengen. Biraq, joqarıda kórgenimizdey, A noqatı O noqatına salıstırǵanda τ waqıt kesh terbele baslaydı hám sonlıqtan $t' = t - \tau$ tenligi orınlı boladı; t' waqıtınan usı shaması (3)-anlatpaǵa qoysaq:

$$x = a \cos \omega(t - \tau)$$

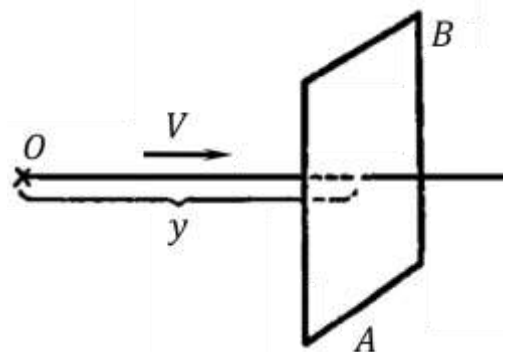
yamasa anlatpaǵa τ din ornına onın (2)-anlatpa boyınsha esaplanǵan mánisin qoysaq

$$x = a \cos \omega \left(t - \frac{y}{V} \right) \quad (4)$$

tenlemesine iye bolamız. Bul tenlemede noqattın x awısıwı waqıt t nın hám A noqatınan O noqatına shekemgi y aralıqtın funkciyası sıpatında anlatılıwı bolıp tabıladı; OA tuwrının boyında tarqalıp atırǵan tolqın tenlemesi tap usınday túrde jazıladı.



272-súwret. Tolqın tenlemesin keltirip shıǵarıwǵa.



273-súwret. Tegis tolqın ushın birdey fazalar tegisligi.

(4)-anlatpa y kósherinin baǵıtında tarqalıp atırǵan *tegis tolqınnın* tenlemesi bolıp tabıladı.

Bunday jaǵdayda y kósherinin baǵıtına perpendikulyar bolǵan hár qanday AB tegislighi (273-súwret) birdey fazalar beti bolıp boladı hám bul tegisliktin barlıq noqatları belgili t waqıt momentinde birdey x awısıwǵa iye boladı. Bul awısıwdın shaması tegisliktin O noqatına shekemgi qashıqlıq y tin mánisi boyınsha anıqlanadı.

Eger biz tarqalıp atırǵan tolqınnın baǵıtı qarama-qarsı tárepte qaray ózgerdi dep kóz aldımızǵa keltirsek, onda (4)-anlatpadaǵı y tin ornına $-y$ shamasının qoyılıwı kerek. Bunday jaǵdayda bul tolqınnın tenlemesi

$$x = a \cos \omega \left(t + \frac{y}{V} \right) \quad (4a)$$

túrine iye boladı.

106-paragraftaǵı (1)-qatnastı paydalanıp (4)-anlatpanı ózgartiriwge boladı; bul (1)-qatnas boyınsha $\frac{\omega}{V} = \frac{2\pi}{VT} = \frac{2\pi}{\lambda}$, (λ arqalı tolqınnın tolqın uzınlıǵı belgilengen); Bunday jaǵdayda

$$x = a \cos \left(\omega t - 2\pi \frac{y}{\lambda} \right)$$

túrindegi tenlemeni alamız. Eger cikllıq jiyilik ω nın ornına ádettegidey $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ shaması qoyılsa, onda

$$x = a \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{y}{\lambda} \right) \quad (5)$$

tenlemesin alamız.

Bir tuwrının boyında tarqalıp atırǵan toqınnın (272-súwret) misalında (4)-tenlemeden kelip shıǵatuǵın nátiyjelerdi tallaymız. Tolqınlıq processi eki tárepleme dáwirlik process bolıp tabıladı: (4)-formuladaǵı kosinustın argumenti eki ózgeriwshi bolǵan t waqıtı menen y koordinatadan ǵárezli. Solay etip tolqın qos dáwirlikke iye boladı - kenislik hám waqıt boyınsha. Waqıttın berilgen t momenti ushın (4)-tenleme bólekshelerdin x awısıwının koordinata basına shekemgi qashıqlıqtın funkciyası sıpatındaǵı tarqalıwın anıqlaydı; juwırıwshı tolqınnın tásirinde terbeletuǵın bólesheler berilgen t waqıt momentinde kosinusoidanın boyında jaylasadı. y tin belgili bolǵan shaması menen táriyiplenetuǵın belgili bir bólekshe waqıtqa ǵárezli mınaday garmonikalıq nızam boyınsha terbeledi:

$$x = a \cos \omega \left(t - \frac{y}{V} \right) = a \cos(\omega t - \alpha). \quad (6)$$

Bul anlatpada

$$\alpha = \frac{\omega y}{V} = 2\pi \frac{y}{\lambda}.$$

Berilgen noqat ushın α shaması turaqlı bolıp, ol noqattın terbelisinin *baslanǵısh fazasın* beredi.

Koordinatalar basına shekemgi y_1 hám y_2 qashıqlıqlarda jaylasqan eki noqat ushın fazalar ayırması:

$$\alpha_2 - \alpha_1 = 2\pi \frac{y_2 - y_1}{\lambda}. \quad (7)$$

formulasının járdeminde anıqlanadı. Bunnan bir birinen λ qashıqlıqta jaylasqan eki noqat ushın (yaǵnıy, bunday jaǵdayda $y_2 - y_1 = \lambda$) fazalar ayırması $\alpha_2 - \alpha_1 = 2\pi$ shamasına ten boladı; bul eki noqattın qálegen t waqıt momentindegi x awısıwların mánisleri, usı awısıwların baǵıtları birdey boladı; bunday eki noqattı *birdey fazada terbeliwshi noqatlar* dep aytadı.

Bir birinnen $y_2 - y_1 = \frac{\lambda}{2}$ qashıqlıǵında, yaǵnıy bir birinen yarım tolqın uzınlıǵına ten qashıqlıqta jaylasqan noqatlar ushın fazalar ayırması $\alpha_2 - \alpha_1 = \pi$ shamasına ten. Bunday noqatlar *qarama-qarsı fazalarda* terbeletuǵın noqatlar bolıp tabıladı. Waqıttın qálegen momentindegi bul noqatlardıń awısıwların absolyut mánisleri birdey, al belgileri qarama-qarsı boladı: eger noqatlardıń biri joqarıǵa qaray jılıyıtıń bolsa, onda ekinshi noqat tómenge qaray jılıyıtı hám kerisinshe.

Joqarıda tallanǵan bir tuwrının boyında tarqalıwshı tolqınlar ushın dara jaǵday bolıp tabıladı.

Serpimli ortalıqlarda bolsa basqa túrdegi tolqınlardıń, mısalı, sferalıq tolqınlardıń bar bolıwı múmkin.

Sferalıq tolqınlarda amplituda terbeliw dereğine shekemgi r qashılıqqa keri proporcional túrde kemiyedi. Awısıwdıń koordinatalardan hám waqıttan gárezligi minaday túrge iye:

$$x = \frac{a}{r} \cos \omega \left(t - \frac{r}{V} \right). \quad (8)$$

Waqıttıń qanday da bir momentinde tendey fazalar beti $r = \text{const}$ tenlemesi boyınsha anıqlanadı, yaǵnıy tendey fazalar beti radiusı r ge ten bolǵan sfera boladı.

Bunday tolqınnıń "sferalıq" dep atalıwı mine usınnan kelip shıqqan.

§ 109. Tolqınlardıń interferenciyası. Ortalıqta bir waqıttıń ózinde hár qıylı terbeliw oraylarınan shıǵatuǵın terbelislerdin tarqalıwı múmkin.

Eger hár qıylı dereklerden shıqqan tolqınlardıń eki sisteması kenisliktin qanday da bir bóliminde bir biri menen betlesse hám bunnan keyin tarqalıwın dawam etkende, onda betlesiwden keyin olardıń ekewi de bir biri menen hesh qashan betlespegendey bolıp tarqalıwın dawam ete beredi. Tolqınlardıń tarqalıwının bir birinen gárezsizlik principin *superpoziciya principini* dep ataydı; bul princip tolqınlıq processlerinin tarqalıwında esapqa alınıwı kerek bolǵan júdá áhimiyetli princip bolıp tabıladı.

Suwǵa eki tastı taslap, superpoziciya principinin júzege keliwin tekserip kóriwge boladı. Taslar túsken orınlarda payda bolǵan dóngelek tolqınlar bir-biri arqalı ótip, ajralıp ketkenen keyin da orayları taslar túsken orınlarda bolǵan dóngelek figura túrinde tarqalıwın dawam ete beredi. Bul faktti anǵarǵan Leonardo da-Vinchi bılayınsha jazǵan edi: "Ulken hám tınshlıqta turǵan suwdıń betine bir waqıtta eki tastı bir-birinen bazı bir qashılıqta tasla. Taslar túsken orınlardıń átirapında eki dóngelek tolqınlardıń payda bolǵanlıǵın kóresen; olar tarqalıwdıń barısında ushırasadı hám hár bir gruppanıń dóngelekleri bir birinin arasınan ótip kete beredi".

Tolqınlar betlesken oblastta terbelisler bir birine qosıladı, tolqınlardıń qosılıwı (*interferenciyası*) júzege keledi. Bunıń nátiyjesinde terbelislerdin ayırım orınlarda úlkeyiwi, al ayırım orınlarda kemeyiwi orın aladı. Ortalıqtıń hár bir noqatındaǵı qosındı terbelis sol noqatqa jetip kelgen barlıq terbelislerdin qosındısınan ibarat boladı.

Terbelistin derekleri birdey jiyilik penen terbeletuǵın, al terbelisler birdey baǵıtta tarqalatuǵın jáne olar birdey fazaǵa yamasa turaqlı fazalar ayırmasına iye bolatuǵın jaǵday ayırıqsha áhimiyetke iye. Bunday derekler *kogerent derekler* dep ataladı. Biz tómende ortalıqtıń hár bir noqatındaǵı qosındı terbelis waqıt boyınsha turaqlı amplitudaǵa iye, al amplitudanıń mánisi ortalıqtıń noqatınan derekke shekemgi qashılıqtan gárezli bolatuǵın jaǵdaydı qarap ótemiz. Terbelislerdin usınday bolıp qosılıwı *kogerent dereklerdin tolqınlarınan interferenciyası* dep ataladı.

Terbelislerdin kogerent dereklerin misal retinde bılayınsha payda etiwge boladı: sferalıq tolqındı tarqatatuǵın S noqatlıq deregin alamız (274-súwret). Tolqınnıń jolına BB_1 tosqınlıǵı qoyılǵan hám bul tosqınlıqta S dereğine salıstırǵanda simmetriyalı jaylasqan júdá kishi s_1 hám s_2 sanlaqları bar. Gyuygens princi boyınsha s_1 hám s_2 sanlaqları bir birinen gárezsiz bolǵan terbelis derekleri bolıp tabıladı, sonıń menen birge bul noqatlar birdey amplituda menen hám birdey fazada terbeledi. Sebebi bul noqatlardıń S dereğine shekemgi qashılıqlar birdey. BB_1 tosqınlıǵının on tárepine qaray eki sferalıq tolqın tarqaladı hám ortalıqtıń xár bir noqatındaǵı terbelis usı eki tolqınnıń qosılıwının nátiyjesinde payda boladı. s_1 hám s_2 dereklerden sáykes r_1 hám r_2 qashılıqlarında jaylasqan bazı bir A noqatın alamız hám sol noqattaǵı tolqınlardıń qosılıwın qaraymız. Terbelisler A noqatına qanday da bir fazalar ayırması menen jetip keledi hám bul fazalar ayırması r_1 hám r_2 qashılıqlarının ayırmasınan gárezli boladı.

s_1 hám s_2 derekleri birdey fazada terbeletuǵın bolǵanlıqtan

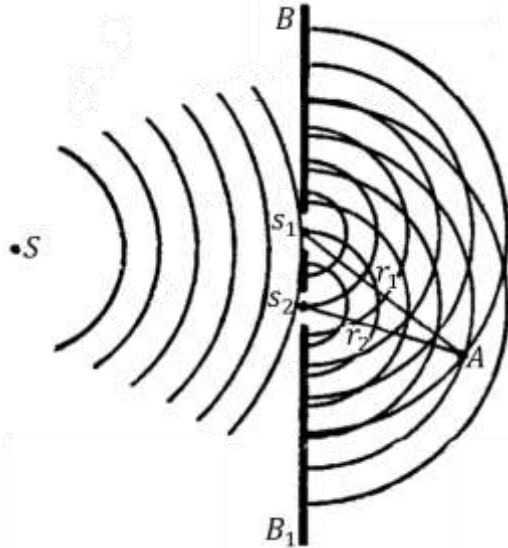
$$x_1 = a_0 \cos \omega t, x_2 = a_0 \cos \omega t$$

túrindegi anlatpalardı jazıw múmkin.

Bunday jaǵdayda s_1 hám s_2 dereklerden A noqatına kelip jetken terbelislerdi 108-paragraftaǵı (8)-formulaǵa tiykarlanıp, bilayınsha jazamız:

$$x_1 = a_1 \cos 2\pi \left(vt - \frac{r_1}{\lambda} \right), x_2 = a_2 \cos 2\pi \left(vt - \frac{r_2}{\lambda} \right),$$

Bul anlatpada $v = \frac{\omega}{2\pi}$ arqalı terbelistin jiyiligi belgilengen. 108-paragraftaǵı (8)-anlatpa boyınsha $\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_2}{r_1}$ qatnası orınlı. Biraq, $|r_2 - r_1| \ll r_1$ qatnası orınlı bolsa, onda juwıq túrde $a_1 \approx a_2$ tenligi orınlanadı.



274-súwret.

s_1 hám s_2 sanlaqlarınan shıqqan eki tolqının qosılıwı.

A noqatındaǵı qosılıwshı terbelislerdin fazaların ayırmasın bilayınsha jazıwǵa boladı:

$$\Delta\alpha = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda}. \quad (1)$$

Biz 100-paragrafta qosındı terbelistin amplitudasının qosılıwshı terbelislerdin fazaların ayırmasınan ǵárezli bolatuǵınlıǵın kórgen edik. Sonın menen birge fazalar ayırması nolge yamasa pútın san eselengen 2π ge ten bolsa, onda amplituda maksimumlıq mánisine iye boladı; onın bul maksimumlıq mánisi qosılıwshı terbelislerdin amplitudaların qosındısına ten boladı. Eger fazalar ayırması π din taq san menen kóbeymesine ten bolsa, onda qosındı amplituda qosılıwshı terbelislerdin amplitudaların ayırmasına ten bolǵan minimumlıq mániske ten boladı. Demek, A noqatında terbelistin maksimumının hám minimumının alınıwı sol eki terbelistin usı A noqatına qanday $\Delta\alpha$ fazalar ayırması menen jetip keletuǵınlıǵına baylanıslı eken. Joqarıda ayılǵanlarǵan baylanıslı A noqatındaǵı amplitudanın maksimum bolıwı shárti bilayınsha jazıladı:

$$\Delta\alpha = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm 2k\pi. \quad (2)$$

Bul anlatpada $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ Bunnan,

$$|r_2 - r_1| = k\lambda \quad (2a)$$

tenligi orınlanǵanda amplitudanın maksimumının payda bolatuǵınlıǵı, yaǵnıy *nurlardıń júrislerinin ayırması nolge yamasa tolqın uzınlıǵının pútın sanǵa kóbeymesine ten bolǵan noqatlarda amplitudanın maksimumı orınlı boladı.*

A noqatındaǵı amplitudanın minimum bolıwı shárti tómendegilerden ibarat:

$$\Delta\alpha = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm (2k + 1)\pi. \quad (3)$$

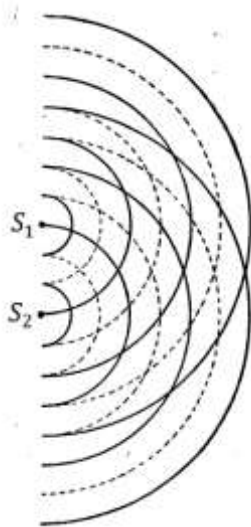
Bul anlatpada $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ Demek, nurlar ushın júrisler ayırması mınaday bolıwı kerek:

$$|r_2 - r_1| = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (3a)$$

yaǵnıy nurlardıń júrisler ayırmasının shaması tak san eselengen yarım tolqın uzınlıǵına ten bolǵan noqatlarında amplituda minimum boladı.

Fazalar ayırması $\pm 2k\pi$ menen $\pm(2k+1)\pi$ shamaların arasındığı mánislerge iye bolğan noqatlarda (bul jerde k -pútin san) terbelislerdin kúsheyiwi yamasa ázzilewinin qanday da bir ortashalangán effekti baqlanadı.

Demek, eki tolqının qosılıwının nátiyjesinde ortalıqta amplitudası hár qıylı noqatlarda hár qıylı bolğan terbelisler payda boladı. Sonın menen birge, hár bir noqatta, usı noqattan kogerent dereklerge shekemgi bolğan qashıqlıqlardin ayırmasına baylanıslı amplitudanın maksimumlıq, minimumlıq yamasa aralıqlıq shamaları payda boladı.



275-cúwret. Tolqınlardin interferenciyası.

275-súwrette interferenciyalanıwshı tolqınlardin eki sisteması súwretlengen; tolqınlardin órkesheri tutas sızıqlar, al shuqırları bolsa punktir sızıqlar menen súwretlengen.

Órkeshler yamasa shuqırlar ushırasqan orınlarda amplituda maksimum boladı; órkesher penen shuqırlar ushırasqan orınlarda amplituda minimallıq mániske ten. Bunday interferenciyanın maksimum hám minimumlarının júzege keliwin suwdın betindegi tolqınlardin eki sisteması tarqalganda baqlawğa boladı.

§ 110. Turgın tolqınlar. Eki tolqının interferenciyasının nátiyjesi sıpatında bir birine qarama-qarsı bağıtlarda tarqalatúgın amplitudaları birdey bolğan eki tegis tolqının qosılıwının saldarınan payda bolğan *turgın tolqınlar* dep atalatúgın tolqınlardı kórsetiwge boladı.

Amplitudaları birdey bolğan eki tegis tolqın bir birine qaray, birewi y kósheninin on bağıtında, ekinshisin y kósherinin teris bağıtında tarqaladı dep boljayıq. 276-súwrette bul tolqınlardan biri jinishke tutas sızıq penen, ekinshisin punktir menen súwretlengen; qosındı tolqın juwan sızıqtın járdeminde súwretlengen.

Eger koordinata bası sıpatında qarama-qarsı bağıtlarda tarqalatúgın tolqınlardin fazaları birdey bolğan noqat alınsa hám waqıttı baslangısh fazalar nolge ten bolğan momentten baslap ólshesek, onda eki tegis tolqının hár qaysısının tenlemelerin tómendegi túrde jazıwğa boladı: y kósherinin on tárepine tarqalıwshı tolqın ushın:

$$x_1 = a \cos 2\pi \left(vt - \frac{y}{\lambda} \right)$$

hám y kósherinin teris tárepine tarqalıwshı tolqın ushın:

$$x_2 = a \cos 2\pi \left(vt + \frac{y}{\lambda} \right).$$

Bul eki tolqının qosılıwı nátiyjesinde

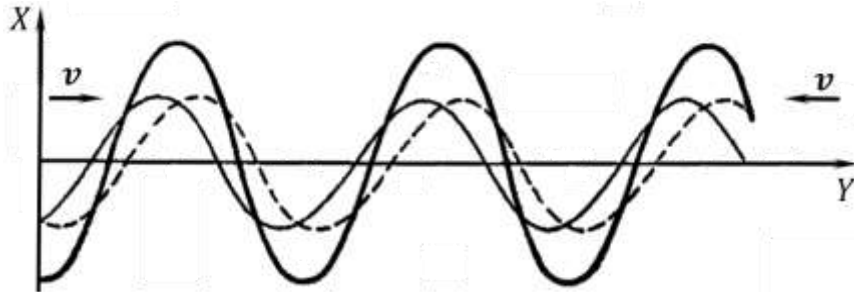
$$x = x_1 + x_2 = a \cos 2\pi \left(vt - \frac{y}{\lambda} \right) + a \cos 2\pi \left(vt + \frac{y}{\lambda} \right)$$

tolqını payda boladı. Quramalı argumentlerdin kosinusların mánisin ashıp hám bunnan keyin qısqartırsaq:

$$x = 2a \cos \left(2\pi \frac{y}{\lambda} \right) \cdot \cos 2\pi vt. \quad (1)$$

túrindegi anlatpanı alamız.

$\cos 2\pi vt$ kóbeytiwshisi jiyiligi ortalıqtın noqatlarında qarama-qarsı bağıtlarda tarqalatuǵın tolqınlardıń v jiyiligine ten bolǵan terbelisler payda bolatuǵınlıǵın kórsetedi.



276-súwret. Qarama-qarsı bağıtlarda tarqalatuǵın eki tolqındı qosıw.

Waqıtqa ǵárezli bolmaǵan $2a \cos \left(2\pi \frac{y}{\lambda} \right)$ kóbeytiwshi qosındı terbelistin A amplitudasın anlatadı; dáliregi, fizikalıq mánisi boyınsha amplitudanıń on mániske iye bolatuǵınlıǵına baylanıslı, ol bul kóbeytiwshinin absolyut shamasına ten:

$$A = \left| 2a \cos \left(2\pi \frac{y}{\lambda} \right) \right|. \quad (2)$$

Solay etip, terbelistin amplitudası ortalıqtın noqatlarınan turǵan ornın anıqlaytuǵın y noqatının koordinatalarınan ǵárezli eken. Payda bolǵan terbelisti *turǵın tolqınlar* dep ataydı. Belgili bolǵan noqatlarda turǵın tolqınnıń amplitudası qosılatuǵın tolqınlardıń amplitudalarınan qosındısına ten. Bunday noqatlardı tolqınnıń *shoǵırları* dep ataydı. Qosındı amplituda nolge ten bolǵan basqa noqatlardı turǵın tolqınlardıń *túyinleri* dep ataymız.

Shoǵırlar menen túyinlerdin koordinataların anıqlaymız. (2)-tenlik penen anıqlanǵan amplituda

$$\left| \cos \left(2\pi \frac{y}{\lambda} \right) \right| = 1$$

bolǵan noqatlardı maksimalıq mániske iye. Usı (2)-anlatpa boyınsha

$$A = 2a.$$

tenliklerine iye bolamız. Bunnan shoǵırlardıń jaylasqan ornın

$$2\pi \frac{y}{\lambda} = \pm k\pi,$$

shárti boyınsha tabıladı. Bul anlatpada $k = 0, 1, 2, \dots$. Demek, shoǵırlardıń koordinataları

$$y = \pm k \frac{\lambda}{2} \quad (3)$$

formulasının járdeminde anıqlanadı eken. Bul jaǵdayda da $k = 0, 1, 2, \dots$

Qonsı shoǵırlardıń arasındaǵı qashılıqtı anıqlaw ushın k nıń eki izbe iz mánisleri ushın (3)-formuladan anıqlanǵan y koordinatasının mánislerinin ayırmasın alamız:

$$y_{k+1} - y_k = \frac{\lambda}{2},$$

Demek, qonsı shoǵırlardıń arasındaǵı qashılıq turǵın tolqın payda etiwshi bir biri menen interferenciylanatuǵın tolqınlardıń yarım tolqın uzınlıǵına ten. Álbette, shoǵırlar bar orınlarda qosılatuǵın eki tolqınnıń terbelisleri birdey fazada boladı.

Túyinlerde qosındı terbelistin amplitudası nolge ten. Bunnan, (2)-formula boyınsha, túyinlerdin payda bolıw shártin alamız:

$$\cos \left(2\pi \frac{y}{\lambda} \right) = 0$$

yamasa

$$2\pi \frac{y}{\lambda} = \pm(2k+1) \frac{\pi}{2}.$$

Demek, túyinlerdin koordinataları

$$y = \pm(2k+1) \frac{\lambda}{4} \quad (4)$$

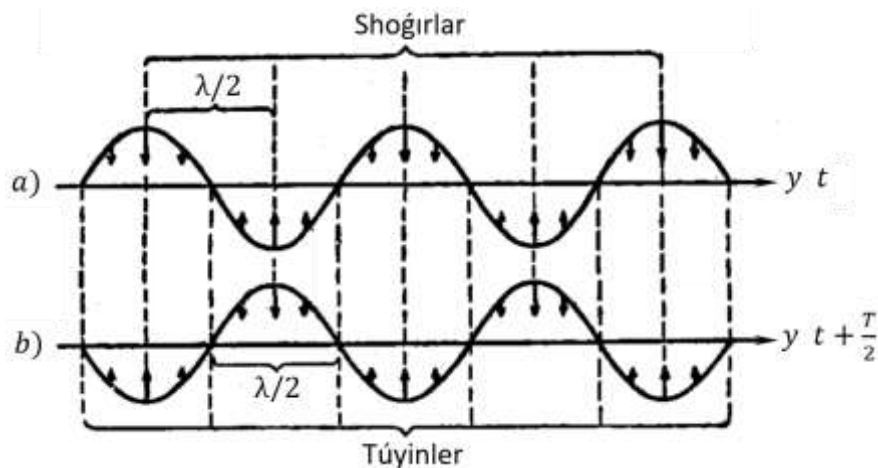
formulasının járdeminde tabıladı eken. Sonın menen birge shoǵır menen oǵan qosı bolǵan túyin arasındǵı qashıqlıq

$$(2k+1) \frac{\lambda}{4} - k \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{4}$$

anatpasının járdeminde anıqlanadı, yaǵnıy túyinler menen shoǵırlar bir-birinen tolqın uzınlıǵının tórtten bir shamasına ten qashıqlıqta jaylasqan. Qosılatuǵın eki tolqındǵı terbelisler barlıq waqıtta qarama-qarsı fazalarda bolatuǵın orınlarda túyinler payda boladı.

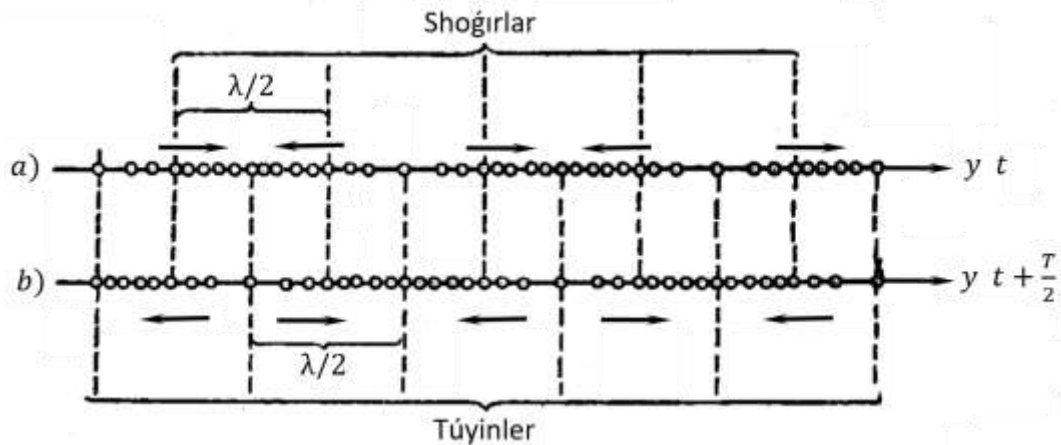
(1)-formula boyınsha barlıq noqatlardǵı qosındı terbelis usı noqatlardıń turǵan ornınan ǵárezsiz bolǵan fazada bolatuǵınday bolıp kórinse de ($\cos 2\pi \nu t$ kóbeytiwshi y ten ǵárezli emes), túyin arqalı ótkende terbelislerdin fazası qarama-qarsı fazaǵa ótedi. Bul amplitudanı anıqlaytuǵın $\cos\left(2\pi \frac{y}{\lambda}\right)$ kóbeytiwshisinin túyindegı nol arqalı ótkende belgisin ózǵertetuǵınlıǵı menen baylanıslı. Usı jaǵdayǵa baylanıslı waqıttın bazı bir momentinde túyinń bir tárepindeǵı x awısıwı on bolatuǵın bolsa, onda sol waqıt momentinde túyinń ekinshi tárepinde ol teris mániske iye boladı.

Waqıttın berilgen momentinde $\cos 2\pi \nu t$ kóbeytiwshisi barlıq noqatlar ushın birdey mániske iye bolǵanlıqtan *eki túyinń arasındǵı* barlıq noqatlar birdey fazada terbeledi, yaǵnıy olar maksimallıq awısıw noqatlarına birdey waqıtta jetip keledi, ten salmaqlıq halına sáykes keletuǵın orın arqalı bir waqıtta ótedi h.t.b. Bir túyinń eki tárepindeǵı noqatlar qarama-qarsı fazalarda terbeledi, yaǵnıy olar en úlken, biraq qarama-qarsı belgige iye awısıwlarǵa bir waqıttın ózinde iye boladı, ten salmaqlıq jaǵdayınan qarama-qarsı baǵıtlardǵı tezlikler menen bir waqıtta ótedi h.t.b. Kólden turǵın tolqın tarqatıp atırǵan noqatlardıń terbelislerinin sxeması 277-a xám b súwretlerde kórsetilgen; onda bir-birinen yarım dáwirin shamasına tendey ayırmaǵa iye bolǵan eki waqıt momentindeǵı terbeliwshi noqatlardıń orınları kórsetilgen.



277-cúwret. Kólden turǵın tolqınń terbelisler sxeması.

Boylıq turǵın tolqında noqatlardıń awısıwları y kóshetine parallel boladı. 278 a hám b súwrette boylıq turǵın tolqındǵı waqıttın bir-birinen yarım dáwirge ayırmaǵa iye eki waqıt momentindeǵı noqatlardıń jaylasıwı kórsetilgen. Biz súwrette terbeliwshi noqatlardıń tezlikleri nolge ten bolǵan túyinlerde ortalıqtıń tıǵızlıǵının keskin ózǵertetuǵınlıǵın kóremiz. Bóleksheler túyinge eki tárepinen jaqınlasadı hám onnan eki tárepki qaray uzaqlasadı.



278-cúwret. Boylıq túrın tolqındaǵı terbelislerdin sxeması.

Ádette, túrın tolqınlar alǵa hám artqa qaray juwıratuǵın tolqınların interferenciyasını sebebinen payda boladı. Mısalı, eger arqannın bir ushın bekkem etip bekkemlep qoysaq, onda sol orınnan shaǵılısıp qaytqan tolqın alǵa qaray juwıpatuǵın tolqın menen interferenciylanıp, túrın tolqındı payda etedi. Bunday jaǵdayda qozǵalmaytuǵın túyinlik noqatlar bir birinen juwırıwshı tolqınların yarım tolqın uzınlıǵında qashıqlıqta jaylasadı; arqandı bekkemlengen orında, yaǵnıy tolqınların shaǵılısıwı orın alatuǵın shegarada túyin payda boladı.

Ulıwma aytqanda, shaǵılısıw shegarasında túyin yamasa shoǵır payda boladı. Bul ortalıqlardıń tıǵızlıqlarının qatnasına baylanıslı. Eger tolqındı shaǵılıstıratuǵın ortalıq tolqın tarqalıp atırǵan ortalıqtan tıǵız bolsa, onda shegarada túyin payda boladı. Eger tolqındı shaǵılıstırıwshı ortalıqtan tıǵızlıǵı tolqın taralıp atırǵan ortalıqtan tıǵızlıǵınan kem bolsa, onda shegarada shoǵır payda boladı.

Tıǵızraq ortalıqta shaǵılısıwdın nátiyjesinde túyinnin payda bolıwı tolqınların tıǵız ortalıqta shaǵılısıwında ózinin fazasını qarama-qarsı fazaǵa almasıratuǵın sebepten boladı; bul waqıtta shegarada qarama-qarsı baǵıttaǵı terbelisler qosıladı hám sonın nátiyjesinde túyin payda boladı.

Yarım tolqın uzınlıǵında qashıqlıqta faza qarama-qarsı fazaǵa ózgeretuǵın bolǵanlıqtan, bul faktti "yarım tolqın uzınlıǵın joǵaltıw" dep ataw qabıl etilgen.

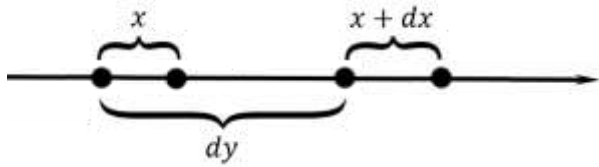
Tolqın sıyrek ortalıqtan shaǵılısqanda shegarada ózinin fazasını ózertpeydi, sonın ushın yarım tolqın uzınlıǵının joǵalıwı orın almaydı. Sol sebepten shegaradaǵı jutılıwshı hám shaǵılısıwshı tolqınların fazaları birdey boladı; bul jerde birdey fazalı terbelislerdin qosılıwının nátiyjesinde shoǵır payda boladı.

Tolqınların tıǵız ortalıqtan shegarasında shaǵılısqanda ózinin fazasını ózertiwi menen sıyrek ortalıqtan shegarasında shaǵılısqanda ózinin fazasını saqlawı serpimlilik teoriyasında eki serpimli ortalıqtan arasındaǵı shegarasındaǵı ulıwmalıq shegaralıq shártler tiykarında dálillenedi.

§ 111. Serpimli ortalıqtaǵı terbelislerdin tarqalıwının dinamikası. Biz, ortalıqta tarqala alatuǵın tolqınların tipin usı ortalıqlardıń serpimli qásiyetlerine baylanıslı ekenligin joqarıda qarap ótken edik. Ortalıqtaǵı serpimli deformaciylardı payda etetuǵın awısıwlar bar bolǵan terbelislerdin tipi tarqala aladı. Tek ǵana qısıw deformaciyası orın alatuǵın ortalıqlarda (suyıqlıq, gazler) tek boylıq tolqınlar ǵana tarqaladı; al qısıw defomaciyası da, sozılıw deformaciyası da orın alatuǵın ortalıqlarda boylıq tolqınlar da, kóldenentolqınlar da tarqala aladı. Bizler házirinshe tek boylıq tolqındı qaraymız.

Tutas ortalıqta boylıq tolqın tarqalıp atırǵan bir tuwrının boyında noqatlardıń qatarın alamız. Usı tuwrının boyındaǵı noqattın ten salmaqlıq awhalınan awısıwın x arqalı belgileybiz. Sol tuwrı sızıq boyındaǵı noqatlar arasındaǵı ólshengen qashıqlıqlardı y arqalı belgileybiz.

Ten salmaqlıq awhalında bir-birinen dy qashıqlıqta jaylasqan eki noqattı alamız. Meyli, bul noqatlardıń óz ten salmaqlıq awhallarınan awısıwın sáykes x hám $x + dx$ shamalarına ten (279-súwret), demek, bir birinen dy qashıqlıǵında jaylasqan noqatlar dx shamasına jılıyadı.



279-súwret. Boylıq tolqının tarqalıw tezligi ushın anlatpanı keltirip shıǵarıwǵa.

Awısıwdın ózgerisi bolǵan dx shamasının noqatlar arasındaǵı dáslepki dy qashıqlılıǵına qatnası, yaǵnıy $\frac{dx}{dy}$ shamasın *salıstırmalı deformaciya* dep ataymız hám onı s háribi menen belgileybiz. Bunday jaǵdayda

$$s = \frac{dx}{dy}. \quad (1)$$

$s = \frac{dx}{dy} > 0$ tensizligi orınlanǵanda noqatlardıń arasındaǵı qashıqlıq úlkeyedi, bul ortalıqtın sozılıwın angartadı.

$s = \frac{dx}{dy} < 0$ tensizligi orınlanǵanda noqatlardıń arasındaǵı qashıqlıq kishireydi, bul ortalıqtın qısılıwına sáykes keledi.

$$x = a \cos \omega \left(t - \frac{y}{V} \right) \quad (2)$$

túrinde jazılǵan tolqın tenlemesin inabatqa alıp (bul anlatpada ω arqalı cikllıq jiyilik, V arqalı tolqının tarqalıw tezligi belgilengen), $\frac{dx}{dy}$ salıstırmalı deformaciya menen terbeliwshi noqatlardıń $\frac{dx}{dt}$ tezligi arasındaǵı baylanıstı anıqlaw múmkin. Haqıyqatında da, noqatlardıń tezligin v háribi arqalı belgilep,

$$v = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = -a \omega \sin \omega \left(t - \frac{y}{V} \right)$$

anlatpasına iye bolamız.

Salıstırmalı deformaciya s

$$s = x' = \frac{dx}{dy} = \frac{a \omega}{V} \sin \omega \left(t - \frac{y}{V} \right).$$

tenliginin járdeminde anıqlanadı. Songı eki anlatpanı salıstırıp

$$\frac{dx}{dt} = -V \frac{dx}{dy}$$

anlatpasının orınlı ekenligine kóz jetkeremiz. Bunnan ortalıqtın $\frac{dx}{dy}$ deformaciyası absolyut shaması boyınsha terbeliwshi bólekshelerdin tezligi en úlken bolǵan noqatlarda, yaǵnıy noqatlar ten salmaqlıq arqalı ótken momentte en úlken mániske iye bolatuǵnılıǵı kelip shıǵadı.

(2)-tolqın tenlemesinen bizge keyinirek kerek bolatuǵın jáne bir qatnastı keltirip shıǵarıwǵa boladı. x shamasınan t waqıt hám y koordinata boyınsha ekinshi tártipli tuwındılardı alamız:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{d^2x}{dt^2} = -a \omega^2 \cos \left(t - \frac{y}{V} \right); \\ x'' &= \frac{d^2x}{dy^2} = -\frac{a \omega^2}{V^2} \cos \omega \left(t - \frac{y}{V} \right). \end{aligned}$$

Bunnan

$$\frac{d^2x}{dt^2} = V^2 \frac{d^2x}{dy^2} \quad (3)$$

tenlemesine iye bolamız. Bul tenlemeden awısıwdan waqıt boyınsha alınǵan ekinshi tártipli tuwındının awısıwdan koordinata boyınsha alınǵan ekinshi tártipli tuwındıǵa proporcional ekenligin kóremiz. Bul tenlemede tolqının tarqalıw tezligi V nın kvadratı proporcionallıq koefficienttin xızmetin atqaradı.

(3)-tenlemenı (2)-anlatpanı differenciallaw jolı menen keltirip shıǵardıq. Kerisinshe mınaday juwmaqtı shıǵarıwǵa da boladı: (2)-kosinusoıda sáykes keletuǵın taza dáwirli tolqın (3)-differenciallıq tenlemni qanaatlandıradı.

Biraq, sonı aytıp ótiw kerek, haqıyqatında (3)-diffrenciallıq tenlemenin sheshimleri tek kosinusoıda ǵana emes, al basqa da bir qatar basqa funkcialar bolıp tabıladı. Bul funkcialar ıqtıyarlı formaǵa iye tolqının ortalıqtaǵı V tezlik penen tarqalıwın táriyipleydi.

Solay etip, (3)-defferencialliq tenleme en ulıwma túrde tolqınlıq processtin tarqalıwın táriyipleydi hám onı *tolqın tenlemesi* dep ataydı.

Tolqının serpmimli ortalıqta tarqalıw tezligin anıqlaw ushın Guk nızamınan paydalanamız.

Tutas ortalıqtaǵı deformaciya ushın anıqlanǵan Guk nızamı (89-paragrafqa qaranız) serpmimli kúshtin ortalıqtın *salıstırmalı deformaciyasına* proporcional bolatuǵınlıǵın kórsetedi. Eger, misalı, dx shamasına sozılǵan yamasa qısılǵan uzınlıǵı dy shamasına hám kese-kesimi S ke ten bolǵan tutas ortalıqtın bir uıastkası alınatuǵın bolsa, onda Guk nızamına sáykes serpmimli kúshtin shaması mınaǵan ten:

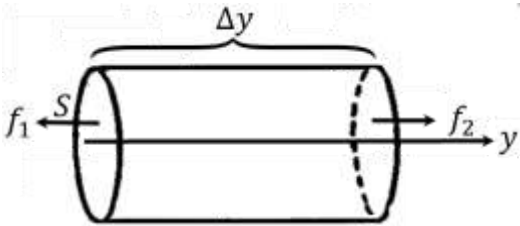
$$f = \frac{1}{\alpha} \frac{dx}{dy} S.$$

Bul anlatpada α arqalı serpmillik koefficienti belgilengen.

y kósherinin baǵıtında boylıq tolqın tarqalıp atırǵan tutas ortalıqta oyımızda ayırıp alınǵan uıastkaǵa qanday kúshlerdin tásir etetuǵınlıǵın qaraymız. Onın ushın oyımızda qarap atırılǵan ortalıqta cilindrlik kólemdi kesip alamız. Cilindrdın jasawshısı y kósherine parallel hám uzınlıǵı Δy , cilindirdin kese-kesiminin maydanı S shamasına ten bolsın. Biz qarap atırǵan waqıt momentinde kólemnin bul uıastkası usı cilindrdin tiykarlarına túsirilgen f_1 hám f_2 kúshlerdin tásirinde sozılǵan bolsın (280-súwret). Cilindrdin shep táreptegi tiykarın y kósherinin bası sıpatında qabıl etemiz. Bunday jaǵdayda Guk nızamına sáykes f_1 kúshinin shaması mınaǵan ten:

$$f_1 = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{dx}{dy} \right)_0 S.$$

Bul anlatpadaǵı 0 indeksi $\frac{dx}{dy}$ salıstırmalı deformaciyanın $y = 0$ bolǵan jaǵday, yaǵnıy cilindirdin shep táreptegi tiykarındaǵı noqatlar ushın esaplanǵanlǵın anǵartadı.



280-súwret.

Boylıq tolqının tarqalıw tezliginin anlatpasın keltirip shıǵarıwǵa.

Tap sol nızam boyınsha on tiykarǵa túsirilgen kúsh

$$f_2 = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{dx}{dy} \right)_{\Delta y} S,$$

shamasına ten. Bun anlatpada $\frac{dx}{dy}$ tuwındısı on táreptegi tiykardın noqatları ushın esaplanadı.

Qanday da $F(y)$ funkciyası bolıp tabılauǵın $\frac{dx}{dy}$ shamasın Makleron qatarına jayıwǵa boladı:

$$F(y) = F(0) + F'(0)\Delta y + \dots$$

Δy ǵa salıstırǵanda birinshi tártipli kishi shamalar menen shegaralanıp,

$$\left(\frac{dx}{dy} \right)_{\Delta y} = \left(\frac{dx}{dy} \right)_0 + \left[\frac{d}{dy} \left(\frac{dx}{dy} \right) \right]_0 \Delta y$$

anlatpasın payda etemiz.

f_1 hám f_2 kúshlerdin baǵıtları qarama-qarsı bolǵanlıqtan kólemnin elementine olardıń ayırmasına ten bolǵan kúsh tásir etedi:

$$f = f_2 - f_1 = \frac{1}{\alpha} \left[\left(\frac{dx}{dy} \right)_{\Delta y} - \left(\frac{dx}{dy} \right)_0 \right] S = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{d^2x}{dy^2} \Delta y S.$$

Bul kushtin tásirinde kólemnin elementi $\frac{d^2x}{dy^2}$ shamasına ten tezleniw aladı; bul tezleniwdin shaması Nyutonnın ekinshi nızamına sáykes tásir etip atırǵan kúshtin elementtin massası m ge qatnasına ten; elementtin massası ortalıqtın ρ tıǵızlıǵı menen elementtin kólemi bolǵan $\Delta y S$ shamasının kóbeymesine ten. Demek

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{\alpha \rho \Delta y S} \cdot \frac{d^2x}{dy^2} \Delta y S$$

yamasa

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{\alpha\rho} \frac{d^2x}{dy^2} \quad (4)$$

anlatpası orınly boladı.

(4)-formula awısıwdan waqıt boyınsha alıńǵan ekinshi tártipli tuwındı $\frac{d^2x}{dt^2}$ menen awısıwdan koordinata boyınsha alıńǵan ekinshi tártipli tuwındı $\frac{d^2x}{dy^2}$ arasındaǵı baylanıstı anǵartadı. Bunday baylanıstı biz (3)-formulada keltirip shıǵarǵan edik. Bul formuladaǵı V shaması tolqınnın tarqalıw tezligi edi. Bul eki anlatpanı salıstırıp, biz boylyq tolqınnın tarqalıw tezliginin ortalıqtın tıǵızlıǵı menen serpimlilik koefficienti arqalı bılayınsha anlatılatuǵınlıǵın kóremiz:

$$V^2 = \frac{1}{\alpha\rho}$$

yamasa

$$V = \sqrt{\frac{1}{\alpha\rho}}. \quad (5)$$

Belgilenip alıńǵan cilindrlik kólem ushın serpimlilik koefficienti $\alpha = \frac{1}{E}$, bul tenlikte E YUn modeli bolıp tabıladı (89-paragrafqa qaranız); bul baylanıs (5)-formulanı bılayınsha jazıwǵa múmkinshilik beredi:

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (5a)$$

Biraq, *sheklenbegen ortalıqta* qısılıwda yamasa sozılıwda kólemnin hár bir elementi kólemnin qonsılas elementleri tárepinen qaptal tárepten qısılıwǵa hám sozılıwǵa ushıraydı. Bul jaǵday α serpimlilik koefficienti menen YUng moduli arasındaǵı júdá quramalı bolǵan baylanıstın bar ekenligin bildiredi. Atap aytqanda, bul baylanıs

$$\alpha = \frac{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)}{(1 - \sigma)E}$$

túrinde jazıladı. Bul anlatpada σ arqalı Puasson koefficienti belgilengen (89-paragraftı qaranız). Usı jaǵdayǵa baylanıslı boylyq tolqınlardıń tutas serpimli ortalıqtaǵı tarqalıw tezligi ushın anlatpa mınaday túrge iye boladı:

$$V = \sqrt{\frac{(1 - \sigma)}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)} \cdot \frac{E}{\rho}}. \quad (5b)$$

Puasson koefficientinin mánisi $\frac{1}{4}$ shamasına jaqın bolǵanı ushın $\frac{(1 - \sigma)}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)}$ kóbeytiwshinin mánisi 1 ge jaqın boladı hám tutas ortalıq ushın (5a) formuladan juwıq túrde paydalanıwǵa boladı. Solay etip *boylyq tolqınnın serpimli ortalıqta tarqalıw tezligi YUng modulının kvadrat túbirine tuwrı proporcional hám ortalıqtın tıǵızlıǵının kvadrat túbirine kerı proporcional eken.*

Solay etip, kóldenlen tolqınnın serpimli ortalıqta tarqalıw tezligi

$$V = \sqrt{\frac{N}{\rho}} \quad (6)$$

shamasına ten boladı. Bul anlatpada N arqalı awısıw moduli belgilengen.

Bul formula 106-paragrafta keltirilgen formalǵa sáykes keledi.

§ 112. Tolqınnın energiyası. y kósherinin baǵıtında tarqalıp atırǵan hám

$$x = a \cos \left(t - \frac{y}{V} \right) \quad (1)$$

tenlemesi menen berilgen tolqındı kóz aldımızǵa keltireyik.

Ortıqlıqtın bul tolqın tarqalıp atırǵan uıastkasının energiyası E_k kinetikalıq energiya menen E_p potenciallıq energıyanın qosındısınan ibarat. Ortalıqtın bul uıastkasının kólemi τ shamasına ten bolsın; onın massasın m arqalı hám ondaǵı bólekshelerdin jılıwının tezligin v arqalı belgileyik; Bunday jaǵdayda kinetikalıq energiya ushın anlatpa

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

túrinde jazıladı. $m = \rho\tau$ tenliginin orınlı ekenligin esapqa alsaq (bul tenlikte ρ ortalıqtın tıgızlıǵı) (1)-anlatpadan tezliktin anlatpasın tapsaq, onda

$$v = \frac{dx}{dt} = -a\omega \sin \omega \left(t - \frac{y}{V} \right),$$

tenliklerine iye bolamız hám kinetikalıq energiya ushın jazılǵan anlatpanı bılayınsha kóshirip jazamız:

$$E_k = \frac{1}{2}\rho\tau a^2\omega^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{y}{V} \right). \quad (2)$$

89-paragrafta keltirilip shıǵarılǵan formulaǵa sáykes [(6)-formula] $\frac{\Delta L}{L}$ salıstırmalı deformaciyaǵa iye bolǵan qattı denenin potenciallıq energiyası ushın mınaday anlatpanı jazamız:

$$E_p = \frac{1}{2} \left(\frac{ES}{L} \right) \cdot \Delta L^2.$$

E arqalı belgilengen YUn modulinin ornına $\alpha = \frac{1}{E}$ serpililik koefficientin qoyıp hám anlatpanın on tárepin L shamasına kóbeytip hám bólip

$$E_p = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\alpha} \right) \left(\frac{\Delta L}{L} \right)^2 \cdot LS$$

tenligin keltirip shıǵaramız. Bul tenliktegi LS kóbeymesi deformaciyalanıp atırǵan denenin kólemi bolǵan τ shamasına ten. $\frac{\Delta L}{L}$ salıstırmalı deformaciyanı $\frac{dx}{dy}$ qatnası arqalı anlatıwǵa boladı; bul jaǵdayda dx arqalı bir birinen dy qashılıqta jaylasqan noqatlardıń awısıwların ayırması bolıp tabıladı. Sonlıqtan

$$E_p = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\alpha} \right) \left(\frac{dx}{dy} \right)^2 \tau$$

tenliginin orınlı ekenligine kóz jetkeriwge boladı.

$\frac{dx}{dy}$ tuwındısının mánisin (1)-anlatpa boyınsha anıqlasaq, onda alıńǵan

$$\frac{dx}{dy} = \frac{a\omega}{V} \sin \left(t - \frac{y}{V} \right)$$

tenliginin járdeminde potenciallıq energianı

$$E_p = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\alpha} \right) \frac{a^2\omega^2\tau}{V^2} \sin^2 \omega \left(t - \frac{y}{V} \right) \quad (3)$$

túrinde jazıwǵa boladı.

(2)- hám (3)-anlatpalardı salıstırıp, kinetikalıq energianın da, potenciallıq energianın da birdey fazada ózgeretuǵınlıǵın, yaǵnıy olardıń maksimumǵa, minimumǵa bir waqıtta jetetuǵınlıǵın kóremiz. Bunnan tolıqınńın uıastkasının energiyasınıń izolyaciyalanǵan noqattın terbelis energiyasınıń keskin ayırmaǵa iye ekenligi kórinip tur. Ayırım noqat terbelip atırǵanda onıń kinetikalıq energiyası maksimum bolǵanda potenciallıq energiyasınıń minimum boladı hám kerisinshe. Bir noqat terbelgende energianın tolıq zapası turaqlı bolıp qaladı. Ortalıqtaǵı terbelislerde ortalıqtın hár bir bólimi ózinin átirapındaǵı ortalıqtın bólimlerinen ǵárezli hám, sonlıqtan, energiya ortalıqtın bir bóliminen ekinshi bólimine óte aladı. Sonlıqtan, tolıqın tarqalıp atırǵan ortalıqtın bóliminin tolıq energiyası turaqlı bolmaydı.

(2)- hám (3)- anlatpalardı bir birine qosıp, ortalıqtın kóleminin τ elementindegi E tolıq energianı tabamız:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\alpha V^2} + \rho \right) a^2\omega^2\tau \sin^2 \omega \left(t - \frac{y}{V} \right).$$

111-paragraftaǵı (5)-formula boyınsha serpilimli ortalıqtaǵı tolıqınların tarqalıw tezliginin

$$V = \sqrt{\frac{1}{\alpha\rho}}$$

formulasının járdeminde anıqlanatuǵınlıǵına baylanıslı E tolıq energıyanın anlatpasın bılayınsha jazıwǵa boladı:

$$E = \rho a^2 \omega^2 \tau \sin^2 \omega \left(t - \frac{y}{V} \right) \quad (4)$$

Demek, *tolqının uıastkasının energıyası terbeliw amplitudasının kvadratına, jıyılıqtın kvadratına hám ortalıqtın tıǵızlıǵına proporcional.*

Endi energıyanın tıǵızlıǵı ε túsiniǵın kirgizemiz; onın shaması τ kóleminin bir birligindegi energıyanın muǵdarına ten:

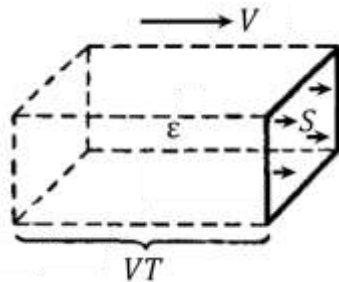
$$\varepsilon = \frac{E}{\tau} \rho a^2 \omega^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{y}{V} \right). \quad (5)$$

Noqattaǵı energıyanın shamasının ózgermeli bolatuǵınlıǵı sıyaqlı, berilgen noqattaǵı energıyanın tıǵızlıǵı da ózgermeli boladı. YArim dáwir waqıt ótkennen keyin energıyanın tıǵızlıǵı ózinin dáslepke mánisin qabıl etedi. Sinustın kvadratının bir dáwir ishindegi ortasha mánisi $1/2$ ge ten bolǵanı ushın (5)-tenleme boyınsha energıyanın tıǵızlıǵının ortasha manisi

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2 \quad (6)$$

tenliginin járdeminde anıqlanadı.

Energıyanın ortalıqtın belgili bir bóleginde lokalizaciyalanǵan bolıp qalmaytuǵını, al ortalıqta jılısatıǵınlıǵına baylanıslı qaraw ushın *energıya aǵısı* haqqındaǵı túsinikti kirgizemiz. Bet arqalı ótetuǵın energıyanın aǵısı dep sol bet arqalı bir birlik waqıt ishinde aǵıp ótetuǵın energıyanın muǵdarına ten bolǵan shamaǵa aytiladı.



281-cúwret. T waqıt aralıǵında S maydanı arqalı VTS baǵanasının ishindegi energıya aǵıp ótedi.

Tolqının tarqalıw tezligi V ǵa perpendikulyar bolǵan S betti aldıq dep boljayıq; usı bet arqalı T dáwirge ten waqıt ishinde aǵıp ótken energıyanın muǵdarı ultanının maydanı S hám uzınlıǵı VT shamasına ten baǵananın ishindegi energıyaǵa ten boladı (281-súwret); bul energıyanın muǵdarı bir dáwir ushın alınǵan ortasha energıyanın $\bar{\varepsilon}$ tıǵızlıǵı menen baǵananın VTS kóleminin kóbeymesine ten. Bunnan

$$E = \bar{\varepsilon} \cdot VTS.$$

Energıyanın ortasha aǵısı bolǵan $\bar{P}$ shamasın energıyanın S beti arqalı aǵıp ótiwi ushın ketken T waqıtqa bóliw arqalı tabamız

$$\bar{P} = \bar{\varepsilon} \cdot VS. \quad (7)$$

(6)-anlatpadaǵı $\bar{\varepsilon}$ nin shamasın bul tenlikke qoysaq, onda

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2 VS$$

anlatpasına iye bolamız.

Demek, *terbelisler tarqalıp atırǵan baǵıtqa perpendikulyar baǵıtta qoyılǵan bet arqalı ótetuǵın energıyanın ortasha aǵısı energıyanın ortasha tıǵızlıǵı menen tolqının tarqalıw tezligi hám kese kesim maydanının kóbeymesine ten.*

Maydannın bir birligi arqalı waqıt birligi ishinde aǵıp ótetuǵın energıyanın muǵdarı $\bar{U}$ aǵıstın energıyası dep ataladı. Anıqlaması boyınsha $\bar{U} = \frac{\bar{P}}{S}$ tenликтin orınlanatuǵın bolǵnalıqtan, (7)-formuladan paydalanıp bılayınsha jazıwǵa boladı:

$$\bar{U} = \bar{\varepsilon} \cdot V, \quad (8)$$

yağniy ağıstın tıgızlıgı energiyanın ortasha tıgızlıgı menen tolqınnın tarqalıw tezliginin kóbeymesine ten.

V tezlik vektorlıq shama bolğanı ushın energiyanın ağısının tıgızlıgın dep tolqın tarqalatuğın tárepke bağıtlangan vektor dep qarawğa boladı. Bunday vektordı qaraw ushın birinshi ret Moskva universitetinin professorı N. A. Umov (1845-1915) kirgizgen hám ol *Umov vektori* dep ataladı.

Eger biz noqatlıq derekten tarqalıp atırğan sferalıq tolqınğa iye bolsaq, onda energiyanın ağısının ortasha tıgızlıgının derekke shekemgi qashıqlıqtın kvadratına kerı proporcional bolatuğın kórsetemiz.

Noqatlıq tarqalıw deregin alamız hám orayı sol derekte jaylasqan radiusı R shamasına ten bolğan sferanı sızamız. Tolqın hám onın menen baylanıslı bolğan energiya radiuslardın bağıtında, yağniy sferanın berine perpendikulyar bağıtta tarqaladı. T dáwirinin ishinde sferanın beti arqalı $\bar{P}T$ shamasına ten bolğan energiya ağıp ótedi. Eger bul energiyanı sfera betinin shamasına hám waqıtqa bólsek, onda ağıstın tıgızlıgı $\bar{U}$ kelip shıgadı:

$$\bar{U} = \frac{\bar{P} \cdot T}{4\pi R^2 T} = \frac{\bar{P}}{4\pi R^2}.$$

Terbelisler jutılmaytuğın jaǵdayda hám tolıq qalıplesken tolqınlıq processte energiyanın ortasha ağısı bolğan $\bar{P}$ shaması da turaqlı boladı hám onın mánisi qanday R radiusqa iye bolğan sferanın ótkiziliwinen ǵárezsiz. Sonlıqtan $\bar{U}$ ushın jazılğan qatnas *energiyanın ağısının ortasha tıgızlıgının noqatlıq derekke shekemgi qashıqlıqtın kvadratına kerı proporcional ekenligin kórsetedi*.

Joqarıda korıp ótilgen qatnas tolqın jutılmaytuğın ortalıq ushın orınlı; basqa sózler menen aytqanda, biz qarap atırğan jaǵdayda tolqınlıq processtin energiyası energiyanın basqa túrlerine aylanbaydı. Biraq, haqıyqatında, ádette ortalıqtaǵı terbelmeli qozǵalıstın energiyasının bir bólegi ishki energiyaǵa aylanadı. Bul qálegen mexanikalıq ortalıqtaǵı ishki súykelistın bar bolıwı menen baylanıslı. Tolqınnın ózi menen birgelikte alıp júretuğın tolıq energiyasının muǵdarı onnan derekke shekemgi bolğan qashıqlıqtan ǵárezli boladı: tolqınlıq bet derekten qansha uzaqta jaylasqan bolsa, onın energiyası da kishi boladı. Energiyanın shaması amplitudanın kvadratına proporcional bolğanlıqtan, derekten uzaqlasqan sayın terbelislerdin amplitudası da kemeyedi. Amplitudanın kemeyiw nızamın anıqlaw ushın qalınlıǵı dy bolğan qatlamnan ótiwdin barısında amplitudanın salıstırmalı kemeyiwı bolğan $-\frac{da}{a}$ shaması qatlamnın dy qalınlıǵına proporcional boladı dep boljaymız hám usı boljaw tiykarında mınaday tenlemenı jazamız:

$$-\frac{da}{a} = \kappa dy,$$

Bul tenlikte κ arqalı ortalıqtın tábiyatına baylanıslı bolğan turaqlı shama belgilengen.

Bul anlatpanı

$$d(\ln a) = -d(\kappa y)$$

túrinde kóshirip jazıwǵa boladı.

Eger eki shamanın differencialları bir birine ten bolsa, onda sol shamalardıń ózleri bir birinen ıqtıyarlı additiv turaqlı C shamasına ayırmaǵa iye boladı. Sonlıqtan

$$\ln a = \ln a_0 - \kappa y$$

tenligin, al bunnan

$$a = a_0 e^{-\kappa y} \quad (9)$$

nızamına iye bolamız. a_0 arqalı amplitudanın $y = 0$ tenligi orınlangandaǵı mánisi belgilengen bul anlatpa y kósheri boyında tarqalatuğın tolqınnın amplitudasının kemeyiw nızamın beredi.

Jutıwshı ortalıqtaǵı *tegıs* tolqınnın tenlemesi (9)-formula tiykarında bılayınsha jazıladı:

$$x = a_0 e^{-\kappa y} \cdot \cos \omega \left(t - \frac{y}{V} \right). \quad (10)$$

Endi qashıqlıqtın úlkeyiwine baylanıslı energiyanın kemeyiw nızamın anıqlaymız. $y = 0$ tenligi orınlanatuğın noqattaǵı energiyanın ortasha tıgızlıgın $\bar{\varepsilon}_0$ arqalı, y qashıqlıǵındaǵı energiyanın ortasha tıgızlıgın $\bar{\varepsilon}_y$ arqalı belgileymiz. Bunday jaǵdayda (6)- hám (9)-qatnaslar boyınsha

$$\bar{\varepsilon}_y = \bar{\varepsilon}_0 e^{-2\kappa y} \quad (11)$$

anlatpasın alamız. 2κ shamasın k arqalı belgilep, songı formulanı

$$\bar{\varepsilon}_y = \bar{\varepsilon}_0 e^{-k y}. \quad (11a)$$

túrinde jazamız. Bul anlatpadaǵı k shamasın *jutılıw koefficienti* dep ataydı.

§ 113. Dopler qubılısı. Derek penen onnan shıqqan tolqındı registraciyalaytuğın ásbap bir

birine salıstırǵanda qozǵalatuǵın bolsın. Usı jaǵdayǵa baylanıslı qozǵalatuǵın derekten shıǵıp atırǵan terbelislerdin jıyılıǵı menen olardı registraciyalap atırǵan ásbap qabıl etetuǵın jıyılık arasında qanday baylanıstın bar ekenligi haqındaǵı másele ni qaraymız. Derektegi terbelislerdin ásbapqa shekem tolqınlar túrinde jetip keliwi ushın ushın olardıń ekewinin de tutas *serpimli* ortalıqta jaylasqan bolıwı kerek. A dereginen dáwir T ǵa ten terbelisler tarqaladı dep boljaymız, sonlıqtan waqıttın bir birliǵı ishinde shıǵarılǵan terbelisler sanı $\nu = \frac{1}{T}$ shamasına ten. Meyli, qanday da bir ásbap terbelislerdi qabıl etip atırǵan bolsın; usı ásbap tárepinen waqıttın bir birliǵı ishinde qabıl etilgen terbelislerdin sanın ν' arqalı belgileyemiz. Ásbap hám derektin tolqın tarqalıp atırǵan ortalıqqa salıstırǵandaǵı hár qıylı qozǵalıslarındaǵı ν' hám ν arasındaǵı baylanıstı úyrenemiz. Ápiwayılıq ushın, bul qozǵalıslar derek penen ásbaptı tutastırıwshı tuwrı sızıqtın boyında júzege keledi dep boljaymız.

Biz qollanatuǵın formulalarda derek penen ásbaptın tezliklerin belgisin anıqlawdın belgili bolǵan qaǵıydasınan paydalanamız. Eger derek ásbapqa jaqınlasatuǵın bolsa, onda onın ortalıqqa salıstırǵandaǵı u tezligin on, al eger derek ásbaptan uzaqlassa, onda onın tezligin teris belgige iye dep esaplaymız. Ásbaptın ortalıqqa salıstırǵanda v tezliginin belgisin anıqlawda da usıǵan uqsas qaǵıydı qollanamız: ásbap derekke jaqınlasatuǵın bolsa, onda onın tezligin on, al uzaqlasatuǵın jaǵdayda teris dep esaplaymız. Terbelislerdin ortalıqtaǵı tarqalıw tezligin v arqalı belgileyemiz.

Birinshi jaǵdaydı qaraymız: Registraciyalawshı A ásbap penen B derek ortalıqqa salıstırǵanda *tınıshlıqta tur, yaǵnıy* $u = 0$; $v = 0$. Eger terbelisler ásbaptın qasınan úziksiz túrde ótip atırǵan bolsa, onda derek waqıt birliǵı ishinde neshe terbelisti shıǵarsa, onda ásbapta sonshama terbelisti qabıl etedi. Tolqın waqıt birliǵı ishinde V aralıqtı júrip ótetuǵın bolǵanlıqtan, ásbap qabıl etken terbelislerdin sanı mınaǵan ten:

$$\nu' = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{VT} = \frac{1}{T} = \nu.$$

Bul jaǵdayda biz tábiyiy nátiyjeni aldıq: waqıt birliǵı ishinde ásbap qabıl etken terbelislerdin sanı waqıt birliǵı ishindegi derekten shıqqın terbelislerdin sanına ten.

Ekinshi jaǵday: esapqa alatuǵın ásbap ortalıqqa salıstırǵanda v tezligi menen qozǵaladı; derek tınıshlıqta tur, yaǵnıy $u = 0$.

Dáslep, ásbaptı derek tárepke qaray qozǵaladı dep boljaymız. Bunday jaǵdayda kelisip alınǵan qaǵıydaǵa sáykes $v > 0$. Bul jaǵdayda ásbaptın qasınan waqıt birliǵı ishinde ótken tolqınların sanı ásbap tolqın tarqalıp atırǵan ortalıqqa salıstırǵanda tınıshlıqta turǵan jaǵdaydaǵı salıstırǵandaǵı ótken tolqınların sanınan kóp boladı. Haqıyqatında da, ásbap tolqınǵa qarsı baǵıtta qozǵalısta bolǵanlıǵı sebepli bul jaǵday tolqınların ásbapqa salıstırǵanda tolqının V tezligi menen ásbaptın v tezliginin qosındısına tendey bolǵan tezlik penen qozǵalıwına ekvivalent bolıp tabıladı. Ásbaptın qasınan waqıttın bir birliǵı ishinde ótken tolqınların sanı mınaǵan ten:

$$\nu' = \frac{V + v}{\lambda} = \frac{V + v}{VT}.$$

$\frac{1}{T} = \nu$ tenligi orınla bolǵanlıqtan,

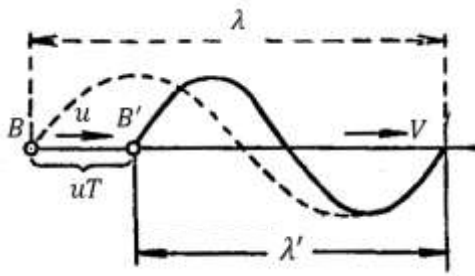
$$\nu' = \left(1 + \frac{v}{V}\right) \nu \quad (1)$$

tenligi orınlı boladı, yaǵnıy ásbap qabıl etetuǵın tolqınların sanı derek shıǵarǵan tolqınlar sanının $\left(1 + \frac{v}{V}\right)$ ese úlken boladı.

Eger ásbap derekten uzaqlasatuǵın bolsa, onda kelisip alınǵan qaǵıydaǵa sáykes $v < 0$. Bunday jaǵdayda da qabıl etilgen terbelislerdin sanı ν' (1)-formula menen anlatıladı. Biraq $\frac{v}{V}$ shaması nolden kishi bolǵanlıqtan ν' jıyılıǵı ν jıyılıǵınan kishi boladı. Demek, ásbap waqıt birliǵı ishinde qabıl etken terbelislerdin sanı derekten waqıt birliǵı ishinde shıqqan terbelislerdin sanınan kishi boladı.

Ásbap yamasa derek ortalıqqa salıstırǵanda qozǵalǵanda ásbap tárepinen registraciyalanǵan

terbelislerdin sanının ózgerisi *Dopler qubılısı* dep ataladı.



282-cúwret.

Derek tolqın tarqalıp atırǵan baǵıtta qozǵalǵanda tolqın uzınlıǵının kishireyiwi.

Eger ásbaptın v tezligi tolqının tezligine ten bolsa, onda ásbap tolqın menen birge qozǵaladı hám onın waqıt birligi ishinde qabıl etken terbelisler sanı nolge ten boladı. Eger ásbaptın tezligi tolqınlardıń teliginen úlken bolsa, onda tolqınlar ásbaptan artta qaladı. Bunday jaǵdayda ásbap tolqınlardı oǵan qarama-qarsı tárepten kelip atır dep esaplaydı.

Endi *úshinshi jaǵdaydı* qaraymız: *derek ortalıqqa salıstırǵanda u tezligi menen qozǵaladı; registraciyalawshı ásbap tınıshlıqta tur (yaǵnıy $v = 0$).*

Dáslep derekti ásbap tárepke qaray qozǵaladı dep esaplayıq: $u > 0$.

Terbelislerdin tarqalıw tezligi tek ortalıqtın qásiyetlerine ǵana baylanıslı bolǵanlıqtan, derektin ortalıqqa salıstırǵanda qoǵalısta bolıwına yamasa bolmawına qaramastan bir dáwir ishinde terbelis alǵa qaray tolqın uzınlıǵı λ shamasına ten aralıqqa tarqaladı. Biraq, usınday waqıt ishinde derek tolqının tarqalıw baǵıtında uT aralıǵın júrip ótedi (282-súwret). Usının nátiyjede tolqın uzınlıǵı

$$\lambda' = \lambda - uT = VT - uT = (V - u)T$$

shamasına ten boladı. Demek, tolqın uzınlıǵının qısqaǵanı sebepli ásbaptın waqıt birligindegi qabıl etken terbelislerdin sanı artadı hám

$$v' = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{(V - u)T}$$

yamasa

$$v' = \frac{V}{V - u} v \quad (2)$$

shamasına ten boladı. Demek, ásbaptın waqıt birligi ishindegi qabıl etken terbelislerdin sanı $\frac{V}{V - u}$ ese artadı.

Eger derek ásbaptan uzaqlasatuǵın bolsa ($u < 0$), onda tolqın uzınlıǵı $\Delta\lambda = uT$ shamasına *ulkeygen*, sonın natiyjesinde ásbap qabıl etken terbelislerdin sanı $v' < v$ kemeygen bolar edi.

Tórtinshi, en ulıwmalıq jaǵdayda registraciyalawshı ásbap ta, derek te bir waqıtta tolqın tarqalıp atırǵan ortalıqqa salıstırǵanda qozǵaladı ($u \neq 0, v \neq 0$).

Derektin qozǵalısinın nátiyjesinde onın qasınan ótetuǵın tolqının uzınlıǵı ózgeredi hám mınaǵan ten boladı:

$$\lambda' = \lambda - uT.$$

Ásbaptın qozǵalısinın sebebinen onın waqıt birligi ishinde qabıl etken terbelislerdin sanı $\frac{V+v}{V}$ ese ózgeredi; bul eki sebeptin nátiyjesinde, ásbap qabıl etken terbelislerdin sanı

$$v' = \frac{V + v}{\lambda - uT} = \frac{V + v}{V - v} \cdot \frac{1}{T}$$

yamasa

$$v' = \frac{V + v}{V - u} v \quad (3)$$

anlatpalarınan járdeminde anıqlanadı.

Solay etip, v' jiyiligi ásbaptın ortalıqqa salıstırǵanda tezligi v dan hám derektin ortalıqqa

salıstırğandağı tezligi u dan gárezli boladı eken.

Eger v hám u tezlikleri ásbap menen derekti tutastırıwshı tuwrı sıızıqqa parallel bolmasa, onda olardıń sol tuwrı sıızıqtıń boyındağı qurawshıların alıw kerek.

Derektin yamasa registraciyalawshı ásbaptın qazǵalıısına baylanıslı terbelisler sanının ózgerisin sesti qabıl etiw processinde seziwge boladı. Ses terbelislerinin jiyiligi onın tonın anıqlaydı: waqıt birligi ishindegi terbelisler sanı qansha kóp bolsa, sestin tonı da sonshama joqarı boladı. Gudok berip kiyatırǵan paravoz baqlawshıǵa úlken tezlik penen jaqınlasıp kiyatırǵanda qabıl etiletuǵın sestin biyikliginin qashıqlasıp baratırǵan parovoz shıǵarǵan sestin biyikliginen basqasha bolatuǵınlıǵın ayqın túrde seziwge boladı.

§ 114. Gruppalıq tezlik. Usı waqıtqa shekem tolqınlardıń tarqalıw tezligi haqqında gáp etkenimizde olardıń fazalıq tezligi, yaǵnıy birdey fazalar betinin tarqalıw tezligi haqqında aytıp edik. Tegis tolqının

$$x = a \cos \omega \left(t - \frac{r}{V} \right) \quad (1)$$

tenlemesindegi V shaması fazalıq tezlik bolıp tabıladı, yaǵnıy bir fazada terbeliwshı noqatlardıń geometriyalıq ornınan ibarat bolǵan bettin ortalıqtağı orın awıstırıw tezligi bolıp tabıladı. Bunın durıs ekenligin tómendegidey tallawlardan iseniwge boladı.

(1)-anlatpadağı r shaması berilgen birdey fazalar betinin ornın anıqlaytuǵın tegis tolqınlardıń tarqalıw baǵıtındağı kesindi bolıp tabıladı (273-súwret). Waqıttın ótiwi menen fazanın turaqlı bolıp qalıw shárti (1)-anlatpanın kosinusının argumentinin turaqlı bolıp qalatuǵınlıǵın anǵartadı, yaǵnıy

$$\omega \left(t - \frac{r}{V} \right) = \text{const.}$$

Cikllıq jiyilik ω nın turaqlı shama bolǵanlıǵı sebepli

$$t - \frac{r}{V} = \text{const}$$

shártinin orınlanıwı kerek. Birdey fazalar beti ushın turaqlı bolǵan bul shamanı τ arqalı belgileybiz, yaǵnıy

$$t - \frac{r}{V} = \tau.$$

Álbette, τ waqtının t waqtı esaplana baslaytuǵın waqıt momentinin mánisi boyınsha anıqlanatuǵınlıǵı túsiniqli. Sebebi $r = 0$ ushın $t = 0$ tenligi orınlanganadı dep boljaymız hám usıǵan baylanıslı τ shamasın da nolge ten dep esaplawımız kerek, bunnan

$$t - \frac{r}{V} = 0$$

hám

$$V = \frac{r}{t}$$

tenlikleri kelip shıǵadı, yaǵnıy V shaması waqıttın ótiwi menen r kesindisinin úlkeyiw tezligine, yaǵnıy birdey fazalar tegisliginin orın almasıw tezligine ten.

Reley birinshi bolıp tolqınlardıń fazalıq tezligi menen bir qatarda olardıń *gruppalıq tezligi* haqqındağı túsinikti de kirgiziw múmkin ekenligin kórsetip ótken edi. Gruppalıq tezlik kosinusoidalıq tolqının tarqalıwının fazalıq tezligi olardıń jiyiliginen gárezli bolǵan ortalıqtağı quramalı kosinusoidalıq emes xarakterge iye bolǵan tolqınǵa tiyisli. Tolqınlardıń fazalıq tezliginin olardıń jiyiliginen gárezligi *tolqınlardıń dispersiyası* dep ataladı.



283-súwret. Tek bir órkesh túrindegi tolqın.



284-súwret. Kosinusoidanın bir bólimi.

Súwdın betinde belgili bolǵan baǵıtta tarqalıp atırǵan órkesh túrindegi tolqındı (283-súwret) kóz aldımızǵa elesleteyik. 104-paragrafta bunday quramalı terbelisti taza garmonikalıq terbelislerdin gruppasına jayıwdın múmkin ekenligi kórsetildi. Eger súwdın betinde barlıq garmonikalıq terbelisler birdey tezlik penen tarqalatuǵın bolsa, onda olardan quralǵan quramalı terbelis te tap sonday tezlik penen

tarqaladı. Biraq, eger ayırım kosinusoidallıq tolqınlardıń tezlikleri hár qıylı bolsa, onda olardıń fazalarınan arasındaqı ayırmalar da úzliksiz turde ózgerip baradı hám sol terbelislerdin qosındısınan payda bolatuǵın órkesh te ózinin formasın úzliksiz túrde ózgerterdi. Onın tarqalıw tezligi qosılıwshı tolqınlardıń fazalıq tezliklerinin hesh qaysısına ten bolmaydı.

Hár qanday haqıyqıy tolqın ideal bolǵan kosinusoidadan ayırmaǵa iye. Sebebi en bolmaǵanda ideal bolǵan kosinusoida waqıt boyınsha sheksiz shekem dawam ete beredi. Biz joqarıda 104-paragrafta qálegen sóniwshı terbelistin sheksiz kóp garmonikalıq terbelislerdin qosındısınan ibarat ekenligin kórgen edik. Fure teoremasına sáykes kosinusoidanın qálegen kesindisin de (284-súwret) waqıt boyınsha sheklenbegen sheksiz kóp sanlı ideal kosinusoidalardıǵa jayıwǵa boladı. Demek, qálegen haqıyqıy tolqın sheksiz kóp bolǵan kosinusoidanın qosındısınan - gruppasınan ibarat bolıp tabıladı hám onın dispersiyalawshı ortalıqtaǵı tezligi qosılıwshı tolqınlardıń fazalıq tezliklerinen pariqlıqladı. Haqıyqıy tolqınlardıń dispersiyalawshı ortalıqtaǵı bunday tarqalıw tezligi *gruppalıq tezlik* dep ataladı. Tek dispersiyaǵa iye emes ortalıqta ǵana haqıyqıy tolqın ózin payda etken kosinusoidalıq tolqınlardıń fazalıq tezligine ten tezlik penen tarqaladı.

Gruppalıq tezliktin analitikalıq anlatpasın keltirip shıǵaramız. Ápiwayılıq ushın tolqınlardıń gruppası uzınlıǵı bir birinen az shamaǵa pariqlanatuǵın tek eki tolqınnan ǵana turadı dep bolıyмыз:

- 1) tolqın uzınlıǵı λ bolǵan hám V tezligi menen tarqalatuǵın tolqın;
- 2) tolqınnın uzınlıǵı $\lambda' = \lambda + d\lambda$ bolǵan hám

$$V' = V + \frac{dV}{d\lambda} d\lambda \quad (2)$$

tezligi menen tarqalatuǵın tolqın.

Waqıttın qanday da bir momenti ushın bul eki tolqınnın bir birine salıstırǵandaǵı jaylasıwı 285-a súwrette kórsetilgen. A noqatta hár eki tolqınnın órkeshleri bir birinin ústine túsedı; qosındı terbelislerdin maksimumı usı orında jaylasqan. Meyli $V' > V$ tensizligi orınlanatuǵın bolsın. Bunday jaǵdayda ekinshi tolqın birinshi tolqınnan ozip ketedi. Qanday da τ waqıt ótkennen keyin ekinshi tolqın birinshi tolqınnan $d\lambda$ shamasına ozip ketedi, nátiyjede bul eki tolqınnın órkeshleri A noqatında emes, al B noqatında betlesedi (285-b súwret). Qosındı quramalı terbelistin maksimumının jaylasqan ornı birinshi tolqınǵa salıstırǵanda λ shamasına artta qaladı. Bunnan, qosındı terbelislerdin maksimumının ortalıqqa salıstırǵandaǵı tarqalıw tezligi birinshi tolqınnın tarqalıw tezliginen λ/τ shamasına kishi bolatuǵınlıǵı kelip shıǵadı. Quramalı terbelistin maksimumının mine usı tarqalıw tezligi gruppalıq tezlik bolıp tabıladı. Onı U arqalı belgilep

$$U = V - \frac{\lambda}{\tau} \quad (3)$$

anlatpasına iye bolamız.

Ekinshi tolqınnın birinshi tolqınǵa salıstırǵandaǵı tezligi $V' - V$ shamasına ten bolǵanlıqtan

$$\tau = \frac{d\lambda}{V' - V}$$

tenligi kelip shıǵadı. Bul tenliktegi V' tin ornına (2)-anlatpadaǵı shamasın qoyamız hám

$$\tau = \frac{d\lambda}{\left(V + \frac{dV}{d\lambda} d\lambda\right) - V} = \frac{d\lambda}{dV}$$

formulasına iye bolamız. τ ushın anıqlanǵan bul shamanı (3)-anlatpaǵa qoysaq, gruppalıq tezlik ushın

$$U = V - \lambda \frac{dV}{d\lambda} \quad (4)$$

anlatpasına iye bolamız.

(4)-formuladan $\frac{dV}{d\lambda}$ shaması qansha úlken bolsa, yaǵnıy tolqınlardıń tarqalıw tezligi olardıń uzınlıǵına qansha kúshli ǵárezli bolsa, onda U gruppalıq tezliktin V fazalıq tezlikten sonsha úlken shamaǵa parq qılatuǵınlıǵın anǵarıwǵa boladı. $\frac{dV}{d\lambda} > 0$ tensizligi orınlanǵanda gruppalıq tezlik $U < V$ fazalıq tezlikten kishi boladı, kerisinshe $\frac{dV}{d\lambda} < 0$ tenligi orınlanǵanda gruppalıq tezlik fazalıq tezlikten úlken boladı, yaǵnıy $U > V$. Solay etip, U gruppalıq tezliktin V fazalıq tezlikten kishi bolıwı da, úlken de bolıwı da múmkin. Gruppalıq tezlik fazalıq tezlikten kishi bolǵan jaǵdayda $\frac{dV}{d\lambda} > 0$ tensizligi orınlı, yaǵnıy uzın tolqınlar qısqa tolqınlarǵa salıstırǵanda tez tarqaladı. Bunday jaǵdayda orın alatuǵın dispersiyanı normal dispersiya dep ataydı.

betlesedi hám gruppalıq tezlik U menen fazalıq tezlik V birdey boladı.

XIII BAP

AKUSTIKALIQ TERBELISLER

§ 115. Ses terbelisleri hám olardıń tarqalıwı. Hawada, basqa gazlerdegi sıyaqlı, terbelisler boylıq tolqınlar túrinde tarqaladı. Shama menen 1 sekundaǵı 20 terbelisten 20 000 terbeliske shekemgi jiyilikler intervalındaǵı terbelisler bizin esitiw organımız bolǵan qulaǵımızǵa jetkende ses sezimlerin payda etedi.

Jiyiliktin birligi sıpatındaǵı 1 sekunda bir terbeliske sáykes keletuǵın terbelmeli processtin jiyiligi qabıl etilgen; jiyiliktin bul birligin nemis fizigi Gerctın atı menen *gerc* (*qısqaartılǵan belgisi gc*) dep ataydı. Mısalı, 1 sekunda 2 terbelis júzege keletuǵın terbelmeli processtin jiyiligi 2 *gc*, al 1 sekunda 10 terbelis júzege keletuǵın terbelmeli processtin jiyiligi 10 *gc* boladı.

Solay etip, jiyiligi 20 *gc* ten 20 000 *gc* ke shekemgi intervaldaǵı terbelisler sestı seziwdi payda etiw qásiyetine iye, usı qásiyeti boyınsha olardı *ses terbelisleri* yamasa *akustikalıq terbelisler* dep atalatuǵın arnawlı gruppǵa ajratadı; bul terbelislerdi qısqa túrde ses dep ataydı.

Joqarıda atap ótkendey, 20 *gc* ten 20 000 *gc* ke shekemgi aralıqtaǵı jiyiliklerge iye bolǵan terbelmeli processlerdi ajratıp alıw adamnıń esitiw organlarınń tek usınday jiyilikke iye bolǵan terbelislerdi ǵana qabıl etiwden ibarat bolǵan fiziologiyalıq qásiyeti menen baylanıslı. Mısalı, fizikalıq kóz-qarastan 10 *gc* yamasa 30 000 *gc* jiyiligine iye terbelisler menen 20 *gc* yamasa yamasa 20 000 *gc* jiyiligindegi terbelislerdin arasında hesh qanday ayırma joq. Sonlıqtan fizikada, ádette "ses terbelisleri" dep aytqanda gazlerde, sıyıqlıqlarda hám qattı denelerde tolqınlıq process túrinde tarqalatuǵın yamasa denelerdin sheklengen oblastlarında payda bolatuǵın turǵın tolqın túrindegi serpimli terbelislerdi túsinedi. Jiyiligi 20 000 *gc* dan úlken bolǵan serpimli terbelislerdi *ultrases* dep ataw qabıl qılınǵan. Jiyiligi 20 *gc* dan kishi bolǵan serpimli terbelislerdi *infrasesler* dep ataydı.

Ses tolqınları tarqalatuǵın tiykarǵı ortalıq hawa bolǵanı ushın serpimli boylıq tolqınlardıń gazlerdegi tarqalıw tezligi haqqındaǵı máseleni qaraymız.

106-paragrafta boylıq serpimli tolqınlardıń tutas ortalıqlardaǵı tarqalıw tezligini ushın tómendegidey anlatpa keltirilgen edi:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (1)$$

Bul tenlikte E arqalı ortalıqtın YUng moduli, ρ arqalı ortalıqtın tıǵızlıǵı belgilengen. Alınlaması boyınsha deformaciyanatuǵın serpimli sterjen ushın YUng moduli

$$E = \frac{p_n}{\frac{\Delta L}{L}}.$$

shamasına ten. Bul anlatpada p_n - kernew, yaǵnıy san shaması boyınsha sterjennin kese-kesiminin maydanının bir birligine túsetuǵın kúshke ten shama; $\frac{\Delta L}{L}$ - salıstırmalı uzayıw. Gazdin baǵanası ushın p_n shamasının ornına gazdin qısılwına alıp keletuǵın qosımsha Δp basımın alınıwı kerek. Salıstırmalı sıızqlı deformaciya $\frac{\Delta L}{L}$ shamasın kólemnin salıstırmalı deformaciyası $\frac{\Delta V}{V}$ menen almasıw múmkin, sebebi, gaz baǵanası ózinin kese-kesimin ózgermegen halda tek uzınlıǵı boyınsha qısıladı dep esaplaymız.

Solay etip,

$$E = \frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}}. \quad (2)$$

Basım hám kólemnin ózgerislerin sheksiz kishi dep esaplap, olardı dp hám dV arqalı belgileybiz. Sonın menen birge, basım úlkeygende (yaǵnıy, dp on shama bolǵanda) kólemnin

kemiyetuǵınlıǵın, yaǵnıy dV shamasının teris mániske iye bolatuǵınlıǵın esapqa alıwımız kerek. Sonın ushın (2)-formulanı bılayınsha jazamız:

$$E = -\frac{dp}{\frac{dV}{V}}$$

yaǵnıy

$$E = -V \frac{dp}{dV}. \quad (2a)$$

Sestin terbelisleri júdá úlken tezlik penen júredi. Sonlıqtan usı terbelislerge baylanıslı bolǵan gazdın qısılıwı menen siyreklesiwlerin adiabatlıq processler dep qarawǵa boladı. Sonlıqtan, gazdın halının ózgerisi Puasson formulasın qanaatlandıradı:

$$pV^\gamma = \text{const.}$$

Bul formuladaǵı γ gazdın turaqlı basımdaǵı ham turaqlı kólemdegi jıllılıq sıyımılıqlarının qatnası bolıp tabıladı: $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ (49-paragrafqa qaranız).

Puasson formulasın differenciallap

$$V^\gamma dp + \gamma V^{\gamma-1} p dV = 0$$

hám bunnan

$$\frac{dp}{dV} = -\gamma \frac{p}{V}$$

tenliklerin alamız. Alınǵan $\frac{dp}{dV}$ tuwındısının bul shamasın (2a) formulaǵa qoyamız hám sonın saldarınan mınaday formulanı alamız:

$$E = \gamma p.$$

En aqırında E nin bul shamasın ses terbelisleri tezligi ushın jazılǵan (1)-anlatpaǵa qoyıp

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \quad (3)$$

formulasına iye bolamız. Bul anlatpada ρ tıǵızlıqtın orına onın p basımı boyınsha anlatılǵan mánisin, T temperaturanı xám μ mollik salmaǵın qoyıp (45-paragrafqa qaranız)

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}$$

anlatpasına iye bolamız. Bul anlatpadaǵı R gaz turaqlısı bolıp tabıladı; nátiyjede

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} \quad (4)$$

anlatpası payda boladı.

Demek, *berilgen gazdegi ses tolqınlarının tarqalıw tezligi T absolyut temperaturanın kvadrat túbirine tuwrı proporcional hám gazdın basımı p ǵa ǵárezli emes eken.*

Birdey sharayatlarda hár qıylı gazlerdegi sestin tarqalıw tezligi olardıń mollik salmaǵının kvadrat túbirine keri proporcional.

0°C temperaturadaǵı ayırım gazlerdegi sestin tezliginin mánisleri XX keste de keltirilgen.

XX keste. 0°C temperaturadaǵı gazlerdegi sestin tezligi

Gaz	Sestin tezligi, m/sek
Hawa	331
Kislorod	315
Vodorod	1263
Uglekislota	258

Vodorodtaǵı sestin tezliginin en úlken shamaǵa ten bolıwı onın mollik salmaǵının kishi bolıwı

menen baylanıslı.

Ses tolqınlarının atmosferada tarqalıwında atmosferadağı bir tekli emesliklerdin áhmiyeti úlken. Sestin tezligi hawanın temperaturası hám ıǵallıqtın dárejesi menen baylanıslı. Ses tolqınlarının tarqalıw tezligine samal da tásir etedi. Ses hár qıylı tezlikler menen tarqalatuǵın eki ortalıqtın shegarasında shaǵılısadı. Sestin bultlardağı hám dumannın shegarasındağı shaǵılısıwın baqlawǵa boladı.

Sestin samalǵa qarsı baǵıtqa qaraǵanda samaldın baǵıtında jaqsı esitiletuǵınlıǵı bárshege málim. Bul qubılısqa samaldın tezliginin ózi emes, al tezliktin gradienti sebep boladı. Sebebi samaldın tezligi ádette sestin tezliginnen kishi boladı. Samaldın tezligi jerdin betine jaqın orınlardağı tezligi joqarıdağı tezligine salıstırǵanda kishi. Sonın nátiyjesinde samalǵa qarsı tarqalatuǵın ses nurları joqarıǵa qaray burıladı. Samaldın baǵıtına qarsı tarqalatuǵın sestin jaman esitiliwine ses tolqınlarının baqlawshının basının ústinen ótip ketiwi menen baylanıslı.

Hawanın temperaturasının gradienti payda bolǵan jaǵdayda da tap usınday qubılıs juzege keledi. Salqın hawaǵa salıstırǵanda jıllı hawada ses tez tarqaladı. Bunnan, eger jerdin betinen uzaqlasqanda temperatura tómelenip baratuǵın bolsa, onda sestin tezligi biyiklikten artıwı menen kemiyip baradı ham ses tolqınları joqarıǵa burıladı degen juwmaq kelip shıǵadı. Bunday jaǵday ıssı Quıyashlı kúnde payda bolatuǵın temperaturalar gradientine sáykes keledi; bunday waqıtta jerdin beti ádewir qızǵan boladı. Bunday sharayatta ses jaqsı esitilmeydi. Keshte hawa ashıq bolǵan jaǵdayda Jerdin beti júdá tez salqınlaydı hám usıǵan sáykes hawanın jerge jaqın qatlamları da salqınlaydı. Hawanın temperaturası biyiklik penen joqarılaydı, nátiyjede sestin joqarıǵa qarap baǵıtlanǵan tolqınları tómengen qaray burıladı. Keshte sestin jaqsı esitiliwine mine sol jaǵday sebep boladı.

En aqırında, kúshli seslerdin, misalı, partlanıw waqtında payda bolatuǵın seslerdin uzaq aralıqlarǵa tarqalıwında tınıshlıq zonaları dep atalatuǵın zonalardın payda bolatuǵınlıǵının atmosferanın bir tekli emes bolıwı menen túsindiriledi. Partlanıwdağı sestin tarqalıwı dım jaqın qashıqlıqlarda hám ádewir uzaq qashıqlıqlarda (júzlegen kilometrlerde) esitiledi, al olardıń arasında partlanıwdın dawısı esitilmeytuǵın kenislik boladı.

Sestin tezligi ushın jazılǵan (4)-anlatpaǵa jıllıq sıyımlıqlarının qatnası $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ kiredi. Bul jaǵdaydan sestin tezligin ólshew jolı menen gazler ushın $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ qatnasının san mánisin anıqlawdın múmkin ekenligi kelip shıǵadı.

Gazde tarqalatuǵın ses tolqınının jáne de ayırım xarakteristikalarına toqtap ótemiz. Boylıq ses tolqını tarqalıp atırǵan ortalıqtın hár bir berilgen noqatında qısılıw menen siyreklesiwler bir birin alıstırıp turadı. Demek, gazdin basımı baslanǵısh basımnan birde joqarı, birde tómeken boladı. Basımın normal basımnan en úlken ayırmasın *sestin amplitudası* dep ataydı; bul amplituda ádette *bar* larda ólshenedi.

Tolqındağı bul qosımsha basımın turaqlı túrde terbelip turǵanlıǵı ushın, onın ortasha shaması nolge ten. Biraq júdá kúshli tolqınlar ushın awısıwdın kvadratına hám onnan da joqarı bolǵan dárejelerine baylanıslı bolǵan effektlerdi esapqa alıw kerek boladı. Bunday terbelisler sıızılıq bolmaǵan tenlemeler arqalı táriyiplenedi hám sonın ushın *sıızılıq bolmaǵan terbelisler* dep ataladı. Sıızılıq bolmaǵan terbelisler ushın ortasha basım nolge ten emes. Bunday ses tolqınları tosquinlıqta shaǵılısqanda oǵan basım túsiredi. Teoriya sestin bunday basımın

$$p = \frac{1}{2} \bar{\varepsilon}' (\gamma + 1)$$

anlatpasının járdeminde esaplanatuǵınlıǵın kórsetedi. Bul anlatpada $\bar{\varepsilon}'$ arqalı tosquinlıqtın qasında payda bolǵan turǵın tolqındağı energiyanın ortasha tıǵızlıǵı, γ jıllıq sıyımlıqlarının $\frac{c_p}{c_v}$ qatnası belgilengen.

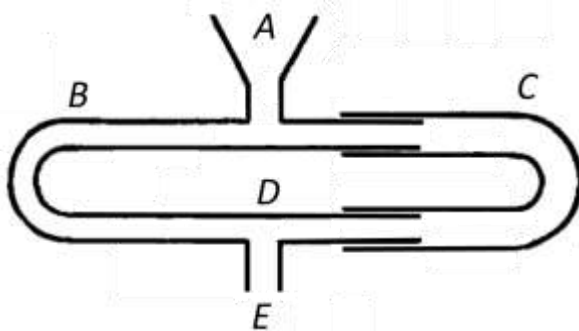
Ataqlı rus fizigi P. N. Lebedev (1866-1912) sestin basımın ózinin laboratoriyasında ótkerilgen

eksperimentlerde úyrendi. Lebedev tolqınların jutilıwı menen shaǵılısıwı waqtında payda bolatuǵın basım haqqındaǵı máseleni ulıwma túrde qoydı (III-tomǵa qaranız).

§ 116. Ses tolqınlarının interferenciyası. Ses tolqınlarında 109-paragrafta táriyiplengen interferenciya qubılısına tán bolǵan qubılıslardı tabıwǵa boladı. Sestin interferenciyası boyınsha en ápiwayı bolǵan tájiriýbenin sxeması 287-súwrette kórsetilgen naydın járdeminde amelge asırıladı. Sestin deregi nayǵa ornatılǵan A sharsharının aldına qoyıladı. Bunnan keyitn nay tarmaqlanıp, ABD hám ACD dizelerin payda etedi. ACD dizesi bir birinin ishine kiretuǵın naylardan ibarat; onı uzartıwǵa da, keltertiwge de boladı. Ses tolqınları naydın E ushına eki jol menen ABD dizesi hám ACD dizesi boyınsha keledi. Dizelerdin uzınlıqları birdey bolmaǵan jaǵdayda E noqatqa eki dize boyınsha kelgen tolqınların júrislerinin arasında $r_2 - r_1$ shamasındaǵı ayırma orın aladı. Eger bul ayırma jup san eselengen yarım tolqın uzınlıǵına ten, yaǵnıy $r_2 - r_1 = 2k \frac{\lambda}{2}$ tenligi orınlanatuǵın bolǵan jaǵdayda (bul tenlikte k arqalı pútın san belgilengen) E noqatındaǵı ses tek bir dizeden kelgen seske salıstırǵanda tómeydi. Júrisler ayırmasının shaması taq san eselengen yarım tolqın uzınlıǵına ten, yaǵnıy $r_2 - r_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$ tenligi orınlanatuǵın bolsa, onda ses ázzileydi.

Joqarıda keltirilgen naydı berilgen derekten shıǵıp atırǵan sestin tolqın uzınlıǵın ólshew ushın paydalanıwǵa boladı. Onın ushın sestin bir ázzileniwinen keyingi ekinshi ázzileniwin júzege keltiriw ushın C nıyının qansha shamaǵa jılıyıtıwınlıǵın ólshew kerek. Dizenin uzınlıǵının ózgeriwi tolqın uzınlıǵı λ nı beredi. Ses tolqınlarının uzınlıǵın usınday usıldın járdeminde ólshew interferenciya qubılısına tiykarlanǵan bolıp, onı *interferenciyalıq usıl* dep ataydı. 287-súwrette kórsetilgen nay optikadaǵı jaqtılıq tolqınlarının uzınlıǵın ólshew ushın qollanılatuǵın *interferometrlerdin* en ápiwayı túri bolıp tabıladı.

Ámelde bunday trubadan paydalanıw jolı menen tek ses tolqınlarının orta diapazonındaǵı tolqın uzınlıqlardı ólshew múmkin. Sebebi ses tolqınlarının diapazonının shetlerine ádewir uzın hám dim qısqa tolqınlar tuwrı keledi. Haqıyqatında da, sestin tezligi $V = 331 \text{ m/sek}$ bolǵan hawada $\nu = 20 \text{ gc}$ jiyilikke iye bolǵan en qısqa ses tolqınlarına $\lambda = \frac{331}{20} \text{ m} = 16,5 \text{ m}$ tolqın uzınlıǵı, al $\nu = 2 \cdot 10^4 \text{ gc}$ jiyiligine iye bolǵan en qısqa seske $\lambda = 1,65 \text{ sm}$ tolqın uzınlıǵı sáykes keledi. Ortasha bolǵan $\nu = 500 \text{ gc}$ jiyilikke $\lambda = 66,2 \text{ sm}$ shamasındaǵı tolqın uzınlıǵı juwap beredi.



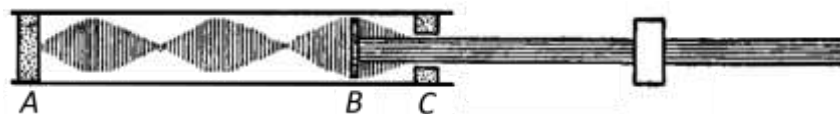
287-súwret.
Sestin inerferenciyasın baqlaw ushın
qollanılatuǵın nay.

Eger naydın A sharsharına quramalı ses jiberilse, júrisler ayırması bolǵan $r_2 - r_1$ shaması qanday terbelisler ushın $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{3\lambda}{2}$, $\frac{5\lambda}{2}$ hám t.b. shamalarǵa ten bolsa, onda sonday tolqın uzınlıqlarına sáykes keletuǵın terbelisler ázzileydi. Nátiyjede quramalı terbelislerdin bir qatar garmonikalıq qurawshıları túsip qaladı hám quramalı terbelislerdin xarakteri ózgeredi. Sonlıqtan nay belgili bir jiyilikli terbelislerushın filtrdin xızmetin atqaradı.

Jiyilikleri menen amplitudaları birdey bolǵan bir birine *qarama-qarsı baǵıtta tarqalatuǵın* eki tolqınның interferenciyası interferenciyanın dara túri bolıp tabıladı. 110-paragrafta kórsetilip ótilgenindey, bunday jaǵdayda *turǵın tolqınlar* payda boladı. Turǵın tolqınның payda bolıwın

diywaldağı ses tolqınlarının shağılısında tikkeley baqlawğa boladı. Onın ushın belgili bir tolqın uzınlıǵına iye bolǵan terbelislerdi tarqatatuǵın derekten paydalanıw kerek. Sonın menen birge bul terbelislerdin tolqın uzınlıǵı qonsılas órkeshterdin arasındaǵı qashıqlıqtın onsha úlken bolmawı ushın jetkilikli dárejede qısqa bolıwı kerek. Basımızdı diywalǵa jaqınlastırıw hám uzaqlastırıw jolı menen tıǵızlıqtın keskin túrde ózgergen, yaǵnıy túyinler payda bolǵan orınlarıdaǵı sestin kúsheyetuǵınlıǵın esitiwge boladı.

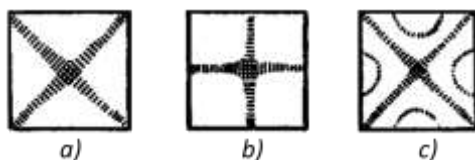
Kundt turǵın tolqınlarǵı baqlawdın júdá kórgizbeli usılın oylap taptı. SHıyshe naydın eki ushı *A* hám *C* probkaları menen tıǵız etip bekitiledi (288-súwret). *C* probkasıǵı sanlaqtan ortası arqalı usı probka menen qısıp qoyılǵan metall sterjen ótkizilgen. Onın ushına trubkanın ishine erkin kire alatuǵın probkadan soǵınǵan *B* diski ornatılǵan. Eger sterjende onı kanifol sebilgen teri menen súykew jolı menen boylıq terbelislerdi qozdırsaq, onda naydın eki tárepindegi ushlarında túyinler payda boladı. Nátiyjede, eger *B* arqalı belgilengen disk terbele baslaydı hám ol naydın ishindegi hawanı terbelledi. Nay boyınsha alǵa qaray tarqalatuǵın tolqın naydın *A* shetinde shaǵılısıp, keyin qaray qaytqan tolqın menen interferenciyaǵa ushıraydı. Eger naydın ushına pútin san eseslenen yarım tolqın uzınlıǵı jayǵasatuǵın bolsa, onda nayda turǵın tolqınlar payda boladı hám naydın ushlarında awısıwdın túyinleri jaylasadı. *B* probkası shoǵarlarda jaylasqan jaǵdayda onın maydaları tómengge quyılıp túsedı. Nátiyjede *B* probkasın jılastırıw arqalı sol maydaldarın payda bolǵan orınları boyınsha shoǵırlar menen túyinlerdin payda bolǵan orınların tikkeley kóriwdin múmkinshiligi payda boladı. Qonsılas túyinlerdin (yamasa shoǵırlardın) orınların ólshew nayda qozdırılǵan ses tolqınının yarım tolqın uzınlıǵın tabıwǵa múmkinshilik beredi. Nátiyjede Kundt nayı ses tolqınlarının uzınlıǵın ólshewge múmkinshilik bertuǵın ásbap bolıp tabıladı.



288-súwret. Turǵın tolqınlarǵı baqlaw boyınsha Kundt tájiriybesi.

Túyinlerdin hám dónliklerdin payda bolıwın ses shıǵaratuǵın plastinkalarda da baqlawğa boladı. Bunday jaǵdayda biz *túyin sızıqlarının* payda bolatuǵınlıǵın kóremiz. Baqlaw ushın ortası bekitilip qoyılǵan latun plastinka alamız hám onı tartqıstın⁵⁴ járdeminde terbeliske alıp kelemiz. Plastinkanın betine azmaz muǵdarda qum sebedi. Plastinka terbelgende shoǵarlardıǵa sáykes keletuǵın dónliklerdin ústindegi atılıp, túyinlerge sáykes keletuǵın sızıqlardıń boyında toplanadı. Plastinkanın betinde quramalı figuralar payda boladı hám bul figuralar boyınsha terbelistin plastinka boyınsha tarqalıwın anıqlawǵa boladı. Bir qatar dara jaǵdaylar ushın bul figuralar 289-súwrette kórsetilgen. Terbelislerdin kórinisi tartqıstın járdeminde qozǵalısqı keltirilgen noqattan xám plastinkaǵa tiyip turǵan noqattan gárezli boladı. Qozdırıw noqatı shoǵır bolıp tabıladı, al túyinlik sızıq bizin barmaǵımızdin plastinkaǵa tiyip turǵan shetine keledi. Basqa sızıqlar plastinkada simmetriyalı túrde jaylasqan boladı. Eger barmaǵımızdı plastinkanın bir múyeshine tiygizip, al tartqıstı plastinkanın qanday da bir tárepinin ortası arqalı júrgizsek, onda 289-a súwrette kórsetilgen figura payda boladı. Bunday jaǵdayda túyinlik sızıqlar diagonallardıń boyında jaylasadı. Eger biz, kerisinshe plastinkanın qaptaldaǵı bir shetinini ortasına barmaǵımızdı tiygizip turıp, plastinkanın múyeshine jaqın orında tartqıstı súykesek, onda ekinshi figuranın payda bolǵanlıǵın kóremiz (289-b súwret). Bir waqıttın ózinde plastinkanın bir múyeshine hám bir tárepinin ortasına barmaqlardı tiygizip turıp, basqa bir táreptin ortası arqalı tartqıstı plastinkaǵa súykesek, onda túyinlik sızıqlardıń jaylasıwı ádewir quramalasadı (289-c súwret).

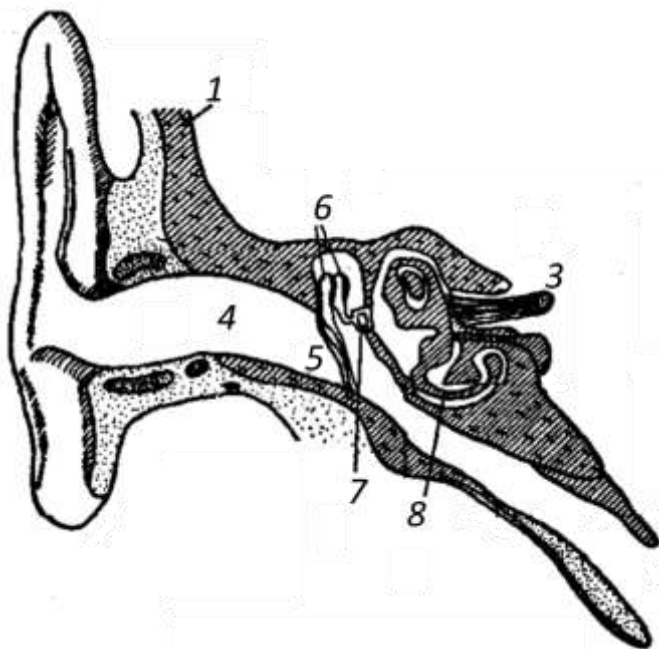
⁵⁴ Rus tilindegi tarlı saz ásbaplarının terminologiyasında jiıy qollanılatuǵın "смичок" sózi rásimiy sózlik tiykarında "tartqış" dep awdarıldı (Awdarıwshılar).



289-súwret. Túyinlik sızıqlar.

Túyinlik sızıqlardıń kórinisin úyreniw telefon hám basqa da akustikalıq ásbaplardaǵı membranalardıń terbelislerinin xarakterin anıqlawda ámeliy jaqtan úlken áhmiyetke iye.

§ 117. Seslerdi qabıl etiw. Adam seslerdi ózinin esitiw organı bolǵan qulaǵı arqalı qabıl etedi; qulaqtıń dúzilisinın sxeması 290-súwrette kórsetilgen. Bas súyektin 1 shekesinde ulitka dep atalatuǵın 2 arnawlı organ jaylasqan. Ol úlken bolmaǵan quwıslıq formasına iye (shama menen $0,2 \text{ sm}^3$) bolıp, ol suyıqlıq (limfa) menen toltırılǵan. Ulitkanın ishinde ushlarına esitiw nervlerinin ushları kelip jetetuǵın talshıq tárizli 3 kortiy organı ornalasqan. Talshıqlar hár qıylı uzınlıqlarǵa hár kernewlerge iye. Usın nátıyesinde olarǵa hár qıylı rezonanslıq jiyilikler sáykes keledi. Ses terbelisleri 4 esitiw kanalı arqalı 5 barabanlıq ses terbelisleri qulaǵı 5 ke jetedi. Bunnan keyin 6 esitiw bólimi arqalı 7 sopaq formǵa iye hám ulitkanın quwıslıǵına alıp keletuǵın tesikke (aynaǵa) beriledi. Belgili bolǵan jiyiliklerge iye bolǵan sestin tásirinde kortiy⁵⁵ organının belgili bir talshıqları rezonanslıq terbeliske kelip hám bul terbelisti miyge beretuǵın nerv talshıqlarının ushın qozdıradı. Quramalı ses tásir etkende bir neshe nerv talshıqlarının ushları qozadı hám sonın nátıyesinde adam quramalı sestin qurawshıların bir birinen ayırıp qabıl ete aladı.

290-súwret.
Adamnıń qulaǵının kese-kesimi.

Ses tolqınların tarqalıw baǵıtın anıqlaw múmkinshiligi adamda jup esitiw organının (eki qulaqtın) bar ekenligi menen baylanıslı (*binauralıq effekt*). Ses tolqınların baǵıtın seziw miy orayların eki qulaqqa kelip jetken terbelislerdin fazaların arasındaǵı ayırmanı esapqa alıw qábiletine iye bolǵanlıǵı sebepli payda boladı. Júdá joqarı jiyilikli sesler bar bolǵan jaǵdaydaǵı sestin baǵıtın seziw eki qulaqtaǵı sestin amplitudaların ayırmasın seziwdin saldarınan payda boladı. Subektivli túrde sest qabıl etkende biz sestin úsh xarakteristikasını ayıramız: 1) *sestin bálentligin*, 2) *sestin tembrin*, 3) *sestin qattılıǵı*.

Sestin bálentligi onın jiyiligi boyınsha anıqlanadı: jiyilik qanshama joqarı bolsa, ses te sonshama joqarı boladı.

Sestin temбри terbelislerdin xakteri boyınsha anıqlanadı: júdá siyrek jaǵdaylarda sestin

⁵⁵ Kortiy organı - ishki qulaqtaǵı esitiw múshesi (Awdarıwshılar).

terbelisi taza garmonikalıq terbelislerden ibarat hám kópshilik jaǵdaylarda ses quramalı xarakterge iye boladı (118-paragrafqa qaranız). Terbelistin usınday quramı sestin tembrin anıqlaydı.

Obektiv qattılıq yamasa sestin kúshi tarqalıp atırǵan ses tolqınlarının baǵıtına perpendikulyar qoyılǵan maydannın bir birligi arqalı waqıttın bir birligi ishinde aǵıp ótken energiyanın muǵdarı menen anıqlanadı.

Tolqınnın waqıttın bir birligi ishinde maydannın bir birligi arqalı alıp ótetuǵın energiyası tolqınnın amplitudasının kvadratına hám jiyiliktin kvadratına tuwrı proporcional. Bunnan berilgen bálentlikke iye bolǵan sestin kúshinin amplitudanın kvadratına proporcional ekenligi kelip shıǵadı. Biraq ses kúshinin usınday jollar menen obektiv túrde bahalanıwı sestin qattılıǵın tikkeley seziwge tiykarlanǵan subektiv bahalawǵa sáykes kelmeydi. Másele sonnan ibarat, bizin qulaǵımızdın hár qıylı bálentlikke iye bolǵan seslerdi, yaǵnıy hár qıylı jiyiliktegi seslerdi seziwi hár qıylı.

Biz 112-paragrafta tolqınnın tarqalıw baǵıtına perpendikulyar bolǵan maydan arqalı waqıttın birligi ishinde aǵıp ótiletuǵın energiyanın muǵdarının $\bar{U}$ arqalı belgilenetuǵın Umov vektorının járdeminde anıqlanatuǵın kórsettik:

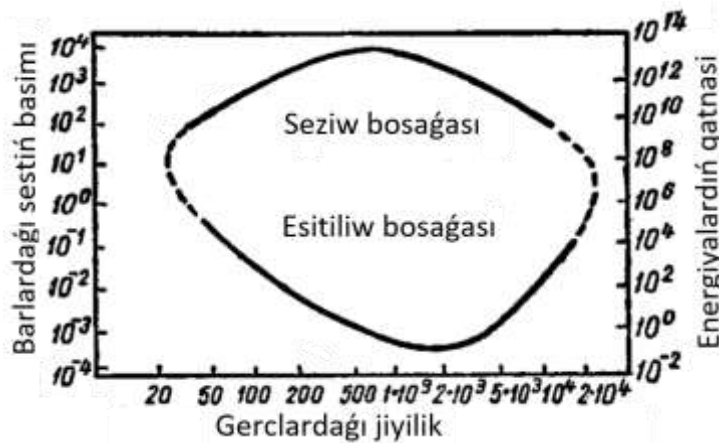
$$\bar{U} = \bar{\varepsilon} V.$$

Bul anlatpada $\bar{\varepsilon}$ arqalı tolqınnın energiyasının ortasha tıǵızlıǵı hám V arqalı tolqınnın tarqalıw tezligi belgilengen. Demek, sestin kúshi Umov vektorının járdeminde anıqlanadı eken. Bul jaǵdaydan sestin kúshin obektivlik túrdegi ólsheplerde, misalı, *SGS*-sistemasında $\text{erg/cm}^2 \cdot \text{sek}$ larda ólshewge bolatuǵınlıǵın kórsetedi. Bunın ushın sestin basımı menen sestin energiyasının ortasha tıǵızlıǵı $\bar{\varepsilon}$ shamalarınan arasındadıǵı ǵárezlilikten paydalanıw múmkin. Biz 115-paragrafta jetkilikli dárejedege quwatlıqqa iye ses tolqınının tosqınlıqqa p basımı menen tásir etetuǵınlıǵın kórsetip ótken edik. Bul basım tosqınlıqtın aldında payda bolatuǵın turǵın tolqınnın energiyasının ortasha tıǵızlıǵı bolǵan $\bar{\varepsilon}'$ shaması menen anıqlanadı. Bunnan tosqınlıqqa tásir etetuǵın p basımın ólshep, turǵın tolqındaǵı energiyanın ortasha tıǵızlıǵı $\bar{\varepsilon}'$ nı ólshew múmkinshiligi kelip shıǵadı. Juwırıwshı tolqınnın energiyasının ortasha tıǵızlıǵı $\bar{\varepsilon}'$ turǵın tolqındaǵı energiyanın tıǵızlıǵı bolǵan ε' shamasınan eki ese kishi boladı. Biraq, eksperimentallıq kóz-qarastan, sestin basımın tikkeley ólshep ádewir qıyın máseleleridin qatarına kiredi. Sonın ushın basqa bir qansha janapay bolǵan usıllardan paydalanıladı. Reley tárepinen ses tolqınının maydanda jaylasqan diskke túsiriletuǵın sestin basımının tásirinde kúsh momentinin payda bolatuǵınlıǵı kórsetildi. Bul momentti ólshep ushın júdá jinishke disk ayna jabıstırılǵan jinishke sabaqqa asıp qoyıladı hám sol aynada shaǵılısqan jaqtılıq dástesinin awısıwı boyınsha diskti buratuǵın kúshtin momenti esaplanadı. Bunnan ses tolqınındaǵı energiyanın ortasha tıǵızlıǵının mánisi esaplanadı hám Umov vektorının shaması boyınsha sestin qattılıǵı anıqlanadı. Biraq bul usıl jetkilikli dárejedeni júdá názik bolǵan ólshepler menen baylanıslı hám ámelde tek úlken quwatqa iye bolǵan seslerdi ólshep ushın ǵana jaraydı. Ádette bunday usıldan seslerdin qattılıǵın ólsheytuǵın elektro-akustikalıq ásbaplardı (mikrofonlardı) graduırovkalaw ushın paydalanadı.

Ses tolqınının ses sezimin payda ete alıwı ushın onın kúshinin *esitiliw bosaǵası* dep atalatuǵın minimallıq shamadan úlken bolıwı kerek. Kúshi esitiliw bosaǵasınan tómén bolǵan seslerdi qulaq qabıl etpeydi; ses sezimin payda etiw ushın ol dım ázzi. Esitiliw bosaǵası hár qıylı jiyilikler ushın hár qıylı. Adamnın qulaǵı jiyiligi 1000-3000 *gc* bolǵan oblasttaǵı terbelislerdi júdá jaqsı sezedi; bul oblast ushın estiliw bosaǵası $10^{-8} \text{ erg/sm}^3 \cdot \text{sek}$ shamasına jaqın. Qulaqtın jiyilikleri bul jiyiliklerden tómén yamasa joqarı bolǵan ses terbelislerge sezgirliki kem. Kúshinin qanday bolıwınan ǵárezsiz jiyiligi 20 *gc* shamasınan kishi hám 20 000 *gc* shamasınan joqarı bolǵan terbelislerdin adamnın qulaǵı ses sıpatında kabil etpeydi.

Shaması júz mınlaǵan $\text{erg/sm}^3 \cdot \text{sek}$ shamasındaǵı júdá úlken kúshke iye bolǵan terbelislerdi de ses túrinde qabıl etilmeydi: olar qulaqta seziletuǵınday basımdı payda etedi hám bul basım qulaqtı awırta baslaydı. Usınday awırıw sezimi payda bolatuǵın sestin kúshin *awırıwdın seziliw bosaǵası* dep ataladı. Hár qıylı jiyilikler ushın awırıwdı seziliwinin shegarası hár qıylı. Esitiliw

shegarası menen awrıwdın seziliw bosası arasında *esitiliw oblasti* bar boladı (291-súwret).



291-súwret.
Esitiliw oblasti.

Sestin subektiv qattılıǵının shamasın dál ólshewdin múmkinshiligi joq. Biraq sonday bolsa da, *Veber-Fexnerdin psixofizikalıq nızamına* tiykarlanıp seziwdin intensivliginin shamasın bahalawǵa boladı. Bul nızam boyınsha seziwdin intensivliginin ózgeriwi salıstırılıwı múmkin bolǵan sezimlerdi payda etiwshi terbelislerdin energiylarının qatnasının logarifimine tuwrı proporcional. Bul logarifmlik nızamlıqtın tiykarında sestin kúshinin qáddilerinin *shkalası* belgilenedi. Esitiliw shegarasındaǵı sestin kúshinin qáddi bolǵan I_0 shamasın nolge ten etip alıw tábiıy. Nollık qáddi ushın shártli túrde $I_0 = 10^{-9} \text{ erg/sm}^3 \cdot \text{sek}$, yaǵnıy 1000 *gc* jiyilik ushın esitiliw shegarasınan tóménirek bolǵan qáddi qabıl etilgen. Sonlıqtan, Veber-Fexner nızamı boyınsha qanday da bir sestin qattılıǵı L sestin kúshi I din sol kúshin esitiliw bosasındaǵı shaması I_0 ge qatnasının logarifmine tuwrı proporcional:

$$L = k \lg \frac{I}{I_0}. \quad (1)$$

Bul anlatpada k - proporcionallıq koefficienti. L shamasın ádette ses kúshinin *qáddi* dep ataydı. Eger $k = 1$ dep boljasaq, onda sestin bálentligin ólshew ushın belgili bolǵan birlikti qabıl etken bolamız; bul birlik *bel* dep ataladı.

Solay etip,

$$L = \lg \frac{I}{I_0} \text{ bel}. \quad (2)$$

Bel birliği menen bir qatarda onnan 10 ese kishi bolǵan birlik te paydalanıladı; onı *decibel* dep ataydı.

Onda,

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} \text{ decibel}.$$

Ádettegi sesler ushın sestin kúshinin qáddilerinin juwıq túrdegi mánisleri keltirilgen XXI keste sestin qattılıǵının xarakteristikası haqqında ayqın bolǵan maǵlıwmatlardı beredi. Biraq, usının menen bir qatarda qulaqtın sezgilerinin sestin jiyiliginen ǵárezli ekenligin este saqlaw kerek.

Ses	Decibellerdegi qáddi	$\text{erg}/(\text{sm}^2\text{sek})$ birligindegi sestin kúshi	Barlardağı basımnın amplitudası.
Tınısh ángimelesiw.	30	$1 \cdot 10^{-6}$	$6,4 \cdot 10^{-3}$
Adımlar (júriwler).	40	$1 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-2}$
Qattı sóylew.	70	$1 \cdot 10^{-2}$	0,4
Adamlar kóp bolğan kósheniw shawqımı.	90	1	6,4
Fortissimo orkestri.	100	$1,10^1$	$2,0 \cdot 10$
3 m qashılıqtağı kishkene samolettın motorı.	130	$1 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^2$

XXI kestden ádettegi seslerge sáykes keletuǵın energiyalardıń dım kishi bolatuǵınlıǵın kóriwimizge boladı. Buni illyustraciyalaw ushın tómendegidey qızıqlı bolğan misaldı kórsetiw múmkin: eger 2000 adam bir yarım saat dawamında toqtawsız sóylep tursa, onda olardıń seslerinin energiyası tek bir stakan suwdı qaynatıwǵa ǵana jetedi eken.

Sestin tembrin obektiv túrde xarakterlew ushın quramalı sestin terbelisin garmonikalıq qurawshılardıǵa jayıw, yaǵnıy onıń spektrin anıqlaw kerek. Bunday jayıwdı rezonans qubılısın paydalanıp orınlawǵa boladı. Eger menshikli terbelislerinin jiyilikleri birdey bolğan eki kamertondı bir birinen qanday da qashılıqta jaylastırsaq, onda olardıń birinshisinde kushli terbelisler payda etilgen jaǵdayda, ekinshisi de sezilerliktey ses shıǵara baslaydı. Ekinshi kamertonńın da ses shıǵara baslaǵanına tolıq iseniw ushın birinshi kametronńın ses shıǵarıwın qol menen uslaw arqalı keskin túrde toqtatıw kerek boladı. Bunday jaǵdayda ekinshi ekinshi kamertonńın hásiz kesti shıǵarıp turǵanlıǵın esitiwge boladı. Eger eki kametronńın menshikli terbelis jiyilikleri hár qıylı bolsa, onda ekinshi kamertonda qozǵan ses onnan da ázzi boladı. Kamertonlardıń menshikli terbelis jiyiliklerinin arasındaqı ayırma qansha úlken bolsa, bul qubılıs sonshama hásireydi. Menshikli terbelis jiyilikleri birdey bolğan eki kamertondı alǵan jaǵdayda birinshi kamertonnan shıqqan ses ekinshi kametronda májbúriy terbelislerdi payda etedi. Rezonans waqıtında májbúriy terbelislerdin amplitudası en úlken mániske iye boladı. Ekinshi kamertonńın terbelislerinin sóniwi kishi bolğan jaǵdayda ámelde rezonans qubılısı eki kamertonńın menshikli terbelis jiyilikleri birdey bolǵanda payda boladı hám sonıń menen birge rezonans qubılısı adewir ótkir boladı (103-paragrafqa qaranız). Rezonansqa tiykarlanǵan halda quramalı sestin terbelisin bılayınsha tallawǵa boladı: sóniwi kishi bolğan hár qıylı ω_i menshikli terbelis jiyiliklerine iye bolğan kóp sanlı kamertonlardı alamız. Bunday jaǵdayda quramalı sestin quramında bar bolğan jiyiligi ω_k shamasına ten bolğan terbelisler menshikli jiyiligi tap usınday ω_i jiyiligine iye bolğan kamertonńın sezilerliktey ses shıǵarıwına alıp keledi.

Sesti tallaw ushın kamertonlardıń ornına ózinin menshikli terbelislerinin jiyiligi bar hám sóniw kishi bolğan qálegen basqa da sistemalardı paydalanıw múmkin. Seslerdi birinshi ret tallanǵan Gelmgolc ishinde hawa bar quwıslıqqa iye rezonatorlardan paydalanadı. Bunday rezonator juqa metall sferadan ibarat bolıp, onıń úlken a xám kishi b tesigi boladı (292-súwrette rezonatordıń kese-kesimi kórsetilgen). Tiykargı a tesigi rezonatordıń kólemine sestin kiriwi ushın xızmet etedi. Kishi b tesigi bolsa qulaqqa salınadı (tıǵıladı) hám tikkeley esitiw arqalı májburiy terbelislerdin intensivligi bahalanadı.

Gelmgolc rezonatorlarının menshikli terbelis jiyiligi ω_0 shamasın juwıq túrde

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{d}{V}}$$

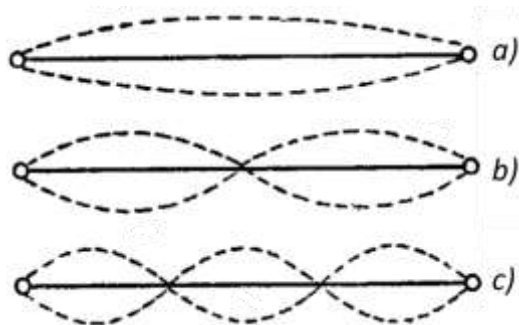
formulasının járdeminde esaplanadı. Bunda d arqalı a tesiginin diametri, al V arqalı rezonatordıń ishindegi quwıslıqtıń kólemi belgilengen.

Úyrenilip atırǵan quramalı sestin terbelisinin quramına kiretuǵın qanday da bir ápiwayı tonnın jiyiliginin shaması qaysı rezonatorın ω_0 terbelis jiyiligine jaqın bolsa, onda tap sol rezonator da en kúshli terbelisler payda boladı.

Solay etip, bir neshe rezonatorlardın járdeminde izbe-iz "tınlaw" hám olardıń payda etken májbúriy terbelislerinin qattılıǵın esitiliwi boyınsha salıstırıp quramalı ses terbelisinin spektrin anıqlaw múmkin eken.

Házirgi zaman texnikası ádewir jetiliskeń elektroakustikalıq usıllardıń járdeminde seslerdin quramın anıqlawdın múmkinshiligin beredi. Bul usıllar da májburiy terbelislerdi baqlaw principine tiykarlanǵan.

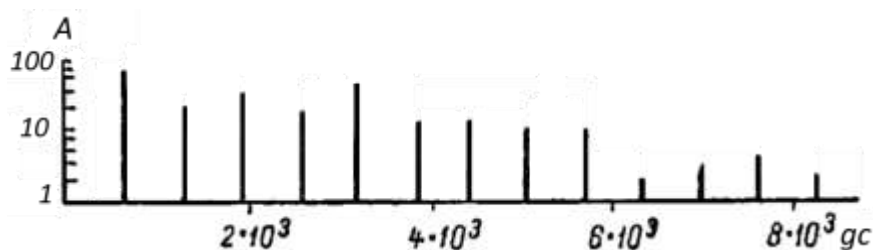
§ 118. Seslerdin derekleri. Ultraseslerdi alıw. Hár qanday terbeliwshi dene ózin qorshap turǵan ortalıqtaǵı serpimli tolqınlardıń, yaǵnıy sestin deregi bolıp bolıwı múmkin. Sestin dereklerin úyreniw gromkogovoritel (reprodktorlar) paydalanılatuǵın radio menen dawisli kinolardıń rawajlanıwında hám sonın menen birge sazlı ásbaplardıń teoriyası menen texnikasın rawajlandırıwda ayırıqsha orındı iyeleydi. Biraq bunday arnawlı máselelerde toqtamay, tek en ápiwayı ses dereklerin ǵana qaraymız.



293-súwret.
Ushları bekitilgen tarda payda bolatuǵın turǵın tolqınlar.

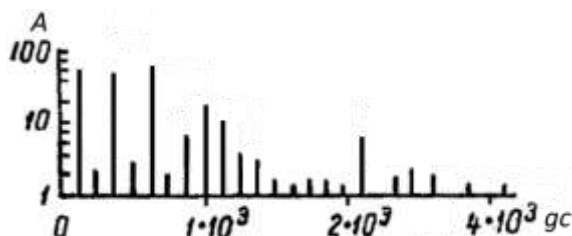
Eki ushı bekkemlengen uzınlıǵı l bolǵan tardı alamız. Bunday tarda terbelislerdi qozdarsa, onda turǵın tolqınlar payda boladı. Bekkemlengen orınlarda, yaǵnıy tardın ushlarında túyinler jaylasadı; tardın ortasında shoǵırlar payda boladı (293-a súwret). Bul terbeliske terbelistin belgili bir ω_1 jiyiligi sáykes keledi. Biraq, usı turǵın tolqın menen birge tarda úsh túyinli turǵın tolqınnın da payda bolıwı múmkin: tardın ushlarında eki túyin hám tardın ortasında jáne bir túyin jaylasadı (293-b súwret). Bul terbelistin jiyiligi ω_2 birinshi terbelistin jiyiligi ω_1 den eki ese úlken boladı. Tap sol sıyaqlı, tarda tórt túyinli xám $\omega_3 = 2\omega_1$ jiyiligine iye bolǵan turǵın tolqınlardıń da (293-c súwret), hám ulıwma túyinlerinin sanı $k + 2$ bolǵan (bul sanǵa tardın ushlarındaǵı túyinler de kiredi) $\omega_k = (k + 1)\omega_1$ jiyiligine iye turǵın tolqınlardıń da payda bolıwı múmkin.

Demek, tar tek ǵana *tiykarǵı jiyiligi ω_1 bolǵan* ses terbelislerin ǵana tarqatıp qoymastan, *obertonlar* dep atalatuǵın jiyilikleri $\omega_k = (k + 1)\omega_1$ shamalarına ten bolǵan ses tolqınların da tarqatadı eken (k arqalı pútin san belgilengen). Ulıwma aytqanda, tar terbelgende bir waqıttın ishinde bir qatar turǵın tolqınlar payda boladı hám usı jaǵdayǵa baylanıslı tar tiykarǵı jiyilikten basqa obertonlardı da tarqatadı. Obertonlardın kúshi tiykarǵı jiyilik penen terbelistin kúshinen kishi boladı. Bunday gruppanın terbelislerinin spektri $\omega_1, 2\omega_1, 3\omega_1, \dots$ jiyiliklerine sáykes keletuǵın sıziqlardan turadı (103-paragrafqa qaranız).



294-súwret. Tiýkarǵı tonı 640 gc bolǵan skripkanın akustikalıq spektri.

294-súwrette tiýkarǵı tonı 640 gc bolǵan skripkanın *akustikalıq spektri* kórsetilgen. 295-súwrette tiýkarǵı tonı 64 gc bolǵan klarnettin spektri, 296-súwrette bolsa royaldın spektri kórsetilgen (tiýkarǵı tonı 256 gc); bul en sonǵı súwrette sızıqlı spektr menen bir qatarda tutas spektr oblastının da bar ekenligin anǵarıwǵa boladı.



295-súwret. Tiýkarǵı tonı 64 gc bolǵan klarnettin akustikalıq spektri.



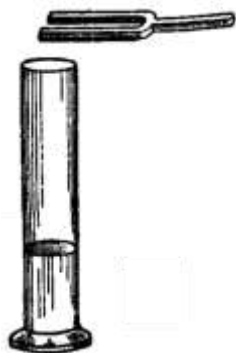
296-súwret. Tiýkarǵı tonı 256 gc bolǵan royaldın akustikalıq spektri.

SHawqımlarǵa tutas akustikalıq spektrler ǵana tán.

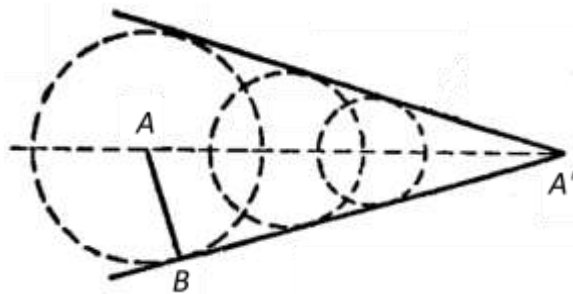
Mısal retinde 297-súwrette bunzen gorelkasın shawqımın spektri keltirilgen.

Sestin qattılıǵı sestı shıǵarıwshı sistemanın terbelislerdin amplitudasınan ǵárezli. Biraq ayırım jaǵdaylarda sestin deregindegi terbelislerdin amplitudaları úlken bolǵan jaǵdayda da sestin kúshi úlken bolmaydı. Mısalı, tardı kerip, onın ushların eki qısqush penen qısıp qoyǵan jaǵdaylarda onnan shıqqan ses kúshli bolmaydı. Sonday-aq, kamertondı qolda uslap turıp urǵan jaǵdayda da ses derlik esitilmeydi. Bunday jaǵdayda terbeliwshi tar yamasa kamertonın ayaǵı qonsılas hawada tuyıq bolǵan quyn tárizli aǵıstı ǵana júzege keltiredi hám boylıq tolqının payda bolıwı ushın zárúrli bolǵan hawanın qısılıwı menen siyrekiswın payda etpeydi. Terbeliwshi sistema menen hawanın arasındǵı baylanıs ázzi hám sonlıqtan sistema ázzi nurlandıradı. Tolqınlardı tarqalıwın kúsheytıw ushın quynlıq qozǵalıslardı payda bolıwın qıyınlastıratuǵın sharayatlardı payda etiw kerek. Usı jaǵdaylarǵa baylanıslı shıǵaratuǵın dawısın kúshli bolıwı ushın kamertonlardı aǵash qutın ústine bekitedi; tap sol sıyaqlı saz ásbaplarında da (skripkalarda, violonçellerde) tarlardı dekalar dep atalatuǵın aǵashan islengen betlerge bekkemleydi. Dekanı onın átirapında hawanın tuyıq aǵısları payda bolmaytuǵınday etip soǵadı. Tardı terbelisleri dekannın úlken betine beriledi hám sonın saldarınan onın átirapında qısılıw hám siyrekiswı tolqınları payda bolıp, kúshli ses qozdırıladı. Royaldın qaqpaǵı da dál usı jaǵdayǵa sáykes keledi.

Sistemalardı rezonans halına alıp kelgendegi sestin qattılıǵın úlkeyiw de nurlandıruwdın úlkeyiwı menen túsindiriledi. Bunday tajiriybe en ápiwayı túrde bılayınsha orınlanadı: Ses shıǵarıp turǵan kamerton (298-súwret) ishine azmaz suw quyılǵan uzın jinishke ıdıtın ústine jaylastırıladı. Eger ıdıtǵı suwdın qáddi ástelik penen kóteriletuǵın bolsa, onda waqıttın qandayda bir momentinde sestin kúshi ádewir kóteriledi. Bul qubılıs tómendegishe túsindiriledi. ıdıtǵı suwdın ústinde jaylasqan hawa baǵanasın biyikligi belgili bolǵan shamaǵa jetkende hawanın terbelisleri menen kamertonın terbelisleri rezonansqa keledi hám sestin amplitudası júdá úlkeyedi. ıdıtın awzı tárepinde qısılıwlarmen siyrekiswı izbe-iz payda bolıp turadı hám olar kamertonın ayaǵının átirapında payda bolatuǵın quynlardı jasıradı. Usın nátıyjesinde sestin nurlanıwı kúsheydi.



298-súwret. Suwdın ústindegi hawanın baǵanasın rezonansqa alıp keliw.



299-súwret. Ballastikalıq tolqınnın payda bolıwı.

En aqırında, ortalıqtaǵı *sestin tarqalıw tezliginen úlken tezlik penen* (xawada 330 m/sek shamasınan úlken tezlik penen) qozǵalatuǵın denlerdin átirapında payda bolatuǵın ayrıqsha bolǵan akustikalıq tolqındı úyrenemiz. Usınday tezlik penen qozǵalatuǵın dene ortalıqta soqqı beriw xarakterine iye bolǵan xám *ballastikalıq tolqın* dep atalatuǵın tolqındı payda etedi. Ortalıqtın awısıwı qozǵalıwshı denenin aldında qaray tarqala almaydı hám payda bolǵan tolqın frontı qozǵalıstaǵı denenin artqı tárepinde ǵana jaylasadı. Denenin júrip ótken hár bir noqatın sol ortalıqtaǵı sestin tezligi menen tarqalatuǵın sferalıq tolqınlardıń noqatlıq deregi dep qarawǵa boladı. Bul sferalıq tolqınlardıń orawshısı (299-súwret) konıstın figurasıa iye boladı. Noqat t waqıtı ishinde AA' kesindisin júrip ótken bolsın; tap sonday waqıttın ishinde ses tolqını A noqatı átirapında $AB = Vt$ qashıqlıǵına tarqaladı (V arqalı sestin tezligi belgilengen). Onda, konustın tóbesindegi φ múyeshinin mánisin

$$\sin \varphi = \frac{AB}{AA'} = \frac{V}{v} \quad (1)$$

formulasının járdeminde anıqlaydı (bul formulada v arqalı denenin tezligi belgilengen). Usınday jaǵdaydın saldarınan ballastikalıq tolqınnın frontı konus formasına iye bolıp, bul konustın tóbesindegi múyesh (1)-formulanın járdeminde anıqlanadı. Payda bolatuǵın tolqın dáwirlik xarakterge iye emes. Biraq ol sestin tezligi menen tarqalatuǵın bir qısılıw oblastınan ibarat boladı. Bunday tolqınlardı sestin tezliginen úlken tezlikler menen ushatuǵın házirgi zaman artilleriya snaryadları, reaktiv snaryadlar hám samolëtlar payda etedi. Olar keskin túrdegi soqqı sezimin payda etedi. Usının menen bir qatarda, snaryadtın betinin tegis bolmaǵanının saldarınan basqa da terbelisler qozdırıladı. Bul terbelislerdin barlıǵın snaryad ushıp ótip ketkennen keyin ǵana seziw múmkin. Sebebi snaryadtın tezliginin sestin tezliginen úlken bolǵanı ushın, ol sestem ozıp ketedi.

Ultraselerdi alıw ushın kópshilik jaǵdaylarda *pzoelektriklik effektten* (II tomǵa qaranız) paydalanadı. Pzoelektriklik effekt ayrım kristallardaǵı elektr maydanında júzege keletuǵın mexanikalıq deformaciyalanıwdan ibarat qubılıs bolıp tabıladı. Ultraseler terbelislerin payda etiw ushın kvarc kristalları (pezokvarc) qollanıladı. Eger kristallıq kósherlerge salıstırǵanda belgili baǵıtta kesip alınǵan kvarc plastinkasının betinde metal qaplaması payda etilse hám usı qaplamaǵa ózgermeli elektr kernewi túsirilse plastinka terbeliske keledi. Eger túsirilgen elektr kernewinin jiyiliginin shaması plastinkanın menshikli mexanikalıq terbelislerinin jiyiligine ten bolsa, onda kvarc plasnitkasının terbelis amplitudası úlken boladı (rezonans qubılısı). Plastinkanın ólshemlerin sáykes túrde tanlap alıw jolı menen júz mın gerc shamasındaǵı jiyilikke iye bolǵan ultraseler terbelislerin payda etiwge boladı.

Ultraseler tolqınların tolqın uzınlıqlarının kishi bolıwına baylanıslı olardıń tosqınlıqlar arqalı aylanıp ótiwi ápiwayı ses tolqınların aylanıp ótiwine salıstırǵanda ádewir kem (júdá az shamaǵa defrakciyalanadı). Bul jaǵday ultraseler tolqınların jasqı baǵıtlangan dástesin payda etiwge múmkinshilik beredi.

Házirgi zaman texnikasında ultrasesler kennén qollanıladi. Mısal retinde suw astında belgili bolğan bağıtlarda signallar jiberiwdi, suwdın astındağı zatlardı tabıwdı hám suwdın terenligin anıqlawdı (*exolot*) kórsetiwge boladı. Belgili túrde kesip alınğan birdey qalınlıqtağı kvarc plastinkaları bir biri menen mozayka túrinde jabıstırıladi hám eki qalın polat plastinkalardıń arasına jaylastırıladi. Eger sol plastinkalar arasına turaqlı emes elektr kernewi túsirilse, onda bul sistema ultrasestin kúshli deregi bola aladı.

Exolottın dúzilisinin principi mınalardan ibarat: Suwǵa vertikal bağıtta tómenge qaray ultrasestin dereginen ses nurları jiberiledi. Bul nur suwdın en túbine jetip, jerde shaǵılısadı hám usı ultrases signalı jiberilgen orınǵa qaytıp keledi (jangırıqtı baqlaw). Suwdağı ultrasestin tarqalıw tezligin, onın qaytadan qaytıp kelemen degenshe ketken waqıttı bilip, suwdın terenligin esaplaw qıyın emes.

Jangırıqtı (exonı) qabıl etiw de pezokvarctın járdeminde islenedi. Ses terbelisleri qabıllawshı pezokvarcqqa jetip kelgende, onda serpimli terbelislerdi qozdıradı. Nátiyjede kvarctın qarama-qarsa betlerinde elektr zaryadları payda boladı hám olardı sáykes elektr apparatlarının járdeminde registraciyalawǵa boladı.

Ultrases tolqınları suw astında signal beriw ushın júdá qolaylı. Sebebi olar suwda tarqalǵanda sezilerliktey dárejede jutılmaydı, hawada bolsa ultrases tez sónedi hám sonlıqtan onı hawa arqalı signal beriw ushın paydalanıw maqsetke muwapık kelmeydi.

Házirgi zaman texnikasında ultraseslerdin qollanıluwı júdá hár qıylı. Ultraseslerdi metall buyımlardağı defektlerdi (ultrases defektoskopiyası) tabıwda, jarıqlardıń ólshemlerin, qalınlıqlardı ólshewde h.t.b. kennén paydalanıladi. Ultraseslerdi paydalanıwdın bir qatar túri usı ultraseslerdin ózleri tarqalatuǵın ortalıqta payda etetuǵın mexanikalıq tási menen baylanıslı. Sonın menen bir qatarda, ultraseslerdin járdeminde metallardıń betlerin xám basqa da materiallardın betlerin qayta islewge boladı. Mısalı: tesiklerdi tesiw, detallardı tazalaw h.t.b. operaciylardı orınlaw múmkin. Ultrasesler kóp sanlı fizikalıq-ximiyalıq processlerge hám ximiyalıq reaksiyalardıń júriwine tásir etedi.

§ 119. Ses tolqınlarının shaǵılısıwı hám jutılıwı. Ulıwma aytqanda, ses tolqını eki ortalıq arasındağı shegaraǵa jetkende onın bir bólimi shegarada shaǵılısadı, al qalğan bir bólimi ekinshi ortalıqqa sinip, tarqalıwın dawam etedi. Tolqın sol ekinshi ortalıqta tarqalǵanda terbelis energiyasınıń energıyanın basqa túrlerine aylanıwının sebebinen hálsireydi.

Ses tolqınlarının shaǵılısıwı menen jutılıwı olardıń jabıq imaratlardın ishindegi tarqalıwında ayırıqsha áhmiyetke iye. Auditoriyalardı, koncert zalların, teatrlardı proektlewde ses tolqınlarının diywallardan, tóbeden h.t.b. kóp ret shaǵılısıwının múmkinshiligin esapqa alıw zárúrli. Bul shaǵılısıwlardın bar bolıwı imarattın akustikalıq qásiyetlerin anıqlaydı.

Házirgi waqıtta texnikanın *arxitekturalıq akustika* dep atalatuǵın texnikanın ayırıqsha tarawı payda boldı.

Ortasha úlkenliktegi imaratlarda ses tolqınları energiyasın esitiliw shegarasına shekem kemeygenge shekem diywallar menen tóbede bir neshe júzlegen ret shaǵılısadı. Ulken imaratlardağı sestin deregi óshirilgennen son da shaǵılısqan tolqınlardıń bar bolıwının esabınan bir neshe sekund dawamında seslerdin esitilip turıwı múmkin. Júdá ástelik penen sóniw imarattın akustikalıq qásiyetlerin jamanlastıradı, hádden tıs "shuwıldını" payda etedi, bir pútin kontekstin hár bir jana bólimi (mısalı: sózdin hár bir jana buwını) ele sónip úlgermegen aldındı terbelisler menen qabatlasadı. Akustikalıq kóz qarastan qaraǵanda shaǵılısqan nurlardıń júdá tez sóniwi de paydalı emes - imarattın ishindegi sesler dım ázzi hám "ızınsız, duwıssız, gún" seske aylanadı. Sóniwdin belgili bir optimallıq shaması bar.

Ádette, imarattın akustikalıq qásiyetlerin esaplawda *ses energiyasınıń qansha waqıttın ishinde dáslepki shamasının millionnan birine ten úlesine shekem* ($W = 10^{-6}W_0$) *kishireyetuǵınlıǵı esaplap shıǵıladi*; bul waqıt *reverberaciya waqıtı* dep ataladı.

Hár qıylı jıyilikke iye bolğan tolqınlardıń sóniwiniń hár qıylı bolğanı ushın reberberaciyanı 512

gc jiyiligi ushın anıqlaw qabıl etilgen. Imaratlar ushın optimallıq reberberaciya waqtı hár qıylı boladı: mısalı, koncert zalları, auditoriyalar h.b. ushın optimallıq reberberaciya waqtı 1 sek shamasındaǵı waqt bolıp tabıladı.

Imarattın ishindegi sestin energiyasınıń baslanǵısh momenttegi tıǵızlıǵın W_0 , hár shaǵılısıw processindegi orın alatuǵın jutılıwdaǵı jutılıw koefficientnıń shamasın α arqalı belgileybiz; waqtın bir birliǵi ishindegi shaǵılısıwların sanı n bolsın. Bunday jaǵdayda energiyanın tıǵızlıǵının dt waqt ishindegi kemeyiwı dW ushın

$$dW = -\alpha n W dt$$

anlatpası orınlı boladı.

Bul anlatpanı bılayınsha jazamız:

$$\frac{dW}{W} = -\alpha n dt.$$

Óz gezeginde, bul anlatpanı

$$d(\ln W) = -d(\alpha n t)$$

túrinde jazıw múmkin.

Bizin bir neshe ret kórsetip ótkenimizdey, eger eki shamanın differencialları ten bolsa, onda sol shamaların ózleri bir birinen tek addetiv turaqlı shamaǵa ǵana ayırmaǵa iye bolıwı múmkin:

$$\ln W = -\alpha n t + C. \quad (1)$$

Biz qoyǵan shártke baylanıslı, waqt ushın $t = 0$ tenligi orınlanǵanda $W = W_0$ tenligi orınlı boladı. Demek:

$$C = \ln W_0.$$

Onda, (1)-tenlikti bılayınsha jazamız:

$$\ln \frac{W}{W_0} = -\alpha n t,$$

Bunnan:

$$W = W_0 e^{-\alpha n t} \quad (2)$$

tenliginin orınlı bolatuǵınlıǵına kóz jetkeremiz. Solay etip, sestin energiyasınıń tıǵızlıǵı waqtın ótiwi menen eksponentiallıq nızam boyınsha kemeyedi eken.

Tolqın barlıq baǵıtlarǵa birdey bolıp tarqaladı dep boljayıq. Bunday jaǵdayda itimallıq teoriyası boyınsha ses tolqınıńın 1 sek ishindegi shaǵılısıwların sanın esaplawǵa boladı hám ótkerilgen esaplawlar mınaday nátiyjeni beredi:

$$n = \frac{vS}{4V}.$$

Bul qatnasta v arqalı sestin tezligi, S arqalı ójirenin ishın beti, V arqalı ójirenin kólemi belgilengen. n nin bul shamasın (2)-anlatpaǵa qoyamız:

$$W = W_0 e^{-\alpha \frac{vS}{4V} t}. \quad (3)$$

Bunnan sestin sóniwinin geometriyalıq faktorlar bolǵan S hám V shamalarınan basqa jutılıw koefficienti α dan da ǵárezli ekenligin anǵarıwǵa boladı.

Reverberaciyanın waqtın anıqlaw ushın (3)-anlatpada

$$\frac{W}{W_0} = 10^{-6}$$

tenligi orınlanadı dep esaplaymız. Bunday jaǵdayda

$$t = -\frac{4V}{\alpha v S} \ln 10^{-6}.$$

Bul anlatpadaǵı tezlik v nın ornına sestin hawadaǵı tezligin qoyamız:

$$t = 0,163 \frac{V}{\alpha S}. \quad (4)$$

Tómendegi XXII keste 512 gc jiyilikdegi ses ushın ayırım materiallar ushın jutılıw koefficientinin mánisleri keltirilgen.

XXII keste. SHaǵılısqandaǵı ses tolqınların jutılıw koefficientleri

Materiallar	α

Beton	0,015
Sıbalğan gerbish diywal	0,025
Ağash qutının üstindegi hák	0,034
Gilem	0,2
Kiyiz	0,78

XXII kestden hár qıylı materiallar ushın jutılıw koefficienti α nın mánislerinin hár qıylı ekenligin kóriwige boladı. Beton ushın α shamasının mánisinin kishi bolıwının sebebinen beton polğa hám diywallarğa iye bolğan ójirelerdin ishindegi "jangırıqlar" orın aladı. Gilemler, perdeler hám basqalar ushın α nın mánisinin salıstırmalı úlken bolıwı diywallarına gilem hám perdeler tutilğan jaylardın ishinde seslerdin tez sóniwine sebep boladı.