

С. Э. ФРИШ хәм А. В. ТИМОРЕВА

УЛЫҰМА ФИЗИКА КУРСЫ

ТОМ I

**МЕХАНИКАНЫҢ ФИЗИКАЛЫҚ ТИЙКАРЛАРЫ
МОЛЕКУЛАЛЫҚ ФИЗИКА
ТЕРБЕЛИСЛЕР ХӘМ ТОЛҚЫНЛАР**

Он биринши басылым, стереотиплик

**Россия Федерациясының Жоқары хәм орта арнаўлы билим министрлиги тәрәпинен
мәмлекетлик университетлер ушын оқыўлық сыпатында усынылған**

МАЗМУНЫ

- § 1. Физика: оның мазмұны, басқа илимлер хәм техника менен байланысы.
- § 2. Физикалық ызаамлар.
- § 3. Өлшем бирликлери.

БИРИНШИ БӨЛИМ

МЕХАНИКАНЫҢ ФИЗИКАЛЫҚ ТИЙКАРЛАРЫ

I бап. Кинематика

- § 4. Улыўмалық ескертиўлер.
- § 5. Туўры сызықлы тең өлшеўли қозғалыс.
- § 6. Туўры сызықлы тең өлшеўли емес қозғалыс.
- § 7. Тең өлшеўли өзгеретуғын туўры сызықлы қозғалыс. Тезлениў.
- § 8. Ықтыярлы туўры сызықлы қозғалыстағы тезлениў.
- § 9. Тезлик пенен тезлениў векторлар сыпатында.
- § 10. Иймек сызықлы қозғалыс.
- § 11. Иймек сызықлы қозғалыстағы тезлениў.
- § 12. Қатты денениң кинематикасы. Мүйешик тезлик хәм тезлениў.
- § 13. Мүйешлик тезлик вектор сыпатында.

II бап. Динамика

- § 14. Ньютонның биринши ызаамы.
- § 15. Ньютонның екнши ызаамы. Күш хәм масса.
- § 16. Сүйкелис күшлери.
- § 17. Қозғалыс муғдары. Күштиң импульси.
- § 18. Күш пенен массаның бирликлери. Мысаллар.
- § 19. Механикалық салыстырмалық принципи.
- § 20. Ньютонның үшінши ызаамы. Қозғалыс муғдарының сақланыўы.
- § 21. Иймек сызықлы қозғалыста тәсир ететуғын күшлер.
- § 22. Тезлениўши системалар. Инерциялық күшлер.
- § 23. Салмақ күшиниң орынның кеңлигинен фәрезлилиги.
- § 24. Кориолис күшлери.

III бап. Жумыс хәм энергия

- § 25. Жумыс хәм энергия.

- § 26. Механикалық системаның кинетикалық энергиясы.
- § 27. Механикалық системаның потенциаллық энергиясы.
- § 28. Механикалық системаның энергиясының сақланыуы және өзгеріуі заңы.
- § 29. Энергияны графиктің көмегімен көрсетуі.
- § 30. Өлшемдер формулалары.
- § 31. Классикалық механиканың қолданылуы шектері.

IV бап. Тартылыс күштері

- § 32. Тартылыс күштері.
- § 33. Инерциялық және тартылушы массалар. Салмақ күшінің жұмысы.

V бап. Қатты дененің қозғалысы

- § 34. Қатты дененің қозғалысы.
- § 35. Қатты дененің айналуы. Күш моменті және инерция моменті.
- § 36. Базы бір күштердің инерция моменттері.
- § 37. Қозғалыс мұғдарының моменті.
- § 38. Гироскоптар.
- § 39. Айналушы қатты дененің кинетикалық энергиясы.

VI бап. Сұйықтықтың қозғалысы

- § 40. Идеал сұйықтықтың қозғалысы. Ағыстың сызықтары және трубкалары.
- § 41. Ағылушы сұйықтық үшін қозғалыс мұғдарының сақланыу заңын қолдануы.
- § 42. Жабысқақ сұйықтықтың қозғалысы.

ЕКІНШІ БӨЛІМ

МОЛЕКУЛАЛЫҚ ФИЗИКА

VII бап. Газдар

- § 43. Заттың құрылысының атомдық-молекулалық теориясы.
- § 44. Бойль-Мариотт және Гей-Люссак заңдары. Температураның анықтамасы.
- § 45. Идеал газдардың қал теңдемесі. Газдардың тығыздығы.
- § 46. Газдардың кинетикалық теориясының тейкарғы көріністері.
- § 47. Газдардың араласпаларындағы парциалдық басымдар.
- § 48. Газдың ишкі энергиясы. Еркінлік дәрежелерінің саны.
- § 49. Газдардың жыллылық сыйымдылығы.
- § 50. Максвеллдің тезіктердің тарқалуы заңы.
- § 51. Бөлекшелердің бейіклік бойынша тарқалуы.
- § 52. Авогадро санын анықтау.
- § 53. Молекулалардың еркін жүріу жолының ұзындығы.
- § 54. Молекулалық дәстелер менен өткерілген тәжірибелер.
- § 55. Газдардегі транспорт құбылыстары. Диффузия.
- § 56. Ишкі сүйкеліс және газдардың жыллылық өткізгішлігі.
- § 57. Газдардегі төменгі температуралардағы жыллылық өткізгішлік және ишкі сүйкеліс.
- § 58. Төменгі басымдарды алу және өлшеу.
- § 59. Газдардың жүде төменгі басымдардағы қасиеттері.
- § 60. Хақықый газдар. Ван-дер-Ваальс теңдемесі.
- § 61. Ван-дер-Ваальстің дүзетіулерінің характерін дәлірек есепке алуы.
- § 62. Ван-дер-Ваальс изотрмалары. Заттың критикалық қалы.
- § 63. Критикалық шамаларды анықтау. Келтірілген шамалардағы теңдеме.
- § 64. Хақықый газдың ишкі энергиясы. Джоуль-Томсон эффекті.
- § 65. Газдарды сұйылтауы.

VIII бап. Термодинамиканың тейкарлары

- § 66. Процесслерди молекулалық-кинетикалық хәм энергиялық тәрийиплеў.
- § 67. Алып берилген жыллылық пенен жұмыстың эквивалентлиги.
- § 68. Термодинамиканың биринши басламасы.
- § 69. Айланбалы процесслер (цикллар).
- § 70. Адиабаталық процесслер. Адиабатаның теңлемеси.
- § 71. Газдың көлеми адиабаталық хәм изотрёмалық өзгергендеги исленген жұмыс.
- § 72. Термодинамиканың екінши басламасы.
- § 73. Карно цикли. Жыллылық машинасының пайдалы тәсир коэффициенти.
- § 74. Техникалық цикллар.
- § 75. Қайтымлы хәм қайтымлы емес процесслер.
- § 76. Термодинамиканың екінши басламасының статистикалық мәніси.
- § 77. Клаузиус теңсизлиги. Энтропия.

IX бап. Сұйықлықлардығы Молекулалық құбылыстар

- § 78. Сұйықтың құрылысы. Молекулалық басым.
- § 79. Бет керими.
- § 80. Сұйықтың иймейген бети астындағы басым.
- § 81. Сұйықтың қәлеген формаға ийе бетинің астындағы басым.
- § 82. Сұйық пенен қатты денениң шегарасындағы құбылыстар. Капиллярлық.
- § 83. Тамшының сұйықтың бетіндегі ағыуы. Мономолекулалық пленкалар.
- § 84. Сұйықлардың пұланыуы.
- § 85. Еритпелер. Осмослық басым.
- § 86. Майысқан беттің астындағы хәм еритпенің үстіндегі тойынған пұллардың басымы.

X бап. Қатты денелер

- § 87. Кристаллық хәм аморф денелер.
- § 88. Кристаллық пәнжерениң энергиясы.
- § 89. Қатты денелердің деформациясы.
- § 90. Серпимлик хәм беккемлик шеклери. Эластик деформациялар.
- § 91. Қатты денелердің кристаллық структурасы көз-қарасы бойынша деформация.
- § 92. Қатты денелердегі жыллылық қозғалыстары. Қатты денелердің кеңейиуі.
- § 93. Қатты денелердің жыллылық сыйымлығы.
- § 94. Қатты денелердің балқыуы хәм пұланыуы.
- § 95. Сұйықлардың квазикристаллық құрылысы.
- § 96. Қатты денелердегі газлардың абсорбция хәм адсорбциясы.

ҮШИНШИ БӨЛИМ

ТЕРБЕЛИСЛЕР ХӘМ ТОЛҚЫНЛАР

XI бап. Гармоникалық тербелмели қозғалыс

- § 97. Гармоникалық тербелис.
- § 98. Гармоникалық тербелмели қозғалыстағы тезлик пенен тезлениуі. Мысаллар.
- § 99. Гармоникалық тербелмели қозғалыстың энергиясы.
- § 100. Бир тұйрының бойынша жүретуғын тербелислерді қосыу.
- § 101. Бир бирине перпендикуляр болған тербелислерді қосыу.
- § 102. Сөнийи тербелислер.
- § 103. Мәжбүрий тербелислер.
- § 104. Гармоникалық емес тербелмели процесслерді гармоникалық тербелислердің жәрдемінде көрсетиу.
- § 105. Тербелмели процесслерді комплексли санлардың жәрдемінде көрсетиу.

XII бап. Толқынлар

- § 106. Серпимли орталықтағы толқынлардың тарқалыуы.
- § 107. Гюйгенс принципі.
- § 108. Толқын теңлемесі.
- § 109. Толқынлардың интерференциясы.
- § 110. Тұрғын толқынлар.
- § 111. Серпимли орталықтағы тербелісдердің тарқалыуының динамикасы.
- § 112. Толқынның энергиясы.
- § 113. Доплер қубылысы.
- § 114. Группалық тезлік.

XIII бап. Акустикалық тербелісдер

- § 115. Сес толқынлары және олардың тарқалыуы.
 - § 116. Сес толқынларының интерференциясы.
 - § 117. Сеслердің қабыл етілуі.
 - § 118. Сеслердің деректері. Ультрасеслерді алу.
 - § 119. Сес толқынларының шағылсыуы және жұтылуы.
- Алфавиттік көрсеткіш.

КИРИСИҰ

§ 1. Физика: оның мазмұны, басқа илимдер және техника менен байланысы. Физика басқа табиғий илимдер менен бір қатарда биздің қоршап тұрған материалдық дүниенің объектив қасиеттерін үйренеді. Әйемгі грек тилинде φυσική ямаса φύσις табиғат мәнісіне ийе.

Физика материяның қозғалысының ең ұлыма формаларын (механикалық, жыллылық, электромагниттік қ.т.б.) және олардың бір бирине айланыуын изерттейді. Физика үйренетуын қозғалыстың формалары қозғалыстың барлық жоқарғы және ең құрамалы болған қозғалыстың формаларында (химиялық, биологиялық процеслерде қ.б.) қатнасады, олардан айрымайды және оларды қеш қандай жоллар менен жоқ етіуге болмайды. Мысалы, физика тәрәпинен ашылған пүткіл дүниеалық тартылыс нызамына химиялық жақтан әпиұайы ямаса құрамалы, тири және жансыз болыуына қарамастан белгили болған барлық жер және аспан денелери бағынады. Физика тәрәпинен ашылған энергияның сақланыу нызамына арнаұлы химиялық, биологиялық қ.т.б. характерге ийе болыуынан ғәрезсиз барлық процеслер бағынады. Қозғалыстың жоқары, құрамалырақ болған формалары басқа илимдердің үйрениу предмети болып табылады (химияның, биологияның қ.б.).

Физика менен басқа базы бир табиғий илимлер арасындағы шегараларды кескин түрде белгилеуге болмайды. Физика менен химияның арасында кең шегаралық областлар бар: физикалық химия және химиялық физика. Ұлкен ямаса киши жеке мәселелерди шешіу үшін физикалық усыллар пайдаланылатуын билимнің областлары да айрықша болған илимлерге биригеди: мысалы, усындай жоллар менен аспан объектлериндеги физикалық қубылысларды үйренетуын астрофизика, Жердің қабығанда және атмосферасында жүзеге келетуын физикалық қубылысларды үйренетуын геофизика қәлиплести. Физикалық ашылулар басқа илимдердің раұажланыуына түртки жасады. Микроскоп пенен телескоптың ойлап табылуы биология менен астрономияның раұажланыуын тезлетти. Физиклер тәрәпинен ашылған спектраллық анализ астрофизиканың тийкарғы усылларының бирине айланды қ.т.б.

...

Адамлардың басқа да илимдердің раұажланыуына болған түрткиси сыяқлы, физиканың раұажланыуына да адамлардың талаптары түртки болды. Әйемгі

мысырлылар менен греклердің механикасы сол ұақытлардағы құрылыс хәм әскерий техникасы тәрепинен қойылған мәселелер менен тиккелей байланысly пайда болды. Тап сол сыяқлы, раўажланып атырған техника менен әскерий ислердің тәсиринде XVII хәм XVIII әсирлердеги ири илимий ашылыўлар жүз берди.

Рус физикасы менен химиясының тийкарын салыўшы М.В.Ломоносов өзиниң илимий жұмыслары күнделикли тұрмыстың табаплары менен тиккелей байланысly алып барды. Оның қатты хәм сүйық денелердің тәбиятын, оптика, метеорология, атмосфералық электр бойынша көп санлы хәм хәр қыйлы болған изертлеўлери анаў ямаса мынаў әмелий мәселелер менен байланысly болды.

XIX әсирдің басында пұў машиналарының қолланылыўы жыллылықтың механикалық жұмысқа ең утымлы түрде айландырыў ҳақкындағы мәселени шешиўди зәрүрли мәселеге айландырды. Бул мәселениң тар техникалық көз-қарас тийкарында шешилиўи мүмкин емес еди. 1824-жылы француз инженерии Сади Карно жыллылықтың жұмысқа айланыўын улыўма түрде қарағаннан кейин жыллылық машиналарының пайдалы тәсир коэффициентин ҳақыйқатында да жоқарылатыў мүмкин болды. Усының менен бирге Карноның жұмысы энергияның алып берилиўи менен айланысы ҳақкындағы улыўмалық тәлиमतтың пайда болыўының фундаменти болып табылады. Бул тәлиमत кейинирек термодинамика атамасына ийе болды. Солай етип күнделикли тұрмыста пайда болған талаплар жаңа физикалық ашылыўларға алып келеди, ал бул ашылыўлар техниканың буннан былай раўажланыўын тәмийинлейди. Биринши көз-қарас пенен қарағанда пүткиллей теориялық хәм дерексиз болған физикалық ашылыўлардың ұақыттың өтиўи менен жүдә хәр қыйлы хәм әҳмийетли техникалық қолланылыўларды табатуғыны сийрек емес.

1831-жылы Фарадей тәрепинен ашылған электромагнитлик индукция нызамы электрлик құбылысларды әмелде кең түрде қолланыўдың мүмкиншилигин жүзеге келтирди.

1869-жылы Д.И.Менделеев тәрепинен ашылған дәўирли нызам тек атомлар менен химиялық құбылыслар ҳақкындағы тәлиमतтың раўажланыўына әҳмийетли орынды ийелеп ғана қоймай, химия менен физиканың әмелий маселелериниң оғада көп санлы мәселелерин шешиўде басшылыққа алынатуғын тәлиматқа айланды.

XIX әсирдің жетписинши жыллары Максвелл электромагнит процесслердің улыўмалық теориясын дәретти. Усы теориядан келип шығып, ол электромагнит энергияның толқынлар түринде тарқалыўы мүмкин деген жуўмаққа келди. 1888-жылы Г.Герц Максвеллдің бул жуўмағының дурыс екенлигин экспериментте дәлиледи. Бир неше жылдан кейин Максвелл-Герцтиң жұмысларының нәтийжелери А.С.Попов тәрепинен радиотелеграфияны әмелге асырыў ушын пайдаланылды. Өз гезегинде, радиотехниканың раўажланыўы физиклердің алдына тәбияттың қәсийетлерин үйрениўде пүткиллей жаңа болған эксперименталлық мүмкиншиликлерди ашып берди.

А.Г.Столетовтың "актинли-электрлик" құбылысларды изертлеўлери (1888—1889 жыллары) ҳәзирги ұақытлардағы техникада кең түрде пайдаланылатуғын фотоэлектрлик эффекттиң тәбиятын анықлаўда әҳмийетли орынды ийеледи (телевидение, автоматика ҳ.т.б.).

Техника менен физиканың раўажланыў барысындағы бир бирине өз-ара тәсирине мысаллар жүдә көп санлы хәм олардың барлығын келтирип отырыўдың кереги жоқ. Тек мынадай жағдайды атап өтиўимиз керек: ҳәзирги ұақытлардағы техниканы тамырынан өзгертетуғын оғада әҳмийетли болған машқалаларға мысал ретинде Қуяш энергиясын әмелде пайдаланыў ямаса термоядролық реакциялардың есабынан энергияны алыў мәселелерин шешиў ушын физикалық құбылысларды буннан былай да терең үйрениўди талап етеди.

§ 2. Физикалық ызыамлар. Физикалық ызыамлар тәжірийбелерде алынған мағлыұматларды ұлыұмаластырыұ жолы менен ашылады хәм олардың дұрыслығы сол ызыамлар тийкарында исленген жуұмақлардың тәжірийбелердің нәтийжелери менен сәйкес келиұи бойынша тексерип көриледи. Физикалық ызыамлар физикалық қубылыслар арасындағы объектив түрдеги ишки байланысты хәм физикалық шамалар арасындағы орын алатуғын ғәрезликті аңлатады.

Көпшилик жағдайларда физикалық ызыамлардың мазмұны математикалық формада A хәм B физикалық шамаларының a хәм b санлы мәнислери арасындағы ғәрезлик сыпатында аңлатылады. Буннан физикалық ызыамлықларды табыұ ұшын физикалық шамаларды *өлшеұдің* принципиаллық жақтан әхмийети айқын болады.

Қандай да бир физикалық шаманы өлшеұ – демек, оны белгили бир түрде бир бирлик сыпатында қабыл етилген бир текли шама менен салыстырыұ болып табылады. Мысалы, базы бир денениң ұзынлығын өлшеұди биз ұзынлығы ұзынлықтың бир бирлигине тең етип сайлап алынған басқа денени избе-из қойыұ арқалы әмелге асырамыз.

Әлбетте, өлшеұдің нәтийжеси хеш ұақытта абсолют дәл болмайды; оның дәллигиниң дәрежеси өлшеұ техникасының раұажланыұынан хәм өлшеұдің қандай дәрежеде мұкыятлы түрде орынланғанлығынан ғәрезли. Сонлықтан қәлеген өлшеұдің нәтийжеси мынадай түрде берилиұи мүмкин: берилген a физикалық шамасының санлы мәниси жуұық болған a_1 хәм a_2 шамаларының арасында жайласқан; $\Delta a = a_1 - a_2$ айырмасы a шамасына салыстырғанда қаншама киши болса, A физикалық шамасы соншама дәл өлшенген болады. Тек ұсы бир мысалдан тәжірийбелердің тийкарында ашылған физикалық ызыамлықлардың абсолют дәл болмайтұғынлығы келип шығады.

Солай етип, математикалық формада физикалық шамалар арасындағы санлық байланысларды аңғартатуғын физикалық ызыамлардың абсолют дәл болмайды; барлық ұақытта да олардың дәллиги берилген ұақыттағы илим менен техниканың раұажланыұ қәддине сәйкес келеди.

Мысал ретинде, газдің берилген массасының көлеминиң турақлы температурада басымнан ғәрезлигин қараймыз.

Биз базы бир турақлы температурада $p = \frac{1}{2} \text{ at}$ басымда тұрған 8 л газ бар деп болжайық. Оған $p = 1 \text{ at}, \frac{4}{3} \text{ at}, 2 \text{ at}$ х.т.б. басым түсирийұ жолы менен басымды өзгертемиз хәм ұсы басымларға сәйкес келетуғын газдың көлемлери V ны өлшеймиз (бирдей температурадағы).

Бундай жағдайда нәтийжелери төмендеги кестеде келтирилген эксперименталлық нәтийжелерди аламыз:

Атмосфералардағы газдың басымы p	1/2	1	4/3	2	4	8
Литрлердеги газдың сәйкес көлеми	8	4	3	2	1	½

Бұл кестеден газдың берилген массасы ұшын газдың басымы p менен V көлеминиң көбеймесиниң турақлы шама болатұғынлығын көремиз:

$$pV = \text{const.}$$

Бұл нәтийже белгили болған *Бойль-Мариотт ызыамын* көрсетеди. бирақ бұл ызыам тек ғана дәлликтиң шекленген дәрежесиндеги өлшеұлердің хәм басымның шекленген интервалында табылған болып шықты. Сонлықтан, егер биз өлшеұлерди дәлирек ямаса сол өлшеұлерди жоқарырақ ямаса төменирек болған басымларда өлшесек, онда Бойль-Мариотт ызыамының дұрыс болмай шығыұын күтиўге болады. Хәқыйқатында да, дәлирек болған өлшеұлер Бойль-Мариотт ызыамынан шегиниұлердің орын алатұғынлығын көрсетеди; бұл шегиниұлер тәжірийбе өткерилген басымның интервалында киши, ал жүдә

үлкен басымдарда жүдә үлкен шегиниүйлер орын алады. Турақлы температурада газдің басымы менен температурасы арасындағы байланыстың *Ван-дер-Ваальс формуласы* деп аталатуғын формуланың жәрдемінде жақсырақ аңғартылатуғынлығын көрсетиўге болады:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = \text{const.}$$

бул формулада $\frac{a}{V^2}$ хәм b арқалы базы бир дүзетиүйлер белгиленген. Егер газдің көлеми V шамасы $\frac{a}{V^2}$ хәм b дүзетиүйлериниң шамаларына салыстырғанда үлкен болса, онда биз және $pV = \text{const}$ Бойль-Мариотт ызамаына ийе боламыз. Солай етип, Ван-дер-Ваальс формуласы газдің ҳақыйқый қәсийетин Бойль-Мариотт формуласына салыстырғанда тек ғана жақсырақ сәўлелендирип ғана қоймай, Бойль-Мариотт формуласының қандай шеклерде жеткилики жәрежеде жақсы жақынласыў болып табылатуғынлығын, ал қандай жағдайларды оны пайдаланыўға болмайтуғынлығын да көрсетеди.

Тап усындай таллаўларды физиканың басқа ызамлары ушын да, соның ишинде механикалық ызамлар ушын да ислеўге болады (4-параграфқа қараңыз).

Физикалық ызамлардың жуўық характери олардың объективлик әҳмийетин төменлетпейди: физикалық ызамлар абсолют дәл емес, бирақ материяның қәсийетлерин жуўық түрде хәм салыстырмалы дурыс аңлататуғын болса да олардың дәллигиниң дәрежеси бизди қоршаған тәбиятты билиў процессиниң барысында жоқарылайды. Илим өзиниң раўажланыўының берилген тарийхый дәўиринде ҳақыйқатлықтың жуўық түрдеги "сүүретин" береді, бирақ ўақыттың өтиўи менен бул сүүретлер жақсыланады хәм дүньяның объективлик қәсийетлерин толығырақ сәўлелендиреди ...

Физикалық ызамлардың жуўық түрдеги характерге ийе екенлигин ұмытыў, оларға абсолют дәлликте бериў хәм оларды усы ызамлардың қолланыўының мүмкин екенлиги тексерип көрилмеген областларға қолланыў жийи түрде турпайы қәтеликлерге алып келеди. Мысалы, өжире температураларына жақын болған температураларда турақлы басымдағы қәлеген газдің температурасы 1°C ға өзгергенде газдің көлеминиң 0°C температурадағы көлеминиң $1/273$ бөлиминде өзгеретуғынлығын (*Гей-Люссак ызамы*) есапка алып, биз жүдә төменги температураларға ызамсыз экстраполяциялаўдың нәтийжесинде газдің температурасын -273°C ға шекем төменлегенде газдің затының пүткиллей жоғалыўы керек деп жуўмақ шығарыўымыз керек. Ал, ҳақыйқатында, бундай төмен температураға жетемен дегенше газ Гей-Люссак ызамына бағынғанды қояды (44-параграфқа қараңыз).

§ 3. Өлшем бирликлери. Өлшем бирликлерин сайлап алыўды ықтыярлы түрде орынлаў мүмкин. Тарийхый жақтан оларды сайлап алыў әмелий характерге ийе болған пикирлер менен байланысly: мысалы, ески рус бирлиги болған "шығанақ" ямаса англиз "фут" адамның денесиниң өлшемлери менен байланысly.

XVIII әсирде француз алымлары ўақыттың өтиўи менен өзгермейтуғын ямаса жоғалмайтуғын бирликлерди пайдаланыў жолы менен "абсолют" системаны пайда етиўге тырысты. Мысалы, ұзынлықтың бирлиги сыпатында меридианның ұзынлығының $\frac{1}{40\,000\,000}$ бөлимин алыў керек деп шешти. Бирақ, усындай сызғышты соғыў қәтеликлерсиз әмелге аспайды. Тап усындай қыйыншылықларға басқа да "абсолют" бирликлер дуўшар болды. Сонлықтан, XIX әсирдің ақырынан баслап бирликлерди үлги (эталон) денелердің жәрдемінде анықлай баслады. Мысалы, ұзынлықтың бирлиги *метр* Халық аралық өлшемлер хәм салмақлар бюросында сақланатуғын иридийли платинадан соғылған сызғыштағы еки сызықтың арасындағы қашықлық сыпатында анықланды. Бирақ, ҳәзирги ўақытлары белгили бир дәрежеде "аралас" система пайдаланылады. Бундай системада бирликлердің бир бөлими эталон денелер бойынша, ал екиншилери қайтадан тикленетуғын физикалық қубылыслардың жәрдемінде анықланады. Солай етип, 1960-

жылы өткерілген Халық аралық конференцияда қабыл етилген **бирликлердің халық аралық системасында** (қысқаша SI) ұзынлықтың бирлиги (*метр*) сыпатында криптон 86 (^{86}Kr) ның қызғалт-сары сызығының жақтылық толқынының бослықтағы 1 650 763,73 дана толқын ұзындығы жайласатуғын ұзынлық қабыл етилди (III томға қараңыз):

$$1\text{ м} = 1\,650\,763,73\lambda(^{86}\text{Kr}).$$

Усындай жоллар менен анықланған метр эталон сызғыштағы еки сызық арасындағы ески метрге жүдә жақын. Бирақ ески метрге салыстырғанда ол артықмашлыққа ийе: оның жоғалыуы ямаса бузылыуы мүмкин емес, ұақыттың өтиуі менен эталонлық сызғыштың ұзындығы материалының "қартайыуы" менен өзгериске ушырауы мүмкин, бирақ жаңа метрдің шамасы өзгермейди. Қандай да бир ұзынлықты 86 криптонның қызғылт-сары сызығының толқын ұзындығы менен барлық ұақытта қайта-қайта салыстырыуға болады.

Метрлердің жүдә көп саны менен аңлатылатуғын ұзынлықтарды ямаса метрден дым киши болған ұзынлықтарды өлшеуде ұзынлықтың бирлиги болған метрден пайда етилген басқа да бирликлер – онлық системадағы метрлер қолланылады:

$$1\text{ км} = 1\,000\text{ м}; 1\text{ см} = \frac{1}{100}\text{ м}; 1\text{ мм} = \frac{1}{1000}\text{ м};$$

$$1\text{ микрон (қысқаша мк)} = \frac{1}{1000}\text{ мм ге тең қ.т.б.}$$

Халық аралық бирликлер системасында массаның бирлиги сыпатында Халық аралық өлшемлер хәм салмақлар бюросында сақланып тұрған *килограмм* (қысқаша *кг*) деп аталатуғын иридийли платинадан соғылған денениң массасы пайдаланылады. Килограммның массасы 1000 см^3 таза сүүдың 4°C температурадағы массасына жақын. Килограммнан үлкен хәм киши болған бирликлер де онлық система бойынша орнатылады:

$$1\text{ тонна} = 1\,000\text{ кг}; 1\text{ г} = \frac{1}{1000}\text{ кг қ.т.б.}$$

Ұақыттың бирлиги сыпатында 1900-жыл 1-январь күнги тропикалық жылдың ұзындығының $\frac{1}{31\,556\,925,9747}$ үлесине тең ұақыт қабыл етилген. Тропикалық жыл деп Қуяштың бир биринен соңғы еки бәхәрги күн теңлесіу нокаты арқалы өтиуінің арасындағы ұақытқа айтады (Қуяштың эклиптика бойынша көзге көринетуғын қозғалысындағы). Солай етип, ұақыттың бирлиги Жердің Қуяштың дөгерегиндеги айланыу ұақыты менен байланысly. Бұл бирлик *секунд* атамасына ийе.

Басқа қәлеген физикалық шама ушын өзинің меншикли, ұлыуа айтқанда ықтыярлы түрде сайлап алынған өлшеу бирликлери қабыл етилген. Мысалы, майданның бирлиги сыпатында сайлап алынған ұзынлықтың бирлигине хеш қандай қатнасықсыз, қәлеген берилген денениң майданын қабыл етиуге болар еди. Бирақ, бирликти усундай етип сайлап алыу жүдә қолайсыз. Сонлықтан, мысалы, майданның бирлиги сыпатында қапталының ұзындығы бир бирликке тең квадраттың майданын сайлап алады. Басқа физикалық шамалар менен де тап усундай қатнас жасалады. Олар ушын белгиленген шамалар арасында ызамлық байланыслар тийкарында өлшеу бирликлери белгиленеди.

Бұл жағдайды мысал менен түсиндиремиз. Мейли, тығызлық деп аталатуғын физикалық шаманың өлшеу ушын бирликти сайлап алыу талап етилетуғын болсын. Тығызлық d хәққында гәп еткенде берилген бир текли дене ушын тән болған хәм ұсы денениң массасы m ге түүры пропорционал хәм оның көлеми V ға кери пропорционал болған физикалық шаманы түсинемиз. Сонлықтан тығызлық d ның сан мәниси

$$d = k \frac{m}{V} \quad (1)$$

формуласының жәрдемінде есапланады. Бұл аңлатпада k арқалы мәниси d, m хәм V шамалары өлшенген бирликлерден ғәрезли болған санлы коэффициент белгиленген.

m хәм V ның алдын ала белгиленген өлшеу бирликлерине ийе болыу менен, биз k ның базы бир анық болған мәнисінде (1)-теңдик орынланған жағдай ушын тығызлықтың

бирлигин сайлап ала аламыз. Әдетте, қарау үшін жаңадан киргизилип атырылған физикалық шаманың бирлигин табыу үшін $k = 1$ деп болжау керек. Бундай жағдайда (1)-формула

$$d = \frac{m}{V} \quad (2)$$

түрине ийе болады хәм бұл формуланың санлық жақтан ақланыуы үшін тығызлықтың бирлиги ретинде массаның бирлиги бирлик көлемди ийелейтуғын денениң (бундай денениң табиятта бар ямаса жоқ екенлигинен ғәрезсиз) тығызлығын сайлап алыу керек.

Тап ұсындай жоллар менен басқа да физикалық шамалардың өлшем бирликлери қабыл етиледі.

Бирликлердин Халық аралық системасында тийкарғы бирликлер сыпатында төмендегидей алты бирлик қабыл етилген:

ұзынлықтың бирлиги — 1 метр (1 м),

массаның бирлиги — 1 килограмм (1 кг),

ұақыттың бирлиги — 1 секунд (1 сек),

температураның бирлиги — Кельвиннің 1 градусы Кельвина (1°K) (44-параграфқа қараңыз),

тоқ күшиниң бирлиги — 1 ампер (1 а) (II томға қараңыз),

жақтылық күшиниң бирлиги — 1 шам (1 шам) (III томға қараңыз).

Басқа шамалардың өлшем бирликлери ұсы шамаларды тийкарғы шамалар менен байланыстартуғын физикалық нызамлықлардың тийкарында келтирип шығарылады. Механикада тийкарғы бирликлер сыпатында үш шаманың бирликлеринен пайдаланыу жеткилики — ұзынлықтың, массаның хәм ұақыттың. Жоқарыда айтылғандай, Халық аралық системада бұл бирликлер сыпатында метр, килограмм, секунд қабыл етиледі. Қыска түрде бұл системаны SI-системасы деп атайды.

Бирақ, тийкарғы бирликлерди басқаша сайлап алыу жолы менен басқа системаларды да қурыуға болады. Мысалы, физикада CGS-система деп аталатуғын кең пайдаланылады. Бұл системада тийкарғы бирликлер сыпатында төмендегилер қабыл етилген:

ұзынлықтың бирлиги — 1 сантиметр (1 см),

массаның бирлиги — 1 грамм (1 г),

ұақыттың бирлиги — 1 секунд (1 сек).

Көринип тұрғанындай, CGS системасы халық аралық системаға (SI) есели болып табылады.

Усының менен бирге, *техникалық система* деп аталатуғын система қолланылады. Бундай системада тийкарғы бирликлер сыпатында ұзынлықтың (1 м), ұақыттың (1 сек) хәм күштиң бирликлери қабыл етилген. Күштиң бирлиги сыпатында Жер шарының массасы 1 кг болған денени теңиздин қәддинде 45° кеңликте тартатуғын күш қабыл етилген. Күштиң бұл бирлиги килограмм-күш деп аталады (қысқаша 1 кГ түрінде белгиленеди, 17-параграфта толығырақ қараңыз). Солай етип бирликлердин техникалық системасында тийкарғы бирликлер мыналардан ибарат:

ұзынлықтың бирлиги — 1 метр (1 м),

күштиң бирлиги — 1 килограмм-күш (1 кГ),

ұақыттың бирлиги — 1 секунд (1 сек).

БІРІНШІ БӨЛІМ

МЕХАНИКАНЫҢ ФИЗИКАЛЫҚ ТИЙКАРЛАРЫ

I БАП КИНЕМАТИКА

§ 4. Улыўма ескертиўлер. Механика денелердиң ямаса олардың бир бөлиминиң екинши бөлиmine салыстырғандағы орын алмастырыўынан туратуғын материяның қозғалысының ең әпиўайы формасы ҳаққындағы тәлимат болып табылады.

Механика, илимнің барлық қалған бөлимлери сыяқлы, өзиниң қағыйдаларын тәжирийбелерде алынған мағлыўматлардың тийкарында белгилейди. Орын алмасыўлар үстинде исленетуғын тәжирийбелер ең әпиўайы тәжирийбелердиң қатарына киреди. Адам орын алмасыўларды өзиниң күнделикли турмысында, қалеген өндириллик процесслерде бақлайды. Буннан механикалық көринислердиң *көргизбели* екенлиги келип шығады. Механиканың тәбийий илимлердиң арасында ең биринши болып раўажланыўы усы жағдай менен түсиндириледі. Механиканың тийкарғы ызымлары белгилі бир дәрежеде Галилей (1564—1642), ал ең ақырғы түрде Ньютон (1642—1727) тәрәпинен келтирип шығарылды. Көп жыллар даўамында Петербург Илимлер академиясында ислеген Леонард Эйлер (1707—1783) биринши болып механиканың ызымларына аналитикалық түр берди ҳәм оның раўажланыўында жүдә үлкен орынды ийеледи. Бирақ, "*классикалық*" деп аталатуғын Галилей-Ньютонның механикасы қозғалыслардың шекленген типин, атап айтқанда өлшемлери адамның өлшемлери менен салыстырарлықтай (ылақтырылған тас) ямаса оған салыстырғанда дым үлкен болған денелердиң (планеталардың қозғалысы) жүдә үлкен болмаған тезликлер менен қозғалысларын бақлаўдың нәтийжесинде пайда болды. Буннан классикалық механиканың жуўық характерге ийе екенлиги келип шығады. Илимнің буннан кейинги раўажланыўы классикалық механиканың тезлиги жақтылықтың тезлигинен киши болған көп санлы атомлардан туратуғын денелер (*макрокопиялық денелер*) ушын ҳақыйқатлыққа жүдә әжайып жақынласыў екенлигин көрсетти. Кейинирек данышпанлардың бири былай жазды: "... механика әстелик пенен жүретуғын ҳақыйқый қозғалыслардың сүўрети болып табылады, ал физика болса гигант тезликлердеги ҳақыйқый қозғалыслардың сүўрети".

Жақтылықтың тезлиги менен салыстырарлықтай тезликлер менен қозғалатуғын макрокопиялық денелердиң қозғалыс ызымлары Эйнштейн тәрәпинен ашылған салыстырмалық теориясы менен бериледи.

Айырым атомлар менен элементар бөлекшелердиң (*микрокопиялық денелердиң*) қозғалысына өткенде классикалық механиканың ызымлары дурыс болыўдан қалады¹⁸. Микрокопиялық денелердиң қозғалыс ызымлары *квантлық механика* деп аталатуғын механиканың жәрдемінде табылады. Төменде биз классикалық механиканың пайдаланылыў шегараларын беремиз, ал ҳәзирше гәп макрокопиялық денелердиң жақтылықтың тезлигинен киши болған тезликлер менен қозғалысы ҳаққында баратыр деп болжаймыз.

Механикалық қубылыслардың жақсы таныс болыўы ҳәм олардың көргизбелилиги, соның менен бирге механикалық көз-қараслар тийкарында базы бир физикалық

¹⁸ Бул жерде "микрокопиялық" сөзи бөлекшени микроскоптың жәрдемінде көриўге болмайды дегенди аңғартпайды. Бул сөз элементар бөлекшелерге – электронларға, протонларға ҳ.т.б. ямаса оншама көп болмаған элементар бөлекшелерден туратуғын бөлекшелерге, мысалы, атомға ямаса молекулаға тийисли.

қубылыстарды түсіндіріудеги жетіскенліктер (мысалы сес тербелістерін түсіндіріудеги) XIX ғасырда көп санлы физиктер үшін қандай да бір қубылысты *түсіндіріу* оны механикалық қубылыстарға алып келіуді аңғартты. Бұндай көз-қарас философиялық *механикалық материализмге* сәйкес келді. Бірақ физиканың бұннан кейінгі барлық раужланыуы, соның ішінде жақтылық және электр жаққындағы тәліматтардың раужланыуы көп қубылыстардың өзлерінің ызымдарын бағынатуғынлығын және оларды қозғалыстың ең әпидіайы түрдегі түрі болған механикалық қозғалысқа алып келіуге болмаітуғынлығы белгілі болды.

...

Механикалық қозғалыстардың түрлерінің көп және жеткілікті дәрежеде құрамалы характерге иіе болуы мүмкін. Сонлықтан механика жақыйқый қозғалысты әпидіайы қозғалыстарға бөледі, ал оларды үйреніп болғаннан кейін қайтадан құрамалырақ болған қозғалыстарға өтеді. Механикалық қозғалыстың ең әпидіайы түрі материаллық нокат деп *аталатуғын нокаттың* қозғалысы болып табылады. Механикада *материаллық нокат* деп өлшемлері менен формасын берілген мәселеден алып таслауға болатуғын денеге айтады. Мәселенің қойылуына байланысты бір дененің материаллық нокат ямаса шеклік өлшемлерге иіе деп қаралуы мүмкін. Мысалы, артиллерия снарядының ушыу мәселесін қарағанда бірінші жақынласуыда оның формасы менен өлшемлерін есапқа алмауға және снарядты материаллық нокат деп қаралуға болады. Бірақ, егер ушыудың барысында снарядтың қозғалысына жауаның тәсірін және оның ушыудың барысында айланыуын есапқа алу керек болса, онда біз снарядты материаллық нокат деп қаралу хуқықынан айрыламыз: оның формасын, өлшемлерін х.т.б. факторларды есапқа алуымыз керек болады. Усының менен бір қатарда астрономлар Жер шарының Қуяштың дегерегіндегі айланыуын қарағанда Жер шарын материаллық нокат деп қарай алады.

Механикалық қозғалыстың әпидіайы орын алмастыруы екенлігі анықламасынан, сол орын алмастыруыдың тек қандай да бір материаллық денелерге *салыстырғанда* жүзеге келетуғынлығы келіп шығады. Сонлықтан, қандай да бір дененің қозғалысын тәріііплеу мүмкіншілігін алу үшін ең дәслеп ұсы дененің қандай денеге салыстырғанлағы (ямаса бір биріне салыстырғанда қозғалмай тұрған денелерге салыстырғандағы) қозғалысын есаплап атырғанлығымызды биліп алуымыз керек. Бұл дене (ямаса денелердің топары) *есаплау системасын* пайда етеді. Солай етіп, хәр бір қозғалыстың белгілі болған қандай да бір есаплау системасына салыстырғанда қаралуы керек. Хәр қандай жағдайларда есаплау системасының хәр қыйлы жоллар менен сайлап алынуы мүмкін, бірақ тек ғана есаплау системасын қатаң түрде сайлап алып, біз берілген қозғалысты анық түрде тәріііптей аламыз. Мысалы, қандай да бір предметті ылақтырып, оның қозғалысын өжіреге салыстырғанда тәріііптей мүмкін. Бұл жағдайда есаплау системасы хызметін дійуаллар, пол ямаса өжіренің басқа да бөлімлері атқарады. Бірақ, біз сол дененің Қуяшқа ямаса басқа бір жұлдызға салыстырғандығы қозғалысын да қарай аламыз. Тек ғана біздің предметіміздің қайсы денеге салыстырғандағы қозғалысын қарайтуғынымызды алдын-ала белгілеп алуымыз шәрт.

Әмелде, қозғалысты тәріііптей үшін оны есаплау системасы, қандай да бір координаталық система (мысалы, әдеттегі тууры мүйешлі координаталар системасы) менен байланыстыруымыз керек. Әжіріге салыстырғандағы қозғалысты қарағанда, мысалы, координата басын өжіренің мүйешлерінің бірінде орналастыруға, ал көшерлерді дійуаллардың бағытында жайластыруға болады; соның менен бірге координаталық системасының басын Қуяшта, ал көшерлерді белгілі болған жұлдызларға қаралу жайластыруы мүмкін¹⁹. Кейінірек біз есаплау системасын *сайлап алу* жаққындағы

¹⁹ Координаталық системаны қандай да бір материаллық тутас орталық пенен

мәселени қараймыз, ал хәзирше бизге барлық ўақытта есаплаў системасы хәм оның менен байланысқан координата системасы берилген деп есаплаймыз хәм оны биз қозғалыстың характеристикасын анықлаў ушын пайдаланамыз.

Механиканы еки бөлимге бөлиў қабыл етилген: тек ғана орын алмастырыўдың ўақытқа ғарезлигин қарайтуғын *кинематикаға* хәм денелердиң қозғалыс ҳалының өзгерисине алып келетуғын олар арасындағы өз-ара тәсирлесиўди есапка алатуғын *динамикаға*.

§ 5. Туўры сызықлы тең өлшеўли қозғалыс. Материаллық ноқат деп қаралатуғын денениң OD туўрысы бойлап тең өлшеўли орын алмасыўға алып келинетуғын қозғалысын қараймыз (1-сүўрет).

Қәлеген берилген t ўақыт моментинде қозғалыўшы дене базы бир A ноқатында жайласады хәм оның орнын есаплаўдың басы деп шәртли түрде сайлап алынған O ноқатынан баслап есапланған s кесиндисиниң жәрдемінде анықлай аламыз. Әлибетте, s тиң шамасы ўақыттың өтиўи менен өзгереді. Егер басланғыш моментте ($t = 0$) дене O ноқатында жайласқан болса, онда s кесиндиси ҳақыйқатында туўры сызықлы қозғалатуғын денениң *жолына* сәйкес келеди. OXYZ координаталық системасын өткерип денениң хәр бир моменттеги орнын оның x , y хәм z координаталары менен тәрийиплей аламыз. 1-сүўретте келтирилгендей етип координаталық системаны сайлап алған жағдайда денениң x , y хәм z координаталары жолдың координаталар көшерлерине түсирилген s_x , s_y хәм s_z проекцияларына сәйкес келеди. Солай етип, қозғалыўшы ноқаттың орнын s ўақыт t ның функциясы болған

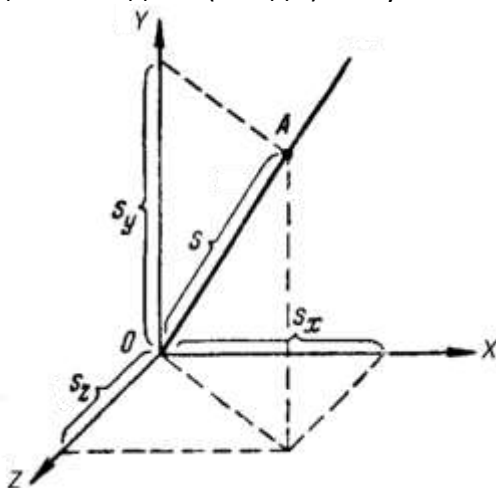
$$s = f(t) \quad (1)$$

кесиндиси менен ямаса оның ўақыттың функциялары болып табылатуғын x , y хәм z координаталарының жәрдемінде тәрийиплеймиз:

$$x = f_1(t), y = f_2(t), z = f_3(t). \quad (2)$$

Биз қарап атырған қозғалыс туўры сызықтың бойында жүзеге келетуғын болғанлықтан, оны *туўры сызықлы қозғалыс* деп атайды.

Егер қозғалыўшы дене ықтыярлы, бирақ бир бирине тең болған ўақытлар ишинде бирдей кесиндини (жолды) өтетуғын болса, онда қозғалыс *тең өлшеўли* деп аталады.



1-сүўрет.

Туўры сызықлы қозғалыста A денесиниң орны s кесиндиси менен ямаса оның координаталар көшерлерине түсирилген

s_x , s_y хәм s_z

проекциялары бойынша анықланады.

Денелер бирдей ўақыт аралықлары ишинде хәр қыйлы жолларды өтетуғын (басқа сөз бенен айтканда бирдей жоллар хәр қыйлы ўақыт аралықларында өтилетуғын) болғанлықтан қозғалыслар бир биринен айрылады. Қозғалыстағы ұсындай айырмаларды биз тезлик түсинигин киргизиў жолы менен тәрийиплеймиз. Тең өлшеўли қозғалыстың тезлиги дегенимизде, биз үлкен ўақыт аралығында денениң өтетуғын жолының

байланыстырыўға болады. Мысалы, балықтың қозғалысын ол жүзип жүретуғын сүўға салыстырғанда қараў мүмкин.

шамасының үлкен болатуғынлығын аңғартатуғын физикалық шаманы ямаса, басқа сөз бенен айтқанда берілген жолды өтиу үшін киши ұақыт талап етилетуғын физикалық шаманы түсинемиз. Солай етип, тең өлшеули қозғалыстың тезлиги v өтилген жолға түүры пропорционал хәм усы жолды өтиу үшін кеткен ұақытқа кери пропорционал шама болып табылады.

Мейли, түүры сызықлы қозғалатуғын денениң орны басланғыш t_0 ұақыт моментинде s_0 кесиндиси менен, ал t ұақыт моментинде s кесиндиси менен анықланатуғын болсын. Бундай жағдайда $t - t_0$ ұақыт моментинде дене $s - s_0$ жолын өтеди хәм тезлик v үшін математикалық аңлатпа

$$v = k \frac{s - s_0}{t - t_0} \quad (3)$$

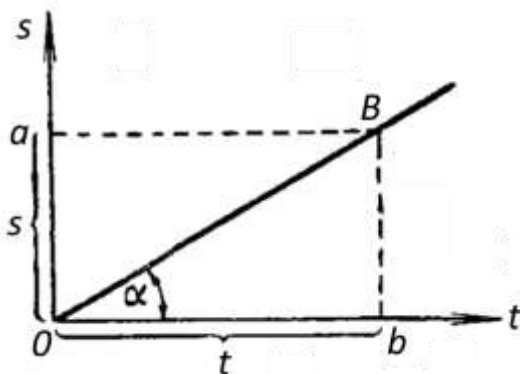
түринде жазылады. Бул аңлатпада k арқалы пропорционаллық коэффицент белгиленген. Дара жағдайда, егер $t_0 = 0$ хәм $s_0 = 0$ теңликтери орынлы болатуғын болса, онда

$$v = k \frac{s}{t} \quad (3a)$$

теңлигине ийе боламыз. Бул аңлатпада s арқалы t ұақыты ишинде өтилген жол белгиленген. Тең өлшеули қозғалыстағы тезлик тұрақлы шама болып табылады. (3)-қатнасты пайдаланып v тезликти, s кесиндисин хәм ұақыт t ны қәлеген бирликтерде өлшеуимиз мүмкин. Ал, егер k коэффицентине алдын ала белгили болған мәнис берілген болса, онда 3-параграфта көрсетип өтилген жағдайға байланыслы барлық v, s хәм t шамалары үшін өлшем бирликтерин ықтыярлы түрде алыудың мүмкиншилиги болмайды. Тек еки шама үшін ықтыярлы бирликти алған жағдайда k ның берілген мәнисинде (3)-қатнастың орынланыуы үшін үшінши шаманың бирлиги сәйкес түрде сайлап алыныуы керек. $k = 1$ деп болжап, ұсыған сәйкес (3)-формуланы

$$v = \frac{s - s_0}{t - t_0} \quad (4)$$

түринде қайта жазып, формулаға қатнасуатын еки шама үшін ықтыярлы шамаларды сайлап алыуға болады. Егер биз ұзындықтың бирлиги ретинде сантиметрди (см), ал ұақыттың бирлиги сыпатында секундты (сек) алсақ, онда биз тезликтің өлшем бирлиги сыпатында 1 сек ишинде 1 см жол өтилетуғын тезликти алыуымыз керек. Бул CGS системасындағы тезликтің бирлиги болып табылады; бирлик қысқаша $см/сек$ түринде белгиленеди. Басқа бирликтер системасында жолдың бирлиги сыпатында метр (м) ямаса километр (км), ал ұақыттың бирлиги сыпатында секундты (сек) ямаса саатты алады. Бундай жағдайда тезликтің бирликтери сыпатында сәйкес $м/сек$ хәм $км/саат$ алынады.



2-сүүрет.

Тең өлшеули қозғалыста өтилген жол s тиң ұақыт t дан ғәрезлиги OB түүрысы менен сүүретленеди.

(4)-формуладан биз

$$s = s_0 + v(t - t_0) \quad (5)$$

формуласын аламыз. $t_0 = 0$ хәм $s_0 = 0$ болған жағдайда (5)-формула

$$s = vt \quad (5a)$$

түрине енеди. Бул формулада s арқалы денениң t ұақыты ишинде өткен жолы белгиленген.

(5a) менен (1)-аңлатпаларды бир бири менен салыстырып денениң тең салмақлы қозғалысында оның жүрген жолының ўақыттың *сызықлы функциясы* болатуғынлығын көреміз.

Жолдың ўақыттан сызықлы ғәрезлигин графикалық жол менен сўүретлеўге болады. Абсцисса көшерине ўақыт t ны (2-сўүрет), ал ордината көшерине жол s ти қоямыз. (5a)-формулаға сәйкес жол s тиң ўақыт t дан ғәрезлиги координата басы арқалы өтетуғын OB тўўрысы менен сўүретленеди. Абсцисса көшеринде Ob арқалы аңлатылған кесиндиниң узынлығына тең базы бир t ўақыт аралығында дене s жолын өтеди. Бул жол графикте Oa ямаса оған тең болған bB арқалы белгиленген.

2-сўүреттен биз мынаған ийе боламыз:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{bB}{Ob} = \frac{s}{t} = v. \quad (6)$$

Демек, бизиң графигимизде v тезлиги α мўйешиниң тангенци менен сўүретленеди екен; тезлик v қаншама үлкен болған сайын OB тўўрысы t көшери менен соншама үлкен мўйеш жасайды.

§ 6. Тўўры сызықлы тең өлшеўли емес қозғалыс. Тең өлшеўли емес қозғалыста бирдей ўақыт аралықларында дене ҳәр қыйлы жолларды өтеди. Бул жағдайда қозғалыстың *орташа тезлиги* ҳаққындағы түсиникти киргизиўге болады. Берилген $t - t_0$ ўақыт аралығындағы тең төлшеўли емес қозғалыстағы орташа тезлик сол $t - t_0$ ўақыт аралығында дене $s - s_0$ жолын өтетуғын тең өлшеўли қозғалыстың тезлигине тең. Солай етип, қозғалыстың орташа тезлигин $\bar{v}$ арқалы белгилеп

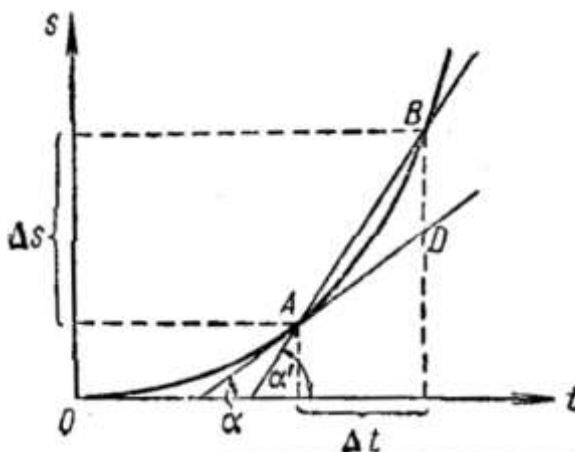
$$\bar{v} = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

аңлатпасына ийе боламыз.

$\bar{v}$ орташа тезликтің шамасы оның шамасы есапланатуғын ўақыт аралығының шамасынан ғәрезли. Сонлықтан, орташа тезлик тең өлшеўли емес қозғалыстың жеткилики характеристикасы бола алмайды. Мысалы, поезд еки станция аралығында қозғалғанда оның ұсы аралықтағы орташа тезлиги ғана емес, ал бизди поезддың жолдың айырым участкалардағы тезликтери де қызықтырады. Оның ұшын биз жолды айырым Δs участкаларына бөлемиз ҳәм ұсы участкалар арқалы өтилетуғын Δt ўақытларын өлшеймиз. Бундай жағдайда

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1)$$

шамасы жолдың берилген Δs участкасындағы орташа тезлик болып табылады.



3-сўүрет.

Тең өлшеўли емес қозғалыстың тезлиги урынбаның Ot көшери менен жасайтуғын мўйешиниң тангенци бойынша анықланады.

Егер биз қозғалыстың дәлирек болған характеристикасын алыў ұшын орташа тезлик болған $\bar{v}$ шамасын есаплаў ұшын анықланатуғын Δt ўақыт аралығын соншама киши етип

алыўымыз керек. Принципінде Δt ўақыт аралығын соншама киши етип алыўға болады, сондай ўақыт аралықлары ишиндеги қозғалысты әмелий жақтан тең өлшеўли деп есаплаўға болады. Бундай жағдайда жүдә киши ўақыт аралығындығы орташа тезлик $\bar{v}$ берилген ўақыт моментиндеги қозғалыстың жеткилики дәрежедеги характеристикасын, басқа сөз бенен айтқанда жолдың берилген ноқатындағы тезлиги v ны береді.

Солай етип, жолдың берилген ноқатындағы *тең өлшеўли емес қозғалыстың тезлиги (ямаса берилген ўақыт моментиндеги қозғалыстың тезлиги) усы тезлик анықланатуғын Δt ўақыт аралығы шексиз кемейген жағдайдағы орташа тезликтің умтылатуғын орташа тезликтің шегі болып табылады.*

Бұл математикалық жақтан былайынша аңғартылады:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\bar{v}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right). \quad (2)$$

Дифференциаллық есаптан $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right)$ шегинің жолдан ўақыт бойынша алынған туўындыға тең; демек тезлик санлық мәніси бойынша жолдан ўақыт бойынша алынған туўындыға тең:

$$v = \frac{ds}{dt}. \quad (2a)$$

Жоқарыда айтылғанларды графикалық жоллар менен түсиндириўге болады.

Тең өлшеўли емес қозғалыстағы жолдың ўақыттан ғәрезлиги иймекликтің жәрдемінде сүүретленеди. Бұл иймекликтің түри ҳәр қыйлы қозғалыслар ушын ҳәр қыйлы болады; базы бир дара жағдай ушын ол 3-сүүреттеги ОАВ иймеклиги менен сүүретленеди.

Δt ўақыт аралығындағы орташа тезлик

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = tg \alpha'$$

аңлатпасының жәрдемінде есапланады.

Биз $\bar{v}$ орташа тезлигин киргизип, Δt ўақыт аралығындығы өтилген жол болып табылатуғын $\overline{AB}$ доғасын АВ хордасы менен алмастырамыз, яғный тең өлшеўли емес болған қозғалысты тең өлшеўли қозғалыс пенен алмастырамыз. Усындай жоллар менен Δt ўақыт аралығын шексиз киширейтип берилген t ўақыт моментиндеги тезликти аламыз, қала берсе, Δt шамасы шексиз киширейген жағдайда АВ кесип өтетуғын туўрысы AD урынбасына айланады, АВ хордасы менен $\overline{AB}$ доғасы биригеди, яғный Δt ўақыт аралығындығы тең өлшеўли емес болған қозғалыс тең өлшеўли қозғалысқа айланады.

Демек,

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right) = tg \alpha.$$

Бұл теңликте α арқалы От көшери менен А ноқатында иймекликке түсирилген урынба арасындағы мүйеш белгиленген.

Тең өлшеўли емес қозғалыста өтилген жолдың ўақыттан ғәрезлигинің қалайынша сәўлененетуғынлығын көремиз.

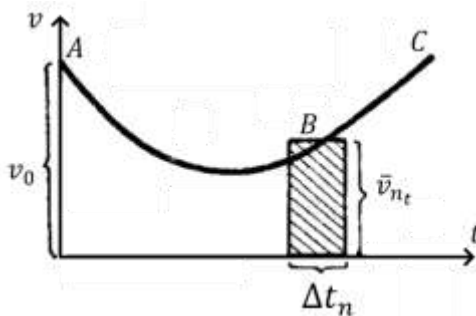
Абсцисса көшерине t ўақытты, ал ордината көшерине v тезлигин қоямыз. 4-сүүретте көлсетилген ABC иймеклиги мынадай дара жағдайға сәйкес келеди: басланғыш ўақыт моментинде белгили мәниске ийе болған тезлик дәслең ўақыттың өтиўи менен киширейген, ал оннан кейин және өсе баслаған.

t қозғалыў ўақытын оғада көп санлы Δt ўақыт аралықларына бөлемиз. (1)-формулаға сәйкес, n -санлы ўақыт аралығында өтилген жолдың шамасы $\Delta s_n = v_{t_n} \cdot \Delta t_n$ теңлигинің жәрдемінде анықланады. Бұл теңликте v_{t_n} арқалы Δt_n ўақыт аралығындағы орташа тезлик белгиленген. Графикалық ұсылла өтилген жолдың шамасы 4-сүүреттеги штрихланған енсиз туўры мүйешликтің майданына тең. Барлық t ўақыты ишиндеги

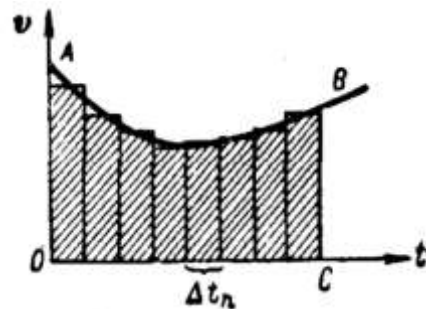
өтилген жолдың шамасы киши Δt_n ўақыт аралықларында өтилген Δs_n жолларының қосындысына, яғный $OABC$ фигурасы бөлінген барлық тўры мўешликлердің майданларының суммасына тең (5-сўўрет):

$$s = \sum_n \bar{v}_{t_n} \cdot \Delta t_n. \quad (3)$$

Δt_n ўақыт аралықлары шексиз киши болған шекте тўры мўешликлердің енлери шексиз киши хэм олардың майданларының қосындысы $OABC$ фигурасының майданына тең болады. Солай етип, барлық жол s графикте тезликтің ўақыттан ғәрезлигин беретўын AB иймеклиги менен қозғалыс орын алатўын t ўақытының дәслепки хэм ақырғы мәнислерине сәйкес келетўын ординаталардың арасындағы майданға тең.



4-сўўрет. Шексиз киши Δt_n ўақыт аралығында өтилген жол штрихланған бағананың майданы менен сўўретленеди.



5-сўўрет. Шекли t ўақыты ишинде өтилген жол $OABC$ фигурасының майданы менен сўўретленеди.

§ 7. Тең өлшеўли өзгеретуғын тўры сызықлы қозғалыс. Тезлениў. Тең өлшеўли тезлениўши қозғалыс деп ықтыярлы түрде сайлап алынған бирдей Δt ўақытлары ишинде тезлик v теңлей Δv шамасына өзгеретуғын қозғалысқа айтамыз. Δv шамасының белгиси тезлик v ның белгисиндей, яғный тезликтің санлы мәниси ўақыттың өсиўи менен үлкейетуғын болған жағдайдағы қозғалысты *тең өлшеўли өзгермели қозғалыс* деп атайды. Ал, Δv шамасының мәниси терис, яғный ўақыттың өтиўи менен тезликтің сан мәниси кемейетуғын болса, онда сәйкес қозғалыс *тең өлшеўли әстелениўши* қозғалыс деп аталады.

Тезликтің ўақыттың өтиўи менен қаншама тез өзгериўиниң характеристикасы ретинде *тезлениў* деп аталатуғын физикалық шама қолланылады. Тең өлшеўли өзгермели қозғалыстағы тезлениў w тезликтің өсимине тўры пропорционал хэм тезлик ұсындай өсим алатуғын ўақыт аралығына кери пропорционал болған физикалық шама болып табылады.

Мейли t_0 ўақыт моментиндеги тезликтің шамасы v_0 , ал ўақыттың t моментиндеги тезликтің мәниси v шамасына тең болсын. Бундай жағдайда $t - t_0$ ўақыты ишинде тезлик $v - v_0$ шамасына өзгереді хэм математикалық жақтан тезлениў

$$w = k \frac{\Delta v}{\Delta t} = k \frac{v - v_0}{t - t_0} \quad (1)$$

қатнасының жәрдемінде жазылады. Бул қатнаста k арқалы тезлик v менен ўақыт t өлшенетуғын бирликлерди сайлап алыўдан ғәрезли болған пропорционаллық коэффициент болып табылады. Тең өлшеўли тезлениўши қозғалыста тезлениў турақлы шама. Егер k пропорционаллық коэффициентин $k = 1$ деп алсақ, онда тезлениў

$$w = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1a)$$

қатнасының жәрдемінде анықланады. Бундай жағдайда CGS системасында тезлениўдің бирлиги сыпатында хәр бир секундты тезлик 1 см/сек шамасына өзгеретуғын жағдайдағы

тезлениудің бирлиги қабыл етиледі; тезлениудің бирлиги қысқаша түрде 1 м/сек^2 түрінде белгиленеді. SI системасында тезлениудің бирлиги сыпатында хәр бир секундта тезлік 1 м/сек шамасына өзгеретуғын тезлениудің бирлиги қабыл етилген (қысқаша 1 м/сек^2).

(1)-формуладан $k = 1$ болған жағдай үшін

$$v = v_0 + w(t - t_0) \quad (2)$$

формуласына ийе боламыз. Солай етип, тең өлшеулі өзгермели қозғалыста тезлік ұақытқа байланысly сызықлы өзгереді екен. Егер (2)-формулада $t_0 = 0$ болса, онда

$$v = v_0 + wt \quad (2a)$$

теңлигин аламыз хәм ең ақырында, егер v_0 басланғыш тезлік нолге тең болса, онда

$$v = wt \quad (2b)$$

формуласына ийе болмыз.

w тезлениуінің белгиси тезликтің өзгериси болған Δv шамасының белгисине сәйкес келеді. Сонлықтан, тең өлшеулі тезлениуі қозғалыста w оң шама, ал тең өлшеулі әстелениуі қозғалыста тезлениуі w ның белгиси терис.

Тең өлшеулі өзгермели қозғалыстағы өтилген жолдың шамасын анықлаймыз.

Әпиұайылық үшін дәслепки тезликті нолге тең деп есаплаймыз ($v_0 = 0$). Бундай жағдайда (2b)-аңлатпа бойынша тезликтің ұақыттан ғәрезлиги ОА түұрысы менен сүүретленеді ($w > 0$ деп еспалаймыз, 6-сүүрет). Бундай жағдайда алдыңғы параграфта айтылған жағдайға сәйкес, t ұақыты ишинде өтилген s жолы ОАВ фигурасының майданы менен сүүретленеді. Биз қарап атырған жағдайда бұл фигура үш мүйешлик болып табылатуғын болғанлықтан, оның майданы

$$\frac{AB \cdot OB}{2} = \frac{v \cdot t}{2}$$

шамасына тең. Буннан t ұақыты ишинде өтилген жол s

$$s = \frac{vt}{2} \quad (3)$$

формуласының жәрдемінде анықланады. Бұл формулаға тезлік v ның орнына оның (2b) аңлатпасы бойынша анықланатуғын тезлениуі w ны қойсақ, онда

$$s = \frac{wt^2}{2} \quad (4)$$

формуласына ийе боламыз.

Егер басланғыш ұақыт моментінде тезликтің мәниси нолге тең емес, ал v_0 шамасына тең болған болса, онда

$$s = v_0 t + \frac{wt^2}{2} \quad (4a)$$

аңлатпасы орынлы болады.

Тең өлшеулі өзгермели қозғалысқа жердің бетіндеги денелердің еркин түсіуі мысал болады. Бундай жағдайда тезлениуі

$$w = g = 9,81 \text{ м/сек}^2$$

шамасына тең. Ғаұаның қарсылығының тұтқан орны киши болған жағдайларда ғана ғаұадағы денелердің төменге қарай түсіуін тең өлшеулі өзгеріуі деп есаплауға болады (үлкен емес бийикликтен түсетуғын тас); қарсылықтың тұтқан орны үлкен болатуғын жағдайларда ғаұадағы денелердің еркин түсіуі тең өлшеулі болады (16-параграфқа қараңыз). Мысалы, ғаұада бир текли түрде пайда болатуғын думанды пайда ететуғын сүүдың майда тамшылары ғаұада тең өлшеулі түседі, тап сондай болып ғаұада ашылған парашютқа ийе прашютист те жердің бетине қарай тең өлшеулі қозғалады.

Тең төлшеулі өзгеретуғын қозғалысқа бир неше мысал келтиремиз.

1-мысал. Бийиклиги 20 м болған минардың басынан басланғыш тезликке ийе болмаған тас тасланады. Хаўаның қарсылығын есапқа алмаған ҳалда анықлаңыз: тас жердің бетине келип урыламан дегенше қанша ўақыт түседі? Ол жерге қандай тезлик пенен келип түседі?

Шешими. Тастың төменге қарай қозғалыўын шәртли түрде тең өлшеўли өзгериўши қозғалыс деп есаплаўға болатуғын болғанлықтан, усы параграфта келтирилген қатнаслардан пайдаланамыз.

(4)-формуладан тастың жердің бетине келип түсемен дегенше қанша ўақыттың сарпланатуғынлығын анықлаймыз:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{w}}. \quad (5)$$

Бул аңлатпада s – тас тәрепинен өтилген жол, яғный ол түсетуғын бийиклик.

Тезлениў ушын $w = g = 9,81 \text{ m/sek}^2$ шамасын пайдаланып

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{9,81}} \text{ сек} \cong 2 \text{ сек}$$

шамасын аламыз. Қозғалыстың ақырындағы тезлик:

$$v = wt = gt \cong 9,81 \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{сек}} \cong 19,6 \text{ m/сек}.$$

s жолын өтйўдің ақындағы тезлик v ның шамасын өтилген жол s хәм тезлениў w ның мәниси бойынша алгебралық жоллар менен де аңғартыўға болады. Оның ушын $v = wt$ аңлатпасына (5)-формула бойынша есапланған ўақыт t ның мәнисин қоямыз. Бундай жағдайда

$$v = wt = w \sqrt{\frac{2s}{w}}.$$

Буннан

$$v = \sqrt{2sw}. \quad (6)$$

2-мысал. Вертикаль бағытта жоқарыға ылақтырылған тас 30 м бийикликке шекем көтериледи. Қанша ўақыттың ишинде ол сондай бийикликке көтериледи хәм қандай ўақыттан кейин ол жерге келип түседі? 30 м бийикликке көтерилю ушын тасқа қандай дәстепки тезликтің берилиўи керек?

Шешими. Жоқары қарай вертикаль бағытта ылақтырылған тастың қозғалысы тең өлшеўли әстелениўши қозғалыс болып табылады, сонлықтан оның тезлениўи $w = -g$ шамасына тең хәм көтерилю бийиклиги

$$s = v_0 t - gt^2/2 \quad (7)$$

формуласының жәрдемінде анықланады. Бул формулада v_0 арқалы тастың басланғыш тезлиги хәм t арқалы оның көтерилю ўақыты белгиленген. v_0 басланғыш тезликти ең бийик болған ноқатта тезликтің нолге тең болыўы шәрти тийкарында анықлаймыз, яғный

$$v_s = v_0 - gt = 0.$$

Буннан

$$v_s = gt \quad (8)$$

хәм (7)-формула бойынша

$$s = \frac{gt^2}{2}.$$

Демек, s бийиклигине көтерилю ушын кеткен ўақыт

$$t = \sqrt{2s/g}$$

аңлатпасының жәрдемінде есапланады екен.

Бул ўақытты (5)-теңликтің жәрдемінде алынатуғын ўақыт пенен салыстырып, s бийиклигине көтерилю ўақытының сондай бийикликтен түсиў ўақытына тең екенлигин көриўге болады. t ның табылған мәнисин (8)-аңлатпаға қойып

$$v_0 = \sqrt{2sg}$$

теңлигин аламыз.

Демек, [(6)-формула менен салыстырыңыз] тасты вертикаль бағытта жоқарыға қарай ылақтырғанда берилген тезликтің шамасы, тастың s бийиклигинен еркин түсиўінде алынатуғын тезликке тең екен. Усы мысалдағы сан мәнислери хәм санлы мағлыўматлар тийкарында

$$v_0 = \sqrt{2sg} = \sqrt{2 \cdot 30 \cdot 9,81} \text{ m/sek} \cong 24,2 \text{ m/sek}.$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30}{9,81}} \text{ sek} \cong 2,48 \text{ sek}$$

шамаларына ийе боламыз.

§ 8. Ықтыярлы түүры сызықлы қозғалыстың тезлениүй. Тең өлшеўли емес түүры сызықлы қозғалыстың улыўма жағдайында *орташа тезлениүй* түсинигин киргизиў мүмкин. Берилген Δt ўақыты ишиндеги орташа тезлениүй $\bar{w}$ сан шамасы бойынша Δt ўақыты ишинде тезлиги бойынша Δv тезлениүй алатуғын тең өлшеўли тезлениүй менен қозғалатуғын денениң тезлениүйине тең:

$$\bar{w} = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \quad (1)$$

Берилген моменттеги тезлениүй түсиниги де, берилген моменттеги тезлик түсиниги сыяқлы келтирилип шығарылады. Биз Δt ўақыт аралығын қозғалысты тең өлшеўли өзгермели деп есаплаўға болатуғындай етип киширейтемиз. Бундай жағдайда ұсындай ўақыт аралығындағы орташа тезлениүй $\bar{w}$ берилген моменттеги тезлениўдиң мәнисин береді. Солай етип, берилген моменттеги тезлениүй ҳаққында гәп етилгенде Δt ўақыт аралығы шексиз киширейген жағдайда орташа тезлениүй $\bar{w}$ умтылатуғын шекти түсинемиз:

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\bar{w}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right). \quad (2)$$

Бул аңлатпада Δv арқалы Δt ўақыт аралығы шексиз киши болған жағдайдағы тезликтің шексиз киши өзгериси белгиленген.

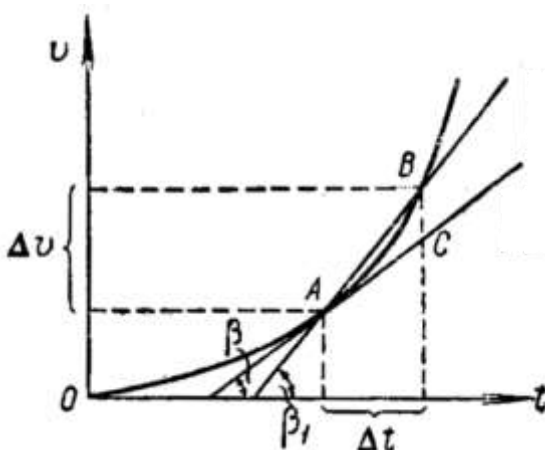
Дифференциаллық есаптан биз мынаған ийе боламыз:

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right) = \frac{dv}{dt}, \quad (2a)$$

яғный тезлениүй тезликтен ўақыт бойынша алынған түүындыға тең. $v = \frac{ds}{dt}$ болғанлықтан

$$w = \frac{d^2s}{dt^2}, \quad (2b)$$

яғный тезлениүй жолдан ўақыт бойынша алынған екінши тәртіпли түүындыға тең.



7-сүүрет.

Тең өлшеўли емес қозғалыстағы тезлениүй урынбаның Ot көшери арасындағы мүйеш β ның тангенсин менен анықланады.

Тезликті қараған жағдайдағыдай, бул қатнастарды графиктиң жәрдеминде түсиндириў мүмкин. Мейли, 7-сүүреттеги OAB ийемклиги тезликтің ўақыттан ғәрезлигин сәўлелендиретуғын болсын. t дан $t + \Delta t$ ўақыт аралығындағы орташа тезлениўдиң мәниси

$$\bar{w} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = tg\beta_1$$

формуласының жәрдемінде анықланады. Бұл теңлікте β_1 арқалы Ot көшери менен кесіуші AB түйісінің арасындағы мүйеш белгіленген. Δt ұақыт аралығын шексіз киширейтип, биз AB кесіуші түйісіне AC ұрынбасына айландырамыз хәм ұслай етип шекте

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right) = tg \beta$$

аңлатпасына ийе боламыз. Бұл аңлатпада β - Ot көшери менен тезликтің ұақыттан ғәрезлигин сүүретлейтуғын иймекликке A ноқатында түсірилген ұрынбаның арасындағы мүйеш белгіленген.

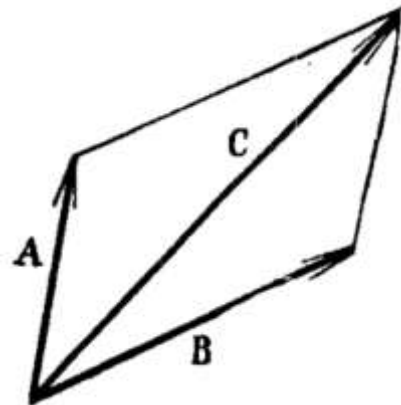
§ 9. Тезлик пенен тезлений векторлар сыпатында. Тезлик тек сан мәніси бойынша ғана емес, ал бағыты бойынша да тәрийипленеди. Денениң қозғалысын тәрийиплеу ұшын оның тезлигинің сан мәнісин көрсетиу жеткиликли емес, ал және сол денениң қайсы бағытта қозғалатуғынлығын да көрсетиу керек болады.

Тек сан мәніси менен ғана емес, ал бағыты менен де тәрийипленетуғын шамалар *векторлар* деп аталады. Анықланыуы ұшын тек сан мәнісин билиу жеткиликли болған шамаларды *скалярлар* деп атайды (мысалы, ұақыт аралығы, масса, тығызлық х.т.б.).

Векторды стрелканың жәрдемінде сүүретлениуі мүмкин, оның ұзынлығы вектордың сан мәнісине тең, ал бағыты болса вектордың бағытына сәйкес келеди. Векторларды жууан хәриплердің жәрдемінде белгилеу қабыл етилген, ал олардың сан мәнісилерин сол хәтиплердің жәрдемінде белгилейди; мысалы **A** хәрипи менен векторды, ал A арқалы оның сан мәнісин белгилейди. Вектордың алдындағы минус белгиси **-A** векторының бағытының ұзынлығы тап сондай болған **A** векторының бағытына қарама-қарсы екенлигин аңғартады.

8-сүүрет.

A хәм **B** векторларын қосқанда пайда болған **C** векторы қапталлары **A** хәм **B** векторлары болып табылатуғын параллелограммның диагонылы болып сүүретленеди.



Тәжирийбелер векторлық болып табылатуғын физикалық шамалардың алгебралық шамалардан өзгеше болып қосылатуғынлығын көрсетеди. Векторларды қосыу ұсылы параллельграмм қағыйдасы бойынша анықланады: **A** хәм **B** векторларын қосқанда аланатуғын **C** векторы қапталлары **A** хәм **B** векторлары болып табылатуғын параллелограммның диагонылы болып хызмет етеди (8-сүүрет).

Еки вектордан көп болған векторларды қосқанда қосынды векторды параллелограмма қағыйдасын избе-из қолланыу жолы менен анықланады. Егер құраушылары **A**, **B**, **C**, **D** векторлары болып табылатуғын сынық сызықты құрсақ, онда тап сондай нәтийже алынады (9-сүүрет). Қосынды **F** векторы сол сынық сызықтың басы менен ақырын тутастыратуғын вектор түрінде анықланады.

A хәм **B** векторларың айырмасын **B' = -B** векторын киргизиу менен анықлауға болады. Бундай жағдайда

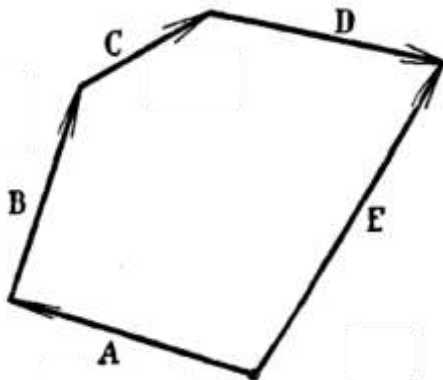
$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + \mathbf{B}'. \quad (1)$$

Сан шамасы бойынша **B** векторына тең, ал бағыты бойынша қарама-қарсы векторды

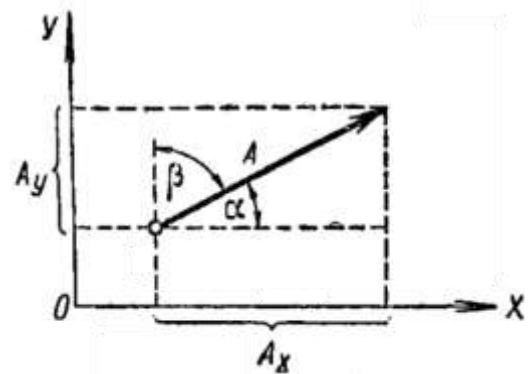
қурып, **A** хәм **B'** векторларының қосындысы болған **C** векторын табамыз. (1)-теңликке сәйкес, **B'** векторы бир ўақытта **A – B** векторларының айырмасына тең болады.

Векторды оның шамасы менен бағыты бойынша ямаса оның координата көшерлерине түсірилген проекциялары бойынша анықлаўға болады. Тегис мәселе жағдайында хәм тўўры мүйешли координаталар системасынан пайдаланғанда (10-сўўрет) **A** векторын оның координаталар көшерине түсірилген A_x хәм A_y проекциялары бойынша анықланады. 10-сўўреттен мыналарға ийе боламыз:

$$A_x = A \cos \alpha; A_y = A \sin \alpha \quad (2)$$



9-сўўрет. **A**, **B**, **C**, **D** векторларының қосындысы болған **F** векторы құраўшылары **A**, **B**, **C**, **D** векторлары болып табылатуғын сынық сызықты туйықлайтуғын сызық пенен сўўретленеди.

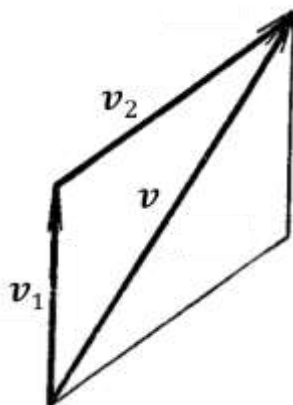


10-сўўрет. A_x хәм A_y кесиндилери **A** векторының Ox хәм Oy көшерлерине түсірилген проекциялары болып табылады.

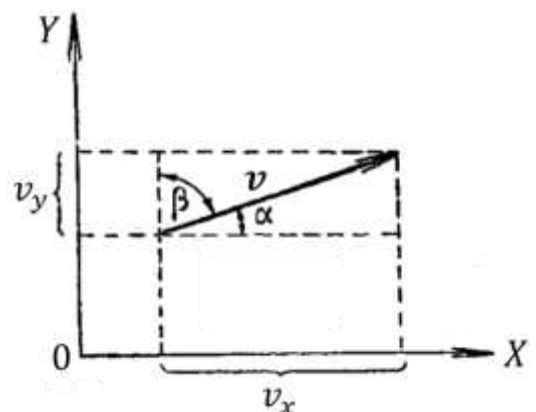
A векторының бағыты ұсы вектор менен Ox көшериниң арасындағы мүйеш α менен де, ұсы вектордың Oy көшери арасындағы мүйеш β менен де анықланады.

10-сўўретте көринип турғанындай,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_y}{A_x}; \operatorname{tg} \beta = \frac{A_x}{A_y} \quad (3)$$



11-сўўрет. Косынды **v** тезлик қапталлары қосылыўшы v_1 хәм v_2 тезликклери болып табылатуғын параллелограммның диагоналына тең.

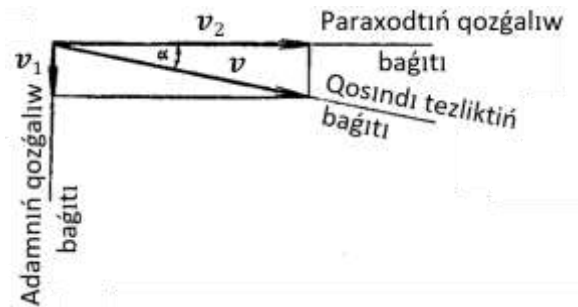


12-сўўрет. **v** тезлигин v_x хәм v_y құраўшыларына жайыў.

Тўўры сызықлы қозғалыстың тезлиги денениң қозғалыс бағыты менен бағытлас хәм қозғалыс бағытына қарай бағытланған вектор болып табылады. Тезликти вектор

сыпатында қараудың дұрыс екенлигі тезліктерді қосыудың векторлық қағыйдалары тийкарында жүргизилген есаплаулардың нәтижелері менен қақыйқық қозғалыстарды бақлаудың нәтижесінде алынатуғын нәтижелер менен сәйкес келиуі менен тастыйықланады. Егер дене бир ўақытта v_1 хәм v_2 тезліктері менен болатуғын еки тўўры мўйешли тең өлшеули қозғалысқа қатнаساتуғын болса (11-сўўрет), онда қосынды қозғалыс v_1 хәм v_2 тезліклериниң векторлық қосындысы v менен тәрийипленетуғын қозғалыс пенен тәрийипленеди.

13-сўўрет.
Қосынды тезликти анықлау.



v тезлик векторын қәлелген берилген бағытлар бойынша құраўшыларға жайыўға болады. Мысалы, тегис мәселеде оны ОХУ координата көшерлериниң бағытындағы құраўшыларға жайыў мүмкин (12-сўўрет). Бұл жағдайда (2)-формула былайынша көширип жазылады:

$$v_x = v \cdot \cos \alpha; v_y = v \cdot \cos \beta = v \cdot \sin \alpha; v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (4)$$

Мысал: Параходтың ишинде кесе бағытта 2 м/сек тезлик пенен қозғалатуғын адамның жағысқа салыстырғандағы тезлигиниң шамасын хәм бағытын анықлаңыз. Параходтың өзи 8 м/сек тезлик пенен қозғалады.

Шешими. Адамның жағысқа салыстырғандағы v тезлиги v_1 хәм v_2 тезліклериниң векторлық қосындысы болып табылады. (13-сўўрет). Оның сан мәніси $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{4 + 64} = \sqrt{68} = 8,25$ м/сек шамасына тең. v тезлигиниң бағыты оның бағыты менен параходтың қозғалысының бағыты арасындағы мўйеш α менен анықланады. 13-сўўреттен

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{8} = 0,25$$

шамасын хәм оннан $\alpha = 14^\circ 03'$ шамасын аламыз.

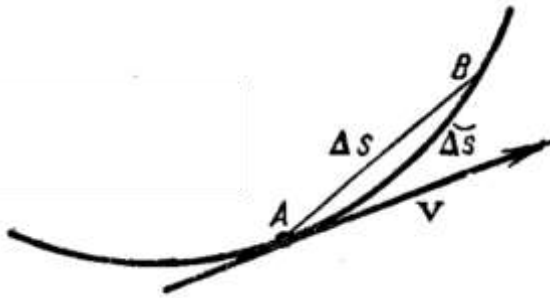
Тезлениў де, тезлик сыяқлы вектор болып табылады. Себеби ол да санлық мәнісинен басқа бағыты бойынша да тәрийипленеди. Тўўры сызықлы қозғалыста тезлениў барлық ўақытта да тезликтиң бағыты менен бағытлас болған тўўрының бойында жатады. Усының менен бирге, жоқарыда айтылғандай, тезлениў тезлик пенен бағытлас (тезлениўши қозғалыс) ямаса тезлениўдиң бағыты тезликтиң бағытана қарама-қарсы (әстелениўши қозғалыс) болыўы мүмкин. Егер тезлениў тезликке қандай да мўйеш пенен бағытланған болса, онда тезликтиң шамасы тек шамасы бойынша емес, ал *бағыты* бойынша да өзгереді. Бундай жағдайда дене иймек сызықлы қозғалады.

§ 10. Иймек сызықлы қозғалыс. Егер материаллық ноқат тәрәпинен қозғалыстың барысында қалдырылатуғын из ямаса оның *траекториясы* иймек сызықлы болатуғын болса, онда қозғалысты *иймек сызықлы* қозғалыс деп аталады. Иймек сызықлы қозғалыстағы тезлик векторын анықлау ушын шексиз киши Δt ўақыты ишинде материаллық ноқат өтетуғын киши Δs доғасын қараймыз (14-сўўрет). Егер бир ўақыт аралығын шексиз киширейтсек, онда Δs доғасы шексиз киширейеди хәм шекте Δs хордасы менен бетлеседи. Шекте иймек сызықлы қозғалыс шексиз киши участкада тўўры сызықлы қозғалысқа айналады. Сонлықтан, берилген А ноқатындағы иймек сызықлы қозғалыстағы

тезлик

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \tilde{s}}{\Delta t} \right)$$

шамасына тең болады, ал оның бағыты шексіз киши $\Delta \tilde{s}$ доғасының еки ушын тұтастырып туратуғын шексіз киши Δs хордасының бағытына сәйкес келеди. Бирақ, шексіз киши хорда шекте берилген А ноқатындағы урынбаның бағытына сәйкес келетуғын болғанлықтан, қыйсық сызықлы қозғалыстағы тезлик векторы v хәр бир моментте денениң траекториясына қозғалыстың бағытында түсирилген урынбаның бағыты менен бағытлас болады.

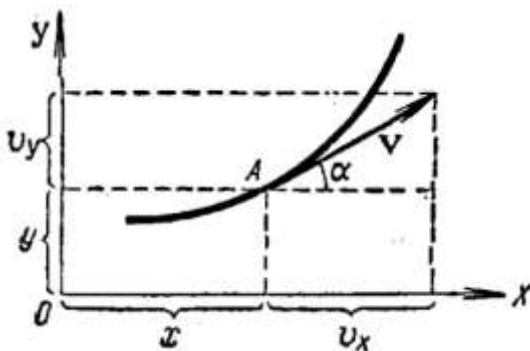


14-сүўрет.

Иймек сызықлы қозғалыста тезлик векторы v траекторияға түсирилген урынбаның бағытында бағытланған.

Егер иймек сызықлы қозғалыста v тезлиги тұрақлы санлы мәниске ийе болатуғын болса, яғный ықтыярлы түрде сайлап алынған бирдей болған ўақыт аралықларында материаллық ноқат бирдей ұзындықтағы доғаны өтеди. Бундай жағдайдағы иймек сызықлы қозғалысты тең өлшеўли деп атайды. Бирақ бундай жағдайда тезлик бағыты бойынша үзликсиз өзгереди: жолдың хәр бир ноқатында тезлик урынба бағытында бағытланған, ал иймек сызықлы жолдағы хәр бир ноқатта урынба хәр қыйлы бағытларға ийе болады.

Солай етип, иймек сызықлы қозғалыста тезлик векторы ҳеш қашан турақлы болмайды: бул вектор барлық ўақытта өзгереди. Тең өлшеўли иймек сызықлы қозғалыста тезлик векторының сан шамасы тұрақлы сақланып, тек бағыты өзгереди; тең өлшеўли емес болған иймек сызықлы қозғалыста ол сан шамасы бойынша да, бағыты бойынша да өзгереди.



15-сүўрет.

Иймек сызықлы қозғалысты оның координата көшерлериниң бойындағы қураўшыларының жәрдеминде көрсетиў.

Иймек сызықлы қозғалысты қарағанда денениң орнын координаталардың жәрдеминде анықлаў, мысалы, тегис қозғалыс орын алатуғын жағдайда x хәм y координаталарының жәрдеминде анықлаў жүдә қолайлы (15-сүўрет).

Усының менен бирге тезлик векторы v ның орнына хәр бир ўақыт моментиндеги оның координата көшерлерине түсирилген v_x хәм v_y қураўшыларынан пайдаланған қолайлы. Бундай жағдайда v векторының сан мәниси тегис мәселеде

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (2)$$

аңлатпасының, ал оның бағыты ОХ көшери менен тезлик векторы менен бағытлас түүрының арасындағы мүйеш α ның жәрдемінде анықланады.

15-сүүреттен биз

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} \quad (3)$$

аңлатпасының орынлы екенлигин көреміз.

Денениң аўысыў векторы Δs ке координата көшерлерине түсирилген Δx хәм Δy құраўшылары сәйкес келеди. Дифференциаллық есаптың қағыйдаларына сәйкес

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right) = \frac{ds}{dt}$$

тезлигиниң проекциялары болып

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) = \frac{dx}{dt}; \quad v_y = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta t} \right) = \frac{dy}{dt} \quad (4)$$

шамалары хызмет етеди. Бул аңлатпалардағы dx/dt хәм dy/dt шамалары координаталардан ўақыт бойынша алынған түүындылар болып табылады. Егер қозғалыўшы денениң координаталары ўақыттың белгили болған функциялары болып табылатуғын болса, онда оларды есаплаўға болады: $x = f_1(t)$; $y = f_2(t)$.

Иймек сызықлы қозғалысқа бир неше мысал келтиремиз.

1-мысал. Салмақлы дене сан мәниси v_0 шамасына тең басланғыш тезлик пенен горизонтқа α мүйеши менен ылақтырылған. Табыңыз: 1) траекторияның түрин, 2) ең жоқарыға көтерилюй бийиклигин, 3) ушыўдың ұзақтығын.

Шешими. 16-сүүретте көрсетилгендей координата көшерлерин өткерип денениң тезлигиниң құраўшылары үшін төмендегидей аңлатпаларды аламыз (жаўаның қарсылығын есапқа алмаймыз):

$$\left. \begin{aligned} v_x &= v_0 \cos \alpha, \\ v_y &= v_0 \sin \alpha - gt. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Бул аңлатпада g арқалы еркин түсиў тезлениўи белгиленген. Ыақыттың функциясы сыпатында денениң x хәм y координаталары былайынша аңлатылады:

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 \cos \alpha \cdot t, \\ y &= v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Аңлатпалардан x хәм y координаталарын жоғалтып, тректорияның теңлемесин аламыз:

$$y = \operatorname{tg} \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2.$$

α берилген мүйеш хәм v_0 болса басланғыш тезлик болғанлықтан x пенен x^2 шамаларының алдындағы коэффициентлер тұрақлы шамалар болып табылады. Оларды a хәм b арқалы белгилеп параболаның теңлемеси болған

$$y = ax - bx^2.$$

аңлатпасын аламыз. Солай етип, горизонтқа мүйеш жасап ылақтырылған салмақлы дене парабола бойынша қозғалады екен.

Траекторияның ең бийик ноқатында $v_y = 0$. Сонлықтан

$$v_0 \sin \alpha - gt = 0$$

хәм ең жоқарыға көтерилюй ўақыты t' үшін

$$t' = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

аңлатпасына ийе болмыз.

Көтерилюйдың ең жоқары ноқаты

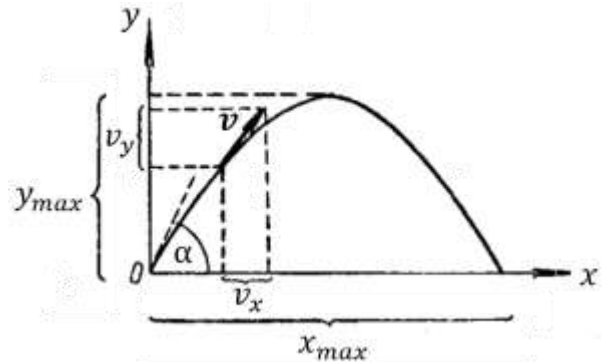
$$y_{\max} = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{g}{2} \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}. \quad (7)$$

Дене горизонт бағытындағы тегисликке $t = 2t'$ ўақыт аралығынан кейин келип түседі. Буннан

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

аңлатпасына ийе боламыз.

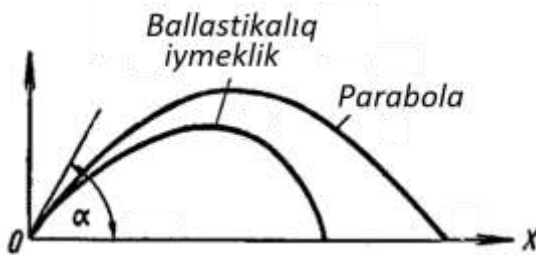
16-сүрөт.
Горизонтқа α мүйеши менен ылақтырылган денениң траекториясы.



Денениң қанша ұзақтыққа ұшатуғынлығын t ушын алынған аңлатпаны x ушын алынған аңлатпаға қойыў арқалы аламыз:

$$x_{max} = v_0 \cos \alpha \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha. \quad (8)$$

Ең соңғы (8)-формуладан берилген v_0 басланғыш тезликте ең ұзақ ушыўдың $\alpha = 45^\circ$ болған жағдайда орын алатуғынлығы көринип түр.



17-сүрөт.
Параболалық траекторияны балластикалық иймеклик пенен салыстырыў.

Алынған формулалардың барлығы денениң бослықта ушыўы ушын дұрыс. Ҳаўада денени ылақтырғанда Ҳаўаның қарсылығы үлкен тәсирин тийгизеди. Ҳаўаның қарсылығының тәсиринде ушыў Ҳаўа қарсылығы кемейеди ҳәм траектория парабола болмайды (*баллистикалық иймеклик*, 17-сүрөтке қараңыз); ушыўдың ұзынлығы да, бийиклиги де киширейеди. Балластикалық иймекликтің характери ылақтылырған денениң формасынан күшли ғәрезли. Ҳаўаның қарсылығының тутқан орнын мынадай мысалдан көриўге болады: (8)-формуладан басланғыш тезлик $v_0 = 550$ м/сек ҳәм ылақтырыў мүйеши 20° болған жағдайда ушыў ұзақтығы ушын 19,8 км шамасы алынады. Тап сондай басланғыш шәртлерде цилиндр формасына ийе, алдыңғы тәрепи конус түриндеги салмағы 82 кг болған артиллерия снарядының ушыўының ұзақтығы 8,1 км ди қурайды.

2-мысал. Денен v_0 басланғыш тезлиги менен горизонтқа α мүйеши менен ылақтырылған. Ҳаўаның қарсылығын есапқа алмай тезиктиң шамасы менен бағытын анықлаңыз: 1) көтерилиўдің ең жоқарғы нокатындағы, 2) горизонт бағытындағы тегисликке түсиў нокатындағы.

Шешими. Дәслеп ең жоқарғы көтерилиў нокатындағы тезлик векторының бағытын анықлаймыз. Бул нокатта $v_y = 0$ ҳәм буннан

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{v_y}{v_x} = 0$$

ҳәм $\alpha_1 = 0$ теңлигине ийе боламыз.

Демек көтерилиўдің ең жоқары нокатында тезлик горизонт бағытында болады екен. Санлық мәниси бойынша оның шамасы

$$v_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha} = v_0 \cos \alpha$$

шамасына тең.

Енди түсіу ноқатындағы тезликтің бағытын хәм шамасын анықлаймыз. Буннан алдыңғы мысалдағы келтирип шығарылған v_y хәм ұшыу җақыты t ушын аңлатпаларды пайдаланып түсіу ноқатында $v_y = -v_0 \sin \alpha$ теңлигиниң орынлы болатуғынлығын анықлаймыз. Буннан усы ноқаттығы тезликтің бағытын анықлайтуғын α_2 мүйешиниң мәнисиниң

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{v_y}{v_x} = -\frac{v_0 \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha} = -\operatorname{tg} \alpha$$

қатнасы менен берилетуғынлығын көреміз. Нәтийжеде $\alpha_2 = -\alpha$ теңлигин аламыз. Буннан усы ноқаттағы тезликтің бағытын анықлайтуғын α_2 мүйешиниң сан мәнисиниң дәстепки тезликти анықлайтуғын α мүйешиниң сан мәнисине тең болатуғынлығы, бирақ оның төменге қарай бағытланатуғынлығы келип шығады.

Денениң түсіу ноқатындағы тезлиги

$$v_2 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha} = v_0$$

шамасына тең, яғный сан мәнисі бойынша дәстепки тезликке тең.

§ 11. Иймек сызықлы қозғалыстағы тезлениу. Буннан алдыңғы параграфта көрсетилип өтилгениндей, тең өлшеулі емес қозғалыста тезлик векторы сан шамасы бойынша да, бағыты бойынша да өзгереді.

t нан $t + \Delta t$ җақыт аралығындағы тезликтің өзгерісі Δv җақыт t хәм $t + \Delta t$ җақыт моментлериндегі v_2 хәм v_1 тезликлериниң векторлық айырмасына тең. Бундай жағдайда тезлениудің санлық мәнисі

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{|\Delta v|}{\Delta t} \right) \quad (1)$$

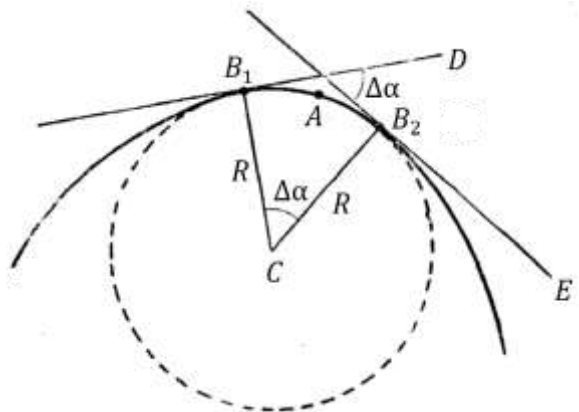
шамасына тең. Δv шамасы санлық мәнисі бойынша тезлик векторы v ның өзгерісіниң мәнисине тең; тезликтің шексіз киші өсими Δv қайсы тәрепке қарай бағыттанған болса, тезлениудің мәнисі де сол тәрепке қарай бағытланған. Сонлықтан (1)-теңликти векторлық түрде былайынша жазуға болады:

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right). \quad (1a)$$

Иймек сызықлы қозғалыстағы тезлениуді қарамастан бұрын, иймек сызықтың *майысқанлығы* җаққындағы түсиникти таллаймыз.

19-сүүрет.

$\check{s}$ доғасының иймеклик радиусын табыуға.



Шеңбер болған жағдайда майысқанлық $C = 1/R$ теңлигиниң жәрдеминде анықланады. Бул теңликте R арқалы биз қарап атырған шеңбердің радиусы белгиленген. Егер α арқалы шеңбердің $\check{s}$ доғасына сәйкес келетуғын орайлық мүйешти α арқалы белгилесек, онда R , α хәм $\check{s}$ шамаларының арасында төмендегидей қатнастың бар екенлиги белгили:

$$\check{s} = R\alpha. \quad (2)$$

Базы бир А ноқатындағы тегис сызықтың *майысуы дөңгелеги* деп усы А, B_1 хәм B_2

ноқатлары өтетұғын және B_1 менен B_2 ноқатлары A ноқатына шексиз жақынласқан жағдайдағы пайда болған шеңбердің шеклик жайласуына айтады (19-сұйретте иймеклик тұтас, ал иймеклик дөңгелеги пунктир сызық пенен көрсетілген). Иймеклик дөңгелегіннің радиусы қарап атырылған иймекликтің A ноқатындағы *иймеклик радиусын* береді. Ал ұсы дөңгелектің орайы сол A ноқаты үшін *майысу орайы* деп аталады.

B_1 менен B_2 ноқатларында иймекликке B_1 , A хәм B_2 ноқатлары арқалы өтетұғын B_1D хәм B_2E ұрынбаларын жүргіземіз. Бул ұрынбаларға нормаллар болған B_1C менен B_2C лар шеңбердің R радиустары болып табылады хәм олар оның C орайында кесилеседі. B_1C менен B_2C нормаллары арасындағы мүйеш $\Delta\alpha$ ни киргіземіз. (2)-формулаға сәйкес

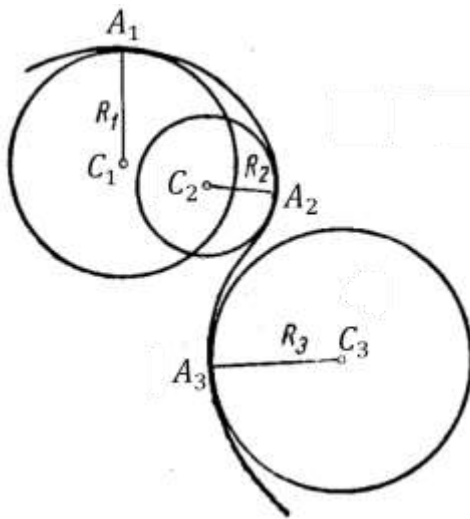
$$R = \frac{\bar{\Delta}s}{\Delta\alpha}$$

теңлігіннің орынланатуғынлығы айқын. Бул теңлікте $\bar{\Delta}s$ арқалы $\overline{B_1AB_2}$ доғасы белгіленген. Жоқарыда айтылғанлар бойынша $\bar{\Delta}s \rightarrow 0$ шегінде шеңбердің радиусы A ноқатындағы иймекликтің майысу радиусын анықлайды. Демек, иймекликтің майысу радиусы үшін

$$R = \lim_{\bar{\Delta}s \rightarrow 0} \left(\frac{\bar{\Delta}s}{\Delta\alpha} \right) \quad (2a)$$

аңлатпасын аламыз.

R шамасына кері болған шаманы сызықтың берілген ноқаттағы майысуы деп атайды: $C = \frac{1}{R}$.



20-сұйрет.

Хәр қыйлы ноқатлардағы иймекликлердің майысу радиустары.

20-сұйреттен мынадай жағдайды көреміз: Иймекликтің майысуы кем болған A_1 ноқатында иймеклик радиусы үлкен R_1 мәніске ийе, ал иймеклик бағытын тезірек өзгертетұғын A_2 ноқатында R_2 радиусының мәнісі киші. Ал, A_1 хәм A_2 ноқатларындағы майысуларға салыстырғанда иймеклик басқа тәрепке қарай майысатуғын жағдайдағы майысудың орайы иймекликтің басқа тәрепинде жайласқан.

Енді тегіс иймеклик бойынша дененің тезленіуші қозғалысын толығырақ қараймыз. Мейли, v_1 иймекликтің A ноқатындағы, ал v_2 иймекликтің B ноқатындағы тезлік векторы болсын (21-сұйрет). v_2 векторы v_1 дан шамасы бойынша да, бағыты бойынша да айрылады. A ноқатынан v_2 тезлігін сұйретлейтұғын BO кесіндісине тең хәм параллель AC кесіндісін жүргіземіз. Бундай жағдайда v_2 хәм v_1 векторларының айырмасына тең EC кесіндісін AB жолындағы тезліктің өзгерісін Δv ға тең. B ноқатын A ноқатына жақынластырып, биз дененің A ноқаттан B ноқатына бараман дегенше сарпланған ұақытқа тең болған Δt ұақыт аралығын нолге умтылдырамыз. Бундай жағдайда (1a)

формуласы бойынша A нүктесіндегі тезлениу үшін аңлатпа аламыз:

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right).$$

AC кесиндісінің бойынан $AF = v_1$ кесиндісін аламыз және Δv шамасын екі құраушыға бөлеміз: Δv_1 және Δv_2 . Бұндай жағдайда Δv_1 құраушысы тезліктің бағыты бойынша өзгериуін, ал Δv_2 құраушысы тезліктің шамасының өзгерісін тәрійіптейді. $\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2$ теңлігінің орынлы екенлігі айқын. Δv ның бұл мәнісін тезлениу w үшін жазылған аңлатпаға қойып

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v_1 + \Delta v_2}{\Delta t} \right) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v_1}{\Delta t} \right) + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v_2}{\Delta t} \right)$$

аңлатпасын аламыз. Бұл жердегі қосыұлар векторлық қосыұлар болып табылады.

$$w = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v_1}{\Delta t} \right) \quad (3)$$

шамасы тезліктің тек бағытының өзгериуін ғана тәрійіптейді.

AE менен AC арасындағы мүйешті $\Delta \alpha$ арқалы белгілейміз; дүзілген схема бойынша бұл мүйеш v_1 менен v_2 тезлік векторлары, демек, бизің иймеклігімізге A және B нүктелерінде түсірілген ұрынбалар арасындағы мүйеш болып табылады. 21-сүретте көрініп тұрғанындай, $\Delta \alpha$ мүйеші киші болғанда

$$EF = AE \cdot \Delta \alpha$$

теңлігін жаза аламыз. Бірақ $EF = \Delta v_1$ және $AE = v_1$ болғанлықтан

$$\Delta v_1 = v_1 \Delta \alpha.$$

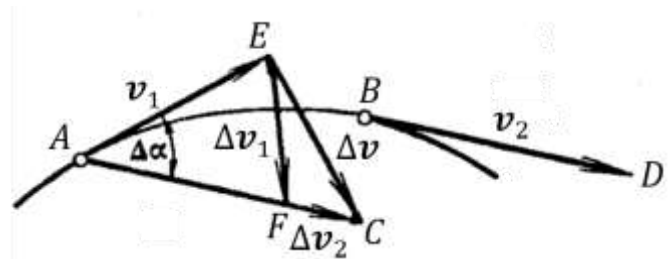
Δv_1 үшін аңлатпаны пайдаланып (3)-аңлатпадан w_n тезлениудің санлы мәнісін үшін

$$w_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(v_1 \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} \right)$$

аңлатпасын аламыз.

21-сүрет.

Иймек сызықты қозғалыстағы Δv тезлігінің өзгерісі.



Шек белгісінің ишінде тұрған шаманы доғаның ұзындығы болған $\overline{\Delta s} = \overline{AB}$ шамасына көбейтеміз және бөлеміз, соның менен бірге $\Delta t \rightarrow 0$ шегінде $\overline{\Delta s} \rightarrow 0$ шегінің орны алатуғынлығын нәзерде тұтамыз. Бұндай жағдайда

$$w_n = \lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ \overline{\Delta s} \rightarrow 0}} \left(v_1 \frac{\Delta \alpha}{\overline{\Delta s}} \frac{\overline{\Delta s}}{\Delta t} \right) = v_1 \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\overline{\Delta s}}{\Delta t} \right) \lim_{\overline{\Delta s} \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \alpha}{\overline{\Delta s}} \right)$$

аңлатпаларының орынлы екенлігін табамыз. Бірақ, $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\overline{\Delta s}}{\Delta t} \right) = v_1$, ал (2a) бойынша $\lim_{\overline{\Delta s} \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \alpha}{\overline{\Delta s}} \right) = \frac{1}{R}$. Усы аңлатпаларды пайдаланып w_n үшін

$$w_n = \frac{v_1^2}{R} \quad (4)$$

формуласын аламыз. Бұл формулада v_1 арқалы A нүктесіндегі дененің тезлігі белгіленген, ал R болса иймекліктің майысыуының сол нүктеттегі мәнісі. $\Delta \alpha \rightarrow 0$ шегінде $\angle AEF \rightarrow 90^\circ$ және ұсыған сәйкес Δv_1 векторы v_1 векторына нормаль бағытта жайласқан, ал v_1 векторының өзі A нүктесінде иймеклікке түсірілген ұрынба менен

бағытлас. Солай етип, Δv_1 менен бағытлас болған хәм тезликке нормаль (перпендикуляр) бағытланған w_n тезлениўи жолдың майысыў орайына қарай бағытланған екен. Усы жағдайға сәйкес толық тезлениўдин w_n бөлимин *нормаль* ямаса *орайға умтылыўшы тезлениў* деп атайды. Келтирилген таллаўлардан биз тезлениўдин екинши бөлими болған w_t ның бағытын аңсат анықлаймыз: ҳақыйқатында да $\Delta\alpha \rightarrow 0$ шегинде AC кесиндиси бағыты бойынша v_1 ге, буннан Δv_2 ге умтылады, демек w_t векторы v_2 векторы менен бағытлас, яғный A ноқатында түсирилген урынба менен бағытлас болып шығады. Сонлықтан, тезлениўдин w_t бөлими *урынба бағытындағы* ямаса *тангенциаллық* тезлениў деп аталады.

Жуўмақлай келип, биз мыналарды айта аламыз: *иймек сызықлы қозғалыста w толық тезлениўди еки қураўшыға жиклеў мүмкин: 1) w_t тангенциаллық тезлениў тезликтин мәниси бойынша өзгериўин тәрийиплейди хәм 2) тезликтин бағытының өзгериўин тәрийиплейтуғын w_n нормаль тезлениў.* Усының менен бирге

$$w_n = \frac{v^2}{R}. \quad (5)$$

Бул формулада R – берилген ноқаттағы траекторияның майысыўының радиусы хәм v – денениң тезлигиниң ұсы ноқаттағы мәниси; нормаль тезлениў иймекликке нормаль (майысыўдың орайына қарай) бағытланған.

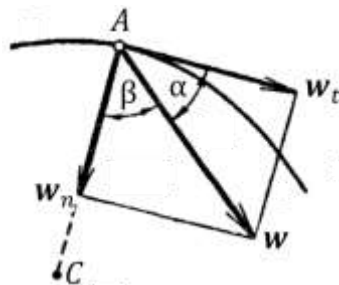
Тангенциаллық тезлениў мына аңлатпаның жәрдемінде анықланады:

$$w_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right). \quad (6)$$

Бул аңлатпада Δv арқалы тезлик векторының сан мәнисиниң өзгериўи белгиленген. Тангенциаллық тезлениў траекторияға түсирилген урынба менен бағытлас. Әлбетте, (22-сүўрет) w_n нормаль тезлениў менен w_t тангенциаллық тезлениў бир бирине *перпендикуляр*, буннан толық тезлениўдин сан мәниси бойынша

$$w = \sqrt{w_n^2 + w_t^2} \quad (7)$$

аңлатпасының жәрдемінде анықланатуғынлығы келип шығады.



22-сүўрет.

Иймек сызықлы қозғалыста толық тезлениў w тангенциаллық w_t хәм нормаль w_n тезлениўлерине жайылады.

Толық тезлениў векторы w ның бағытын ұсы вектор менен майысыў радиусы арасындағы мүйеш β менен ямаса w векторы менен урынба арасындағы мүйеш α менен анықланады:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{w_t}{w_n}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{w_n}{w_t}. \quad (8)$$

Иймек бойынша тең өлшеўли қозғалыста $w_t = 0$ хәм $w = w_n$; солай етип, тең өлшеўли иймек сызықлы қозғалыста тангенциаллық тезлениў нолге тең хәм толық тезлениў нормаль тезлениўге сәйкес келеди. Оның бағыты *траекторияның ҳәр бир ноқатында оған нормаль хәм майысыў орайына қарай бағытланған*. Бұл мынадай фактти аңғартады: тезлик өзиниң сан мәниси бойынша турақлы қалып, *барлық ўақытта бағытын өзгертеди*.

Бизлер алған формулалар тегис иймеклик бойынша қозғалысқа тийисли, бирақ оларды

тегис емес иймек сызықты қозғалыс үшін да ұлыұмаластырыўға болады.

Мысал. Басланғыш v_0 тезлиги менен горизонт бағытында ылақтырылған денениң нормаль хәм тангенциаллық тезлениўлерин табыңыз (хаўаның қарсылығын есапқа алмаңыз).

Шешими. Бұл жағдайда салмақ күшиниң тезлениўи g толық тезлениў болып табылады; ол төмен қарай бағытланған хәм оның шамасы тұрақлы. Буннан (23-сүүрет) нормаль хәм тангенциаллық тезлениўлер үшін мынадай аңлатпаларды аламыз:

$$w_n = g \sin \alpha,$$

$$w_t = g \cos \alpha.$$

Бизиң денемиздиң тезлиги v ның бағыты тангенциаллық тезлениў w_t ның бағыт менен бағытлас болатуғынлығы хәм 23-сүүреттеги ОУ көшери вертикал бағытта төменге қарай бағытланғанлығы тийкарында α мүйешиниң мәнисин табамыз. Бундай жағдайда

$$v_x = v_0; v_y = gt.$$

Буннан

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$$

хәм

$$\sin \alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}};$$

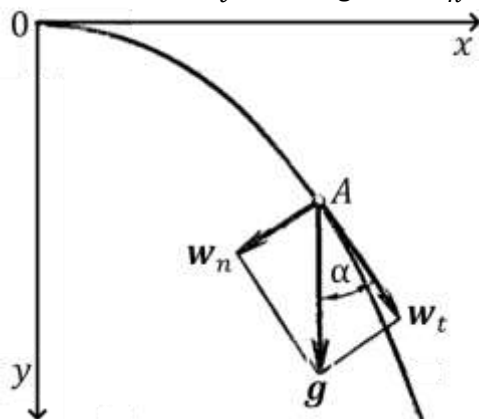
$$\cos \alpha = \frac{v_y}{v} = \frac{gt}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}.$$

$\sin \alpha$ менен $\cos \alpha$ лардың бұл мәнислерин (9)- хәм (10)-аңлатпаларға қойып

$$w_n = \frac{gv_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}; w_t = \frac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}$$

$t = 0$, яғнай басланғыш ўақыт моментинде $w_t = 0$ хәм $w_n = w = g$, нормаль тезлениў толық тезлениўге сәйкес келеди. Денениң түсий барысында нормаль тезлениў кемейеди (майысыў радиусы үлкейеди, ылақтырылған денениң траекториясы кемирек майысқан болады) хәм тангенциаллық тезлениў үлкейеди. $t = \infty$ шегинде $w_t = w = g$ хәм $w_n \rightarrow 0$.

23-сүүрет.
Горизонт бағытында ылақтырылған
денениң қозғалысы.



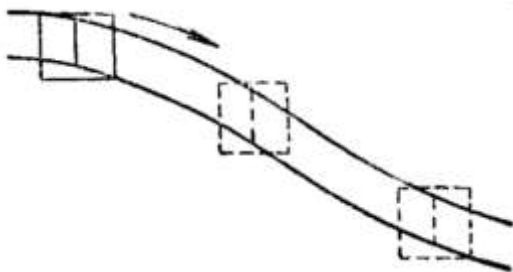
§ 12. Қатты денениң кинематикасы. Мүйешлик тезлик пенен мүйешлик тезлениў. Бар болған қатты денелердиң барлығы да оған тәсир ететуғын күшлердиң тәсиринде қандай да бир шамаға деформацияланады. Таллаўларды әпиўайыластырыў үшін *абсолют қатты дене* хаққындағы түсиникти киргиземиз. Абсолют қатты дене хаққында гәп етилгенде оған тәсир ететуғын күшлердиң тәсиринде пүткиллей деформацияланбайтуғын қыялымыздағы денени түсинемиз. Абсолют қатты денеде денениң айырым бөлимлерин басқа бөлимлерине салыстырғанда жылыстырыў мүмкин емес. Абсолют қатты денениң

қозғалысы *илгерилемели* хәм *айланбалы* қозғалысқа алып келинеди.

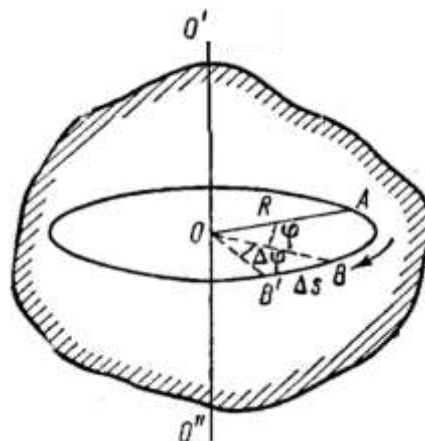
Қатты денениң илгерилемели қозғалысында усы денеде өткерилген хәм оның менен тұрақлы түрде байланысқан түүры барлық ўақытта өзи өзине параллель болып қалады. (24-сүүрет). Илгерилемели қозғалыста қатты денениң барлық ноқатлары бирдей v тезлигине хәм бирдей w тезлениўине ийе болады.

Айланбалы қозғалыста қатты денениң барлық ноқатлары орайлары *айланыў көшери* деп аталатуғын түүрының бойында жайласқан ноқатлардың дөгерегинде шеңбер бойынша айланады (25-сүүрет).

Улыўма жағдайда қатты дене бир ўақытта илгерилемели қозғалысқа да, аylanбалы қозғалысқа да қатнаса алады. Соның менен бирге айланыў көшериниң өзи де денеге салыстырғанда орнын өзгертиўи мүмкин; бундай жағдайда хәр бир момент ушын бир заматлық көшердиң дөгерегиндеги айланыў ҳаққында гәп етиледи.



24-сүүрет. Қатты денениң илгерилемели қозғалысы.



25-сүүрет. Қатты денениң аylanбалы қозғалысы.

Мүйешлик тезлик ҳаққындағы түсиникти киргиземиз. Оның ушын айланыўшы денениң базы бир B ноқатын φ мүйеши менен анықлаймыз (25-сүүрет). Бул мүйеш OB радиусы хәм базы бир басланғыш OA радиусы менен пайда етилген. Денени айландырғанда φ мүйеши үзликсиз өзгереди. Тең өлшеўли айланатуғын денениң ω мүйешлик тезлиги деп OB радиусы бұрылатуғын $\Delta\varphi$ мүйешине түүры пропорционал, ал усындай бұрылыў ушын кеткен Δt ўақытына кери пропорционал болған шамаға айтамыз:

$$\omega = k \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \quad (1)$$

Бул формулада k арқалы пропорционаллық коэффициент белгиленген. Егер $k = 1$ деп болжасақ, онда

$$\omega = k \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (2)$$

формуласына ийе боламыз. Бундай жағдайда ω ны өлшеў ушын (2)-теңлик орынланатуғындай етип $\Delta\varphi$ менен Δt шамаларының өлшем бирликлерин сайлап алыўымыз керек. Мүйешлерди әдеттегидей радианларда, ал ўақытты секундларда өлшеп, биз мүйешлик тезликтің бирлиги ушын φ шамасы бир секундты бир радианға өзгеретуғын бирликти сайлап алыўымыз керек. Мүйешлик тезликтің бул бирлигин *радиан/сек* ямаса *эпиўайы* түрде *1/сек* деп белгилеўге болады.

Айланып тұрған берилген қатты денениң ω мүйешлик тезлигиниң мәниси B ноқатын сайлап алыўдан ғәрезсиз. Өйткени, берилген Δt ўақыты ишинде OB радиусының бұрылыў мүйеши $\Delta\varphi$ диң шамасы B ноқатының қайсы орында тұрғанлығынан ғәрезсиз.

Енди B ноқатының сызықлы тезлиги v менен денениң айланыўының мүйешлик тезлиги

ω арасындағы байланысты табамыз.

Мүйеш $\Delta\varphi$ ге өзгергенде B ноқаты шеңбердің бойы менен $\overline{\Delta s}$ доғасын басып өтеді деп болжайық. Бұндай жағдайда оның сызықты тезлиги сан мәнісі бойынша

$$v = \frac{\overline{\Delta s}}{\Delta t}$$

шамасына тең. Екінші тәрептен (25-сүретке қараңыз)

$$\Delta\varphi = \frac{\overline{\Delta s}}{R}.$$

Бұннан

$$v = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \cdot R$$

ямаса (2)-формула бойынша

$$v = \omega R \quad (3)$$

формуласына ийе боламыз. Бұл формулада R арқалы B ноқатынан айланыу көшерине шекемгі қашықтық белгиленген. B ноқаты айланыу көшеринен қанша алыста жайласқан болса, онда берілген ω мүйешлік тезлиги үшін сызықты тезлик v соншама үлкен болады. Айланыушы дененің қарқындылық ноқаттары қарқындылық сызықты тезликтерге ийе болады.

Сызықты тезликті дененің айланыу дәуірі T менен байланыстырамыз. $\Delta t = T$ ұақыты ишінде дене толық бір рет айланады, ал φ мүйешінің шамасы 2π шамасына артады, яғни $\Delta\varphi = 2\pi$. Бұннан (2)-аңлатпа бойынша:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (4)$$

Ең ақырында қарау үшін ұақыт бірлігіндегі айланыстар саны түсинигін киргиземіз. T ұақыты ишінде дене бір рет айланатуғын болғанлықтан, дене ұақыт бірлігінде

$$n = \frac{1}{T} \quad (5)$$

рет айланады. Бұннан (4)-аңлатпа бойынша дененің айланыуының мүйешлік тезлиги үшін және бір аңлатпаны аламыз:

$$\omega = 2\pi n. \quad (6)$$

Айланыушы дененің қарқындылық шеңбер бойынша қозғалып

$$\omega_n = \frac{v^2}{R}$$

нормаль тезлениуіне ийе болады. Бұл теңдікте v арқалы оның сызықты тезлиги, ал R арқалы ұсы ноқаттың айланыу көшеринен қашықтығы белгиленген. Бұл аңлатпаға v сызықты тезлигинің орнына ω мүйешлік тезлигин қойып (3)-аңлатпа бойынша

$$\omega_n = \omega^2 R \quad (7)$$

формуласын аламыз.

Айланыушы қатты дененің барлық ноқаттары бірдей ω мүйешлік тезлиги пенен қозғалатуғын болғанлықтан, (7)-формуладан айланыушы қатты дененің айланыу көшеринен қанша алыста тұрған болса, онда оның нормаль тезлениуінің соншама үлкен болатуғынлығын көрсетеді.

(5)- хәм (6)-аңлатпаларды пайдаланып (7)-аңлатпаға және бір түр беріуіге болады:

$$\omega_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \quad (8)$$

ямаса

$$\omega_n = 4\pi^2 n^2 R. \quad (8a)$$

Шеңбер бойынша тең өлшеулі емес қозғалыс болған жағдай үшін берілген моменттегі ω мүйешлік тезлиги түсинигін киргиземіз:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \right). \quad (9)$$

Бундай жағдайда да тең өлшеулі қозғалыстағы берілген моменттегі ω мүйешлік тезлік пенен сызықты тезлік v арасындағы байланыс сақланады [(3)-формула].

Тең өлшеулі емес айланыуда ω мүйештик тезлік ұақыттың өтйі менен өзгереді. Бул өзгеристің характеристикасы сыпатында тең өлшеулі өзгеріуші қозғалыста мүйешлік тезліктің өзгерісі $\Delta \omega$ ге түүры пропорционал хәм ұсындай өзгеріс жүзеге келген ұақыт аралығы Δt ға кері пропорционал болған β мүйешлік тезленіуі киргизиледи. Тең өлшеулі емес айланыуда берілген моменттегі мүйешлік тезленіуі мынаған тең:

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \omega}{\Delta t} \right). \quad (10)$$

Дифференциаллық есаптан мыналарға ийе боламыз:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (9a)$$

хәм мүйешлік тезленіуі ұшын

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (10a)$$

1-мысал. Жер шарының бетіндегі ноқатлардың мүйешлік хәм сызықты тезліктері менен олардың нормал тезленіуін табыңыз.

Шешими: Мүйешлік тезлік

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60} \text{ sek}^{-1} \cong 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ sek}^{-1}$$

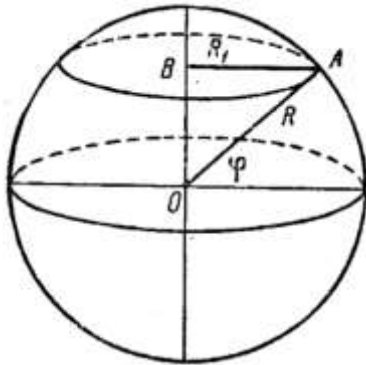
жер шарының барлық ноқатлары ұшын бирдей. φ кеңлігіндегі ноқатлардың сызықты тезлігі (26-сүүрет)

$$v = \omega R_1 = \omega R \cos \varphi$$

шамасына тең. Бул теңлікте R арқалы жер шарының радиусы белгиленген. ω ның орнына оның мәнісін қойып хәм $R = 6370 \text{ km} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ екенлігін есапқа алсақ

$$v = 4,65 \cdot 10^2 \cos \varphi \text{ m/sek}$$

шамасына ийе боламыз.



26-сүүрет.

Жер шарындағы φ кеңлігінде жайласқан A ноқаты радиусы R_1 шамасына тең шеңберді сызады.

φ кеңлігіндегі нормаль тезленіуі w_n мына формуланың жәрдемінде есапланады:

$$w_n = \omega^2 R_1 = \omega^2 R \cos \varphi.$$

Буннан

$$w_n = 3,4 \cos \varphi \frac{\text{sm}}{\text{sek}^2}$$

шамасын аламыз.

2-мысал. Радиусы $r = 10 \text{ sm}$ болған дөңгелектің айланыслар саны хәр бир секундта $n_0 = \frac{1}{2}$ айланысқа үлкейеді. Екінші секундтың ақыры ұшын табыңыз: 1) дөңгелектің мүйешлік тезлігін, 2) оның жийегіндегі ноқатлардың сызықты тезлігін, 3) оның

жийегіндегі нокатлардың нормаль, тангенциаллық хәм толық тезлениүйн.

Шешими. Екинши секундтың ақырындағы айланыслар саны n мынаған тең:

$$n = n_0 t = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{1}{\text{сек}} = 1 \frac{1}{\text{сек}}.$$

Екинши секундтың ақырындағы мүйешлик тезлик ω :

$$\omega = 2\pi n = 2\pi n_0 t = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 \frac{1}{\text{сек}} = 6,28 \frac{1}{\text{сек}}.$$

Екинши секундтың ақырындағы дөңгелектің жийегіндегі сызықлы тезлик:

$$v = \omega R = 6,28 \cdot 10 \frac{\text{см}}{\text{сек}} = 62,8 \frac{\text{см}}{\text{сек}} = 0,628 \frac{\text{м}}{\text{сек}}.$$

Жийектегі нокатлардың нормаль тезлениүй:

$$\omega_n = \omega^2 R = 6,28^2 \cdot 10 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2} = 394,4 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2}.$$

ω_t тангенциаллық тезлениүйди

$$v = \omega R = 2\pi n_0 R t$$

түріндегі аңлатпаның тийкарында табамыз, яғный v тезлиги ўақыттың өтиүйи менен тең өлшеүйли үлкейеди. Усының нәтийжесинде тең өлшеүйли қозғалыстағы жағдайдағыдай $v = \omega_t t$ түріндегі теңлик орынлы болады. Бұл аңлатпада ω_t арқалы биз излеп атырған тангенциаллық тезлениүй белгиленген. Буннан

$$\omega_t = 2\pi n_0 R = 6,28 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2} = 31,4 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2}$$

нәтийжесине ийе боламыз.

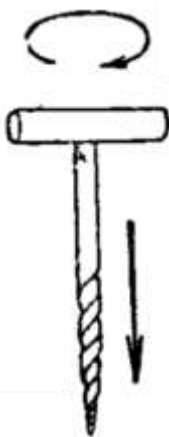
Толық тезлениүй

$$\omega = \sqrt{\omega_n^2 + \omega_t^2} = \sqrt{394,4^2 + 31,4^2} \frac{\text{см}}{\text{сек}^2} = 396,5 \frac{\text{см}}{\text{сек}^2}.$$

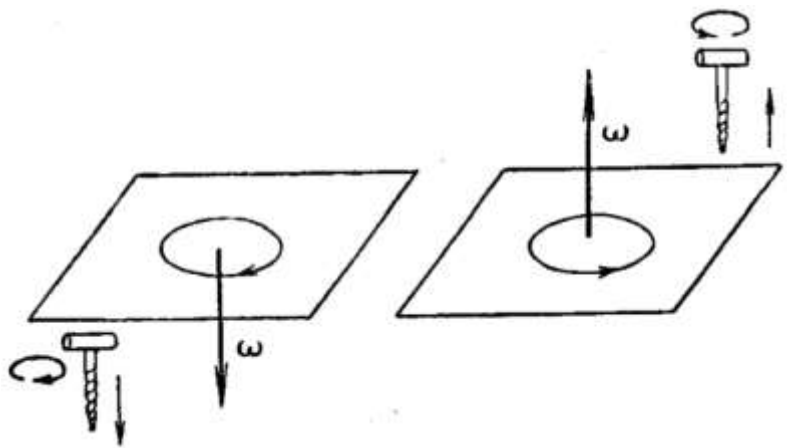
Толық тезлениүйдің бағытын 22-сүўреттен анықлаймыз. Бұл сүўретте тезлениүй менен шеңберге түсирилген урынба арасындағы α мүйешиниң

$$\sin \alpha = \frac{\omega_n}{\omega} = \frac{394,4}{396,5} = 0,9965$$

теңлигиниң жәрдемінде анықланатуғынлығы көринип тур. Буннан $\alpha = 85^\circ 30'$ теңлигине ийе боламыз. Солай етип, толық тезлениүй менен урынба арасындағы мүйеш $\alpha = 85^\circ 30'$ ямаса радиус пенен толық тезлениүй арасындағы мүйеш $\beta = 4^\circ 30'$ шамасына тең.



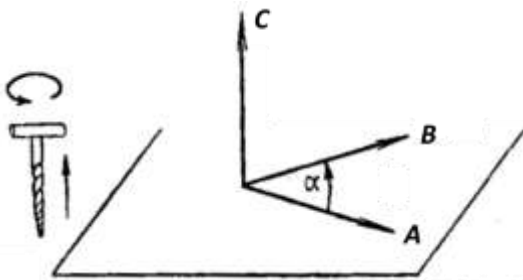
27-сүўрет. Бурғы қағыйдасы.



28-сүўрет. Мүйешлик тезлик векторы айланыў орын алатуғын тегисликке перпендикуляр бағытта оның ушы тәрептен қарағанда айланыў саат стрелкасының бағытына қарама-қарсы бағытта айланыў болатуғындай етип өткериледи.

§ 13. Мүйешлик тезлик вектор сыпатында. Берилген R радиусына ийе шеңбер

бойынша қозғалыс толық тәрийипленген болып есапланады, егер мына шамалар берілген болса: 1) *мүйешлик тезлик* ω (ямаса сызықлы тезлик v), 2) шеңбер жатқан *тегислик* хәм 3) *айланыу бағыты*. Соңғы характеристика зәрүрли характеристика болып табылады. Себеби белгили бир тәрептен қарағанда шеңбер бойынша қозғалыстың саат стрелкасының бағытында ямаса оған қарама-қарсы бағытта болыуы мүмкин. Бирақ ұсы характеристикалардың үшеуінің де бир вектордың жәрдемінде берилиуі мүмкин. Оның ушын бұл векторды тегисликке перпендикуляр бағытта өткеріу хәм вектордың бағытына айланыудың бир бағытын сәйкеслендириу керек. Усындай сәйкеслендириу бурғы қағыйдасының жәрдемінде әмелге асырылады: *вектордың бағыты сыпатында бурғының илгерилемели қозғалысының бағыты, ал айланыудың бағыты сыпатында бурғының тутқасының буралыу бағыты алынады* (27-сүрөт). Бұндай жағдайда айланыудың характеристикасы ушын *мүйешлик тезлик векторы* деп аталатуғын ω векторы киргизеди. Бұл вектордың мынадай талаптарды қанаатландырыуы керек: 1) оның сан мәніси мүйешлик тезлик ω ның сан мәнісине тең, 2) ол айланыу жүзеге келетуғын шеңбер жатқан тегисликке нормаль бағытта жүргизиледи, 3) бұл вектордың ушы тәрептен қарағанда айланыудың саат стрелкасының қозғалыс бағытына қарама-қарсы болыуы керек (28-сүрөт). Тезлик векторын усындай вектордың жәрдемінде сүүретлеудің мынадай артықмашлығы бар: егер дене бир ўақытта еки айланбалы қозғалысқа қатнасатуғын болса, онда қосынды айланбалы қозғалыс қосылыушы айланбалы қозғалыстарға сәйкес келетуғын векторлардың параллелограмм қағыйдасы бойынша векторлық қосындысына тең болады.



29-сүрөт.
Векторлық көбейме.

Векторлық таллауда *векторлық көбейме* қаққындағы түсиник киргизиледи. A хәм B векторларының векторлық көбеймеси деп сан мәніси

$$C = A \cdot B \sin(\angle A, B)$$

шамасына тең болған C векторына айтады. Бұл теңликте A хәм B арқалы A хәм B векторларының сан мәніслери, ал $(\angle A, B)$ арқалы сол векторлар арасындағы мүйеш белгиленген (29-сүрөттегі α мүйеши). C векторы A, B векторлары жатқан тегисликке перпендикуляр хәм оның ушы тәрептен қарағанда оны саат стрелкасының қозғалыу бағытына қарама-қарсы бағытта айландырғанда A векторы B векторының үстине түсиуі керек (киши мүйеш тәрепке қарай; 29-сүрөт). Басқа сөз бенен айтқанда мынадай жағдай орын алады: бурғыны A векторы тәрептен B векторы тәрепке қарай айландырғанда (киши мүйештиң бағытында) бурғының илгерилемели қозғалысы C векторының бағытын анықлайды.

Векторлық көбейме

$$C = A \times B$$

түрінде жазылады. Соның менен бирге векторлық көбейме коммутативлик қасиетке ийе емес: $C = A \times B$ векторы менен $C' = B \times A$ векторының тек сан мәніслери ғана бирдей, ал бағыттары қарама-қарсы.

Мүйешлик тезликті вектор сыпатында қарауды киргизиу v сызықлы тезлик векторын мүйешлик тезлик векторы ω хәм материаллық ноқаттың айланыу көшерине

салыстырғандағы орнын анықлайтуғын $\mathbf{r}$ радиус-векторы менен байланыстырыў ушын қолайлы.

30-сүўретте көринип турғанындай

$$\mathbf{v} = \mathbf{w} \times \mathbf{r},$$

яғный $\mathbf{v}$ сызықлық тезлик $\mathbf{w}$ ҳәм $\mathbf{r}$ диң векторлық көбеймеси болып табылады екен.

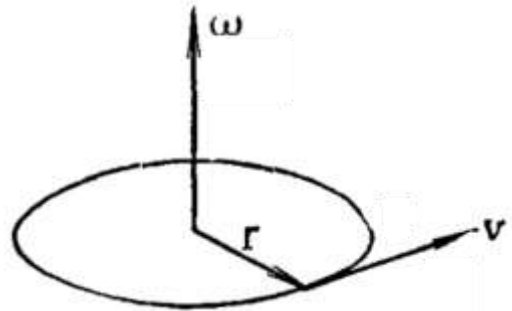
Мүйешлик тезликти вектор деп қарағанда β мүйешлик тезлениўди де вектор деп караў керек болады. Өйткени бул жағдайда

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \omega}{\Delta t} \right)$$

теңлигинде $\Delta \omega$ шамасы ω мүйешлик тезликтің векторлық өзгериси болып табылады.

30-сүўрет.

$\mathbf{v}$, $\mathbf{w}$ ҳәм $\mathbf{r}$ векторларының арасындағы байланыс.



II БАП

ДИНАМИКА

§ 14. Ньютонның биринши ызаамы. Усы ўақытқа шекем биз денелердің ўақыттан ғарезли орын алмастырыўын, яғный кинематиканың мәселелерин ғана қарадық. Қозғалыс ҳалының өзгерисине алып келетуғын денелердің өз-ара тәсирлесийи менен байланыслы болған мәселелер пүткиллей қаралған жоқ. Бул мәселелер *динамика* областына тийисли. Динамиканың тийкарғы режелери Ньютон тәрәпинен оның "Натурал философияның математикалық басламаларында" (1687) *қозғалыстың үш ызаамы* түринде келтирип шығарылды.

Ньютонның биринши ызаамы былайынша айтылады: *Басқа денелер тәрәпинен ҳалын өзгертиўге мәжбүрлейтуғын тәсирлер түсирилмегенше қалеген дене өзиниң тынышлық ҳалын ямаса туўры сызықты тең өлшеўли ҳалын сақлайды.*

Бул жағдайда денени материаллық ноқат деп қараймыз, яғный қалеген айланбалы қозғалыс алып тасланады. 35-параграфта басқа денелер тәрәпинен тәсирлер болмаған жағдайда денениң тең өлшеўли айланыс ҳалында тура алатуғынлығын көремиз.

Ньютонның биринши ызаамынан *басқа материаллық денелердің тәсири тиймегенше* денениң тынышлық ямаса туўры сызықты тең өлшеўли қозғалыс ҳалының сақланатуғынлығы келип шығады.

Ньютонның биринши ызаамын тәжирийбеде тиккелей тексерип көриўдің мүмкиншилиги жоқ. Себеби бизди қоршап тұрған ҳақыйқый жағдайларда денеге басқа денелер тәсир етпейтуғын шараятты жүзеге келтириў пүткиллей мүмкин емес. Бирақ бир қатар фактлерди улыўмаластырыў жолы менен биз Ньютонның биринши ызаамының дұрыс екенлигине көз жеткеремиз. Әдетте бизлердің этирапымыздағы предметлердің тынышлықта тұрыўы ҳәр қыйлы денелердің тәсирлериниң бир бирин компенсациялаўы менен байланыслы. Мысалы, жер шары тәрәпинен пайда етилетуғын тартыў менен тиректиң ямаса илдирилип қойылған жиптиң реакциясы бир бирин компенсациялайды. Егер басқа денелердің тәсири киши болса, онда дене (басланғыш тезлик пенен ылақтырыўдың салдарынан жердің бетинде сырғанап баратырған тас бет қаншама тегис болса, яғный басқа денелердің оған тәсири қаншама киши болса) көбирек қозғалады. Ньютонның биринши ызаамынан келип шығатуғын нәтийжелердің тәжирийбелерде алынған нәтийжелер менен сәйкес келиўи бул ызамның дұрыс екенлигин жанапай түрде исендиреди.

Ньютонның биринши ызаамын үйрениўге толығырақ иркилеў ушын мынадай мәселени қойыў керек: Ньютонның биринши ызаамында гәп етилетуғын тынышлық ҳал менен тең өлшеўли қозғалыс ҳалы қандай есаплаў системасына (ямаса координата системасына) салыстырғанда орнайды? Ньютонның өзи бул жағдайда гәптиң абсолют кеңисликтеги базы бир абсолют қозғалыс ҳаққында айтылатуғынлығын нәзерде тутты. Ол былай жазды: "Өзиниң мәниси бойынша абсолют кеңислик сыртқы ҳеш нәрсеге салыстырылмайды, барлық ўақытта бирден-бир ҳәм қозғалмайтуғын ... болып қалады. Абсолют қозғалыс бир абсолют орыннан екинши абсолют орынға жылысыў болып табылады". Бундай көз-қарас метафизикалық болып табылады ҳәм ҳақыйқатлыққа сәйкес келмейди. Бар болған ҳақыйқый кеңисликтин қәсийетлери материяның өзи тәрәпинен анықланады. Бизлердің жоқарыда атап өткенимиздей, денелердің орынлары ҳәм олардың қозғалысы тек басқа материаллық денелерге салыстырыў арқалы анықланады; ҳәр қыйлы денелерге салыстырғанда бир денениң ҳәр қыйлы болып қозғалыўы мүмкин.

Бақлаўлар Ньютонның биринши ызаамының барлық есаплаў системаларына қарата

дұрыс болмайтұғынлығын көрсетеді. Бир неше мысалларды келтиремиз. Туұры сызықты хәм тең өлшеули қозғалатұғын вагон есаплау системасы болып табылады деп болжайық. Егер вагонның силкинулерин есапқа алмасақ, онда Ньютонның биринши ызамаы орынланады: вагонға салыстырғанда тынышлықта тұрған дене басқа денелердің тәсири тиймегенше қозғалмайды х.т.б. Бирақ, вагон қозғалыс бағытын өзгертсе, тормозланса ямаса жүрисин тезлетсе Ньютонның биринши ызамаының айқын түрдеги бузылыуы көринеди: қоршап тұрған денелердің тәсири тиймесе де биз қарап атырған тынышлықта тұрған денениң ауысуы ямаса төменге қарай түсип кетиуі мүмкин. Есаплау системасы сыпатында жер шарын аламыз; бул жағдайда Ньютонның биринши ызамаы хәтте тең өлшеули қозғалыста да селкилди орын алатұғын қозғалыушы вагондағыға салыстырғанда әдеуир дәл орынланады. Бирақ, бул жағдайда да базы бир процесслерди жүдә нәзик бақлаулар (маятниклердің тербелиуі, хауа хәм океан ағысларының тарқалыуы х.т.б.) Ньютонның биринши ызамаының ямаса дурысырағы бул ызамның нәтижелериниң бузылатұғынлығын көрсетеді. Бирақ, егер биз есаплау системасы сыпатында басы Қуяшта жайласқан, ал көшерлері белгили болған жулдызларға қарай бағытланған гелиоорайлық системаны қабыл етсек, онда бундай системада Ньютонның биринши ызамаы жүдә дәл орынланады. Ньютонның биринши ызамаы орынланатұғын есаплау системасын *инерциаллық система* деп атайды. Ал, гейпара уақытлары Ньютонның биринши ызамын *инерция принципи* деп те атайды.

Жоқарыда айтылып өтилгениндей, гелиоорайлық система толық дәл инерциаллық система болып табылады; оған салыстырғанда тең өлшеули хәм туұры сызық бойынша қозғалатұғын қәлеген система инерциаллық болып табылады. Қандай да бир инерциаллық есаплау системасына салыстырғанда тезлениуіге ийе болған системаның өзи инерциаллық есаплау системасы бола алмайды. Тезлениуші системалар хаққындағы мәселени төменде толығырақ қараймыз.

§ 15. Ньютонның екнши ызамаы. Күш хәм масса. Ньютонның өзи берген анықлама бойынша екнши ызам былайынша айтылады: *қозғалыстың өзгериси түскен күшке туұры пропорционал хәм сол өзгерис күш түскен бағытта болады.*

Демек, Ньютонның екнши ызамаы жаңа физикалық шама болған күш хаққындағы түсиникти киргизеди.

Ньютонның биринши ызамынан бир бири менен тәсир етисиуиниң салдарынан материаллық денелердің қозғалыс халының өзгеретуғынлығын көрдик. Бир денениң екнши денеге тәсир етиуі олардың қозғалыс халын өзгертеди хәм күш деп аталатұғын физикалық шама менен тәрийипленеди. Қозғалыс халының өзгериси денениң тынышлық халынан ямаса тең өлшеули хәм туұры сызықты қозғалыс халынан шығады дегенди аңғартады. Яғнай, бул жағдайда денениң *тезлиги өзгереді* ямаса *ол тезлениу алады*. Буннан физикалық шама болған күштиң нәтижеси денениң тезлениуіне алып келетуғын бир денениң екнши денеге тәсирин тәрийиплейди екен.

Қандай да бир дене аламыз хәм усы дене хәр қыйлы w тезлениуіне ийе болатұғындай етип басқа бир дене (ямаса денелер) менен тәсир етемиз. Тәсир қанша күшлирек болған сайын денениң алатұғын w тезлениуиниң де үлкен болатұғынлығы өз-өзинен түсиникли. Буннан қарап атырылған денеге басқа денелер тәрепинен тәсир ететуғын күш сыпатында дене алатұғын тезлениуіге пропорционал болған f физикалық шамасын қабыл етемиз:

$$f = k'w. \quad (1)$$

Бул теңликте k' арқалы пропорционаллық коэффициенті белгиленген.

(1)-теңлик қандай да бир берилген денеге тәсир ететуғын күшлерди олар пайда ететуғын тезлениулер бойынша салыстырыуға мүмкиншилик береді. Тезлениу бағытқа ийе болғанлықтан, күш те бағытқа ийе болыуы керек. Тажирийбелер бир уақытта бир неше күш тәсир еткен жағдайда алатұғын тезлениудің сол күшлердің векторлық қосындысына

тең болған бір күштің тәсирінде алатуғын тезлениўге тең екенлигин көрсетеди. Буннан *күштің вектор екенлиги* келип шығады. Күш тәрепинен алынған тезлениў қайсы тәрепке қарай бағытланған болса, күш векторы да сол тәрепке қарай бағытланған.

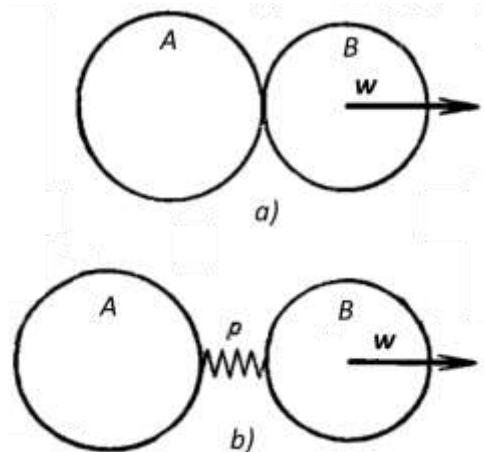
Солай етип, (1)-теңликти векторлық формада жазыўға болады:

$$\mathbf{f} = k' \mathbf{w}. \quad (1a)$$

Денелердің бір бирине тәсири бір дененің екіншісине тезлениў беріў менен шекленбейди. Базы бір басқа тәсірлер де күш пенен тәрийипленеди хәм өз гезегінде оларды күш түсинигинің дәллігин жоқарылатыў ушын пайдаланыў мүмкин. Улыўма айтқанда денелердің бір бири менен тәсірлесиўинің нәтийжесінде олардың бір бирин *деформациялаўы* да мүмкин. Бул деформацияларды күшлерди салыстырыў ушын пайдаланыўға болады. *A* денеси (31-а сүүрет) *B* денесине тиккелей тийисиў менен тәсір етип, оған *w* тезлениўин береді (*B* денесин ийтереди) деп болжайық. Егер биз *A* менен *B* денелеринің арасына басқа бір серпимли денени, мысалы, *p* пружинаны жайластырсақ (31-б сүүрет), онда *A* денеси *B* денесин ийтергенде пружина қысылады. Бундай жағдайда *A* денеси *B* денесине қаншама көбірек тезлениў берсе пружина да соншама көбірек қысылады, яғнай *A* денеси *B* денесине соншама үлкен күш пенен тәсір етеди. Бул күшти оның (1)-теңлик бойынша беретугын тезлениўи бойынша өлшеп, биз пружинаны градуировкалаў мүмкиншилигине ийе боламыз хәм оны буннан кейин күшти өлшеў ушын пайдалана аламыз.

31-сүүрет.

A денеси *B* денесин ийтерип, *w* тезлениўин береді. Усының менен бирге денелердің арасына салынған пружина қысылады.



Пружиналы динамометрдің жәрдемінде күшти өлшеў ұсылынан пайдаланып, биз мынадай тәжірийбени қоя аламыз: хәр қыйлы денелерге бирдей күш пенен тәсір етип, олардың алатуғын тезлениўлерин бір бири менен салыстырыў. Бундай жағдайда бирдей күштің тәсирінде хәр қыйлы денелердің хәр қыйлы тезлениўлерди алатуғынлығына көз жеткеріўге болады. Солай етип, хәр қыйлы денелер тәрепинен алатуғын тезлениўлеринің басқа денелер тәрепинен тәсір ететуғын күшлер мәнислери бойынша ғана емес, ал тезлениўши денелердің базы бір қәсийети бойынша да анықланатуғынлығын көремиз. Денелердің бул қәсийети *масса* деп аталатуғын айрықша физикалық шама менен тәрийипленеди.

Берілген күштің тәсирінде дене қаншама киши тезлениў алатуғын болса, онда оның массасы үлкен болады. Демек, биз денелердің массалары бирдей күшлердің тәсирінде алатуғын тезлениўлерге кері пропорционал деп болжай аламыз:

$$\frac{m_1}{m_2} = \left| \frac{w_2}{w_1} \right|. \quad (2)$$

Денелердің массасы денелердің өлшемлеринен хәм сол денелер туратуғын заттың тәбиятынан ғәрезли.

Масса денелердің ең тийкарғы характеристикаларының бири болып табылады. Ньютон массаны денедеги материяның муғдары деп есаплады. Илимде көп ұақытлар даўамында пайдаланылып келген бул анықлама дурыс емес метафизикалық характерге ийе.

...

Басқа қәлеген физикалық шама ҳаққында түсиник сыяқлы масса ҳаққындағы түсиниктиң бул шаманың басқа да физикалық шамалар менен объектив өз-ара байланыслар арқалы келтирип шығарылыўы мүмкин. Массаға қатнасы бойынша ұсындай өз-ара байланыслар денениң инертлиги түсинигин беретуғын Ньютонның екинши нызамы тәрепинен бериледи. Бундай жағдайда денениң инертлиги ҳаққында гәп еткенде денелердің бирдей тәсирлерде ҳәр қыйлы тезлениўлерди алыўында көринетуғын базы бир объектив қәсийетке ийе болатуғынлығы нәзерде тутылады. Барлық денелерге тән болған бул қәсийет белгили бир физикалық шама менен тәрийипленеди ҳәм бул физикалық шама масса болып табылады. (2)-қатнас ҳәр қыйлы денелердің массаларын санлы түрде салыстырыўға мүмкиншилик береді. Усындай жоллар менен өлшенген массаны "инерциалық масса" деп атаўға болады. Себеби ол инерциялық қубылыслардың тийкарында өлшенеди.

Масса түсинигиниң оннан толығырақ болған мазмуны фактлардың кең жыйнағын қарағанда ашылады. Усындай фактлардың ең тийкарғы болған бири М.В.Ломоносов тәрепинен ашылған массалардың сақланыў нызамы болып табылады: денелердің изоляцияланған системасының массасы ұсы системада орын алатуғын барлық өзгерислерде тұрақлы болып қалады. 17-параграфта биз масса менен қозғалыс муғдары деп аталатуғын физикалық шама арасындағы байланысты көрсетемиз; векторлық характерге ийе болған бул шама да сақланыў нызамына бағынады. Соның менен бирге, масса гравитациялық қубылысларда көринеди (32-33 параграфлардағы пүткил дүньялық тартылыс нызамы). Ақырында, салыстырмалық теориясы масса менен энергия арасындағы терең байланыстың бар екенлиги ҳаққындағы жуўмаққа келеди. Бослықтағы жақтылықтың тезлигине жақын тезликлерде денелердің массалары тұрақлы болып қалмайды, ал тезликтің шамасының өсиўи менен өседі. Толық изоляцияланған системаның, яғный тек зат алмасыўы ғана орын алмайтұғын, ал энергия алмасыўы да болмайтұғын системаның (атомлар, молекулалар ҳ.т.б.) массасы тұрақлы болып қалады.

(1)- ҳәм (2)-теңликлерди салыстырып, биз мынадай жуўмаққа келемиз: дене тәрепинен алынатұғын w тезлениўи тәсир ететуғын f күшке туўры пропорционал ҳәм денениң m массасына кери пропорционал:

$$w = k \frac{f}{m}. \quad (3)$$

Бул теңликте k – пропорционаллық коэффициенти.

(3)-теңлик векторлық характерге ийе. Ол Ньютонның екинши нызамының дәл мазмунын береді.

Көп санлы физикалық мәселелерди шешкенде тәсир ететуғын күштиң шамасы да, бағыты да белгили болады. Мысал ретінде пүткил дүньялық тартылыс күшин (32-параграф), Гук нызамына бағынатуғын серпимли күшлерди (89-параграф) көрсетиўге болады. Бундай жағдайда (3)-теңлик тезлениўди табыўға ҳәм, ұсыған сәйкес қозғалыстың характерин анықлаўға мүмкиншилик береді.

(3)-теңлик динамиканың тийкарғы теңлемеси болып табылады.

§ 16. Сүйкелис күшлери. Денелер деформацияланғанда (серпимли күшлер) пайда болатуғын күшлер ҳәм салмақ күшлери менен бир қатарда бир бири менен тийисетуғын денелер ямаса бир денениң айырым бөлимлери арасында молекулалық өз-ара тәсирлесийўдің салдарынан пайда болатуғын басқа да күшлер бар. Бир бири менен тийисип

тұрған денелердің ямаса бір дененің бөлімлерінің бір бирине салыстырғандағы қозғалыстарында жүзеге келетуғын бұл күшлерді *сүйкеліс күшлері* деп атайды.

Хәр қыйлы денелердің бір бирине тийісіуінің салдарынан пайда болатуғын күшлерді *сыртқы сүйкеліс күшлері* деп атайды. Бір бирине тийіп тұрған денелер бір бирине салыстырғанда қозғалмайтуғын жағдайларда да бұл күшлер жоғалмайды. (*тынышлықтағы сүйкеліс*). Бір дененің бөлімлерінің бір бирине салыстырғандағы қозғалыстарының салдарынан жүзеге келетуғын күшлерді *ишкі сүйкеліс күшлері* деп атайды (олар сұйықтықтар менен газлердің қозғалыстарында жийі көрінеді).

Сүйкеліс күшлері күнделікли практикада хәм техникада әхмийетли орынды ийелейді. Сонлықтан оларды есапқа алыў ұқыплығына ийе болыў Ньютонның екінші нызамын әхмийетли болған әмелий жағдайларда дурыс қолланыўға алып келеді.

Сүйкеліс күшлері денелердің бір бирине тийіп тұрған бетлеріне урынба бойынша бағытланған хәм олардың салыстырмалы тезліклерінен ғәрезли. Тезліктен ғәрезли болғанлығы себепли сүйкеліс күшлері серпимли күшлерден хәм тартылыс күшлерінен әдеўир айырмаға ийе. Сүйкеліс күшлері тек бір бирине тийіп тұрған қатты денелердің арасында ғана емес, ал қатты дене менен сұйықтық ямаса қатты дене менен газ арасында да пайда болады.

Жер бетіндегі шараятларда барлық қозғалыстарда анаў ямаса мынаў сүйкеліс күшлері пайда болатуғын болғанлықтан дененің тезлениўін анықлаў ушын оған тәсир етиўши f күши менен бір қатарда оған тәсир ететуғын v салыстырмалы тезліктің бар болыўы себепли жүзеге келетуғын f_s сүйкеліс күшін де есапқа алыў керек.

Мейли, A денеси басқа дене менен тийіскен халда оған салыстырғанда v тезлиги менен қозғалатуғын болсын. Тәжірийбелер A денесіне тәсир ететуғын f_s сүйкеліс күшінің барлық ўақытта v тезлигине қарама-қарсы бағытта тәсир ететуғынлығын көрсетеді. A денесіне f_s сүйкеліс күшінен басқа қандай да бір басқа f күши тәсир етеді деп болжайық. Бундай жағдайда A денеси алатуғын тезлениў қосынды $f + f_s$ күши менен анықланады.

Ньютонның екінші нызамы бойынша:

$$w = \frac{k}{m}(f + f_s). \quad (1)$$

Бұл теңлікте m – дененің массасы, k – пропорционаллық коэффициенті.

Хақыйқый шараятларда дененің тұрақлы v тезлиги менен қозғалыўы ушын оған f_s сүйкеліс күшін теңлестіріп тұратуғын f күши менен тәсир етиўиміз керек. Тек сондай жағдайда ғана (1)-теңліктегі қосынды күш $f + f_s$ нолге хәм ұсыған сәйкес w тезлениў нолге тең болады, яғный дене тең өлшеўли қозғалады.

Егер сыртқы күш пенен қозғалыстың салдарынан пайда болатуғын сүйкеліс күшіне тең болса, онда дене туўры сызықтық тең өлшеўли қозғалады.

Мысал ретінде винттің f ийтерий күшінің тәсирінде туўры сызықтық қозғалатуғын пароходты қарайық хәм сол f күшінің шамасын оң белгиге ийе деп есаплайық. Пароход орнынан қозғалыўдан баслап оның v тезлигіннен ғәрезли болған сүйкеліс күши пайда болады. Сүйкеліс күшінің бағыты винттің ийтерий күши f тиң бағытына қарама-қарсы болғанлықтан, оны $-f_s$ арқалы белгилеймиз. Пароход $f - f_s$ қосынды күшінің тәсирінде қозғалады. Қозғалыстың басында тезлік v еле киши хәм қосынды күш $f - f_s$ тиң мәніси оң. Нәтийжеде пароход тезлениў менен қозғалады. v тезлигинің артыўы менен сүйкеліс күшінің де сан шамасы үлкейеді хәм тезлениўдің мәніси киширейеді. Ақырында $f - f_s$ қосынды күшінің шамасы нолге тең болған моменттен баслап пароход тең өлшеўли қозғалады. Егер винттің ийтерий күши қандай да себептің салдарынан киширейетуғын болса, онда $f - f_s$ айырмасының терис мәніске ийе болады хәм нәтийжеде пароходтың тезлиги кемейеді.

Екинши мысал сыпатында аўыр денениң ҳаўадағы ҳаўаның қарсылығын есапқа алған жағдайдағы еркин түсиўин қараймыз. Егер дене ноллик басланғыш тезлик пенен төменге түсе басласа, онда оған тек P салмақ күши ғана тәсир етеди ҳәм сонлықтан ол еркин түсиў тезлениўи g ға тең болған w тезлениўи менен түсе баслайды. Түсиў тезлигиниң үлкейиўи менен ҳаўа менен дене арасындағы сүйкелис күши пайда болады, $f - f_s$ қосынды күши салмақ күшинен киши болады ҳәм w тезлениўи g еркин түсиў тезлениўинен киши болады. Тезликтің буннан былай үлкейиўиниң нәтийжесинде сүйкелис күши P салмақ күши менен теңлеседи ҳәм дене тең өлшеўли қозғалып, тұрақлы тезлик пенен түседі. Бундай тезликтің мәніси түсиўши денениң формасы менен өлшемлеринен ғарезли. Мысалы, тәжирийбе еркин түсиўши адам ушын тезликтің мәнісиниң шама менен 60 м/сек шамасына тең екенлигин көрсетеди. Парашютшылар "узақ секириў" деп аталатуғын секириўде тап усындай тезликке ийе болады. Парашют ашылғаннан кейин ҳаўаның қарсылық күши кескин түрде үлкейеди ҳәм түсиў тезлиги (қулаў тезлиги) шама менен $5-6 \text{ м/сек}$ шамасына шекем кемейеди.

Бир бирине тийип тұрған қурғақ бетлер бир бирине салыстырғанда сырғанағанда пайда болатуғын сүйкелис күшлери тийкарынан ұсы бетлердиң ҳалынан (гедир-будырлығынан) ғарезли болады. Соның менен бирге сүйкелис күшиниң шамасы бетлерди бир бирине қысатуғын күштиң нормаль бағыттағы F_n қураўшысынан да ғарезли. Күштиң F_n нормаль қураўшысының үлкейиўи менен сүйкелис күшиниң шамасы F_n ге шама менен пропорционал рәйиште үлкейеди:

$$f_s = \chi F_n. \quad (2)$$

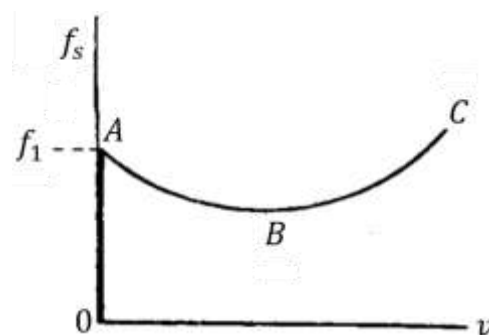
(2)-формуладағы χ шамасы *сүйкелис коэффициенти* деп аталады. χ коэффициентиниң мәніси тек бир бири менен тийисетуғын бетлердиң характеринен ғана емес, ал олардың салыстырмалы тезлиги v дан да ғарезли.

Бир бири менен тийисетуғын қатты бетлер ушын сүйкелис күшиниң шамасы (күштиң берилген F_n нормаль қураўшысындағы) жеткиликли дәрежеде кең болған шеклерде бир бирине тийип тұрған бетлердиң майданынан ғарезли емес.

Егер, мысалы, қатты бет арқалы сырғанайтуғын бирдей қайта исленген бетлерге ийе параллелепедти басқа өлшемлерге ийе болған қапталға аўдарып қойған жағдайда тап сондай v салыстырмалы тезликте сүйкелис күши f_s өзгериссиз қалады.

32-сүүрет.

f_s сүйкелис күшиниң шамасының v салыстырмалы тезликтен ғарезлиги.



Жоқарыда айтылып өтилгениндей, бир бирине тийисип тұрған қурғақ бетлер арасындағы сүйкелис күшиниң мәніси салыстырмалы тезлик v нолге тең болған ўақытта да жоқ болмайды. Денениң қандай да бир беттиң үстинде сырғанай баслаўы ушын оған бетке параллель бағытта қандай да бир f күши менен тәсир етиў ҳәм бул күштиң мәніси ұсы жағдай ушын белгили болған f_1 күшиниң мәнісинен үлкен болыўы керек. Сырттан түсирилген күш ушын $f < f_1$ теңсизлиги орынланатуғын жағдайларда дене қозғалысқа келмейди. Демек, сырғанаўшы дене менен бет арасында сыртқы күшти теңлестирип тұратуғын *тынышлықтағы сүйкелис күши* f_s деп аталатуғын сүйкелис күши пайда болады

екен.

Түсірілген сыртқы күштің шамасына байланысly сүйкеліс күші 0 ден f_1 ге шекемgi қалеген мәніске ийе бола алады. Сүйкеліс күшінің максималлық мәнісі дененің сырғанай баслауы үшін талап етілетуғын f_1 күшінің шамасына тең. Ол (2)-қатнасты қанаатландырады; бундай жағдайда χ коэффициентін *тынышлықтағы сүйкеліс коэффициенті* деп атайды. Тынышлықтағы сүйкеліс коэффициентінің мәнісі тек бир бири менен тийісетуғын бетлердің табиятынан ғарезли. Ағаштың құрғақ бетлери бир бири менен тийіскендеги тынышлықтағы сүйкеліс коэффициентінің мәнісі шама менен 0,6 ға тең; полат бет мұз бенен тийіскенде пайда болатуғын тынышлықтағы сүйкеліс коэффициенті шама менен 0,03 ке тең болады.

f сыртқы күшінің мәнісі тынышлықтағы максималлық сүйкеліс күшінен үлкен болса, онда дене сырғанай баслайды хәм сырғанаудағы сүйкеліс күші пайда болады. Сырғанаудағы бұл сүйкеліс күші дәслеп тынышлықтағы сүйкеліс күшінен *киши* болады хәм салыстырмалы тезлик v ның өсіуі менен оның мәнісі дәслеп киширейеди; буннан кейін салыстырмалы тезлик v ның өсіуі менен сүйкеліс күші үлкейе баслайды. Сүйкеліс күшінің салыстырмалы тезликтен ғарезлиги 32-сүүретте келтирилген. $v = 0$ болған жағдайда сүйкеліс күшінің мәнісі түсірілген сыртқы күштің мәнісіне байланысly нолден f_1 ге шекемgi қалеген мәніске ийе бола алады (ордината көшери бойынша OA кесіндісі). Сүйкеліс күшінің буннан кейінги салыстырмалы тезлик v дан ғарезлиги ABC иймеклиги менен көрсетілген.

Техникада сүйкелісетуғын бетлердің арасына майлау майы жағылады. Бұл май жабысқақ сұйықлық болып табылады хәм бұл сұйықлық қатты бетлер арасында жұқа қатламды пайда етеди. Майлау теориясы биринши рет рус инженері Н.П.Петров тәрөпинен раужаландырылды. Ол майлау майы болған жағдайда ишки сүйкеліс пенен ис алып баратуғынымызды көрсетти. Қатты денеге жақын болған майлаушы сұйықлық оған жабысады; сырғанау болса сұйықтың қатламлары арасында болады. Подшипниклер менен көшерлес болған вал болған жағдайда сүйкеліс күшінің шамасы майлаушы заттың жабысқақлығына, ұақыт бирлигиндеги валдың айланыу санына түүры пропорционал хәм вал менен подшипниклердің бетлерінің арасындағы қашықтыққа кері пропорционал.

§ 17. Қозғалыс мұғдары. Күштің импульсі. Дәслеп турақлы f күшінің тәсірінде жүзеге келетуғын қозғалысты, яғный тезлениу векторы w ның турақлы шамасы менен тәрийипленетуғын қозғалысты қараймыз. Мейли, Δt ұақыт аралығында тезлик $\Delta v = v_2 - v_1$ шамасына өзгеретуғын болсын. Бундай жағдайда тезлениу үшін

$$w = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

аңлатпасына ийе боламыз. Тезлениудің ұсы мәнісін Ньютонның екінши ызамының аңлатпасына қойсақ

$$w = k \frac{f}{m},$$

онда

$$\frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = k \frac{f}{m} \text{ ямаса } \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t} = kf \quad (1)$$

теңлигине ийе боламыз. $mv_2 - mv_1$ шамасының mv_2 хәм mv_1 шамаларының векторлық айырмасы екенлигин нәзерде туту керек. Дененің массасы m менен тезлиги v ның көбеймесіне тең болған mv шамасын *қозғалыс мұғдары* K деп атау қабыл етілген. Қозғалыс мұғдары

$$K = mv \quad (2)$$

векторлық шама болып табылады, оның бағыты тезлик v ның бағыты менен бирдей.

(1)-аңлатпаға қозғалыс мұғдарын киргизип, мынаған ийе боламыз:

$$\frac{K_2 - K_1}{\Delta t} = kf \text{ ямаса } \frac{\Delta K}{\Delta t} = kf.$$

Бұл аңлатпада ΔK шамасы қозғалыс мұғдарының өзгерісі болып табылады. (3)-теңлік мынаны аңғартады: тең өлшеуілі өзгермелі қозғалыста *ұақыт бирлигиндеги қозғалыс мұғдарының өзгерісі түсірілген күшке тууы пропорционал хәм күш тәсір еткен бағытта жүзеге келеді.*

(3)-теңліктен пайдаланып, күш үшін мынадай анықламаны беріуге болады: күш ұсы күштің тәсіріндегі қозғалыс мұғдарының *ұақыт бирлигиндегі өзгерісіне тууы пропорционал хәм бағыты ұсы өзгеріс жүзеге келген бағытқа сәйкес келетуғын векторлық шама болып табылады.*

(3)-аңлатпаны күш f *ұақытқа байланысly өзгеретуғын жағдайдағы тең өлшеуілі емес қозғалыс үшін ұлыұмаластырамыз.* Бұндай жағдайда (3)-теңліктегі Δt шамасын *ұақыттың шексіз киші өзгерісі деп түсініұиміз, яғның*

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta K}{\Delta t} = kf \quad (3a)$$

аңлатпасын жазыұымыз керек. Бұл аңлатпадағы f берілген *ұақыт моментіндегі күштің мәнісі болып табылады.*

(3)-теңлік сыяқлы (3a) теңлігі де Ньютонның екінші нызамын аңғартады.

Өткерілген пикирлеу көз-қарасы бойынша 15-параграфтағы (3)-теңлік хәм ұсы параграфтағы (3a) теңлігі бир бирине толық эквивалент. Себебі олардың екіншісі биріншісінен тиккелей келтиріп шығарылды. Олардың екеуі де Ньютонның екінші нызамын дәл аңғартады. Бирақ, егер дененің массасы m тезліктен ғәрезсіз тұрақлы шама болған жағдайда ғана бұл эквивалентлік орын алады. Денелердің тезліклері жақтылықтың тезлігіне салыстырғанда киші болған жағдайларда бұл дурыс. Жақтылықтың тезлігі менен салыстырарлықтай тезліклер менен болған қозғалыстарда дененің массасы m тұрықлы шама болып қалмайды: оның шамасы тезлік v дан ғәрезлі. Бұндай тезліклердегі қозғалыстар салыстырмалық теориясының механикасына бағынады. Усының менен бирге (3a) аңлатпасы өзінің мәнісін сақлайды. Сонлықтан ол 15-параграфтағы (2)-теңлікке салыстырғанда Ньютонның екінші нызамының бир қанша ұлыұма формулировкасы болып табылады. Берілген *ұақыт моментіндегі күштің мәнісі менен бир қатарда биз базы бир шеклі Δt ұақыт аралығындағы f күштің орташа мәнісін қарай аламыз.* Бұндай жағдайда (3a) аңлатпасының орнына

$$\frac{dK}{dt} = k\bar{f} \text{ ямаса } \bar{f}dt = k'dK = k'(mv_2 - mv_1). \quad (4)$$

Бұл аңлатпаларда $k' = 1/k$.

$\bar{f}$ күшінің ұсы күш тәсір ететуғын Δt *ұақыт аралығына көбеймесіне тең болған $\bar{f}dt$ шамасы күштің импульсі деп аталады.* Күш импульсі векторлық шама болып табылады. (4)-теңлік күш импульсі векторының қозғалыс мұғдарының векторлық көбеймесіне тууы пропорционал екенлігін тастыйықлайды. Ол қозғалыс мұғдарының өзгеріу бағытына қарай бағытланған.

§ 18. Күш пенен массаның бирліклері. Мысаллар. 15-параграфтағы (3)-теңліктегі пропорционаллық коэффициентін 1 ге тең деп болжап ($k = 1$)

$$w = \frac{f}{m} \quad (1)$$

аңлатпасына ийе боламыз хәм оны f күш пенен m массаның бирліклерін табыу үшін пайдаланыуға болады.

CGS системасында массаның бирлігі сыпатында грамм (3-параграфқа қараңыз), ал тезленіудің бирлігі сыпатында 1 см/сек^2 қабыл етілген. Бұннан (1)-теңлікті пайдаланып CGS системасындағы *күштің бирлігі сыпатында массасы 1 г болған денеге 1 см/сек^2*

тезлениу беретугын күшти сайлап алыуымыз керек. Күштің ұсындай бирлиги дина деп аталады.

$$\bar{f}\Delta t = k'(mv_2 - mv_1)$$

формуласына $k' = 1$ теңлигин қойып (17-параграфқа қараңыз)

$$\bar{f} = \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t}$$

формуласын аламыз. Буннан динаның денениң қозғалыс мұғдарын бир секундта $1 \text{ г}\cdot\text{см}/\text{сек}$ шамасына өзгертетугын күштиң шамасына тең екенлиги келип шығады.

SI системасында күштиң бирлиги сыпатында массасы 1 кг болған денеге $1 \text{ м}/\text{сек}^2$ шамасындағы тезлениу беретугын күштиң шамасы қабыл етилген. Күштиң бұл бирлигин *ньютон* деп атайды. Есаплаулар жолы менен мынадай теңдиклерди келтирип шығаруы мүмкін:

$$1 \text{ ньютон} = 0,001 \text{ стена} = 10^8 \text{ дин.}$$

Бирликлердің техникалық системасында күш Ньютонның екінші нызамынан ғәрезсиз тийкары бирлик сыпатында сайлап алынады. Әлбетте, қәлеген түрде белгиленип алынған күш күштиң бирлиги болып хызмет ете алады. Техникалық бирликлер системасында ұсындай күш сыпатында белгили болған салмақ күши қабыл етилген. Жердің бетінде тұрған қәлеген денеге Жер тәрепинен тартуы күши тәсир етеди (оны салмақ күши ямаса салмақ деп атайды). Хәр қыйлы денелер ұшын салмақ күшинің мәниси хәр қыйлы хәм берилген дене ұшын оның шамасы жер шарындағы қайсы орында хәм жердің бетинен қандай бийикликлерден өлшенгенлигинен ғәрезли. Бирақ, белгили болған денени сайлап алсақ хәм оның жердің бетінде ийелеп тұрған орнын белгилеп алсақ, онда сол денеге тәсир ететугын салмақ күши де (оның салмағы) белгили болған мәниске тең болады хәм бұл мәнисти бирлик сыпатында сайлап алыу мүмкін. Нәтийжеде тап ұсындай хәрекет етиу мүмкін: *техникалық системада күштиң бирлиги сыпатында 1 кг массаның эталоны болып хызмет ететугын тәрези тасының 45° кеңликтеги теңиздің бетинің қәддиндеги жер шарына тартылуы күшинің шамасы қабыл етилген* (буннан дәлиреги, техникалық системада күштиң бирлиги сыпатында массасы 1 кг болған денеге $g_0 = 9,80665 \text{ м}/\text{сек}^2$ тезлениу беретугын күш қабыл етилген). Күштиң бұл бирлиги килограмм деп аталады (массаның бирлиги килограмм сыяқлы атамаға ийе); алжасыққа жол қоймау ұшын пүткиллей хәр қыйлы болған физикалық шамалар ұшын хәм қыйлы қысқартулар қолланылады; бир килограмм болған массаның бирлигин кг , бир килограмм болған күштиң бирлигин кГ арқалы. $\frac{1}{1000} \text{ кГ}$ шамасына тең күшти *Грамм* деп атайды хәм Г арқалы белгилейди (массаның бир бирлигин г арқалы белгилеймиз) 1000 кГ шамасына тең күшти *Тонна-күш* деп атайды (Т арқалы белгиленеди). 1 кГ күштиң тәсиринде массасы 1 кг болған дене $981 \text{ см}/\text{сек}^2$ тезлениу алатугын болғанлықтан (салмақ күшинің тезлениуі)

$$1 \text{ кГ} = 981\,000 \text{ дин}, \quad 1 \text{ Г} = 981 \text{ дин.}$$

Жер шарының бетинің хәр қыйлы ноқатлары ұшын салмақтың өзгериси үлкен болмағанлықтан, көпилик жағдайларда мәселелерди шешиуде массасы 1 кг болған денениң салмағын 1 кГ шамасына тең деп есаплауға болады. 45° кеңликте хәм теңиздің бетинің қәдди ұшын бұл қатнас дәл орынланады.

Техникалық системада жоқарыда көрсетилгендей ұсыл менен күштиң бирлигин қабыл етсек хәм тезлениуді $\text{м}/\text{сек}^2$ бирликлеринде өлшесек, онда ұсы параграфтағы (1)-формуланы пайдаланып массаның бирлигин ықтыярлы түрде сайлап алыуға болмайды. *Техникалық системада массаның бирлиги сыпатында 1 кГ күштиң тәсиринде $1 \text{ м}/\text{сек}^2$ тезлениу алатугын денениң массасы қабыл етилген.* Массаның бұл бирлиги арнаулы атамаға ийе емес.

Массасы 1 кг болған дене 1 кГ күштиң тәсиринде, яғнай меншикли салмағының тәсиринде, $9,81 \text{ м}/\text{сек}^2$ шамасындағы тезлениу алатугын болса, онда ұсындай 1 кГ күштиң

тәсирінде 1 м/сек^2 шамасындағы тезлениў алатуғын массаның техникалық бирлиги 1 кг нан $9,81$ есе үлкен болыўы керек. Демек:

$$\text{массаның } 1 \text{ техн. бирл.} = 9,81 \text{ кг.}$$

Енди денениң салмағы менен массасы арасындағы қатнасқа толығырақ тоқтаймыз. Базы бир денениң салмағы P оны жер шарына тартылатуғын күш болып табылады, сонлықтан массасы m болған дене өзиниң меншикли салмағына сәйкес алатуғын тезлениўи $w = g$ шамасына тең болады. Ал g болса 15-параграфтағы (3)-формулаға сәйкес

$$g = k \frac{P}{m}, \text{ буннан } P = k'mg \quad (2)$$

формулаларынан ийе боламыз. Бул аңлатпада k' пропорционаллық коэффициент болып табылады.

(2)-формула масса, салмақ хәм салмақ күшиниң тезлениўи өлшенетуғын бирликлер системасын сайлап алыўдан ғәрезсиз заттың салмағы P менен оның масса m арасындағы ұлыўмалық байланысты береді. k' пропорционаллық коэффициентиниң сан мәніси бул бирликлерди сайлап алыўдан ғәрезли хәм егер $k' = 1$ деп болжасақ, онда

$$P = mg \quad (2a)$$

формуласына ийе боламыз. Бирақ, енди биз P, m, g шамаларын ықтыярлы бирликлерде өлшей алмаймыз, ал қандай да бир өлшеў системасын пайдаланыўымыз керек. Мысалы, CGS системасында m граммларда, g болса см/сек^2 бирлиги менен, ал P болса диналарда өлшенеді. Техникалық бирликлерде m массаның техникалық бирликлеринде, g болса м/сек^2 , ал P болса кг ларда өлшенеді. Бул системалардың хәр биринде (2a) қатнасы орынланады. Егер биз аралас бирликлер системаны пайдаланатуғын болсақ, мысалы, m массаны килограммларда (кг), тезлениў g ны м/сек^2 ларда, P ны салмақтың килограммлары кг ларда өлшесек, онда пропорционаллық коэффициентини k' ны 1 ге тең деп есаплаўға болмайды. Бундай жағдайда ол

$$k' = \frac{1}{9,81}$$

мәнісине ийе болады. Бундай жағдайда

$$P (\text{кг}) = \frac{1}{9,81} \cdot m (\text{кг}) \cdot g (\text{м/сек}^2)$$

теңлигине ийе боламыз. Оған $m = 1 \text{ кг}, g = 9,81 \text{ м/сек}^2$ шамаларын қойып, алыныўы күтилгениндей $P = 1 \text{ кг}$ мәнісин аламыз.

15- хәм 17-параграфларда келтирип шығарылған қатнастардың әхмийетин хәм бирликлер системасын дұрыс пайдаланыў зәрүрлигин нәзерде тутып, бир неше мысаллар келтиремиз.

1-мысал. Салмағы 16 Т болған вагон басланғыш 5 м/сек тезлик пенен төменге қарай қозғалады. Төмендегі үш жағдай ушын вагонға тәсир ететуғын күштиң орташа мәнісин анықлаў керек: а) вагон сүйкеліс күшлериниң тәсирінде 1 мин ўақыты ишінде тоқтайды; б) вагон 15 сек ишінде тормозланады; с) вагон тосқынлыққа ушырап $0,5$ сек ўақыт ишінде тоқтайды.

Шешими. 17-параграфта келтирилген күш импульси менен қозғалыс мұғдарының өзгеріси арасындағы (4)-қатнастан вагонға тәсир ететуғын күштиң орташа мәнісин табамыз:

$$\bar{f} \Delta t = mv_2 - mv_1,$$

буннан

$$\bar{f} = \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t}.$$

Биз қарап атырған жағдайда вагон тоқтайды. Сонлықтан оның ақырғы тезлиги v_2 нолге тең. Буннан

$$\bar{f} = -\frac{mv_1}{\Delta t}.$$

Минус белгиси вагонға тәсир ететуғын күштиң оның v_1 қозғалыс бағытына қарама-қарсы екенлигин билдиреди. Техникалық бирликлер системасын пайдаланып $m = \frac{16000}{9,81}$ массаның техн.

бирлиги $\cong 1632$ массаның техн. бирлиги. Буннан күштің орташа мәнісінің сан шамасы $\bar{f}$ мынаған тең

$$\bar{f} = \frac{1632 \cdot 5}{60} \text{ кГ} = 136 \text{ кГ}.$$

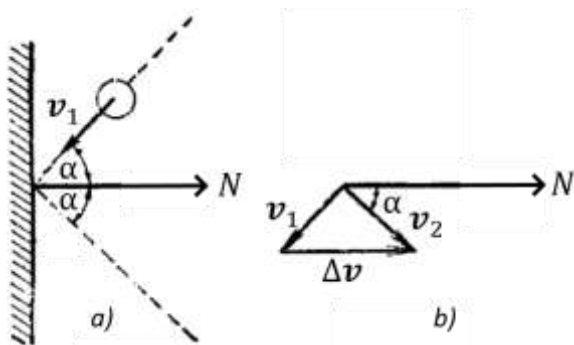
Буннан b) жағдайда

$$\bar{f} = \frac{1632 \cdot 5}{15} \text{ кГ} = 544 \text{ кГ},$$

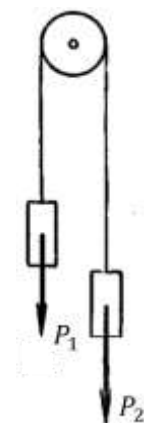
ал, c) жағдайда

$$\bar{f} = \frac{1632 \cdot 5}{0,5} \text{ кГ} = 16\,320 \text{ кГ},$$

Солай етип, қозғалыс мұғдарының шамасы бір мәніске өзгергенде күштің шамасы ұсы қозғалыс мұғдары өзгеріске ұшырайтуғын ұақыттан ғәрезли болады екен: сүйкеліс күшінің тәсірінде вагон әстелик пенен тоқтағанда күш 139 кГ шамасына тең, ал 0,5 сек шамасына тең қысқа ұақыт ишінде қозғалыс мұғдары нолге шекем кемеігенде күштің шамасы 16 Т дан да үлкен болады.



33-сұйрет. Топтың дийұалға серпимли ұрылыұы.



34-сұйрет. Блок арқалы тасланған жипке бекитилген жүклердің қозғалысы.

2-мысал. Салмағы 200 Г болған топ дийұалға ұрылады хәм оннан тезлігін жоғалтпай кейін қайтады. Сонлықтан топтың траекториясы менен дийұалға түсірилген нормаль арасындағы мүйештің шамасы α (33-а сұйрет) соқлығысыұдан кейінги траектория менен дийұалға түсірилген нормаль арасындағы мүйешке тең. Топтың тезлігі 5 м/сек, топтың дийұалға ұрылыұы $\Delta t = 0,05$ сек даұам етеди. $\alpha = 60^\circ$ болған мүйеш ұшын соққының күшін табыңыз.

Шешими. 17-параграфтағы (4)-формуладан мынаған ийе боламыз:

$$\bar{f} \Delta t = m(v_2 - v_1) = m \Delta v.$$

Бұл теңлікте $v_2 - v_1$ шамасы векторлық айырма болып табылады. Дийұалдан сыртқа қарай түсірилген нормалдың бағытын оң деп есаппап (33-б сұйрет) мынаған ийе боламыз:

$$\Delta v = v_2 \cos \alpha - (-v_1 \cos \alpha) = v_2 \cos \alpha + v_1 \cos \alpha.$$

Мәселенің шәрті бойынша дийұалға ұрылыұдың салдарынан топтың тезлігінің сан мәнісі өзгермейди, яғный $v_2 = v_1 = v$. Буннан

$$\Delta v = 2v \cos \alpha.$$

Δv ның бағыты дийұалға перпендикуляр. Бұл мәністи (3)-аңлатпаға қойып, топқа соққының ұақытында тәсір еткен күштің орташа мәнісін табамыз:

$$\bar{f} = \frac{2v \cos \alpha}{\Delta t}.$$

Бұл теңлікте Δt арқалы соққы ұақыты белгиленген. Мысалда келтирилген шамалардың сан мәнісі ұшын мынаған ийе боламыз:

$$\bar{f} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2}}{9,81 \cdot 0,05} \text{ кГ} \cong 2 \text{ кГ}.$$

3-мысал. Козғалмайтуғын блок арқалы (34-сүрөт) жип тасланған, оның ұшларына салмақтары P_1 хәм P_2 болған жүклер илдирилген. Қозғалысты сүйкеліссіз болып өтеди деп болжап, жүклердің тезлениуін анықлаңыз.

Шешими. Жүклердің хәр бирине салмақ күши хәм жиптің керіу күши тәсир етеди. Төменге қарай бағытты оң деп есаплаймыз. Бундай жағдайда

$$m_2 w = P_2 - f_k, -m_1 w = P_1 - f_k$$

Бұл теңдіклерде m_1 менен m_2 арқалы жүклердің массалары, w арқалы олардың тезлениуінің санлық мәнісі белгиленген. Биринши теңдіктен екинши теңдікті ағзама-ағза алсақ

$$(m_1 + m_2)w = P_2 - P_1$$

теңлігине ийе боламыз. Бирақ P_1 менен P_2 салмақ күшлери сәйкес $m_1 g$ хәм $m_2 g$ шамаларына тең (g арқалы еркин түсіу тезлениуі белгиленген). Буннан

$$w = g \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

теңлігін аламыз.

Үстине еки жүк бекитилген жип тасланған ұсындай блок Ньютонның екинши ызамын иллюстрациялау үшін демонстрациялау әсбабы болып табылады ("Атвуд машинасы").

Егер еки жүкті де бирдей етип алсақ, онда $m_1 = m_2$ хәм (4)-формула бойынша жүклердің тезлениуі w нолге тең болады. Бундай жағдайда жүклерді қозғалтып, яғнай оларға базы бир v тезлігін беріп, блоктың киши сүйкелісінде жүклердің тең өлшеулі қозғалатуғынлығын бақлау мүмкин. Бир жүктің салмағы екиншисинен азмаз үлкен болған жағдайда $m_2 - m_1$ айырмасының шамасы $m_1 + m_2$ қосындысының шамасынан азмаз киши болады. Буннан (4)-формула бойынша жүклердің тезлениуі w үлкен болмайды. Бундай жағдайда теңдей ұақытлар ишіндегі жүклер басып өткен жолдың шамасын аңсат регистрациялауға хәм олардың тең өлшеулі тезлениуіші қозғалысқа сәйкес келетуғынлығына исениуге болады.

§ 19. Механикалық салыстырмалық принципі. 14-параграфта биз Ньютонның биринши ызамаының инерциаллық есаплау системасында орынланатуғынлығын көрдик. Тап ұсындай жағдай Ньютонның екинши ызамаыны да тийисли. Улыума алғанда Ньютонның биринши ызамаын екинши ызамның дара жағдайы деп қарау мүмкин; хақыйқатында да, екинши ызамның $f = mw$ аңлатпасына $f = 0$ күшін қойсақ, онда $w = 0$ хәм бұл хеш қандай күшлер тәсир етпейтуғын денениң (яғнай хеш қандай басқа дене тәсир етпейтуғын) тезлениуінің нолге тең екенлігін, яғнай ондай денениң тынышлықта туратуғынлығын ямаса түүры сызықты тең өлшеулі қозғалатуғынлығын аңғартады.

Бизлер және инерциялық системаға салыстырғанда түүры сызықты тең өлшеулі қозғалатуғын системаның өзиниң де инерциаллық есаплау система болып табылатуғынлығын көрсеттик.

Бир денениң қозғалысын хәр қыйлы болған еки инерциаллық есаплау системасына салыстырғандағы қозғалысын қараймыз; бундай жағдайда қозғалыстың тек ғана тезліклердің тұрақты болған базы бир айырмасына ғана айрылатуғынлығы айқын: *бир денениң хәр қыйлы инерциаллық есаплау системаларындағы тезлениуі бирдей*. Буннан Ньютонның екинши ызамаы бойынша еки инерциаллық системадағы бир денеге тәсир ететуғын күшлер бирдей болып табылады. Егер биз түүры сызықты тең өлшеулі қозғалатуғын вагонның ишінде тұрған болсақ, онда қандай да бир денеге вагонға салыстырғанда белгили бир тезлениуді беріу үшін зәрүр болған күш тыныш тұрған вагондағы сондай затты сондай тезлениу менен қозғалтыу үшін зәрүрли болған күшке тең. Басқа сөз бенен айтқанда түүры сызықты, тең өлшеулі қозғалатуғын вагонның ишіндегі барлық механикалық процесслер тыныш тұрған вагонның ишіндегі механикалық процесслер менен бирдей болып өтеди. Бұл мынаны аңғартады (әлбетте, вагонның шайқалыуын есапқа алмасақ хәм айна арқалы қараудың мүмкиншилиги болмаған жағдайда): түүры сызықты, тең өлшеулі қозғалатуғын вагонның ишінде хеш қандай механикалық тәжірибелердің жәрдеминде вагонның тезлігін хәм оның түүры

сызықты, тең өлшеулі қозғалыс фактин анықлауға болмайды. Системаның ишінде тұрып оның түйірі сызықты, тең өлшеулі қозғалысын анықлаудың мүмкіншилигинің жоқ екенлиги биринши болып Галилей тәрепинен көрсетилди. 1632-жылы Галилей кораблдің жабық каютасында болып өтетуғын құбылыстарды қарап, былай жазды: "хәм әне (егер кораблдің қозғалысы тең өлшеулі болса) сиз барлық құбылыстарда хеш бир өзгеристи аңғармайсыз хәм олардың хеш биринен кораблдің қозғалып баратырғанлығы ямаса тоқтап тұрғанлығы хаққында хеш нәрсе айта алмайсыз: сиз секирсеңиз пол бойынша тынышлықта тұрған кеңисликтей кеңислик арқалы өтесиз, яғный корабль жүдә тез қозғалатуғын жағдайда сиз ҳаўада жайласқан ўақытта пол алға қарай жылысатуғын болса да оған салыстырғанда артта қалмайсыз хәм кораблдың алдыңғы тәрепинде тұрған жолдасыңызға қарай сиз кораблдің артқы тәрепинде тұрып жолдасыңыз бенен қарама-касы тәреплерде тұрып топты ылақтырғаныңызға қарағанда топты үлкенирек күш пенен ылықтырыўыңыздың кереги жоқ, жоқарыға илдирилген ыдыстан тамып тұрған тамшылар полға жетемен дегенше корабль алға қарай кететуғын болса да, полға вертикаль бағытта келип түседи хәм хеш бир тамшы кораблдің артқы тәрепине қарай тамбайды. Шыбынлар өзлериниң ушыўын барлық тәреплерге қарай даўам ете береди хәм олардың кораблдің артқы тәрепинен қарай жыйналыўы хеш қашан бақланбайды (кораблдің тез жүриўинен шаршағандай болып)".

Жоқарыда айтылғанлардан биз мынадай жүймақ шығарамыз: *системаның ишінде тұрып хеш бир механикалық тәжирийбениң жәрдемінде инерциялық системаның тынышлықта тұрғанлығы ямаса түйірі сызықты тең өлшеулі қозғалыста екенлигин шешиў мүмкин емес.* Механикалық көз-қарасларда барлық механикалық системалар эквивалент. Олардың қәлегенин тынышлықта тұр деп, ал қалғанларының барлығын оған салыстырғанда қозғалады деп есаплаўға мүмкин.

Бұл жағдай *механикалық салыстырмалық принципи* ямаса *Галилейдің салыстырмалық принципи* деп аталады.

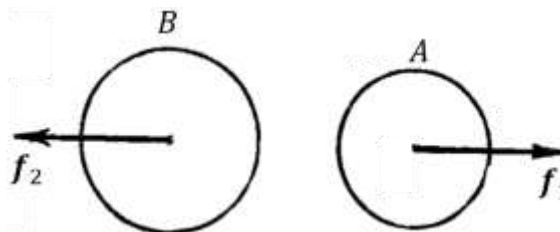
Эйнштейнниң салыстырмалық принципи бұл нәтийжеси ұлыўмаластырды хәм системаның ишінде өткерилген хеш бир тәжирийбениң, мейли электрлик, жақтылықтың ҳ.т.б. жәрдемінде системаның түйірі сызықты хәм тең өлшеулі қозғалысын анықлаудың мүмкіншилиги жоқ деп тастыйықлады.

§ 20. Ньютонның үшінши нызамы. Қозғалыс мұғдарының сақланыў нызамы. *Ньютонның үшінши нызамы* екнши нызамның мазмұнын толықтырады. Бұл нызам қозғалысларының ҳалларын өзгертиўге алып келетуғын денелердің бир бирине тәсириниң *өз-ара тәсирлесиў* характерине ийе болатуғынлығын көрсетеди. Бұл нызам бойынша: *егер В денеси А денесине f_1 күши менен тәсир ететуғын болса, онда өз гезегинде А денеси В денесине сан мәниси бойынша бирдей қарама-қарсы бағытланған f_2 күши менен тәсир етеди:*

$$f_1 = -f_2.$$

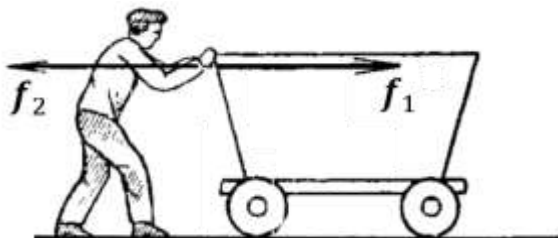
Ньютонның үшінши нызамындағы f_1 хәм f_2 күшлериниң ("тәсир" хәм "қарсы тәсир") *хәр қыйлы денелерге* түсетуғынлығын атап өтиў үлкен әҳмийетке ийе.

35-сүйрет. В денеси А денесине f_1 күши менен тәсир етеди, өз гезегинде А денеси В денесине сан мәниси бойынша бирдей, ал бағытлары бойынша қарама-қарсы f_2 күши менен тәсир етеди.



Бир неше мысалларды келтиремиз: а) адам вагонетканы ийтереди (36-сүйрет), бундай

жағдайда вагонеткаға алға қарай бағытланған f_1 күші түсіріледі, вагонетка тәрәпинен адамның қолына шамасы ұсы f_1 күшінің шамасындай, ал бағыты қарама-қарсы f_2 күші тәсир етеді; б) шөккіш мыйыққа ұрылады: f_1 күші шөккіш тәрәптен мыйыққа тәсир етеді; сан шамасы сол күшке тең, ал бағыты қарама-қарсы болған f_2 күші шөккішке тәсир етеді; в) құдықтан жипке илдирилген шелек жоқары қарай көтеріледі, f_1 күші шелекке түседі хәм бұл күш жоқарыға қарай бағытланған; шамасы жағынан f_1 күші менен бирдей, ал бағыты қарама-қарсы болған f_2 күші жипке түсірилген²⁰.



36-сүйрет.

Адам киши вагонды f_1 күші менен ийтереди, сан жағынан f_1 күшіне тең, бағыты қарама-қарсы болған f_2 күші адамның қолына түседі.

Тәсирлесетуғын денениң екеуі де тезлениў алады. Егер денелердің массалары m_1 хәм m_2 ге, ал олардың алатуғын тезлениўлери w_1 хәм w_2 шамаларына тең болса, онда Ньютонның екінши нызамы бойынша

$$w_1 = \frac{f_1}{m_1}, w_2 = \frac{f_2}{m_2}$$

теңдиклерине ийе боламыз. Буннан (1)-формула бойынша

$$w_1 = -\frac{m_2}{m_1} w_2 \quad (2)$$

формуласына ийе боламыз, яғный өз-ара тәсирлесетуғын денелер қарама-қарсы бағытланған хәм олардың массаларына кери пропорционал болған тезлениўлерге ийе болады екен.

Ньютонның үшінши нызамынан жүдә әхмийетли нәтийже келип шығады. А хәм В денелери тәсирлесетуғын жағдайда 17-параграфтағы (3)-формула бойынша А денесиниң қозғалыс муғдарының өзгериси

$$\Delta K_A = f_1 \cdot \Delta t_1 \quad (3)$$

шамасына тең. Бұл формулада f_1 арқалы А денеси тәрәпинен В тәсир ететуғын күш, ал Δt_1 арқалы f_1 күші тәсир ететуғын ўақыт белгиленген. Соның менен бирге Δt_1 ўақыты ишинде f_1 күші тұрақлы болып қалады деп болжанды. В денесиниң қозғалыс муғдарының өзгериси

$$\Delta K_B = f_2 \cdot \Delta t_2$$

аңлатпасының жәрдемінде анықланады. Бұл аңлатпада f_2 арқалы А денеси тәрәпинен В денесине тәсир ететуғын күш, ал Δt_2 арқалы f_2 күші тәсир ететуғын ўақыт белгиленген. Ньютонның үшінши нызамы бойынша:

$$f_2 = -f_1.$$

²⁰ Ньютонның үшінши нызамы бойынша А денесин қозғалысқа келтиретуғын В денесине түсірилген f_1 күшін гейпара жағдайларда *инерция күши* деп атайды. Бирақ, күшти ұсындай етип "қозғалтыўшы" f_1 хәм "инерция күши" f_2 ге ажыратыў ушын А хәм В денелери "қозғалатуғын" хәм "қозғалтыўшы" болып екиге бөлиниўи керек. Бұл жағдай жерге тиренип вагонетканы қозғалтып атырған адам ушын дұрыс. Егер бирдей болған еки шардың соқлығысыўын көз алдымызға келтирсек, онда А хәм В денелериниң екеуі де хәм Ньютонның үшінши нызамындағы f_1 хәм f_2 күшлериниң екеуі де "теңдей хуқықлы". Сонлықтан, келтирилген мәнисте "инерция күши" терминин ұслап тұрыўға хеш қандай тийкар жоқ хәм сонлықтан бұл терминди ұсы параграфта пайдаланбаймыз.

"Инерция күши" термининиң басқа мәниси хәққында 22-параграфта гәп етиледі.

Усының менен бирге, әлбетте, В денеси А денесине тәсир ететұғын Ұақыттың А денесиниң В денесине тәсир ететұғын Δt_2 Ұақытының шамасына тең екенлиги айқын. Буннан $f_1 \cdot \Delta t_1 = -f_2 \cdot \Delta t_2$ теңлигиниң орынлы екенлиги келип шығады. Демек,

$$\Delta K_A = -\Delta K_B. \quad (4)$$

Денелер арасындағы тәсир етисийдің барысында күш тұрақлы болып қалады деп болжаудың тийкарында алынған бұл теңликти күштиң шамасы өзгеретуғын жағдай ұшын аңсат ұлыұмаластырыұға болады. Оның ұшын денелердің тәсир етисийи орын алатуғын Ұақытта Ұақыттың шексиз киши болған Δt_i аралықларына бөлемиз. Усындай шексиз киши Ұақыт аралығында күштиң шамасын тұрақлы болып қалады деп есаплаұға болады. Сонлықтан, ҳәр бир шексиз киши Ұақыт аралығы Δt_i ұшын (4)-теңлик орынланады ҳәм ұсыған сәйкес бұл теңлик барлық тәсир етисий Ұақыты ұшын да орынлы болады. Нәтийжеде (4)-теңлик ұлыұмалық характерге ийе болып шығады. Ол мынаны аңғартады: *тәсирлесийдің нәтийжесинде бир денениң қозғалыс муғдары қанша шамаға үлкейсе, екнши денениң қозғалыс муғдары соншама шамаға кемейди*, яғный қозғалыс муғдарының бир денеден екнши денеге берилиүйи орын алады.

(4)-формуланы былайынша көширип жазыұ қолайлы:

$$\Delta K_A + \Delta K_B = 0. \quad (5)$$

Бұл еки дене бир бири менен тәсир етискенде олардың қозғалыс муғдарларының ұлыұмалық өзгерисиниң нолге тең болатуғынлығын, яғный олардың ұлыұмалық қозғалыс муғдары болған $K_A + K_B = K$ шамасының тұрақлы болып қалатуғынлығын аңғартады. Бұл нәтийжени *туйық системаны* пайда ететұғын бир бири менен тәсир етисетуғын, бирақ системаға салыстырғандағы сыртқы денелер менен тәсирлеспейтуғын қәлеген сандағы денелер ұшын ұлыұмаластырыұға болады. Системаны n дана денеден тұрады деп болжап ҳәм олардың қозғалыс муғдарларын $K_1, K_2, K_3, \dots, K_n$ арқалы белгилеп, мынаны аламыз:

$$K = K_1 + K_2 + K_3 + \dots + K_n = const. \quad (6)$$

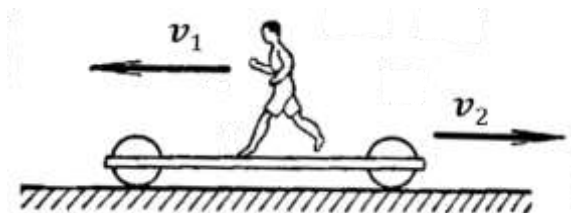
Яғный, *денелердің қозғалыс муғдарларының векторлық қосындысы қозғалыс болатуғын барлық Ұақытты тұрақлы болып қалады*.

Қозғалыс муғдарының сақланыұ нызамы деп аталатуғын бұл нызам физиканың тийкарғы нызамларының бири болып табылады. Бұл нызам тек макрокопиялық денелердің өз-ара тәсирлесийінде ғана емес, ал микрокопиялық бөлекшелердің, яғный айырым атомлардың, атом ядроларының, электронлардың ҳ.т.б. өз-ара тәсир етисийлердинде де орынланады.

Қозғалыс муғдарының сақланыұ нызамын иллюстрациялаұ ұшын мынадай мысалды қараймыз: массасы m_1 болған адам Жерге салыстырғанда тынышлықта тұрған киши арбаның үстинде тұр; арбаның массасы m_2 ге тең. Олардың ұлыұмалық қозғалыс муғдары нолге тең. Егер адам арбаның үстинде Жерге салыстырғанда v_1 тезлиги менен жуұыра басласа (37-сүұрет), онда ол $m_1 v_1$ қозғалыс муғдарына ийе болады. Бундай жағдайда сүйкелис күшлери болмаған жағдайда арба да $m_2 v_2 = -m_1 v_1$ қозғалыс муғдарына ийе болады, себеби ұлыұмалық қозғалыс муғдарының шамасы $m_2 v_2 + m_1 v_1$ нолге тең болып қалыұы керек. Солай етип, арба Жерге салыстырғанда

$$v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1$$

шамасына тең тезликке ийе болады. Бұл теңликтеги минус белгиси v_2 тезлигиниң бағытының адамның жуұырыұ тезлигиниң бағытына қарама-қарсы екенлигин аңғартады. Адам жуұырып баратырғанда арба да қозғалысын даұам етеди. Арбаның үстиндеги адам тоқтағанда оның қозғалыс муғдарының шамасы нолге тең болады. Бундай жағдайда арбаның қозғалыс муғдары да нолге тең болыұы керек: ол тоқтайды.



37-сүрет.

Адам арбаның үстінде v_1 тезлиги менен жууырады; арба болса v_2 тезлиги менен қарама-қарсы тәрепке қарай қозғалады.

Енді шарлардың серпимли емес соқлығысыұларын қараймыз. Қозғалыс мұғдарының сақланыу нызамы массалары m_1 хәм m_2 , тезликлери сәйкес v_1 хәм v_2 болған еки шардың орайлық соқлығысыұдан кейинги тезликлерин анықлауға мүмкиншилик береді.

Серпимли емес соққыдан кейин шарлардың екеуі де бирдей v тезлиги менен қозғалады. Соның менен бирге соққы орайлық болғанлықтан v , v_1 хәм v_2 тезликлериниң үшеуі де бир түүрының бойында болады.

Буннан қозғалыс мұғдарының сақланыуының себебинен

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

хәм буннан

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

теңлигин табамыз.

Енді А хәм В денелерине f_1 хәм f_2 өз-ара тәсирлесіу күшлеринен басқа сыртқы F_1 хәм F_2 күшлери тәсир ететуғын жағдайды да қараймыз. Бундай жағдайда денелердиң хәр бири ушын

$$\Delta K_A = f_1 \Delta t + F_1 \Delta t, \Delta K_B = f_2 \Delta t + F_2 \Delta t$$

аңлатпаларына ийе боламыз. Бул теңликлерди ағзама-ағза қосып хәм Ньютонның үшінши нызамы бойынша $f_1 + f_2 = 0$ екенлигин есапқа алып

$$\Delta(K_A + K_B) = (F_1 + F_2) \Delta t$$

теңлигин жазамыз.

Еки денениң толық қозғалыс мұғдары болған $K = K_A + K_B$ шамасын хәм сыртқы күшлердиң тең тәсир етиўшиси болған $F = F_1 + F_2$ шамаларын киргизип

$$\Delta K = F \Delta t \quad (7)$$

теңлигине ийе боламыз.

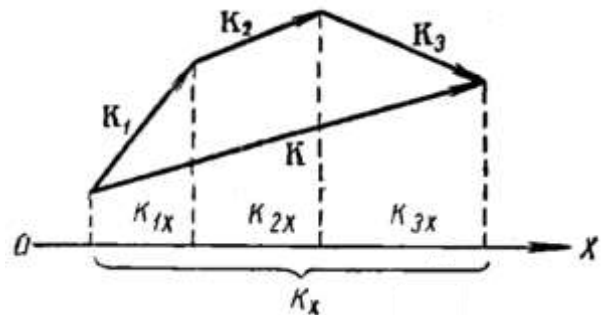
Бир бири менен тәсирлесетуғын қәлеген санлы денелер ушын да тап ұсындай теңлик орынлы болады. Солай етип, *денелер системасының толық қозғалыс мұғдарының өзгериси сыртқы күшлердиң тең тәсир етиўшисиниң импульси* менен анықланады екен. Егер сыртқы күшлердиң тең тәсир етиўшиси нолге тең болатуғын болса, онда толық импульс мұғдарының өзгериси де нолге тең болады. Бундай жағдайда системаның қозғалыс мұғдарының толық векторы тұрақлы қалады: (7)-теңлик қайтадан (6)-теңликке алып келеди.

Системаны пайда ететуғын денелер арасындағы өз-ара тәсирлесіу күшлерин *ишки күшлер* деп атасақ, биз мынадай жуўмақ шығарамыз: *ишки күшлердиң тәсиринде система өзиниң толық қозғалыс мұғдарын өзгерте алмайды*. Ишки күшлердиң тәсиринде системаның айырым бөлимлери ғана бир бирине салыстырғанда қозғалысқа келеди. Мысалы, паровоз тек пүүдың поршенге түсиретуғын күшиниң тәсиринде толығы менен қозғалысқа келе алмайды; дөңгелеклер менен рельслер арасындағы сүйкеліс күшлери түриндеги *сыртқы күшлердиң* болыуының себебинен ол жүре баслайды. Дөңгелеклерге түсирілген күшлер менен оған сан мәниси бойынша тең, ал бағыты бойынша қарама-қарсы болған сүйкеліс күшлериниң бар болыуы себебинен Ньютонның үшінши нызамына сәйкес пайда болған күш паравозды қозғалтады. Рельслер жер шарына бекитілген болғанлықтан, олардың қозғалысы хеш қандай ролди ойнамайды. Паровоз тәрепинен

алынған қозғалыс мұғдары жер шарына берілген қозғалыс мұғдарына тең. Жер шарының массасы паровоздың массасына салыстырғанда жүдә үлкен болғанлықтан, жер шары тәрепинен алынған тезлик оғада киши.

38-сүүрет.

Қосынды K векторының проекциясы K_x қосылыўшы векторлардың проекцияларының қосындысына тең.



Қосынды вектордың қандай да бир бағытқа түсірилген проекциясы қосылыўшы векторлардың сол бағытқа түсірилген проекцияларының қосындысына тең болатуғынлығына байланысly (38-сүүрет) (7)-теңликтен мына жағдай келип шығады: системаны пайда етиўши денелердің қозғалыс мұғдарларының қәлеген бағытқа түсірилген проекцияларының қосындысының өзгериси сыртқы күшлердің импульслериниң усы бағытқа түсірилген проекцияларының қосындысы бойынша анықланады. Егер усындай бағытлар сыпатында тўры сызықлы координаталар системасының Ox , Oy , Oz көшерлерин қабыл етсек, онда n дана денеден туратуғын система ушын

$$\sum_{i=1}^n \Delta K_{xi} = \sum_{i=1}^n F_{xi} \Delta t, \quad \sum_{i=1}^n \Delta K_{yi} = \sum_{i=1}^n F_{yi} \Delta t, \quad \sum_{i=1}^n \Delta K_{zi} = \sum_{i=1}^n F_{zi} \Delta t \quad (8)$$

аңлатпаларын аламыз.

Ўақыттың шексиз киши аралықларына хәм соған сәйкес қозғалыс мұғдарларының шексиз киши өсимлерине өтсек, мыналарға ийе боламыз:

$$\sum_{i=1}^n \frac{dK_{xi}}{dt} = \sum_{i=1}^n F_{xi}, \quad \sum_{i=1}^n \frac{dK_{yi}}{dt} = \sum_{i=1}^n F_{yi}, \quad \sum_{i=1}^n \frac{dK_{zi}}{dt} = \sum_{i=1}^n F_{zi}. \quad (8a)$$

Демек, координата көшерлериниң хәр бирине түсірилген қозғалыс мұғдарының проекцияларының ўақыт бойынша алынған тўйындылардың қосындысы сыртқы күшлердің сол көшерге түсірилген проекцияларының қосындысына тең.

Сыртқы күшлердің көшерлердің бирине түсірилген проекцияларының қосындысы нолге тең болса, онда (8)-теңлик бойынша системаны пайда ететуғын денелердің қозғалыс мұғдарларының сол көшерге түсірилген проекцияларының қосындысы тұрақлы болып қалады. Сыртқы күшлердің қосындысы нолге тең болған жағдайда денелердің қозғалыс мұғдарларының хәр бир көшерге түсірилген проекцияларының қосындысы тұрақлы болып қалады:

$$K_x = \sum_{i=1}^n K_{xi} = \text{const}, \quad K_y = \sum_{i=1}^n K_{yi} = \text{const}, \quad K_z = \sum_{i=1}^n K_{zi} = \text{const}. \quad (6a)$$

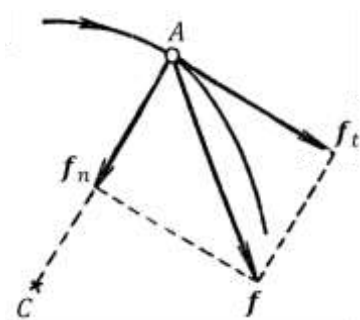
§ 21. Иймек сызықлы қозғалыста тәсир ететуғын күшлер. Ньютонның екнши нызамы тәрепинен аңлатылатуғын f күш векторы менен усы күштиң тәсиринде жүзеге келетуғын w тезлениўи арасындағы

$$f = mw \quad (1)$$

түриндеги байланыс улыўмалық байланыс болып табылады хәм тўры сызықлы қозғалыс ушын да, иймек сызықлы қозғалыс ушын да дұрыс. Бирақ иймек сызықлы қозғалыслардың хәм қыйлы типлериниң әхмийетин нәзерде тутып бундай жағдайда тәсир ететуғын күшлерди толығырақ қараймыз. (1)-теңлик хәр бир ўақыт моментинде күш пенен тезлениўдің бирдей бағытқа ийе болатуғынлығын көрсетеди. 11-параграфта көргенимиздей, иймек сызықлы қозғалыста w тезлениўи траекторияға урынба бағытында бағытланған емес, ал оның менен базы бир мүйешти жасайды хәм тезлениўдің

тангенциаллық w_t хәм нормаль w_n болған еки құраўшысына жайылыўы мүмкин. Буннан иймек сызықлы қозғалатуғын денеге тәсир ететуғын f күшиниң ҳәр бир ўақыт моментинде қозғалыстың бағытына қандай да бир мүйеш пенен бағытланған болатуғынлығы хәм тезлениўдиң тангенциаллық f_t хәм нормаль f_n болған еки құраўшысына жайылыўы мүмкин екенлиги келип шығады.

Биринши құраўшы f_t траекторияға түсирилген урынбаның бағыты менен бағытлас, екиншиси урынбаға перпендикуляр, яғный майысыў радиусы бағытында иймек траекторияның орайына қарай бағытланған (39-сүўрет). Сонлықтан f_n нормал құраўшыны күштиң орайға умтылыўшы құраўшысы деп те атайды.



39-сүўрет.

Күшти тангенциаллық хәм нормаль құраўшыларға жайыў.

39-сүўретте толық f күшиниң сан мәнисиниң

$$f = \sqrt{f_t^2 + f_n^2} \quad (2)$$

аңлатпасының жәрдемінде аңлатылатуғынлығы көринип тұр. Күштиң тангенциаллық f_t хәм f_n құраўшыларының тезлениўдиң сәйкес тангенциаллық хәм нормаль w_t хәм w_n құраўшылары менен

$$f_t = mw_t, f_n = mw_n \quad (3)$$

түринде байланысқан екенлиги келип шығады.

11-параграфтағы (5)-теңлик бойынша нормаль тезлениў $w_n = v^2/R$ шамасына тең болғанлықтан (v арқалы денениң сызықлы тезлиги, R арқаты траекторияның майысқанлақ радиусы белгиленген)

$$f_n = m \frac{v^2}{R} \quad (4)$$

шамасына тең болады.

Иймеклик бойынша тең өлшеўли қозғалыста (тезлик шамасы бойынша тұрақлы, тезлениўдиң тангенциаллық құраўшысы нолге тең) күштиң тангенциаллық құраўшысы нолге тең хәм күштиң барлығы орайға умтылыўшы күш болып табылады. Бұл күш траекторияға нормаль бағытта тәсир етип, денениң тезлигин өзгертпей, оны тұрақлы түрде базы бир траектория бойынша айланыўға мәжбүрлейди; егер бундай күш болмағанда дене туўры сызықлы қозғалған болар еди.

Шеңбер бойынша қозғалғанда (4)-теңликтеги v сызықлы тезликти мүйештик тезлик ω менен алмастырыўға ямаса сол сызықлық тезликти айланыў дәўири T ямаса ўақыт бирлигиндеги айланыслар саны n бойынша аңлатыўға болады:

$$f_n = m\omega^2 R = 4\pi^2 m \frac{R}{T^2} = 4\pi^2 mn^2 R. \quad (4a)$$

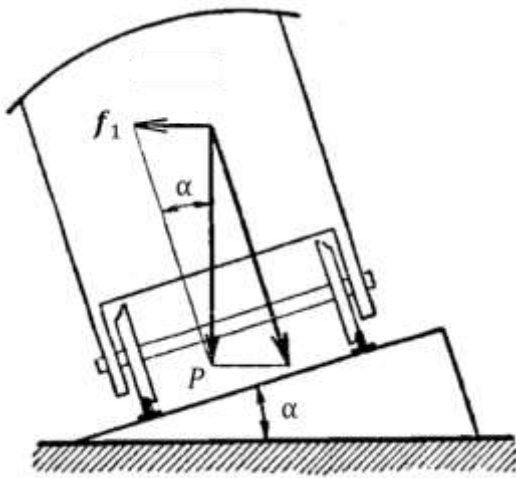
Ньютонның үшінши нызамы бойынша, иймек сызықлы траектория бойынша қозғалатуғын денеге тәсир ететуғын орайға умтылыўшы күш пенен бир қатарда шамасы жағынан оған тең, ал бағыты қарама-қарсы болған күш те тәсир етеди. Бұл күш денени бұрылыўға ийтермелейди. Бұл күш орайдан қашыўшы күш деп аталады. Солай етип, орайға умтылыўшы хәм орайдан қашыўшы күшлер Ньютонның үшінши нызамына сәйкес

жүзеге келетуғын еки күш болып табылады; олар ҳәр қыйлы денелерге тәсир етеди. Мысалы, жипке бекитилген тас болған жағдайда орайға умтылыўшы күш тасқа, ал орайдан қашыўшы күш жипке, жолдың бұрылған участкасынан өтип атырған трамвайды қарағанымызда орайға умтылыўшы күш трамвайға, ал орайдан қашыўшы күш рельслерге, Жердің дөгерегинде айланатуғын Айды қарағанымызда орайға умтылыўшы күш Айға, ал орайдан қашыўшы күш Жерге тәсир етеди.

Инерциялық орайдан қашыўшы күш ҳаққында төменде айтылады (22-параграф).

Бир неше мысалларды таллаймыз.

Бұрылатуғын орынларда поезддың дөңгелеклериниң рельслерге қаптал тәрепке қарай басымын киширейтйў ушын темир жолды қыя етип қурады. Радиусы R ге тең болған сондай орында v тезлиги менен қозғалатуғын поезддың рельслерге қаптал тәрепке бағытланған басымды түсирмеўи ушын темир жолды горизонтқа салыстырғанда қандай α мүйешине қыя етип қурыў керек екенлигин есаплайық.



40-сүўрет.
Салмақ күшиниң f_1 қураўшысы вагонды
бурады.

Вагон рельслерге мынадай жағдайда қапталға қарай бағытланған басымды түсирмейди: иймекликтің орайына қарай бағытланған P салмақ күшиниң f_1 қураўшысы темир жол полотносының реакциясы менен теңлестирилмеген жағдайда (40-сүўрет) вагонды иймек сызықлы траектория бойынша қозғалтыўға ийтермелейтуғын орайға умтылыўшы күш болып табылады. Буннан

$$f_1 = P \operatorname{tg} \alpha = \frac{mv^2}{R} \quad (5)$$

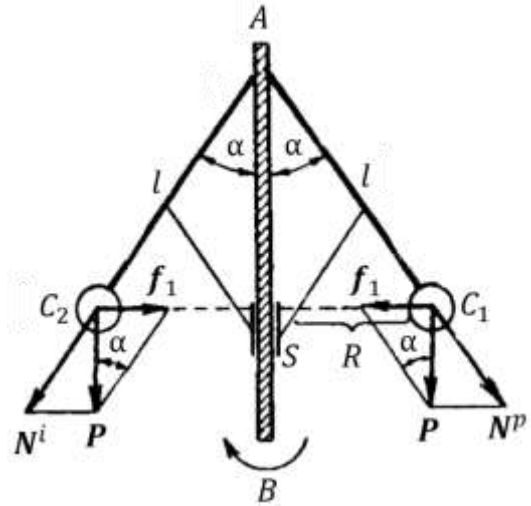
теңлиги орынлы болады. Бул теңликте m арқалы вагонның массасы белгиленген. Вагонның салмағы $P = mg$ шамасына тең болғанлықтан (5)-теңлик бойынша биз излеп атырған жолдың қыялығы болған α ның шамасы

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{Rg} \quad (6)$$

теңлигин қанаатландырыўи керек.

Көринип тұрғанындай, (6)-формулаға вагонның массасы кирмейды, ал жолдың айланбасының радиусы R менен тезлик v киреди. Темир жолларда жолдың қыялығы усы қыялық арқалы поездлардың қандай тезлик пенен өтетуғынлығына сәйкес сайлап алынады. Бұндай жағдайда киширек тезлик пенен қозғалатуғын воездар ишки рельске қапталған қарай, ал тезирек қозғалатуғын поездлар сыртқы рельске қарай бағытланған басымды түсиреди.

41-сүрет.
Орайдан қашыушы регулятор.



Екинши мысал сыпатында схемасы 41-сүретте келтирилген пұй машинасының орайдын қашыушы регуляторның схемасы көрсетілген. Вертикаль бағыттағы АВ стрерженинің жоқарғы А ушына шарнирлі түрде бирдей l ұзынлықтағы еки стржень бекитілген. Олардың ұшларында C_1 хәм C_2 аўыр шарлары жайласқан. AC_1 хәм AC_2 стрженлери менен төменги ұшлары S муфтасы менен байланысқан басқа еки стржень шарнирлі түрде байланысқан. Регулятор вертикаль жайласқан АВ көшериниң дөгерегинде айналады. Оның айланыў тезлиги өзгергенде AC_1 менен AC_2 стрженлери арасындағы мүйештиң шамасы да өзгереді хәм бұл өзгерис S муфтасының жылысыуына алып келеди; бұл S муфтасы пұй машинасының цилиндрине келетуғын пұйдың муғдарын ретлейтуғын механизм менен байланысқан.

Регулятордың мүйешлик жийилиги ω ның берилген шамадағы өзгериўиниң нәтийжесиндеги AC_1 менен AC_2 стрженлери арасындағы α мүйешиниң өзгериўиниң шамасын анықлаймыз.

AC_1 стржени аўысқан жағдайда $p = mg$ шамасына тең болған хәм төмен қарай бағытланған C_1 шарының салмағы стрженниң реакциясы менен теңлестирілмеген; P күшин еки құраўшыға жаямыз: N' — стрженниң бағытындағы хәм f_1 — горизонт бағытындағы. N' құраўшысы стрженниң реакциясы менен теңлестиріледі; f_1 құраўшысы шардың көтерилиўине алып келетуғын орайға ұмытылыўшы күш болып табылады хәм ол АВ стржениниң дөгерегинде айланыўға мәжбүрлейди. Буннан

$$f_1 = m\omega^2 R \quad (7)$$

шәртиниң орынланыўының керек екенлиги келип шығады. Бирақ, 41-сүреттен мынаған ийе боламыз:

$$f_1 = P \operatorname{tg} \alpha = mg \operatorname{tg} \alpha, R = l \sin \alpha.$$

Буннан, (7)-аңлатпа бойынша

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{l\omega^2 \sin \alpha}{g} \text{ yamasa } \sin \alpha \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{l\omega^2}{g} \right)$$

теңдиклерине ийе боламыз. Нәтийжеде еки шешим аламыз:

$$\cos \alpha = \frac{g}{l\omega^2} \quad (8)$$

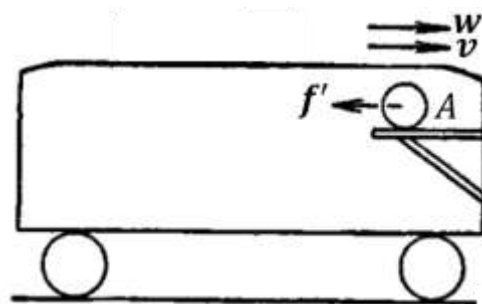
хәм екинши шешим $\sin \alpha = 0$, яғный $\alpha = 0$. Бұл екинши шешим қызығыўды пайда етпейди, себеби регулятордың конструкциясы $\alpha = 0$ болған мәнис болмайтуғындай етип исленеди. Биринши шешим α ниң изленип атырған мәнисин анықлайды: ω ның үлкейиўи менен α мүйешиниң шамасы да үлкейеди.

§ 22. Тезлетилген системалар. Инерциялық күшлер. 19-параграфта келтирилген таллаўлардың тийкарында биз базы бир есаплаў системасының ишинде өткерилген ҳеш бир механикалық тәжирийбелердиң жәрдемінде системаның туўры сызықлы хәм тең өлшеўли қозғалысын анықлаўдың мүмкин емес екенлигин көрдик. Ал системаның қәлеген тезлениўи онда өтетуғын механикалық қүбылысларға тәсир етеди.

Енди системаның тезлениўиниң оның ишинде болып өтетуғын процесслерге тәсирин

толығырақ қараймыз. Оның үшін биз және де қозғалышы вагон мысалын пайдаланамыз. Мейли, дәслепки тезлиги v болған вагон w тезлениүйи менен 42-сүүрете стрелка менен көрсетилген бағытта туұры сызықлы қозғалсын. Вагонның алдыңғы дийұалындағы полкада массасы m ге тең болған A шары жайласқан. Полканы абсолют сырғанақ деп есаплаймыз, сонлықтан сол полка менен шардың арасында ҳеш қандай сүйкелис күши пайда болмайды. Вагонның ишиндеги төмендегидей еки есаплаў системасына салыстырғандағы қубылысларды қараймыз: 1) темир жолдың өзи менен байланысқан есаплаў системасындағы хәм 2) вагон менен байланысқан есаплаў системасындағы. Туұры сызықлы тең өлшеўли қозғалыста шарға ҳеш қандай күшлер тәсир етпейди (бир бирин теңлестирип тұрған салмақ күши менен тиректиң реакция күшинен басқа). Енди вагон өзиниң қозғалыс бағытында турақлы w тезлениүйи менен қозғалып атыр деп болжаймыз, вагонның тезлиги кем-кемнен жоқарылап атылған болсын.

42-сүүрет.
 A шары тезлениүй менен қозғалатуғын
 вагоннан кейинде қалады.



Бул жағдайда көрсетилген еки есаплаў системасына салыстырғанда шардың қозғалысы қандай болады?

Дәслеп шардың темир жолдың өзи менен байланысқан есаплаў системасындағы қозғалысының характерин анықлаймыз. Темир жолға салыстырғанда шар дәстепки v тезлик пенен қозғалыўын даўам етеди. Себеби оған горизонт бағытында ҳеш қандай күшлер тәсир етпейди. Бирақ вагон тезирек қозғала баслағанлықтан шар вагонға салыстырғанда артта қалады.

Солай етип, вагонның полкасына салыстырғанда бурын тынышлықта тұрған шар вагонның қозғалыс бағытына қарама-қарсы бағытта қозғала баслайды. Буннан вагон менен байланыслы болған есаплаў системасына салыстырғанда шардың $-w$ тезлениүйин алғанлығы келип шығады.

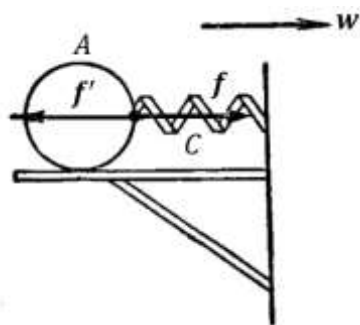
Егер вагон менен байланыслы болған есаплаў системасында (бул есаплаў системасы интерциаллық емес) Ньютонның екнши нызамы орынланады деп есапласақ, онда бул системадағы тезлениўдин пайда болыўын шарға рәсимий рәўиште

$$f' = m(-w)$$

күши тәсир етеди деп түсиндириўге болады. Бул теңликте m арқалы шардың массасы, ал $-w$ арқалы сан мәниси вагонға салыстырғандағы тезлениўге тең болған тезлениў белгиленген. Тезлениўши есаплаў системасында Ньютонның екнши нызамының орынланыўы үшін киргизиў керек болған бул жалған күшти *инерциялық күш* ямаса *инерция күши* деп атайды.

Енди полкада жатырған шар вагонның дийұалы менен C пружинасының жәрдемінде тұтастырылған деп болжайық (43-сүүрет). Бундай жағдайда пружина шарға вагонның тезлениүйи w ға тең болған тезлениўди беретүғын ҳалға сәйкес келетүғын узынлыққа шекем созылады. Басқа сөз бенен айтқанда: пружина шарды вагонның қозғалыў бағытында f күши менен *тартады*, бул күш шарға түсирилген хәм вагонның w *тезлениүйи менен бағытлас* хәм сан мәниси бойынша mw шамасына тең, бул жерде m шардың массасын аңлатады. Ньютонның үшінши нызамы бойынша пружинаға түсирилген хәм вагонның

тезлениуінің бағытына қарама-қарсы болған $f_1 = -f$ күшінің де бар болыуы керек.



43-сүрет.

Пружина шарды тезлениу менен қозғалатуғын вагонның қозғалыу бағытында f күші менен тартады, ал шар болса пружинаны f' күші менен созады.

Вагон менен байланысly болған системаға салыстырғанда пружина созылғаннан кейін шар вагонға салыстырғанда және де тынышлық қалына өтеди. Демек, Ньютонның екінши нызамына сәйкес, бундай есаплау системасында шарға түсетуғын күшлердің қосындысы нолге тең болыуы керек. Бул талап шарға инерциялық f' күшін түсірилген хәм бул күш пенен пружина тәрeпинен шарға тәсир ететуғын f күш тең болған жағдайда қанаатландырылады. Бул инерциялық күш $f' = f_1$; бундай күштің пайда болыуының себеби Ньютонның үшінши нызамының орынланыуы менен байланысly. Бул тезлениуши есаплау системасындағы пружинаға ("байланысларға") түсетуғын күшти шардың өзине түсиремиз (А шарына). Вагон менен байланысly болған тезлениуши системаны пайдаланып, биз динамикалық мәселени шардың тең салмақлықта тұрыуы хаққындағы статикалық мәселе менен алмастырамыз. Жоқарыда айтылғандай, оның ушын биз шарға тек шарға түсірилген хақыйқый f күші ғана тәсир етип қоймайды, ал байланысқа тәсир ететуғын f_1 күші де тәсир етеди деп есаплауымыз керек. Динамикалық мәселени тап усындай жоллар менен статикалық мәселеге айландырыуды қәлеген тезлениуши қозғалыс ушын орынлау мүмкин.

Мейли, массасы m болған материаллық ноқатқа f күші тәсир ететуғын болсын. Бул материаллық ноқаттың қозғалыс теңлемеси Ньютонның екінши нызамының жәрдеминде бериледи:

$$f = mw.$$

Бул аңлатпада w арқалы материаллық ноқат алған тезлениу белгиленген. Бул теңлемени былайынша қайтадан жазыуға болады:

$$f + (-mw) = 0.$$

Ньютонның үшінши нызамы бойынша $f_1 = -mw$ шамасы усы материаллық ноқат пенен тәсирлесетуғын хәм оған тезлениу беретуғын денелерге тәсир ететуғын күш болып табылады. Ойымызда $f' = f_1$ күшін материаллық денениң өзине түсірип хәм оны *инерция күши* деп атап, мынаны аламыз:

$$f + f' = 0.$$

Яғнай, *инерция күши менен материаллық ноқатқа түсірилген күш хәр бир уақыт моментинде бир бирин теңлестиреди*. Бул жағдайды Даламбердің басламасы деп атайды.

Инерциялық күшлердің пайда болыуына және бир неше мысалларды көремиз. Лифттин полинде массасы m ге тең болған жүк жатырған болсын. Егер лифт жоқарыға қарай w тезлениуі менен қозғалатуғын болса, онда сол жүк те тап сондай тезлениуге ийе болады. Жүк бул тезлениуди сол жүктің салмағын теңлестирип туратуғын басымға қосымша пол тәрeптен түсірилетуғын басымның нәтийжесинде алады. Бул басымның күшінің шамасы $f = mw$ ге тең. Ньютонның үшінши нызамы бойынша жүк өз гезегинде полға қосымша $f_1 = -f$ күші менен басады. Егер жүк тиккелей полдың үстинде емес, ал пружиналық тәрeзиниң пәллесиниң үстинде жайласқан болса, онда f_1 күші тәрeзини

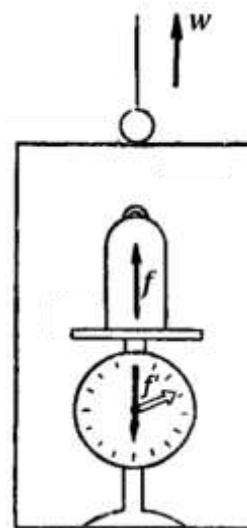
басады (44-сүрет); тәрезинің пружинасы күшлірек қысылады хәм лифтің тезлениүйі болмаған жағдайда тәрези P салмағын көрсеткен болса, онда тәрези енди $P' = P + f'$ күшін көрсетеди, бул теңликте $f' = f_1$.

Егер лифт w тезлениүйі менен төменге қарай қозғалатуғын болса, онда жүк те лифт пенен сондай тезлениүйі менен төменге қарай қозғалады. Жүкке тәсир ететуғын салмақ күшинің бир бөлими оған тезлениүйі береді. Күштиң ұсы бөлими $f = mw$ шамасына тең. Буннан жүктің тәрезиге түсиретуғын басымы $P' = P - f$ шамасына тең болады.

Еки жағдайда да тәрезинің көрсетиүйі лифтите тезлениүйі болмаған (P ға тең) жағдайдағыға салыстырғандағы көрсетиүден өзгеше болады. Сонлықтан биз жүктің w тезлениүйі менен болған қозғалысынан ибарат болған динамикалық мәселеге ийе боламыз. Лифт пенен байланысқан есаплау системасына салыстырғанда тәрезинің көрсетиүйинің өзгерисин P ҳақыйқый салмаққа инерциялық f' күшинің қосылыуының салдары деп түсиндириу мүмкин (егер лифтің тезлениүйі жоқарыға қарай бағытланған болса P салмағының бағытында, ал егер лифт төменге қарай қозғататуғын болса, онда P салмағының бағыты w тезлениүйинің бағытына қарама-қарсы).

44-сүрет.

Жоқары қарай тезлениүйі менен қозғалатуғын лифт жүкті тезлетеди. Жүкке f күши тәсир етеди, тап ұсындай f_1 күш пенен тәрезинің пәллесин басады.

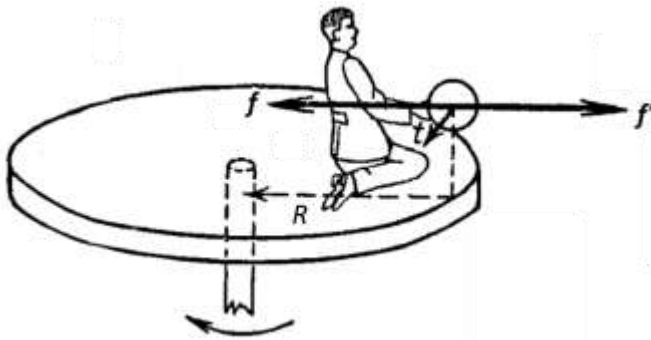


Тап ұсыға сәйкес жоллар менен *айланыушы системадағы* инерциялық күшлердің пайда болыуы түсиндириледі. Мейли, каруселде адам қолында массасы m болған тасты ұслап отырған болсын (45-сүрет). Тастың карусель менен биргеликте қозғалыуы, яғный радиусы R болған шеңбер бойынша қозғалыуы үшін (R арқалы карусельдің айланыу көшлери менен тас арасындағы қашықлық белгиленген) тасқа $w_n = \omega^2 R$ орайға умтылыушы тезлениүйін бериу керек. Бул теңликте ω арқалы айланыудың мүйешлик тезлиги белгиленген. Тастың айланыуын жүзеге келтириу үшін адамның тасты тұрақлы түрде өзине тартыуы керек. f күши болмағанда тас t ұрынба бағытта қозғалған болар еди. Ньютонның үшінши нызамы бойынша тас адамның қолына $f_1 = -f$ күши менен тәсир етеди; бул f_1 күши адамның қолына түседі хәм каруселдің орайынан сыртқа қарай бағытланған; 21-параграфта бул күшти *орайдан қашыушы* күш деп атадық.

Бирақ, егер процесстің барлығын диск пенен бирге айланатуғын есаплау системасына салыстырғанда қарағанда тас бул системада айланыуда тынышлықта қалады хәм оған f күшин түсириу зәрүрлиги тасқа оайдан сыртқы қарай бағытланған $f' = f_1$ күшинің түсирилиүйі деп талланыуы мүмкин. Бул вагонның хәм лифтің тезлениүйинде қаралған инерциялық күшлерге толық ұсайды.

Айланыушы системада тәсир ететуғын инерциялық күшти гейпара жағдайларда *инерциялық оайдан қашыушы күш* деп атайды. Оны 21-параграфта гәп етилген *хақыйқый*

орайдан қашыушы күш пенен шатастырмау керек.



45-сүрет.

Каруселде отырған адам жүктің бұрылыуы үшін оны f күші менен тартуы керек.

Күнделікті турмыста бизлерге инерциялық күшлер менен жұмыс алып барыуға тууры келеді. Мысалы, трамвай кескин түрде тормозланса ямаса үлкен тезлікте бұрылса, онда биз трамвайға салыстырғанда алға ямаса бұрылыу бағытына қарама-қарсы бағытта ийтерилеміз. Бұл бизің бұрын ийе болған тезлікті сақтауға тырысатуғынымыздың хәм вагонның тезлениу алыуының нәтижеси болып табылады. Вагон менен байланысқан есаплау системасына қатнасы бойынша бұл салыстырмалы ауысулар күшлердің (инерциялық күшлердің) тәсири бойынша түсіндириледі. Бұл инерциялық күшлерді барлық тезлениуші системада инерциялық системада тәсир ететуғын қосымша күш сыпатында есапқа алыуға тууры келеді.

Эйнштейн өзінің ұлыұмалық салыстырмалық теориясында инерция күшлери ҳаққындағы мәселеге айрықша түрде түсіндириуге тырысты. Эйнштейннің көз-қарасы бойынша инерция күшлери салмақ күшлерине эквивалент. Биз жоқарыда лифтің тезлениуі жүктің салмағының үлкейіуі ямаса киширейіуіне алып келетуғынлығын көрдик (тезлениу w ның бағытынан ғәрезли), яғнай инерция күшлери салмақ күшлерине эквивалент екен.

Демек, қандай да бир системаның тезлениуінің усы системада салмақ күшлеринің пайда болыуына эквивалент болып шығатуғынлығын көреміз. Бирақ, В.А.Фоктың көрсетиуінде, бундай эквивалентлик үлкен кеңисликлик хәм ўақытлық масштабларда дұрыс емес. Инерциялық есаплау системасы, яғнай қозғалмайтуғын жұлдызлардың жыйнағы менен байланысқан есаплау системасы артықмашлыққа ийе болады хәм бұл системадағы тезлениу тезлик ийе болғандай салыстырмалы характерге ийе болады.

§ 23. Салмақ күшінің орынның кеңлигинен ғәрезлиги. Инерциялық күшлерден пайдаланыу тезлениуші системалардағы, солардың ишинде айланыушы системадағы хәр қыйлы механикалық мәселелерді шешиу үшін жүдә қолайлы. Қала берсе, суткалық айланатуғын жер шары усындай айланыушы система болып табылады. Сонлықтан Жердің бетиндеги хәр қыйлы болған механикалық процесслерді дәл қарағанда суткалық айланыудың салдарынан жүзеге келетуғын инерциялық күшлерді нәзерде тутыу керек болады. Бұл күшлердің шамалары үлкен емес. Сонлықтан көплеген жағдайларда сол күшлерді есапқа алмауға да болады хәм жоқарыда айтылып өтилгениндей, Жерді инерциялық есаплау системасы деп жууық түрде қарауға болады. Бирақ, бир қатар жағдайларда Жердің суткалық айланысын есапқа алмауға болмайды.

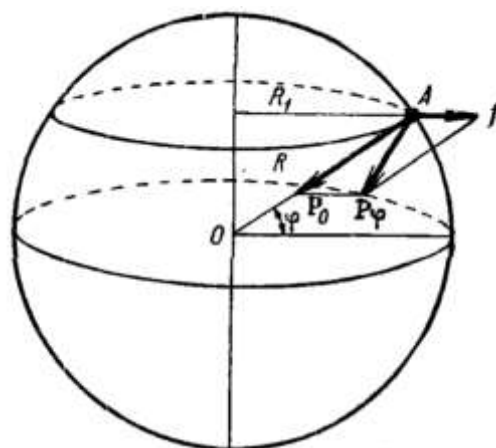
Жердің суткалық айланысының салмақ күшине тәсирин қараймыз. Мейли, массасы m шамасына тең болған ауыр A денеси φ кеңлигинде жайласқан болсын (46-сүрет). Мәселени Жер менен бирге қозғалатуғын координаталар системасында шешкен жағдайда инерциялық күшти есапқа алыуымыз керек

$$f = m\omega^2 R_1. \quad (1)$$

Бұл аңлатпада ω арқалы Жердің айланыуының мүйешлик тезлиги хәм R_1 арқалы жердің көшеринен денеге шекемги қашықлық белгиленген. f күши Жердің көшерине перпендикуляр бағытланған. Бұл f күши Жердің орайына қарай бағытланған денениң салмақ күши P_0 ге

қосылады.

46-сұррет.
Жердің суткалық айланыуының салмақ күшіне тәсири.



Буннан φ кеңлігіндегі дененің салмағындай болып көринетуғын P_φ салмағы мынаған тең

$$P_\varphi = P_0 + f. \quad (2)$$

Бұл теңліктің оң тәрепінде векторлық қосынды түр.

46-сұрреттен мыналарға ийе боламыз: $R_1 = R \cos \varphi$. Бұл теңлікте R – Жердің радиусы. Буннан, (1)-теңлік бойынша салмақ күшіне салыстырғанда

$$f = m\omega^2 R \cos \varphi \quad (3)$$

киши болған күшти аламыз. $P_0 = mg_0$ екенлігін итибарға алсақ, онда

$$\frac{f}{P_0} = \frac{\omega^2 R}{g_0} \cos \varphi$$

аңлатпасына ийе боламыз. Егер ω , R хәм g_0 шамаларының мәніслерін бұл қатнасқа қойсақ, онда $\frac{\omega^2 R}{g_0} = \frac{1}{289}$ шамасына ийе боламыз. Ал φ мүйешинің косинусы барлық ўақытта ≤ 1 . Сонлықтан f күшинің шамасы барлық ўақытта P_0 салмақ күшинен киши болады. Сонлықтан (2)-теңлік бойынша өлшегенде алынатуғын P_φ салмағын анықлаў ушын биз төмендегидей жуўық есаплаўдан пайдаланамыз. f күшін еки құраўшыға жаямыз: f_1 – вертикаль жоқарыға қарай бағытланған (жер шарының берілген ноқаты ушын) хәм f_2 – горизонт бағытындағы. Бундай жағдайда f_2 күшін салмақ күшін бағыты бойынша өзгертеди, ал f_1 күши болса салмақ күшін шамасы бойынша өзгертеди деп жуўық түрде есаплаўға болады. Буннан жуўық түрде

$$P_\varphi = P_0 - f_1$$

теңлігине ийе боламыз. Бирақ, 47-сұрреттен $f_1 = f \cos \varphi$ теңлігін аламыз, буннан

$$P_\varphi = P_0 - f \cos \varphi$$

теңлігін ямаса (3)-теңлік бойынша

$$P_\varphi = P_0 - m\omega^2 R \cos^2 \varphi$$

формуласын аламыз. P_0 ди қаўсырманьң сыртына шығарып хәм $P_0 = mg_0$ теңлігінің орынлы екенлігін есапқа алып, мынаны аламыз:

$$P_\varphi = P_0 \left(1 - \frac{\omega^2 R}{g_0} \cos^2 \varphi \right) \quad (4)$$

(4)-формула орынның φ кеңлігінен ғәрезли болған өлшеўде алынатуғын P_φ салмақтың мәнісін береді. $\frac{\omega^2 R}{g_0}$ шамасы мәніси $\frac{1}{289}$ ға тең тұрақлы болып табылады. Сонлықтан

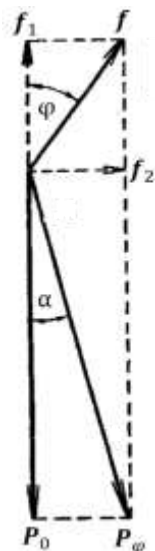
$$P_\varphi = P_0 \left(1 - \frac{1}{289} \cos^2 \varphi \right) \quad (4a)$$

формуласына ийе боламыз.

Хақыйқатында, Жер дұрыс сфераның формасына ийе емес, ол полюсларда қысылған. Бұл жағдай полюслардағы салмақ күшинің үлкейіуіне алып келеди. Дененің салмағының кеңлік φ ден дұрыс ғәрезлиги былайынша жазылады

$$P_\varphi = P_0 \left(1 - \frac{1}{191} \cos^2 \varphi \right)$$

Полюсте P_φ диң мәніси P_0 диң мәнісине тең; экваторда олардың арасындағы айырма ең үлкен мәніске ийе.



47-сүрөт. φ кеңлигиндеги денениң салмағы P_φ ди анықлау.

47-сүрөттө көринип турғанындай, өлшегенде алынатуғын P_φ салмағы менен Жердиң радиусы арасындағы α мүйеши

$$\sin \alpha = \frac{f_2}{P_\varphi}$$

қатнасының жәрдемінде анықланады. P_φ салмағын P_0 салмағы менен алмастырып хәм $f_2 = f_1 \sin \varphi$ екенлигин аңғарып, төмендегидерге ийе боламыз:

$$\sin \alpha = \frac{f_1 \sin \varphi}{P_\varphi} = \frac{m\omega^2 R \cos \varphi \sin \varphi}{mg_0}$$

ямаса

$$\sin \alpha = \frac{\omega^2 R}{g_0} \cos \varphi \sin \varphi \quad (5)$$

түріндеги формуланы аламыз. Демек, өлшенгенде алынатуғын P_φ салмағы полюста хәм экваторда Жердиң орайына қарай бағытланған, ол ең үлкен аўытқыўға

$$\varphi = 45^\circ$$

болған кеңликте ийе болады.

Егер дене экватор бойлап v сызықлы тезлиги менен қозғалатуғын болса (жердиң орайы менен байланысқан инерциялық координаталар системасына салыстырғанда), онда оған салмақ күшиниң бағытына қарама-қарсы бағытланған f инерциялық күш тәсир етеди. Оның мәніси

$$f = \frac{mv^2}{2}$$

формуласы бойынша есапланады.

$$\frac{mv^2}{2} = mg_0$$

шәрти орынланғанда бұл күштиң сан мәніси P_0 салмақ күшиниң шамасына тең болады. Буннан v ушын мынадай қатнасты аламыз:

$$v = \sqrt{g_0 R}$$

$$g_0 = 981 \text{ см/сек}^2 \text{ хәм } R = 6370 \text{ км} = 6,37 \cdot 10^8 \text{ см болғанлықтан}$$

$$v = \sqrt{981 \cdot 6,37 \cdot 10^8} \frac{\text{см}}{\text{сек}} \cong 7,9 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$$

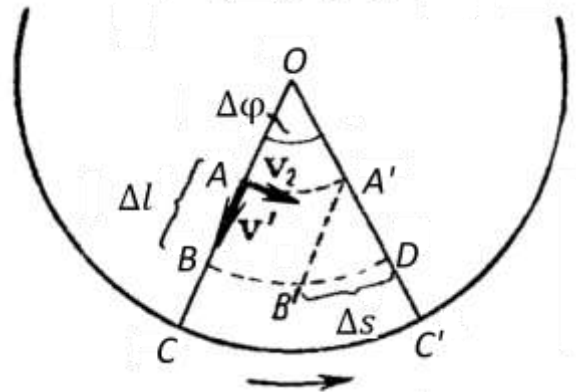
шамасына ийе боламыз.

Демек, ҳаўа менен сүйкелис болмаған жағдайда горизонт бағытында $7,9 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$ тезлик пенен ылақтылырған дене Жердиң бетинде түсип кетпей, яғный Жердиң жолдасы түрінде қозғалған болар еди. Тезликтің бұл мәнісин "биринши космослық тезлик" деп атайды.

Жердің жолдасы оның бетінен h бийікliğінде қозғалатынын болса тезлігінің киші болатуғынлығын есеплау қыйын емес. $h = 250$ км бийіклік үшін $v = 7,76$ км/сек, ал бийіклік $h = 2000$ км болғанда $v = 6,9$ км/сек шамаларына ийе боламыз.

§ 24. Кориолис күшлери. Айланушы системада ұсы системаға салыстырғанда орын алмастыратуғын (қозғалатуғын) денеге орайдан қашыушы күштен басқа және бир қосымша күштің тәсир ететуғынлығын көрсетеміз. Кориолис күши деп аталатуғын (француз математики Кориолистің хұрметине қойылған, 1795-1843) бул күштің шамасы айланыушы системаға салыстырғандағы дененің тезлігі v' тан хәм системаның айланыу тезлігі ω дан ғәрезли.

48-сүүрет.
Дененің айланыушы дисктің радиусы бойлап қозғалысы.



Дәслеп әпиұайы жағдайды қараймыз. Мейли система вертикал бағыттағы О көшеринің дөгерегінде стрелканың жәрдемінде көрсетілген бағытта айланатуғын әпиұайы дисктен ибарат болсын (48-сүүрет). Мейли a денеси радиусы OC ға тең болған A ноқатынан дискке салыстырғанда v' тезлігі менен тең өлшеули қозғалатуғын хәм a денеси ұсындай тезлик пенен Δt ўақыт аралығында $\Delta l = AB = v' \Delta t$ аралығын өтетуғын болсын. Усындай Δt ўақыт аралығы ишінде OC радиусы қозғалмайтуғын координаталар системасында диск $\Delta \varphi = \omega \Delta t$ мүйешине бұрылады хәм дене A ноқатынан D ноқатына орын алмастырады. Қозғалмайтуғын координаталар системасында a денеси бир ўақытта еки қозғалысқа қатнасады: дискке салыстырғанда v' тезлігі менен хәм диск пенен бирге. Дисктің айланыуының сызықлы тезлігі дисктің хәр қыйлы ноқатлары үшін хәр қыйлы. A ноқатындағы тезликтің мәнисин v_r арқалы белгилеймиз. Тек ұсындай v_r тезлігі менен қозғалып a денеси $\overline{AA'}$ доғасын басып өтип A' ноқатына келип жеткен болар еди. Бир ўақытта v_r хәм салыстырмалы v' тезликлери менен қозғалып a денеси B' ноқатына келип түскен болар еди ($A'B' \parallel AB$ кесиндиси). Ал ҳақыйқатында a денеси D ноқатына өтеди. Бул a денесинің айланыу орайынан қашықласыуы менен v_r сызықлы тезлігінің үлкейиінің есабынан жүзеге келеди. Солай етип, қозғалмайтуғын координаталар системасына салыстырғанда a денеси радиустың бағытында қозғалыудың барысында өзинің тезлігін үзликсиз өзгертеди екен: ол *тезлениу* менен қозғалады. Бул тезлениудің мәнисин a денеси Δt ўақыты ишінде өтетуғын қосымша $\overline{\Delta s} = \overline{B'D}$ жолының мәниси бойынша анықлауға болады. 48-сүүреттен биз мынаған ийе боламыз

$$\Delta s = A'B' \Delta \varphi$$

ямаса, $A'B' = \Delta l = v' \Delta t$ хәм $\Delta \varphi = \omega \Delta t$ теңликлери орынлы болғанлықтан

$$\Delta s = \omega v' (\Delta t)^2 \quad (1)$$

теңлігіне ийе боламыз.

Демек, қосымша Δs жолының шамасы Δt ўақытының квадратына байланысly үлкейеди екен. Бирақ жолдың Δt ўақытының пропорционаллығы турықлы w тезлениуінде

ғана орын алады (тең өлшеуілі тезлениуіші қозғалыс). Бундай жағдайда

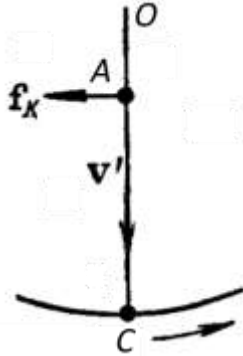
$$\Delta s = \frac{1}{2} w (\Delta t)^2.$$

Бул аңлатпаны (1)-теңликтегі Δs пенен салыстырып a денесинің

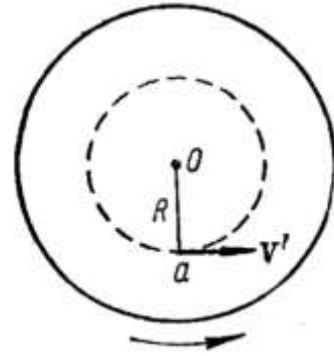
$$w = 2v'\omega$$

(2)

тезлениуін алатуғынлығын табамыз.



49-сүрөт. Дене айланыушы дисктің радиусының бойы менен қозғалған жағдайда жүзеге келетүғын Кориолис күшинің бағыты.



50-сүрөт. Айланушы дисктің үстіндегі дененің сол диск пенен орайы бир болған шеңбер бойынша қозғалыуы.

Бул тезлениу салыстырмалы тезлик v' тың бағытына перпендикуляр хәм биз қарап атырған жағдайда оңға қарай бағытланған. a денесине тезлениуін ұсындай тезлениуді беріу үшін оған оң бағытқа қарай бағытланған хәм мәніси $f = mw$ шамасына тең күш пенен тәсир етиу керек (бул теңликте m арқалы дененің массасы белгиленген). Усы f күши болмаған жағдайда *диск пенен бирге айланатуғын* координаталар системасында дисктің радиусы бойлап "түұры сызықлы" қозғалысынан ауысқан болар еди.

Шамасы жағынан f күшине тең, бирақ оған қарама-қарсы бағытқа ийе болған, Ньютонның үшінши нызамына сәйкес a денесин оның радиустың бағытындағы қозғалысының барысында ұслап туратуғын f_k күшинің болыуы керек. Жоқарыда қарап өтилген тезлениуші системалардағы жағдайдағыдай, диск пенен биргеликте айланатуғын координаталар системасын пайдаланғанда f_k күши a денесинің өзіне түсірилген деп есаплаймыз. Солай етип, *айланушы системада радиустың бойы менен v' тезлиги менен қозғалатуғын денеге сол v' тезлигине перпендикуляр*

$$f_k = 2v'\omega m \quad (3)$$

күши тәсир етеди (биз қараған мысалда шеп тәрепке қарай, 49-сүрөтке қараңыз). f_k күши *Кориолис күши* атамасына ийе.

Енди a денеси дискте орайы айланыу көшерінде жайласқан шеңбер бойынша қозғалғанда да Кориолис күшинің тәсир ететүғынлығын көрсетеміз (50-сүрөт). a денеси дискке салыстырғанда v' тезлиги менен қозғалғанда *қозғалмайтуғын координаталар системасындағы* толық тезлик $v_r + v'$ шамасына тең. Бул қосындыда v_r арқалы a денеси тұрған орындағы сызықлы тезлик белгиленген. Демек, a денесине орайға ұмтылыушы

$$f_o = \frac{m(v_r + v')^2}{R}$$

күши тәсир етеди. Бул теңликтегі R — айланыу көшеринен денеге шекемги қашықлық. Бул формуладағы $v_r + v'$ қосындысын квадратқа көтеріп

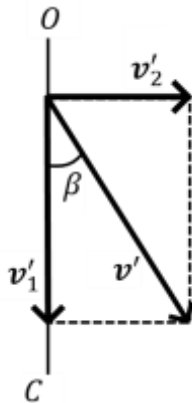
$$f_o = \frac{mv_r^2}{R} + \frac{mv'^2}{R} + 2 \frac{v'v_r}{R}$$

формуласына ийе боламыз.

Диск пенен байланысқан координаталар системасында $\frac{mv_r^2}{R}$ ағзасы дисктиң ω мүйешлік тезлік пенен айланыуының салдарынан пайда болған инерциялық орайдан қашыушы күшти анықлайды. $\frac{mv'^2}{R}$ ағзасы болса радиусы R болған шеңбер бойлап v' тезлиги менен қозғалыстың салдарынан жүзеге келетуғын орайдан қашыушы күш болып табылады.

$$f = 2 \frac{v'v_r}{R} m = 2v'\omega m$$

күши бир ўақыттағы дисктиң айланыуы хәм дискке салыстырғандағы қозғалыстың болыуының нәтийжесинде жүзеге келетуғын қосымша күшти анықлайды.



51-сүўрет.

Салыстырмалы тезликти

v'_1 - радиус бағытындағы хәм радиусқа перпендикуляр болған v'_2 құраўшыларға жайыў.

Шамасы жағынан f күшине тең, ал бағыты қарама-қарсы болған f_k күши биз қарап атырған жағдай ушын Кориолис күшин береді.

Бул күш өзиниң шамасы бойынша радиус бойлап қозғалғанда пайда болатуғын күшке тең [(3)-формула] хәм салыстырмалы тезлікке перпендикуляр бағытланған.

Енди a денесиниң v' салыстырмалы тезлік пенен бағыты OC радиусы менен β мүйешин қарайтуғын бағыттағы қозғалысын қараймыз (51-сүўрет).

Бундай жағдайда v' тезлигин еки құраўшыға жайыў мүмкин: радиус-вектор бағытындағы $v'_1 = v' \cos \varphi$ хәм радиусқа перпендикуляр болған $v'_2 = v' \sin \varphi$ құраўшысына.

(3)-формула бойынша v'_1 құраўшысына $f_{k1} = 2v'\omega \cos \beta m$ Кориолис күши, v'_2 құраўшысына $f_{k2} = 2v'\omega \sin \beta m$ Кориолис күши тәсир етеді. Толық Кориолис күши

$$f_k = \sqrt{f_{k1}^2 + f_{k2}^2} = 2v'\omega m$$

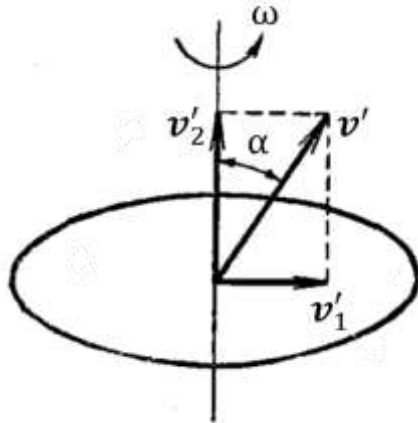
шамасына тең.

Солай етип, v' салыстырмалы тезліктің ықтыярлы бағыты ушын да Кориолис күши ушын (3)-аңлатпа өз күшин сақлайды.

Ең ақырында ең улыўмалық жағдайды қараймыз. Бул жағдайда денениң қозғалыуы бағыты менен айланыу көшериниң бағыты арасындағы мүйеш α шамасына тең (52-сүўрет).

Бундай жағдайда v' тезлигин айланыу көшерине перпендикуляр v'_1 құраўшысы менен айланыу көшерине параллель болған v'_2 құраўшысына жаямыз. Бул соңғы құраўшы көшерге шекемги қашықлықты ҳеш қандай өзгериске ушыратпайды хәм, соған сәйкес, қосымша күшлер менен тезлениўлердиң пайда болыуына алып келмейди. Буннан Кориолис күшиниң шамасының тек $v'_1 = v' \sin \alpha$ құраўшысы тәрәпинен пайда етилетуғынлығы келип шығады. (3)-формуладағы v' шамасын $v'_1 = v' \sin \alpha$ менен алмастырып Кориолис күши ушын улыўмалық аңлатпаны аламыз

$$f_k = 2v'\omega \sin \alpha m. \quad (4)$$



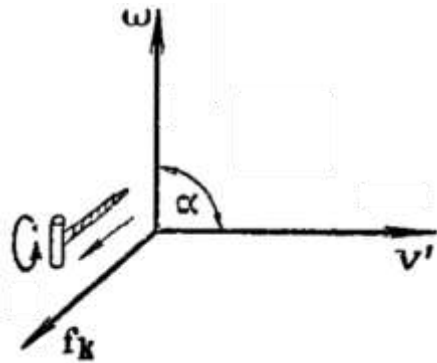
52-сүрөт.

Салыстырмалы тезликти айланыў көшери́не перпендикуляр v'_1 хэм айланыў көшери́не параллель болған v'_2 қураўшыларына жайыў.

Барлық жағдайларда Кориолис күши v' көширийши тезликке де, айланыў көшери́не де перпендикуляр. f_k күшиниң бағытын анықлаў ушын мүйешлик тезлик векторы ω ны қараўға аламыз (13-параграфқа қараңыз). Бундай жағдайда f_k Кориолис күши ω хэм v' векторлары жататуғын тегисликке перпендикуляр болады (53-сүрөт) хэм оның бағыты бурғы қағыйдасы бойынша былайынша анықланады: бурғыны v' векторынан ω векторына қарап бурағанда (киши мүйеш бағытында) f_k Кориолис күшиниң бағыты бурғының илгерилемели қозғалысының бағытына сәйкес келеди.

53-сүрөт.

Кориолис күши f_k тиң бағытын анықлаў.



Егер векторлық таллаўдың белгилеринен пайдаланатуғын болсақ, онда f_k векторы ω хэм v' векторларының векторлық көбеймеси бойынша анықланады:

$$f_k = 2[v' \times \omega]m.$$

Кориолис күшлери суткалық айланыўдың салдарынан белгили мүйешлик тезликке ийе болған жер шарының бетиндеги қозғалысларда көринеди. Мысал ретинде поездды арқа ярым шарда меридианның бағытында арқаға қарай қозғалып баратыр деп болжайық (54-сүрөттеги a ноқаты). Бундай жағдайда v' салыстырмалы тезлик векторы мүйешлик тезлик векторы ω менен сүйир мүйеш жасайды хэм бетти поезддың жүрий бағытына қаратқан жағдайда f_k Кориолис күши жердиң бетине урынба бағытта оңға қарай бағытланған. Поезд оң тәрептеги рельске шеп тәрептеги рельске салыстырғанда көбирек басым түсиреди. Түслик ярым шарда түслик тәрепке қарай қозғалғанда (54-сүрөттеги a' ноқаты) v' салыстырмалы тезлик векторы мүйешлик тезлик векторы ω менен доғал мүйеш жасайды хэм Кориолис күши поезддың қозғалыў бағытына салыстырғанда шеп тәрепке қарай бағытланған. Арқа ярым шардағы дәрьялардың оң, ал түслик ярым шардағы дәрьялердиң шеп тәреплериниң дегиш алыўы (Бер нызамы), арқа ярым шардағы арқа-шығыс пассатлардың пайда болыўы х.т.б. Кориолис күшиниң бар екенлиги менен түсиндириледі.

Кориолис күшиниң тәсирине басқа мысал сыпатында еркин түсийши денениң

вертикалға салыстырғанда шығыс тәрепке қарай ағысығын хәм маятниктің тербеліс тегіслигінің бұрылығын көрсетіуге болады. Соңғы жағдайды толығырақ таллаймыз. Маятник арқа полюста тербеледі деп болжайық. Бундай жағдайда маятниктің жүгінің тезлігі v' барлық ұақытта жер шарының көшерине перпендикуляр (егер жиптің ұзынлығы үлкен болса) хәм, ұсыған сәйкес, $v' \perp \omega$. Бул теңлікте ω арқалы бұрынғыдай Жердің мүйешлік тезлігі векторы белгіленген. Нәтийжеде жүкке сан мәнісі $f_k = 2mv'\omega$ теңлігінің жәрдемінде анықланатуғын горизонт бағытында жататуғын хәм v' векторына салыстырғанда оң тәрепке қарай бағытланған Кориолис күші тәсир етеді. Бул күштің тәсир етіуінің салдарынан хәр бир тербелісте маятниктің жүгі оң тәрепке қарай ағысады. Нәтийжеде маятниктің тербеліс тегіслигі Жерге салыстырғанда саат стрелкасының қозғалыу бағытында бұрылады хәм бир суткада 2π мүйешіне бұрылады. Ал φ кеңлігінде тербелетуғын маятник болса бир суткада тербеліс тегіслигі $2\pi \sin \varphi$ мүйешіне бұрылады.

Маятниктің тербеліс тегіслигінің ағысығы биринши рет Фуко тәрепинен 1851-жылы бақланды хәм бул тәжірийбе Жердің суткалық айланыуының түүрыдан-түүры дәлилі болып табылады.

III БАП

ЖУМЫС ХӘМ ЭНЕРГИЯ

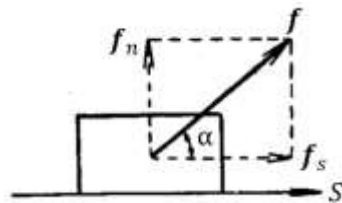
§ 25. Жұмыс хәм қуўат. Бизди қоршаған жағдайларда анаў ямаса мынаў күшлер арқалы бир бири менен тәсирлесетуғын денелер менен ис алып барамыз (серпимли күшлер, тартылыс күшлери, сүйкеліс күшлери х.т.б.). Сонлықтан ұсындай шараятлардағы денелердің орын алмастырыўлары тек күшлердің тәсиринде ғана жүзеге келеди. Буннан денелердің қозғалысына алып келетуғын күшлердің тәсирине характеристика беріў зәрүрлигинің пайда болыўы тәбийий. Механикада ұсындай характеристика ретинде күштің қозғалыс бағытындағы қураўшысы менен ұсы қураўшының тәсиринде денениң ноқатының орын алмастырыўының шамасы қанша үлкен болса, соншама үлкен болатуғын шама алынады. Бұл шама *жұмыс* деп аталады. Жұмыстың физикалық мәніси орынланған жұмыс пенен энергияның өзгеріси арасында байланыс табылғаннан кейін толығы менен анықланылады. Сол ўақытта жұмыстың энергияның өзгерісинің өлшеми екенлиги айқын болады (§ 28).

Туўры сызықлы қозғалыс пенен орын алмастырыў бағытындағы тұрақлы күш болған әпиўайы жағдайда тәсир еткен күш f пенен ұсы күштің тәсириндеги орын алмастырыў s тиң көбеймесине тең:

$$A = kfs. \quad (1)$$

Бұл теңликте k арқалы пропорционаллық коэффициенті белгиленген.

Денеге түсірилген күш f аўысыўдың бағыты менен α мүйешин жасайтуғын болса, онда f күшін еки қураўшыға жаямыз (55-сүўрет): f_s - орын алмасыў бағытындағы қураўшы хәм f_n - оған перпендикуляр болған қураўшы.



55-сүўрет.

Күштің s орын алмастырыўының бағытындағы f_s қураўшысы ғана жұмыс ислейди.

Жоқарыда айтылған жағдайға байланысly жұмысты f_s қураўшысы орынлайды, сонлықтан

$$A = kf_s s$$

ямаса $f_s = f \cos \alpha$ теңлиги орынлы болғанлықтан

$$A = kfs \cos \alpha. \quad (1a)$$

Пропорционаллық коэффициенті $k = 1$ деп болжап, мынаған ийе боламыз:

$$A = fs \cos \alpha. \quad (2)$$

Солай етип, күштің бағыты ықтыярлы түрде алынған жағдайда *жұмыс санлық жақтан f күши, ұсы күштің тәсириндеги орын алмасыў s хәм күштің бағыты менен орын алмастырыў арасындағы мүйешінің косинусының көбеймесине тең.*

Жұмыс тек сан мәнісине ғана ийе болады хәм сонлықтан скаляр шама болып табылады.

Векторлық таллаўда B хәм D векторының сан мәніслери менен олардың арасындағы мүйешінің косинусының көбеймесин скаляр көбейме деп атайды:

$$C = B \cdot D \cdot \cos \alpha.$$

(2)-теңликтен жұмыстың күш векторы f пенен орын алмастырыў векторы s тиң скаляр көбеймесине тең екенлиги келип шығады.

Мүйештің мәнісі 90° тен киши болса (яғный $\alpha < 90^\circ$) жұмыстың мәнісі оң; бұл жағдайда күштің f_s құраушысы орын алмастырыу бағытына параллель. Ал $\alpha > 90^\circ$ болған жағдайда $\cos \alpha < 0$ хәм ұсыған сәйкес бұл жағдайда жұмыс терис белгиге ийе хәм күштің f_s құраушысының бағыты орын алмастырыудың бағытына қарама-қарсы. Бұл айтылғанларды мысаллар менен айқынластырамыз: 1) тегис емес бетте жатырған денеге f күши түсірилген, бұл күш денени ұсы беттің үстінде жылыстырады; f күшинің бағыты орын алмастырыудың бағыты менен бирдей хәм сонлықтан бұл күш оң жұмысты атқарады. Ұсының менен бир ұақытта денеге f_{suy} сүйкеліс күши де тәсир етеди, оның бағыты денениң орын алмастырыуына қарама-қарсы; сүйкеліс күши тәрепинен орынланатуғын жұмыс терис; 2) жоқарыға қарай ылақтырылған дене жоқарыға қарай ушады, салмақ күши төменге қарай, яғный қозғалыстың бағытына қарама-қарсы бағытланған, салмақ күшинің жұмысы терис; 3) аұыр дене төменге қарай құлайды; бұндай жағдайда салмақ күшинің бағыты қозғалыстың бағытына сәйкес келеди; салмақ күшинің жұмысы оң; 4) орайға ұмтылыушы күштің тәсирінде дене шеңбер бойынша қозғалады; бұндай жағдайда күш барлық ұақытта қозғалыс бағытына перпендикуляр ($\alpha = 90^\circ$) хәм (2)-формула бойынша жұмыс нолге тең.

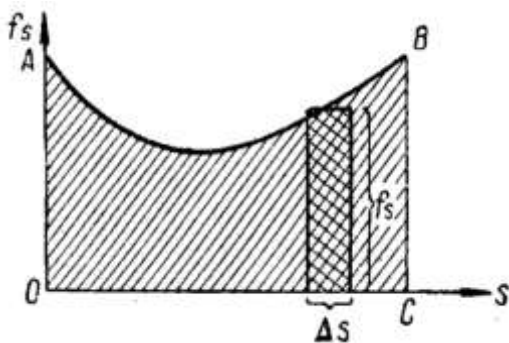
Енди күштің шамасы тұрақлы емес, ал қозғалыс иймек сызықлы жол бойынша болатуғын қозғалысты қараймыз. Сондай киши болған $\overline{\Delta s}$ доғасын алайық, оның ұзынлығы Δs хордасының ұзынлығы менен тең болсын. Бұндай жағдайда Δs жолы бойлап f_s күшинің шамасы өзгермейди деп есаплауға болады хәм сонлықтан ұсы жолда орынланған элементар жұмыстың шамасы мынаған тең болады:

$$\Delta A = f_s \cdot \Delta s. \quad (3)$$

Шекли s жолында ісленген барлық A жұмысты ұсы s жолын шексіз киши болған $\overline{\Delta s}$ элементлеріне бөліу жолы менен элементар ΔA жұмысын анықлап хәм сол элементар жұмыстардың барлығын қосыу арқалы аламыз:

$$A = \sum f_s \Delta s. \quad (4)$$

Толық жұмыс A ны графикалық жоллар менен анықлауға болады. Абсцисса көшерине жолдың ұзынлығы s ти, ал ордината көшерине күштің f_s құраушысының мәнісін қоямыз (56-сұрет). Мейли, базы бир дара жағдай ұшын AB иймеклиги күштің f_s құраушысының мәніслерін беретуғын болсын. OC кесиндисі менен сәулелендірилген жолдың барлық ұзынлығын элементар болған Δs кесиндилеріне бөлеміз. Ұсы кесиндилердің бирінде орынланған ΔA элементар жұмыс $f \Delta s$ шамасына тең, яғный қалың түрде штрихланған бағананың майданы менен сұүретленеди. s жолындағы барлық жұмыс ΔA элементар жұмыстарының қосындысына тең, яғный графикте $OABC$ штрихланған фигурасының майданы менен сұүретленеди.



56-сұрет.
Графикте жұмыс $OABC$ фигурасының майданы менен анықланады.

Денеге бир ұақытта f_1, f_2, f_3 х.т.б. бир неше күш тәсир еткен жағдайда орынланатуғын жұмысты

анықлаймыз (57-сүрөт). Сол күштердің тең тәсир етиушисининң тәсиринде исленген жұмыс ΔA мынаған тең:

$$\Delta A = f \cos \alpha \Delta s.$$

Бұл теңликте f арқалы f_1, f_2, f_3 х.т.б. күштердің орын алмасы s бағытындағы тең тәсир етиушиси белгиленген. Бирақ, биз жоқарыда (20-параграфты қараңыз) базы бир бағытқа түсірилген қосынды вектордың проекциясының қосылыушы векторлардың сол бағытқа түсірилген проекцияларының қосындысынан тұратуғынлығын көрдик. Буннан

$$f_s = f_{1s} + f_{2s} + f_{3s} + \dots$$

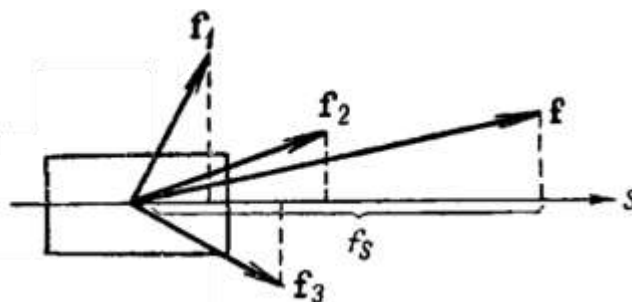
теңлигине ийе боламыз хәм, усыған сәйкес

$$\Delta A = f_{1s}\Delta s + f_{2s}\Delta s + f_{3s}\Delta s + \dots$$

аңлатпасына ийе боламыз, яғнай қосынды күштинң жұмысы күштердің құраушыларының жұмыстарының алгебралық қосындысына тең екен.

57-сүрөт.

Қосынды f күшиниң жұмысы қосылатуғын болған f_1, f_2 хәм f_3 күшлериниң жұмыстарының қосындысына тең.



Бұл жағдайды пайдаланып, биз жұмыс ушын алынған аңлатпаны түрлендире аламыз. Базы бир бағытта тәсир ететуғын f күшин координаталық көшерлер бағытындағы f_x, f_y хәм f_z құраушыларына жаямыз. Демек, жоқарыда дәлилленген жағдайға байланыслы:

$$\Delta A = f_x \cos \alpha_1 \Delta s + f_y \cos \alpha_2 \Delta s + f_z \cos \alpha_3 \Delta s$$

теңлигине ийе боламыз. Бұл теңликте α_1, α_2 хәм α_3 арқалы күштинң f_x, f_y хәм f_z құраушылары менен орын ауыстырыудың шамасы Δs арасындағы мүйеш белгиленген. Бирақ, күштинң f_x, f_y хәм f_z құраушыларының бағытлары X, Y, Z көшерлериниң бағытларына сәйкес келеди. Буннан $\cos \alpha_1 \Delta s = \Delta x, \cos \alpha_2 \Delta s = \Delta y, \cos \alpha_3 \Delta s = \Delta z$ теңликлерине ийе боламыз. $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ лер Δs орын алмастыруу векторының координата көшерлерине түсірилген проекциялары болып табылады. Буннан

$$\Delta A = f_x \Delta x + f_y \Delta y + f_z \Delta z \quad (5)$$

аңлатпасын аламыз.

Өзгертмели күш ушын құраушылары dx, dy, dz болған шексиз киши ds орын алмастырыуын аламыз. Бундай жағдайда

$$dA = f_x dx + f_y dy + f_z dz \quad (5a)$$

формуласына ийе боламыз.

Шекли s орын алмастырыуында орынланған жұмыстың шамасы dA элементар жұмыстарының қосындысына, яғнай иймек сызық бойынша алынған

$$A = \int_{B_1}^{B_2} (f_x dx + f_y dy + f_z dz) \quad (6)$$

интегралына тең. Бұл аңлатпада B_1 менен B_2 лер s жолының басланғыш хәм ақырғы ноқатлары болып табылады.

Әмелде тек күшлер тәрепинен исленген жұмысты ғана емес, ал сол жұмыстың қанша ўақыттың ишинде орынланғанлығын билиў де әҳмийетке ийе. Әлбетте, бир жұмысты орынлайтуғын еки механизмниң қайсысының сол жұмысты тезирек орынлайтуғынлығы бақалырақ. Сонлықтан, жұмыс пенен бир қатар *қуўат* деп аталатуғын жаңа шама киргизиледи. *Қуўат W деп орынланған ΔA жұмыстың шамасына туйры пропорционал хәм усы жұмысты ислеу ушын кеткен Δt ўақытқа кери пропорционал болған физикалық*

шамаға айтады:

$$W = k \frac{\Delta A}{\Delta t}. \quad (7)$$

Бұл теңдікте k арқалы пропорционаллық коэффициенті белгіленген. $k = 1$ деп болжап,

$$W = \frac{\Delta A}{\Delta t} \quad (7a)$$

теңлігіне ийе боламыз.

Егер күштің шамасы ΔA уақыттың өтіуі менен өзгеретуі болса, онда қуат та тұрақты шама болып қалмайды; бұндай жағдайда қуат үшін Δt уақыт аралығы шексіз киші болған жағдайдағы $\frac{\Delta A}{\Delta t}$ шамасы ұмтылатуы шекті алады:

$$W = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta A}{\Delta t} \right). \quad (8)$$

Дифференциаллық есептің белгілеулерін пайдаланып биз

$$W = \frac{dA}{dt} \quad (8a)$$

аңлатпасына ийе боламыз, яғни қуат жұмыстан уақыт бойынша алынған туындыға тең болады екен.

Элементар жұмыс $\Delta A = f_s \Delta s$ аңлатпасының жәрдеминде анықланатуы болғанлықтан, онда (8)-аңлатпа бойынша

$$W = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{f_s \Delta s}{\Delta t} \right) = f_s \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right)$$

теңлігіне ийе боламыз. Бірақ $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right) = v$ – берілген моменттегі тезлік болғанлықтан, қуат үшін

$$W = f_s v \quad (9)$$

аңлатпасын аламыз хәм қуаттың берілген моменттің күштің қозғалыс бағытындағы құраушысы менен тезліктің көбеймесіне тең екенлігіне көз жеткереміз.

Жұмыстың хәм қуаттың шамаларының әмелдегі әхмийетіне байланысты тарихый жақтан оларды өлшеудің көп санлы бірліктері қалыптасты. Бұл бірліктерді келтіреміз.

1). CGS системасындағы жұмыстың бірлігі. (2)-теңдікте $\alpha = 0$ деп болжап мынаны аламыз: күшті қозғалыс бағытында тәсір етеді деп есептеген жағдайда CGS системасында жұмыстың бірлігі сыпатында 1 динаға тең болған күштің 1 см жолда истейтуі жұмысы қабыл етілген. Жұмыстың бұл бірлігі эрг деп аталады.

Усының менен бірге иррек болған джоуль деп аталатуы бірлік те пайдаланылады:

$$1 \text{ джоуль} = 10^7 \text{ эрг}.$$

2). SI системасында жұмыстың бірлігі сыпатында 1 ньютон күштің 1 м жолдағы орынлаған жұмысы қабыл етілген. Жұмыстың бұл бірлігі 10^7 эрге, яғни 1 джоульге тең.

3). Әмелі техникалық системада жұмыстың бірлігі сыпатында 1 кг күштің 1 м жолда орынлаған жұмысы қабыл етілген. Жұмыстың бұндай бірлігі килограммометр (қысқаша кгм) деп аталады.

1 кг = 981 000 дин хәм 1 м = 100 см болғанлықтан, 1 кгм = 981 000 · 100 эрг = 9,81 · 10⁷ эрг = 9,81 джоуль;

$$1 \text{ джоуль} = \frac{1}{9,81} \text{ кгм} = 0,102 \text{ кгм}.$$

4). CGS системасындағы қуаттың бірлігі. CGS системасында қуаттың бірлігі сыпатында 1 сек уақыт ишінде 1 эрг жұмыс истейтуі механизмнің қуаты қабыл етілген. Қуаттың бұл бірлігі эрг/сек түрінде белгіленеді.

Қуаттың эрг/сек бірлігі менен бір қатарда иррек болған ватт деп аталатуы

бирлик те пайдаланылады:

$$1 \text{ ватт} = 10^7 \text{ эрг/сек} = 1 \text{ джоуль/сек.}$$

Демек, қуаты 1 *вт* болған механизм 1 *сек* ұақыт ишінде 1 *дж* жұмыс истейді екен.

100 *ватт* шамасын 1 *гектоватт* (қысқаша *гвт*),

ал 1000 *ватт* шамасын 1 *киловатт* (қысқаша *квт*) деп атайды.

5). *SI* системасында қуаттың бирлиги сыпатында 1 *сек* шамасына тең ұақыт ишінде 1 *дж* жұмыс истейтуғын механизмнің қуаты, яғный 1 *ватт* қабыл етилген.

6). *Техникалық системада қуаттың бирлиги сыпатында 1 сек шамасына тең ұақыт ишінде 1 кГм жұмыс истейтуғын механизмнің қуаты қабыл етилген. Қуаттың ұсындай бирлиги кГм/сек түрінде жазылады.*

Көринип тұрғанындай:

$$1 \text{ кГм/сек} = 9,81 \text{ ватт},$$

$$1 \text{ ватт} = \frac{1}{9,81} \text{ кГм/сек} = 0,102 \text{ кГм/сек.}$$

Усының менен бир қатарда тарийхый жақтан "ат күши" деп аталатуғын қуаттың бирлиги пайда болды²¹. Оның шамасы 75 *кГм/сек* қа тең. Солай етип,

$$1 \text{ а.к.} = 75 \text{ кГм/сек} = 736 \text{ ватт} = 0,736 \text{ киловатт.}$$

Хәзирги ұақытлардағы практикада жұмыстың төмендегидей еки бирлиги жүдә жийи қолланылады

а) тұрақлы 1 гектоватт қуатқа ийе болған механизмнің 1 саат ұақыт ишінде ислеген жұмысы. Жұмыстың бел бирлиги 1 *гектоватт·саат* деп аталады:

$$1 \text{ гектоватт·саат} = 100 \text{ ватт} \cdot 3600 \text{ сек.} = 3,6 \cdot 10^8 \text{ джоуль},$$

б) тұрақлы 1 киловатт қуатқа ийе механизмнің 1 саат ишінде орынлаған жұмысы. Жұмыстың бел бирлиги *киловатт·саат* деп аталады:

$$1 \text{ киловатт·саат} = 1000 \text{ ватт} \cdot 3600 \text{ сек} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ джоуль.}$$

Жұмыс пенен қуатты анықлаўға бир неше мысалды қараймыз.

1-мысал. Салмағы 500 *Т* электропоезди хәр 1 км жолда 4 м лик қыялыққа ийе болған жолда 1 км жолды тең өлшеўли өтеди. Сүйкелис коэффициенти $\kappa = 0,002$ шамасына тең.

а) поезд тәрәпинен орынланған жұмысты хәм б) 3 км жолдың 5 мин даўамында өтилгенлигин есапқа алып электропоездің қуатын анықлаў керек.

Шешими. Жұмыс сүйкелис күшине қарсы хәм жолға параллель болған салмақ күшиниң P_2 қураўшысына қарсы орынланады:

$$P_s = \kappa P_1.$$

Бұл теңликте P_1 арқалы поезд тәрәпинен жолға түсирилетуғын басым (58-сүўрет) белгиленген. Сонлықтан, излинип атырған A жұмысы мынаған тең:

$$A = (\kappa P_1 + P_2) \cdot s. \quad (10)$$

58-сүўреттен мыналарға ийе боламыз:

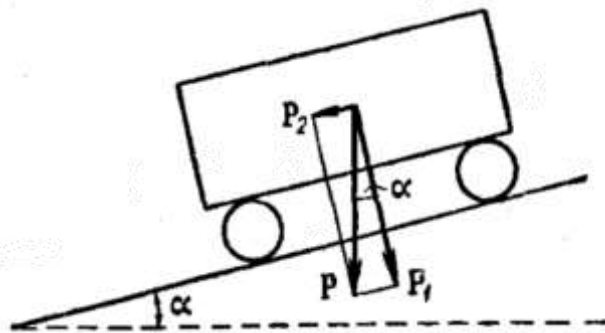
$$P_1 = P \cos \alpha, P_2 = P \sin \alpha.$$

Бұл теңликлерде P арқалы поезддың салмағы, ал α арқалы горизонт пенен жолдың арасындағы мүйеш белгиленген.

²¹ Ҳақыйқатында ұзақ ұақыт ислеўдің барысында ат 75 *кГм/сек* шамасына тең қуатты береді. Бирақ қысқа ұақыттың ишінде ат бир неше "ат күши" не тең қуатқа ийе болыўы мүмкин.

58-сүрөт.

Жұмыс сүйкелис күшин хәм артқа қарай ийтеретуғын P_2 күшин жеңиў ушын орынланады.



P_1 менен P_2 лердиң мәнислерин (10)-теңликлерге қойып мынаған ийе боламыз:

$$A = P(\kappa \cos \alpha + \sin \alpha) \cdot s. \quad (11)$$

$\cos \alpha$ менен $\sin \alpha$ шамаларының мәнислерин 1 км жолдағы көтерилицудиң 4 м ге тең екенлиги бойынша анықланады Буннан

$$\sin \alpha = \frac{4}{1000} = 0,004, \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,004^2} = 0,99992$$

шамасы, яғный шама менен 1 ге тең болған мәнис алынады. Буннан кейин (11)-теңликтен

$$A = 5 \cdot 10^5 (0,002 + 0,004) \cdot 3000 \text{ кгм}$$

мәнисине ийе боламыз. Буннан мынадай шамалар алынады:

$$A = 9 \cdot 10^6 \text{ кгм} = 8,83 \cdot 10^7 = 8,83 \cdot 10^4 \text{ кДж}.$$

Биз излеп атырған құжат

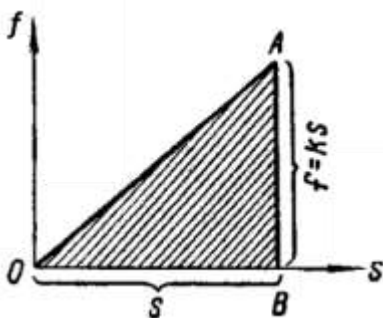
$$W = \frac{A}{t} = \frac{8,83 \cdot 10^4}{300} \text{ кВт} = 2,94 \cdot 10^2 \text{ кВт}$$

ямаса

$$W = \frac{2,94 \cdot 10^2}{0,736} \text{ а.к.} = 399 \text{ а.к.}$$

шамасына тең болады.

2-мысал. Узынлығы 10 см болған пружинаны қысқанда исленген жұмысты анықлаңыз. Пружина қаққында мыналар белгили: күш пружинаның қысылуының шамасына пропорционал, хәм оны 1 см ге қысыў ушын 2 кг шамасындағы күш керек болады.



59-сүрөт.

Созылған пружинаның серпимли күшиниң орынлаған жұмысы OAB үш мүйешлигиниң майданына тең.

Шешими. Биз бұл жағдайда өзгермели күштиң жұмысы менен ис алып барамыз: күштиң шамасы пружинаны қысыўға пропорционал. Қысылуыдың шамасын s арқалы белгилеп, биз күштиң

$$f = ks \quad (12)$$

шамасына тең болатуғынлығын көремиз. Бұл формулада k пружинаның қаттылық дәрежеси бойынша анықланатуғын коэффициент болып табылады.

Графикте f күшиниң қысылуы s тен фәрезлиги координата басынан өтетуғын OA түүрысы менен анықланады (59-сүрөт).

Егер пружина s шамасына қысылған болса, онда ұсы s жолы өзгермели күш жұмыс ислеген жол болып табылады. 56-сүрөтте көрсетилгендей, жұмыс штрихланған фигураның майданына тең. Фигура үш мүйешлик формасына ийе болғанлықтан, оның майданы $\frac{AB \cdot OB}{2}$ ге тең. Бирақ, $OB = s$ хәм $AB = ks$. Буннан биз излеп атырған жұмыс

$$A = \frac{ks \cdot s}{2} = \frac{ks^2}{2} \quad (13)$$

шамасына тең болады.

k коэффициентінің сан мәнісін (12)-аңлатпа бойынша $s = 1$ см болған жағдайда күштің $f = 2$ кГ шамасына тең болып шәртінен табамыз. Бірақ, техникалық системадан пайдаланыуды мақсат етіп қойсақ, онда s ти метрге айландырыуымыз керек. Бұндай жағдайда $s = 0,01$ м шамасына ийе боламыз хәм

$$k = \frac{f}{s} = \frac{2}{0,01} \text{ кГ/м} = 200 \text{ кГ/м}$$

шамасын аламыз.

k ның бұл мәнісін (13)-теңлікке қойып жұмыс үшін төмендегидей шаманы аламыз:

$$A = \frac{200 \cdot (0,01)^2}{2} \text{ кГм} = 1 \text{ кГм.}$$

§ 26. Механикалық системаның кинетикалық энергиясы. Материаллық нүктә түрінде қаралатуғын дене күштің тәсирінде тезлігін өзгертеді. Түсірілген күштің жұмысы дененің тезлігінің өзгеріуі менен байланысly. Бұл байланыс материаллық нүктәтің *кинетикалық энергиясы* деп аталатуғын физикалық шаманың жәрдемінде аңлатылады.

Материаллық нүктәтің кинетикалық энергиясын анықлау үшін массасы m болған материаллық нүктәтің тезлігін v_1 шамасынан v_2 шамасына шекем өзгерту үшін қандай жұмыстың іслениуінің керек екенлігін есаплау керек. Оның үшін материаллық нүктәкә оның v_1 тезлігіне параллель болған тұрақly f күшін түсіриледі хәм ұсы күштің тәсирінде t ўақыты ишінде тезлік v_1 ден v_2 шекем өзгереді деп есаплаймыз. t ўақыты ишінде материаллық нүктә s жолын жүреді хәм f күші

$$A = fs \quad (1)$$

жұмысын ісleyді.

Күштің шамасы тұрақly болғанлықтан, қозғалыс тең өлшеулі тезлениуіши болады хәм тезлениудің мәнісін

$$w = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

формуласының жәрдемінде анықланады. Усыған сәйкес күштің мәнісін есаплау үшін

$$f = mw = m \frac{v_2 - v_1}{t} \quad (2)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

t ўақыты ишінде материаллық нүктә тәрeпiнен өтилген жолды орташа тезлік $\bar{v} = \frac{v_2 + v_1}{2}$ арқалы анықлаймыз. Буннан

$$s = \frac{v_2 + v_1}{2} t \quad (3)$$

формуласын аламыз.

(2)- хәм (3)-аңлатпалардың жәрдемінде табылған f күші менен s жолының мәніслерін (1)-формулаға қойсақ,

$$A = m \frac{v_2 - v_1}{t} \cdot \frac{v_2 + v_1}{2} t = m \frac{(v_2 - v_1)(v_2 + v_1)}{2}$$

аңлатпасына ийе боламыз. Буннан

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \quad (4)$$

формуласын келтирип шығарамыз.

Солай етіп, f күшінің жұмысы сан мәнісін бойынша кинетикалық энергия деп аталатуғын $mv^2/2$ шамасының өсиміне тең болады екен. Кинетикалық энергияны E_k арқалы белгилейміз:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (5)$$

Бундай жағдайда (4)-теңликти былайынша жазыуға болады

$$A = E_{k1} - E_{k2}. \quad (6)$$

(4)-теңликтен v тезлиги менен қозғалатуғын денени тоқтатыу үшін ($v_1 = v, v_2 = 0$) түсірілген күштің ұсы дененің кинетикалық энергиясы болған $E_k = \frac{mv^2}{2}$ шамасына тең, ал белгиси терис жұмысты орынлауының керек екенлиги келип шығады. Ал массасы m болған денеге v тезлигин беріу үшін $E_k = \frac{mv^2}{2}$ шамасына тең оң белгиге ийе жұмысты орынлау керек.

Егер аңлатпадағы барлық шамалар CGS системасында жазылған болса, яғни m – граммларда, v шамасы см/сек та аңлатылған болса, онда энергия эрглерде аңлатылады. Техникалық системада v тезликтің шамасы м/сек ларда, m болса массаның техникалық бирликлерінде (9,81 кг ға тең шамада), энергия кгм дерде алынады. Әмелде болса жийи түрде аралас системадан пайдаланады: v тезлик м/сек ларда, ал E_k энергияны кгм лерде алыуға талпынады. Бундай жағдайда (5)-формулаға 1/9,81 м/сек² шамасына тең болған k пропорционаллық коэффициентин киргизиу керек. Демек,

$$E_k(\text{кгм}) = \frac{m(\text{кг})[v(\text{м/сек})]^2}{9,81}.$$

(4)-қатнасты күштің шамасы өзгермели хәм иймек сызықлы қозғалыс болған жағдай үшін да аңсат алыуға болады. Мейли ықтыярлы түрде алынған Δt ўақыты ишинде дене киши болған Δs жолын өткен болсын (60-сүүрет). Бундай жағдайда ұсы жолда исленген ΔA жұмысы мынаған тең:

$$\Delta A = f \cos \alpha \cdot \Delta s. \quad (7)$$

Бул теңликте α арқалы f пенен Δs орын алмастырыуы арасындағы мүйеш белгиленген.

Ньютонның екінши нызамы бойынша $f = mw$. Бул аңлатпада w арқалы f күшинің тәсириндеги алатуғын тезлениуи белгиленген; w векторының f күшинің бағытына сәйкес келеди. Буннан (7)-аңлатпаны былайынша жазамыз:

$$\Delta A = mw \cos \alpha \cdot \Delta s. \quad (8)$$

$w \cos \alpha$ шамасы тезлениу векторының киши орын алмастырыу Δs векторына түсірілген проекциясы, ал Δs болса бағыты бойынша иймекликке түсірілген урынбаға сәйкес келеди. Солай етип, $w \cos \alpha$ тезлениудің урынба бағытындағы w_t құраушысы болып табылады. Оның шамасы $\Delta v / \Delta t$ ға тең. Бул қатнаста Δv арқалы тезлик v ның өзгерисинің сан мәниси белгиленген. $w \cos \alpha$ шамасының бул мәнисин (8)-теңликке қойып, мынаны аламыз:

$$\Delta A = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \Delta s.$$

$\Delta s = v \Delta t$ теңлигинің орынлы екенлигин есапқа алып, ең ақырында

$$\Delta A = mv \Delta v \quad (9)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Шекли болған s жолында исленген толық жұмысты алыу үшін (9)-аңлатпаны суммалауымыз керек:

$$A = \sum \Delta A = \sum mv \Delta v.$$

Тұрықлы болған m шамасын сумма белгисинен сыртқа шығарып мынаны аламыз:

$$A = m \sum v \Delta v \quad (9a)$$

Бул сумманы есаплау үшін тезликтің өзгерисин шексиз киши деп болжаймыз. Бундай жағдайда сумма жолдың басындағы v_1 тезлик пенен ақырындағы v_2 тезлик шеклерінде алынған

$$A = m \int_{v_1}^{v_2} v dv$$

интегралына тең. Интеграллауды орышлап, төмендегилерге ийе боламыз:

$$m \int_{v_1}^{v_2} v dv = m \left[\frac{v^2}{2} \right]_{v_1}^{v_2} = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2}.$$

Буннан

$$A = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2}$$

формуласына ийе боламыз.

Кинетикалық энергияны есаплауға бир неше мысал келтиремиз.

1-мысал. Салмағы 600 Т болған поездди станциядан жүріп кетеди хәм 5 минут ишинде 2,5 км жолды өтип 60 км/саат тезликке ийе болады. Егер сүйкеліс коэффициенті k ның шамасы тұрақлы хәм 0,005 ке тең болатуғын болса паровоз қандай қуўатлыққа ийе болған?

Шешими. Паровоз тәрәпинен орынланған жұмыс сүйкеліс күшін жеңіу үшін исленген жұмыс пенен поездға кинетикалық энергия беріу үшін жұмсалады. Буннан

$$A = f_s \cdot s + \frac{mv^2}{2}$$

теңлигине ийе боламыз. Бул теңликте $f_s = \kappa P$ сүйкеліс күши болып табылады, m – поезддың массасы, ал v оның жолдың ақырындағы тезлиги.

Буннан биз излеп атырған қуўат үшін

$$W = \frac{A}{t} = \kappa P \cdot \frac{s}{t} + \frac{mv^2}{2t}$$

аңлатпасын аламыз. Шамаларды орынларына қойсақ қуўат үшін

$$W = 0,005 \cdot 6 \cdot 10^5 \cdot \frac{2,5 \cdot 10^3}{300} + \frac{6 \cdot 10^5 \cdot (16,7)^2}{9,81 \cdot 2 \cdot 300} = 5,3 \cdot 10^4 \text{ кГм/сек}$$

мәнісине ийе боламыз.

2-мысал. Шарлар тәрәпинен орайлық серпимли соқлығысыўдан кейинги тезликлерди анықлаңыз; шарлардың массасы m_1 хәм m_2 , олардың соқлығысыўға шекемги тезликлери v_1 хәм v_2 шамаларына тең.

Шешими. Шарлардың соқлығысыўдан кейинги тезликлерин v'_1 хәм v'_2 арқалы белгилеймиз. Соқлығысыўдың серпимли характери шарлардың соқлығысыўдан бұрынғы кинетикалық энергияларының қосындысының соқлығысыўдан кейинги энергиялардың қосындысына тең болатуғынлығын аңғартады:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}. \quad (10)$$

Соның менен бирге қозғалыс мұғдарының сақланыу нызамы орынланады. Бул нызам бойынша

$$m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1 + m_2 v_2. \quad (11)^{22}$$

Еки белгисиз үшін жазылған (10)- хәм (11)-теңлемелерди шешип

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}, v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \quad ()$$

теңликлерине ийе боламыз.

3-мысал. Еки шардың серпимли емес орайлық соқлығысыўындағы кинетикалық энергияның жоғалыуын анықлаңыз. Шарлардың массасы m_1 , m_2 хәм олардың соқлығысыўға шекемги тезликлери v_1 хәм v_2 шамаларына тең.

Шешими. Шарлардың соқлығысыўға шекемги кинетикалық энергиясы:

²² Мына жағдайды нәзерде тутыу керек: (10)-теңлик скаляр характерге ийе; бул теңлик орайлық емес соқлығысыўларда да, яғный v_1 хәм v_2 тезликлериниң бағытлары хәр қыйлы болған жағдайда да орынлы болады. Ал (11)-теңлик болса векторлық характерге ийе. Текстте келтирилген жағдайда бул теңлик тек орайлық соқлығысыў, яғный v_1 хәм v_2 тезликлери бир бағытта болған жағдай үшін ғана дұрыс.

$$E_{k1} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

Серпимли емес соқлығысыұдан кейін екі шар да бірдей v' тезлиги менен қозғалады. Оның мәнісі (20-параграфқа қараңыз):

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (13)$$

шамасына тең. Соқлығысыұдың салдарынан кинетикалық энергияның өзгерісі мынаған тең:

$$\Delta E = E_{k2} - E_{k1} = \frac{(m_1 + m_2) v'^2}{2} - \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right).$$

(13)-аңдатпа бойынша v' тың мәнісін анықтап кинетикалық энергияның өзгерісі үшін

$$\Delta E = - \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)} \quad (14)$$

аңлатпасын аламыз.

Солай етип, шарлардың серпимли емес соқлығысыұында кинетикалық энергияның кишірейіуі орын алады. Энергияның бұл өзгерісі шарлардың серпимли емес соқлығысыұындағы жұмыс үшін жұмсалады. Ақырғы есепта бұл жұмыс шарлардың қызыуы үшін жұмсалады.

Бір материаллық нүктетті қараудан материаллық нүктелердің системасын қарауға өткенде биз (4)-қатнасты системаның хәр бір нүктесі үшін пайдаланамыз:

$$A_i = \frac{m v_{i2}^2}{2} - \frac{m v_{i1}^2}{2}. \quad (15)$$

Бұл аңлатпада i индексі берілген материаллық нүктетті, ал A_i болса ұсы нүктетке түсірілген күшлердің жұмысын аңғартады.

Системаның A_k кинетикалық энергиясы деп ұсы системаны пайда ететұғын барлық материаллық нүктелердің кинетикалық энергияларының суммасына айтады:

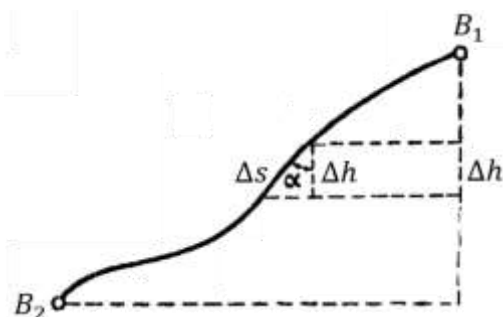
$$E_k = \sum_i \frac{m v_i^2}{2}. \quad (16)$$

Барлық материаллық нүктелер үшін (15)-теңлікті ағзама-ағза қосып

$$E_{k2} - E_{k1} = A \quad (17)$$

теңлігін аламыз. Бұл теңлікте $A = \sum_i A_i$ системаны пайда етіуші барлық нүктелерге түсірілген күшлердің жұмыстарының қосындысы болып табылады. (17)-теңлік механиканың тийкарғы нызамларының бирін аңғартады: *системаның кинетикалық энергиясының өзгерісі системаны пайда етіуші материаллық нүктелерге түсірілген барлық күшлердің жұмыстарының қосындысына тең.*

§ 27. Механикалық системаның потенциаллық энергиясы. Материаллық нүктет деп қаралатұғын дене қоршаған денелер менен өз-ара тәсірлесіп *бір орыннан екінші орынға көшеді* деп болжайық. Демек, денеге күшлер тәсір етеді; бұл жағдайда дене *күш майданында* қозғалады деп айтады. Биз қарап атырған денеге тәсір ететұғын күшлердің характери пүткіллей хәр қыйлы болыуы мүмкін. Мысалы, бұл күшлердің салмақ күшлери, сүйкеліс күшлери, электрлік күшлер х.т.б. болыуы мүмкін.



61-сүйрет.

Салмақ күшінің жұмысын анықлау.

Материаллық ноқаттың салмақ майданында қозғалыуының барысында орынланған жұмысты қараймыз. Салмақ күшинің ұсындай майданы Жердің бетине жақын орынларда бар болады. Бундай орынларда салмақ күшинің мәніси Жердің бетинен бийикликтен әмелий жақтан ғәрезли емес (егер бийиклик h Жердің R радиусынан киши болса). Мейли материаллық ноқат базы бир $B_1 B_2$ иймеклиги бойлап қозғалатуғын болсын (61-сүўрет). Бул иймекликти ҳәр бир кесинди туўры сызық болатуғындай етип жүдә киши болған элементар кесиндилерге бөлемиз. Бундай жағдайда Δs кесиндисин өткенде исленетуғын элементар жұмыстың мәніси $\Delta A = P \Delta s \cos \alpha$ шамасына тең болады. Бул теңликте P арқалы денениң салмағы, ал α арқалы салмақ күши менен орын алмастырыў бағыты арасындағы мүйеш белгиленген. 61-сүўреттен $\Delta s \cos \alpha = \Delta h$ екенлиги көринип түр. Бул теңликте Δh арқалы Δs кесиндисине орын алмастырғандағы бийикликтің өзгериси белгиленген.

B_1 ноқатынан B_2 ноқатына орын алмастырыўдың нәтийжесинде исленген жұмыс мынаған тең болады:

$$A = \sum \Delta A = \sum P \Delta h = P \sum \Delta h.$$

Бирақ, $\sum \Delta h$ шамасы B_1 ноқатының B_2 ноқатынан қанша шамаға бийик туратуғынлығын көрсететуғын h кесиндисин береді. Демек,

$$A = Ph, \quad (1)$$

яғный қәлеген иймек сызық бойынша қозғалғандағы салмақ күшинің жұмысы ұсы денени қозғалыстың басланғыш ноқаты менен ақырғы ноқатының бийиклигинің айырмасына тең болған h кесиндиси бойлап, вертикал бағытта көтергенде исленген жұмысқа тең екен. *Салмақ күши майданында исленген жұмыс жолдың формасы менен узынлығынан ғәрезли емес, ал тек жолдың басланғыш ноқатына салыстырғанда ақырғы ноқатының қанша бийикликте жайласқанлығына байланысly.* Тәбиятта салмақ күшинің тап ұсындай зор қәсийетиндей қәсийетке ийе болған басқа да күшлер бар: материаллық ноқатты жылыстырғанда орынланған күшлердің жұмысы тек жолдың басланғыш хәм ақырғы ноқатларынан ғәрезли хәм жолдың түринен хәм қозғалыс тезлигинен ғәрезли емес. Бундай күшлерди *потенциаллық күшлер* деп атайды. Материаллық ноқаттың потенциаллық күшлердің майданындағы қозғалысында айырмасы арқалы күшлердің жұмысы анықланатуғын *потенциаллық энергия* ҳаққындағы түсиникти киргизиўге болады. Мейли, материаллық ноқат кеңисликтің базы бир (1) ноқатынан басқа (2) ноқатына орын алмастыратуғын болсын хәм нәтийжеде оған тәсир ететуғын күшлер $A_{1,2}$ жұмысын ислеитуғын болсын. Жоқарыда айтылғанларға сәйкес, потенциаллық күшлер ушын жұмыс жолдың тек басланғыш хәм ақырғы ноқатлары жайласқан орынлар, яғный (1) хәм (2) ноқатлары ийелеген орынлар бойынша характерленеди. Бул материаллық ноқаттың потенциаллық күшлер майданындағы ийелеген орнын характерлейтуғын сондай E_p шамасын киргизиў мүмкин, бундай жағдайда $A_{1,2}$ жұмысы E_p шамасының (1) хәм (2) ноқатларында ийе болатуғын E_{p1} хәм E_{p2} мәнислеринің айырмасына тең болады:

$$E_{p1} - E_{p2} = A_{1,2}. \quad (2)$$

E_p шамасы потенциаллық энергия деп аталады.

(2)-теңлик тек еки ноқаттағы потенциаллық энергиялардың *айырмасын* ғана анықлайды. Ал кеңисликтің қандай да бир ноқатында потенциаллық энергияны шәртли түрде нолге тең деп есапласа, онда потенциаллық энергияның өзін анықлаўға болады.

Мысал сыпатында салмақ майданындағы материаллық ноқаттың потенциаллық энергиясын анықлаймыз. (1)-теңлик бойынша денени бир биринен h кесиндисине төмен жайласқан еки B_1 хәм B_2 ноқатлары арасында қозғағанда исленген жұмыс $A = Ph$ ямаса $A = mgh$ шамаларына тең (бул теңликлерде m арқалы денениң массасы, ал g арқалы еркин түсиў тезлениўи белгиленген). Ноллик бийикликтен баслап өлшенген B_1 ноқатының

бийиклигин h_1 , ал B_2 нокатының бийиклигин h_2 арқалы белгилесек, $h = h_1 - h_2$ хәм

$$A = mgh_1 - mgh_2$$

теңлигине ийе боламыз. Екинши тәрәптен, (2)-формула бойынша мынадай теңлик орынлы:

$$A = E_{p1} - E_{p2}.$$

Егер $h_2 = 0$ бийиклигиндеги материаллық нокаттың потенциаллық энергиясының мәнисин нолге тең деп есапласақ, онда соңғы еки теңликлерди салыстырыўдан

$$E_{ph} = mgh \quad (3)$$

формуласын аламыз. Солай етип, h бийиклигине көтерилген массасы m болған денениң потенциаллық энергиясы mgh шамасына тең болады екен. Бул жағдайда Жердиң бетинде жатырған денениң потенциаллық энергиясын шәртли түрде нолге тең деп қабыл етилген. Егер дене h бийиклигинен қулап түсетуғын болса, онда салмақ күши оң $A = Ph$ жұмысын атқарады. Бундай жағдайда потенциаллық энергия киширейеди. Денени h бийиклигине көтергенде салмақ күшиниң жұмысы терис. Бул жағдайда (2)-теңликтен $E_{p1} - E_{p2} < 0$ теңсизлигине ийе боламыз. Бул жағдайда потенциаллық энергия үлкейеди.

Екинши мысал сыпатында қысылған пружинаның потенциаллық энергиясын қараймыз. 25-параграфтағы 2-мысалда серпимли пружинаны s шамасына қысқанда исленетуғын жұмыстың $A = ks^2/2$ шамасына тең болатуғынлығы көрген едик. Бул формулада k арқалы пружинаның қаттылық коэффициенти белгиленген. Пружинаның потенциал энергиясы да тап ұсындай шамаға үлкейеди. Егер қысылмаған пружинаның потенциаллық энергиясын биз нолге тең деп есапласақ, онда s шамасына қысылған пружинаның потенциаллық энергиясы

$$E_p = \frac{ks^2}{2}$$

шамасына тең болады. Бул аңлатпада потенциаллық энергия пружинаның қысылуының квадратына пропорционал.

Енди материаллық нокатлар системасын қараўға өтемиз. Дәслеп, материаллық нокатлар системасы изоляцияланған, яғный оның нокатлары тек бир бири менен тәсирлеседи хәм ұсы системадан сыртта жайласқан денелер менен тәсирлеспейди деп болжаймыз. Материаллық нокатлар арасындағы өз-ара тәсирлесий күшиниң шамасы олардың бир биринен қашықлығынан ғәрезли болсын. Материаллық нокатлардың бирлиги болған жайласуыларын системаның *конфигурациясы* деп атаўды келисемиз. Материаллық нокатлардың бир бирине салыстырғандағы қәлеген орын алмастырыўы системаның конфигурациясының өзгерисине алып келеди. Система қандай да бир (1) конфигурациядан басқа (2) конфигурацияға өткенде системаның барлық материаллық нокатларына тәсир ететуғын күшлер жұмыс ислейди. Бул жұмысты биз $A_{1,2}$ арқалы белгилеймиз. Егер күшлердиң барлығы потенциаллық характерге ийе болса, онда $A_{1,2}$ жұмысының шамасы *системаның басланғыш хәм ақырғы конфигурацияларының қандай екенлигинен* ғана ғәрезли болады. Бундай жағдайда $A_{1,2}$ жұмысы системаның (1) хәм (2) конфигурацияларда тұрған жағдайлардағы потенциаллық энергияларының айырмасына тең болады:

$$A_{1,2} = E_{p1} - E_{p2}. \quad (4)$$

Айтылып өтилгениндей, (1)-қатнас тек потенциаллық энергиялардың айырмасын ғана анықлайды; потенциаллық энергияның өзін анықлаў ушын системаның қандай да бир конфигурациясының энергиясын нолге тең деп есаплаў керек.

Жоқарыда талланған Жердиң салмақ майданындағы денениң потенциаллық энергиясы менен байланысly болған мысалды Жер хәм қарап өтилген денеден пайда болған системаның потенциаллық энергиясына мысал сыпатында қараўға болады: бул мысалда Жер менен аўыр дене системаны пайда етти. Аўыр дене h бийиклигинен

қулағанда конфигурация Жер менен оның бетинен h бийиктикте, ал ақырғы конфигурация Жер менен оның бетінде тұрған денеден ибарат. Салмақ күшинің жұмысы ұсы еки конфигурациялардағы потенциаллық энергиялардың айырмасынан ибарат:

$$A_{1,2} = E_{ph} - E_{p0}.$$

(4)-қатнастың система бир конфигурациядан екіншисине өткенде күшлердің жұмысы материаллық нүктелердің орын алмастырыу ұсыланан ғәрезли болмайтуғын жағдайда ғана дұрыс болатуғынлығын және бир рет атап өтемиз. Бұл шәрт барлық ұақытта орынлана бермейди. Тәбиятта ұшырасатуғын күшлердің барлығы да потенциаллық емес. Мысалы, сүйкеліс күшинің жұмысы өтилген жолдың ұзынлығынан ғәрезли. Сонлықтан, сүйкеліс күшлери бар болған жағдайларда жұмысты потенциаллық энергиялардың айырмасы түрінде аңғартыуға болмайды.

§ 28. Системаның механикалық энергиясының сақланыу және өзгеріуі нызамлары.

Бизде тек потенциаллық күшлер тәсир ететуғын материаллық нүктелердің системасын бар деп болжайық. Системаның қалы оның конфигурациясы менен ұсы системаны пайда ететуғын материаллық нүктелердің тезликлери бойынша анықланады. Система бир қалдан екінші қалға өткенде ұсы системаны пайда ететуғын материаллық нүктелерге түсірилген күшлер жұмыс ислейди және оны бир және де $A_{1,2}$ арқалы белгилеймиз. Бундай жағдайда 1 индекси системаның басланғыш (1) қалына, ал 2 индекси ақырғы (2) қалына сәйкес келеди. Бир биринен материаллық нүктелердің тезликлери және олардың жайласулары бойынша айрылатуғын қаллардың хәр биринде система өзинің сәйкес кинетикалық E_{k1} және E_{k2} және потенциаллық E_{p1} және E_{p2} энергиялары менен айрылады. Бундай жағдайда $A_{1,2}$ жұмысын еки ұсылдың:

$$A_{1,2} = E_{k1} - E_{k2} \quad (1)$$

кинетикалық энергиялардың айырмасы менен ямаса

$$A_{1,2} = E_{p1} - E_{p2} \quad (2)$$

потенциаллық энергиялардың айырмасы түрінде анықлауға болады. Бұл еки теңдиктен мынаған ийе боламыз:

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}. \quad (3)$$

Системаның кинетикалық және потенциаллық энергияларының қосындысы системаның толық механикалық энергиясы деп аталады және оны E арқалы белгилеймиз:

$$E_p + E_k = E.$$

Демек, биз тек потенциаллық күшлер ғана тәсир ететуғын изоляцияланған системасының толық энергиясының тұрақлы болып қалатуғынлығын көремиз. Бұл жағдай механикалық энергияның сақланыу нызамы деп аталады. Бұл нызам механиканың тийкарғы нызамларының ең әхмийетли болған нәтижелеринің бири болып табылады.

Бир қалдан екінші қалға өткенде системаның кинетикалық энергиясының да, потенциаллық энергиясының да өз алдына өзгеріске ұшырауы мүмкин, бірақ олардың қосындысы тұрақлы болып қалады. Мысалы, егер кинетикалық энергия базы бир ΔE_k шамасына үлкейгенде потенциаллық энергия тап сондай болған $\Delta E_p = \Delta E_k$ шамасына кемейуі керек. Бірақ системаға тәсир ететуғын күшлердің барлығы да потенциаллық болған жағдайда ғана изоляцияланған системаның механикалық энергиясының сақланатуғынлығын барлық ұақытта есте туту керек. Потенциаллық емес күшлер бар болған жағдайларда, мысалы, сүйкеліс күшлери тәсир ететуғын болса, онда системаның кинетикалық және потенциаллық энергияларының қосындысы тұрақлы болып қалмайды. Энергияның сақланыу нызамының ұлыұмаластырылуы 68-параграфта келтирилген.

Сүйкелісти есапқа алмаған жағдайдағы дененің төменге түсіуін қараймыз.

Мейли, массасы m болған дене h бийиклигине көтерілген болсын. Бундай жағдайда оның потенциаллық энергиясы

$$E_p = mgh$$

шамасына тең болады.

Дене h бийиклигінен түскенде оның потенциаллық энергиясы киширейеди, бірақ, оның орнына дене тезлікке хәм соған сәйкес кинетикалық энергияның запасына ийе болады. Түсіўдің ақырында бул кинетикалық энергия

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

шамасына тең болады. Бул теңликтеги $v = \sqrt{2gh}$ арқалы Жерге келип түсетуғын тезлик белгиленген. Тезликтің бул мәнісін кинетикалық энергияның аңлатпасына қойып,

$$E_k = \frac{m2gh}{2} = mgh$$

теңликлерине ийе боламыз, яғный түсіўдің ақырында потенциаллық энергияның орында оның шамасына тең болған кинетикалық энергия пайда болады екен. Энергия бир түрден екінші түрге өтті, бірақ оның улыўмалық муғдары өзгериске ушыраған жоқ.

Жабық механикалық система үшін оның кинетикалық E_k хәм потенциаллық E_p энергияларынан туратуғын E толық энергиясы тұрақлы болып қалады:

$$E = E_k + E_p = const.$$

Кинетикалық энергияның кемейіуі потенциаллық энергияның өсіуіне, хәм, керісінше, кинетикалық энергияның үлкейіуі потенциаллық энергияның кемейіуіне алып келеди. Еркін түсіуші тас болған жағдайдағыдай, жабық механикалық системаның улыўмалық жағдайында процесслер кинетикалық энергияның потенциаллық энергияға хәм кері бағыттағы өтіуіне алып келинеди.

Жабық механикалық системада дәслеп барлық денелер тынышлықта тұрады хәм сонлықтан $E_k = 0$ теңлиги орынлы болады, ал потенциаллық энергия болса $E_p = E$, яғный энергияның бул түрі энергияның толық запасына тең деп болжайық. Кинетикалық энергия E_k барлық ўақытта оң мәніске ийе болғанлықтан, ол тек потенциаллық энергия E_p ның кемейіуінің есабынан ғана пайда болады. Буннан биз мынадай жағдайға ийе боламыз: егер басланғыш моментте потенциаллық энергия E_p мүмкін болған минималлық мәніске ийе болатуғын хәм механикалық системаны пайда ететуғын денелер тынышлықта тұрған болса ($E_k = 0$), онда ўақыттың буннан кейінги моментлерінде ол қозғалысқа келе алмайды. Себеби, бундай жағдайда E_k кинетикалық энергиясы сырттан тәсир түспесе пайда бола алмайды. Басқа сөзлер бенен айтқанда: *потенциаллық энергиясын минималлық мәніске ийе болған хәм оның ишінде денелердің қозғалысы болмайтуғын жабық механикалық система тең салмақлық халында тұрады*. Оған шұқырдың түбінде қозғалыссыз тұрған шар мысал бола алады: оның E_p потенциаллық энергиясы минималлық мәніске ийе хәм ол тең салмақлық халда тұр; сырттан тәсир болмаса шар шұқырдан шыға алмайды.

Бир неше дара мысалларды қараймыз.

1-мысал. Салмағы 2 кг болған тас 5 м бийикликтен жумсақ топыраққа түседі хәм тереңлиги 5 см болған ойық пайда етеді. Соққының күші неге тең?

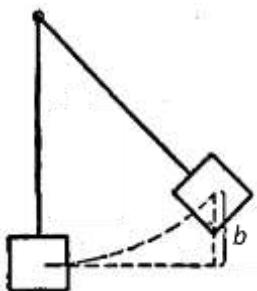
Шешими. h бийиклікке көтерілген тас $E_p = Ph$ потенциаллық энергияға ийе болады (P арқалы тастың салмағы белгиленген). Потенциаллық энергияның есабынан топырақтағы ойық пайда болады. Буннан

$$\bar{f} \cdot s = Ph$$

аңлатпасы келип шығады. Бул аңлатпада $\bar{f}$ арқалы соққының орташа күші, ал s арқалы топыраққа сиңіуінің тереңлиги белгиленген. Буннан:

$$\bar{f} = P \frac{h}{s} = 2 \frac{5}{0,05} \text{ кг} = 200 \text{ кг}$$

нәтижесин аламыз.



62-сүрет.
Балластикалық маятник.

2-мысал. Оқтың тезлигин өлшеу үшін балластикалық маятникти пайдаланады. Бундай маятник жипке илдирилген ишине құм салынған қүты болып табылады. Қүтыға келип урылған оқ оған киреди хәм қүтыда қалып қояды. Ал қүты болса базы бир бийикликке көтериледи (62-сүрет). Оқтың v тезлигин мынадай мағлыұматлардың жәрдеминде анықлау керек: оқтың массасы m_1 , қүтының массасы m_2 , қүтының көтерилиу бийиклиги h .

Шешими. Оқтың қүты менен соқлығысыуы серпимли емес. Оқтың қүтыға урылуының салдарынан ол қүты менен бирге ұлыұма болған v' тезлиги менен қозғала баслайды. Бундай жағдайда

$$v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v.$$

Қүтының оқ пенен биргеликтеги кинетикалық энергиясы

$$E_k = \frac{(m_1 + m_2)v'^2}{2}$$

ге тең. Бул теңликке v' тың мәнисин қойып,

$$E_k = \frac{m_1^2 v^2}{2(m_1 + m_2)}$$

теңлигине ийе боламыз.

Қүты h бийиклигине аұысқанда оның барлық кинетикалық энергиясы потенциаллық энергияға өтеди. Буннан

$$\frac{m_1^2 v^2}{2(m_1 + m_2)} = (m_1 + m_2)gh$$

теңлигинин орынлы болатуғынлығына көз жеткеремиз. Буннан оқтың тезлиги үшін

$$v = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gh}$$

теңлигин аламыз. Әдетте оқтың массасы m_1 қүтының массасы m_2 ден киши болғанлықтан жууық түрдеги

$$v = \frac{m_2}{m_1} \sqrt{2gh}$$

формуласына ийе боламыз.

Енди изоляцияланбағын системаны қараймыз хәм ишки күшлердің ишинде сүйкелис күшлери де (потенциаллық емес күшлер) бар деп болжаймыз. Усының менен бирге биз тек механикалық қүбылысларды есапқа алыу менен шекленемиз хәм сонлықтан төменде гәп етилетуғын (68-параграф) жыллылық хәм басқа да механикалық емес қүбылысларды дыққатқа алмаймыз. Материаллық ноқатларға тәсир ететуғын күшлерди үш группаға бөлемиз: 1) ишки потенциаллық күшлер, 2) сүйкелис күшлери (ишки, потенциаллық емес) хәм 3) биз қарап атырған системаға кирмейтуғын сыртқы денелердің тәсиринің салдарынан пайда болатуғын күшлер. Бундай жағдайда (1)-теңликтеги жумысты күшлердің үш топарына сәйкес келетуғын үш бөлимге бөлемиз. Нәтийжеде

$$E_{k2} - E_{k1} = A_{ishki,pot} + A_{suyk} + A_{sirtqi} \quad (6)$$

теңлигин аламыз.

Потенциаллық энергияның өзгерісі тек потенциаллық күштердің жұмысы менен байланысly:

$$E_{p1} - E_{p2} = A_{ishki,pot}. \quad (7)$$

(6)- хәм (7)-теңліклерден

$$E_{k2} - E_{p2} - (E_{k1} + E_{p1}) = A_{suyk} + A_{sirtqi}$$

теңлигин келтирип шығарамыз. Бирақ кинетикалық хәм потенциаллық энергиялардың қосындысы $E_k + E_p$ системаның толық энергиясы E болып табылады, сонлықтан мынаған ийе боламыз:

$$E_2 - E_1 = A_{suyk} + A_{sirtqi}. \quad (8)$$

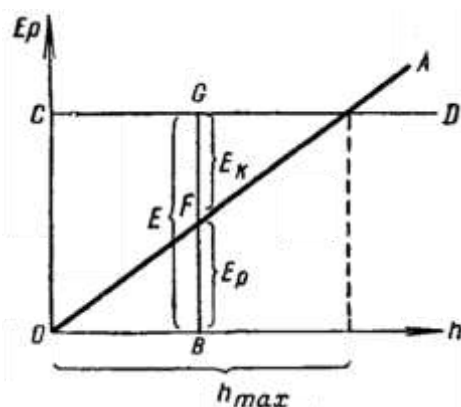
(8)-теңликтен *системаның толық механикалық энергиясының өзгерісі сыртқы күштер менен сүйкеліс күшлерінің жұмыстарының қосындысына тең екенлиги* келип шығады. Демек, системаның толық механикалық энергиясы сондай физикалық шама болып табылады, оның өзгерісі сыртқы күштер менен сүйкеліс күшлерінің жұмысы менен байланысly. Егер сыртқы күштер менен сүйкеліс күшлерінің жұмыстарының қосындысы оң шама болса, онда изоляцияланбаған механикалық системаның энергиясы үлкейеді. Егер сыртқы күштер менен сүйкеліс күшлерінің жұмыстарының қосындысы теріс шама болса, онда изоляцияланбаған механикалық системаның энергиясы киширейеді. Сүйкеліс күшлерінің жұмысының барлық ўақытта теріс екенлигин аңғарыўымыз керек. Себеби хәр бир материаллық нокат ушын сүйкеліс күші оның тезлигине, яғный орын алмастырыўға қарама-қарсы бағытланған. Нәтийжеде сүйкеліс күші барлық ўақытта системаның толық механикалық энергиясының киширейиўине алып келеді.

§ 20. Энергияның графикалық көринісі. Салмағы P ға тең хәм Жердің бетинен h бийиклигине көтерілген дененің потенциаллық энергиясы

$$E_p = Ph = mgh \quad (1)$$

шамасына тең. Бул теңликте m арқалы дененің массасы белгиленген.

E_p ның h тан ғәрезлигин графикалық жоллар менен көрсетеміз. Оның ушын абсцисса көшерине h тың, ал ордината көшерине E_p ның мәнісін қоямыз. Бундай жағдайда (1)-формулаға сәйкес потенциаллық энергия E_p ның бийиклик h тан ғәрезлиги координата басы арқалы өтетұғын OA тўўрысы менен бериледи (63-сўўрет). Дененің салмағы P қаншама үлкен болса, ұсы тўўры менен абсцисса көшери арасындағы мўйештиң шамасы да соншама үлкен болады.



63-сўўрет.

Көтерилетуғын дененің потенциаллық энергиясы OA тўўрысы менен сўўретленеди.

Мейли, қарап атырылған процесс салмағы $P = mg$ шамасына тең тасты вертикаль бағытта жоқары қарай ылақтырыўдан ибарат болсын. Егер хайуаның қарсылығын есапқа алмасақ, онда тастың қозғалысының барысында сыртқы жұмыс орынланбайды. Бундай жағдайда тастың толық энергиясы

$$E = E_p + E_k \quad (2)$$

турақты шама болып қалады. Графикте жұмыс абсцисса көшерине параллель болған CD түйісінің жәрдемінде сұйықтанды. Кинетикалық энергия $E_k \geq 0$ болғандықтан, онда (2)-теңлік бойынша потенциаллық энергияның мүмкін болған максималлық мәнісі $E_p = E$ шамасына тең болады (барлық энергия потенциаллық энергияға өтті). Бұнан, тастың көтерілісінң максималлық бийіктігі OA және CD түйісінің кесіліс нүктесінің абсциссасы менен анықланады. Тастың қозғалысы ноль менен h_{max} шамаларының арасындағы h тың мәнісдерінде ғана жүзеге келіуі мүмкін. Усы шектің ішіндегі h тың белгілі мәнісі үшін BF кесіндісі тастың потенциаллық энергиясын, ал FQ кесіндісі оның кинетикалық энергиясын сәйкестендіреді. График тастың көтерілісінң барысында (h үлкейеді) E_p потенциаллық энергияның үлкейетуіндігін және E_k кинетикалық энергияның кішірейтуіндігін және, керісінше, тастың түсіуінң барысында (h кішірейеді) E_p потенциаллық энергияның кішірейтуіндігін және E_k кинетикалық энергияның үлкейетуіндігін көргізілі түрде сәйкестендіреді. Олардың мәнісдерінң қосындысы $E_p + E_k$ барлық уақытта тұрақты болып қалады.

Тастың көтерілісінң максималлық бийіктігі h_{max} толық энергия бойынша анықланады:

$$h_{max} = \frac{E}{mg}. \quad (3)$$

FG кесіндісі менен сұйықтандыуын біз бір $h < h_{max}$ бийіктігіндегі кинетикалық энергия

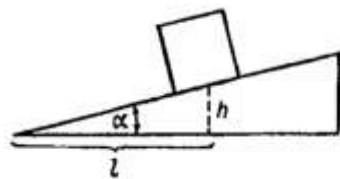
$$E_k = E - E_p = mgh_{max} - mgh \quad (4)$$

формуланың жәрдемінде есепланады. h бийіктігіндегі тастың тезлігін v арқылы белгілеп, $E_k = mv^2/2$ теңлігін аламыз және (4)-аңдатпа бойынша $\frac{mv^2}{2} = mgh_{max} - mgh$, бұнан

$$v = \sqrt{2g(h_{max} - h)} \quad (5)$$

формуласын аламыз.

Тасты жоғарыға көтергенде бұл тезлік жоғарыға, ал түскенде – төменге қарай бағытланған.



64-сұйрет. Қыя тегісліктегі салмақты дене.

Бұл тезлікті тастың басланғыш тезлігі v_0 арқылы да аңлатыуға болады. Бұндай жағдайда

$$E_k = E - E_p = \frac{mv_0^2}{2} - mgh.$$

Бұнан

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - mgh$$

және усы аңдатпаға сәйкес

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

теңлігіне ие боламыз. Тап сол 63-сұйрет салмағы P болған дененің сүйкеліссіз қыя тегіслік бойынша жылжыуындағы энергиялар арасындағы қатнасты да көрсетеді. Бірақ, қыя тегіслік болған жағдайда фәрезіз өзгеріуші сыпатында біз тек h ты ғана емес, ал,

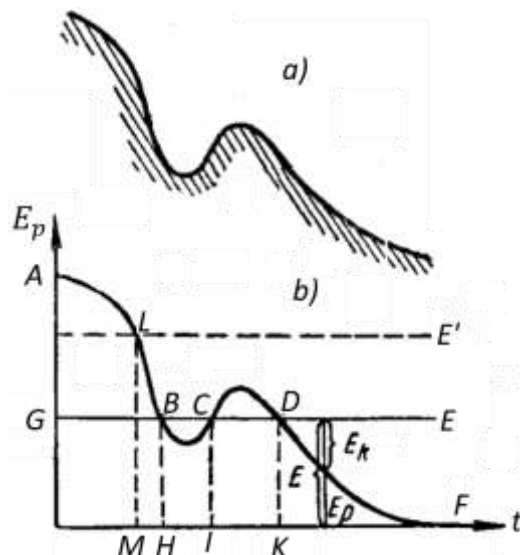
мысалы, қыя тегисликтің тийкары бойынша оның басынан баслап алынған l кесиндисин де пайдаланыуымыз мүмкін (64-сүррет). $h = l \cdot \operatorname{tg} \alpha$ қатнасына мұуапық (α арқалы қыя тегислик пенен горизонт арасындағы мүйеш белгиленген) l шамасының функциясы сыпатында потенциаллық энергия

$$E_p = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot l$$

түрінде жазылады.

65-сүррет.

Таўдың жанбаўырында сырғанайтуғын денениң потенциаллық энергиясы $ABCD F$ иймеклиги менен сүўретленеди.



Солай етип, потенциаллық энергия E_p ның l ден ғарезлиги де графикте координата басынан өтетуғын туўры түрінде сүўретленеди. Тек 63-сүрrette көрсетилген жағдайдағыға қарағанда қыялық басқаша болады.

Энергияны сүўретлеудің тап усы усылын салмақлы денениң қалеген профилге ийе бет арқалы жылжыуы (сырғанауы) ушын да пайдаланыуға болады. Мейли дене жанбаўырының профили 65-а сүрrette көрсетилген таўда сырғанайтуғын болсын. Бундай жағдайда таўдың тийкары бойлап қойылған l қашықлығының функциясы сыпатында E_p потенциаллық энергия $ABCD F$ иймеклиги менен сүўретленеди (65-б сүррет). Тик көтерилиу орынларына 65-б сүрretteги иймекликтің тик көтерилиуі сәйкес келеди. Таўдағы шұқырға $ABCD F$ иймеклигиндеги "потенциаллық шұқыр" жуўап береді. Мейли, денениң E толық энергиясы QE туўрысы менен сүўретленетуғын болсын. $E_p \leq E$ теңсізлигинен 65-б сүрреттен мына жағдайды дәрхәл көремиз: бул жағдайда l шамасы H пенен I диң ямаса K ноқаты менен шексізликтің арасында жайласыуы мүмкін. Бул E толық энергиясының усындай мәнисинде денениң таўдың DF жанбаўыры менен сырғанайтуғынлығын ямаса BC шұқырының ишинде қозғалатуғынлығын аңғартады. Егер дене шұқырдың ишинде жайласқан болса, онда усы шұқырдан шығыуға оған CD барьери кесент береді. Денениң тең салмақлық шәрти потенциаллық энергияның минимум болыуы болып табылады (абсолют ямаса салыстырмалы).

E толық энергияның L ноқаты арқалы өтетуғын мәнисинде дене L ноқаты менен шексізлик арасында таўдың барлық жанбаўыры арқалы сырғанай алады. Денениң l диң хәр бир берилген мәниси ушын кинетикалық энергиясы толық энергияны сүўретлейтуғын туўры менен потенциаллық энергияны сүўретлейтуғын иймекликтің арасындағы кесинди менен анықланады.

Соңғы мысал сыпатында пружинаға илдирилген массасы m шамасына тең болған денениң қозғалысын қараймыз. Дене s аралығына жылысқанда пружина қысылады ($s < 0$) ямаса созылады ($s > 0$). Усының нәтийжесинде

$$E_p = \frac{ks^2}{2} \quad (7)$$

шамасына тең потенциаллық энергия пайда болады. Бұрынғы белгилеулердей, k арқалы пружинаның қаттылық коэффициенті белгіленген. s ауысыуының функциясы сыпатында E_p шамасы параболаның жәрдемінде сұйретленеді (66-сұйрет). Егер $E = E_p + E_k$ толық энергия FG түйісі менен сұйретленетұғын болса, онда s тиң берілген мәнісі үшін потенциаллық энергия AB кесіндісі менен, ал кинетикалық энергия BC кесіндісі менен сұйретленеді. s ауысыуының мүмкін болған мәніслері DG хәм DF кесінділері менен анықланған s_{min} менен s_{max} арасында жатады. Параболаның симметриясынан $s_{min} = -s_{max}$ екенлігі келип шығады. Буннан дененің $s = 0$ мәнісі менен анықланатұғын тең салмақлық орнының дөгерегінде тербелетұғынлығы келип шығады. Оның кинетикалық энергиясы хәм оған сәйкес тезлігі тең салмақлық орны арқалы өткенде максимумға, ал максималлық ауысыуларды минимумға (нолге тең болған) мәнісіне жетеді. s тиң берілген базы бир мәнісі үшін кинетикалық энергия

$$E_k = E - E_p = E - \frac{ks^2}{2}$$

хәм толық энергия

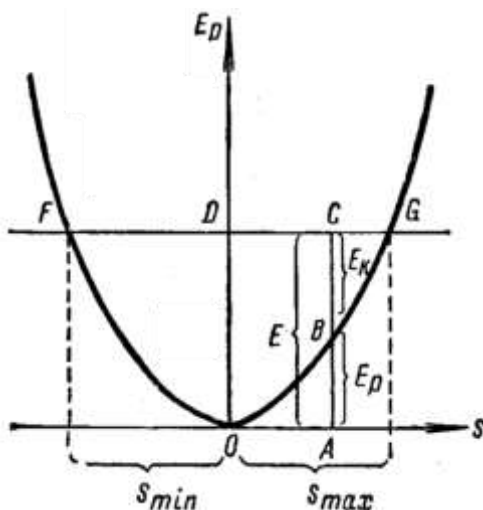
$$E = \frac{ks_{max}^2}{2}$$

шамасына тең болады. Буннан кинетикалық энергияның

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{ks_{max}^2}{2} - \frac{ks^2}{2}$$

шамасына тең болатұғынлығын табамыз. Буннан дененің тезлігінің ауысыу s тиң функциясы сыпатындағы аңлатпаны аламыз:

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}(s_{max}^2 - s^2)}.$$



66-сұйрет.
Деформацияланған пружинаның потенциаллық энергиясы FOG параболасы менен сұйретленеді.

§ 30. Өлшем формулалары. Жоқарыдағы параграфларда үйренілген материаллар физикалық шамалардың өлшемлері хәм өлшем формулалары хақында мәселени қойыуға мүмкіншилиік береді.

Усы ўақытқа шекем бир физикалық шаманы өлшеу үшін бирлікті таярлағанда сол шаманың бұрыннан өлшем бірліктері мәлім болған басқа шамалар менен ызыамлы түрдегі байланысына сүйенген халда ис алып бардық хәм биз қарап өткен формулалардағы пропорционаллық коэффициентінің мәнісін бирге тең деп болжадық. Сондай жоллар тийкарғы шамаларды хәм оларды өлшеу үшін өлшем бірліктері менен байланысly болған бірліктердің белгілі болған системасы қәліплестірілді. Мысалы, CGS системасында тийкарғы физикалық шамалар сыпатында ұзындық, ўақыт хәм масса

алынған, олардың өлшеуі бірліктері сыпатында сантиметр, секунд және грамм сайлап алынған; ал басқа тийкары шамаларды сайлап алыу қақында 3-параграфта айтқан едик.

Тийкары физикалық шамаларды белгили тәртип пенен сайлап алғанның өзінде оларды өлшейтуғын бірліктерди сайлап алыудың ҳәр қыйлы болыуы мүмкин. Бундай жағдайда туынды бірліктердиң тийкары шамалардың бірліктеріменен қандай деген сорау тууылады. Тийкары шамалар сыпатында ұзынлық, ўақыт және масса алынған системаларға тоқтайық, олар өлшенетуғын бірліктерди L , T және M ҳәриплериниң жәрдемінде белгилейик.

Егер A туынды бірлик L ұзынлық бирлигиниң p -дәрежесине, M масса бирлигиниң q -дәрежесине, T ўақыттың r -дәрежесине пропорционал болса, онда A бирлиги ұзынлықтың бирлигине салыстырғанда p өлшемге, массаның бирлигине салыстырғанда q өлшемге және ўақыттың бирлигине салыстырғанда r өлшемге ийе деп есаплайды. A бирлигиниң тийкары физикалық шамалардан ғәрезлигин символлық формада (өлшем формуласының жәрдемінде) былайынша жазады:

$$[A] = L^p \cdot M^q \cdot T^r. \quad (1)$$

Мысалы, егер базы бир белгили болған A бирлигиниң өлшем формуласы

$$[A] = \frac{ML^2}{T^2}$$

түрине ийе болса, онда оны былайынша да жаза аламыз:

$$[A] = ML^2T^{-2}.$$

Демек, бул жазыу берилген ықтыярлы A бирлиги массаның бирлигине пропорционал, ұзынлықтың бирлигиниң квадратына пропорционал және ўақыттың бирлигиниң квадратына кері пропорционал деген мәнисти аңғартады. Мысалы, егер биз массаның бирлигин 1000 есе, ұзынлықтың бирлигин 100 есе және ўақыттың бирлигин 60 есе үлкейтсек, онда биз қарап атырған A бирлигиниң $\frac{1000 \cdot 100^2}{60^2}$ есе, яғни $2,78 \cdot 10^3$ есе үлкейгенлигин көрсетеди.

Егер ықтыярлы бірлик қандай да бир тийкары бірліктерден ғәрезсиз болса, онда оның усы тийкары бірлікке салыстырғанда ноллик бірлікке ийе деп айтады.

Физикалық шамалардың өлшемлерин билиу тийкары шамалардың өлшем бірліктері өзгергенде усы физикалық шаманың бирлигиниң қалай өзгеретуғынлығын аңсат есаплау ұшын ғана емес, ал шамалардың өлшемлерин салыстырыудың есаплаулардың дұрыс екенлигин қадағалау ұшын да үлкен әҳмийетке ийе. Бул қадағалау мынадай айқын көринип тұрған жағдайға тийкарланған: *тек бирдей болған өлшемге ийе болған шамаларды қосыу, алыу және теңлик белгиси менен байланыстырыу мүмкин.*

Ҳақыйқатында да, мысалы, массаны қандай да бир ұзынлыққа қосыуға ямаса қандай да бир фигураның майданы қандай да бир кесиндиниң ұзынлығына тең деп тастыйықлауға ҳ.т.б. болмайды.

Буннан кейин *дәрежениң көрсеткишинде тек санның, яғни өлшемге ийе емес шаманың тура алатуғынлығын көрсетийге болады.*

Бизге белгили болған физикалық шамалардың өлшемлерин анықлаймыз.

Тезликтің өлшеми: $v = \frac{s}{t}$ қатнасынан келип шыққан ҳалда тезликтің бирлигиниң ұзынлықтың бирлигине пропорционал және ўақыттың бирлигине кері пропорционал өзгеретуғынлығын көремиз. Буннан

$$[v] = L \cdot T^{-1} \quad (2)$$

қатнасына ийе боламыз.

Тезлениудің өлшеми: $w = \frac{v}{t}$ қатнасынан келип шыққан ҳалда мынаған ийе боламыз:

$$[w] = L \cdot T^{-2}. \quad (3)$$

Күштің өлшемі: $f = mw$ қатнасынан хәм жоқарыдағы масса менен тезлениўдің бирликлерин пайдаланып мынаны аламыз:

$$[m] = M \cdot L \cdot T^{-2}. \quad (4)$$

Жумыстың өлшемі: $A = fs$ қатнасынан келип шыққан ҳалда мынаны аламыз:

$$[A] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}. \quad (5)$$

Тап усындай өлшемге энергия да ийе болады.

Қуўаттың өлшемі: $W = \frac{A}{t}$ қатнасынан

$$[W] = M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \quad (6)$$

қатнасына ийе боламыз.

Бирақ өлшем бирликлери узынлықтың, ўақыттың хәм массаның бирликлеринен ғәрезсиз болған физикалық шамалар бар. Мысалы, доғаның радиустың узынлығына қатнасы түринде өлшенетуғын мүйеш тийкарғы болған L , M , T үш бирликлерина салыстырғанда ноллик өлшемге ийе. Мүйешти өлшеў ушын бирлик сыпатында узынлығы радиустың шамасына тең доғаның еки ушы арасындағы мүйешлик қашықлыққа тең болған хәм *радиан* деп аталатуғын орайлық мүйеш сайлап алынады. Оның мәниси барлық системаларда бирдей. Радианлар менен бир қатарда мүйешлер градусларда да өлшенеди. Бундай жағдайда мүйештиң бирлиги сыпатында узынлығы толық шеңбердің узынлығының $1/360$ шамасына тең болған доғаның еки ушын керип тұрған орайлық мүйеш қабыл етиледі. Сонлықтан, бир мәнислик ушын өлшемлер формулаларына мүйештиң бирлигиниң белгисин де киргизиў керек болады²³. Бұл белгини Φ ҳарипи арқалы белгилеймиз. Жоқарыда келтирилген шамалардың (тезлик, тезлениў, күш х.т.б.) өлшемлериниң формулаларына бұл мүйештиң кирмеўи керек. Себеби бұл шамалардың барлығы да мүйешке салыстырғанда ноллик өлшемли шамалар болып табылады. Бирақ, егер биз $\omega = \frac{\varphi}{t}$ мүйешлик тезликтің өлшемин жазғымыз келсе, онда оған Φ белгисин киргизиўимиз керек болады. Себеби мүйешлик тезликтің бирлиги биз мүйешти өлшеў ушын қандай бирликтен пайдаланып атырғанлығымыздан ғәрезли. Солай етип,

$$[\omega] = \Phi \cdot T^{-1}.$$

Бирақ, әдетте узынлықтың, ўақыттың хәм массаның бирликлерине салыстырғандағы өлшемлерди көрсетиў қабыл етилген болғанлықтан

$$[\omega] = T^{-1} \quad (7)$$

теңлигин жаза аламыз. Тап усындай жоллар менен биз мүйешлик тезлениўдің өлшемин де ала аламыз:

$$[\beta] = T^{-2}. \quad (8)$$

Шамалардың өлшемлерин қараўдан гейпара жағдайларда ызамлықтың дәл характерин көрсетиўге болады (егер алдын-ала оның жуўық түри белгили болса). Мысалы, жердің бетине жақын орынларда түсиў бийиклиги h , еркин түсиў тезлениўи g ның шамасы қаншама үлкен болса еркин түсиўши тастың v тезлигиниң де соншама үлкен болады деп болжаў тәбийий.

Солай етип, v тезлигиниң шамасы базы бир n_1 хәм n_2 дәрежелери менен алынған g хәм h қа пропорционал деп болжап, мынадай теңликке ийе боламыз:

$$v = k \cdot g^{n_1} \cdot h^{n_2}.$$

Бұл теңликте k арқалы санлы коэффициент белгиленген. Тезликтің өлшеми $[v] = L \cdot T^{-1}$. $g^{n_1} \cdot h^{n_2}$ көбеймесиниң өлшеми де тап сондай болыўы керек. Бирақ, $[g] = L \cdot T^{-2}$ хәм $[h] = L$. Буннан ўақыттың өлшеминиң еки аңлатпада да бирдей болыўы ушын $n_1 = 1/2$ хәм $n_2 = 1/2$ теңликлериниң орынланыўы шәрт. Бундай болмаған жағдайда узынлықтың

²³ Узынлық, ўақыт хәм массаға салыстырғанда ноллик өлшемге ийе болатуғын физикалық шама сыпатында температураны көрсетемиз.

өлшеми сәйкес келмейді. Бұнан теңлік белгиси менен байланысқан шамалардың өлшемлерінің бірдей болуына қойылатұғын талап

$$n_1 = n_2 = \frac{1}{2}$$

теңліктері, яғни

$$v = k(gh)^{1/2}$$

теңлігі орынланған жағдайда орынланады.

Қақыйқатында да, тең өлшеуілі тезленіуші қозғалыстың формуласынан (7-параграф) биз

$$v = \sqrt{2gh} \cong 1,41\sqrt{gh}$$

формуласының орынлы екенлігін аламыз.

§ 31. Классикалық механиканың қолланылуы шектері. 4-параграфта көрсетіп өткеніміздей, классикалық механиканы тек макроскопиялық денелер үшін, яғни көп санлы атомлардан тұратұғын хәм жақтылықтың тезлігіне салыстырғанда киши тезліктер менен қозғалатұғын денелер үшін дұрыс. Жақтылықтың тезлігі шама менен 300 000 км/сек шамасына тең болғанлықтан, классикалық механиканы тезліктері әмелде жетіуі мүмкін болған шамадағы барлық әдеттегі денелер үшін қолланылуға болады. Бирақ, айырым аспан денелерін дәл бақлау (мысалы, Қуаштың дөгерігіндегі орбитадағы тезлігі 100 км/сек шамасына жететұғын Меркурий планетасы) классикалық механиканың нәтижелерінен ауысуының орын алатұғынлығын аңғарылуға мүмкіншілік береді. Бұл сәйкес келмеу жағдайы салыстырмалық теориясының механикасының жәрдемінде түсіндіріледі. Айырым атомларды, электронларды хәм басқа да бөлекшелерді бақлағанда классикалық механикада беретұғын нәтижелерге сәйкес келмеу кескін түрде жүзеге келеді.

Үлкен тезліктер механикасы, яғни жақтылықтың тезлігі менен салыстырарлықтай тезліктер механикасы салыстырмалық теориясы тәрәпинен беріледі.

...

Салыстырмалық теориясының мазмұны толық түрде III томда қарап өтіледі. Бұл жерде биз салыстырмалық теориясының тек базы бір нәтижелері менен танысуға хәм классикалық механиканың қолланылуы шегараларын анықлауға тоқтап өтеміз. Салыстырмалық теориясының базы бір кинематикалық нәтижелерін қараудан баслаймыз. Мейли, S есаплау системасында (67-сүрет) m денесі u S есаплау системасы менен тұрақты түрде байланысқан OXY координаталар системасына салыстырғанда v тезлігі менен қозғалатұғын болсын. Мейли, екінші S' есаплау системасы бар болып, u система менен $O'X'Y'$ координаталар системасын беккем байланыстырайық хәм оның $O'X'$ хәм $O'Y'$ көшерлері сәйкес OX хәм OY көшерлеріне параллель деп есаплаймыз. S системасы S' системасына салыстырғанда OX көшерінің оң бағытында v_0 тезлігі менен қозғалады деп болжайық.

Классикалық көз-қарасларға сәйкес m денесінің тезлігінің S' системасындағы $O'X'$ хәм $O'Y'$ көшерлері бойынша құраушылары үшін

$$v'_x = v_x + v_0, v'_y = v_y \quad (1)$$

теңліктері орынланады.

Бұл формулалар тезліктерді қосыудың әдеттегі қағыйдасын аңғартады.

Салыстырмалық теориясы бойынша тезліктерді қосыу қағыйдасы басқаша, атап айтқанда

$$v'_x = \frac{v_x + v_0}{1 + \frac{v_x \cdot v_0}{c^2}}, v'_y = \frac{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} v_y}{1 + \frac{v_x \cdot v_0}{c^2}} \quad (2)$$

түрінде жазылады. Бұл теңдіктерде c арқалы жақтылықтың тезлиги белгіленген. v_x хәм v_0 тезликлеринин шамасы жақтылықтың тезлиги c дан киши болғанда салыстырмалық теориясының (2)-формулаларының тезликтерди қосыўдың (1)-классикалық формулаларына өтетуғынлығын аңсат тексерип көриўге болады.

Базы бир айқын жағдайлар ушын (1)- хәм (2)-формулар беретуғын нәтийжелерди салыстырып көремиз.

Жердиң үстинде $v_0 = 360 \text{ км/саат} = 100 \text{ м/сек}$ тезлик пенен қозғалатуғын аэропланның кабинасында аэропланның қозғалыў бағытында оқ атылады, оқтың аэропланға салыстырғандағы тезлиги $v_x = 1000 \text{ м/сек}$. Бундай жағдайда классикалық механиканың көз-қарасларына сәйкес Жерге салыстырғандағы оқтың тезлиги

$$v'_x = v_x + v_0 = 100 \frac{\text{м}}{\text{сек}} + 1000 \frac{\text{м}}{\text{сек}} = 1100 \frac{\text{м}}{\text{сек}}.$$

Салыстырмалық теориясындағы (2)-формуланың бириншиси бойынша

$$v'_x = \frac{v_x + v_0}{1 + \frac{v_x \cdot v_0}{c^2}} = \frac{1100}{1 + \frac{1000 \cdot 100}{(3 \cdot 10^8)^2}} = \frac{1100}{1 + 1,1 \cdot 10^{-12}} \frac{\text{м}}{\text{сек}}$$

ямаса шама менен

$$v'_x = 1100(1 - 1,1 \cdot 10^{-12}) \text{ м/сек}$$

шамасына тең. Буннан бұл жағдайда салыстырмалық теориясының классикалық механикаға салыстырғанда қосынды тезликтің шамасының 10^{-12} үлесине теңдей шамаға парқ қылатуғынлығын көремиз. Басқа сөзлер менен айтқанда, бұл жерде классикалық теория менен салыстырмалық теориясының нәтийжелеринин әмелий жақтан толық бирдей болатуғынлығын көремиз.

Егер қосылатуғын v_x хәм v_0 тезликтери жақтылықтың тезлигинин ярымына тең болса, онда салыстырмалық теориясы бойынша қосынды тезлик

$$v'_x = \frac{v_x + v_0}{1 + \frac{v_x \cdot v_0}{c^2}} = \frac{\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}c}{1 + \frac{1}{4} \frac{c^2}{c^2}} = \frac{4}{5}c$$

шамасына тең болады. Ал классикалық механиканың (1)-формуласына сәйкес қосынды тезликтің $v'_x = v_x + v_0 = c$ шамасына тең болыўы керек. Бұл жерде еки теорияның нәтийжелеринин арасындағы айырма айқын сезиледи. Егер қосылыўшы тезликтердин хәр қайсысы $0,9c$ ға тең болса, айырма оннан да үлкен болады.

Салыстырмалық теориясы бойынша *тезлик ҳеш ўақытта жақтылықтың вакуумдағы тезлиги c дан үлкен болмайды.* (2)-формула бойынша биз қосылыўшы тезликтердин мәнислери жақтылықтың тезлигине қанша жақын болса да қосынды тезликтің жақтылықтың тезлигинен үлкен болмайтуғынлығы келип шығады.

Салыстырмалық теориясының (2)-формулалары бойынша S' есаплаў системасында тезликтің S системасының қозғалыс бағытындағы v_x құраўшысы ғана өзгерип қоймайды, ал S системасының v_0 тезлигине нормаль болған v_y құраўшысы да өзгериске ушырайды. Классикалық формулар бойынша v_y тиң шамасы еки системада да бирдей. Егер v_x хәм v_0 тезликтери жақтылықтың тезлиги c ға салыстырғанда киши болса, онда v_0 диң v_y ке тәсири оғада киши.

Хақыйқатында, $\frac{v_0}{c} = \beta$, $\frac{v_x}{c} = \beta'$ белгилерин қабыл етсек, онда β менен β' шамаларының екеўиниң де 1 ден парқының жоқ екенлигин көриўге болады хәм сонлықтан (2)-формуланы жуўық түрде былайынша көширип жазыўға болады:

$$\left. \begin{aligned} v'_x &= \frac{v_x + v_0}{1 + \beta\beta'} \cong (v_x + v_0)(1 - \beta\beta'), \\ v'_y &= v_y \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta\beta'} \cong \left(1 - \beta\beta' - \frac{1}{2}\beta^2\right) \cdot v_y \end{aligned} \right\} \quad (2a)$$

Демек, v'_x тың мәнісі $v_x + v_0$ қосындысының мәнісіне жақын, ал v'_y шамасы v_y тен β хәм β' шамаларына қатнасы бойынша кишилиги тек екінши тәртіпли ағзаға айрылады.

Салыстырмалық теориясының биз қарайтуғын екінши нәтийжесиниң мәнісі v тезлиги менен қозғалатуғын есаплау системасындағы денениң массасы, ұсы дене тынышлықта тұратуғын есаплау системасындағы массасынан үлкен болатуғынлығынан ибарат²⁴. Атап айтқанда:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (3)$$

Бул аңлатпада m арқалы дене қозғалатуғын есаплау системасындағы масса, ал m_0 арқалы дене тынышлықта тұрған есаплау системасындағы денениң массасы белгиленген (ұсы массаны *тынышлықтағы масса* деп атаған). $\beta = \frac{v}{c}$.

...

Аўдарыўшылардан

Салыстырмалық теориясы бойынша масса менен E энергия хәм масса менен p импульс арасындағы байланыс былайынша жазылады:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (a-1)$$

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (a-2)$$

Тезлик v ның киши мәніслеринде (a-1) хәм (a-2) аңлатпалары

$$E = mc^2 \quad (a-3)$$

хәм

$$p = mv \quad (a-4)$$

аңлатпаларына өтеди.

(a-1) хәм (a-2) аңлатпаларынан энергия менен импульс арасындағы мынадай байланысты аламыз:

$$E^2 = p^2 + m^2 c^4.$$

...

Салыстырмалық теориясы қәлеген энергияның E шамасына өзгериўи массаның m шамасына өзгериўи менен байланысly деп тастыйықлайды. Оның мәнісі

$$m = \frac{E}{c^2} \quad (6)$$

шамасына тең. Керисинше, системаның массасы m шамасына өзгергенде $E = mc^2$ энергиясы пайда болады.

Солай етип, энергияның хәр бир эргине $m = \frac{1}{(3 \cdot 10^{10})^2} g \cong 1,1 \cdot 10^{-21} g$ масса сәйкес келеди екен. Көринип тұрғанындай, бул масса жүдә киши: 2 000 000 квт қуўатқа ийе дүзиліс (Куйбышев электр станциясының қуўаты) бир сааттың ишинде шама менен $7,2 \cdot 10^{19}$ эрг энергияны ислеп шығарады. Оған (6)-формула бойынша $7,2 \cdot 10^{19} \cdot 1,1 \cdot 10^{-21} = 8,0 \cdot 10^{-2} g$, яғный шама менен 0,080 г масса сәйкес келеди. Буннан, техникалық жақтан жетилиўи мүмкин болған энергияның муғдарына массаның дым киши муғдары жуўап береді екен.

²⁴ Дыққатқа ылайық болмаған бул жағдай ұсы кітап жазылған ўақытлары салыстырмалық теориясы менен байланысly болмаған айырым физикалық қубылыслар ҳаққында авторлардың дурыс түсиникке ийе болмағаны менен байланысly. Масса релятивистлик инвариант шама болып табылады. Сонлықтан оның мәнісі барлық есаплау системаларында бирдей (аўдарыўшылар).

Бирақ, элементлердің бір бирине айланыу процесслери менен байланысly болған процесслерде энергияның өзгеріуіне байланысly болған массаның өзгерісi толық сезилерліктей дәрежеде болады (III томға қараңыз).

(6)-теңлік энергия менен масса арасындағы ұлыұмалық өз-ара байланысты аңғартады... Ғақықатында физикалық шамалар болған масса менен энергия физика илими жұмыс алып баратуғын қозғалыұшы материяның айқын түрлериниң ең тийкарғы характеристикаларының бири болып табылады. Толық изоляцияланған система ушын оның массасы да, энергиясы да сақланады. (6)-теңлік масса менен энергияның арасындағы терең өз-ара байланыстың бар, соның менен бирге ол екеуиниң де бир ұақытта бир бирине пропорционал рәуиште өзгеріуиниң мүмкиншилигиниң жоқ екенлигин көрсетеди.

Енди *денелердің өлшемлери* менен байланысly болған классикалық механиканың көз-қарасларының шекленгенлигин қарауға өтемиз. Жоқарыда атап өткенимиздей, көп санлы атомлардан туратуғын барлық *макроскопиялық денелер* ушын классикалық механика дәл нәтижелерди береді. Бирақ, айырым *элементар бөлекшелер*, мысалы, айырым электронлар механикада "бөлекше" деп аталатуғын бөлекшелерге тән болған қасиетлерден басқаша болған қасиетлерди береді. Әдетте "бөлекше" ғақықында гәп еткенимизде, биз ұсы бөлекшеге байланысly болған еки сорауға жууап бере аламыз деп түсинемиз: 1) ол қайсы орында жайласқан? хәм 2) ол қандай тезлик пенен қозғалады? Бул еки сорауға берилген жууаплар, яғный бөлекшениң хәр бир берилген ұақыт моментиндеги x, y, z координаталарын хәм оның тезлигиниң v векторын беріу, бөлекшениң траекториясын хәм ұсы траектория бойынша бөлекшениң қозғалыұшының характерин анықлайды. Бизлер кейинирек көретуғын тәжирийбелер болса (III томға қараңыз) электронлар дәстесиниң толқынлардың тарқалыұы бойынша әдеттеги көз-қарасларға тән болған айрықша қасиетти көрсететуғынлығын (дифракция) дәлиллеиди. Толқынлық процесс орын алған жағдайларда толқынның қайсы орында тұрғанлығы ғақықындағы мәселени қойыуға болмайды. Бундай мәселе бөлекше ушын ғана қойылады. Ғақықатында, толқын өзи тарқалатуғын барлық кеңисликти өз ишине алады (мысалы теңиздиң барлық бетин). Тек ғана толқынның дөңесликлери менен ойықларының қайсы орынларда жайласқанлығы жөнинде гәп етиу мүмкин. Қала берсе, теңиздиң бетиндеги толқын ушын сол дөңесликлер менен ойықлар орынлары үш координатаның жәрдемінде анықланатуғын ноқатлар емес, ал сызықлардың семействолары болып табылады. Буннан сөздиң әдеттегидей мәнисінде электронның (тап сол сыяқлы қәлеген басқа элементар бөлекшениң) "бөлекше" емес екенлиги хәм бөлекшелер ушын берилетуғын характеристикаларды электронларға беріуге болмайтұғынлығы келип шығады. *Квантлық механика* тәрeпинен өткерилген тәжирийбелердің талланыұы электронлардың x, y, z координаталары (электрон қайсы орында тұрыпты деген сорау) менен оның сол ноқаттағы v тезликлериниң (электронның тезлиги қандай хәм ол қайсы бағытта қозғалып баратыр деген сорау) тек ғана белгили бир дәлликте анықланатуғынлығын көрсетеди. Электронның x координатасы қаншама киши Δx анықсызлық пенен анықланған болса, онда оның тезлиги v соншама үлкен Δv анықсызлығы менен анықланады. Мүмкин болған жақынласыұдың дәрежеси квантлық механика бойынша анықланады, атап айтқанда, квантлық механика Δx пенен Δv анықсызлықтарының арасында

$$\Delta x \cdot \Delta v \geq h/m \quad (7)$$

қатнасы бар деп тастыйықлайды. Бул теңсизликте m арқалы бөлекшениң массасы, h арқалы *Планк турақлысы* деп аталатуғын хәм

$$h = 6,624 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек.}$$

шамасына тең турақлы белгиленген.

Квантлық механика бойынша ұлыұмалық характерге ийе болған (7)-қатнас *анықсызлық*

қатнасы деп аталады.

Анықсызлық қатнасының физикалық мәнісі III томда толығырақ талланады... Электронды (соның менен бирге қалеген элементар бөлекше) тек жуық түрде ғана классикалық механиканың "бөлекшесі" деп қарай аламыз. Анықсызлық қатнасы классикалық механиканың көз-қарасларының қолланылыу шеклерін көрсетеді.

Планк тұрақтысы h тың мәнісінің киші болыуына байланысly координаталар менен тезликлердеги анықсызлықтың шамалары тек элементар бөлекшелерде ғана әхмийетке ийе. Дәслеп массасы $m = 10^{12}$ г болған шаңның бөлекшесін қараймыз. Оның координаталарын $\Delta x = 10^{-6}$ см дәлликте (яғный 0,01 мкм) анықладық деп болжайық. Бундай жағдайда (7)-аңлатпа бойынша тезликтің Δv_x құраушысындағы анықсызлықтың шамасы ушын

$$\Delta v_x \sim \frac{h}{m\Delta x} = \frac{6,6 \cdot 10^{-27} \text{ см}}{10^{-12} \cdot 10^{-6} \text{ сек}} \approx 10^{-8} \frac{\text{см}}{\text{сек}}$$

мәнісін аламыз, яғный тезликті анықлаудағы Δv_x шамасындағы анықсызлық жүдә киші екен. Басқа сөзлер менен айтқанда жүдә киші болған шаңның түйіртпегінің координатасы менен тезлигін әмелий жақтан қалегенше дәл анықлау мүмкін екен. Шаңның түйіртпегі әдеттегі мәністе "бөлекше" болып табылады екен.

Енді траекториясы мынадай болған электронды қараймыз: электрон диафрагмадағы диаметрі 0,01 см болған d саңлағы арқалы ушып өтип фосфоресцияланатуғын экранға келип түсіп жақтылықты пайда еткен (тезлигі үлкен болған электронлар "сцинтилляциялар" деп аталатуғын жақтылықтың шығыуын жүзеге келтиреді). Усы орынды биз 0,01 см дәлликте белгиледік.

Бундай жағдайда, электрон ушын $\Delta x \cong 10^{-2}$ см. Буннан электронның массасының $m = 9 \cdot 10^{-28}$ г екенлігін есапқа алып, оның тезлигіндегі анықсызлықты есаплаймыз:

$$\Delta v_x \sim \frac{h}{m\Delta x} = \frac{6,6 \cdot 10^{-27} \text{ см}}{9 \cdot 10^{-28} \cdot 10^{-2} \text{ сек}} \cong 7 \cdot 10^2 \frac{\text{см}}{\text{сек}}$$

Тезликтің мәнісіндегі бұл анықсызлық абсолют мәнісі бойынша әдеуір үлкен, бірақ егер биз ұсындай тәжірийбеде электронның тезлигінің мәнісінің жүдә үлкен болатуғынлығын есапқа алсақ (шама менен 10^8 см/сек), онда (7)-теңликтен келип шығатуғын анықсызлықтың мәнісінің тезликтің мәнісінің тек 0,001 процентін ғана құрайтуғынлығын көреміз. Басқа сөзлер менен айтқанда: биз көрсеткен шараятларда электронды ийелеген орны менен тезлигінің мәнісі әмелде жоқары дәлликте анықланатуғын бөлекше сыпатында қарауға болады. Дәслепкі уақытлары ұсындай типтегі тәжірийбелер электронлардың қасийетлерін анықлау ушын хызмет етті. Сонлықтан дәслепкі уақытлары электрон бойынша классикалық көз-қарасларды пайдаланыуға болатуғын "бөлекше" хаққындағы көз-қараслар қәлиплести.

Ақырында атомның ишінде қозғалатуғын электронды қараймыз. Атомның өзінің өлшемлери шама менен 10^{-8} см болғанлықтан электронның орны ең кемінде ұсындай дәлликте анықланыуы керек:

$$\Delta x \cong 10^{-8} \text{ см.}$$

Буннан (7)-аңлатпа бойынша:

$$\Delta v_x \sim \frac{h}{m\Delta v} = \frac{6,6 \cdot 10^{-27} \text{ см}}{9 \cdot 10^{-28} \cdot 10^{-8} \text{ сек}} \cong 7 \cdot 10^8 \frac{\text{см}}{\text{сек}}$$

Атомның ишіндегі электронның өзінің тезлигі шама менен $10^8 \frac{\text{см}}{\text{сек}}$ шамасына тең болғанлықтан, биз алған нәтийже атомның ишіндегі электронның тұрған орны белгили болған жағдайда оның тезлигінің мәнісінің анық емес болатуғынлығын көрсетеді. Басқа сөзлер менен айтқанда: атомның ишіндегі электронды хеш қашан "бөлекше" деп қарауға болмайды. Хақыйқатында да, атомлардың ишіндегі электронлардың қозғалысын классикалық механиканың көз-қараслары менен қарау айқын түрдегі қарама-

қарсылықтардың пайда болыуына алып келеді. Тап сондай классикалық дәллікте электронлардың ийелеген орнын "атомлық дәллікте" анықлау талап етілетуғын жағдайлар бир қатар басқа да қубылыстарда орын алады. Бундай қубылыстар квантлық механиканың жәрдемінде дурыс тәрийипленеді.

IV БАП

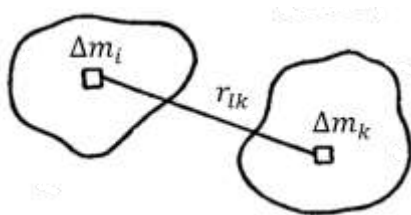
ТАРТЫЛЫС КҮШЛЕРИ

§ 32. Тартылыс күшлери. Барлық денелер бір бирине тартылады. Денелердің Жерге құлап түсіуі, Айдың Жердің дөгерегіндегі тұйық орбита бойынша қозғалыуы, планеталардың Қуяштың дөгерегінде айланыуы ғ.т.б. пүткіл дүньялық тартылыстың салдарынан жүзеге келеді. Тартылыс күшлери бағынатуғын ызам биринши рет 1687-жылы Ньютон тәрeпинен ашылды. *Ньютонның пүткіл дүньялық тартылыс ызамы бойынша: қәлеген еки дене бир бири менен олардың массаларының көбеймесине туұры пропорционал хәм олар арасындағы қашықтықтың квадратына кери пропорционал күш пенен тартысады.* Тартысуыұшы денелердің массаларын m_1 хәм m_2 арқалы, ал олар арасындағы қашықтықты r арқалы белгилеп

$$f = k \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (1)$$

аңлатпасына ийе боламыз. Бұл аңлатпада k арқалы *тартысуыұ турақтысы* деп аталатуғын белгили турақты белгиленген. Оның сан мәніси f күштиң, m массаның хәм r қашықтықтың қандай бирликлерде өлшенип атырғанлығынан ғәрезли.

Жоқарыда келтирилген формулировкада Ньютонның ызамы денелер арасындағы қашықтықтың шамасына салыстырғанда олардың өлшемлери жүдә киши болған жағдайда дұрыс болады.



68-сүұрет.
Тартысуыұшы денелердің элементар көлемлери.

Егер денелердің өлшемлери олардың арасындағы қашықтық пенен салыстырарлықтай болса, онда денелердің хәр бирин элементлерге бөлиұ керек болады (68-сүұрет). Бундай жағдайда элементлердің хәр бир жұбы ушын Ньютонның тартылыс ызамының орынланыуы керек. Сонлықтан биринши денениң i -элементи менен екінши денениң k -элементи арасындағы тартылыс күши ушын

$$\Delta f_{ik} = k \frac{\Delta m_i \Delta m_k}{r_{ik}^2}$$

аңлатпасы орынлы болады. Өз-ара тәсирлесийге сәйкес келетуғын толық күш күшлердің барлық элементлериниң қосындысына тең²⁵:

$$f = \sum_{i,k} \Delta f_{ik}$$

Хәр қандай формаларға ийе болған денелер ушын бундай есаплаұлардың нәтижелери пүткіллей хәр қыйлы түрлерге ийе болады. Есаплаұлар бир текли шарлар ушын ең әпиұайы түрде орынланады: еки бир текли шар бир бири менен $f = k \frac{m_1 m_2}{r^2}$ күши менен тартысады. Бұл формулада m_1 менен m_2 арқалы шарлардың массасы, ал r арқалы олардың *орайлары арасындағы қашықтық* белгиленген. (1)-аңлатпа менен бирдей болған бұл аңлатпа шарлар арасындағы қәлеген қашықтық ушын дұрыс.

²⁵ Дене бөлинетуғын элементлердің шексиз киши болыуы керек болғанлықтан мәселени интеграллаұға алып келиұ керек.

XVIII хәм XIX әсирлерде көп санлы физиклер тартылысты қандай да бир "қашықтықтан тәсирлесіу" деп есаплап, денелер арасындағы кеңісликтің тұтқан орнын есапқа алмады. Ғақыйқатында қәлеген дене өзін қоршаған орталықта қандай да бир өзгеристи жүзеге келтиреді. Бұл өзгеріс материяның айрықша түрі болып табылатуғын *тартылыс майданының* пайда болыуынан ибарат (II томда ғәп етилетуғын электромагнит майданы менен салыстырыңыз). Денелердің бир бирине тартылыуы олардың тартылыс майданлары менен өз-ара тәсирлесіуінің салдары болып табылады.

Пүткил дүньялық тартылыс ызамаынан Жердің бетіндегі денелердің барлығының бирдей тезленіу менен түсетуғынлығы келип шығады. Ғақыйқатында да, массасы m болған дене тәрепинен алынатуғын тезленіу

$$w = \frac{f}{m}$$

формуласының жәрдемінде анықланады. Бұл формулада f арқалы жер шары менен дене арасындағы тартылыс күші белгіленген. Ньютонның тартылыс ызамаы бойынша:

$$f = k \frac{mM_J}{R_J^2}.$$

Бұл теңлікте M_J арқалы Жердің массасы, ал R_J арқалы Жердің радиусы белгіленген. Буннан

$$w = k \frac{mM_J}{R_J^2} \frac{1}{m} = k \frac{M_J}{R_J^2}$$

теңліклеріне ийе боламыз. Бирақ Жердің массасы менен оның радиусы тұрақлы шама болғанлықтан, биз барлық денелердің Жердің бетінде бирдей

$$g_0 = k \frac{M_J}{R_J^2}$$

тезленіуі менен түсетуғынлығын көреміз

Бұл жерде ғәп денелердің қарсылық күшлери, солардың ишінде ғаўаның қарсылығы болмаған жағдайдағы еркін түсіуі ғаққында болып атыр. Соның менен бирге салмақ күшінің орынның кеңлігінен ғәрезлігі инабатқа алынып атырған жоқ (23-параграфқа қараңыз).

Массасы m болған дене Жерге қарай тартылатуғын күштің шамасы дененің Жердің бетінен қандай h бийиклігінде тұрғанлығынан ғәрезлі. Ньютонның тартылыс ызамаы бойынша дене Жерге қарай

$$f = k \frac{mM_J}{R^2}$$

күші менен тартылады. Бұл формулада R арқалы Жердің орайынан денеге шекемгі қашықтық белгіленген. $R = R_J + h$ болғанлықтан

$$f = k \frac{mM_J}{(R_J + h)^2}$$

формуласына ийе боламыз. f күші дененің h бийиклігіндегі P_h салмағы болып табылады. Дененің Жердің бетіндегі салмағын P_0 арқалы белгілеп, мыналарға ийе боламыз:

$$P_0 = k \frac{mM_J}{R_J^2}.$$

Буннан

$$\frac{P_h}{P_0} = \frac{R_J^2}{(R_J + h)^2}$$

қатнасын аламыз. Әмелде h бийикліктің шамасы R_J Жердің радиусынан жүдә киши болғанлықтан жууық түрде

$$\frac{P_h}{P_0} = \frac{1}{1 + 2h/R_J} = 1 - 2\frac{h}{R_J}$$

формуласына ийе боламыз.

Жер шарының радиусы $R_J = 6370 \text{ km}$. Буннан бийиклигі 6,4 км болған таудың басы үшін

$$\frac{P_h}{P_0} = 1 - 2\frac{1}{1000} = 1 - 0,002$$

шамасын аламыз. Яғнай ұсындай таудың басында денениң салмағы теңиздің қаддиндеги салмақтың тек 0,2 процентке ғана киши болады екен. Тартылыс күшиниң шамасының қашықтықтан ғарезлигин Жердің бетиндеги денелердің салмағын бақлау арқалы анықлауға болатуғын болса да, бұл ұсыл бұл байланыстың киши болыуына байланыслы тартылыс күшиниң аралықтың квадратына кери пропорционаллығын дәл тексерип көриу үшін жарамсыз болып табылады. Ньютон тартылыс күшиниң аралықтың квадратынан ғарезлигин Айдың қозғалысын бақлау арқалы тапты. Ньютонның таллауларының барысы мыналардан ибарат: егер тартылыс нызамы (1)-формуладай түрге ийе болса, онда Жердің айды тартыу күши мынаған тең:

$$f = k \frac{M_A M_J}{R^2}$$

Бұл формулада M_A арқалы Айдың массасы, ал R арқалы Жерден қашықтығы белгиленген. Буннан Айдың Жерге қарай тезлениуі

$$w_n = \frac{f}{M_A} = k \frac{M_J}{R^2}$$

шамасына тең болады. (2)-теңлеме бойынша g_0 диң шамасын бұл формулаға қойсақ тезлениуі үшін

$$w_n = g_0 \frac{R_J^2}{R^2}$$

теңлигине ийе боламыз. Бұл тезлениуі Айдың Жердің дегерегинде дөңгелек орбита бойынша айланыуының нәтийжесинде пайда болған орайға ұмтылыушы тезлениуі болып табылады. Астрономиялық бақлаулардан Жерден Айға шекемги қашықтықтың Жердің радиусынан 60 есе үлкен екенлиги белгили. Буннан

$$w_n = \frac{g_0}{60^2} = \frac{981}{3600} \frac{\text{sm}}{\text{sek}^2} = 0,27 \frac{\text{sm}}{\text{sek}^2}$$

шамасын аламыз. Екинши тәрөптен тап сол орайға ұмтылыушы тезлениуди кинематикалық ұсыл менен де есаплауға болады:

$$w_n = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{RT^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

Бұл теңликлерде v арқалы Айдың орбитасындағы сызықты тезлиги, T арқалы Жердің дегерегиндеги айланыу дәуири белгиленген. Айланыу дәуиридің 27 сутка 7 саат 43 минут, оның 2 360 580 сек шамасына тең және $R = 60 \cdot R_J = 60 \cdot 6370 \text{ km}$ екенлиген пайдаланып

$$w_n = \frac{4\pi^2 \cdot 60 \cdot 6370 \cdot 10^5}{(2\,360\,580)^2} \frac{\text{sm}}{\text{sek}^2} = 0,27 \frac{\text{sm}}{\text{sek}^2}$$

шамасына ийе боламыз. Солай етип, еки ұсылдың да Айдың орайға ұмытылыушы тезлениуі үшін бирдей мәнисти беріуі (1)-формуланың дурыслығының дәлили сыпатында хызмет етеди.

k тартылыс тұрақтысының мәниси биринши рет 1798-жылы Кэвендиш тәрөпинен буралыу тәрөзисиниң жәрдеминде өлшенди. Кэвендиш тәрөпинен пайдаланылған әсбап схема түринде 69-сүүретте көрсетилген. Горизонт бағытындағы тәрөзиниң оғына еки стерженниң жәрдеминде хәр қайсысының массасы 158 кг болған еки қорғасын шар илдирилген. Тәрөзиниң оғынан төменде қозғалмайтуғын B головкасына жиңишке C сымының бир ұшы бекитилген. сымның екинши ұшына жеңил l стержени бекитилген болып, оның ұшларын массалары m_1 хәм m_2 болған үлкен болмаған еки қорғасын шар бекитилген. Кавендиш тәжирийбелеринде бұл шарлардың массалары 730 г болған. Тәрөзиниң A оғын бурғанда үлкен шарлар кишкене шарларға жақынласады хәм оларды тартады, тартысууды m_1 хәм m_2 шарлары бекитилген l стержениниң бурылыуы бойынша

сезиу мүмкін. C сымының серпимли қасиетлерин билип, тартылыс күшинің шамасын өлшеуіге болатуғын еди хәм нәтийжеде тартылыс тұрықлысы k ның мәнисин анықлаудың сәти түсти. Буннан кейин Кэвендиштиң тәжірийбелери көп рет қайталанды. Хәзирги ўақытлары k тұрақлысы үшін

$$k = 6,685 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/\text{г} \cdot \text{сек}^2$$

мәниси қабыл етилген²⁶. Буннан хәр қайсысының массасы 1 г болған хәм орайлары бир биринен 1 см қашықтықта тұрған еки шардың бир бирине қарай $6,685 \cdot 10^{-8} \text{ дин}$ күш пенен тартысатуғынлығы келип шығады.

k тұрақлысы әпиұайы сан емес, бирақ өлшемге ийе болады. Оның өлшеми мынадай қатнастан табылады:

$$k = \frac{f \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2}.$$

Нәтийжеде

$$[k] = \frac{[f][r^2]}{[m^2]} = \frac{MLT^{-2} \cdot L^2}{M^2} = L^3 M^{-1} T^{-2}$$

теңликлерине ийе боламыз. Буннан CGS системасында k ның $\text{см}^3/\text{г} \cdot \text{сек}^2$ бирликлерінде өлшенетуғынлығы келип шығады.

k тұрақлысының жоқарыда көрсетилген өлшемин биз күштиң бирлигин хәм өлшемин тапқаннан кейин $f = mw$ Ньютонның екінши ызамаының жәрдемінде алдық. Бирақ керисинше хәрекет етиуге де болады: (1)-пүткил дүньялық тартылыс ызамаында k тұрақлысын 1 ге тең хәм сонлықтан оны өлшем бирлиги жоқ тұрақлы деп есаплаған жағдайда Ньютонның екінши ызамаына жаңа k' тұрақлысын киргизиу керек болады. Бундай жағдайда Ньютонның екінши ызамаын былайынша жазамыз:

$$f = k' mw. \quad (3)$$

Усыған сәкес, CGS системасын пайдаланып биз күштиң бирлиги сыпатында массасы 1 г болған орайы шардың орайынан 1 см қашықтықта тұрған тап сондай 1 г массаға ийе шарды тартыу күшин қабыл етемиз. Күштиң бұл бирлиги $6,685 \cdot 10^{-8} \text{ динафа}$ тең.

Нәтийжеде күштиң өлшеми әдеттеги $[f] = MLT^{-2}$ өлшемнің орнына төмендегидей өлшемге ийе болады:

$$[f] = \frac{[m][m]}{[r^2]} = M^2 L^{-2}.$$

Ньютонның екінши ызамаындағы k' тұрақлысы (оны "динамикалық тұрақлы" деп атауға болады)

$$[k'] = \frac{[f]}{[m] \cdot [w]} = \frac{M^2 L^{-2}}{MLT^{-2}} = L^{-3} MT^2$$

өлшеimine ийе болады. Ал, оның санлы мәниси мынаған тең:

$$k' = \frac{1}{6,685 \cdot 10^{-8}} \frac{\text{г} \cdot \text{сек}^2}{\text{см}^3} = 1,496 \cdot 10^7 \frac{\text{г} \cdot \text{сек}^2}{\text{см}^3}.$$

Демек, хәр қыйлы ызамлардан келип шығып биз хәр қыйлы болған бирликлердің CGS системасын алады екенбиз. Биз физикалық шаманың өлшемлери хәр қыйлы системаларда хәр қыйлы болып шығады. Әдеттеги CGS -системаны "динамикалық" деп, ал бирликлердің CGS -системасын (бұл системада күштиң бирлиги хәм өлшеми тартылыс ызамаының тийкарында табылады) "гравитациялық" деп атауға болады. Бұл системаның екеуінде де тезликтің, тезлениудің хәм басқа да кинематикалық шамалардың өлшемлери бирдей, бирақ күштиң, энергияның, жұмыстың, қуаттың х.т.б. өлшемлери хәр қыйлы. Механикада системалардың тек бирейі болған "динамикалық" система қолланылады. Электр хәм магнетизм хәққындағы тәлимаатта (бұл хәққында II томда айтылады) хәр қыйлы болған еки CGS системасын пайдаланады

²⁶ Хәзирги ўақытлары (2021-жыл) k үшін $6,67430(15) \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1}$ шамасы қабыл етилген (Аўдарыўшылар)

(бирейі "электростатикалық", ал екіншісі "электромагниттік" система деп аталады).

Тартылыс тұрақтысы k' ты билий Жердің массасын және тығызлығын, соның менен бірге басқа да аспан денелерінің массаларын анықлауға мүмкіншілік береді.

(2)-формулань пайдаланып, биз

$$M_J = \frac{g_0 R_J^2}{k}$$

формуласына ийе боламыз және бұннан салмақ күшінің тезленіуі g_0 шамасын және Жердің радиусы болған R_J шамасын және k тартысуы тұрақтысының мәнісін билип Жер шарының массасын тиккелей анықлаймыз және $M_J = 5,98 \cdot 10^{27} \text{ g}$ шамасын аламыз.

Жердің орташа тығызлығын мынадай қатнастың жәрдемінде есаплаймыз:

$$\bar{d} = \frac{M_J}{\frac{4}{3}\pi R_J^3}.$$

Бұл формулаға киретуғын шамалардың сан мәнісін қойсақ $\bar{d} = 5,5 \text{ G/sm}^3$ нәтижесін аламыз.

Дөгерегінде жолдас айланатуғын орайлық жақтыртқыштың массасын төмендегіше анықлау мүмкін. Мейли, M_c орайлық жақтыртқыштың массасы, M_i оның жолдасының массасы, R_i олар арасындағы қашықтық болсын. Тартыу күші f жолдастың орайға ұмтылыушы тезленіуін пайда етеді:

$$f = M_i w.$$

Бұннан

$$k \cdot \frac{M_i M_c}{R_i^2} = M_i \frac{4\pi^2 R_i}{T_i^2} \quad (4)$$

қатнасын аламыз. Бұл қатнаста T_i арқалы жолдастың айланыу дәуірі белгіленген. Бұннан биз излеп атырған M_c шамасын есаплайуға мүмкіншілік беретуғын

$$M_c = \frac{4\pi^2}{k} \cdot \frac{R_i^2}{T_i^2}$$

формуласына ийе боламыз. Демек, жолдастың орбитасының радиусын және оның айланыу дәуірін билип, биз орайлық жақтыртқыштың массасын есаплай алады екенбіз. Тап ұсындай жоллар менен Жер орбитасының радиусы менен жылдың ұзақтығы бойынша Құяштың массасын анықлау мүмкін. Бұндай жағдайда $M_c = 1,98 \cdot 10^{33} \text{ g}$ мәнісін аламыз.

(4)-формуладан

$$\frac{R_i^3}{T_i^2} = \frac{k M_c}{4\pi^2}$$

теңлігіне ийе боламыз. Бұл теңліктің оң тәрәпиндегі шамалар берілген орайлық жақтыртқыштың дөгерегінде айланатуғын барлық жолдаслар үшін бірдей. Бұннан мынадай жуымақ шығарамыз: жолдаслардың (планеталардың) айланыу дәуірлерінің квадраттарының қатнастары олардың орайлық жақтыртқышларға (Құяшқа) шекемгі қашықтықтарының кубларының қатнасына тең. Құяш системасының планеталары үшін бұл нызам Кеплер тәрәпинен ашылды және *Кеплердің үшінші нызамы* деп аталады.

§ 33. Инерциялық және салмақ пайда ететуғын масса. Салмақ күшінің жұмысы.

Физикалық шама болған масса тийкарғы және бир бири менен ғарезсиз болған еки нызамға, Ньютонның екінші нызамына ($f = mw$) және пүткіл дүньялық тартылыс нызамына ($f = k \frac{m_1 m_2}{r^2}$) киреди.

Ньютонның екінші нызамында масса денелердің инерциялық қасиетлерін, ал пүткіл дүньялық тартылыс нызамында болса, масса денелердің тартылыс майданын пайда етиу және тартылыс майданы менен тәсірлесіу қасиетін тәрийплейді.

Усы жағдайға байланыссы мынадай сораудың қойылуы мүмкін: екі нызамда да қатнасуын массалар бір физикалық шама ма ямаса қандай да бір себептерге байланыссы бір бири менен байланысқан хәр қыйлы шама ма? Усындай жағдайдың себебинен тарийхый жақтан Ньютонның екінши нызамына қатнасуын *инерциялық* хәм пүткил дүньялық тартылыс нызамына қатнасуын *тартылыс пайда ететуын* массалар хаққындағы түсиниклер пайда болды. Тәжирийбелер бизде екі массаның да, егер оларды бір биринен айырыу керек болса, бір бирине пропорционал екенлигин хаққында исеним пайда етеди.

Бұл жағдайдың орын алатуынлығы ең дәслепперкин түсиу тезлениуи болған g_0 шамасының барлық денелер ушын бирдей екенлигинде көринеди. Хақыйқый еркин түсиудеги g_0 тезлениуин өлшеу қыйын орынланатуын тәжирийбелердин қатарына киретуын болса да, маятниклердин тербелислерин бақлау g_0 шамасын үлкен дәлликте өлшеуге мүмкиншилик береді. Ньютонның өзи инерциялық хәм тартылыс пайда ететуын массалар арасындағы пропорционаллықтың $1/1000$ дәллигинде орынлататуынлығын көрсетти. Бессель хәр қыйлы затлардан соғылған маятниклер менен тәжирийбелер өткерген хәм ол да $1/60\ 000$ дәллигинде тап сондай жуумаққа келген. Кейинирек пропорционаллықтың радиоактивли затлар ушын да орынланатуынлығын көрсетти.

Тартылыс пайда ететуын масса менен инерциялық масса арасындағы пропорционаллық 1894-жылы Этвеш тәрепинен бурылатуын тәрезиниң жәрдемінде жүдә жоқары дәлликте анықланды. Этвештиң тәжирийбелериниң идеясы мыналардан ибарат: Жер шарының бетинде салмақ күши P_ϕ диң бағыты Жердиң орайына қарай бағытланған тартылыс күш менен инерциялық орайдан қашыушы күштиң қосындысы түринде анықланады (23-параграфқа қараңыз). Биринши күш тартылыс пайда ететуын масса тәрепинен, екінши күш оның инерциялық массасы тәрепинен пайда етиледі. Егер бұл екі масса бір бирине пропорционал болмаса, онда P_ϕ салмақ күшиниң шамасы хәр қыйлы денелер ушын хәр қыйлы болуы керек. Этвеш буралуышы тәрезиниң оғының бир ушына платинадан соғылған денени, ал екінши ушына изертлениуши денени бекитти. Тәрезиниң оғының бағыты белгили болғандай (мысалы шығыстан батысқа қараған) етип әсбаптың бағыты сайлап алынған. Буннан кейин әсбапты 180° қа бурған.

Инерциялық хәм салмақ пайда ететуын массалар бір бирине пропорционал болмаған жағдайда бир жуп күштиң пайда болуы хәм усындай күшлер жубының тәсирінде тәрезиниң оғының бурылуы керек. Ал тәжирийбелердин барысында $6 \cdot 10^{-4}$ мүйешлик секундтан үлкен болған ауысулар бақланбаған. Бундай жүдә киши болған бурылулар тосаттан жүзеге келетуын бурылулардың характерине ийе. Екі массаның бир бирине пропорционаллығы екі жүз миллионнан бир шамасына шекемги дәлликте сақланды.

Солай етип, өткерилген барлық тәжирийбелерден *салмақ пайда ететуын хәм инерциялық массаларды бір биринен айырудың мүмкин емес екенлиги* келип шығады: тәжирийбелер бизде *бір физикалық шама болған массаның хәр қыйлы көриниулері менен ис алып барамыз деген исенимди* пайда етеди. Эйнштейнниң тартылыс теориясы усы көз-қарастың дурыс екенлигин тастыйықлады. Нәтийжеде хәзирги ўақытлары хәр қыйлы физикалық шамалар болған инерциялық масса менен салмақ пайда ететуын массаның бар екенлиги хаққындағы мәселе тек тарийхый қызығыу пайда етеди.

32-параграфта көрсетилип өтилгениндей, қәлеген дене өзін қоршаған кеңисликте тартылыс майданын пайда етеди. Мысалы, усындай майданды Жер шары пайда етеди. Жер шары тәрепинен пайда етилген тартылыс күшлери салмақ күшлери деп аталатуын болғанлықтан, *салмақ күшиниң майданы* атамасын пайдаланыу да дурыс болады. Жердиң бетиниң қасында салмақ күшиниң шамасы әмелий жақтан тұрақлы. Бундай жағдайда салмақ күшиниң майданын бир текли деп атаймыз.

27-параграфта көрсетилип өтилгениндей, салмақ күши майданында исленген жумыс

жолдың формасы менен узынлығынан ғарезли емес, ал қозғалыстың нәтижесінде денениң көтеріліуінің бийиклигинің қандай шамаға өзгергенлигинен ғарезли.

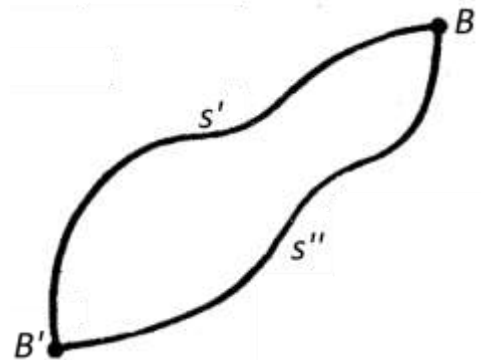
Егер биз B ноқатынан B' ноқатына дәсле s' , ал кейин s'' жолы менен өтетуғын болсақ (70-сүррет), онда жоқарыда айтылған жағдайға байланысly ұсы еки жол бойынша жүріудің барысында орынланған A' хәм A'' жұмыслары бир бирине тең болыуы керек, яғный $A' = A''$. B' ноқатынан B ноқатына s'' жолы менен қозғалғанда $A''' = -A''$ жұмысы орынланады. Буннан мынадай жуўмақты шығарыу мүмкин: егер биз дәсле B ноқатынан s' жолы менен B' ноқатына, ал буннан кейин B' ноқатынан B ноқатына s'' жолы менен өтсек, онда мынадай қосынды жұмыс исленеди:

$$A_{BB'B} = A' + A''' = A' - A'' = 0.$$

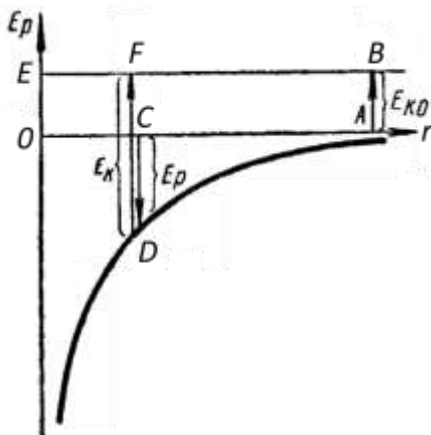
B ноқатына қайтып келгенде потенциаллық энергияның өзгерисинің нолге тең болатуғынлығына байланысly да тап ұсындай нәтиже алынады. Солай етип, салмақ майданында туйық жол менен қозғалғанда қосынды жұмыс нолге тең болады екен.

70-сүррет.

Салмақ күшлеринің жұмысы s'' хәм s' жолларының формасынан ғарезли емес.



Жұмыстың шамасы тек жолдың басланғыш хәм ақырғы ноқатлары тұрған орыннан ғана ғарезли, ал жолдың формасынан ғарезли емес деген жуўмақ бир текли болмаған салмақ күшинің майданы ұшын да орынлы.



Пүткіл дүньялық тартылыс ызамаы

71-сүррет.

Ньютонның ызамаы бойынша бир бири менен тартылатуғын еки денениң потенциаллық энергиясы гипербола менен сүўретленеди.

$$f = k \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

бойынша бир бирине тартылатуғын массалары m_1 хәм m_2 болған еки дене ұшын потенциаллық энергияның

$$E_p = -k \frac{m_1 m_2}{r} \quad (2)$$

шамасына тең екенлигин көрсетиўге болады. Минус белгиси бир биринен шексиз қашықлатылған еки денениң ($r = \infty$) потенциаллық энергиясының шәртли түрде нолге тең деп алынатұғынлығы менен байланысly. Себеби еки денени бир биринен қашықлатыу ұшын сыртқы күшлер тәрепинен оң жұмыстың ислениўи керек; денелер бир бирине жақынласқанда потенциаллық энергия

киширейеди, демек оның мәнісі нолден киши болған шамаға, яғный терис болады.

Бир бири менен (1)-формулаға сәйкес тартысатуғын денелердің потенциаллық энергиясын графикалық ұсыл менен 71-сұйретте келтирилген иймекликтің жәрдеминде сұйретлеуге болады. Бұл иймеклик гиперболаның шақасы болып табылады.

1 хәм 2 денелери бир бири менен тартысады деп болжаймыз. 2 денесинің 1 денесине салыстырғандағы қозғалысын қараймыз. Егер денелердің толық энергиясы E шамасына тең болса (71-сұйрет), онда 2 денеси 1 денесинен шексиз үлкен қашықтықта жайласқанда

$$E_{k0} = \frac{m_2 v_0^2}{2} = E$$

кинетикалық энергиясына сәйкес келетуғын v_0 тезлиги менен қозғалғанлығын аңғартады. Буннан v_0 тезлиги ұшын

$$v_0 = \sqrt{\frac{2E}{m_2}}$$

аңлатпасына ийе боламыз. E_{k0} кинетикалық энергиясы АВ кесиндиси менен сұйретленеди. r шамасы киширейгенде (2 денеси 1 денесине жақынлайды) потенциаллық энергия киширейе баслайды хәм терис мәніске ийе болады; кинетикалық энергия болса үлкейеди, ұсының менен бирге 2 денесинің тезлиги де өседі. ОС кесиндиси менен сұйретленген базы бир белгили болған r қашықтығы ұшын кинетикалық энергия DF кесиндиси менен сұйретленген; бұл кесинди жоқарыдан төменге қарай бағытланған, ал ол кинетикалық энергияның оң белгисине сәйкес келеди. Потенциаллық энергия CD кесиндиси менен сұйретленеди, ал ол потенциаллық энергияның терис мәнісіне сәйкес келеди.

Қозғалыс жүзеге келетуғын барлық ўақытта кинетикалық энергия менен потенциаллық энергияның қосындысы $E_p + E_k$ тұрақлы болып қалады хәм толық энергия E ге тең болады:

$$E_p + E_k = E. \quad (2)$$

1 денесин қозғалмайды деп есаплап, $E_k = \frac{m_2 v^2}{2}$ аңлатпасын аламыз. Бұл аңлатпада v арқалы еки дене арасындағы қашықтық r шамасына тең болған ўақыттағы 2 денесинің 1 денесине салыстырғандағы тезлиги белгиленген. E_k ұшын жазылған ұсы аңлатпаны пайдаланып (1)- хәм (2)- теңликлерден

$$\frac{m_2 v^2}{2} - k \frac{m_1 m_2}{r} = E$$

теңлигине ийе боламыз. Буннан

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m_2} + k \frac{2m_1}{r}} = \sqrt{v_0^2 + k \frac{2m_1}{r}} \quad (3)$$

аңлатпасын аламыз.

2 денеси 1 денесинен шексиз үлкен қашықтықта $v_0 = 0$ тезлигине ийе болған болса, онда

$$v = \sqrt{k \frac{2m_1}{r}} \quad (3a)$$

тезлигине ийе болған болар еди.

Жерге шексизликтен басланғыш $v_0 = 0$ тезлиги менен түсетуғын массасы m болған денени қараймыз. Бундай жағдайда (3a) формуласына сәйкес Жердің бетине жеткенде бұл денениң тезлиги

$$v = \sqrt{k \frac{2M_J}{R_J}}$$

шамасына шекем үлкейген болар еди. Бұл формулада M_J арқалы Жердің массасы, ал R_J арқалы оның радиусы белгиленген. $k = 6,685 \cdot 10^{-8} \text{ sm/g} \cdot \text{sek}^2$, $M_J = 5,98 \cdot 10^{27} \text{ g}$ хәм $R_J = 6,37 \cdot 10^8 \text{ sm}$ шамаларын қойып

$$v = \sqrt{6,685 \cdot 10^{-8} \frac{2 \cdot 5,98 \cdot 10^{27}}{6,37 \cdot 10^8} \frac{\text{sm}}{\text{sek}}} = 11,2 \cdot 10^5 \frac{\text{sm}}{\text{sek}}$$

шамасына ийе боламыз.

Солай етип, Жердің бетине шексіздіктен келип түсетуғын дене Жердің тартыуының нәтижесінде $11,2 \text{ km/sec}$ тезлікке ийе болған болар еди. Керисинше, Жердің бетинен вертикаль бағытта $11,2 \text{ km/sec}$ тезлік пенен ылақтырылған дене (әлбетте, ғаўаның қарсылығын есапқа алмаған жағдайда) Жерге қайтып түспейди. Бул тезлікті *екинши космослық тезлік* деп атайды.

V БАП

ҚАТТЫ ДЕНЕНИҢ ҚОЗҒАЛЫСЫ

§ 34. Қатты денениң қозғалысы. Қатты денениң қозғалысы оған түсірілген *сыртқы* күшлер бойынша анықланады. Қатты денелердің өзлеріне айрықша тән болған қозғалыстары илгерилемели қозғалыс пенен айланыу болып табылады (12-параграфқа қараңыз). Қатты денениң қалеген құрамалы болған қозғалысын сол еки түрге алып келиўге болатуғынлығын көрсетиўге болады. Илгерилемели қозғалыста қатты денениң барлық ноқатлары бирдей v тезликлери хәм бирдей w тезлениўлери менен қозғалады. Егер ойымызда қатты денени массасы Δm_i болған элементлерге бөлсек, онда хәр бир элемент ушын Ньютонның екинши нызамы бойынша

$$\Delta m_i \cdot w = f_i + F_i \quad (1)$$

теңлиги орынлы болады. Бул теңликте f_i арқалы ишки күш (яғный қатты денениң басқа элементлери тәрәпинен пайда етилетуғын) хәм F_i арқалы берилген элементке тәсир ететуғын сыртқы күш белгиленген. Ньютонның үшінши нызамы бойынша барлық ишки күшлердің қосындысы нолге тең. Сонлықтан (1)-аңлатпаны суммалап

$$\sum \Delta m_i \cdot w = \sum F_i \text{ yamasa } M \cdot w = F \quad (2)$$

аңлатпаларын аламыз. Бул аңлатпада $M = \sum \Delta m_i$ – қатты денениң массасы, $F = \sum F_i$ – барлық сыртқы күшлердің векторлық қосындысы. F векторы *сыртқы күшлердің бас векторы* деп аталады.

(2)-теңлеме қатты денениң M массасы менен сыртқы күшлердің бас векторы F бойынша илгерилемели қозғалысының тезлениўин анықлаўға мүмкиншилик береді. Демек, *қатты денениң илгерилемели қозғалысын қараўды массасы усы қатты денениң массасына тең хәм сыртқы күшлердің бас векторының тәсиринде тұрған бир материаллық ноқаттың қозғалысын қараў менен алмастырыўға болады екен.*

Қатты денениң құрамалырақ болған илгерилемели емес қозғалысында оның хәр қыйлы ноқатлары хәр қыйлы v_i тезликлерине хәм хәр қыйлы w_i тезлениўлерине ийе болады. Бирақ ойымызда қатты денени жүдә киши болған элементлерге бөле аламыз хәм сол элементлердің шеклеринде тезлик пенен тезлениўди тұрақлы болып қалады деп есаплай аламыз. Бундай жағдайда элементлердің хәр қайсысы ушын

$$\Delta m_i \cdot w_i = f_i + F_i$$

теңлигине ийе боламыз.

Бул теңликти денениң барлық элементлери бойынша суммалап хәм $\sum f_i = 0$ екенлигин есапқа алып

$$\sum \Delta m_i \cdot w_i = \sum F_i = F \quad (3)$$

аңлатпасын келтирип шығарамыз. Бул аңлатпадағы F бұрынғыдай сыртқы күшлердің бас векторы болып табылады. Бирақ, (3)-теңликти (2)-түрдеги теңлемеге тиккелей алып келиўге болмайды. Себеби енди хәр қыйлы элементлердің w_i тезлениўлери хәр қыйлы.

Енди

$$w_c = \frac{\sum \Delta m_i \cdot w_i}{M} \quad (4)$$

теңлиги менен анықланатуғын w_c тезлениўин киргиземиз (M арқалы барлық денениң массасы белгиленген). Бундай жағдайда (4)-теңлемениң шеп тәрәпин де, оң тәрәпин де M массасына көбейтип хәм (3)-теңликтен пайдаланып

$$M w_c = F \quad (5)$$

теңлемесине ийе боламыз.

w_c шамасының (қараңыз: майда шрифт пенен жазылған текст) координаталары x_c, y_c

хәм z_C лар айырым элементлердің координаталары x_i, y_i, z_i бойынша

$$x_C = \frac{\sum x_i \Delta m_i}{M}, y_C = \frac{\sum y_i \Delta m_i}{M}, z_C = \frac{\sum z_i \Delta m_i}{M} \quad (6)$$

теңліклеринің жәрдеминде анықланатуғын базы бир C ноқатының тезлениуі екенлигин көрсетиу мүмкин.

C ноқаты денениң массасының орайы (ямаса инерция орайы) деп аталады. Массалар орайы салмақ күшлеринің тең тәсир етиуісисинің түсірилген орай менен сәйкес келеди. (5)-теңлемеден сыртқы күшлердің бас векторының тәсиринде массасы қатты денениң массасына тең болған материаллық ноқат қалайынша қозғалатуғын болса, қатты денениң массалар орайы да тап сондай болып қозғалатуғынлығы келип шығады. Егер сыртқы күшлердің бас векторы нолге тең болса, онда денениң массалар орайы тынышлықта тұрады ямаса түүры сызықты тең өлшеуіли қозғалады. Ишки күшлер массалар орайының тезлигин өзгерте алмайды.

Координаталары (6)-теңліклер менен анықланатуғын массалар орайының (4)-теңлік пенен анықланатуғын тезлениу менен қозғалатуғынлығын көрсетемиз. Оның ушын тезлениудің координата көшерлерине түсірилген проекцияларының тезлениуі қарап атырылған ноқаттан ўақыт бойынша алынған екінши тәртипли түүынды екенлигин есапқа аламыз.

x_C, y_C хәм z_C ларынан екінши түүындыларды алып массалар орайының тезлениуінің координата көшерлерине түсірилген проекцияларының

$$\left. \begin{aligned} w_{Cx} &= \frac{d^2 x_C}{dt^2} = \frac{\sum \Delta m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2}}{M} = \frac{\sum \Delta m_i w_{xi}}{M}; \\ w_{Cy} &= \frac{d^2 y_C}{dt^2} = \frac{\sum \Delta m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2}}{M} = \frac{\sum \Delta m_i w_{yi}}{M}; \\ w_{Cz} &= \frac{d^2 z_C}{dt^2} = \frac{\sum \Delta m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2}}{M} = \frac{\sum \Delta m_i w_{zi}}{M}; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

шамаларына тең екенлигине көз жеткеріуе болады. Бұл теңліклерде w_{xi}, w_{yi}, w_{zi} арқалы i -элементтің тезлениуінің координаталар көшерлерине түсірилген проекциялары белгиленген. w_C тезлениуінің өзі оның құраушыларының көшер бағытында алынған геометриялық қосындысы болғанлықтан, (7)-теңліклерден w_C шамасының (4)-формула берген шама менен сәйкес келетуғынлығы келип шығады.

§ 35. Қатты денениң айланыуы. Күш моменти хәм инерция моменти. Динамикалық көз-қарастан қатты денениң айланыуын қарағанда күшлер хаққындағы түсиниклер менен бир қатарда күшлердің моментлери хаққында, ал масса түсиниги менен бир қатарда инерция моменти хаққындағы түсиниклерди киргизиледи. Күшлер моменти менен инерция моменти түсиниклеринің мазмұнын айқынластырыу ушын радиусы r шамасына тең болған шеңберде қандай да бир байланыстың тәсиринде ұслап тұрылатуғын массасы m ге тең болған бир A материаллық ноқатының қозғалысын қараймыз (72-сүүрет). Мейли A ноқатына шамасы бойынша тұрақты болған f күши тәсир ететуғын болсын. Бундай жағдайда A ноқаты

$$f_t = f \cos \alpha = m w_t \quad (1)$$

аңлатпасы менен анықланатуғын күштиң тангенциаллық құраушысының тәсиринде тұрақты тангенциаллық w_t тезлениуіне ийе болады.

f күшинің нормаль құраушысы байланыс реакциясы менен биргеликте нормаль тезлениуді пайда етеди.

$\beta = \frac{w_t}{r}$ мүйешлик тезлениуін киргиземиз. Бундай жағдайда (1)-теңлік

$$f \cos \alpha = mr \cdot \beta$$

аңлатпасы менен алмастырылады. Бул аңлатпаның оң хәм шеп тәреплерин r ге көбейтеміз хәм нәтийжеде

$$fr \cos \alpha = mr^2 \cdot \beta \quad (2)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

$r \cos \alpha$ көбеймеси O ноқатынан күштің бағытына түсірілген перпендикулярдың ұзындығына тең (72-сүрөт). Сан мәніси f күшінің шамасының O (айланыу орайы) ноқатынан күштің бағытына түсірілген перпендикулярға көбеймесіне тең болған

$$M = fr \cos \alpha \quad (3)$$

шамасы O ноқатына салыстырғандағы күш моменті деп аталады.

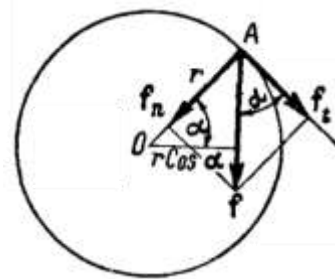
Сан мәніси

$$I = mr^2 \quad (4)$$

шамасына тең болған A ноқатының m массасы менен оның O ноқатынан қашықтығы болған r шамасының квадратына көбеймеси A ноқатының O ноқатына (айланыу орайы) салыстырғандағы инерция моменті деп аталады.

72-сүрөт.

A ноқатының шеңбер бойынша қозғалыуы.



Күш моменті M хәм инерция моменті I ди киргизіу арқалы (2)-теңликти қайтадан көшіріп жазамыз:

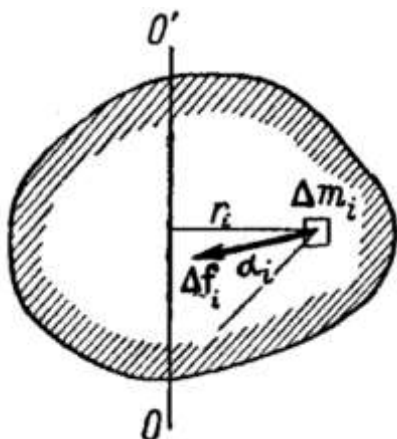
$$M = I\beta. \quad (5)$$

(1)- хәм (5)-теңликтерди салыстырып сызықты тезлениу w_t A ноқатының массасы m хәм f_t күші менен қалайынша байланысқан болса, β тезлениуінің де күшлер моменті M хәм инерция моменті I менен тап сондай болып байланысқанлығын көреміз. Айланбалы қозғалысты мүйешлік тезлениу β менен тәрийиплегенде күштің орнын күшлер моменті M , ал массаның орнын инерция моменті I ийелейди. Бирдей моментлерге ийе күшлердің тәсирінде A ноқаты бирдей β тезлениулеріне ийе болады. Солай етип, егер моментлери тең болса, онда жүзеге келтиретуғын айланыуы бойынша хәр қыйлы болған f күшлери эквивалент болады. Егер инерция моментлери бирдей болса, онда хәр қыйлы материаллық ноқатлар күшлердің бирдей моментлерінің тәсирінде бирдей мүйешлік тезлениуге ийе болады. Солай етип, хәр қыйлы m массаларға ийе болған материаллық ноқатлар өзлерінің инерция моментлери теңдей болған жағдайларда эквивалент болады.

Енди қозғалмайтуғын OO' көшерінің дөгерегінде айланатуғын қатты денени қарауға өтеміз (73-сүрөт).

Күштің берілген көшердің дөгерегінде айланыуды жүзеге келтире алыу қабилетлігінің характеристикасы үшін көшерге салыстырғандағы күшлердің моменті түсиниги киргизиледи. Көшер менен кесилсетуғын бағытта түсетуғын күштің айланысты жүзеге келтире алмайтуғынлығы айқын. Соның менен бирге көшерге параллель бағыттағы күш те сол көшердің дөгерегіндеги айланысты пайда ете алмайды. Көшерге салыстырғандағы күштің моментін күштің көшерге перпендикуляр бағыттағы тегисликте жататуғын құраушысы ғана пайда ете алады. Сонлықтан, қатты денеде массасы Δm_i болған элементті айырып алып, биз оған күштің тек OO' көшерге

перпендикуляр болған тегисликте жататуғын қураўшысының ғана тәсирин қараймыз. Бұл қураўшыны Δf_i арқалы белгилеймиз.



73-сүрет.
Айланыўшы қатты денени элементар бөлеклерге бөлий.

Мейли Δf_i күши Δm_i массасының траекториясына түсірілген ұрынба менен α_i мүйешин пайда ететүғын болсын. α_i мүйешин сүйир деп есаплаймыз. Бундай жағдайда бұл элемент үшін (2)-теңликти жазыўға болады:

$$\Delta f_i r_i \cos \alpha_i = \Delta m_i r_i^2 \beta.$$

Бұл теңликте β арқалы элементтің мүйешлик тезлениўи белгиленген.

Тап усындай теңликти биз басқа барлық элементлер үшін жазып, оннан кейін оларды суммалай аламыз:

$$\sum_i \Delta f_i r_i \cos \alpha_i = \sum_i \Delta m_i r_i^2 \beta.$$

Мүйешлик тезлениў β барлық элементлер үшін тұрақлы. Сонлықтан оны сумма белгисинің алдына шығарыўға болады:

$$\sum_i \Delta f_i r_i \cos \alpha_i = \beta \sum_i \Delta m_i r_i^2. \quad (6)$$

$M = \sum_i \Delta f_i r_i \cos \alpha_i$ қатты дененің барлық элементлеріне тәсир етиўши күшлердің моментлеринің қосындысы болып табылады, яғный бұл сумма қатты дененің барлық күшлердің OO' айланыў көшеріне салыстырғандағы моментлеринің қосындысы болып табылады. Усының менен бирге, егер Δf_i күшинің түсиў ноқаты ұсы Δf_i күшинің тәсир етиў бағытын айланып өтетүғын болса, онда $\Delta f_i r_i \cos \alpha_i$ көбейтиўшисін плюс белгиси менен алыў керек, ал кери жағдайда минус белгиси менен алынады. Биз денени бөлген айырым элементлердің инерция моментлеринің қосындысына тең болған

$$I = \sum_i \Delta m_i r_i^2 \quad (7)$$

шамасын берілген OO' көшеріне салыстырғандағы дененің инерция моменти деп аталады²⁷.

²⁷ Шын мәнісінде масса элементлерін шексіз киши етип алыў керек. Бундай жағдайда суммалаў интеграллаў менен алмастырылады хәм инерция моменти үшін биз

$$I = \int r^2 dm$$

аңлатпасын аламыз. Дененің тығызлығы ρ ны киргизип, биз мыналарға ийе боламыз: $dm = \rho dV$, бұл теңликте dV арқалы көлемнің элементи белгиленген. Буннан

$$I = \int \rho r^2 dV$$

формуласына ийе боламыз. Интеграллаў дененің барлық көлеми V бойынша алыныўы керек.

Күшлердің толық моменти M хәм инерция моменти I лерди киргизип, биз (6)-теңлемени көширип жазамыз:

$$M = I\beta. \quad (6a)$$

Демек, қатты дене үшін (5)-теңлікке сәйкес келетуғын теңлік орынлы болады екен.

Қатты дене тәрепинен алынатұғын мүйешлик тезлений

$$\beta = \frac{M}{I}$$

қатнасының жәрдемінде анықланады, яғнай оның шамасы күшлердің моменти M ге хәм инерция моменти I ге кери пропорционал. (6a) қатнасын Ньютонның екінши ызамын аңғартатуғын (1)-теңлік пенен салыстырып қатты денениң қозғалмайтуғын көшердің дөгерегиндеги айланыуы үшін Ньютонның екінши ызамаына ұсаған қатнас орынлы болатуғынлығын көремиз. Бул жағдайда тек сызықлы тезленийдің орнын мүйешлик тезлений, ал күштің орнын күш моменти, ал массаның орнын инерция моменти ийелейди.

(6a) теңлигинен денеге тәсир ететуғын күшлердің моменти нолге тең болған хәм денениң инерция моменти I тұрақлы болып қалатуғын жағдайда мүйешлик тезлений β ның да нолге тең болатуғынлығы, яғнай денениң тұрақлы мүйешлик тезлик пенен қозғалатуғынлығы келип шығады ($\beta = 0$)²⁸. Дара жағдайда $\omega = 0$, яғнай дене тынышлықта тұрады.

Жоқарыда көргенимиздей (13-параграфқа қараңыз), мүйешлик тезлик ω менен мүйешлик тезлений β ны векторлар сыпатында қарауға болады. Ноқатқа салыстырғандағы күштің моменти $\mathbf{f}$ ти де вектор сыпатында қарау хәм (6a) теңлікке де векторлық характер бериу мүмкин.

О ноқатына салыстырғандағы моментин анықлағымыз келетуғын $\mathbf{f}$ күшин қараймыз (74-а сүүрет). Моменттің толық характеристикасын төмендегилердің құрайтұғынлығы анық: 1) $f r \cos \alpha$ шамасына тең моменттің санлы мәниси; 2) $\mathbf{f}$ күши хәм О ноқаты жататуғын тегислик; 3) күш тәсир ететуғын бағыт. Егер: 1) $\mathbf{M}$ векторының сан мәнисин $f r \cos \alpha$ шамасына тең деп алсақ; 2) оны О ноқаты хәм $\mathbf{f}$ күши жатқан тегисликке перпендикуляр етип алсақ хәм 3) оны оның бағыты күштің бағыты менен бир мәнисли байланысқа ийе болғандай етип бағытлаймыз. Бұндай байланыс сыпатында бағытлар арасында және де "бұрғы қағыйдасын" сайлап аламыз (13-параграфты хәм 28-сүүретти салыстырыңыз): $\mathbf{M}$ векторының бағыты О ноқатында жайласқан бұрғының илгерилемели қозғалысы бойынша анықланады. Оның үшін оның басының айланыуының бағыты тәсир ететуғын күштің бағыты менен сәйкес келиуи керек. 74-а сүүретте келтирилген бұндай жағдайда $\mathbf{M}$ векторы жоқарыға қарай, ал 74-b сүүретте келтирилген жағдайда төменге қарай бағытланған. $\mathbf{M}$ векторы күштің моментинің векторы болып табылады.

Қарау үшін $\mathbf{r}$ хәм $\mathbf{f}$ векторларының арасындағы $\angle \mathbf{r}, \mathbf{f}$ мүйешин киргизип $\alpha = \angle \mathbf{r}, \mathbf{f} - \frac{\pi}{2}$ теңлигине ийе боламыз. Бұннан $\mathbf{f}$ күш моментинің санлы мәниси үшін

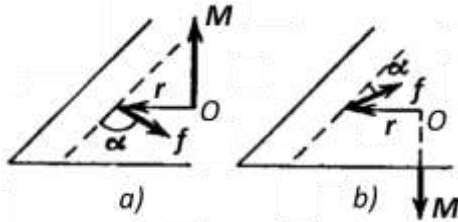
$$M = f \cdot r \cdot \sin(\angle \mathbf{r}, \mathbf{f})$$

формуласын табамыз. Усыған сәйкес, биз 13-параграфта келтирилген векторлық көбейме түсинигинен пайдалансақ, онда күш моментинің

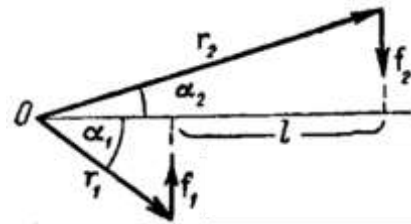
$$\mathbf{M} = \mathbf{f} \times \mathbf{r}$$

векторлық көбеймесинің жәрдемінде анықланатуғынлығын көремиз. Бул аңлатпада $\mathbf{r}$ арқалы салыстырғандағы момент анықланатуғын О ноқатынан $\mathbf{f}$ күшинің түсиу ноқатына түсирілген вектор белгиленген.

²⁸ Қозғалмайтуғын көшердің дөгерегинде айланатуғын қатты денениң инерция моменти ұсы қатты денениң айырым бөлимлери бир бири менен беккем байланыспаған жағдайда өзгериуи мүмкин. Бұндай жағдай үшін (6a) формуласын пайдаланыуға болмайды. Себеби ұсы формуланы келтирип шығарғанда байланыслар бойынша бағытланған күшлердің құраушылары байланыслардың реакциялары менен компенсацияланады хәм қатты денениң бир бөлиминің екінши бөлигине салыстырғандағы орын алмасыуына алып келмейди. Бұндай орын алмасыулар беккем емес болған байланысларда орын алады.



74-сүйрет. О нокатына салыстырғандағы f күшинің моменті M векторының жәрдеминде анықланады.



75-сүйрет. О нокатына салыстырғандағы жұптың моменті усы нокаттың орнынан ғәрезли емес.

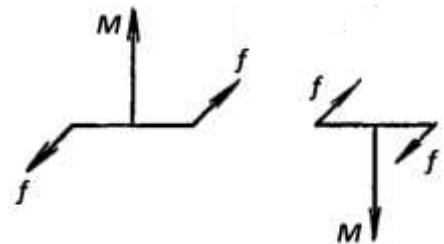
Енди күшлердің жұбының моменті деп аталатуғын моментті қараймыз. Күшлердің жұбы деп бир бири менен тең, бағытлары қарама-қарсы хәм бир түйірінің бойы менен тәсир етпейтуғын еки күшке айтамыз (75-сүйрет). Жұптың моментін күшлер жатқан тегисликтеги нокатқа салыстырғанда аламыз. Биз қарап атырған жағдайда жұптың моменті О нокатына салыстырғанда алынады хәм моменттің мәніси усы О нокаты турған орыннан ғәрезли емес. Ықтыярлы жайласқан О нокатын аламыз (75-сүйрет). Усы О нокатына салыстырғандағы күш моменті f_1 санлық жақтан $f_1 r_1 \cos \alpha_1$ шамасына тең хәм сүйретке перпендикуляр алға қарай бағытланған. f_2 күшинің моментінің санлық мәніси $f_2 r_2 \cos \alpha_2$ шамасына тең хәм сүйреттің тегислигине перпендикуляр арғы тәрепке қарай бағытланған. Солай етип, $f_1 r_1 \cos \alpha_1$ хәм $f_2 r_2 \cos \alpha_2$ моментлерінің бағытлары қарама-қарсы хәм соған сәйкес жұпты пайда ететуғын еки күштің қосынды моменті

$$M = f_2 r_2 \cos \alpha_2 - f_1 r_1 \cos \alpha_1$$

шамасына тең болады.

76-сүйрет.

Жұптың моменті M векторы менен анықланады.



f_1 хәм f_2 күшлери санлық мәніси бойынша бир бирине тең. Олардың ұлыұмалық мәнісин f арқалы белгилеймиз, ал $r_2 \cos \alpha_2 - r_1 \cos \alpha_1$ айырмасын l арқалы белгилейик (l арқалы бағытында күшлер тәсир ететуғын түйірілар арасындағы қашықтық белгиленген). Бундай жағдайда

$$M = f \cdot l \quad (8)$$

аңлатпасына ийе боламыз. l шамасын жұптың ийини деп атайды. Жұптың моменті M санлық жақтан күшлердің жұбына киретуғын бир f күши менен ийиннің көбеймесине тең. Жұптың моменті векторының бағыты жұпты пайда ететуғын күшлердің тәсир етиу бағыты менен байланысly хәм бұрғы қағыйдасының жәрдеминде анықланады (76-сүйрет).

Күшлер моменті векторын киргизип, (8а) теңлигин векторлық формада көширип жазыуға болады екен:

$$M = l \cdot \beta. \quad (9)$$

$M = 0$ болған жағдайда, яғный қатты денеге тәсир ететуғын сыртқы күшлер болмаған жағдайда $\beta = 0$. Бул теңлик өз гезегинде мүйешлик тезлик ω ның тұрақлы болып қалатуғынлығын аңғартады. Демек, бундай жағдайда қатты дене тек тұрақлы мүйешлик тезлик пенен қозғалып ғана қоймай, айланыу көшерінің бағыты да тұрақлы болып қалады.

§ 36. Айырым денелердің инерция моментлери. Базы бир денелердің белгилеп алынған көшерлерге салыстырғандағы инерция моментлерін қараймыз. Ең әпиұайы мысал сыпатында массасы m ге, радиусы R ге тең болған жуқа материалдан соғылған иши геуек цилиндрдің (сақыйнаның) оның симметрия көшери OO' ке салыстырғандағы инерция моментін таллаймыз (77-сүйрет). Цилиндрди оны пайда етиуши менен шекленген

жолақтар түріндегі элементтерге бөлеміз (77-сұйретте ұсындай жолақтардың бири штрихланған). Цилиндрдің дийұалының қалыңлығының киши екенлигине байланысly ұсындай жолақтың барлық бөлимлери OO' көшеринен бирдей R қашықлығында жайласқан деп есапләү мүмкин. Сонлықтан айырып алынған бир жолақтың инерция моменти $\Delta I = \Delta m_i R^2$ шамасына тең. Бұл теңликте жолақтың массасы Δm_i арқалы белгиленген. Жұқа дийұаллы иши геўек цилиндрдің инерция моменти

$$I = \sum_i \Delta m_i R^2 = R^2 \sum_i \Delta m_i$$

шамасына тең болады. Бирақ $\sum_i \Delta m_i$ сұммаса цилиндрдің массасы m болып табылады. Сонлықтан иши геўек цилиндрдің инерция моменти ұшын

$$I = mR^2 \quad (1)$$

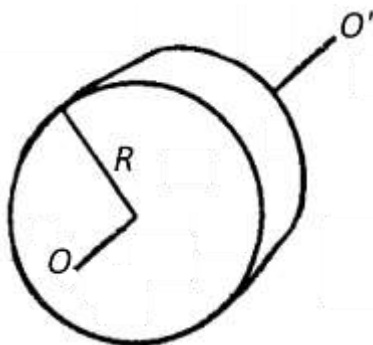
формуласына ийе боламыз.

Қандай да бир басқа көшерге салыстырғандағы сол цилиндрдің инерция моменти басқа болады.

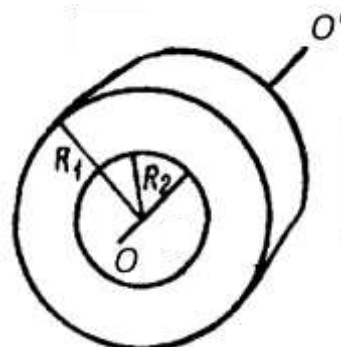
Баз бир басқа денелердің инерция моментлерин есапләўларсыз келтиремиз, себеби есапләўлар интегралләўды талап етеди.

Тұтас цилиндрдің (дисктиң) оның көшерине салыстырғандағы инерция моменти (78-сұйрет):

$$I = \frac{1}{2} mR^2. \quad (2)$$



78-сұйрет. Цилиндрдің OO' көшерине салыстырғандағы инерция моменти $\frac{1}{2} mR^2$ шамасына тең.



79-сұйрет. Иши геўек цилиндрдің OO' көшерине салыстырғандағы инерция моменти $\frac{1}{2} m(R_1^2 + R_2^2)$.

Иши геўек қалың дийұалға ийе цилиндрдің көшерине салыстырғандағы инерция моменти (79-сұйрет):

$$I = \frac{1}{2} m(R_1^2 + R_2^2) \quad (3)$$

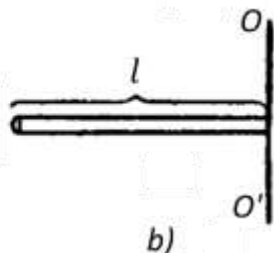
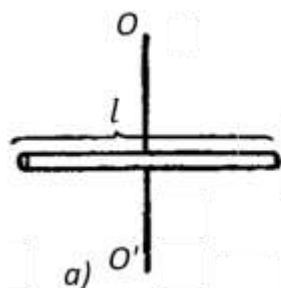
формуласының жәрдемінде анықланады. Бұл формулада R_1 менен R_2 арқалы оның сыртқы хәм иши радиуслары белгиленген.

Узынлығы l болған *стерженнің оның ортасы арқалы оның ұзынлығына перпендикуляр бағытта өтетуғын көшерге салыстырғандағы инерция моменти* (80а сұйрет):

$$I = \frac{1}{12} ml^2. \quad (5)$$

Узынлығы l болған *стерженнің оның бир ушы арқалы оның ұзынлығына перпендикуляр бағытта өтетуғын көшерге салыстырғандағы инерция моменти* (80б сұйрет):

$$I = \frac{1}{3}ml^2. \quad (6)$$



80-сүрөт. Стерженнің OO' көшерине салыстырғандағы оның ортасы арқалы өтетуғын көшерге салыстырғандағы инерция моменти $\frac{1}{12}ml^2$ шамасына, ал бір ушы арқалы өтетуғын көшерге салыстырғандағы инерция моменти $\frac{1}{3}ml^2$ ке тең.

Шардың оның орайы арқалы өтетуғын көшерге салыстырғандағы инерция моменти

$$I = \frac{2}{5}mR^2 \quad (6)$$

формуласының жәрдеминде анықланады.

Инерция моментинің өлшеми

$$I = mR^2$$

қатнасының жәрдеминде анықланады. Буннан

$$[I] = [m] \times [R^2]$$

теңлигине ийе боламыз.

Солай етип CGS системасында инерция моменти $g \cdot cm^2$ ларда, ал техникалық системада (массаның техникалық бирлиги) $\cdot m^2$ бирликлерінде өлшенеди.

Бирликлердің халық аралық системасында инерция моменти $kg \cdot m^2$ лерде аңлатылады. Себеби бұл системада массаның бирлиги сыпатында килограмм, ал ұзынлықтың бирлиги сыпатында метр қолланылады.

Берілген күшлер моменти хәм инерция моменти бойынша денениң мүйешлик тезлениүйн анықлау бойынша мысал келтиремиз.

Мысал: Радиусы $R = 0,5$ м хәм инерция моменти $I = 20$ $kg \cdot m^2$ болған дөңгелекке тұрақлы $M = 5$ kg момент түсірилген. Табыу керек: 1) мүйешлик тезлениүй хәм 2) 10-секундтың ақырындағы дөңгелектің сыртқы бетинің ноқатларының сызықлы тезлиги (басланғыш тезлик нолге тең деп есаплансын).

Шешими: Дөңгелектің мүйешлик тезлениүй:

$$\beta = \frac{M}{I}.$$

Есаплауларды орынлау үшін бирликлердің техникалық системасын пайдаланамыз. Бундай жағдайда $I = 20/9,8$ техн. бирл. хәм

$$\beta = \frac{5 \cdot 9,8}{20} \text{ sek}^{-2} = 2,45 \text{ sek}^{-2}$$

шамаларына ийе боламыз. Қозғалыс басланғаннан t ўақыттан кейинги мүйешлик тезлик:

$$\omega = \beta t$$

формуласының жәрдеминде есапланады. Бундай жағдайда дөңгелектің сыртқы бетиндеги ноқатлардың сызықлы тезлиги үшін

$$v = \omega R = 2,45 \cdot 0,5 \cdot 10 \frac{m}{сек} = 12,25 \frac{m}{сек}$$

шамасын аламыз.

Егер қандай да бир дене үшін оның салмақ орайы арқалы өтетуғын көшерге салыстырғандағы инерция моменти белгили болса, онда ұсы көшерге параллель болған қалеген көшерге салыстырғандағы инерция моментин аңсат табыуға болады.

Бир инерция моментинен екінши инерция моментине өтиу мынадай теореманың

жәрдемінде әмелге асырылады: *Денениң ықтыярлы түрде алынған қозғалмайтуғын көшерге салыстырғандағы инерция моменти усы қозғалмайтуғын көшерге параллель болған хәм денениң масса орайы арқалы өтетүғын көшерге салыстырғандағы инерция моменти менен денениң массасын сол көшерлер арасындағы қашықтықтың квадратына көбеймесиниң қосындысына тең.*

Мысал сыпатында шардың оған түсірілген урынбалардың биреүйіне салыстырғандағы инерция моментин есаплайық

Келтирилген теоремаға сәйкес:

$$I_t = I_C + ma^2.$$

Бұл теңлікте I_t арқалы денениң урынбаға салыстырғандағы инерция моменти, I_C арқалы шардың салмақ орайы арқалы өтетүғын көшерге салыстырғандағы инерция моменти, m арқалы шардың массасы хәм a арқалы урынбадан шардың орайына шекемги қашықтық белгиленген. Шар ушын $a = R$ хәм $I_C = \frac{2}{5}mR^2$ болғанлықтан

$$I_t = \frac{2}{5}mR^2 + mR^2 = \frac{7}{5}mR^2$$

шамасына ийе боламыз.

§ 37. Қозғалыс муғдарының моменти. Дәслеп массасы m шамасына материаллық ноқаттың радиусы r болған шеңбер бойынша қозғалысын қараймыз (72-сүўрет). Бундай материаллық ноқат ушын

$$f \cos \alpha = mw_t \quad (1)$$

қатнасы орынлы болады. Бұл қатнаста f арқалы ноқатқа тәсир ететүғын күш, w_t арқалы оның тезленийінің тангенциаллық қураўшысы белгиленген. f күшин шамасы бойынша тұрақлы хәм жолдың барлық ноқатларында шеңберге түсірілген урынба менен α мүйешин жасайды деп болжаймыз. Бундай жағдайда $w_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ хәм (1)-теңлик мынадай түрге ийе болады:

$$f \cos \alpha \cdot \Delta t = m \Delta v.$$

Бұл аңлатпаның шеп хәм оң тәреплерин r ге көбейтип

$$fr \cos \alpha \cdot \Delta t = rm \Delta v \quad (2)$$

теңлемесин аламыз.

$fr \cos \alpha$ шамасы f күшиниң айланыў орайы O ға салыстырғандағы күш моменти M болып табылады. Соның менен бирге масса m менен радиус r диң тұрақлы екенлигине байланысly $rm \Delta v$ аңлатпасын $\Delta(rmv)$ түрінде жазыўға болады.

Бундай жағдайда (2)-теңлик мынадай түрге енеди:

$$M \cdot \Delta t = \Delta(rmv). \quad (3)$$

Егер күш моменти M тұрақлы болса, онда (3)-аңлатпада Δt ўақыт аралығын усы күш моменти тұрақлы болып қалатуғындай дәрежеде киши етип алыў керек. Ыақыт аралығы шекли болған жағдайда M күш моментиниң орташа мәнисин қараўымыз керек болады хәм бундай жағдайда

$$\bar{M} \cdot \Delta t = \Delta(rmv) \quad (3a)$$

теңлемесине ийе боламыз.

$p = rmv$ шамасы шеңбер бойынша қозғалатуғын материаллық ноқаттың қозғалыс муғдарының моменти, ал $\bar{M} \cdot \Delta t$ көбеймесин күш моментиниң импульси деп аталады. (3)-теңлик қозғалыс муғдарының моментиниң өзгерисиниң сан мәниси түсірілген күшлер моментиниң импульсине тең деп тастыйықлайды. Бұл теңлик 17-параграфтағы қозғалыс муғдарының өзгериси менен күш импульси арасындағы байланысты аңғартатуғын (4)-теңликке ұқсас.

Материаллық ноқаттың қозғалыс муғдарының моменти (p) түсинигин биз дара жағдай болған материаллық ноқаттың шеңбер бойынша қозғалысы ушын киргиздик. Бундай жағдайда тезлик

барлық ұақытта шеңбердің радиусы r ге перпендикуляр болып қалды. Материаллық нокаттың базы бир О орайына салыстырғандағы қозғалысы ұшын ұлыұма жағдайда болса нокаттың mv қозғалыс мұғдары менен О орайынан нокаттың тезлиги v ның бағытына түсирилген перпендикулярдың ұзынлығының көбеймесине тең шама түсиниледи (v векторы материаллық берилген моментте нокат тұрған орыннан түсириледи). Қозғалыс мұғдарының моменти бағыты бурғы қағыйдасы бойынша анықланатуғын вектор болып табылады: p векторы тезлик векторы v хәм О орайы жатырған тегисликке перпендикуляр хәм бурғының илгерилемели қозғалысының бағыты менен бағытлас (бурғының тутқасын r векторынан v векторына қарай бураұ керек). Солай етип, қозғалыс мұғдарының моменти векторы $p = r \times mv$ векторлық көбеймеси менен анықланады хәм (3)-теңликти ұлыұма жағдайда векторлық түрде жазыұ керек:

$$M \Delta t = \Delta p.$$

бул аңлатпада Δp арқалы қозғалыс мұғдарларының векторлық айырмасы $p_2 - p_1$ белгиленген.

(3)-қатнасты қозғалмайтуғын көшердің дөгерегинде айланатуғын қатты дене ұшын да ұлыұмаластырыұға болады. Оның ұшын биз 35-параграфта қылған ислеримиздей, қатты денени массалары Δm_i болған элементлерге бөлемиз.

Усындай элементлердің хәр бир жубы ұшын

$$\Delta f_i \cdot r_i \cos \alpha_i \Delta t = r_i \cdot \Delta m_i \cdot \Delta v_i$$

теңлигине ямаса, $\Delta v_i = \Delta \omega \cdot r_i$ теңлиги орынлы болғанлықтан

$$\Delta f_i \cdot r_i \cos \alpha_i \Delta t = r_i \cdot \Delta m_i \cdot \Delta \omega \cdot r_i$$

теңлигине ийе боламыз.

Қатты денениң барлық элементлери бойынша бул аңлатпаны суммалап мынаған ийе боламыз:

$$\sum_i \Delta f_i \cdot r_i \cos \alpha_i \Delta t = \sum_i \Delta m_i \cdot r_i^2 \cdot \Delta \omega.$$

$\sum_i \Delta f_i \cdot r_i \cos \alpha_i = M$ – қатты денеге тәсир ететуғын күшлердің моменти, ал $\sum_i \Delta m_i \cdot r_i^2 = I$ – қатты денениң инерциясы болғанлықтан

$$M \Delta t = I \Delta \omega$$

теңлигине ийе боламыз.

Егер күшлердің моменти M өзгеретуғын шама болса, онда Δt ұақыты ишиндеги оның орташа мәнисин алыұ керек болады. Бундай жағдайда

$$\bar{M} \Delta t = I \Delta \omega$$

теңлигин аламыз. Қатты денениң берилген көшерине салыстырғандағы инерция моменти тұрақлы шама болғанлықтан, соңғы теңликти былайынша көширип жазыұға болады:

$$\bar{M} \Delta t = \Delta(I\omega). \quad (4)$$

Бул теңликтиң оң тәрепинде $I\omega$ шамасының өзгериси тұрыпты. $\bar{M} \Delta t$ шамасын қатты денелерге түсирилген күшлердің импульси, ал $I\omega$ шамасын қозғалмайтуғын көшердің дөгерегинде айланатуғын қатты денениң қозғалыс мұғдарының моменти деп аталады. (4)-теңлик бойынша қатты денениң қозғалыс мұғдарының моментиниң өзгерисиниң сан мәниси оған түсирилген күшлердің моментиниң импульсине тең.

(4)-теңликти келтирип шығарғанда биз денениң инерция моменти тұрақлы деп болжадық. Бирақ, қозғалыстың барысында инерция моменти қандай да бир жоллар менен өзгеретуғын жағдайларда да дұрыс болады. Бундай жағдайларда да қозғалыс мұғдарының өзгериси болған $\Delta(I\omega)$ шамасының мәниси түсирилген күшлердің моментиниң импульси бойынша анықланады.

(3)- хәм (4)-формулардан күшлердің моменти болмаған жағдайда ($M = 0$) қозғалыс мұғдарының моментиниң тұрақлы болып қалатуғынлығы келип шығады. Бул нәтийже қозғалыс мұғдарының сақланыұ нызамы атамасы менен белгили.

Дара жағдайда, материаллық нокат шеңбер бойынша қозғалғанда (3)-формуладан $M = 0$ болған жағдай ұшын мынаған ийе боламыз:

$$mvr = \text{const.} \quad (5)$$

$M = 0$ теңлиги орынланғанда материаллық нокаттың қозғалысының улыұмалық жағдайында:

$$\mathbf{r} \times m\mathbf{v} = \text{const} \quad (6)$$

теңлигине ийе боламыз. Қатты дене үшін $M = 0$ теңлиги орынланғанда (4)-теңликтен

$$I\omega = \text{const} \quad (7)$$

теңлиги келип шығады.

Денениң инерция моменти өзгермейтуғын хәм сыртқы күшлер болмаған жағдайларда айланып тұрған денениң мүйешлик тезлиги тұрақлы болып қалады. Бундай нәтийжени биз 35-параграфтағы (6-а) формуланың жәрдеминде тиккелей алдық.



81-сүүрет.

Гирлерди ұслап тұрған қоллар түсирилгенде адам тезирек айлана баслайды.

Егер сыртқы күшлер болмаған жағдайда инерция моменти өзгеретуғын болса, онда $I\omega$ көбеймесиниң тұрақлы болып қалатуғынлығы себепли мүйешлик тезлик ω өзгере баслайды. Егер инерция моменти I диң мәниси үлкейетуғын болса, онда мүйешлик тезлик ω ның мәниси кемейеди хәм, керисинше I диң мәниси кемейетуғын болса, онда мүйешлик тезлик ω ның мәниси үлкейеди.

Қозғалыс муғдарының моментиниң сақланатуғынлығын вертикал бағыттағы көшердиң дөгерегинде сүйкелиссиз айланатуғын отырғыштың үстинде тұрған адамның жәрдеминде демонстрациялаўға болады ("Жуковский отырғышы"). Мейли, қоллары менен гирлерди ұслап тұрған адам отырғыш пенен биргеликте ω мүйешлик тезлик пенен айландырылсын (81-сүүрет). Бундай жағдайда адам белгили бир қозғалыс муғдарының моментине ийе болады хәм сыртқы күшлер болмаған жағдайда бул моменттиң мәнисиниң өзгериссиз қалыўы керек. Егер адам қолларын түсиретуғын болса, онда оның инерция моменти киширейеди, нәтийжеде оның айланыўының мүйешлик тезлиги ω үлкейеди. Егер адам қолларын және көтеретуғын болса, онда мүйшлик тезлик ω өзиниң дәслепки мәнисине тең болады.

Қозғалыс муғдарының моменти векторлық шама болып табылады: $\mathbf{P} = I\boldsymbol{\omega}$. Оның бағыты мүйешлик тезлик векторы $\boldsymbol{\omega}$ ның бағытына параллель. Усының нәтийжесинде (4)-теңлик те векторлық характерге ийе болады:

$$\mathbf{M} \Delta t = \Delta \mathbf{P}. \quad (8)$$

Бул теңликте $\Delta \mathbf{P} = I\boldsymbol{\omega}_2 - I\boldsymbol{\omega}_1$ қозғалыс муғдары болған $I\boldsymbol{\omega}$ шамасының векторлық айырмасы болып табылады. Усындай түрде ол 17-параграфтағы материаллық нокаттың қозғалыс муғдары векторы менен күшлердиң импульси векторы арасындағы байланысты сәйлеленлиретуғын (4)-теңликке пүткиллей уқсас. Егер қозғалыс муғдларының моменти түсинигин сәйкес түрде улыұмаластырсақ, онда (8)-теңлик тек ғана қатты денениң

қозғалмайтуғын көшер дөгерегіндегі қозғалысы үшін ғана емес, ал қатты дененің ықтыярлы қозғалысы үшін да дурыс болады. (8)-теңликти денелер системасы үшін да пайдаланыуға болады. Бундай жағдайда $\mathbf{P}$ векторы қозғалыс мұғдарларының қосынды векторы, ал $\mathbf{M}$ векторы болса күшлердің импульслерінің суммасы болып табылады.

Еки денеден тұратуғын система үшін қозғалыс мұғдарының моментинің сақланыу нызамын Жуковский орынлығында тұрған адамның қолына қаснағының массасы үлкен болған дегершикти ұсатыу жолы менен демонстрациялауға болады (82-сүүрет). Егер дәслеп адам отырғыш пенен биргеликте тынышлықта тұрған болса хәм буннан кейин дегершиктің көшерин вертикаль бағытта ұслап тұрып дегершикти айландырса, онда ол отырғыш пенен бирге қарама-қарсы бағытта айлана баслайды. Бундай қозғалыстың жүзеге келиуі мынадай себеплер менен байланысly: адам тәрепинен дегершикке түсірилген күшлер ишки күшлер болып табылады хәм дәслеп нолге тең болған қозғалыс мұғдарының ұлыұмалық моменти нолге тең болып қала береді. Сонлықтан, дегершиктің айланыуы отырғыштың адам менен биргеликтегі қарама-қарсы бағыттағы айланыуын болдырады. Бұл тәжирийбе системаның қозғалыс мұғдарының сақланатуғынлығын демонстрациялауғын арбаның үстинде жүуыратуғын адам менен өткерилген тәжирийбеге ұсайды (18-параграфты қараңыз).

82-сүүрет.

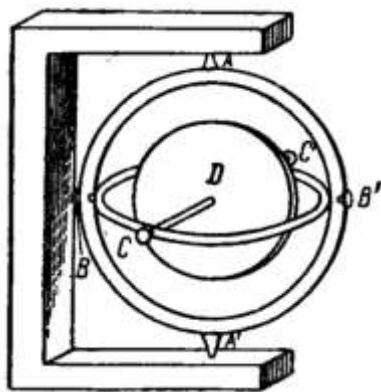
Дегершикти айланбалы қозғалысқа келтиргенде адамның өзи қарама-қарсы бағытта айлана баслайды.



(8)-теңликтен сыртқы күшлер болмаған жағдайда ($\mathbf{M} = 0$) қозғалыс мұғдарының моменти болған $\mathbf{P}$ шамасының тек сан мәнісинің емес, ал бағытының да сақланатуғынлығы келип шығады. Бұл жағдайда отырғыштың үстинде қолына айланып тұрған дегершикти ұслап отырған адам менен өткерилген тәжирийбеде демонстрациялауға болады: дегершиктің айланыу тезлиги тұрақлы болып қалатуғын жағдайда оның көшеринің қәлеген өзгериси (мысалы, оны 90° ямаса 180° қа бұрғанда) отырғыштың үстиндегі адамның айланыуының өзгерисине алып келеді.

§ 38. Гироскоплар. Айланып тұрған қатты дененің айланыу көшеринің бағытын ұслап тұрыу қәсийети, соның менен бирге сыртқы тәсирлердегі дененің көшери тәрепинен ұсы көшер бекитилген дүзилислерге тәсири хәр қыйлы техникалық мақсетлерде пайдаланылады. Техникада қолланылатуғын үлкен массаға ийе болған хәм үлкен мүйешлик тезликлер менен қозғалатуғын денелерди *шырылдауықлар* ямаса *гироскоплар* деп атайды.

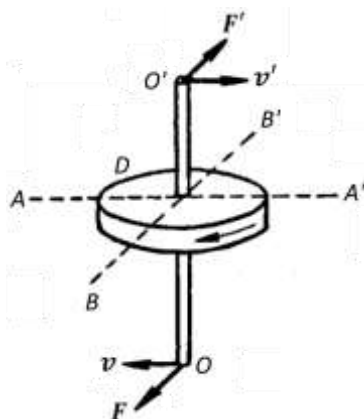
Сыртқы күшлердің моменти нолге тең болған жағдайдағы гироскоптың айланыу көшеринің бағытын өзгериссиз сақлауы қәсийетин *илип қойылған карданның* жәрдемінде демонстрациялауға болады.



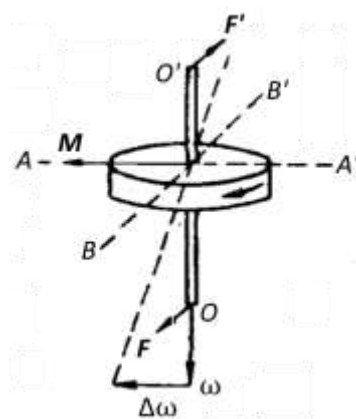
83-сұйрет.

Илип қойылған кардандағы гироскоп.

Илип қойылған кардан (83-сұйрет) еки сақыйнадан тұрады. Олардың сыртқысы AA' ұшлары арқалы өтетұғын көшердің дөгерегінде, ал ишки сақыйна BB' ұшлары арқалы өтетұғын көшердің дөгерегінде еркин айланады. Гироскоптың CC' көшери болған D илип қойылған карданның ишки сақыйнасына тирелген хәм көшердің кеңисликтеги қәлеген бағытта бұрылыўға хәм усы бағыттың әтирапында айланыўға мүмкиншилик береди.



84-сұйрет. Гироскопқа AA' көшериниң дөгерегінде бұрыўға мәжбүрлейтуғын F хәм F' күшлериниң жұбы тәсир еткенде ол усы AA' көшерине перпендикуляр болған BB' көшериниң дөгерегінде айлана баслайды.



85-сұйрет. Гироскоплық эффектти түсиндириў ушын арналған сұйрет.

Егер айланып турған гироскопқа оның айланыў көшерине перпендикуляр болған көшерди бұрыў ушын күшлердиң жұбы түсирилсе, онда гироскоп сол еки көшерге перпендикуляр болған үшінши көшердің дөгерегінде айлана баслайды. Мысалы, мейли D гироскопы OO' көшериниң дөгерегінде 84-сұйретте стрелка менен көрсетилген бағытта айланып тұрған болсын. Усы гироскопқа сұйреттиң тегислигине перпендикуляр болған хәм оны AA' көшериниң дөгерегінде бұрыўға мәжбүрлейтуғын F хәм F' күшлериниң жұбы тәсир етсин. Бундай жағдайда гироскоптың O' көшериниң жоқарғы ушы оңға қарай, ал төменги ушы шепке қарай аўысады (v' хәм v стрелкаларының жәрдеминде көрсетилген). Яғный, гироскоп сұйреттиң тегислигине перпендикуляр болған BB' көшериниң дөгерегінде бұрылады.

84-сұйретте мынадай жағдайды айқын аңғарыўға болады: гироскоплық эффекттиң нәтижесинде еки айланыўдың да бирдей бағытта жүзеге келиўи ушын гироскоп өзиниң айланыў көшерин AA' мәжбүрий айланыў көшери менен мүмкин болғанынша киши мүйеш жасайтуғындай етип жайластырыўға тырысады.

Биринши рет қарағанда парадокслық болып көринетуғын гироскоптың көрсетилген қәсийети төмендегидей пикирлеўдиң тийкарында түсиникли болады.

Мейли, 85-сұйретте көрсетилген бағытта айланатуғын гироскоп берилген болсын хәм оған 84-сұйретте көрсетилген бағатларда F хәм F' күшлериниң жұбы тәсир ететұғын болсын. Бундай жағдайда мүйешлик тезлик ω векторы төменге қарай бағытланған, ал F хәм F' күшлериниң моменти (күшлер сұйреттиң тегислигине перпендикуляр бағытта түседи) AA' тўырысының

бағытында шепке қарай бағытланған. 76-сұйретте көрсетілгендей хәм 35-параграфта айтылып өтилгеніндей, жуп күштиң моменти M менен вектор сыпатында қаралатуғын мүйешлик тезлений β арасында

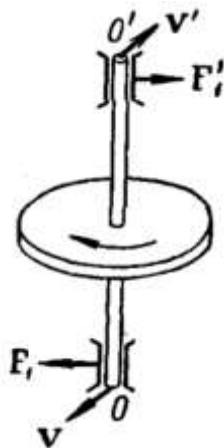
$$\beta = \frac{M}{I}$$

түріндегі қатнас орын алады. Бул қатнаста I арқалы моменти M болған жуп күш түсетуғын денениң инерция моменти белгиленген. Демек, M қалай қарап бағытланған болса, тезлений β да тап сол тәрепке қарай бағытланған болады. Буннан базы бир Δt киши ўақыты ишиндегі мүйешлик тезликтің өзгерисинің M векторына параллель болған (яғный сызылманың тегислигинде жататуғын хәм шеп тәрепке қарай бағытланған) $\Delta \omega$ векторы менен сұйретленетуғынлығына көз жеткеремиз. Ал бул жағдай гироскоптың айланыў көшериниң BB' көшериниң дөгерегинде саат стрелкасының бағытында бұрылатуғынлығын аңғартады.

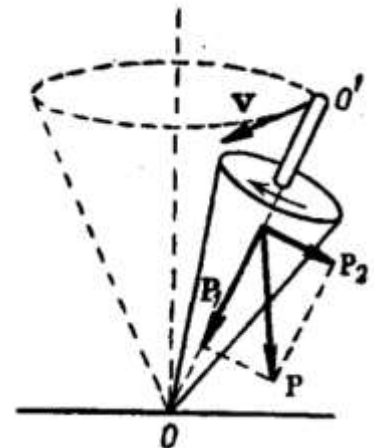
Көшерди ұслап туратуғын байланысларға түсирилген күшлер F хәм F' күшлерине тең, бирақ бағытлары қарама-қарсы. Оларды *гироскоплық күшлер* деп атайды. Мысалы, 86-сұйретте стрелка менен көрсетілген бағытта айланатуғын гироскоптың O' ұшын сызылманың арғы тәрепинен қарай, ал O ұшын алға қарай жылыстырса, онда көшер подчипниклерге F_1 хәм F'_1 стрелкаларының бағытында басым түсиреди. F_1 хәм F'_1 күшлериниң моменти гироскоптың қозғалыс муғдарының моменти $I\omega$ менен оның көшердің дөгерегинде айланыўының мүйешлик тезлиги болған ω' шамасының көбеймеси түрінде аңғартыўға болатуғынлығын көрсетиўге болады:

$$M = I\omega \times \omega'. \quad (1)$$

Әдеттегі шырылдаўық айланғанда да гироскоплық күшлер пайда болады. Шырылдаўықты қыя бағытта айландырғанда салмақ күши P_2 оны көбирек еңкейтиўге тырысады (87-сұйрет). Бирақ, гироскопиялық эффекттиң бар болыўының нәтийжесинде OO' көшери перпендикуляр бағытта аўысады (v стрелкасының жәрдемінде көрсетілген) хәм көшери конуслық бет бойынша қозғалады ("прецессияланады"). Прецессияның салдарынан шырылдаўық қуламайды. Гироскопиялық күшлердің тәсирин рычаг тәризли гироскоп деп аталатуғын гироскоптың жәрдемінде де демонстрациялаўға болады. B стержени (86-сұйрет) A стойкасына салыстырғанда вертикал бағытта да, горизонт бағытында да қозғала алады. Стерженнің ұшына D гироскопы бекитилген. Егер гироскоп P жүги менен теңлестирилген болса, ұсы тең салмақлық гироскоп айланған жағдайда да сақланады. Егер P жүги гироскоптан салмақлырақ болса, онда ол B стержениниң қыяланыўын емес, ал оның горизонт бағытындағы айланыўын жүзеге келтиреді.



86-сұйрет. Гироскоптың айланыў көшерин ұслап туратуғын байланысларға түсирилген F_1 хәм F'_1 гироскоплық күшлери.



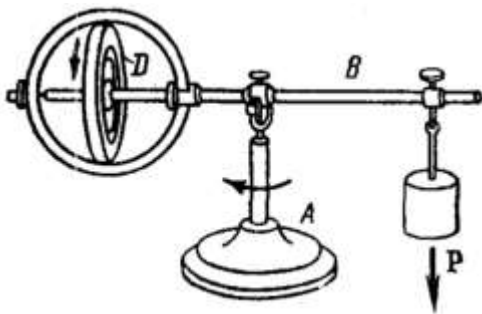
87-сұйрет. Шырылдаўықтың прецессиясы.

Гироскоплар физика менен техникада кеңнен қолланылады. 1852-жылы Фуко гироскопты Жердің өзиниң көшериниң дөгерегиндегі суткалық айланатуғынлығын дәлиллей ұшын пайдаланды. Гироскопиялық эффектти оқ ататуғын қуралларда кеңнен қолланылады. Бундай қураллардың (мылтықтар, автоматтар, пушкалар х.т.б.) стволларындағы буранда тәризли ойықтар ұшып шығатуғын оқтың ямаса снарядтың ұшыў бағытының дөгерегиндегі тез айланыўына алып келеді, оқлар менен снарядлар үлкен меншикли қозғалыс муғдарының моментине ийе

гироскоптарға айналады. Усының салдарынан қауаның қарсылығының есабынан пайда болатұғын күшлердің моменти снарядтың құлауы жүзеге келмейди, ал снарядтың оның траекториясының бағытына урынба бағыттағы прецессиясына алып келеди. Соның менен бирге гироскоптар миналардың (торпедалардың) қозғалыстарын регулировкалау үшін да қолланылады. Гироскопты компас сыпатында пайдаланыу мүмкін.

Гироскоплық компас ишінде сынап бар ыдыста қалқып тұрған тез айланатұғын (30 000 айналыс/мин қа шекем) шырылдауық болып табылады. Жердің суткалық айланыуына байланысты гироскоптың көшери Жердің айланыу көшерине параллель, яғни меридиан тегислигинде жайласуға тырысады. Хәзирги ұақытлары гироскоптар хәр қыйлы аэронавигациялық эсбаптарда қолланылады (мысалы "жасалма горизонт"). Үлкен гироскоптар кемелердің аўдаңлауын киришейтиу үшін пайдаланылады.

Механизмлерде тез айланатұғын үлкен массаға ийе болған бөлімлер бар болған жағдайда гироскоплық эффектлер зиянлы тәсірлерін де тийгизеди. Мысалы, пароход бұрыла баслағанда жүзеге келген гироскоплық күшлердің тәсірінде турбина подшипниклерге қосымша басым түсіреді.



88-сүрет.
Рычаглы гироскоп.

Бундай жағдайда пароходтың бұрылуына сәйкес келетұғын мүйешлік тезлік ω' турбинаның өзіннің мүйешлік тезлік векторына перпендикуляр. Буннан, (1)-формулаға сәйкес, M' гироскоптық күшлердің сан шамасы

$$M' = I\omega\omega'$$

аңлатпасының жәрдемінде анықланады.

Егер подшипниклердің арасындағы қашықтық l ге тең болса, онда $M' = F_1 l$ шамасына тең болады. Бул теңлікте F_1 арқалы подшипникке түсірілетұғын қосымша басым күші белгиленген. Буннан

$$F_1 = \frac{I\omega\omega'}{l}$$

формуласына ийе боламыз.

Турбинаның қозғалыс мұғдарының моменти үлкен болған жағдайда ($I\omega$ шамасы үлкен) F_1 күшінің шамасы подшипниклерді қыйратуға жеткиликли бола алады.

§ 39. Айланыушы қатты дененің кинетикалық энергиясы. Енди денени OO' көшерінің дөгерігінде белгили болған φ мүйешке бұрғанда күшлер моменти M тәрепинен исленген жұмысты анықлаймыз (89-сүрет). Мейли, қатты денедеги биз қарап атырған ноқаттың траекториясына урынба бағытта f күші түсірилген хәм оның моменти OO' көшеріне салыстырғанда $M = fr$ шамасына тең болсын. Денени $\Delta\varphi$ мүйешіне бұрғанда күш түсірилген A ноқаты доғаның ұзынлығы болған Δs шамасына орын алмастырады. Буннан, f күші тәрепинен орынланған жұмыстың шамасы

$$\Delta A = f \cdot \Delta s$$

формуласының жәрдемінде анықланады. Бирақ, $\Delta s = r\Delta\varphi$ ($\Delta\varphi$ арқалы дененің бұрылуы мүйеші белгиленген) хәм ұсыған сәйкес

$$\Delta A = fr \cdot \Delta\varphi$$

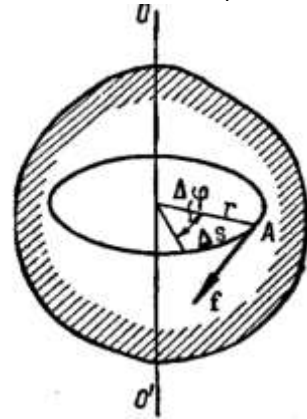
аңлатпасына ийе боламыз. $fr = M$ күш моменти болғанлықтан

$$\Delta A = M \cdot \Delta\varphi$$

формуласын аламыз. Демек, денени $\Delta\varphi$ мүйешине бұрғанда ісленген жұмыс санлық мәнісі бойынша күш моментинің бұрылығ мүйешине көбеймесіне тең екен.

89-сұйрет.

Айланыуға алып келетуғын күштің жұмысын есеплауға арналған сызылма.



M моменти тұрақты болған жағдайда денени шеклі φ мүйешине бұрғанда ісленген жұмыс

$$A = M \cdot \varphi \quad (2)$$

формуласының жәрдеминде есепланады. M моментинің шамасы өзгеретуғын болған жағдайда (1)-формуланың жәрдеминде элементар жұмыстың шамасы анықланады, ал A толық жұмысты элементар жұмыстардың суммасы түрінде анықлайды.

Енді қозғалмайтуғын көшердің дөгерігінде ω тезлиги менен айланатуғын денени қараймыз. Оның i —элементинің кинетикалық энергиясы үшін

$$\Delta E_{ki} = \frac{\Delta m_i \cdot v_i^2}{2}$$

аңлатпасын жаза аламыз. Бұл аңлатпада Δm_i арқалы ұсы элементтің массасы хәм v_i арқалы оның сызықты тезлиги белгиленген.

$$v_i = r_i \omega$$

теңлиги орынлы болғанлықтан

$$\Delta E_{ki} = \frac{\Delta m_i \cdot r_i^2 \omega^2}{2}$$

теңлигин аламыз.

Денениң өзинің айланыуына сәйкес келетуғын кинетикалық энергиясы оның айырым элементлеринің кинетикалық энергияларының қосындысына тең:

$$E_k = \sum \frac{\Delta m_i \cdot r_i^2 \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum \Delta m_i \cdot r_i^2.$$

Бирақ, 35-параграфтағы (7)-формулаға сәйкес $\sum \Delta m_i \cdot r_i^2 = I$ — денениң инерция моменти болып табылады (айланыу көшеріне салыстырғанда). Буннан

$$E_k = \frac{I \omega^2}{2} \quad (3)$$

формуласына ийе боламыз. Демек, айланып тұрған қатты денениң кинетикалық энергиясы үшін алынған аңлатпа материаллық нокаттың кинетикалық энергиясы үшін алынған формулаға пүткиллей ұқсас екен. Тек ғана материаллық нокаттың массасы m ниң орнын инерция моменти I , ал сызықты тезлик v ның орнын мүйешлик тезлик ω ийелейди екен.

Биз қатты денениң қозғалмайтуғын OO' көшеринің дөгерігіндегі айланыуын қарадық. Енді мынадай болған басқа жағдайды қараймыз: айланыу көшери массалар орайы арқалы өтеди хәм өзі өзіне параллель қалып жылжыйды. Мейли массасы Δm_i болған элементтің сызықты тезлиги v_i хәм тап сол координаталар системасына салыстырғандағы массалар орайының тезлиги v_c болсын. Усының менен бирге массалар орайына салыстырғандағы денениң көлеминің элементинің тезлиги болған v_i' шамасын киргиземіз. Бұндай жағдайда

$$v_i = v_i' + v_c \quad (4)$$

формуласына ийе боламыз.

Көлемнің элементінің кинетикалық энергиясы

$$E_{ki} = \frac{\Delta m_i v_i^2}{2} = \frac{\Delta m_i (v_{ix}^2 + v_{iy}^2 + v_{iz}^2)}{2}$$

шамасына ямаса (4)-аңлатпа бойынша

$$E_{ki} = \frac{\Delta m_i v_C^2}{2} + \frac{\Delta m_i v_i'^2}{2} + \Delta m_i (v_{Cx} v_{ix}' + v_{Cy} v_{iy}' + v_{Cz} v_{iz}')$$

шамасына тең болады.

Барлық элементтердің кинетикалық энергияларының суммасын алып барлық дененің E_k кинетикалық энергиясын аламыз:

$$E_k = \sum \frac{\Delta m_i v_C^2}{2} + \sum \frac{\Delta m_i v_i'^2}{2} + \sum \Delta m_i (v_{Cx} v_{ix}' + v_{Cy} v_{iy}' + v_{Cz} v_{iz}'). \quad (5)$$

Бұл теңліктің оң тәрәпіндегі бірінші ағзаның массалар орайы менен биргеликте қозғалатуғын m массаға ийе дененің кинетикалық энергиясы екенлігін аңсат көріуге болады: $\frac{mv_C^2}{2}$. Тийкарғы текстте өткерілген таллауларға ұқсас таллаулардың нәтижесінде екінші ағзаның дененің айланыу көшеріне салыстырғандағы қозғалысының $\frac{I\omega^2}{2}$ шамасына тең кинетикалық энергиясы екенлігіне көз жеткеріуге болады. Үшінші ағзаның нолге тең екенлігін көрсетіуге болады. Хақыйқатында да, $\Delta m_i v_{Cx} v_{ix}'$ көбеймесін қараймыз. (4)-аңлатпа бойынша $v_{ix}' = v_{ix} - v_C$ екенлігін аңғарып, оны

$$\Delta m_i v_{Cx} v_{ix}' = \Delta m_i v_{ix} v_{Cx} - \Delta m_i v_C^2 \quad (6)$$

түрінде көшіріп жазамыз. Массалар орайының координаталарын x_C, y_C, z_C , ал дененің i -элементінің координаталарын x_i, y_i, z_i арқалы белгилейміз. Бұндай жағдайда $v_{Cx} = \dot{x}_C$ хәм $v_{ix} = \dot{x}_i$ теңліктерине ийе боламыз. Бұл теңліктерде хәриптиң үстіндегі ноқат ұақыт бойынша алынған бірінші тәртіпті тұйындыны аңғартады. Усы аңлатпаны пайдаланып, (6)-аңлатпаны былайынша көшіріп жазамыз:

$$\Delta m_i v_{Cx} v_{ix}' = \Delta m_i \dot{x}_C \dot{x}_i - \Delta m_i \dot{x}_C^2 \quad (7)$$

(7)-аңлатпаны дененің барлық элементлери бойынша суммалап

$$\sum \Delta m_i v_{Cx} v_{ix}' = \dot{x}_C \sum \Delta m_i \dot{x}_i - m \dot{x}_C^2$$

теңлігіне ийе боламыз. Бирақ 34-параграфтағы (6)-формула бойынша $\sum \Delta m_i \dot{x}_i = m \dot{x}_C$. Буннан

$$\sum \Delta m_i v_{Cx} v_{ix}' = 0$$

екенлігін табамыз. Тап ұсындай теңлікті тезліктердің көшерлер бойынша басқа құраушылары ұшын да табамыз. Буннан

$$\sum \Delta m_i (v_{Cx} v_{ix}' + v_{Cy} v_{iy}' + v_{Cz} v_{iz}') = 0$$

теңлігінің орынланатуғынлығын табамыз. Буннан кейін (5)-теңлік мынадай түрге ийе болады:

$$E_k = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

яғнай қатты дененің толық кинетикалық энергиясы массалар орайы менен биргеликте қозғалатуғын m массаның кинетикалық энергиясы менен массалар орайы арқалы өтетугын көшерге салыстырғандағы оның айланыуына сәйкес келетуғын кинетикалық энергияның қосындысына тең.

Айланатуғын қатты дененің кинетикалық энергиясын анықлауға бир неше мысалды таллаймыз.

1-мысал. Валы менен бирге 200 кгм^2 инерция моментине ийе болған ұлкен массаға ийе болған дөңгелек (маховик) 180 айланыс/мин тезлігі менен айланады. Усы дөңгелекке тәсир ететугын айландырушы момент тәсир етиўди тоқтатқаннан кейін 2 минуттан соң ол подшипниклердегі сүйкеліс күшлерінің тәсирінде тоқтаған. Подшипниклердегі сүйкеліс күшін турақлы деп есаплап, сол сүйкеліс күшлерінің моментін анықлаңыз.

Шешими. Сүйкеліс күшлерінің жұмысы айланып тұрған дөңгелектің кинетикалық энергиясының есабынан орынланады:

$$\frac{I\omega_0^2}{2} = M\varphi.$$

Бұл аңдатпада ω_0 арқалы дөңгелектің басланғыш тезлиги, I арқалы оның инерция моменти, φ арқалы дөңгелектің тоқтайман дегенше қанша мүйешке бұрылғаны, ал M арқалы болса подшипниктердегі сүйкеліс күшлерінің біз ізлеп атырған моменти белгиленген. Дөңгелектің айланыуын тең өлшеулі әстелениуі деп есаппа $\varphi = \frac{\omega_0}{2} t$ теңлигин жаза аламыз. Бұл теңдиктегі t дөңгелек тоқтайман дегенше кеткен уақыт. Буннан

$$M = \frac{I\omega_0}{t}$$

формуласына ийе боламыз. Мүйешлик тезлик $\omega_0 = 2\pi n_0$. Бұл теңдикте $n_0 = 180$ айланыс/мин = 3 айланыс/сек. Буннан

$$M = \frac{200 \cdot 2\pi \cdot 3}{9,8 \cdot 120} \text{ kGm} = 3,2 \text{ kGm}.$$

2-мысал. Домалап баратырған а) дөңгелектің, б) тұтас цилиндрдің, с) шардың кинетикалық энергиясының ярымын айланыу энергиясы құрайды?

Шешими. Сүйкеліссіз қозғалыста дененің жийегіндегі тезлик оның илгерилемели қозғалысының тезлиги v ға тең. Буннан инерция моменти $I = mR^2$ формуласы менен анықланатуғын хәм $v = \omega R$ теңлиги орынланатуғын дөңгелек үшін айланыуы менен байланыссы болған оның кинетикалық энергиясының

$$E_{ayl} = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$

шамасына тең болатуғынлығын билеміз. Толық кинетикалық энергия болған E_k шамасы E_{ayl} айланыу энергиясы менен илгерилемели қозғалыстың кинетикалық энергиясы $\frac{mv^2}{2}$ нің қосындысынан тұрады. Демек:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + E_{ayl}$$

теңлигине хәм буннан

$$E_{ayl} = \frac{E_k}{2} \quad (8)$$

нәтижесине ийе боламыз.

Тұтас цилиндр үшін:

$$I = \frac{1}{2} mR^2$$

формуласы орынлы. Буннан

$$E_{ayl} = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{4}$$

хәм толық энергия үшін

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + E_{ayl} = \frac{3}{4} mv^2$$

аңдатпасына ийе боламыз. Буннан

$$E_{ayl} = \frac{1}{3} E_k \quad (9)$$

теңлигин аламыз.

Шар үшін:

$$I = \frac{1}{2} mR^2.$$

Буннан

$$E_{ayl} = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{1}{5} mv^2$$

шамасын, ал буннан толық энергия үшін

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{5} mv^2 = \frac{7}{10} mv^2$$

хәм

$$E_{ayl} = \frac{2}{7} mv^2 \quad (10)$$

қатнасына ийе боламыз.

3-мысал. Бийиклигі h шамасына тең болған қыя тегисликтен а) дөңгелек, б) тұтас цилиндр домалап түседі. Олардың тегисликтің ақырына жеткендегі илгерилемелі тезліктерін табыңыз. Бұл тезліктерді тегислик пенен сүйкеліссіз домалағандағы тезліктер менен салыстырыңыз.

Шешими. Домалап түсетуғын дененің толық кинетикалық энергиясы:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{1}{2} \left(m + \frac{I}{R^2} \right) v^2.$$

Кинетикалық энергия $E_p = mgh$ потенциаллық энергияның есабынан пайда болатуғын болғанлықтан

$$\frac{1}{2} \left(m + \frac{I}{R^2} \right) v^2 = mgh$$

теңлігін аламыз. Буннан тезлік үшін

$$v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + \frac{I}{R^2}}}$$

аңлатпасына ийе боламыз. Демек,

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{I}{mR^2}}} \quad (11)$$

аңлатпасы орынлы болады екен. h бийиклігіне ийе қыя тегислик бойынша сүйкеліссіз қозғалатуғын дененің тезлігі

$$v = \sqrt{2gh}$$

шамасына тең болатуғынлығы белгили. Буннан сүйкеліссіз домалайтуғын дене үшін бұл тезліктің $\sqrt{1 + \frac{I}{mR^2}}$ есе киши болатуғынлығын көреміз. Бұл теңлікте I арқалы дененің инерция моменти, R арқалы радиусы, ал m арқалы оның массасы белгиленген.

Дөңгелек үшін $I = mR^2$. Сонлықтан

$$v = \sqrt{gh},$$

яғный қыя тегислик бойынша домалап баратырған дөңгелектің тезлігінің сүйкеліссіз қозғалатуғын дененің тезлігінен $\sqrt{2} = 1,41$ есе кем болатуғынлығын көреміз.

Тұтас цилиндр үшін $I = \frac{1}{2} mR^2$. Сонлықтан

$$v = 2 \sqrt{\frac{gh}{3}},$$

яғный оның тезлігі сүйкеліссіз қозғалатуғын дененің тезлігінен $\sqrt{\frac{3}{2}} = 1,23$ есе киши болады екен.

Шар үшін $I = \frac{2}{5} mR^2$. Буннан

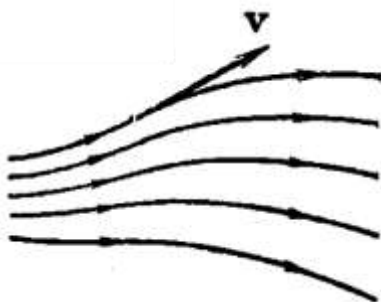
$$v = \sqrt{\frac{10gh}{7}}$$

шамасына ийе боламыз, яғный сырғанақ денеге салыстырғанда $\sqrt{\frac{7}{5}} = 1,18$ есе кем болады екен.

VI БАП

Сұйықтықтың қозғалысы

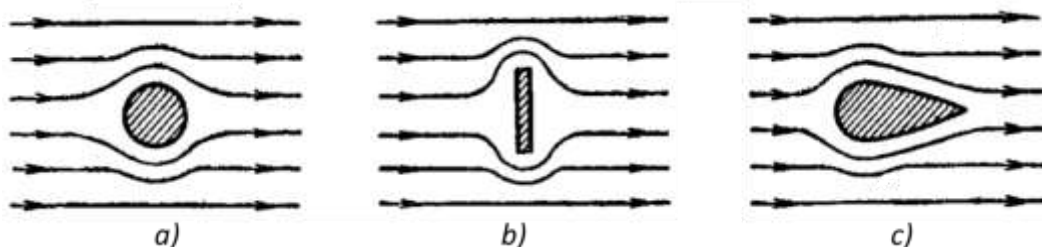
§ 40. Идеал сұйықтықтың қозғалысы. Ағыстың сызықтары хәм трубкалары. Усы ұақытларға шекем биз денелердің бир бирине салыстырғандағы орын алмастырыўына, ал қатты денелер болған жағдайларда белгили болған көшердің дөгеригиндеги айланыўына алып келинетуғын қозғалысларды қарадық. Бирақ, бир денениң хәр қыйлы бөлимлериниң бир бирине салыстырғандағы орын алмастырыўларына алып келинетуғын қозғалыслардың болыўы мүмкин; бундай жағдайда, егер денениң үзликсиз хәм шексиз үлкен деп қараўға болатуғын болса, онда оны *тутас орталық* деп атайды. Серпимли қатты дене тутас орталыққа мысал бола алады. Бундай жағдайда қатты денениң бир бөлиминиң екинши бөлиmine салыстырғандағы жылысыўларының хәм тербелислериниң (толқынлар) пайда болыўы мүмкин; тутас орталық сыпатында ағыслар пайда болатуғын қысылмайтуғын сұйықтықтың алыныўы мүмкин; соның менен бирге ағыслар да, тербелислер де пайда бола алатуғын қысылмайтуғын сұйықтықлар менен газлер де тутас денелер болып табылады. Сұйықтықтың қозғалысларын үйренетуғын механиканың бөлимин *гидродинамика* деп атайды.



90-сұйрет.

Сұйықтық ағысының сызықтары.

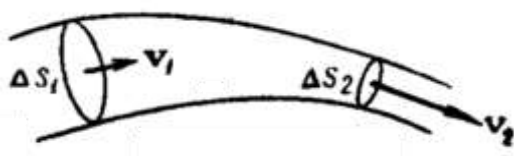
Сұйықтықтың қозғалысын қараўдың барысында көплеген жағдайларда сол сұйықтықты жеткиликли дәрежедеги жақынласыўда абсолют қысылмайды деп хәм оның бир бөлиминиң екинши бөлиmine салыстырғандағы қозғалысының сүйкелис күшлериниң пайда болыўы менен байланыслы емес (ишки сүйкелис ямаса жабысқақлық жоқ) деп есаплаўға болады. Усындай болған *абсолют қысылмайтуғын* хәм *абсолют жабысқақ емес* сұйықтықты *идеал* сұйықтық деп атайды. "Идеал сұйықтық" тек ҳақыйқый сұйықтықларға жақсы жақынласыў ғана болып табылады.



91-сұйрет. Сұйықтық ағысының сызықтары.

Сұйықтықтың қозғалысын базы бир есаплаў системасына қарата анықлаймыз. Бундай жағдайда хәр бир бөлекшеге өзиниң тезлик векторы сәйкес келеди. Бундай жағдайда барлық сұйықтық *тезлик векторының майданынан* тұрады деп айтады. Тезлик векторының майданында хәр бир ноқаттағы бөлекшениң тезлигине урынба болған

сызықты өткеріуге болады (90-сұйрет). Бундай сызықтар *ағыс сызықтары* деп аталады. Ағыс сызықтарын өткергенде мынадай тәртіпти сақлайды: сұйықтың ағысы үлкен болған орынларда сызықтардың тығызлығы үлкен, ал сұйықтың әстерек ағып тұрғанда сызықтар сийрек жайласады. Егер ағыс тұрақты (стационар) болса, онда сұйықтың хәр бир нокаттағы тезлиги ўақыттан ғәрезсиз тұрақты болады. Бундай жағдайда ағыс сызықтары да өзгериссиз қалады хәм сұйықтың айырым бөлекшелериниң траекторияларына сәйкес келеди. Сұйықтың ағыс сызықтарын көзге көринетуғын етиўге болады. Оның ушын сұйықтың ағысына азмаз бояў ямаса сұйықтың жүзип жүретуғын бөлекшелерди қосыў керек. 91-а, б, с сұйретлерде сұйықтың ағыстың алдына қойылған дөңгелек цилиндрди, пластинканы хәм балықтың формасындай болған формаға ийе болған денени айланып өтиўи көрсетилген.



92-сұйрет.

Сұйықтың ағысының трубкасы.

Ағыс сызықтары менен шекленген сұйықтың бөлимин *тоқ трубкасы* деп атайды. Қозғалыстың барысында тоқ трубкасының базы бир кесиминде жайласқан барлық бөлекшелер сол трубканың ишинде қозғалады хәм оннан шықпайды. Соның менен бирге басқа бөлекшелер тоқ трубкасының ишине кирмейди. Ағыс трубкасын аламыз хәм оның кесимине нормал бағыттағы ΔS_1 хәм ΔS_2 кесимлерин аламыз (92-сұйрет). Ыақыт бирлигинде ΔS_1 кесими арқалы көлеми $v_1 \Delta S_1$ шамасына тең сұйықтың ағып өтеди. Бул аңлатпада v_1 арқалы ΔS_1 кесими алынған орындағы сұйықтың тезлиги белгиленген. Ыақыт бирлигинде ΔS_2 кесими арқалы көлеми $v_2 \Delta S_2$ шамасына тең сұйықтың ағып өтеди. Бул аңлатпада v_2 арқалы ΔS_2 кесими алынған орындағы сұйықтың тезлиги белгиленген. Қысылмайтуғын сұйықтың болған жағдайда ўақыт бирлигинде ΔS_1 кесими арқалы қаншама сұйықтың ағып өтсе, ΔS_2 кесими арқалы да тап соншама сұйықтың ағып өтеди. Буннан

$$v_1 \Delta S_1 = v_2 \Delta S_2$$

теңлигине ийе боламыз. Бул теңлик барлық кесимлер ушын тұрыс болып табылатуғын болғанлықтан Ағыстың трубкасы ушын улыўма түрде

$$v \Delta S = \text{const}$$

түриндеги аңлатпаны жаза аламыз, яғный берилген ағыс ушын қысылмайтуғын сұйықтың тезлиги менен трубканың кесе-кесими менен көбеймеси тұрақты шама болады. Бул қатнас *ағыстың үзилмеслиги теоремасы* атамасы менен белгили.

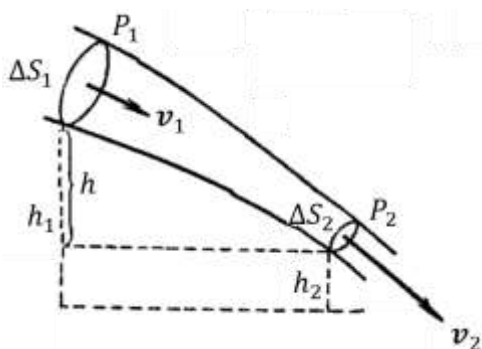
Қандай да бир ҳақыйқый най (труба) арқалы қысылмайтуғын хәм жабысқақ емес сұйықтың ағысында найдың көлеми ағыстың трубкасының көлемине сәйкес келеди. Буннан ағыстың үзилместик теоремасы бойынша найдың кесе-кесими үлкен болған жағдайда сұйықтың әстерек, ал най жиңишке болған орынларда сұйықтың тезирек ағатуғынлығы келип шығады.

Ағыстың бағытында кесе-кесими кемейетуғын ағыс трубкасын көз алдымызға елеслетейик; ағыс трубкасының жиңишке болған бөлиминде келгенде сұйықтың тезирек аға баслайды, яғный ол тезлениў алады. Усыған сәйкес трубканың кесе-кесими киши болған бөлиминде сұйықтың аққанда, оған трубканың жуўан болған бөлиминдеги сұйықтың тәрeпинен базы бир күш тәсир етеди. Сұйықтың көлеминиң ишинде пайда болатуғын ұсындай күш сұйықтың хәр қыйлы бөлимлердеги басымлардың айырмасынан пайда болады. Күш трубканың жиңишке бөлиминде қарай бағытланған болғанлықтан трубканың

кең бөліміндегі басымның жиңишке бөліміндегі басымнан үлкен болатуғынлығы келип шығады. Ағыс трубкасының жиңишкерген орынларында басым киши.

p басым дегенде сан мәнісі базы бир майданға перпендикуляр бағытта тәсир ететүғын f күшинің ұсы ΔS майданының шамасына қатнасына тең болған шамаға айталатуғынлығын еске саламыз.

Дәслепп кесе кесими ΔS_1 шамасына тең, ал кейин кесе-кесими ΔS_2 шамасына тең болған най арқалы оң тәрепке қарай ағып тұрған сұйықтықтың белгили болған Δm массасын айырып аламыз (93-сүүрет). ΔS_1 кесиміндегі сұйықтықтың тезлигин v_1 хәм басымын p_1 , ал ΔS_2 кесиміндегі сұйықтықтың тезлигин v_2 хәм басымын p_2 арқалы белгилеймиз. Усының менен бирге найды горизонт бағытында емес, ал қандай да бир қыялық пенен жайласқан деп болжайық; ΔS_1 кесиминің бийиклигин h_1 , ал ΔS_2 кесиминің бийиклигин h_2 арқалы белгилеймиз. Массасы Δm болған сұйықтық аққанда жұмыс орынланады, себеби сұйықтықтың ұсындай массасына сұйықтықта p басымының бар болыуына байланыслы күш тәсир етеди.



93-сүүрет.

Сұйықтықтың ағыс трубкасы.

Мейли E_1 шамасы массасы Δm болған сұйықтықтың ΔS_1 кесими арқалы ағып атырғандағы толық энергиясы хәм тап сол сыяқлы E_2 шамасы массасы Δm болған сұйықтықтың ΔS_2 кесими арқалы ағып атырғандағы толық энергиясы болсын. Энергияның сақланыу нызамы бойынша энергияның өсими болған $E_2 - E_1$ шамасы массасы Δm болған сұйықтықта ΔS_1 кесиминен ΔS_2 кесимине шекем көширгенде исленген жұмысқа тең:

$$E_2 - E_1 = A. \quad (1)$$

E_1 хәм E_2 энергиялары массасы Δm болған сұйықтықтың кинетикалық хәм потенциаллық энергияларының қосындысынан турады:

$$E_1 = \frac{\Delta m \cdot v_1^2}{2} + \Delta m \cdot g h_1, E_2 = \frac{\Delta m \cdot v_2^2}{2} + \Delta m \cdot g h_2.$$

A жұмысының ΔS_1 кесими менен ΔS_2 кесими арасындағы массасы Δm болған сұйықтықты Δt ўақыты ишінде жылыстырыу үшін исленген жұмысқа тең екенлигине исениу қыйын емес. Сұйықтықтың биринши кесиміндегі Δm массаның екнши кесимге шекем жылыстырыу үшін оның $\Delta l_1 = v_1 \Delta t$ шамасына тең ұзынлықты, ал екнши кесим тұрған орындағы сондай массаның $\Delta l_2 = v_2 \Delta t$ ұзынлығына орын алмасыуы керек. Сайлап алынған ўастанканың еки шетине түсетүғын күшлер сәйкес $f_1 = p_1 \Delta S_1$ хәм $f_2 = p_2 \Delta S_2$ шамаларына тең. Биринши күштиң белгиси оң, себеби ол сұйықтықтың қозғалыу бағыты менен бағытлас. Екнши күштиң белгиси терис, себеби ол кесимнің оң тәрепиндегі сұйықтық тәрепинен сұйықтықтың қозғалыс бағытына қарама-қарсы бағытта тәсир ететүғын күш болып табылады. Усының нәтийжесинде мынаған ийе боламыз:

$$A = f_1 l_1 + f_2 l_2 = p_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t - p_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t.$$

E_1 , E_2 хәм A ның мәніслерин (1)-аңлатпаға қойып төмендегидей теңликти аламыз:

$$\frac{\Delta m \cdot v_2^2}{2} + \Delta m \cdot g h_2 - \frac{\Delta m \cdot v_1^2}{2} - \Delta m \cdot g h_1 = p_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t - p_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t$$

$$\frac{\Delta m \cdot v_1^2}{2} + \Delta m \cdot gh_1 + p_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t = \frac{\Delta m \cdot v_2^2}{2} + \Delta m \cdot gh_2 + p_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t. \quad (2)$$

Ағыстың үзілмеслиги нызамы бойынша массасы Δm болған сұйықтың көлемі тұрақты болып қалады:

$$dV = \Delta S_1 v_1 \Delta t = \Delta S_2 v_2 \Delta t.$$

(2)-теңликтің оң хәм шеп тәрептерин ұсы dV көлеміне бөліп хәм $\Delta m/dV$ қатнасының сұйықтың тығызлығы ρ екенлігін аңғарып мынадай аңлатпаға ийе боламыз:

$$\frac{\rho \cdot v_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1 = \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2 \quad (3)$$

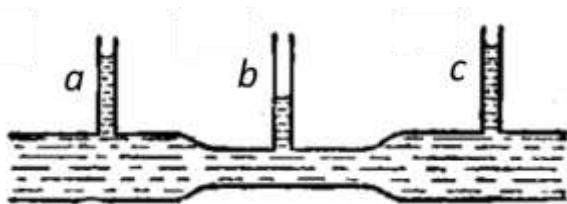
теңлемесіне ийе боламыз.

Бұл теңлеме биринши рет атақты физик хәм математик, Петербург академиги Даниил Бернулли (1700-1782) тәрепинен келтиріп шығарылды. Бұл теңлемени *Бернулли теңлемесі* деп атайды.

Горизонт бағытында жайласқан трубка үшін ($h_1 = h_2$) Бернулли теңлемесі

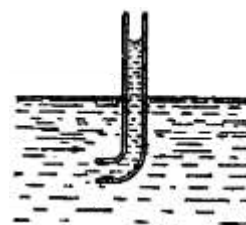
$$\frac{\rho \cdot v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + p_2 \quad (3a)$$

түріндегі теңлемеге айланады. Бұл (3a) теңлемесінен хәм ағыстың үзілмеслиги нызамынан горизонт бағытында жайласқан найдағы ұсы най жиңишке орынларда сұйықтың тезлигинің най жууан болған орынлардағы тезлигінен үлкен болатуғынлығы келип шығады. Бұл жағдайдың дурыс екенлігін най бойлап бир қатар a, b, c монометрлик найларды қойыу жолы менен тексеріп көріуге болады (94-сұйрет). Бұл найлардағы сұйықтың қаддиниң бийиклиги найдағы басым p ны өлшейди. Бернулли нызамына сәйкес, тәжірийбелер найдың жиңишке бөлімінде жайласқан b найындағы сұйықтың қаддиниң найдың жууан участкаларында орналастырылған найлардағы сұйықтың қаддинен төмен болатуғынлығын көрсетеди.



94-сұйрет.

Басымның найдың кеңлігінен ғәрезлиги.



95-сұйрет.

Пито түтікшесі

Егер сұйықтың ағысына ұшы ағыстың бағытына қарама-қарсы болған қозғалмайтуғын монометрлик найды орналастырса (95-сұйрет, "Пито түтікшесі"), онда ағыс сызықтары ұсы найға жақын орынларда өзгеріске ұшырайды. Тесиктің алдындағы сұйықтың тезлиги нолге тең болады. Бұл жағдай үшін (3a) формуланы қолланып хәм $v_2 = 0$ деп болжап, мынаны аламыз:

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2}.$$

Тесиги ағысқа қарап тұрған монометрлик най p_2 басымын өлшейди, ал жоқарыда көриніп тұрғанындай, p_2 басымы p_1 басымы менен $\frac{\rho \cdot v_1^2}{2}$ ниң қосындысынан тұрады (p_1 басымын сұйықтың пенен бирге қозғалатуғын монометр өлшеген болар еди). p_2 ни өлшеу арқалы p_1 ди билип ағыстың тезлиги v_1 ди анықлауға болады. Гейпара жағдайларда $\frac{\rho \cdot v_1^2}{2}$ шамасын "динамикалық басым" деп атайды.

Ағыстың тезлиги үлкен болғанда найдың жиңишке участкаларында p басымның

шамасы терис бола алады. Бундай жағдайда найдың жиңишке участкаларындағы ағыс хәр тәрелтеме керилиў ҳалында болады. Егер, найдың кең болған участкасындағы басым атмосфералық болса, онда жиңишке участкадағы басым атмосфералық басымнан киши. Бундай жағдайда ағыс сорыўшы тәсир жасайды. Усындай сорыўшы тәсирге бир қанша әсбаплардың ислеў принципи тийкарланған (мысалы, пульверизатордың хәм ишинде сұй ағып туратуғын насостың). Усындай, ишинде сұй ағып туратуғын насостың схемасы 96-сұўретте келтирилген. Найдың жиңишкертилген ушынан үлкен тезлик пенен шығатуғын сұй ҳаўаның көбиклерин жутады хәм оларды өзи менен алып келеди.

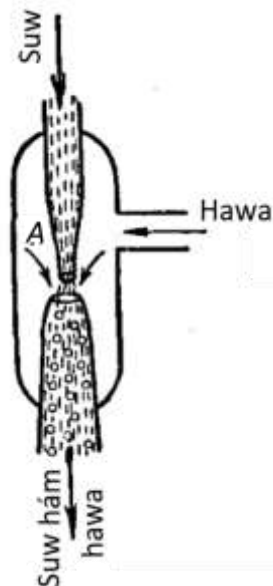
Бернулли теңлемесиниң жәрдемине сұйықтықтың тесиктен ағып шығыў тезлигин есаплаўға болады. Егер ыдыс кең, ал тесик киши болса (97-сұўрет), онда ыдыстағы сұйықтықтың тезлиги киши хәм ағыстың барлығын ағыстың бир найы деп қараўға болады. Жоқарғы кесимдени басым (AB бетинде) менен төменги кесимдеги басым (a тесигиниң қасындағы) бирдей хәм p_0 атмосфералық басымға тең. Сонлықтан (3)-Бернулли теңлемесинен

$$\frac{v_1^2}{2} + g(h_1 - h_2) = \frac{v_2^2}{2} \quad (36)$$

түриндеги тенлемени аламыз. Егер биз сұйықтықтың ағысындағы $v_1 = 0$ тезлигин қабыл етсек хәм $h_1 - h_2 = h$ теңлигин қабыл етсек (97-сұўрет), онда

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

аңлатпасына ийе боламыз, яғный бундай жағдайда ыдыстағы сұйықтықтың бетиниң қәддинен h шамасына тең төменде жайласқан тесик арқалы сұйықтықтың ағып шығыў тезлигиниң тап сондай бийикликтен еркин түскен денениң тезлигине тең болатуғынлығын көремиз.



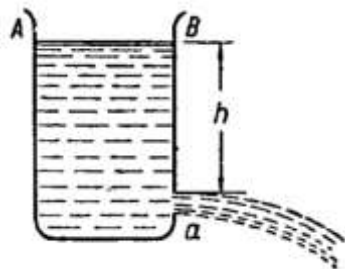
96-сұўрет.
Ишинде сұй ағып туратуғын насостың
схемасы

§ 41. Ағып турған сұйықтық үшін қозғалыс мұғдарының сақланыў ызамын қолланыў. Қәлеген қозғалыўшы денеге қолланған сыяқлы қәлеген ағып турған сұйықтыққа қозғалыс мұғдарының сақланыў ызамын қолланыўға болады (20-параграф). Егер сұйықтықтың көлеминиң қозғалыс мұғдары $\Delta K' = m\Delta v$ шамасына өзгеретуғын болса, онда усы сұйықтық тийисетуғын сұйықтықтың басқа көлеминиң ямаса қатты денениң қозғалыс мұғдары $\Delta K' = -\Delta K$ шамасына өзгериўи керек. Сұйықтықтың қозғалысы үшін қозғалыс мұғдарының моментиниң сақланыў ызамын да қолланыўға болады (37-параграф).

Бул ызамларды қолланыў бир қанша мәселелерди, мысалы ағыўшы сұйықтықтың

ыдыстың дийўалына реакциясы мәселесин шешиўге мүмкиншилик береді.

Егер суйықлық ыдыстағы a тесигинен сыртқа қарай ағатуғын болса (97-сўўрет), онда оның тезлиги артады хәм ол базы бир қозғалыс муғдарына ийе болады. Егер сыртқы күшлер болмайтұғын болса, онда ыдыс-суйықлық системасының улыўмалық қозғалыс муғдарының өзгериссиз қалыўы керек. Сонлықтан ыдысқа сан мәниси ағыс тәрeпинен алынған қозғалыс муғдарының шамасына тең қозғалыс муғдары бериледи. Ыдыс ағыстағы суйықлықтың қозғалысының бағытына қарама-қарсы болған бағытта қозғалысқа келиўи керек. Хәқыйқатында да, егер ыдысты оның еркин қозғалыўына мүмкиншилик беретұғын арбаның үстине жайластырсақ, онда арба ыдыстан сўўдың ағыўы менен бирге усы ағыстың бағытына қарама-қарсы бағытта қозғала баслайды.



97-сўўрет.

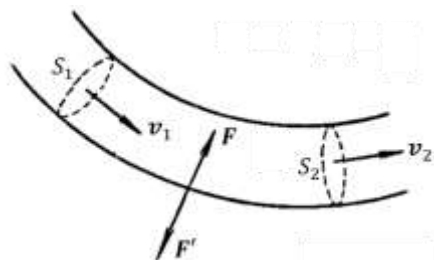
Ыдыстың қаптал бетиндеги тесик арқалы суйықлықтың сыртқа қарай ағыўы.

Сыртқа шығатуғын ағыстың реакциясы реактивли снарядларда хәм реактивлик двигателлерде қозғалтыўшы күш сыпатында пайдаланылады.

Ескиш винтлердің тәсири де қозғалыс муғдарының сақланыў ызамамына тийкарланған. Пароходтың финти сўўдың артқа қарай қозғалысын пайда етеди, усыған сәйкес винт тәрeпинен артқы тәрeпке қарай ийтерилип тасланған сўўдың ағысы базы бир қозғалыс муғдарына ийе болады. Қозғалыс муғдарының сақланыў ызамамы бойынша тап сондай шамадағы қозғалыс муғдарын пароходтың өзи де алады. Самолёттың пәрриги де тап сондай принцип пенен хызмет етеди; бундай жағдайда механикалық көз-қараслар менен қарағанда хәўаны (қысылатуғын) суйықлық түринде қарайға болады.

98-сўўрет.

Майысқан най арқалы ағып атырған суйықлық найға F реакция күши менен тәсир етеди.



Қозғалыс муғдары векторлық шама болып табылады, сонлықтан суйықлықтың базы бир көлеминиң қозғалыс муғдарының өзгериси тек тезликтің сан шамасы өзгерген жағдайда ғана емес, ал тезликтің бағыты өзгергенде де орын алады.

Суйықлық майысқан най бойынша тезлигиниң сан мәниси v тұрақлы қалатуғындай болып қозғалғанда (98-сўўрет), суйықлықтың қәлеген көлеминиң қозғалыс муғдары суйықлық ағысының трубкасының майысыўының салдарынан үзликсиз түрде өзгереді. Δt ўақыты ишинде найдың S_1 кесими арқалы муғдары $m = \rho S_1 v_1 \Delta t$ шамасына тең болған суйықлық ағып өтеди. Бул теңликте ρ арқалы суйықлықтың тығызлығы, ал v_1 арқалы оның тезлигиниң сан мәниси белгиленген.

Бул массаның қозғалыс муғдары

$$K_1 = \rho S_1 \cdot v_1 \Delta t$$

шамасына тең. Бул теңликте v_1 арқалы S_1 кесими арқалы ағып атырған суйықлықтың

массасына тең. Найддың S_2 кесиміндегі сұйықтың сол массасының қозғалыс мұғдары

$$K_2 = \rho S_2 \cdot v_2 \Delta t$$

шамасына тең. Мейли найддың кесими тұрақты болсын: $S_1 = S_2$. Бұндай жағдайда $v_1 = v_2 = v$ хәм қозғалыс мұғдарының өзгерісі үшін

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \rho S v (v_2 - v_1) \Delta t \quad (1)$$

аңлатпасын аламыз.

Қозғалыс мұғдарының бұл өзгерісі найддың дийұаллары тәрәпинен сұйықтыққа тәсир ететұғын күшлердің импульсіне тең. Сұйықтыққа тәсир ететұғын қосынды күшти K арқалы белгилеп, (1)-формула бойынша

$$F \cdot \Delta t = \Delta K = \rho S v (v_2 - v_1) \Delta t$$

аңлатпасын хәм оннан

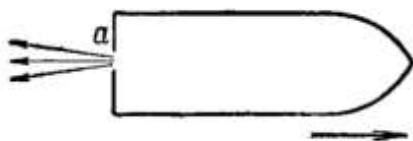
$$F = \rho S v (v_2 - v_1) \quad (2)$$

теңлігіне ийе боламыз. Ньютонның үшінші нызамы бойынша сан мәнісі бойынша F күшіне тең болған, бірақ бағыты бойынша қарама-қарсы болған F_1 күші ағып тұрған сұйықтық тәрәпинен найддың дийұалларына тәсир етеді.

Солай етип, майысқан найда ағып атырған сұйықтық найға реакция күші болған F_1 күші менен тәсир етеді (98-сұйрет). Бұл күштиң бағыты найддың майысыу бағытына қарама-қарсы.

Ағып тұрған сұйықтың майысқан найддың дийұалына түсіретұғын реакциясы суу хәм пүү турбиналарында пайдаланылады. Сұйықтың ямаса пүүдың ағысы турбинаның дегершигинің майысқан каналлары арқалы өткенде реакция күшлерін пайда етеді хәм бұл күшлер турбинаның дегершигинің айланыуын жүзеге келтиреді.

Басқа конструкцияларда сұйықтың ямаса пүүдың ағысы қозғалмайтуғын найдан шығады хәм турбинаның дегершигинің қалақларына келип түседі. Қалақлар сұйықтың ямаса пүүдың ағысының бағытын өзгертеді хәм соның нәтижесінде ағыс өзінің қозғалыс мұғдарын өзгертеді. Бұндай жағдайда қалақтарға тәсир ететұғын реакция күшлері турбинаның дегершигинің айланыуын болдырады. Сұйықтың ямаса пүүдың ағысы өзінің қозғалыс мұғдарын қаншама күшли өзгертетұғын болса, онда күшлердің моменти де соншама үлкен болады. Сонлықтан турбинаның дегершиклерінің қалақларына ұсындай қалақтың қасынан ағыудың (қалаққа ұрылмастан) нәтижесінде ағыс мүмкін болғанынша өзінің тезлігін күшли өзгертетұғындай форма бериледі.



99-сұйрет.
Реактив снаряд.

Шығатуғын ағыстың реакциясы реактивтік қозғалыста, мысалы ракеталарда хәм ракеталық снарядларда қолланылады. Ракетаның камерасында партланыушы араласпаның жаныуы болдырылады. Бұндай жағдайда пайда болатұғын газлер снарядтың артқы тәрәпиндегі арнаулы а соплосы арқалы ұшып шығады (99-сұйрет). Ұшып шығушы газлердің тезлігі үлкен болғанлықтан, газ тәрәпинен алынатуғын қозғалыс мұғдарының шамасы үлкен. Қарама-қарсы бағытланған қозғалыс мұғдарын ракетаның өзі алады. Ұсының нәтижесінде ракетаның алға қарай қозғалысы жүзеге келеді.

Ракетаға тезлік беріу үшін ұсы ракетаның басқа денелер ямаса қоршаған орталық пенен өз-ара тәсирлесіуі талап етилмейді. Сонлықтан ракета қауасыз кеңістікте де қозғала алады.

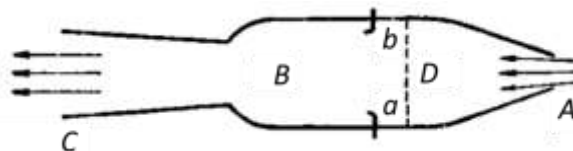
Атақты совет ойлап табыушысы У. Э. Циолковский (1857-1935) реактив қозғалысты пайдаланудың пионери болып табылады. Ол тек реактив қозғалысты есеплаудың

тийкарын ғана берип қоймай, атмосфераның жоқарғы қатламлары менен космос кеңлигин изертлеу үшін арналған ракеталардың конструкцияларын да усинды.

Хәзирги ўақытлары Жердин жасалма жолдаслары менен космослық ракеталар көп басқышлы ракеталардың жәрдемінде орбитаға шығарылады. Себеби бир басқышлы ракета болған жағдайда космослық тезлик берилетуғын массаның шамасы дым үлкен болған болар еди. Көп басқышлы ракетаның принципи К. Э. Циолковский тәрәпинен усинылды. Ракета химиялық жанылғыны пайдаланады хәм ракетаның хәр бир басқышы жанылғы хәм окислеуши ушын өзиниң баклерине ийе болады. Үш басқышлы ракетаның қозғалысының схемасын қараймыз. Дәслеп биринши басқыштың двигателиндеги жанылғының жаныўы болдырылады. Усының нәтийжесинде ракета тутасы менен қозғалысқа келеди. Биринши басқыштың жанылғысының пайдаланылып болыўы менен ракета екинши басқыш двигателиниң есабынан қозғалысын даўам етеди. Екинши басқыштағы двигателдинң жұмыс ислеўиниң тоқтаўы менен массасы ракетаның өзиниң массасынан әдеўир киши болған үшінши басқыштағы двигатель ислеи баслайды. Усының нәтийжесинде дәслепкидей реактив күштиң тәсиринде алынатуғын тезлениўдинң есабынан ракета үлкен тезликлерге ийе бола алады.

Жоқарыда келтирилген ракеталық принцип пенен бир қатарда хәзирги ўақытлары ҳаўа-реактивлик двигателлерде қолланылатуғын реактив қозғалыстың басқа да принципи пайдаланылады. Пульсацияланатуғын ҳаўа-реактивлик двигателдинң схемасы 100-сўүретте келтирилген. Двигателдинң ең алдыңғы бөлиминде ҳаўаны сорыйтуғын *A* диффузоры жайласқан. Диффузор арқалы келип түсетуғын ҳаўа *D* клапанлар системасы арқалы жаныў камерасы *B* ға келип түседи. Жанылғы жаныў камерасына *a* хәм *b* форсункалары (бүркиўшилери) арқалы өтеди; жаныўдың алдында клапанлар жабылады. Жанылғы жанып ҳаўаны қыздырады, жаныўдың салдарынан пайда болған ҳаўа менен газлердинң араласпасы двигателдинң *C* соплосы арқалы үлкен тезлик пенен шығады. Двигателге келип түсетуғын хәм оннан шығатуғын ағыслардың улыўмалық қозғалыс муғдлары үлкейеди. Қозғалыс муғдарының сақланыў нызамы бойынша двигателдинң өзи алға қарай бағытланған, ал шамасы ағыслардың қозғалыс муғдарының үлкейиўине тең болған қозғалыс муғдарына ийе болады.

100-сўүрет.
Ҳаўа-реактив двигатель.



Хәзирги ўақытлардағы авиациялық реактив двигателлерде жанылғының жаныўы ушын зәрүрли болған ҳаўа арнаўлы насослардың жәрдемінде бериледи. Насос жаныў камерасынан шыққан газдинң есабынан ислеитуғын турбина тәрәпинен қозғалысқа келтириледи. Ағыстың реактивлик тәсири двигателдинң алға қарай жылжыўды тәмийинлейди. Бундай двигателди турбореактивли двигатель деп атайды. Авиациялық турбореактивли двигатель әдеттеги реактив двигателден мынадай айырмашылығы бар: бундай двигателде жанылғының жаныўы ушын атмосфералық ҳаўадағы кислород, ал әдеттеги реактив двигателде болса өзиниң ыдысында сақланатуғын окислеуши зат пайдаланылады. Усының салдарынан турбореактивли двигатель ушын пайдаланылатуғын жанылғының массасы реактив двигателде пайдаланылатуғын жанылғының улыўмалық массасынан әдеўир кем. Турбореактивли двигателдинң бул артықшылығы оны самолетлар ушын әпиўайы реактив двигателге салыстырғанда үлкен утымлы етеди. Бирақ турбореактивли двигатель атмосфераның тығызлығы жүдә киши болған жоқары бийикликлерде жұмыс ислеи алмайды. Ол Жер атмосферасының сыртындағы ушыўлар

ушын жарамсыз.

Ракеталардың қозғалысының есапланыуы үшін И. В. Мещерскийдің (1859-1935) жұмыстары үлкен әмелий әхмийетке ийе. Ол биринши болып массасы ұақыттың өтиуі менен өзгеретуғын (массаларды қосқанда үлкейетуғын ямаса бир қанша массасы алыныудың себебинен киширейетуғын) денелердің қозғалыс теориясын ислеп шықты. И. В. Мещерский массасы өзгермели хәм m шамасына тең болған илгерилемели қозғалатуғын дене ушын төмендегидей қозғалыс теңлемесиниң орын алатуғынлығын көрсетти:

$$\frac{d}{dt}(mv) = F + \frac{dm_1}{dt} \cdot v_1 - \frac{dm_2}{dt} \cdot v_2. \quad (3)$$

Бұл теңлемеді v арқалы денениң қозғалысы, F арқалы сыртқы күшлердің бас векторы, m_1 арқалы денеге қосылатуғын масса, m_2 арқалы денеден ажыралып шығатуғын масса, v_1 хәм v_2 арқалы сол массалардың тезликлери белгиленген. Егер v_1 менен v_2 шамалары нолге тең болса, онда бұл теңлеме төмендегидей теңлемеге айланады:

$$\frac{d}{dt}(mv) = F.$$

Бұл теңлеме 20-параграфтағы (8а) теңлемелери системасына эквивалент.

Реактив қозғалысты үйренгенде (бұл жағдайда тек бөлинип шығатуғын массалар болады) (3)-теңлемени мынадай түрге келтирген қолайлы:

$$mw = F + \frac{dm_2}{dt} \cdot (v - v_2).$$

Бұл теңлемеді w арқалы денениң тезленийі белгиленген. Егер сыртқы күшлердің бас векторына денениң салыстырмалы тезлиги менен ажыралып шығатуғын массаның тезликлериниң айырмасы ажыралып шығатуғын массаның ұақыт бойынша түүындысы менен көбеймеси болған $\frac{dm_2}{dt} \cdot (v - v_2)$ шамасын қоссақ, онда бұл соңғы қатнас әдеттеги қозғалыс теңлемесине сәйкес келетуғынлығын аңғарыуға болады.

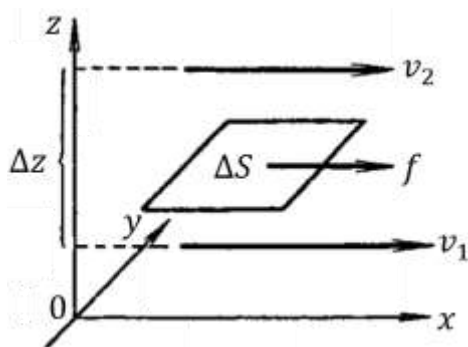
§ 42. Жабысқақ сұйықтықтың қозғалысы. Тәбиятта бар барлық сұйықтықтарда бир қатламның екінши қатламға салыстырғандағы жылысыуында белгили бир шамадағы сүйкеліс күшлери пайда болады. Тезирек қозғалатуғын қатлам тәрәпинен әстелеу қозғалатуғын қатламға тезлетіуіш күш тәсир етеди. Керисинше, әстерек қозғалатуғын қатлам тәрәпинен тезирек қозғалатуғын қатламға иркиуіш күш тәсир етеди. *Ишки сүйкеліс күшлери* деп аталатуғын бұл күшлер қатламлардың бетине урынба бағытта бағытланған. Егер биз қарап атырған қатламның бети ΔS қаншама үлкен болса онда ишки сүйкеліс күшлери f тиң шамасы да соншама үлкен болады. Бұл күшлердің шамасы қатламнан қатламға өткенде ағыстың тезлиги v ның өзгериуінің шамасынан да ғәрезли. Мейли бир биринен Δz қашықтығында тұрған еки қатлам (101-сүүрет) сәйкес v_1 хәм v_2 тезликлери менен ағатуғын болсын. $v_1 - v_2 = \Delta v$ белгилеуін пайдаланамыз. Қатламлар арасындағы қашықтық Δz есапланатуғын бағыт қатламлардың ағыуының тезлигине перпендикуляр. Бир қатламнан екінши қатламға өткенде тезликтің қаншама тезлик пенен өзгеретуғын көрсететуғын $\Delta v / \Delta z$ шамасын *тезликтің градиенти* деп атайды. Ишки сүйкеліс күши f тезликтің градиентине түүры пропорционал, сонлықтан

$$f = \eta \frac{\Delta v}{\Delta z} \cdot \Delta S. \quad (1)$$

Сұйықтықтың тәбиятынан ғәрезли болған η шамасы *ишки сүйкеліс коэффициенти* ямаса *сұйықтықтың жабысқақтық коэффициенти* деп аталады. Жабысқақтық коэффициенти қаншама үлкен болса, сұйықтық идеал сұйықтықтан үлкен айырмаға ийе хәм бундай сұйықтықта пайда болатуғын ишки сүйкеліс күшлериниң мәніси үлкен болады.

Жабысқақтықтың өлшеминиң $L^{-1}MT^{-1}$ екенлигин аңсат аңғарыуға болады. Нәтийжеде SGS системасында жабысқақтық $cm^{-1} \cdot g \cdot sec^{-1}$ бирлигине ийе болады. Жабысқақтықтың бұл

бирлиги француз алымы Пуазейлдің құрметінен *пуаз* деп аталады.



101-сүрет.
Ишки сүйкеліс күшлерінің пайда болуы.

Сұйықтың жабысқақтығы температурадан күшті әреэзлі: температураның төменлеуі менен жабысқақтың мәнісі кишірейеді. Мысалы, 0°C температурадағы сұйдың жабысқақтығы $\eta_0 = 0,01775 \text{ см}^{-1} \text{ г сек}^{-1}$ шамасына, ал 90°C температурада $\eta_{90} = 0,00320 \text{ см}^{-1} \text{ г сек}^{-1}$ шамасына тең. Майлардың жабысқақтығының температурадан әреэзлігі айрықша күшлі. Мысалы, температура 18°C дан 40°C ға шекем көтерілгенде кастор майының жабысқақтығы дерлік төрт есе кишірейеді. Төменде базы бир сұйықтар ушын жабысқақтық коэффициенттерінің мәнісі келтірілген:

Сұйықтық	Пуазлардағы жабысқақтық коэффициенті		
	T = 0°C	T = 15°C	T = 99°C
Су	$1,8 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$0,29 \cdot 10^{-2}$
Сынап	$1,7 \cdot 10^{-2}$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$
Эфир	$0,29 \cdot 10^{-2}$	$0,25 \cdot 10^{-2}$	-
Глицерин	46	15	-

Газлердің ағысын сұйықтың ағысы түрінде қарауға болады. Бирақ, бириншіден, газлердің жабысқақтық коэффициенттерінің мәнісі газлердің жабысқақтық коэффициенттерінің мәнісінен әдеуір киші хәм, екіншіден, газлердің қысылатуынлығын есапқа алыу керек болады. Температураның жоғарылауы менен газлердің жабысқақтығы сұйықтардағыдай болып кишіреймейді, ал үлкейеді. Бул төмендегі кестеде көриніп тұр:

Газ	Пуазлардағы жабысқақтық коэффициенті		
	T = 0°C	T = 15°C	T = 99°C
Водород	$86 \cdot 10^{-6}$	$89 \cdot 10^{-6}$	$106 \cdot 10^{-6}$
Су пұы	$90 \cdot 10^{-6}$	$97 \cdot 10^{-6}$	$131 \cdot 10^{-6}$
Хауа	$171 \cdot 10^{-6}$	$181 \cdot 10^{-6}$	$220 \cdot 10^{-6}$
Аргон	$210 \cdot 10^{-6}$	$221 \cdot 10^{-6}$	-

П. Л. Капица тәрәпинен сұйық гелийдің шама менен —271°C температурада "аса аққышлық" халына өтетуынлығын ашылды. Бундай халда оның жабысқақтығы әмелий жақтан нолге тең. Жуқа капиллярлар хәм саңлақлар арқалы өтуін бақлаулар аса аққышлық халында тұрған гелийдің жабысқақтығының 10^{-11} пуаздан кем екенлігін көрсетті. Аса аққышлық халына өткен сұйық гелийди "гелий II" деп атайды. Әдеттегі гелийдің ("гелий I" дің) гелий II халына өтуі екінші әулад фазалық өтуі деп аталатуын фазалық өту болып табылады. Бундай өтулерде заттың гейпара қасиеттері (мысалы, жабысқақтығы) секирмели түрде, ал басқа қасиеттері (мысалы, пұдың серпимлігі)

үзлексіз өзгереді. Аса аққышлық қалына гелийдің тек тийкарғы изотопы болған He^4 ғана өтеді.

Аса аққышлық басқа да тек өзіне тән болған қубылыстардың жүзеге келиуіне алып келеді: сұйық гелийде температуралық градиенттер бар болған жағдайда үлкен интенсивлікке ийе ағыстар пайда болады. 2,19 К температурада гелий аса аққыш хәм әдеттегидей болған модификациялардың араласпаларынан тұрады. Олар бир бирине қарама-қарсы бағытта аға алады.

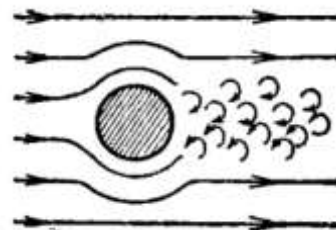
Термомеханкалық эффект деп аталатуғын қубылыстың бар болуы аса аққышлық қубылысы менен байланысly. Оның мәніси жиңишке саңлақ ямаса капиллярдағы температураның түсіуі қосымша басымлар айырмасын пайда етиуінен ибарат. Мысалы, егер гелий II ни капиллярға құйсақ хәм ұсы капиллярдың жоқарғы ұшын қыздырсақ, онда капиллярдан фонтанның атылғанын көриуге болады. Сонлықтан термомеханикалық эффект тәрепинен жүзеге келтирилген эффектти *фонтанланыу эффекти* деп те атайды.

Аса өткізгiшликтің гидродинамикалық теориясы совет физиги Л. Д. Ландау тәрепинен ең толық түрде раўажландырылды. Бұл теорияда сұйықтың хәр бир элементи ұшын тезликтің еки векторы жазылады: аса аққышлық хәм әдеттеги қозғалыс векторлары. Демек, жүдә төменги температуралардағы гелийди бир биринен ғәрезсиз қозғала алатуғын еки сұйықтың араласпасынан тұрады деп болжанады. Бұл сұйықлықлардың бири сүйкеліссиз қозғалады хәм жүдә киши болған тесиклер ямаса жүдә жиңишке болған капиллярлар арқалы өте алады. П. Л. Капица аса аққыш гелийдің арасындағы қашықтық $5 \cdot 10^{-8}$ см болған бир бирине параллель болған пластинкалардың арасынан тез ағыуын бақлаған. Гелийдің басқа құраушысы сезилерліктей жабысқақтыққа ийе болған әдеттегидей сұйықтық болып табылады хәм ол жиңишке капиллярлар менен саңлақлар арқалы өте алмайды.

Ландау теориясы тәрепинен және бир жаңа қубылыс – жыллылық толқынларының тарқалуы болжанды. Бұл қубылыс эксперименттерде В. А. Пешков тәрепинен бақланды хәм үйренілди. Бұл қубылыс гелий II деги екінши сес атамасына ийе болды.

Биз жоқарыда көрген сұйықтың ағысы ламинарлық (латын тилинде – қатламлық) атамасына ийе болды. Бундай ағыста сұйықтың қатламлары бир бирине салыстырғанда сырғанағандай болып көринеди. Сұйықтық най бойынша қозғалғанда тезлик үлкейгенде ағыс ламинарлық характерин жоғалтады хәм тәртіпсиз ағысқа айланады. Найдың көшерине перпендикуляр болған тезликтің құраушылары пайда болады. Сұйықтың хәр бир нокатында тезлик векторының оның орташа мәнісінен тәртіпсиз түрде ауысуы орын алады. Бундай қозғалысты *турбулентлик қозғалыс* деп атайды. Найлардағы ямаса каналлардағы ламинарлық қозғалыстан турбулентлик қозғалысқа өтиу қарсылықтың кескин түрде өсиуіне алып келеді.

102-сүрет.
Қуйындардың пайда болуы.



Жабысқақ сұйықтық денелерди айланып өткенде тезликтің өсиуі менен ағыс өзінің характерин өзгертеді хәм қуйын тәризли қозғалысқа айланады. Сұйықтың айланып өтип атырған дененің бетинен үзілетуғын ағысы айырым қуйындарға бөлинеді. Денеден кейинги пайда болатуғын қуйындар (102-сүрет) ағыс пенен алып кетиледи хәм әстелик

пенен сөнеди.

Егер қатаң түрде айтқанда Бернулли теңлемесін жабысқақ сұйықтықтар үшін пайдаланыуға болмайды. Себеби сүйкеліс күшлерінің тәсірінде ағыс трубкасының ишіндегі энергияның бір бөлімі жыллылыққа айналады. Бірақ, әмелі жәйттен Бернулли теңлемесін тек жүдә жабысқақ сұйықтарға ғана қолланыуға болмайды. Сұйықтық сұйықтықтар үшін Бернулли теңлемесі жеткілікті дәрежеде дәл орынланады.

Сүйкелістің орнын R Рейнольдс саны деп аталатынын өлшем бірлігіне ийе болмаған шама ийелейді:

$$R = \frac{\rho v l}{\eta}.$$

Бұл аңдатпада l арқалы сұйықтықтың біз қарап атырған ағысы үшін тән ұзындық белгіленген. Сұйықтық най арқалы ағатынын болған жағдайларда l найдың радиусы, v арқалы орташа тезлік белгіленген. η/ρ шамасы жабысқақтың кинематикалық коэффициенті деп аталады.

Рейнольдс санының тұтқан орнын түсініу үшін сұйықтықтың көлемінің элементін қараймыз хәм оның қабырғасының ұзындығы l шамасына тең болсын. Бұл көлемнің кинетикалық энергиясы

$$E_k = \frac{\rho v^2}{2} l^3$$

шамасына тең болады.

Сұйықтықтың көлемінің элементіне тәсір ететұғын сүйкеліс күшінің шамасы оның бетінің майданы болған l^2 шамасына, сүйкеліс коэффициенті η ға хәм тезліктің градиентіне пропорционал. l аралығында тезліктің шамасы нолге шекем кишірейеді деп болжап (сұйықтық най арқалы аққанда – радиаллық бағытта) тезліктің градиентінің v/l ге тең екенлігін аламыз. Демек, сүйкеліс күші үшін

$$f = \eta l^2 \frac{v}{l} = \eta v l$$

формуласына ийе боламыз. Шамасы l ге тең болған жолдағы жұмыс

$$A = f l = \eta v l^2$$

аңдатпасының жәрдемінде есапланады.

Егер A жұмысы сұйықтықтың көлемінің кинетикалық энергиясы E_k дан киші болатұғын болса сұйықтықтың ағысындағы жабысқақтықтың тұтқан орны киші. Бұл жағдайда

$$\eta v l^2 \ll \frac{\rho v^2}{2} l^3$$

теңсізлігі ямаса

$$\frac{\rho v l}{\eta} \ll 1$$

теңсізлігі алынады. Бірақ, $\frac{\rho v l}{\eta}$ қатнасы Рейнольдс саны R болып табылады ($\frac{\rho v l}{\eta} = R$). Демек, Рейнольдстің үлкен санларында сұйықтықтың ағыында сүйкеліс күшлерінің тұтқан орнының киші екенлігін көреміз.

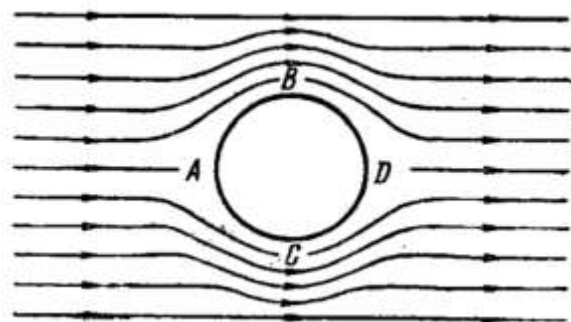
Най арқалы сұйықтық аққанда ламинарлық ағыстан түрбулентлік ағысқа өтіу критикалық деп аталатынын Рейнольдс санының мәнісінде өтеді. Сұйдың най арқалы ағыында $R_{kr} \approx 1200$.

Дененің сұйықтықта қозғалыуының нәтижесінде пайда болатұғын қубылыстарды қараймыз. Денені қозғалады, ал сұйықтық тынышлықта тұрады деп қараудың орнына кери мәселені қойыуға да болады: қозғалмайтуғын денені сұйықтықтың бир текли ағысының айланып өтіуін қараймыз. Дәслеп сұйықтықты идеал сұйықтық, яғный жабысқақ емес деп есаплаймыз. Мейли, дене шексіз ұзын дөңгелек цилиндр хәм оның көшери ағыстың өзгеріске ұшырамаған сызықтарына перпендикуляр болсын (103-сұйрет). Ағыс сызықтары цилиндрди еки тәрептен симметриялы түрде орап өтеді. A хәм D ноқатларында сұйықтықтың тезлігі нолге тең. B хәм C ноқатларында ағыс сызықтары қойыұласады хәм бұл орынларда сұйықтықтың тезлігі ағыс өзгеріске ұшырамаған

орынлардағы тезлікке салыстырғанда үлкен. Сонлықтан A хәм D ноқатларында басым p үлкен, ал B хәм C ноқатларында киши болады. Егер v арқалы өзгериске ушырамаған ағыстағы тезликти белгилесек, онда Бернулли теңлемеси бойынша [40-параграфтағы (3а) формула] A ноқатындағы басым

$$p_A = p + \frac{\rho v^2}{2}$$

шамасына тең. Себеби A ноқатындағы тезликти нолге тең деп есаплаймыз ($v_A = 0$). Демек, A ноқатындағы басым статикалық p басымнан үлкен болады екен. D ноқатында да ұсындай үлкейген басым орын алады. Биринши рет қарағанда D ноқатындағы басым статикалық p басымнан киши болатуғындай болып көринеди. Бирақ бұл дұрыс емес. Ұақықатында, A ноқатының қасында сұйықлықтың ағысының тезлиги кемейеди, демек, сұйықлықтың бөлекшелерине шеп тәрәпке қарай бағытланған, ал Ньютонның үшінши нызамы бойынша денениң өзине оңға қарай бағытланған күш тәсир етеди. D ноқатының қасында сұйықлықтың бөлекшелериниң тезлиги үлкейеди хәм ұсыған сәйкес оларға оңға қарай бағытланған, ал денеге болса D ноқатында шеп тәрәпке қарай бағытланған күш тәсир етеди.



103-сүўрет.

Қозғалмайтуғын денени жабысқақ емес сұйықлықтың бир текли ағысының айланып ағыўы.

Енди денеге B ноқатында түсетуғын басымды қараймыз. Оны анықлаў ушын денениң бетине жақын болған ұсы орындағы сұйықлықтың тезлигин билиў керек. Цилиндрдиң радиусына тең болған қашықлықта ағыс өзгериссиз қалады деп есаплап тезликтің $v_B = 2v$ шамасына тең болатуғынлығына көз жеткерийге болады. Бундай жағдайда Бернулли теңлемеси тийкарында

$$p_B + \frac{4\rho v^2}{2} = p + \frac{\rho v^2}{2}$$

теңлигине ийе боламыз. Буннан

$$p_B = p - \frac{3\rho v^2}{2}$$

аңлатпасына ийе боламыз. B ноқатындағы басым статикалық p басымынан киши болып шығады. Тап ұсындай басым C ноқатында да бар болады. Көринип тұрғанындай, B хәм C ноқатларындағы басымның киширейиўи A хәм D ноқатларындағы басымның үлкейиўинен үлкен болады екен. Симметрияның бар болыўының салдарынан денеге оны айланып өтетуғын сұйықлық тәрәпинен тәсир ететуғын күшлердиң қосындысы нолге тең болады: $\sum f_i = 0$. Буннан *жабысқақ емес сұйықлықта қозғалғанда денениң ҳеш қандай қарсылыққа ушырамайтуғынлығы* келип шығады.

Дене жабысқақ сұйықлықта қозғалғанда қарсылық пайда болады. Бундай қарсылықтың пайда болыўы еки түрли. Тезлик киши болғанда хәм сұйықлықтың айланып өтиўи ушын қолайлы болған денелерде қарсылық күши сұйықлықтың жабысқақлығы менен тиккелей байланысly. Қатты денеге тиккелей тийетуғын сұйықлықтың қатламы оның бетине жабысады хәм сонлықтан дене тәрәпинен толығы менен алып жүриледи.

Келеси қатлам денениң изинен киширек тезлик пенен алып жүриледі. Солай етип, қатламлар арасында сүйкеліс күшлері пайда болады.

Бундай жағдайда Стокс тәрәпинен табылған нызам бойынша *қарсылық күшінің шамасы тезликтің биринши дәрежесине, жабысқақлық коэффициентине хәм денениң сызықлы өлшемине пропорционал*.

Жабысқақ сұйықтықта қозғалатуғын шарлар үшін Стокс нызамы бойынша қарсылық күші

$$f = 6\pi\eta r v \quad (2)$$

формуласының жәрдемінде есапланады. Бул формулада η сұйықтықтың жабысқақлық коэффициенті, r – шардың радиусы, v – оның қозғалыу тезлиги.

Стокстың (2)-формуласы бойынша шардың жабысқақ сұйықтықтағы шардың тұрақлы болған түсіу тезлигин анықлауға болады. Жабысқақ сұйықтықта ауыр шар тек дәслепки моментте ғана тезлениу менен түсе баслайды; оның түсіу тезлигинің үлкейіуі менен сүйкеліс күші f те үлкейеді хәм төменге түсіу тезлигинің белгили мәнисінде сүйкеліс күшінің шамасы шарға тәсир ететүғын салмақ күші P ның шамасы менен теңлеседі. Күшлердің ұсындай теңлесиіуінің жүзеге келиуі менен шар (2)-формуланың жәрдемінде анықланатуғын

$$P = 6\pi\eta r v \quad (3)$$

шәрті менен анықланатуғын тұрақлы v тезлиги менен түседі.

Архимед нызамы бойынша сұйықтықтың ишиндеги шарға тәсир ететүғын P күші P_0 – P_1 айырмасына тең. Бул теңликте P_0 – шардың хақықый салмағы, ал P_1 көлеми шардың көлемінде болған сұйықтықтың салмағы. Буннан $P = P_0 - P_1 = (\rho - \rho')g \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$ аңлатпасына ийе боламыз. Бул аңлатпада ρ – шардың тығызлығы, ρ' – сұйықтықтың тығызлығы. P ның мәнисин (3)-теңликке қойып

$$v = \frac{2(\rho - \rho')gr^2}{9\eta} \quad (4)$$

формуласын аламыз.

(4)-формуладан жабысқақ сұйықтықтағы шардың түсіу тезлигинің оның радиусы r дің квадратына пропорционал екенлиги көринип тұр. Шар қаншама киши болса, онда ол берилген сұйықтықта соншама әстелик пенен түседі. Стокс формуласын тек шардың сұйықтықтағы түсіуі үшін ғана емес, ал кишкене болған шарлардың жабысқақ орталық деп қарау мүмкин болған газ орталықтағы түсіуі үшін да пайдаланыуға болады. Мысалы, думанның кишкене тамшыларының хаўадағы түсіуі (4)-формула менен жақсы анықланады.

Шарды жабысқақ орталық пенен айланып өтиўди Рейнольдс санының жәрдемінде тәрийиплегенде v тезлиги хақында айтқанда шардан шексиз қашықтықтағы ағыстың салыстырмалы тезлиги, ал l ди айтқанда шардың радиусы нәзерде тұтылады. Стокс нызамы Рейнольдс санының киши мәнислерінде орынланады.

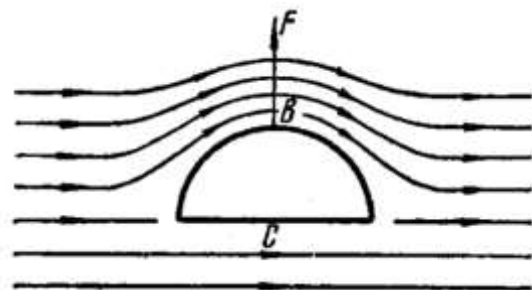
Сұйықтықтың хәр қыйлы қатты денелерди айланып өтиўінің динамикалық ұқсаслығы үшін Рейнольдс санларының мәнислери бирдей болыуы керек. Корабллардың, самолетлардың х.т.б. қозғалысларын моделлестиргенде моделдің киширейтилген өлшемлерінде ($l_2 < l_1$) хәм сұйықтықтың жабысқақлық коэффициенті моделде де, натурада да (хақықый өзінде де) бирдей болса, онда моделдеги ағыстың тезлиги үлкен болыуы керек: $v_2 > v_1$. Моделлерде жүдә үлкен болған тезликлерге өтпеу үшін кинематикалық жабысқақлық коэффициенті киши болған сұйықтықты алыу керек болады.

Жоқарыда айтылып өтилген жабысқақ сұйықтықта пайда болатуғын қарсылық күшінің екінши механизми қуйынлардың пайда болыуы менен байланысly. Денениң

сұйықтықтағы қозғалысы үшін іскенген жұмыстың бир бөлими құйынлардың пайда болыуы үшін іскенеди. Сұйықтықта ишки сүйкелістің бар болыуының салдарынан құйынлардың энергиясы ақыр-аяғында жыллылыққа айланады. Киши тезликлерде құйынлар пайда болмайды хәм, усыған байланыслы, денеге тәсир ететуғын қарсылық салыстырмалы киши. Тезликтің үлкейиуі менен құйынлар пайда бола баслайды хәм усының нәтийжесінде қарсылық күшлеринің шамасы кескин түрде үлкейеди. Кемелерди хәм самолетларды құрғанда оларға мүмкиншилиги болғанынша құйынлар пайда болмайтуғын форманы беріу керек. Құйынлардың пайда болыуы менен байланыслы болған қарсылық күшинің мәніси тезликлердиң үлкен болмаған мәніслерінде тезликтің квадратына тууры пропорционал. Берилген орталықтағы сестің тезлигине жақын болған тезликлердеги қарсылық күшинің шамасы тезликтің күбына, ал сестің тезлигинен үлкен тезликлерде тезликтің квадратына тууры пропорционал.

104-сүүрет.

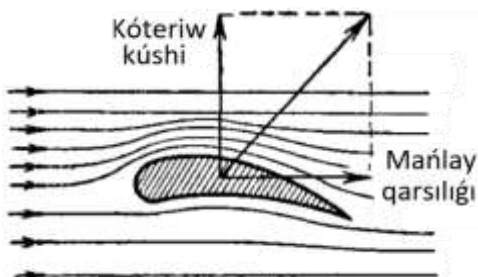
Жабысқақ сұйықтықтың симметриялы емес денени айланып өтиуі. Сұйықтық тәрәпинен денеге түсірілетуғын күшлердиң қосындысы нолге тең емес.



Жабасқақ емес сұйықтық симметриялы емес формаға ийе болған денени айланып өткенде сұйықтық тәрәпинен денеге түсірілетуғын күшлердиң қосындысы нолге тең емес. Әпиұайылық үшін шексиз узын ярым цилиндр түрине ийе болған денени қараймыз (104-сүүрет). Бундай жағдайда ағыс сызықлары C бетине параллель хәм оған түсірілетуғын басым p ға тең. Жоқарыда айтылып өтилгениндей, B ноқатындағы басым киши $p_v < p$. Усының салдарынан қосынды күш пайда болады $F = \sum f_i \neq 0$. Бұл күштиң бағыты өзгериске ұшырамаған ағыстағы ағыс сызықларына перпендикуляр. Бұл күш денениң ағыстың бағытында алып жүрмейди (идеал сұйықтық үшін), ал ағысқа перпендикуляр бағытта денени жылыстырыуға тырысады.

Симметриялы емес денени жабысқақ сұйықтық айланып аққанда ағыс тәрәпинен денеге тәсир ететуғын F күши ағыс сызықларына перпендикуляр емес. Бұл жағдайда оны еки құраушыға ажыратыуға болады: ағыс бойынша бағдарланған F_{qars} хәм ағысқа перпендикуляр бағыттағы F_n .

Самолеттың қанатларының тәсири усундай күшлердиң бар екенлигине тийкарланған. F_{qars} күши маңдай қарсылығын, ал F_n күши болса оның көтеріу күшин анықлайды (105-сүүрет).



105-сүүрет. Самолеттың қанатының көтеріу күшинің пайда болыуы.

Самолеттың қанатының көтеріу күшинің теориясын биринши рет "рус авиациясының атасы" Н. Е. Жуковский (1847—1921) іслеп шықты.

Жабысқақ сұйықтың най арқалы ламинарлық ағысын және де қараймыз. Бұл жағдайда ишки сүйкеліс күшлерінің бар болыуының себебинен найдың ортасында сұйықтың ағыу тезлиги үлкен болады (106-сүүрет). Найдың дийўалларының қасында тезлик нолге тең. Найдың радиусы R ге хәм ұзынлығы l ге тең болған участкасын қараймыз. Мейли, сұйықтық $p_1 - p_2$ басымлар айырмасының есабынан шептен оңға қарай ағатуғын болсын.

Ойымызда сұйықтың ишинде ишки радиусы r ге хәм қалыңлығы dr ге тең болған цилиндрлик қатламды кесип алайық. Бұл қатламға ишки тәрептен

$$f = \eta \frac{dv}{dr} S$$

ишки сүйкеліс күши тәсир етеди. Бұл аңлатпада S арқалы $2\pi r l$ шамасына тең болған цилиндрлик қатламның ишки бетинің майданы белгиленген. Буннан

$$f = 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr} \quad (5)$$

аңлатпасын аламыз.

Сыртқы тәрептен қатламға f күшинің бағытына қарама-қасы болған $f_1 = f + df$ күши тәсир етеди (f күши қатламға тезлениў береді, ал f_1 күши оны иркеди).

Олардың қосындысы мынаған тең:

$$-f_1 + f = -(f + df) + f = -df.$$

f күшин (5) бойынша аңлатып

$$-df = -2\pi l \eta d\left(r \frac{dv}{dr}\right).$$

Найдың орайында сұйықтың тезлиги ең үлкен мәниске ийе болғанлықтан $\frac{dv}{dr}$ тўындысының мәнисі терис, ал df күшинің белгиси оң. Бұл күштиң шамасы стационар ағыста $p_1 - p_2$ басымлар айырмасының бар болыуы себепли пайда болатуғын қатламға тәсир ететуғын күшке тең болыуы керек. Себеби бұл күш көлденең қатламның майданы $S' = 2\pi r dr$ ге пропорционал. Сонлықтан

$$-2\pi l \eta d\left(r \frac{dv}{dr}\right) = 2\pi r dr (p_1 - p_2)$$

теңлигине ийе боламыз хәм буннан

$$d\left(r \frac{dv}{dr}\right) = -\frac{p_1 - p_2}{l\eta} r dr$$

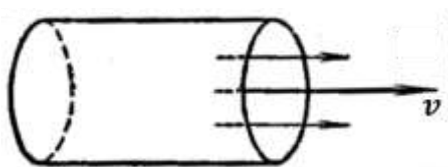
аңлатпасын аламыз. Бұл аңлатпаны интеграллаўдың нәтийжесинде

$$r \frac{dv}{dr} = -\frac{p_1 - p_2}{2l\eta} r^2 + C$$

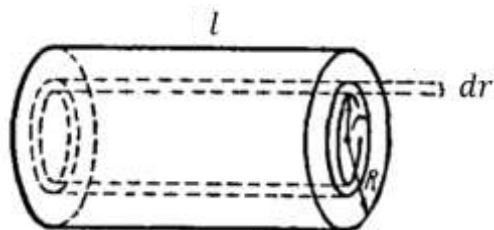
ямаса

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{p_1 - p_2}{2l\eta} r + \frac{C}{r}$$

формуласының орынлы екенлигине көз жеткеремиз.



106-сүүрет. Жабысқақ сұйықтың найдың көшери бойлап ең үлкен v тезлиги менен ағады.



107-сүүрет. Радиусы r ге тең болған цилиндрлик қатламда сұйықтық бирдей тезлик пенен қозғалады.

$r = 0$ деп болжап хәм найдың көшерінде тезлик v ның максимумға ийе болатуғынлығын

итибарға алып $\frac{dv}{dr}$ түйіндісінің да нөлге тең болатуғынлығын көреміз. Соның менен бирге ықтыярлы тұрақты шама үшін $C = 0$ мәнісін аламыз. Бұннан сұйықтықтың тезлиги v ның найдың көшеринен қашықтық r шамасынан ғәрезлигин анықлайтуғын дифференциаллық теңлемени аламыз:

$$dv = -\frac{p_1 - p_2}{2l\eta} r dr.$$

Бұл аңлатпаны интеграллап

$$v = -\frac{p_1 - p_2}{2l\eta} \int r dr = -\frac{p_1 - p_2}{4l\eta} r^2 + C'$$

функциясын аламыз. C' тұрақтысының мәнісін анықлау үшін $r = R$ теңлиги орынланғанда $v = 0$ теңлигинің орынланатуғынлығын тийкарға аламыз. Бұннан

$$C' = -\frac{p_1 - p_2}{4l\eta} R^2$$

аңлатпасына ийе боламыз. Бұннан кейін v үшін мынадай аңлатпаны аламыз:

$$v = -\frac{p_1 - p_2}{4l\eta} (R^2 - r^2). \quad (6)$$

Бұл формула сұйықтықтың ағыу тезлигинің найдың көшеринен қашықтықтан ғәрезлигин береді.

Енди базы бир t ўақыты ишинде найдан ағып шығатуғын сұйықтықтың көлеми V ны анықлаймыз. Радиусы r ге хәм қалыңлығы dr ге тең болған цилиндрлик қатламнан (107-сүўрет) базы бир t ўақыты ишинде көлеми

$$dV = vt \cdot 2\pi r dr$$

шамасына тең сұйықтық ағып өтеди.

Бұл аңлатпаға v ның орнына оның (6)-аңлатпа бойынша анықланған мәнісін қойсақ

$$dV = \frac{\pi(p_1 - p_2)t}{2l\eta} (R^2 r - r^3) dr$$

аңлатпасын аламыз.

Бұл аңлатпаны 0 ден R ге шекемги шеклерде интеграллап найдың барлық көлденең кесимлери арқалы ағып өтетуғын сұйықтықтың V көлемін аламыз:

$$V = \frac{\pi(p_1 - p_2)t}{2l\eta} \int_0^R (R^2 r - r^3) dr.$$

Бұннан

$$V = \frac{\pi(p_1 - p_2)t}{2l\eta} \left(\frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} \right),$$

ал, бұл теңликтен

$$V = \frac{1}{\eta} \frac{\pi R^4}{8l} (p_1 - p_2) t \quad (7)$$

формуласына ийе боламыз.

(7)-формула *Пуазейль формуласы* атамасына ийе. Бұл формула ағып өткен сұйықтықтың мұғдарының найдың радиусынан күшли ғәрезли екенлигин көрсетеди (R^4 шамасына пропорционал). Түрбулентли қозғалыс үшін Пуазейль формуласын қолланыўға болмайды.

Пуазейль формуласын пайдаланып радиусы R , ал ұзынлығы l болған най арқалы ағып өткен сұйықтықтың көлеми бойынша жабысқақтық η ны анықлаўға болады. Жабысқақтықты анықлау үшін хызмет ететуғын әсбапларды *вискозиметрлер* деп атайды.

ЕКИНШИ БӨЛИМ

МОЛЕКУЛАЛЫҚ ФИЗИКА

VII БАП

ГАЗЛЕР

§ 43. Затлардың құрылысының атомлық-молекулалық теориясы. Затлардың бир биринен ажыралған түрде жасайтуғын бөлекшелерден - атомлардан тұратуғын құрылысқа ийе екенлигин хаққындағы идея әййемги греклер тәрепинен ұсынылды. М. В. Ломоносовтың мийнетлеринде атомлық гипотеза биринши рет кең түрдеги раўажландырылды. Ломоносов химиялық жақтан әпиўайы болған затлардың бирдей болған көп санлы бөлекшелерден – атомлардан турады деп есаплаўдың тийкарында барлық физиканы құрыўға тырысты. Химиялық жақтан құрамалы болған затларда бир биринен ажыралып тұратуғын бөлекшелердің орнын молекулалар ийелейди. Өзи ашқан материяның хәм қозғалыстың сақланыў нызамларына сүйенип, Ломоносов биринши болып атомлар менен молекулалардың үзликсиз жыллылық қозғалысы хаққындағы көз-қараслардың дұрыс екенлигин дәлилledi.

Химиядағы атомлық теорияның пайда болыўы менен әпиўайы хәм пүтин сан есе қатнаслар нызамының тийкарында атомлардың салыстырмалы салмақларын (ямаса, дұрысырағы массаларын), яғный берилген атомның массасының қандай да бир басқа атомның массасынан неше есе үлкен ямаса киши екенлигин анықлаў мүмкиншиги тўйылды. Хәзирги ўақытлары айырым атомлар менен молекулалардың массаларын (салмақларын) салыстырытыўдың физикалық усыллары да пайда болды (II томға қараңыз). Атомлардың салыстырмалы салмақларын олардың *атомлық салмағы* A деп атайды. *Атомлық салмақтың бирлиги сыпатында кислород атомының салмағының 1/16 бөлими қабыл етилген*²⁹. Солай етип, анықламасы бойынша кислородтың атомлық салмағы 16,0000 шамасына тең. Ең жеңил атом болған водород атомының атомлық салмағы 1,0078 ге тең болады. Демек, бул водород атомының массасының кислород атомының массасынан $\frac{16,0000}{1,0078} = 15,8762$ есе киши екенлигин көрсетеди. Тап сол сыяқлы, мысалы, атомлық салмағы 200,61 шамасына тең болған сынаптың атомлық салмағы кислородтың атомының салмағынан $\frac{200,61}{1,0078} = 199,06$ есе үлкен³⁰.

Кислород атомының салмағының 1/16 бөлегине қатнасы бойынша молекуланың

²⁹ Аўдарыўшылардың ескертиўи: хәзирги ўақытлары басқаша анықлама бериледи: Атомлық масса атомның массасы болып табылады. СИ системасындағы өлшем бирлиги килограмм. Әдетте системадан тыс бирлик массаның атомлық бирлиги қолланылады. Атомлық хәм молекулалық массалардың өлшем бирлиги сыпатында углеродтың ең кең тарқалған ¹²C изотопының массасының 1/12 бөлими алынған. Массаның бул системадан тыс бирлиги *массаның атомлық бирлиги* (м.а.б.) *ямаса дальтон* атамасына ийе болды (белгилениўи Да, бирликтің атамасы Дж.Дальтонның хұрматине қойылған).

³⁰ Хәзирги ўақытлары дерлик барлық элементлер ұшын бир биринен массасы (атомлық салмағы) бойынша парықланатуғын атомлардың бир неше сортлары белгили. Берилген сортағы атомлар берилген элементтің изотоплары деп аталады (II томға қараңыз). Атомлық салмақларды анықлаўдың химиялық усыллары изотоплардың тәбийий араласпасы ұшын орташа атомлық массаны береді.

салыстырмалы салмағы оның молекулалық салмағы деп аталады (μ).

Водород атомының белгилі болған массасын, мысалы, m граммын аламыз. Водородтың атомлық салмағын A арқылы белгилейміз. Бұл m граммдарда водород атомларының белгилі саны болады және оны n арқылы белгилейміз. Атомлық салмағы A' болған және ұсындай A' салмақта ұсы элементте де n дана атом болатынын басқа элементті аламыз. Бұл элементтің n дана атомы водородтың n дана атомынан A'/A есе үлкен болатындығы көрініп тұр. Демек, A' элементінің ұсындай мұғдарының массасы $m' = m \frac{A'}{A}$ шамасына тең болады. Бұнан кери жүймаққа келеміз: егер массалары атомлық салмақтары түрінде қатнаса ийе болатынын хәр қыйлы (химиялық) элементтерди алатұғын болсақ, онда олар бирдей сандағы атомларға ийе болады.

Массасы санлық жақтан атомлық салмаққа тең граммдарда аңлатылған берілген элементтің мұғдарын грамм-атом деп атаймыз. Бұндай жағдайда жоқарыда айтылғанлардың тийкарында мына жағдайға ийе боламыз: қәлеген элемнеттің грамм-атомындағы атомлардың санлары бирдей болады. N_A арқылы белгиленетуғын бұл сан Авагадро саны деп аталады.

Массасы санлық жақтан молекулалық салмаққа тең граммдарда аңлатылған заттың мұғдарын грамм-молекула деп атайды. Молекулалық салмақтар атомлық салмақтардай болып сол бирликке қатнасы бойынша (кислород атомының салмағының 1/16 бөлеги) анықланатуғын болғанлықтан, қәлеген заттың бир грамм-молекуласындағы атомлардың саны грамм-атомда бар молекулалардың санына тең. Бұнан: қәлеген заттың грам-молекуласы Авагадро санына тең болған сандағы молекулаларға ийе болады.

Грам-молекуланы моль деп те айтады. Моль берілген хәр бир зат ұшын айрықша мәниске ийе болатұғын массаның бирлиги. Мысалы, молекула тәризли водород ұшын моль шамасы 2 г ға тең болған массаның бирлиги, ал молекула тәризли кислород ұшын 32 г ға тең болған массаның бирлиги болып табылады.

Хәзирги ўақытлары Авагадро санын анықлаўдың көп санлы ұсыллары бар; олардың айырымлары менен биз төменде танысамыз (52-параграф). Хәзир Авагадро санының сан мәнисин келтиреміз³¹:

$$N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Авагадро саны заттың белгилі болған массасындағы, атап айтқанда бир молдеги бөлекшелердің саны болып табылады. Сонлықтан оның өлшеми $[N] = M^{-1}$ және 1/моль ямаса моль⁻¹ белгилерине ийе болған бирликлерде өлшенеди.

Авагадро санын билиў бизге микродүньяның, яғный атомлар менен молекулалар дүньясының масштаблары хаққындағы көз-қарасларды береді; бұл сан атомлық-молекулалық теория беретұғын затлардың түйиртпеклер түріндеги структурасының қаншама майда екенлигин көрсетеди. Авагадро санын билип, биз молекулалардың өлшемлерин және олардың абсолют массаларын есаплай аламыз. Көлеми 1 см³ болған сұйды аламыз; оның массасы 1 г, ал бұл шама сұйдың 1/18 молин құрайды; демек, көлеми 1 см³ болған сұйда $(6,02/18) \cdot 10^{23} = 3,34 \cdot 10^{22}$ молекула болады екен. Солай етип, сұйық сұйда бир молекулаға $\frac{1}{3,34 \cdot 10^{22}}$ см³ $\approx 3 \cdot 10^{-23}$ см³ шамасындағы көлем сәйкес келеди. Сұйықтықта молекулалар бир бири менен тығыз жайласқан деп есаплап сұйдың молекулаларының сызықлы өлшемінің $r = \sqrt[3]{3 \cdot 10^{-23} \text{ см}^3} \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ екенлигин табамыз. Басқа атомлар менен молекулалардың сызықлы өлшемлери де шама менен 10⁻⁸ см шамасына тең. Атомлар менен молекулалардың өлшемлерин көз алдыға елеслетиў

³¹ Китапта Авагадро саны N арқылы белгиленген. Хәзирги ўақытлары Авагадро санын N_A арқылы белгилейди және оның сан мәниси $N_A = 6,022\,140\,76 \cdot 10^{23}$ шамасына тең (Аўдарыўшылар).

ушын төмендегидей еки мысал келтиремиз: 1) егер көлеми 1 см^3 болған мыстағы барлық атомларды бир сызықтың бойына дизип шықсақ, онда ұзынлығы дерлик 14 миллиард км болған дизбек алынады. Бул шама Жер менен Қуяштың арасындағы қашықтықтан шама менен 90 есе үлкен; 2) электрон микроскопы сызықты өлшемлери микронның жүзден бир үлесине тең болған микрокристалларды бақлауға мүмкиншилик береді. Бундай микрокристалл бир неше жүзлеген мың атомлардан тұрады.

Атомлардың өлшемлери жүдә киши болса да, хәзирги заман физикасы затлардың құрылысының үзликли екенлиги (дискретлик деп атайды) хаққында тиккелей дәлиллерге хәм айырым атомларды тиккелей бақлау ұсылларына ийе. Бундай ұсыллар атомлар жеткилики дәрежеде энергияның үлкен мұғдарына ийе болған жағдайларда, яғный олар жүдә жоқары тезликлер менен қозғалған жағдайларда нәтийжелерди береді.

Бир молекуланың масса m ди

$$m = \frac{\mu}{N} \quad (1)$$

қатнасының жәрдемінде анықлауға болады. Бул қатнаста μ – моллик салмақ (элемент ушын атомлық салмақ), ал N Авагадро саны болып табылады.

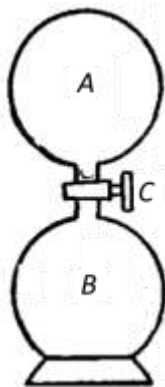
(1)-қатнастан водород атомының массасы ушын $m_H = 1,675 \cdot 10^{-24}$ г шамасы алынады. Бул қатнастан атомлық салмақтың бирлигиниң, яғный кислород атомының массасының $1/16$ үлесиниң бириниң $1,662 \cdot 10^{-24}$ г екенлигин анықлауға болады. Солай етип қәлеген атомның абсолют массасы ушын

$$m = 1,662 \cdot 10^{-24} \cdot A \quad (2)$$

грамм шамасы алынады. Бул аңлатпада A арқалы берилген атомның атомлық салмағы белгиленген.

(2)-формулада A атомлық салмақты молекулалық салмақ μ менен алмастырып берилген молекуланың абсолют массасын аламыз.

Бир қатар бақлаулар бизде қәлеген затта үзликсиз ишки қозғалыстың бар екенлигине исендиреди. Бул ишки қозғалыс берилген зат туратуғын молекулалардың қозғалысы болып табылады. Молекулалардың бул қозғалысы пүткиллей тәртипсиз, хеш қашан тоқтамайды хәм заттың температурасынан ғәрезли (бул жағдайды биз төменде көремиз).



108-сүүрет.

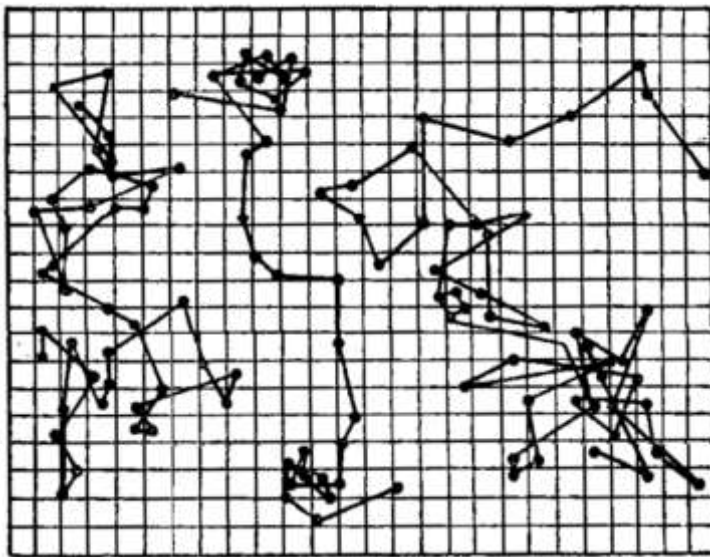
С кранын ашқаннан кейин A хәм B ыдысларындағы газлердің диффузиясы басланады.

Усындай қозғалыстың бар екенлигине, мысалы, мынадай тәжирийбе исендиреди: егер A хәм B еки ыдыста (108-сүүрет) хәр қыйлы газлер болатуғын болса (мысалы, биреүйнде водород, ал екиншисинде азот), онда C краны ашылғаннан кейин бир қанша ўақыттан кейин еки ыдыста да еки газдің тең өлшеўли араласпасы пайда болады. Газлер өзлеринше бир бири менен араласады. Бундай араласыў водород жоқарғы A ыдысында тұрған жағдайда да хәм усыған сәйкес киши тығызлыққа ийе болған водородтың ағысы ямаса еки газдің салмақ күшиниң тәсиринде араласыўы болмаған жағдайда да орын алады.

Молекулалардың хаотик рәўиште қозғалатуғынлығын Броун тәрәпинен 1826-жылы ашылған қубылыс тиккелей исендиреди. Броун микроскоптың жәрдемінде сұйықтықта

жүзіп жүрген киши бөлекшелердің үзликсиз тәртіпсиз қозғалыс халында болатуғынлығын аңғарған. Бөлекше қаншама киши болса, ол интенсивлирек түрде қозғалатуғын болып шықты. *Броун қозғалысы* деп аталатуғын бундай қозғалыс хеш ўақытта да тоқтамайды, хеш қандай сыртқы себеплерден ғарезли емес хәм заттың ишки қозғалысының көриниси болып табылады. Сұйықтықтың қозғалыўшы молекулалары қандай да бир қатты дене менен соқлығысқанда оған базы бир қозғалыс мұғдарын береді. Егер сұйықтықта жайласқан дене үлкен болса, онда оның хәр тәрәпине келип урылатуғын молекулалардың саны да жүдә үлкен хәм, сонлықтан, молекулалардың хәр бир моменттеги соққылары компенсацияланады хәм дене қозғалмайды. Бирақ, егер дене жеткиликли дәрежеде киши болса, бундай компенсация толық болмайды: тосыннан бир тәрәптен урылатуғын молекулалардың саны қарама-қарсы тәрәптен урылатуғын молекулалардың санынан көбирек болады. Нәтийжеде дене қозғалысқа келеді. Атап айтқанда, тап *усындай тәртіпсиз соққылардың тәсиринде броун бөлекшелери қозғалысқа келеді*. Броунлық бөлекшелердің өзлери массалары бойынша айырым молекулалардың массаларынан миллиардлаған есе үлкен болса да, олардың тезликлери молекулалардың тезликлерине салыстырғанда жүдә киши. Бирақ, сонда да, олардың қозғалысын микроскоптың жәрдемінде аңғарыў мүмкин.

109-сүўретте микроскоптың жәрдемінде белгили ўақыт аралықларынан кейин бақлаўдың нәтийжесінде белгилеп алынған айырым Броун бөлекшелериниң ийелеген орынлары көрсетилген. Газдеги шаң бөлекшелери де тап усындай Броун қозғалысында болады.



109-сүўрет.
Хәр 30 секундтан кейин
белгиленип алынған үш Броун
бөлекшесиниң ийелеген
орынлары.

Солай етип затлар тек ғана түйиртпелик қурылысқа ийе болып ғана қоймай (яғный олар бир биринен бөлекленген бөлекшелерден турады), олардың усындай бөлекшелери үзликсиз қозғалыс халында болады. Буннан затлардың қурылысының теориясының молекулалық-кинетикалық теория болып табылатуғынлығы келип шығады. Бул теория затлардың хәр қыйлы агрегат халларда тұрыў қәсийетин түсиндириў мақсетинде М. В. Ломоносов тәрәпинен биринши рет раўажландырылды.

Буннан кейинги ўақытлары молекулалалық-кинетикалық теория тийкарынан ең әпиўайы агрегат хал болған газ тәризли халда тұрған затлардың қәсийетлерин түсиндириў ушын қолланылды. Бирақ, молекулалық-кинетикалық теорияның тийкарларын баянламастан бурын газлер бағынатуғын эмпирикалық нызамларды қараймыз.

§ 44. Бойль-Мариотт хәм Гей-Люссак нызамлары. Температураның анықламасы.

Газлер өзлери жайласқан ыдысты толығы менен толтырыў қасийетине ийе ҳәм ыдысты шеклеп турған дийўалларға басым түсиреди. p басым физикалық шама болып табылады ҳәм оның сан мәниси майданның бир бирлигине нормаль бағытта түсетуғын күшке тең. Солай етип, S майданына нормаль бағытта тәсир ететуғын күш f_n болса, онда басым ушын

$$p = \frac{f_n}{S} \quad (1)$$

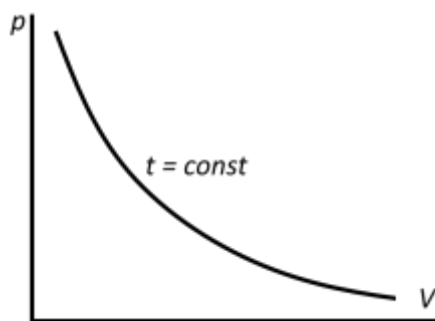
аңлатпасына ийе боламыз.

SGS системасында басым p барларда өлшенеди. Оның шамасы 1 см^2 майданға перпендикуляр бағытта 1 дина күш тәсир еткенде пайда болатуғын басымға тең.

Ҳалық аралық бирликлер системасында басымның бирлиги сыпатында 1 ньютон күш тәрәпинен ұсы күшке перпендикуляр болған 1 м^2 майданда пайда ететуғын басымның шамасы алынады. Бұл бирлик н/м^2 түрінде жазылады. Әлбетте $1 \text{ н/м}^2 = 10 \text{ бар}$. Усының менен бирге, басымды өлшеу ушын төмендигедей бирликлер де пайдаланылады: 1) *техникалық атмосфера*, оның шамасы 1 кг күштің 1 см^2 майдандағы басымына тең; 2) *физикалық атмосфера* (қысқаша *ат*), оның мәниси $1,033 \text{ кг/см}^2$ шамсына тең; 3) *сынап бағанасының миллиметрлердеги басымы* (қысқаша *мм Hg*). Оның шамасы бийиклиги 1 мм болған сынап бағанасының басымына тең. 760 мм Hg басымы бир физикалық атмосфераға тең. Бұл бирликлерден бир бирине өтиу ушын мынадай қатнастан пайдаланамыз:

$$1 \text{ физикалық ат} = 1,033 \text{ техникалық ат} = 1033 \text{ Г/см}^2 = \\ = 760 \text{ мм Hg} = 1033 \cdot 981 \text{ бар} = 1,013 \cdot 10^6 \text{ бар}.$$

Газдің базы бир мұғдары мынадай төрт шама менен тәрийипленеди: 1) оның массасы m ; 2) ийелеген көлеми V , 3) басымы p , 4) температурасы t . Бұл шамалар бир биринен ғәрезли; олардың бири өзгергенде, қалғанлары да өзгереді. Бұл шамалар арасындағы байланысларды ызыам түрінде байланыстыратуғын формуланы *қал теңлемеси* деп атайды.



110-сүўрет.
Бойль-Мариотт изотермасы.

Газдің улыўмалық қал теңлемеси ушын аңлатпаны беріўдің алдында сол төрт шаманың екеуі турақлы болып қалатуғын әпиўайы эмпирикалық ызыамлықларды келтиремиз

Газдің берілген массасында ҳәм турақлы температурада (m ҳәм t шамалары турақлы) газдің басымы оның көлемине кері пропорционал өзгереді (Бойль-Мариотт ызыамы):

$$pV = \text{const} \text{ (берілген } m \text{ ҳәм } t \text{ шамалары ушын)} \quad (2)$$

Газдің берілген массасы ушын ҳәм турақлы температурада p шамасының V шамасынан ғәрезлиги графикте теңдей қыяланған гипербола менен сүўретленеди (110-сүўрет). Бойль-Мариотт ызыамын сүўретлейтуғын иймеклик турақлы температураға тийисли болғанлықтан, оны *изотерма* деп атайды.

2-параграфта еслетип өтилгениндей, Бойль-Мариотт ызыамы жуўық ызыам болып табылады. Бұл ызыам бойынша жүдә үлкен басымларда барлық газлер аз қысылады. Бирақ, өжире температураларына ҳәм басымларына жақын болған температуралар менен

басымдарда Бойль-Мариотт нызамына жеткиликли дәрежедеги жоқары дәлликте бағынады.

Гәп етилетуғын ендиги нызамлықлар газдың басымы менен көлемин оның температурасы менен байланыстырады. Бирақ, бұның ушын температураның өзиниң қалайынша өлшенетуғынлығын анықлап алыў керек. Денелерди қыздырыў ямаса салқынлатыў, яғный температурасын өзгертиў, олардың дерлик барлық физикалық қасийетлерине тәсир етеди: денелердің сызықлы өлшемлери өзгередиди, олардың серпимли қасийетлери, электр өткизгишликлери ҳ.т.б. қасийетлери өзгередиди. Бул өзгерисилердің қәлегенин температураны өлшеў ушын пайдаланыўға болады. Көпшиликке белгили болғанындай, тарийхий жақтан температураны өлшеў сынап термометрлери деп аталатуғын термометрлердің жәрдемінде сынаптың көлемин өлшеў арқалы әмелге асырылды. Бирақ, сынап термометрин градиуривкалаўдың әдеттеги усылы бойынша шкаланы теңдей бөлимлерге бөлиў сынаптың көлеминиң температура t ға байланыслы сызықлы түрде өзгередиди деп болжаўдың салдарынан жүзеге келеди. Егер биз термометрди басқа суйықлық пенен толтырсақ ҳәм оның ушын еки ноқатты сынап термометриниң қандай да бир еки ноқаты менен сәйкеслендирсек (мысалы, муздың балқыў температурасын сәйкес келетуғын ноқатты "0", ал суўдың қайнаў температурасына сәйкес келетуғын ноқатты "100" арқалы белгилесек) ҳәм буннан кейин шкаланы теңдей бөлимлерге бөлсек, онда орта температуралар ушын бул термометрдің көрсетиўи сынаплы термометрдің көрсетиўинен (үлкен болмаса да) айырмаға ийе болады. Солай етип, орнатылған температуралар шкаласы көлеминиң өзгериўи бойынша температура өлшенетуғын денеден ("термометрлик" денеден) ғәрезли болып шығады. Денениң өзи (саныптың өзи) тосыннан сайлап алынатуғын болғанлықтан температуралар шкаласы да тосыннан алынатуғын шкалаға айланады. Термометрлик денени сайлап алыўдың ҳәзирше теориялық тийкарына ийе болмай, биз, бәри бир, термометрлик дене сыпатында өзиниң басқа қасийетлери бойынша жүдә әпиўайы нызамлықларға бағынатуғын денени алыў керек деп есаплаймыз. Усындай дене сыпатында Бойль-Мариотт нызамына жақсы бағынатуғын газди сайлап алыныўы мүмкин. Өлшемлер менен салмақлардың Халық аралық комитетиниң келисими менен 1877-жылы термометрлик дене сыпатында водород сайлап алынды ҳәм температураны водородлық термометрдің жәрдемінде өлшеў шешими қабыл етилди. Бундай жағдайда қыздырғанда ямаса салқынлатқанда көлеми турақлы етип сақланатуғын водородтың температурасының өзгериси басымның өзгерисине пропорционал деп есапланды.

Солай етип, водородтың басымы температураға байланыслы:

$$p_t = p_0(1 + \alpha T) \quad (3)$$

түринде өзгередиди деген мазмундағы постулат қабыл етилди. Бул теңликте p_t арқалы t температурадағы водородтың басымы, p_0 арқалы нол температурадағы оның басымы, ал α арқалы турақлы коэффициент белгиленген. Водородқа тийисли болған (3)-теңлик температуралар шкаласының анықламасы болып табылады (температуралардың эмпирикалық шкаласы деп аталатуғын). Егер атмосфералық басымда муздың балқыў температурасын 0° шамасына, ал суўдың қайнаў температурасын 100° шамасына тең деп алсақ (Цельсия шкаласы), онда α коэффициентиниң сан мәниси $\frac{1}{273,13} = 0,0036613 \text{ град}^{-1}$ шамасына тең болады.

Температураларды өлшеўдің усылын тапқаннан кейин биз мынадай сораўды қоя аламыз: барлық газлер ушын олардың көлеми менен басымы температурадан қандай ғәрезликке ийе? Бул ғәрезликлерди Гей-Люссак нызамы бередиди.

1. Көлем турақлы болғанда газдың берилген массасының басымы температураға байланыслы сызықлы түрде өзгередиди:

$$p_t = p_0(1 + \alpha_p T). \quad (4)$$

2. Турақты басымда газдың берілген массасының көлеми температураға байланысты сызықты түрде өзгереді:

$$v_t = v_0(1 + \alpha_v T). \quad (5)$$

α_p коэффициентін басымның жыллылық коэффициенті, ал α_v коэффициентін көлемге кеңейту коэффициенті деп атайды. Барлық газлар үшін (4)- хәм (5)-қатнастар жуық түрде орынланады [буған водород кирмейди, оның үшін анықтамасы бойынша (4)- қатнас дәл орынланады]. Бұндай жағдайда барлық газлар үшін шама менен:

$$\alpha_v = \alpha_p = \alpha = \frac{1}{273} \text{ grad}^{-1} \quad (6)$$

теңліктері орынлы болады.

II кестеде базы бір қақыйқый газлар үшін хәр қыйлы p басымлардағы pV көбеймесінің эмпирикалық мәніслері берілген. Газлар 0°C температурада 1 л мұғдарында хәм 1 ат басымда алынған. Солай етип, газлардың хәр бири үшін $p = 1$ ат басымда pV көбеймеси 1 ге тең етип алынған. Бойль-Мариотт ызамаы бойынша 1 ге тең болған бұл шаманың басымның қалеген мәнісинде сақланыуы керек.

II кестеде көринип тұрғанындай, 1 ат басымнан 100 ат басымға шекем Бойль-Мариотт ызамаына сәйкес келмеу үлкен емес: pV көбеймеси өзінің 1 ге тең болған мәнісин сақлайды. Бирақ, бәри бир, водород үшін көбейменің мәніси бирден үлкен, ал N_2 , O_2 хәм хауа үшін бирден азмаз киши болады. Бұл водородтың Бойль-Мариотт ызамаы талап етилетуғын шамаға салыстырғанда кемирек, ал басқа газлардың көбирек қысылатуғынлығын көрсетеди.

II кесте. 0°C температурадағы хәр қыйлы басым p лардағы pV көбеймесінің мәніслері

p_{at}	pV			
	H_2	N_2	O_2	Хауа
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
100	1,0690	0,9941	0,9265	0,9730
200	1,1380	1,0483	0,9140	1,0100
500	1,3565	1,3900	1,1560	1,3400
1000	1,7200	2,0685	1,7355	1,9920

1000 ат басымда барлық газлар Бойль-Мариотт ызамаына салыстырғанда, мысалы азот үшін еки еседен үлкен болған үлкен шегинистің бар екенлигин көрсетеди: олардың барлығы да Бойль-Мариотт ызамаы берген шамаға салыстырғанда киширек қысылады.

Жүдә үлкен болған басымларда шегинистің шамасы оннан да көбирек болады. 15 000 кг/см² басымда азоттың көлеми Бойль-Мариотт ызамаы берген шамадан 16 есе үлкен.

Хақыйқый газлар үшін Гей-Люссак ызамаынан шегинислер де сезилерликтей.

III кестеде көринип тұрғанындай, бир газ үшін α_p менен α_v шамаларының мәніслері бир бирине сәйкес келмейди. Углекислота үшін³² α_p менен α_v шамаларының арасындағы айырма 0,4 процентке жетеди. Хәр қыйлы газлар үшін α_p коэффициенті де, α_v коэффициенті де бир қанша айырмаға ийе.

III кесте. Газлар үшін α_p менен α_v коэффициенттерінің мәніслері

Газ	$\alpha_p \cdot 10^{-7}$	$\alpha_v \cdot 10^{-7}$

³² Углекислотаның, углерод диоксидінің ямаса углеродтың қос окисінің химиялық формуласы CO_2 (аударыушылардың ескертуі).

H ₂	36 613	36 600
He	36 601	36 582
N ₂	36 744	36 732
CO ₂	37 262	37 414
Хаҗа	36 750	36 760

Ақырында берілген газ үшін α_p менен α_V коэффициентлеринің олардың температуралардың қандай интервалында өлшенгенлигине байланысly хәр қыйлы мәніслердің алынатуғынлығы атап өтеміз.

(4)- хәм (5)-формулаларға сәйкес мыналарға ийе боламыз:

$$\alpha_p = \frac{p - p_0}{p_0 t}, \alpha_V = \frac{V - V_0}{V_0 t}.$$

Бұл формулаларда p_0 менен V_0 арқалы 0°C температурадағы басым менен көлем, ал p менен V арқалы t температурадағы сол шамалар белгиленген. Мысалы, $t = 50^\circ\text{C}$ температурада p менен V шамаларын өлшеп 0 ден 50°C шамасына шекемги температуралар интервалы үшін α_p менен α_V коэффициентлеринің орташа мәніслерин табамыз. Гей-Люссак нызамы бойынша α_p менен α_V шамаларының мәніслеринің мәніслери t температурасының мәніслеринен ғәрезли болмаўы керек.

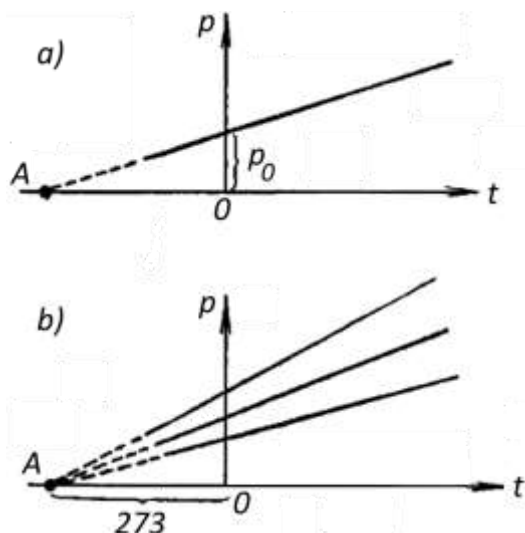
Хаҗаға тийисли болған IV кесте ҳақыйқатында Гей-Люссак нызамының талабынан үлкен болмаған шегиниўлердің орын алатуғынлығы көринип тұр.

Көринип тұрғанындай, шегиниўлер жүдә сезилерликтей емес; α_p үшін айрықша киши. Бирақ ұсындай жағдайға байланысly водородтың орнына басқа газ бенен толтырылған термометр температураны өлшегенде бираз қателиклерди берген болар еди.

IV кесте. Басым $p = 1$ ат болғандағы хаҗа үшін хәр қыйлы температураларда алынған α_p менен α_V шамаларының мәніслери.

	Температуралық интерваллар			
	0-50 ⁰	0-100 ⁰	0-150 ⁰	0-200 ⁰
	$\alpha_p \cdot 10^6$	$\alpha_p \cdot 10^6$	$\alpha_p \cdot 10^6$	$\alpha_p \cdot 10^6$
$\alpha_p \cdot 10^6$	3675	3675	3674	3674
$\alpha_V \cdot 10^6$	3676	3674	3673	3672

Бойль-Мариотт хәм Гей-Люссак нызамларына дәл бағынатуғын хәм $\alpha_p = \alpha_V = \frac{1}{273,13} \cong \frac{1}{273}$ мәніслери менен тәрийипленетуғын газди *идеал газ* деп атайды. "Идеал газдың" қәсийетлери ҳақыйқый газлердің қәсийетлерине азы-көпли жақсы жақынласыў болып табылады.



111-сүүрет.

a) газдың басымы p ның температурадан ғәрезлиги тўры сызық (изохора) менен сүүретленеди,

b) газдың қәлеген муғдарына тийисли болған изохоралардың барлығы абсцисса көшерин A ноқатында кесип өтеди.

Газдің басымының $p_t - p_0$ шамаға өзгерисін Δp арқалы белгилеп, (4)-формуладан мынаны аламыз:

$$\Delta p = p_0 \alpha t. \quad (4a)$$

Соның менен бирге (5)-теңдіктен көлемнің өзгерісін ΔV үшін

$$\Delta V = V_0 \alpha t \quad (5a)$$

аңлатпасын табамыз.

(4a)-формуладан температура 1°C шамасына көтерілгенде (турақлы көлемде) идеал газдің 0°C температурадағы басымының $1/273$ бөліміне үлкейетүғынлығы келип шығады.

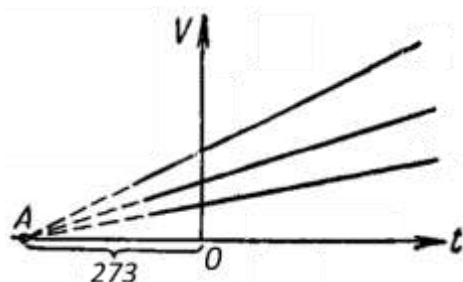
Тап сол сыяқлы (5a) формуладан мынаған ийе боламыз: температура 1°C шамасына көтерілгенде (турақлы басымда) идеал газдің 0°C температурадағы көлемінің $1/273$ бөліміне үлкейеді.

Турақлы көлемдегі газдің басымының температурадан ғарезлиги графикте түйры сызық пенен сүйретленеди. Бул сызық ордината көшерин p_0 ди беретүғын ноқатта кесип өтеди (111a сүйрет). Бул сызықтың атамасы *изохора*. Бул сөз алынған түйры сызықтың турақлы көлемге тийисли екенлигин аңғартады.

Газдің ҳәр қыйлы массалары үшін p_0 ҳәр қыйлы мәнислерге ийе болады ҳәм изохоралар ордината көшерин ҳәр қыйлы ноқатларда кесетүғын түйрылардың семействосын береді (111b сүйрет). Бирақ, бул түйрылардың барлығы абсцисса көшерин бир А ноқатында $t = -\frac{1}{\alpha} \cong -273^\circ\text{C}$ температурасында кеседи. Себеби (4)-формула бойынша p_0 диң қәлеген мәнисинде $t = -\frac{1}{\alpha}$ температурада $p_t = 0$.

Тап сол сыяқлы турақлы басымдағы газдің көлемінің температурадан ғарезлиги ордината көшерин V_0 мәнисин беретүғын ноқатта кесип өтетүғын түйры сызық пенен сүйретленеди (*изобара* менен).

Газдің ҳәр қыйлы массалары үшін ордината көшерин ҳәр қыйлы бийикликлерде ҳәм абсцисса көшерин бир А ноқатында температураның $t = -\frac{1}{\alpha} \cong -273^\circ\text{C}$ мәнисинде кесип өтетүғын түйрыларға ийе боламыз (112-сүйрет).



112-сүйрет.

Газдің қәлеген муғдары үшін оның V көлемінің t температурадан ғарезлигин сүйретлейтүғын түйрылардың барлығы абсцисса көшерин бир А ноқатында кеседи.

111b ҳәм 112-сүйретлерден координаталардың басын А ноқатына көширсек, онда газдің басымының ямаса көлемінің температурадан ғарезлигинің әпиұайыласатүғынлығы келип шығады. Усы жағдайға байланысly температураның жаңа шкаласын киргиземіз (бул шкаладағы температураны T арқалы белгилейміз). Бул шкалада градиустың үлкенлиги *Цельсия шкаласындағы* градусының үлкенлигиндей, бирақ ноль -273°C ноқатында жайласқан. Бундай жағдайда³³

$$T = t + 273^0. \quad (7)$$

Буннан $t = T - 273^0 = T - \frac{1}{\alpha}$ теңліклерине ийе боламыз. Усының менен бирге (4)-аңлатпа бойынша

³³ Дәлирегі $T = t + 273,13^0$.

$$p_T = p_0 \left[1 + \alpha \left(T - \frac{1}{\alpha} \right) \right],$$

яғный

$$p_T = p_0 \alpha T \quad (8)$$

формуласына ийе боламыз.

Тап сол сыяқлы

$$V_T = V_0 \alpha T \quad (9)$$

формуласын да алыў мүмкин.

Жаңадан киргизилген температуралар шкаласы *Кельвин шкаласы* деп аталады (бул шкаладағы градус К арқалы белгиленеди). (8)-теңликтен тұрақлы көлемдеги газдың басымының Кельвин шкаласындағы темпериатураға тўры пропорционал екенлиги келип шығады. Тап сол сыяқлы, (9)-аңлатпа бойынша тұрақлы басымда газдың көлеминиң Кельвин шкаласындағы температураға тўры пропорционал. (8)- хәм (9)-аңлатпалар бойынша $T = 0$ температурада $p = 0$ хәм $V = 0$ теңликлериниң орынланатуғынлығын аламыз. Бирақ, ҳақыйқатында заттың көлеми ҳеш қашан нолге тең бола болмайды.

Бундай күлкили нәтийже Гей-Люссак ызымын жүдә төменги температуралар ушын экстраполяциялаўдың салдарынан алынды. Қәлеген ҳақыйқый газ $t = -273^\circ\text{C}$ температураға шекем жетпестен бұрын сұйықлыққа айланады хәм қатады. Бирақ бундай жағдайға қарамастан Кельвин шкаласы менен бул шкаладағы температураның нолиниң мәниси анық физикалық мәниске ийе. Бул жағдайды биз төменде көремиз. Усыған байланыслы Кельвин шкаласын жийи *абсолют шкала*, ал Кельвин шкаласындағы нолди (Цельсия шкаласындағы $-273,13^\circ$ та жататуғын) *температуралардың абсолют ноли* деп атайды.

§ 45. Идеал газлердиң ҳал теңлемеси. Газлердиң тығызлығы. Көлеми V_1 , басымы p_1 хәм T_1 температурасына ийе болған газдың белгили болған m массасын қараймыз. Мейли басқа ҳалда газдың усындай массасы V_2 көлеми, p_2 басымы хәм T_2 температурасына ийе болсын. Бойль-Мариотт хәм Гей-Люссак ызымларының тийкарында V_1, p_1, T_1 хәм V_2, p_2, T_2 шамаларының арасындағы байланысты табамыз.

Усындай мақсетлерде V_1, p_1, T_1 ҳалынан газди тұрақлы p_1 басымында T_2 температурасына шекем қыздырамыз. Бундай жағдайда ол V' көлемине ийе болады, қала берсе 44-параграфтағы (9)-формула бойынша

$$V' = V_1 \frac{T_2}{T_1} \quad (1)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Бундай қыздырыўдың нәтийжесинде газ көлеми V' , басымы p_1 хәм температурасы T_2 шамалары менен тәрийипленетуғын ҳалда турады. Сонлықтан газди ақырғы V_2, p_2, T_2 ҳалына көлемниң изотермалық өзгериўиниң салдарынан жетиў мүмкин. Бундай жағдай ушын Бойль-Мариотт ызымы бойынша:

$$p_1 V' = p_2 V_2.$$

Бул аңлатпаға (1)-аңлатпадан V' тың мәнисин қойып

$$p_1 V_1 \frac{T_2}{T_1} = p_2 V_2$$

ямаса

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

теңлемесине ийе боламыз. Буннан газдың берилген массасының ҳалы өзгергенде $\frac{pV}{T}$ қатнасының тұрақлы болып қалатуғынлығын көремиз:

$$\frac{pV}{T} = B. \quad (2)$$

(2)-теңдеме көп жыллар дауамында Петербургтағы қатнас жоллары институтында профессор болып ислеген француз инженері Клапейрон (1834-ж.) тәрәпинен келтирип шығарылды. Бұл теңдемедегі B тұрақтысының сан мәнісі алынған газдың мұғдарына хәм p, V хәм T шамалары өлшенетұғын бирликлерден ғәрезли.

Авагадро тәрәпинен ашылған ызыам бойынша *хәр қыйлы газлердің грамм-молекуласы бирдей басым менен температурада бирдей көлемге ийе болыуы керек*. $t = 0^\circ C$ температурада хәм $p = 1$ ат басымда қәлеген газ 22,41 литр көлемди ийелейди.

Буннан, егер (2)-қатнас *газдың ықтыярлы түрде алынған мұғдарына емес, ал бир молине тийисли болса, онда барлық газлер ушын B тұрақтысының сан мәнісі бирдей болады*.

Барлық газлер ушын бирдей болған бұл тұрақты R арқалы белгиленеди хәм *газ тұрақтысы* деп аталады. (2)-формулаға V көлемнің орнына моллик көлем V_0 ди киргизип (яғный газдың бир моли ушын)

$$pV_0 = RT \quad (3)$$

формуласын аламыз.

Моллик көлем V_0 диң өлшеми L^3/mol хәм $л/моль$ ямаса $см^3/моль$ бирликлерде өлшенеди. (3)-формула хал теңлемеси болып табылады. Бұл теңдеме тек идеал газ ушын ғана дәл орынланады. Хәқыйқый газлер ушын, Бойль-Мариотт хәм Гей-Люссак ызыамлары сыяқлы жүйік түрде ғана орынланады (ұсы Бойль-Мариотт хәм Гей-Люссак ызыамларынан келип шығатұғын болса да).

Сонлықтан ол идеал газдың хал теңлемеси болып табылады.

(2)-теңдемени ұлыұмаластырыұдың салдарынан алынған (3)-теңдеме Д. И. Менделеев тәрәпинен келтирип шығарылды. Ол бұл теңдеме хәққында биринши рет Рус физика-химия жәмийетиниң мәжилисинде 1874-жылы баянат жасады хәм 1875-жылы баспадан шығарды. Усы жағдайға байланысly (3)-формулань Менделеев-Клапейрон формуласы деп атайды.

R диң сан мәнісин $t = 0^\circ C$ температурада, яғный $T = 273 K$ да хәм $p = 1 ат$ басымда бир молдиң көлеминиң $V_0 = 22,4 л$ екенлиги шәртинен анықлаймыз. Буннан

$$R = \frac{pV_0}{T} = \frac{1 \cdot 22,4}{273} \frac{л \cdot ат}{град \cdot моль} = 0,082 \frac{л \cdot ат}{град \cdot моль} \quad (4)$$

шамасын аламыз.

SGS системасындағы R диң мәнісин басым p ны *барларға*, хәм V_0 моллик көлемди $см^3/мольге$ айландырып ала аламыз:

$$R = \frac{1033 \cdot 981 \cdot 22,4 \cdot 10^3}{273} \frac{бар \cdot см^3}{град \cdot моль} = 8,31 \cdot 10^7 \frac{эрг}{град \cdot моль}. \quad (4a)^{34}$$

Газ тұрақтысының бирлигиниң $\frac{эрг}{град \cdot моль}$ атамасы $бар \cdot см^3 = дина \cdot см = эрг$ теңдиклерине келип шығады.

Газдың тек бир моли ушын дұрыс болған (3)-формулань қәлеген масса ушын ұлыұмаластырыұға болады. Оның ушын газдың молекулалық салмағын μ арқалы белгилеймиз; бундай жағдайда басым менен температураның базь бир мәніслеринде газдың бир моли V_0 көлемине ийе болатұғын болса, онда тап сондай басым менен температурада газдың m граммы $V = \frac{m}{\mu} V_0$ көлемин ийелейди. Буннан берилген басым менен температурадағы газдың m граммы ушын pV/T аңлатпасының R газ тұрақтысынан

³⁴ Дәлиреги

$R = 8,313 \cdot 10^7 эрг/град \cdot моль = 0,08204 л \cdot ат/град \cdot моль.$

$\frac{m}{\mu}$ есе үлкен болатуғынлығы және pV/T қатнасының газдың барлық өзгерістерінде тұрақты болып қалатуғынлығын себеппіз газдың m граммы үшін:

$$\frac{pV}{T} = \frac{m}{\mu} R,$$

бұнан

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad (5)$$

теңлемесін аламыз.

(5)-формула газдың қалған m массасы үшін дұрыс болған Менделеев-Клапейрон теңлемесінің ұлымаластырылуы болып табылады; ұсының менен бірге R тұрақтысы барлық газлар үшін бірдей және (4)- және (4а) аңдатпалары беретұғын сан мәнісіне ийе.

(5)-формула газдың берілген мұғдарын тәрийіплетуғын барлық төрт t, p, V және T шамаларын байланыстырады. Олардың үшеуін биліп, (5)-формула бойынша төртіншісін есеплеуға болады.

(5)-формуладан газдың тығызлығы тиккелей анықланады:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}. \quad (6)$$

Солай етіп, газдың тығызлығы оның молекулалық салмағы менен басымына түүры пропорционал, ал абсолют температураға кері пропорционал екен.

Газлар үшін жийі салыстырмалы тығызлықты қарайды. Салыстырмалы тығызлық қаққында гәп етилгенде берілген газдың ρ тығызлығының стандарт газ сыпатында қабыл етилген газдың берілген газдың басымы менен температурасындағы ρ_0 тығызлығына қатнасы түсиниледи. Бұндай жағдайда

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}, \rho_0 = \frac{p\mu_0}{RT}$$

теңліклеріне ийе боламыз және бұнан

$$\rho' = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (7a)$$

қатнастарының орынлы болатуғынлығын көреміз.

Салыстырмалы тығызлықты водородқа салыстырып алады. Оның үшін $\mu_0 = 2$. Бұндай жағдайда салыстырмалы тығызлық үшін

$$\rho'_{H_2} = \frac{1}{2} \mu \quad (7a)$$

теңлігіне ийе боламыз.

Бұл формула газлардың салыстырмалы молекулалық тығызлықтарын водородқа салыстырған қалда анықлауға мүмкіншілік береді.

Менделеев-Клапейрон формуласын пайдаланыуға және газлардың тығызлығын анықлау мысалларын қараймыз.

1-мысал. 380 мм Hg басымда және 27°C температурада 1 г азот ($\mu = 28$) литрлерде қандай көлемді ийелейді?

Шешімі. (5)-формуладан мынаған ийе боламыз:

$$V = \frac{mRT}{\mu p}.$$

p басымды мм Hg нан атмосфераға өткереміз:

$$p = \frac{380}{760} \text{ ат} = 0,5 \text{ ат.}$$

Температураны Кельвин шкаласына өткереміз

$$T = t + 273^0 = 300^0$$

және газ тұрақтысы үшін

$$R = 0,082 \text{ l} \cdot \frac{\text{at}}{\text{grad}} \cdot \text{mol}.$$

Бундай жағдайда

$$V = \frac{1 \cdot 0,082 \cdot 300}{28 \cdot 0,5} \text{ l} = 1,75 \text{ l}.$$

2-мысал. 0°C температурада хәм 1 ат басымда водородтың тығызлығы ($\mu = 2$) неге тең?

Шешими. (6)-формула бойынша:

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}.$$

Егер бұл аңлатпаның оң тәрепине киретуғын барлық шамаларды SGS системасында, яғный μ ди г/моль де, p ны барларда, R ди эрг/град·моль де, T ны Кельвин шкаласындағы градусларда алатуғын болсақ, онда ρ шамасы г/см³ ларда алынады.

Егер төмендегидей аралас системаны пайдалансақ: R ди л·ат/град·моль де, μ ди г/моль де, p ны атмосфераларда, T ны Кельвин градусларында алсақ, онда p г/л лерде алынады. Бундай системада тығызлықтың бирлиги сыпатында массасы 1 г болған денениң 1 л көлемди ийелеген жағдайдағы тығызлық алынады.

Әлбетте, сан мәниси г/л лерде берилген тығызлықтан сан мәниси г/см³ ларда берилген тығызлыққа өтиў ушын олардың бириншисин 1000 ға бөлемиз. Нәтийжеде бул мысалды еки түрли усылдың жәрдеминде шешиўге болады:

1) басымды бар ға өткеремиз: $p = 1 \text{ ат} = 1033 \cdot 981 \text{ бар} = 1,013 \cdot 10^6 \text{ бар}$. Бундай жағдайда

$$\rho = \frac{2 \cdot 1,013 \cdot 10^6}{8,31 \cdot 10^7 \cdot 273} \text{ г/см}^3 = 8,9 \cdot 10^{-5} \text{ г/см}^3.$$

2) көрсетилген аралас системадан пайдаланамыз, онда

$$\rho = \frac{2 \cdot 1}{0,082 \cdot 273} = 8,9 \cdot 10^{-2} \text{ г/л} = 8,9 \cdot 10^{-5} \text{ г/см}^3.$$

§ 46. Газлердин кинетикалық теориясының тийкарғы көринислери. Әдеттегидей шараятлардағы (яғный 0°C температурадағы хәм 1 ат басымдағы) газлердин тығызлығы суйықлықлардың тығызлығынан шама менен 1000 еседей кем. Суйықлықларда молекулалар бир бири менен тығыз жайласқан. Буннан газлердеги молекулалардың бир биринен ұсы молекулалардың өлшемлеринен шама менен $\sqrt[3]{1000}$ есе үлкен қашықлықларда, яғный өзлериниң меншикли өлшемлеринен онлаған есе үлкен қашықлықларда жайласатуғынлығы келип шығады. Солай етип газ бир биринен жеткиликли дәрежеде үлкен болған қашықлықларда жайласқан молекулалардың жыйнағы болып табылады екен. Молекулалар бир бири ямаса ұсы газ жайласқан ыдыстың дийўалы менен соқлығысыўлар арасында еркин қозғалыўлардан тұратуғын пүткиллей тәртипсиз қозғалады. Соқлығысыў моментиндеги өз-ара тәсирлесиўлерди есапқа алмағанда, молекулалар арасындағы өз-ара тәсирлесиў күшлери соншама киши болып, оларды есапқа алмаўға болады. Молекулалардың бир бири менен соқлығысыўы энергияның жоғалыўысыз серпимли шарлардың соқлығысыўы ызыамлары бойынша жүзеге келеди. Еркин және тәртипсиз қозғалатуғын серпимли молекулалар-шариклердин жыйнағы түриндеги газдин механикалық модели жүдә әпиўайыласқан модель болып табылады. Бирақ бул модель газлердин тийкарғы қәсийетлерин түсиндириўге мүмкиншилик береді. Кейинирек биз ҳақыйқый газлердин қәсийетлерин дәлирек есапқа алыў ушын бул моделди қалайынша раўажландырыўға болатуғынлығынлығы менен танысамыз. Егер тек механикалық көз-қарасларда тұрып қарайтуғын болсақ, онда ҳақыйқый газлердин қәсийетлерин түсиндириўдин мүмкиншилиги болмайды. 31-параграфтағы классикалық механиканың қолланылыў шегаралары ҳаққындағы мағлыўматларды есапқа алып, газдин жоқарыда келтирилген моделде классикалық механиканың ызыамлары тийкарында қозғалатуғын бөлекшелер түриндеги молекулалар ҳаққындағы көз-қараслардан қаншама мүмкин деген мәселени қойыўымыз керек.

31-параграфта координатадағы Δx , тезликтің ұсы координатадағы Δv_x құрайшысындағы анықсыздықтарының

$$\Delta x \cdot \Delta v_x > h/m$$

қатнасы бойынша байланысқанлығын көрген едік. Бұл қатнасты әдеттегі шараятлардағы газде қозғалатуғын молекулаға қолланамыз. Мысал ретінде массасы $m = 4,7 \cdot 10^{-23}$ г болған азотты аламыз. Биз кейинирек молекулалардың бір соқлығысыұдан екінші соқлығысыұға шекем 10^{-5} см шамасындағы жолды өтетұғынлығын хәм тезлигиниң шама менен 400 м/сек болатұғынлығын көреміз. Солай етип, молекуланың қозғалысының характери хаққында гәп етиұ ұшын оның тұрған орнын кемінде $\Delta x \sim 10^{-6}$ см дәлликте анықлаұ мүмкиншилигине ийе болыұ керек болады. Бундай жағдайда тезликтің мәнисіндеги анықсызлықтың шамасы

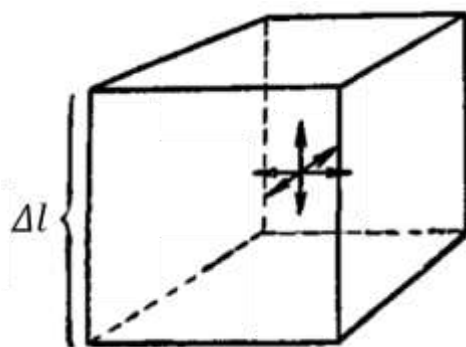
$$\Delta v_x \sim \frac{h}{m} \cdot \frac{1}{\Delta x} = \frac{6,6 \cdot 10^{-27}}{4,7 \cdot 10^{-23} \cdot 10^{-6}} \text{ см/сек} \cong 1,4 \cdot 10^2 \text{ см/сек}$$

шамасына тең болады. Бұл шама тезликтің өзиниң мәнисиниң 1/3 процентин ғана құрайды.

Солай етип, талап етилетұғын дәлликтің шеклерінде биз сөздің әдеттегі мәнисінде молекуланы бөлекше деп есаплай алады екенбиз. Молекулалар бір бирине жүдә жақын жайласатұғын оғада үлкен басымларда (бундай жағдайда Δx ұшын ең киши мәнисти алыұ керек) және молекулалардың тезликлери киши болатұғын бундай көз-қарас дәртке аспайды.

Еркин қозғалыұшы бөлекшелер сыпатындағы газдің модели газлердің оларға берилген барлық көлемге тарқалатұғынлығын хәм бір бирине араласыұ (диффузияланыұ) қасийетин тиккелей түсиндириұге мүмкиншилик береді. Молекулалардың ыдысты шеклеп тұрған дийұалларға урылыұлары газдің басымын пайда етеді.

Газдің дийұалларға түсиретұғын басымын айырым молекулалардың дийұал менен соқлығысыұларының нәтийжеси екенлигин биринши рет Петербурглы академик Даниил Бернулли тәрепинен 1738-жылы ұсынылды. 1744-1748 жыллары М. В. Ломоносов затлардың кеңейтилген атомлық-кинетикалық теориясын ислеп шықты, жыллылықтың молекулалық-кинетикалық теориясының дұрыс екенлигин биринши болып дәлилледі хәм ұсындай көз-қараста тұрып көп құбылысларды түсиндирді. Буннан кейин молекулалық-кинетикалық теория XIX әсирдің екінші ярымында бір қатар физиклер тәрепинен, тийкарынан Клаузиус, Больцман хәм Максвелл тәрепинен раұажландырылды.



113-сүұрет.

Кублық ыдыстың ишиндеги молекулалардың қозғалысын орташалаұ.

Ыдыстың дийұалына соқлығысыұдың салдарынан пайда болатұғын басымды есаплаймыз. Қабырғасының ұзынлығы Δl шамасына тең болған кубты көз алдымызда елеслетейик (113-сүұрет). Оның ишинде тәртипсиз түрде n дана молекула қозғалатұғын болсын хәм олардың меншикли өлшемлерин есапқа алмаймыз. Молекулалардың қозғалысының толық тәртипсиз екенлигин нәзерде тутқанда олардың дийұалға соқлығысыұының нәтийжеси мынадай болады: молекулалардың үштен бири кубтың

алдыңғы хәм артқы дийўалларына қарап, үштен бири жоқарғы хәм төменги дийўаллары арасында, қалған үштен бири оң хәм шеп тәрәптеги дийўалларына қарай туўры сызықлы қозғалады. Дийўаллардың бирине (мысалы алдыңғы дийўалға) қарай перпендикуляр бағытта v тезлиги менен қозғалатуғын молекула урылыўдың нәтийжесинде артқа қарай артқа қарай секиреди. Усының нәтийжесинде оның қозғалыс мұғдары $m \cdot v - m(-v) = 2mv$ шамасына өзгереді (m арқалы молекуланың массасы белгиленген). Қозғалыс мұғдарының бұл өзгеріси урылыў ўақытындағы дийўал тәрәпинен молекулаға тәсир ететуғын күштиң импульсин анықлайды:

$$\Delta f \cdot \delta t = 2mv.$$

Бұл теңликте Δf – урылыў (соққы) күши, δt – урылыў ўақыты. Ньютонның үшінши нызамы бойынша сан мәніси Δf шамасына тең күш дийўалға тәсир етеди. Дийўалдан секирип молекула қарама-қарсы тәрәптеги дийўалға қарай қозғалады хәм онда соқлығысып базы бир Δt ўақытынан кейин биринши дийўалға қайтып келеди. Молекуланың бир биринен кейин жүзеге келетуғын еки соқлығысыўы арасындағы ўақыт ишиндеги дийўалға тәсир ететуғын орташа күш $\Delta \bar{f}$ молекуланың импульси $\Delta \bar{f} \cdot \Delta t$ сан мәніси бойынша δt соққы ўақытындағы Δf күшиниң импульсине тең болыўы керек талабынан анықланады. Буннан

$$\Delta \bar{f} \cdot \Delta t = 2mv. \quad (1)$$

Δt ўақыты молекуланың кубтың алдыңғы дийўалынан секирип, артқы дийўалына барып хәм қайтып келиўи ушын кеткен ўақыт болып табылады. Буннан

$$\Delta t = \frac{2 \cdot \Delta l}{v}$$

қатнасына ийе боламыз.

Δt ушын алынған қатнасты (1)-аңлатпаға қойып

$$\Delta \bar{f} = \frac{mv^2}{\Delta l}$$

теңлигине ийе боламыз. Бұл бир молекуланың соққы күшлериниң ўақыт бойынша орташа мәніси болып табылады. Хәр қыйлы молекулалар хәр қыйлы болған $v_1, v_2, v_3, \dots$ тезликлери менен қозғалады хәм молекулалардың алдыңғы дийўалға урылыўларының қосынды күши мынаған тең болады:

$$\bar{f} = \frac{mv_1^2}{\Delta l} + \frac{mv_2^2}{\Delta l} + \frac{mv_3^2}{\Delta l} + \dots + \frac{mv_{n'}^2}{\Delta l}.$$

Бұл теңликте n' арқалы алдыңғы хәм артқы дийўаллар арасында қозғалатуғын молекулалардың саны белгиленген. $m/\Delta l$ шамасын турақлы шама сыпатында қаўсырмадан шығарып хәм теңлемениң оң хәм шеп тәрәплерин n' шамасына көбейтип хәм бөлип, мынадай аңлатпаны аламыз:

$$\bar{f} = \frac{n' \cdot m}{\Delta l} \cdot \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_{n'}^2}{n'}.$$

Бұл аңлатпадағы

$$\bar{v}^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_{n'}^2}{n'}$$

шамасы молекулалардың тезликлериниң квадратларының орташа мәніси ямаса басқа сөзлер менен айтқанда орташа квадратлық тезликтің квадраты болып табылады. Буннан

$$\bar{f} = \frac{n' \cdot m}{\Delta l} \bar{v}^2$$

формуласын аламыз. Алдыңғы хәм артқы дийўаллар арасында қозғалатуғын молекулалардың санын бирдей етип алыўға болады (бизлер молекулалардың барлық саны n ниң $1/3$ бөлеги деп есапладық). Буннан

$$\bar{f} = \frac{1}{3} \frac{n}{\Delta l} \cdot m \bar{v}^2$$

теңлигин аламыз. Бул теңликтің оң хәм шеп тәрептерин Δl^2 шамасына бөлип

$$\frac{\bar{f}}{\Delta l^2} = \frac{1}{3} \frac{n}{\Delta l^3} \cdot m \bar{v}^2 \quad (2)$$

формуласына ийе боламыз. Δl^2 шамасы кубтың қаптал бетинің майданы, $\frac{\bar{f}}{\Delta l^2}$ болса ұсы майданға түсетуғын басым, Δl^3 – кубтың көлеми. Буннан $\frac{n}{\Delta l^3}$ шамасының көлем бирлигиндеги молекулалардың саны екенлиги келип шығады. Нәтийжеде (2)-теңлик ең ақырында

$$p = \frac{1}{3} n_0 m \bar{v}^2 \quad (3)$$

түрине енеди.

Солай етип, газ тәрепинен дийўалларға тәсир ететуғын басым p көлем бирлигиндеги молекулалар саны n_0 , молекулалардың массасы m хәм тезликтердің квадратының орташа мәніси $\bar{v}^2$ бойынша анықланады екен. (3)-формулаға оның оң тәрепин 2 ге көбейтип және бөлип басқа түр бериўге болады

$$p = \frac{2}{3} n_0 \left(\frac{m \bar{v}^2}{2} \right). \quad (4)$$

Бирақ, $\frac{m \bar{v}^2}{2} = \bar{w}$ шамасы бир молекуланың илгерилемели қозғалысына сәйкес келетуғын орташа кинетикалық энергия болып табылады. Буннан

$$p = \frac{2}{3} n_0 \bar{w} \quad (4a)$$

формуласына ийе боламыз, яғный газдың басымы газдың молекулаларының илгерилемели қозғалысының орташа кинетикалық энергиясы бойынша аңлатылады екен.

(3)-формула ямаса оған эквивалент болған (4a) формуласы *газлердің кинетикалық теориясының тийкарғы формуласы деп аталады.*

(4a) формуланың оң хәм шеп тәрептерин газдың бир молиниң көлеми V_0 ге көбейтеміз. Бундай жағдайда

$$pV_0 = \frac{2}{3} n_0 V_0 \bar{w}$$

формуласына ийе боламыз. Бирақ, $n_0 V_0$ шамасы газдың моллик V_0 көлеміндеги молекулалар саны болып табылады. Бул сан Авагадро санына тең: $n_0 V_0 = N_A$. Буннан

$$pV_0 = \frac{2}{3} N \bar{w}$$

формуласын аламыз. Бирақ $pV_0 = RT$, T арқалы Кельвин шкаласындағы газдың температурасы хәм R арқалы газ тұрақлысы белгиленген. Буннан

$$pV_0 = \frac{2}{3} N \bar{w} = RT \quad (5)$$

теңлемеси келип шығады. (5)-формула молекулалардың илгерилемели қозғалысының орташа кинетикалық энергиясы $\bar{w}$ ны газди тәрийиплейтуғын макроскопиялық шамалар болған басымы, көлеми хәм температурасы менен байланыстырады. (5)-теңлемеден мынаған ийе боламыз:

$$\bar{w} = \frac{m \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N} T; \quad (7)$$

Бул теңлемедегі R хәм N шамалары тұрақлы болғанлықтан, онда

$$k = \frac{R}{N}$$

шамасы да тұрақлы шама болады. Оны Больцман тұрақлысы деп атайды.

Больцман тұрақтысының сан мәнісі

$$k = \frac{8,31 \cdot 10^7}{6,02 \cdot 10^{23}} \text{ эрг/град} = 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ эрг/град}$$

шамасына тең.

(6)-формулағы Больцман тұрақтысының шамасын қойып

$$\bar{w} = \frac{3}{2} kT \quad (6a)$$

формуласын аламыз.

(6)- хәм (6a) формулалар молекулалардың илгерилемели қозғалысының орташа кинетикалық энергиясының тек температурадан ғарезли болатуғынлығын көрсетеди, усының менен бирге ол абсолют температура T ға туўры пропорционал.

Нәтийжеде температуралардың абсолют шкаласы (Кельвин шкаласы) тиккелей физикалық мәніске ийе болады. (6a) формулаға сәйкес температуралардың абсолют нолінде молекулалардың илгерилемели қозғалыслары пүткиллей тоқтайды. Бирақ абсолют нолде де молекулалар менен атомлардың ишинде қозғалыстың базы бир түрлери тоқтамайды. Сонлықтан, ұлыўма алғанда материяның ишки қозғалысы абсолют нолде де сәнбейди. Кейинирек биз абсолют нолге шекем жетиўдин әмелий жақтан мүмкин емес екенлигин көремиз.

Келтирилген жуўмақлар тек молекулалардың илгерилемели қозғалысының кинетикалық энергиясын анықлап ғана қоймай, газдин молекулалық-кинетикалық тәбиятын тәрийиплейтуғын басқа да бир қатар шамаларды анықлаўға мүмкиншилик береді.

(6)-формуладан молекулалардың тезлигиниң квадратының орташа мәнісі ушын

$$\bar{v}^2 = \frac{3RT}{mN}$$

аңлатпасына ийе боламыз. Бирақ, m – бир молекуланың массасы, N – бир молдеги молекулалардың саны болып табылады хәм буннан mN шамасының молекулалық салмағы μ екенлиги келип шығады. Буннан кейин молекулалардың илгерилемели қозғалысының орташа квадратлық тезлиги ушын мынаны аламыз:

$$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}. \quad (8)$$

Демек, газ молекулаларының илгерилемели қозғалысының орташа квадратлық тезлиги газдин абсолют температурасының квадрат түбирине туўры пропорционал хәм оның молекулалық массасының квадрат түбирине кери пропорционал.

Көлемнің бир бирлигиндеги молекулалар саны n_0 ушын (4a) формуладан

$$n_0 = \frac{3p}{2\bar{w}}$$

қатнасына ийе боламыз. Буған (6)-аңлатпа бойынша $\bar{w}$ ның мәнісин қойып

$$n_0 = \frac{p}{kT} \quad (9)$$

формуласына ийе боламыз.

(9)-формуладан бирдей басым менен температурада барлық газлердин көлем бирлигиндеги молекулалар санының бирдей болатуғынлығы келип шығады (бул нәтийже Авагадро нызамынан да тиккелей келип шығады). Әдеттегидей шараятларда, яғный $p = 1$ ат хәм $T = 273 \text{ K}$ температурада қалеген газдин 1 см^3 көлемінде

$$n_0 = 2,683 \cdot 10^{19} \text{ см}^3$$

молекула болады екен. Бул сан *Лошмит саны* деп аталады.

Газлердин молекулалық-кинетикалық теориясының сан шамаларының тәртиби менен танысыў

ушын бир неше санлы мысалларды келтиремиз.

1-мысал. 27°C температурада ыдыстың дийўалына бир бар басымның түсирилиўи ушын газдың көлем бирлигинде қанша молекуланың болыўы керек?

Шешими: (9)-формула бойынша

$$n_0 = \frac{p}{kT} = \frac{1}{1,38 \cdot 10^{-16} \cdot 300} \text{ см}^{-3} = 2,42 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3},$$

яғный 1 см³ көлемде 2,42·10¹³ молекуланың болыўы керек.

2-мысал. Азот молекулаларының ($\mu = 28$) орташа квадратлық тезлигин анықлаңыз: а) $t = 1000^\circ\text{C}$, б) $t = 0^\circ\text{C}$ ҳәм в) $t = -270^\circ\text{C}$.

Шешими. (8)-формулаға $R = 8,31 \cdot 10^7$ эрг/град·моль, $\mu = 28$ г/моль ҳәм $t = 1000^\circ\text{C}$ шамаларын қойып мыналарды аламыз:

$$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 10^7 \cdot 1273}{28} \frac{\text{см}}{\text{сек}}} = 1,06 \cdot 10^5 \frac{\text{см}}{\text{сек}} = 1060 \text{ м/сек.}$$

Усындай жоллар менен қалған еки жағдай ушын изленген шаманы аламыз: б) $\sqrt{\bar{v}^2} = 493$ м/сек, в) $\sqrt{\bar{v}^2} = 51$ м/сек. Солай етип, жүдә төмен емес температураларда газ молекулаларының тезликтери жүдә үлкен болады екен. Өжире температураларында тезликтің шамасы мылтықтың оғының тезлигиндей болады.

3-мысал. Молекулалардың илгерилемели қозғалысының эрглердеги кинетикалық энергиясы неге тең: а) $t = 1000^\circ\text{C}$, б) $t = 0^\circ\text{C}$, в) $t = -270^\circ\text{C}$.

Шешими. (6а) формуласы бойынша $t = 1000^\circ\text{C}$, яғный $T = 1273$ К температура ушын мынаны аламыз:

$$\bar{w} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} 1,38 \cdot 10^{-16} \cdot 1273 \text{ эрг} = 2,63 \cdot 10^{-13} \text{ эрг.}$$

Тап усындай жоллар менен басқа еки жағдай ушын мыналарды табамыз: б) $\bar{w} = 5,65 \cdot 10^{-14}$ эрг ҳәм в) $\bar{w} = 6,21 \cdot 10^{-16}$ эрг. Демек, жүдә үлкен тезликтердің орын алыўына қарамастан, айырым молекулалардың орташа кинетикалық энергиялары ҳатте 1000°C температурада да жүдә киши болады екен.

§ 47. Газлердің араласпаларындағы парциаллық басым. Газлердің кинетикалық теориясының тийкарғы формуласы [46-параграфтағы (4а) формуласы] бойынша газдың басымы

$$p = \frac{3}{2} n_0 \bar{w} \quad (1)$$

аңлатпасының жәрдемінде анықланады. Бұл аңлатпада n_0 арқалы көлем бирлигиндеги молекулалардың саны, $\bar{w}$ арқалы T температурасындағы газдың молекулаларының орташа кинетикалық энергиясы белгиленген. Усының менен бирге (1)-формула молекуланың сортынан ғәрезли емес. Себеби, берилген T температурада барлық молекулалар $\bar{w}$ орташа кинетикалық энергияға ийе.

Биз бир текли газ бенен емес, ал ҳәр қыйлы газлердің араласпасы менен ис алып барамыз деп болжайық. Биринши газдың молекулаларының көлем бирлигиндеги саны n_{01} ге, екіншисиниң саны n_{02} ге, үшіншисиниң саны n_{03} ке қ.т.б. тең болсын.

Бундай жағдайда молекулалардың улыўмалық саны

$$n_0 = n_{01} + n_{02} + n_{03} + \dots$$

шамасына тең ҳәм (1)-формула бойынша газлердің араласпасының ыдыстың дийўалына түсиретуғын басымы

$$p = \frac{3}{2} n_{01} \bar{w} + \frac{3}{2} n_{02} \bar{w} + \frac{3}{2} n_{03} \bar{w} + \dots \quad (2)$$

формуласының жәрдемінде есапланады. Усының менен бирге

$$p_1 = \frac{3}{2} n_{01} \bar{w}$$

шамасының биринши газдің басқа газлер болмаған, ал тек биринши газ болған жағдайда ыдыстың дийўалларына түсиретуғын басымы екенлиги түсиникли. Тап сол сыяқлы

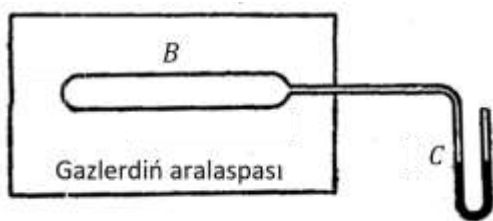
$$p_2 = \frac{3}{2} n_{02} \bar{w}$$

шамасы екинши газдің басқа газлер болмаған жағдайда ыдыстың дийўалларына түсиретуғын басымы болып табылады.

p_1, p_2, p_3 ғ.т.б. басымлар парциаллық басымлар деп аталады. (2)-формуладан мынаны аламыз:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots \quad (3)$$

(3)-формула *Дальтон нызамы* деп аталатуғын нызамды сәўлелендиреди: *идеал газ болған жағдайда парциаллық басымлардың қосындысы барлық газ араласпасының басымына тең.*



114-сўўрет.

Водородтың парциаллық басымын анықлаў бойынша тәжирийбениң схемасы.

Дальтон нызамынан мыналар келип шығады: егер бирдей p басымының астында тұрған хәм ҳәр бири $V_1, V_2, V_3, \dots$ көлемлерине ийе ҳәр қыйлы идеал газлерди оларды айырып тұрған қалқаларды алып таслаў жолы менен бир бири менен тийистирсек, онда газлердің диффузия жолы менен толық араласқаннан кейин олардың улыўмалық басымы өзгериске ушырамайды, яғный газлердің көлемлери аддитивли түрде қосылады.

Бул жағдайдың дұрыс екенлигин тиккелей тәжирийбениң жәрдемінде тексерип көриўге болады. Араласпадағы парциаллық басымларды тиккелей өлшеў қыйын. Бундай өлшеўди егер бир газди өткеретуғын хәм басқа газлерди өткермейтуғын қалқа болған жағдайда (ярым өткеретуғын қалқа) әмелге асырыўға болады. Мысалы, шынықтырылған платине пластинкасы арқалы водород жақсы, ал басқа газлер жүдә жаман өтеди. Ярым өткеретуғын қалқа арқалы өткен газ усы қалқаның еки тәрәпиндеги басымды теңлестиреди.

Дәслеп эвакуацияланған хәм оннан кейин қыздырылған платинадан соғылған B ыдысын көз алдымызға келтиремиз (114-сўўрет). Мейли, усы B ыдысы водород пенен водородқа қатнасы бойынша химиялық жақтан актив болмаған басқа қандай да бир газдің (мысалы, аргонның) араласпасы менен қоршалған болсын. Бундай жағдайда водород B қыздырылған платина ыдысына ене баслайды хәм бул процесс басым дийўалдың еки тәрәпинде де бирдей болғанша даўам етеди. Демек, өткерилген тәжирийбеде B ыдысының ишиндеги водородтың басымы сыртқы тәрәптеги газдің араласпасындағы водородтың парциаллық басымына тең болады екен. Усындай жоллар менен водородтың парциаллық басымын C манометрдиниң жәрдемінде тиккелей өлшеўге болады екен.

Тәжирийбени басқаша түрде өткериўге де болады. Дәслеп B ыдысын да, оны қоршап тұрған кеңисликти де бирдей p_0 басымдағы қандай да бир белгили болған газ менен (мысалы, аргон менен) толтырамыз. Буннан кейин сырттағы аргонды аргон менен водородтың араласпасы менен алмастырамыз. Араласпаның басымы да p_0 шамасында болсын. Бул араласпадағы водородтың парциаллық басымы p_1 шамасына тең. Бундай жағдайда B ыдысының дийўалларын қыздырсак, онда водород B ыдысының ишине кире баслайды. Ал аргон болса ыдыстың дийўаллары арқалы сырттан ишке өте алмайды. Нәтийжеде B ыдысының ишиндеги газ араласпасының басымы менен усы B ыдысының

сыртындағы газ араласпасының басымы арасында айырма пайда болады. V ыдысының ишіндегі газ араласпасының басымы $p_0 + p_1$ шамасына тең, яғни p_0 басымынан p_1 шамасына үлкен. Бұл "қосымша" p_1 басымын водородтың араласпасындағы басымын өлшейді.

Хақыйқый газлер менен пуўларда 1890-жылы Б. Б. Голицын тәрәпинен толық изертленген Дальтон нызамынан базы бир аўытқыўлар бақланады.

§ 48. Газдиң ишки энергиясы. Еркинлик дәрежелериниң саны. 46-параграфта көрсетилгендей, газлердиң молекулалық-кинетикалық теориясы жүдә әҳмийетли болған нәтийжеге алып келеди: газдиң молекулалары тәртипсиз қозғалады хәм T температурасындағы молекуланың илгерилемели қозғалысының орташа кинетикалық энергиясы

$$\bar{w} = \frac{3}{2} \left(\frac{R}{N} \right) T = \frac{3}{2} kT \quad (1)$$

шамасына тең. Бұл аңлатпада R арқалы газ тұрақлысы, N арқалы Авагадро тұрақлысы, k арқалы Больцман тұрақлысы белгиленген. Солай етип, молекулалардың илгерилемели қозғалысының орташа кинетикалық энергиясы тек газдиң температурасы T бойынша анықланады екен. Себеби (1)-аңлатпаға киретуғын басқа шамалардың барлығы да тұрақлы шамалар болып табылады. *Газди қыздырғанда ямаса салқынлатқанда, яғни оған базы бир жыллылық муғдарын бергенде ямаса алғанда оның молекулаларының қозғалысы өзгереді.*

Идеал газ үшін барлық молекулаларының тәртипсиз қозғалысларының кинетикалық энергиясы оның *ишки энергиясын* анықлайды. Ал хақыйқый газлер үшін болса (биз оны төменде көремиз) молекулалардың өз-ара потенциаллық энергиясын итибарға алыў керек болады. Сонлықтан хақыйқый газлер үшін ишки энергия молекулалардың қозғалысының кинетикалық энергиясы менен олардың потенциаллық энергияларының қосындысынан тұрады.

Молекулалардың қозғалысының кинетикалық энергиясы олардың илгерилемели қозғалысының кинетикалық энергиясынан ғана ибарат емес: кинетикалық энергияның шамасы молекулалардың айланыўы менен тербелислериниң кинетикалық энергияларының қосындысынан тұрады.

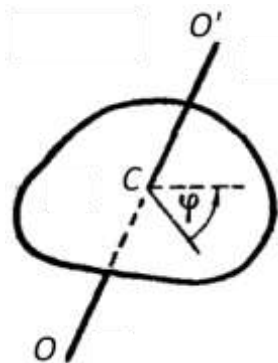
Молекулалардың қозғалысының барлық түрлерине сәйкес келетуғын энергияны есаплаў үшін *еркинлик дәрежелериниң саны* түсинигин киргизиў керек.

Денениң еркинлик дәрежелериниң саны хаққында гәп етилгенде усы денениң кеңисликтеги орнын (аўхалын) анықлаў үшін зәрүрли болған бир биринен ғәрезсиз болған координаталардың саны нәзерде тутылады. Мысалы, *материаллық ноқат* үш еркинлик дәрежесине ийе болады. Себеби оның кеңисликтеги орны үш координатаның, тўўры мүйешли координаталар системасының x, y, z координаталарының жәрдемінде анықланады.

Қатты денениң аўхалы (115-сүўрет), егер 1) оның кеңисликтеги салмақ орайының тұрған орны C , 2) базы бир белгили болған OO' көшериниң бағыты хәм 3) қатты денениң усы көшердиң дөгерегиндеги өзиниң дәслепки аўхалына салыстырғандағы бұрылыў мүйешиниң шамасы берилген жағдайда анықланған болады. Салмақ орайының орнын анықлаў үшін x, y, z үш координатасы керек. OO' көшериниң кеңисликтеги бағытын анықлаў үшін және еки координата, мысалы θ менен ψ мүйешлери талап етиледі. Бұл еки мүйеш координата көшерлериниң екеўи менен OO' көшериниң арасындағы мүйеш болып табылады. Ең соңында OO' көшериниң дөгерегиндеги мүйешти анықлаў үшін және бер координата талап етиледі (115-сүўреттеги ϕ мүйеши).

Солай етип, қатты дене алты еркинлик дәрежесине ийе болады екен. Егер қатты денениң айырым бөлимлери бир бирине салыстырғанда жылысатуғын болса (тербелсе),

онда бұл қозғалыстарды қарау үшін биз қарап шыққан еркінлік дәрежелерінің үстінде қосымша еркінлік дәрежелерін қосыу керек болады. Керісінше, егер қатты дене қандай да бір себептерге байланысты (мысалы, толық симметрияның) белгілі болған көшпелілердің біреуінің әтирапында айлана алмайтуғын болса, онда ол алты еркінлік дәрежесіне емес, ал бес еркінлік дәрежесіне иіе болады.



115-сүрөт.
Қатты дене алты еркінлік дәрежесіне иіе.

Өзінің дөгерігінде айланбайтуғын, ал тек илгерилемелі қозғалатуғын сфераны үш еркінлік дәрежесіне иіе болған материаллық нүкте түрінде қарауға болады.

Газдің хәр бір молекуласы белгілі болған еркінлік дәрежелеріне иіе, олардың үшеуі олардың кеңістіктегі илгерилемелі қозғалысына сәйкес келеді.

Газлердің молекулалық-кинетикалық теориясының тийкарғы шәрті молекулалардың толық тәртіпсіз қозғалысы хаққындағы болжау болып табылады. Бұл тәртіпсізлік тек илгерилемелі қозғалысқа ғана емес, ал молекулалардың қозғалыстарының басқа түрлеріне де тийісін (айланыуға, тербелістерге). Қозғалыстардың бұл типлерінің бири басқаларының алдында хеш қандай артықмашлыққа иіе емес ұсының тийкарында молекуланың хәр бір еркінлік дәрежесіне орташа мәнісін бирдей болған $\bar{w}$ энергия сәйкес келеді деп болжау тәбійі. Бұл жағдай *энергияның еркінлік дәрежелері бойынша бирдей тарқалуы* атамасы менен белгілі. Усы жағдайдан келіп шығып, бир еркінлік дәрежесіне сәйкес келетуғын $\bar{w}$ энергиясының мәнісін аңсат алыуға болады. Үш еркінлік дәрежесіне иіе болған молекуланың илгерилемелі қозғалысына (1)-теңлік бойынша

$$\bar{w} = \frac{3}{2} kT$$

энергиясы сәйкес келеді. Буннан бир еркінлік дәрежесіне орташа

$$\bar{w}_0 = \frac{1}{2} kT = \frac{1}{2} \left(\frac{R}{N} \right) T \quad (2)$$

энергиясының сәйкес келетуғынлығына көз жеткереміз.

Газ хәр бири i еркінлік дәрежесіне иіе болған бирдей молекулалардан тұрады деп болжайық; бундай жағдайда хәр бир молекула үшін (оның қозғалысының барлық түрлері үшін) орташа мынадай энергия сәйкес келеді:

$$\bar{w} = \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \left(\frac{R}{N} \right) T. \quad (3)$$

Ишки энергияның толық запасын алыу үшін бұл мәнісін газдің құрамындағы молекулалардың санына көбейту керек. Егер бир газдің бир молине сәйкес келетуғын U_0 ишки энергияны есаплағымыз келсе, онда $\bar{w}$ шамасын N_A Авагадро санына көбейтүүміз керек. Буннан

$$U_0 = \frac{i}{2} RT \quad (4)$$

формуласына иіе боламыз.

(4)-формуладан биз газдің ишки энергиясының молекулалардың еркинлик дәрежелерінің саны i хәм газдің абсолют температурасы T арқалы аңлатылатуғынлығы көреміз. Демек, идеал газдің берілген мұғдарының ишки энергиясының тек абсолют температура T дан ғәрезли болатуғынлығын хәм оның көлемінен, ұсыған сәйкес басымынан ғәрезли болмайды екен. Хәқыйқый газлерде болса, биз жоқарыда атап өткендей, толық ишки энергия молекулалардың қозғалысының кинетикалық энергиясы менен олардың потенциаллық энергияларының қосындысынан турады хәм газ тәрепинен ийеленип тұрған көлемнен ғәрезли болады. Усының менен бирге хәқыйқый газдің ишки энергиясы тек энергияның механикалық түрлері менен шекленип қалмайды (49-параграфқа қараңыз).

§ 49. Газлердің жыллылық сыйымлығы. Ишки энергия көз-қарасларын пайдаланып биз газлердің жыллылық сыйымлығы үшін аңлатпаны таба аламыз.

Қандай да бир заттың *салыстырмалы жыллылық сыйымлығы* (c арқалы белгилейміз) хәққында гәп еткенде ұсы заттың массасының бир бирлигин 1 градусқа қыздырыу үшін керек болған жыллылық мұғдарына сан шамасы тең болған физикалық шаманы түсінеди.

Салыстырмалы жыллылық сыйымлығы менен бирге биз *моллик жыллылық сыйымлығы* болған C шамасын киргиземіз. Қандай да бир заттың C моллик жыллылық сыйымлығы деп сан шамасы заттың бир молинің температурасын 1 градусқа тең болған жыллылық мұғдарына тең физикалық шаманы түсінеміз. Әлбетте, моллик жыллылық сыйымлығы C менен салыстырмалы жыллылық сыйымлығы c арасында мынадай қатнас бар:

$$C = \mu c. \quad (1)$$

Бұл қатнаста μ — берілген заттың моллик салмағы болып табылады.

Газлер үшін олардың қандай *шараятта қыздырылатуғынлығына*, мысалы, *турақлы* V көлемде ямаса *турақлы* p басымда қыздырылатуғынлығына итибар беріу керек.

Дәслеп газдің турақлы V көлемінде қыздырылуын қараймыз.

Бұл жағдайда сыртқы күшлердің жұмысы нолге тең хәм сырттан газге берилетуғын барлық жыллылық оның ишки энергиясы U дың үлкейіуі үшін жұмсалады. Буннан газдің турақлы көлемдеги моллик жыллылық сыйымлығы C_V сан мәніси бойынша бир моль газди 1 градусқа қыздырғандағы ишки энергияның өзгерісіне тең болатуғынлығы келип шығады. 48-параграфтағы (4)-формула бойынша бұл өзгерістің мәніси

$$\Delta U_0 = \frac{i}{2} R(T + 1) - \frac{i}{2} RT = \frac{i}{2} R$$

шамасына тең болғанлықтан газдің турақлы көлемдеги моллик жыллылық сыйымлығы үшін

$$C_V = \frac{i}{2} R \quad (2)$$

формуласына ийе боламыз.

(1)-аңлатпадан пайдаланып, салыстырмалы жыллылық сыйымлығы үшін

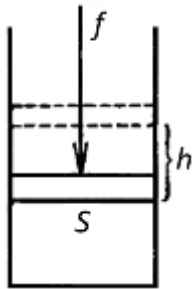
$$C_V = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu} \quad (3)$$

формуласын аламыз.

(2)-формуладан газдің турақлы көлемдеги жыллылық сыйымлығы C_V ның оның молекулаларының еркинлик дәрежесі i және газ турақлысы R дың сан мәніси менен анықланатуғынлығы келип шығады.

45-параграфта биз газ турақлысы R дың сан мәнісинің *эрг/град·моль* хәм *л·ат/град·моль* лердеги мәніслерін келтирдик. Егер R дың ұсы мәніслерін пайдалантуғын болсақ, онда биз жыллылық сыйымлығын тап сол бирликлерде аламыз. Бирақ, әдетте, жыллылық сыйымлығын денеге берилетуғын жыллылық мұғдары арқалы

аңлатыл қабил етилген. Жыллылық мұғдарының бирлиги сыпатында *калория* хызмет етеди. Калория ("киши" ямаса "граммкалория") 1 г таза сұйдың температурасын 19,5°C шамасынан 20,5°C шамасына шекем жоқарылатыл ұшын зәрүрли болған жыллылық мұғдары болып табылады.



116-сұйрет.

Газ ислеген жұмыстың мұғдары fh шамасына тең.

Жыллылықтың алып берилиуи энергияның алып берилиуиниң бир формасы болып табылатуғын, қала берсе энергияның сақланыл нызамы бойынша алып берилген жыллылықтың белгили болған мұғдарына энергияның белгили болған мұғдары эквивалент болғанлықтан, калориялар менен тек жыллылықтың мұғдарын ғана емес, ал энергияны да, жұмысты да өлшеу мүмкин³⁵. Буннан калория менен энергияның басқа да бирликлер арасында қандай қатнас орын алады деген сорау пайда болады. Ең дәлирек өлшеулер мыналарды береди:

$$1 \text{ кал} = 4,182 \text{ дж};$$

жұуық түрде биз 1 кал = 4,18 дж теңлиги орынланады деп есаплаймыз. Калория менен джоуль арасындағы ұсы санлық қатнастан пайдаланып, газ тұрақлысының *эрг/град·моль* бирликлеринде алынған мәнисинен *кал/град·моль* бирликлериндеги мәнисине аңсат түрде өтиуге болады. Атап айтқанда:

$$R = 8,313 \cdot 10^7 \text{ эрг/град} \cdot \text{моль} = \frac{8,313 \cdot 10^7}{4,182 \cdot 10^7} \text{ кал/град} \cdot \text{моль} = 1,9858 \text{ кал/град} \cdot \text{моль}.$$

Жууық түрде $R = 2 \text{ кал/град} \cdot \text{моль}$ деп қабыл етиуге болады. Газ тұрақлысы R диң ұсы мәнисинен пайдаланып, биз (2)-формула бойынша газдиң жыллылық сыйымлығы C_V ның *кал/град·моль* бирликлериндеги мәнислерин аламыз.

C_V шамасын есаплау ұшын анау ямаса мынау молекулаға қандай i еркинлик дәрежесин берийдиң кереклиги қаққындағы мәселеге анықлық киргизиу керек болады. Бирақ, бул мәселеге тоқтамастан бұрын биз газдиң тұрақлы басымдағы C_p жыллылық сыйымлығы ұшын аңлатпаны келтирип шығарамыз.

Газди тұрақлы p басымында қыздырғанда газ кеңейеди; оған сырттан берилетуғын жыллылық тек оның ишки энергиясы U ды үлкейтиу ұшын ғана емес, ал сыртқы күшлерге қарсы A жұмысын ислеу ұшын да жұмсалады. Сонлықтан C_p жыллылық сыйымлығы C_V жыллылық сыйымлығынан тұрақлы басымда 1 моль газдиң температурасы 1 градусқа жоқарылағандағы кеңейиуінде исленген A жұмысының шамасына артық болады:

$$C_p = C_V + A. \quad (3)$$

Бул A жұмысының шамасын есаплау ұшын температурасы T , басымы p шамасына тең болған газ поршени бар цилиндрде жайласқан де көз алдымызға келтирейик (116-сұйрет). Поршенди ұслап тұратуғын сыртқы күш $f = pS$ ке тең (S арқалы поршенниң майданы белгиленген). Тұрақлы p басымында газди 1 градусқа қыздырғанда газ кеңейеди хәм

³⁵ Бул қаққында толығырақ "Термодинамиканың тийкарлары" деп аталатуғын VIII бапта айтылады.

поршень h бийиклигине көтеріледі. Бундай жағдайда газ

$$A = fh = p \cdot Sh$$

жұмысын істейді. Бірақ $Sh = \Delta V_0$ теңлігі орынлы болады. Бұл теңлікте ΔV_0 арқалы газдың көлемінің үлкейіуі белгіленген. Бұннан мынадай формулаға ийе боламыз:

$$A = p\Delta V_0. \quad (4)$$

Идеал газдың қал теңдемесін пайдаланып көлемнің үлкейіуін табамыз. T температурасында, p басымында бір моль газдың көлемі V_0

$$V_0 = \frac{R}{p}T$$

шамасына тең.

$(T + 1)^0$ температурада хәм сол p басымында көлем V'_0 тың мәнісі

$$V'_0 = \frac{R}{p}(T + 1)$$

шамасына тең болады. Усыған сәйкес температурасы 1 градусқа жоқарылағанда идеал газдың көлемінің үлкейіуі үшін

$$\Delta V_0 = V'_0 - V_0 = \frac{R}{p}(T + 1) - \frac{R}{p}T = \frac{R}{p}$$

аңлатпасна ийе боламыз. ΔV_0 дың усы мәнісін (4)-аңлатпаға қойып бір моль болған газды тұрақты басымда 1 градусқа қаздырғанда ісlenген жұмыс A ны табамыз:

$$A = R.$$

Солай етип, биз ізлеп атырған A жұмыстың сан мәнісі газ тұрақтысы R дың сан мәнісіне тең екен. A жұмысының усы мәнісін (3)-аңлатпаға қойып моллик жыллылық сыйымлықтары C_p менен C_V арасындағы қатнасты табамыз:

$$C_p = C_V + R. \quad (5)$$

Бұннан, (2)-формулань пайдаланып C_p шамасын газдың молекулаларының еркинлик дәрежелери арқалы аңлатылатуғын аңлатпаны табамыз^

$$C_p = \frac{i}{2}R + R = \frac{i + 2}{2}R. \quad (6)$$

Салыстырмалы хәм моллик жыллылық сыйымлықтары арасындағы (1)-қатнасты пайдаланып

$$c_p = c_V + \frac{R}{\mu} \quad (5a)$$

ямаса

$$c_p = \frac{i + 2}{2} \cdot \frac{R}{\mu} \quad (6a)$$

формулаларына ийе боламыз. (2)- хәм (6)- ямаса (2a) хәм (6a) формулалардан

$$\frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_V} = \frac{i + 2}{i} \quad (7)$$

қатнастарын аламыз.

Тұрақты басымдағы хәм тұрақты көлемдеги жыллылық сыйымлықтарының қатнасы болған $\frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_V}$ қатнасын γ арқалы белгилеймиз; бұл қатнас газ тұратуғын молекулалардың еркинлик дәрежелеринен ғана ғәрезли.

Молекула үшін қандай да бір еркинлик дәрежелерин жазыу үшін молекуланың белгили болған моделинен келип шығыу керек. Усы ўақытқа шекем биз молекулаларды шар сыпатында қабыл еттик; егер ұсындай шар тәризли молекуланы айланыу мүмкиншилигине ийе емес деп есапласақ, онда оған үлкен тең еркинлик дәрежелерин жазыу керек болады. Бундай жағдайда $R = 1,9858 \text{ кал/град} \cdot \text{моль}$ мәнісін пайдаланып (2)-, (6)- хәм (7)-аңлатпалар тийкарында мыналарға ийе боламыз:

$$i = 3 \begin{cases} C_V = \frac{3}{2}R = 2,979 \text{ кал/град} \cdot \text{моль} \cong 3 \text{ кал/град} \cdot \text{моль}, \\ C_p = \frac{5}{2}R = 4,965 \text{ кал/град} \cdot \text{моль} \cong 5 \text{ кал/град} \cdot \text{моль}, \\ \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{5}{3} \cong 1,67. \end{cases}$$

V кестеде келтирилген өлшеулердің нәтижелері бойынша жыллылық сыйымлықтарының бұл мәніслері гелий менен аргон үшін дұрыс болады. Бұл газлар *бир атомлы*, яғни олар тұратұғын бөлекшелер айырым атомлар болып табылады (ал молекулаға топланған атомлардың топары емес). Солай етип, *бир атомлы газлар үшін еркінлік дәрежелерінің санын үшке тең деп есеплегенде жыллылық сыйымлықтарының есеплаулардың нәтижесінде алынған мәніслері менен тәжірибелерде анықланған мәніслері бір бирине жақсы сәйкес келеді.*

V кесте. Газлердің моллик жыллылық сыйымлықтарының бақлауларда алынған мәніслері

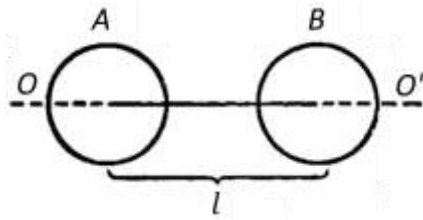
Газ	C_V	C_p	γ
Гелий, He	2,98	5,00	1,67
Аргон, Ar	2,98	5,07	1,65
Водород, H ₂	4,87	6,87	1,41
Азот, N ₂	4,96	6,84	1,41
Кислород, O ₂	4,99	6,90	1,40
Углерод окиси, CO	5,01	7,01	1,40
Суу пұйлары, H ₂ O	6,65	8,65	1,31
Метан CH ₄	6,51	8,51	1,30
Хлороформ CHCl ₃	15,2	17,2	1,13
Этиль спирти C ₂ H ₆ O	18,9	20,9	1,11

Водород, кислород, азот, углерод окиси қ.т.б. сыяқлы еки атомлы газлар үшін мынадай моделди қабыл етиу мүмкін: еки *A* хәм *B* атомлары олардың орайлары бир биринен өзгермейтуғын *l* қашықтығында бекем байланысқан (117-сүүрет).

Атомлардың хәр бири айланысқа келмейтуғын болғанлықтан, ұсындай молекула ұсы еки атомның орайы арқалы өтетуғын OO' көшерінің дөгерегінде айланбайды. Сонлықтан еки атомлы молекулаға *бес еркінлік дәрежесін* беріу керек. Бундай жағдайда (2)-, (6)- хәм (7)-аңлатпалардан мынаны аламыз:

$$i = 5 \begin{cases} C_V = \frac{5}{2}R = 4,965 \text{ кал/град} \cdot \text{моль} \cong 5 \text{ кал/град} \cdot \text{моль}, \\ C_p = \frac{7}{2}R = 6,951 \text{ кал/град} \cdot \text{моль} \cong 7 \text{ кал/град} \cdot \text{моль}, \\ \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{7}{5} \cong 1,40. \end{cases}$$

V кестеден көринип тұрғанындай, бұл мағлыұматлар водород, азот хәм углерод окиси үшін бақлауларда алынған мағлыұматларға жақсы сәйкес келеді; солай етип, бұл *еки атомлы газлердің молекулаларына хақықатында да бес еркінлік дәрежесі сәйкес келеді.*



117-сүрет.

Еки атомлы молекуланың модели.

Құрамалырақ болған (үш атомлы хәм көп атомлы) молекулаларды симметриялы емес қатты бөлекшелер деп есаплап, биз оларға алты еркинлик дәрежелерин бере аламыз.

Бундай жағдайда олардың жыллылық сыйымлықтары үшін төмендегилерди аламыз:

$$i = 6 \begin{cases} C_V = \frac{6}{2} R \cong 6 \text{ кал/град} \cdot \text{моль}, \\ C_p = \frac{8}{2} R \cong 8 \text{ кал/град} \cdot \text{моль}, \\ \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{8}{6} \cong 1,33. \end{cases}$$

V кестеде келтирилген мағлыұматлардан бул мәнислердің суў пұўлары хәм метан ушын алынған эксперименталлық мағлыұматларға жақын екенлиги көринип тұр; CHCl_3 хәм $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$ сыяқлы құрамалы молекулалар ушын әдеўир үлкенирек жыллылық сыйымлықтары алынады.

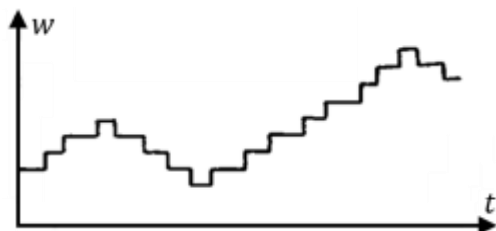
Қатты бөлекше түриндеги молекула алты еркинлик дәрежесинен көп болған еркинлик дәрежесине ийе бола алмайды. Сонлықтан алтыдан үлкен болған моллик жыллылық сыйымлығы C_V ға ийе болған құрамалы молекулалар ушын илгерилемели хәм айланбалы еркинлик дәрежелери менен бир қатарда тербелмели еркинлик дәрежелерин де итибарға алыў керек болады.

Толығы менен классикалық көз-қарасларға тийкарланған хәм молекулалардың қозғалысының тек механикалық түрин ғана есапқа алатуғын жыллылық сыйымлықтарының теориясы жуўық теория болып табылады. Мысалы, бул теориядан молекулаларының еркинлик дәрежелери беске тең болған барлық еки атомлы газлердің тұрақлы көлемдеги C_V жыллылық сыйымлықтарының бирдей болыўының керек екенлиги келип шығады. Еркинлик дәрежелериниң саны тек пүтин сан болады хәм еркинлик дәрежелердің санының бир шамасына өзгериўи жыллылық сыйымлығының $\frac{1}{2} R = 0,993 \text{ кал/моль} \cdot \text{град}$ шамасына өзгертиўи керек. Сол V кестеден еки атомлы газлердің хәр қыйлы жыллылық сыйымлығына ийе екенлиги көринип тұр. Бул айырмалардың шамасы бақлаўлардың дәллигинен үлкен хәм сонлықтан дурыс болып табылады. Екинши тәрептен олар $\frac{1}{2} R$ шамасынан әдеўир киши. Бундай айырмаларды келтирилген теорияның тийкарында түсиндириўге болады. Көрип шығылған теориядан газлердің жыллылық сыйымлығының температурадан ғәрезсиз екенлиги келип шығады; *экспериментлер болса жыллылық сыйымлығының температурадан ғәрезли екенлигин көрсетеди: барлық затлардың төменги температуралардағы жыллылық сыйымлығы жоқары температуралардағы жыллылық сыйымлығынан киши.* Мысалы, газ тәризли водород ушын биз мынаған ийе боламыз:

T, K	197	90	40
C_V	4,38	3,25	2,98

Көринип тұрғанындай, $T = 40 \text{ K}$, яғный $t = -233^\circ\text{C}$ болған жағдайда (бул төменги температура болып табылады) водородтың жыллылық сыйымлығы оның еки атомлы

молекуласына бес еркинлик дәрежесин берип классикалық теория бойынша алынған шамадан киши. Оның шамасы $\frac{3}{2}R$ ге жақын. Керисинше, жүдә жоқары температураларда жыллылық сыйымлығының мәниси есаплаўдың нәтийжесинде табылған шамасынан үлкен. Тек орта температуралар ушын классикалық теория жақсы нәтийжелерди береді. Бул жағдай атомлар менен молекулаларға классикалық көз-қарасларды пайдаланыўға болмайтуғынлығы менен түсиндириледі. Жыллылық сыйымлығының дұрыс теориясы квантлық механика тәрепинен бериледи.



118-сүўрет.

Молекуланың айланыў (ямаса тербелиў) энергиясының өзгерийи: энергия секирмели түрде өзгереді.

Классикалық көз-қараслар бойынша қәлеген еркинлик дәрежесине сәйкес келетуғын энергия w_0 үзликсиз өзгере алады. Квантлық механикада болса молекулалардың айланыў энергиясы, олардың тербелислерине сәйкес келетуғын энергия тек серкирий менен өзгере алады; графикте айланыў ямаса тербелиў энергиясы w ның ўақытқа байланыслы өзгериси баспалдақ тәризли сызық пенен сәўлеленеди (118-сүўрет). Әдеттегидей еки атомлы молекулалардың (азот, кислород) айланыў энергиясы ушын баспалдақтағы текшелердің бийиклиги 10^{-15} эрг шамасында. $T = 300\text{ K}$ температурадағы бир еркинлик дәрежесине сәйкес келетуғын орташа энергия $\bar{w} = 2,17 \cdot 10^{-14}$ эрг шамасын қурайды. Солай етип, өжире температураларындағы молекулалардың айланыў энергиясының текшелериниң бийиклиги молекуланың бир еркинлик дәрежесине сәйкес келетуғын орташа энергияға салыстырғанда киши екен. Усындай жағдайға байланыслы жыллылық сыйымлығының шамасын классикалық көз-қараслар бойынша есаплаўға болады екен. Ал төменги температураларда болса $\bar{w}_0$ энергиясының мәнисиниң өзи энергияның текшесиниң мәниси менен барабар болғанлықтан классикалық көз-қараслар жарамсыз болып қалады.

Бундай жағдайда молекулалардың айланыў энергиясының шамасы температураның өзгерийи менен өзгериссиз қалады. Усының нәтийжесинде барлық газлердің төменги температуралардағы жыллылық сыйымлығы $C_V = \frac{3}{2}R$ мәнисине ұмтылады.

Усы айтылғанлар менен бир қатарда, төменги температураларда квантлық теорияда хәм классикалық теорияда энергияның орташа мәниси хәр қыйлы жоллар менен есапланады (квантлық теорияда газдің "азғыныўы" деп аталатуғын қубылысты есапқа алыўға тўўры келеди).

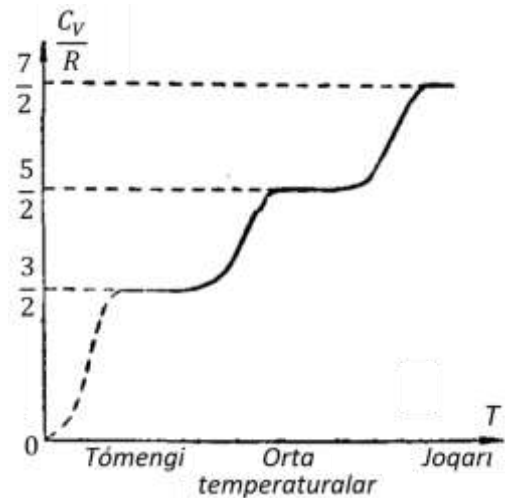
Ең ақырында мынадай жағдайда атап өтемиз: жүдә төменги температурада газ қатады хәм қатты денеге айланады. Биз төменде температура абсолют нолге жақынлағанда қатты денелердің жыллылық сыйымлықларының нолге ұмтылатуғынлығын көремиз.

Тербелис энергиясына келетуғын болсақ, онда оның текшелери әдеўир бийик: жүдә қурамалы болмаған молекулалар ушын оның шамасы $2 \cdot 10^{-13}$ эрг, яғный өжире температураларындағы бир еркинлик дәрежесине сәйкес келетуғын $\bar{w}_0$ энергиядан шама менен 10 есе үлкен. Усыған байланыслы өжире температураларында тербелислердің энергиясын биз қарамасақ та болады: тек жоқары температураларда ғана бул энергия сезиле баслайды³⁶. Қурамалы молекулаларда тербелислер энергиясының текшелери киши

³⁶ Молекулалардың квантлық теориясы молекулаларда тербелислердің ноллик энергиясы деп аталатуғын энергияның бар екенлигин көрсетеди. Бундай энергия абсолют нолге тең

болады. Бундай жағдайда молекуланың тербеліслерінің энергиясының тұтқан орны орта температураларда да сезилерліктей болады.

119-сүрет.
Еки атомлы газдың жыллылық
сыйымлығының температурадан
ғәрезлиги.



119-сүретте еки атомлы газдың жыллылық сыйымлығының температура бойынша өзгеріуі көрсетілген. Жоқары температураларда тербеліслер орын ийелейди (оларға еки еркінлік дәрежесі сәйкес келеди 93-параграфты қараңыз) хәм сонлықтан жыллылық сыйымлығы $C_V = \frac{7}{2}R$, орта температураларда $C_V = \frac{5}{2}R$, ал жүдә төменги температураларда $C_V = \frac{3}{2}R$ шамаларына тең. Нолге ұмтылатуғын иймекликтің пунктирлік бөлими газ қатқаннан кейинги жыллылық сыйымлығының өзгерісине сәйкес келеди.

Жүдә жоқары температуралардағы көп атомлы газлердің жыллылық сыйымлығының температурадан ғәрезлигин есапқа алғанда молекулалардың диссоциациясын да есапқа алыў керек болады. Мысалы, еки атомлы молекуланың диссоциациясында хәр бири үш еркінлік дәрежесине ийе болған еки атом пайда болады. Толық диссоциацияланғанда еки атомлы газ еки бир атомлы газдың араласпасына айналады хәм бундай жағдайда моллик жыллылық сыйымлықтарының қосындысы $(6/2)R$ шамасына тең.

Сонлықтан, ҳақыйқатында жоқары температураларда еки атомлы газдың жыллылық сыйымлығының жүриси 119-сүретте көрсетілген жүристен басқаша болады.

§ 50. Максвеллдің тезликлердің тарқалыуы нызамы. 46-параграфта бизлер тек молекулалардың тезлигинің квадратының орташа мәнисин ғана қарадық. Бирақ, ҳақыйқатында, молекулалар хәр қыйлы тезликлер менен қозғалады хәм хәр бир T температурада ең итимал болған тезлик v_{it} бар болады. Тезликлери ең итимал тезликтен көп жоқары ямаса көп төмен болған молекулалар сийрек ұшырасады.

Молекулалардың қозғалысларының толық тәртіпсиз екенлигин нәзерде тутқанда дәл берілген v тезлигине ийе болған молекулалардың саны ҳаққындағы мәселени қойыўға болмайды. Себеби хәр бир берілген моментте бундай молекулалардың пүткиллей болмаўы да мүмкин. Бирақ, тезликлердің белгили болған интервалына киретуғын, мысалы тезликлердің v_1 хәм v_2 шамалары арасындағы молекулалардың саны ҳаққындағы мәселени қойыўға болады. *Тезликлердің тарқалыу нызамы* биринши рет Максвелл тәрeпинен киргизилди. Максвелл итималлық теориясын пайдаланып

температурада да жоқ болмайды. Бирақ, "ноллик" энергиядан кейинги тербеліслер энергиясының текшесинің жүдә бийикте жайласқанлығы менен байланыслы, оны тек жоқары температураларда ғана есапқа алыў керек болады. Солай етип, төменги хәм орта температураларда молекулалардағы тербеліслердің энергиясы пүткиллей жоқ болмаса да, ол температурадан ғәрезли емес хәм соған сәйкес жыллылық сыйымлығына тәсир етпейди.

тезликтери тезликтің берілген v мәнінен $v + \Delta v$ мәніне шекемги интервалда жатқан молекулалардың саны Δn ди есаплады.

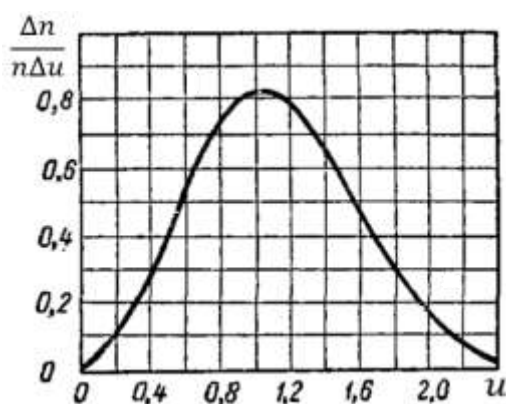
Максвелл нызамын

$$u = \frac{v}{v_{it}} \quad (1)$$

салыстырмалы тезлигин киргизіу жолы менен келтирип шығарыу қолайлы. Бул қатнаста v арқалы берілген тезлик, ал v_{it} арқалы берілген температурадағы ең итимал болған тезлик белгиленген. Максвелл нызамы бойынша салыстырма тезликтери u шамасынан $u + \Delta u$ шамасына шекемги интервалда жатқан молекулалардың саны (бул жағдайда Δu дың шамасы u дың шамасынан киши болыуы керек) мынаған тең:

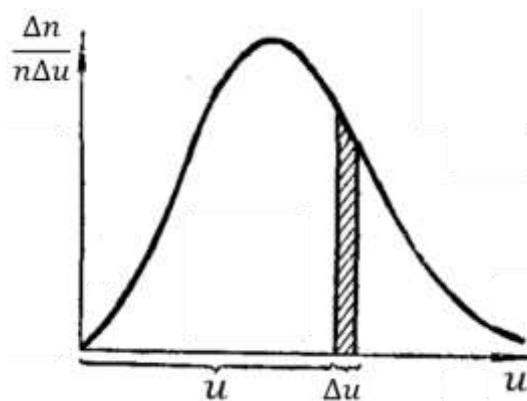
$$\Delta n = \frac{4}{\sqrt{\pi}} n \cdot e^{-u^2} u^2 \Delta u. \quad (2)$$

Бул формулада n арқалы қарап атырылған газдинде молекулаларының толық саны белгиленген.



120-сүүрет.

Максвеллдің тарқалыу функциясы.



121-сүүрет. Штрихланған бағананың майданы тезлиги Δu интервалында жататуғын молекулалардың салыстырмалы санын береді.

Максвеллдің есаплаулары бойынша ең итимал болған v_{it} тезлиги мынаған тең

$$v_{it} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}. \quad (3)$$

Бул аңлатпада μ – берілген газдин молекулалық салмағы, T – оның абсолют температурасы, R – газ тұрақлысы. $R = kN_A$ хәм $\mu = mN_A$ (k – Больцман тұрақлысы, m – берілген газдин молекуласының массасы), N_A – Авагадро саны болғанлықтан (3)-формулаға төмендегидей түрди бериуіге болады:

$$v_{it} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \quad (3a)$$

Абсцисса көшерине молекулалардың салыстырмалы тезлиги u дың, ал ордината көшерине $\frac{\Delta n}{n\Delta u}$ шамасының мәнісін қойсақ (бул шама тарқалыу функциясы деп аталады), онда 120-сүүретте көрсетілгендей иймекликти аламыз. Иймеклик $u = 1$ ноқатында максимумға ийе. Бул v тезлигинің шамасының ең итимал болған тезлик v_{it} ның шамасына тең болған жағдайға сәйкес келеді.

Тезликтери u шамасынан $u + \Delta u$ шамасына шекемги интервалда жатқан молекулалардың салыстырмалы саны $\frac{\Delta n}{n}$ иймекликтің ординатасы менен Δu шамасының көбеймесине тең, яғный 121-сүүретте штрихланған бағананың майданы менен

сұйретленеди.

Максвелл нызамы хақында айқынырақ көз-қарасларға ийе болыу ушын төмендегидей мағлыұматларды беремиз. Азот молекулаларының ($\mu = 28$) 148°C температурадағы ең итимал тезлиги

$$v_{it} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,31 \cdot 10^7 \cdot 421}{28}} \text{ sm/sek} = 500 \text{ m/sek}$$

шамасына тең. Бундай жағдайда азот молекулаларының тезликлер областы бойынша тарқалыуы мынадай болады:

Тезликлер областы, м/сек.	Тезликлериниң мәнислери келтирилген шеклерде жайласқан азот молекулаларының улыұмалық санының процентлердеги бөлеги ($T = 421 \text{ K}$)
$0 < v < 100$	0,6
$100 < v < 300$	12
$300 < v < 500$	30
$500 < v < 700$	29
$700 < v < 1000$	23
$1000 < v$	5,4

Көринип тұрғанындай, барлық молекулалардың 59 проценти 300 м/сек хәм 700 м/сек арасындағы тезликке ийе болады, яғный ең итимал болған $v_{it} = 500 \text{ м/сек}$ тезлик болатуғын областта жайласады. Киши тезлик пенен қозғалатуғын ($v < 100 \text{ м/сек}$) хәм жүдә үлкен тезлик пенен қозғалатуғын молекулалардың салыстырмалы саны киши. Бирақ, тезликлери ең итимал тезликтің шамасынан еки есе үлкен болған молекулалардың саны 5,4 процентке жетеди. Берилген газдің ең итимал тезлигиниң шамасы температурасы бойынша анықланады: температура жоқары болса, тезлик те үлкен болады; бирақ газде жоқары емес температураларда да әдеуір үлкен тезликлер менен қозғалатуғын молекулалар да болады; биз кейинирек ұсындай "қызған" молекулалардың болыуы көплеген процесслердің жүзеге келиуінде жүдә әхмийетли орынды ийелейтуғынлығын көремиз.

Максвелдің тезликлердің тарқалыуы иймеклиги орташа арифметикалық тезликти де анықлауға мүмкиншилик береді. Оның ушын

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \quad (4)$$

формуласы алынады.

Солай етип төмендегидей

1) ең итимал болған

$$v_{it} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \cong 1,41 \sqrt{\frac{RT}{\mu}},$$

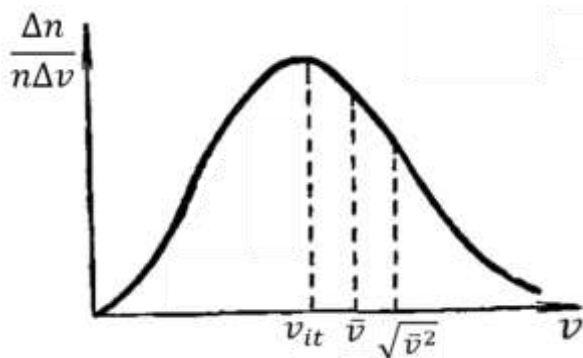
2) орташа арифметикалық

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \cong 1,60 \sqrt{\frac{RT}{\mu}},$$

3) орташа квадратлық

$$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\pi\mu}} \cong 1,73 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

үш тезлигин бір бири менен салыстырып, биз олардың ең кишисинің ең итимал, ал ең үлкенінің – орташа квадратлық тезлик екенлігін көреміз (122-сүрөт). Бундай тезликтердің қатнасы температурадан да, газдің түрінен де фәреэсиз.



122-сүрөт.

Ең итимал v_{it} , орташа арифметикалық $\bar{v}$ хәм орташа квадратлық $\sqrt{\bar{v}^2}$ тезликтерді салыстырыў.

Максвелл формуласын пайдаланыўға мысал келтиреміз. Мейли, $T = 300$ К температурадағы водород молекулаларының ($\mu = 2$) қандай бөлегинің 1900 м/сек шамасынан 1905 м/сек шамасына шекемги интервалда болатуғынлығын анықлаў керек болсын.

Оның ушын ең дәслеп $T = 300$ К температурадағы водород молекуласының ең итимал тезлигин табамыз:

$$v_{it} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 8,31 \cdot 10^7 \cdot 300}{2}} \text{ sm/sek} = 1,6 \cdot 10^5 \text{ sm/sek}.$$

Буннан берилген температурадағы водород молекуласының $v = 1900$ м/сек тезлигине сәйкес келетуғын салыстырмалы тезликтің мәнісін мынаға тең болады:

$$u = \frac{v}{v_{it}} = \frac{1,9 \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^5} \approx 1,2.$$

Δu шамасының мәнісін $\Delta u = \frac{\Delta v}{v_{it}}$ қатнасының жәрдеминде анықланады. $\Delta v = 1905 \frac{\text{m}}{\text{sek}} - 1900 \frac{\text{m}}{\text{sek}} = 5 \cdot 10^2 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ болғанлықтан,

$$\Delta u = \frac{5 \cdot 10^2}{1,6 \cdot 10^5} = 0,0031$$

шамасына ийе боламыз. $u = 1,2$ шамасына сәйкес келетуғын $\frac{\Delta n}{n\Delta v}$ шамасының мәнісін 120-сүрөттен табамыз. Буннан

$$\frac{\Delta n}{n\Delta v} = 0,78$$

мәнісін аламыз.

Буннан тезликтери 1900 м/сек шамасынан 1905 м/сек шамасына шекемги интервалда жататуғын молекулалардың саны

$$\frac{\Delta n}{n} = 0,78 \cdot 0,0031 = 2,5 \cdot 10^{-3}$$

шамасына тең, яғный барлық молекулалардың $0,25$ проценти көрсетилген интервалдағы тезликтерге ийе болады.

Көп санлы айқын түрдегі мәселелер ушын тезлиги берилген базы бир u дан үлкен болған молекулалардың санын билиў ахмийетли. Бул молекулалардың саны 123-сүрөтте көрсетилген Максвелдің тарқалыў нызамын беретуғын графиктегі штрихланған фигураның майданына тең. Бул майданды u тезлигинің функциясы сыпатында Максвелл формуласын интеграллаў жолы менен есаплаўға болады; бундай есаплаўдың нәтийжесін кесте ямаса график түрінде көрсетиў мүмкин. Тезлиги берилген u шамасынан үлкен болған молекулалардың санын n_u арқалы белгилейик. 124-

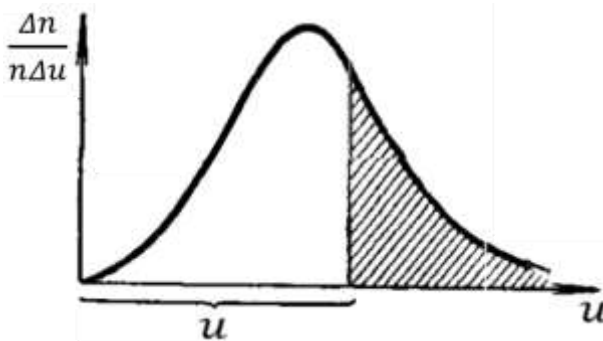
сұйретте $\frac{n_u}{u}$ шамасының тезлик u дан ғарезлигине сәйкес келетуғын иймеклик көрсетилген. Бул иймекликтің $u = 0$ ушын 1,0 ге тең ординатасы барлық молекулалардың 0 менен ∞ тиң арасындағы тезликке ийе болады дегенди аңлатады. $u = 1,0$ ушын 0,57 шамасына тең ордината барлық молекулалардың 57 процентинің ең итимал тезликтен үлкен тезликке ийе болатуғынлығын қ.т.б. аңғартады. Үлкен u лар ушын (әмелий жақтан $u > 3$ ушын) $\frac{n_u}{u}$ қатнасының мәніси жууық түрде

$$\frac{n_u}{u} = 1,128u \cdot e^{-u^2} \quad (5)$$

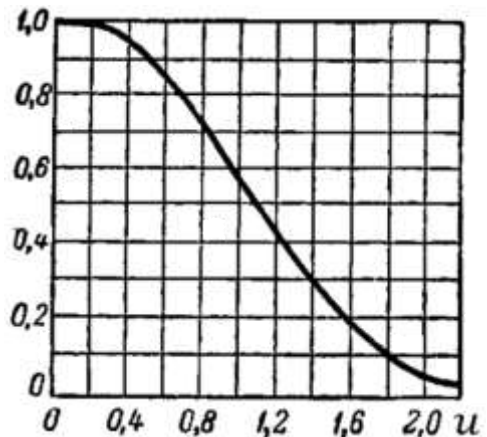
шамасына тең.

Және де бир неше айқын мысалларды қараймыз.

1-мысал. Молекулалардың қандай бөлими $\frac{1}{2}v_{it}$ менен v_{it} шамаларының арасында жайласқан тезликлерге ийе болады?



123-сұйрет. Штрихланған фигураның майданы тезликлери u дың берилген мәнісінен үлкен болған молекулалардың салыстымалы санын береді.



124-сұйрет. Иймекликтің ординатасы тезлиги u шамасынан үлкен болған молекулалардың салыстырмалы санын береді.

Шешими. Бул жағдайда тезликлердің интервалы Δu үлкен болғанлықтан (2)-Максвелл теңлемесін тиккерей пайдаланыўға болмайды. Сонлықтан 124-сұйретте келтирилген графиктен пайдаланамыз. Молекулалардың ең итимал тезлигинің $1/2$ шамасына тең тезлик $u = \frac{1}{2}$ шамасына тең; 124-сұйретте келтирилген график бойынша бул мәніске $\frac{n_u}{u} = 0,92$ сәйкес келеді. Бул барлық молекулалардың 92 процентинің $\frac{1}{2}v_{it}$ шамасынан үлкен тезлик пенен қозғалатуғынлығын аңғартады. Соның менен бирге $2v_{it}$ тезлигине $u = 2$ тезлигинің сәйкес келетуғынлығын аңғарамыз. u дың усындай мәнісине график бойынша $\frac{n_u}{u} = 0,05$ мәніси сәйкес келеді. Бул барлық молекулалардың 5 процентинің ең итимал тезликтен еки есе үлкен тезлик пенен қозғалатуғынлығын аңғартады. Бул мағлыұматлардан, тезликлери $\frac{1}{2}v_{it}$ шамасынан $2v_{it}$ шамасына шекемги интервалда барлық молекулалардың $92\% - 5\% = 87\%$ иниң қозғалатуғынлығына көз жеткереміз.

2-мысал. Молекулалардың қандай бөлеги илгерилемели қозғалыстың еки еселенген орташа кинетикалық энергиясына теңдей болған кинетикалық энергияға ийе болады?

Шешими. Орташа кинетикалық энергияға орташа квадратлық тезлик пенен қозғалатуғын молекула ийе болады. Сонлықтан, илгерилемели қозғалыстың еки еселенген орташа кинетикалық энергиясына теңдей болған кинетикалық энергияға ийе болған молекуланың тезлиги мына шәррти қанаатландырады:

$$v = \sqrt{2}\sqrt{\bar{v}^2}.$$

v ның усындай мәнісине сәйкес келетуғын u салыстырмалы тезлик

$$u = \frac{v}{v_{it}} = \sqrt{2} \frac{\sqrt{\bar{v}^2}}{v_{it}}$$

аңлатпасының жәрдеминде табылады. Бирақ,

$$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}},$$

ал,

$$v_{it} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

болғанлықтан

$$u = \sqrt{2} \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{3} = 1,73$$

мәнісін аламыз.

124-сұйретте келтирилген график бойынша $u = 1,73$ мәнісін $\frac{n_u}{n} = 0,11$ сәйкес келеді. Бұнан кинетикалық энергиясы екілетілген орташа кинетикалық энергиядан үлкен болған молекулалардың санының молекулалардың ұлыұмалық санының 11 процентін құрайтуғынлығын келип шығады.

Максвелл формуласы [(2)-формула] *тезликлердің бағытынан ғарезсиз* тезликлері Δv интервалында жататуғын молекулалардың санын береді. Бирақ мынадай сораұдың қойылыұы мүмкін: берілген интервалға киретуғын хәм базы бир бағытқа ийе тезликлерге ийе молекулалардың саны қандай? Оның ұшын молекулалардың тезлигинің векторы болған $\mathbf{v}$ векторын киргиземіз. Оның құраұшыларын v_x , v_y хәм v_z арқалы белгилейміз.

Тезликлеринің v_x құраұшысы v_x тан $v_x + \Delta v_x$, v_y құраұшысы v_y тан $v_y + \Delta v_y$, v_z құраұшысы v_z тен $v_z + \Delta v_z$ шамаларына шекемги интервалда жатқан молекулалардың саны

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \quad (6)$$

ямаса

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{E_k}{kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \quad (6a)$$

шамасына тең болады. Бұл аңлатпада

$$E_k = \frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2}$$

молекуланың кинетикалық энергиясы болып табылады.

v_x , v_y хәм v_z құраұшылары ұшын биз қабыл еткен болжаұ $\mathbf{v}$ тезлигинің мәнісін жататуғын интервалды да, оның бағытын да шеклейді. Шын мәнісінде көшерлеріне v_x , v_y хәм v_z құраұшыларының мәніслері қойылған координаталар системасын киргиземіз (125-сұйрет); бұл системада тезлик векторы $\mathbf{v}$ басы координаталар басында жайласқан стрелканың жәрдеминде сұйретленеді. v_x , v_y хәм v_z құраұшыларының $v_x + \Delta v_x$, $v_y + \Delta v_y$, $v_z + \Delta v_z$ интервалында жатыұының шәрті $\mathbf{v}$ векторын 125-сұйретте ұшлары берілген $\Delta\omega = \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$ көлеминің ишінде жайласқан стрелкалардың жәрдеминде сұйретленеді дегенді аңғартады.

Егер молекуланың тезлик векторын тек оның сан мәнісін берілген v дан $v + \Delta v$ интервалында жатады деген шәрт пенен шекленетуғын болсақ, онда 126-сұйретте бұл тезликлер мүмкін болған барлық бағытларға ийе, бирақ олардың сан мәніслері радиұсы v ға, ал қалыңлығы Δv болған шарлық қатламда жайласады³⁷. Усындай шәртти қанаатландыратуғын молекулалардың саны $\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$ шамасы атап өтилген шар қатламының көлеми

$$\Delta\omega = 4\pi v^2 \Delta v$$

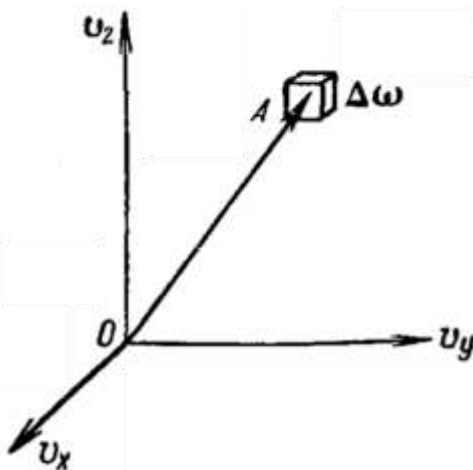
менен алмастырылған (6)-формуланың жәрдеминде есапланады. Бұнан (6)-формула бойынша

³⁷ Көргизбелилик ұшын 126-сұйретте ұсы шарлық қатламның YZ көшери менен кесими ғана көрсетілген.

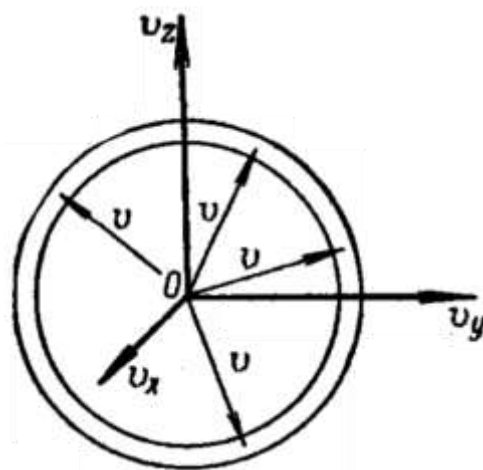
$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 \Delta v \quad (7)$$

формуласын аламыз.

Егер салыстырмалы тезлік болған $u = v/v_{it}$ тезлігін киргизсек, онда (7)-формуладан (2)-Максвелл формуласына аңсат өтiйге болатұғынлығын көрiйге болады. (6)- хәм (7)-формулалардың екеуі де молекулалардың тезліклер бойынша тарқалыұын береді. Олар салыстырмалы саны жөнінде гәп етилгендеги молекулалардың группаларға бөліұ бойынша ғана айрылады.



125-сұұрет. Құраұшылары v_x, v_y, v_z берілген $\Delta v_x, \Delta v_y, \Delta v_z$ интерваллары менен шекленген тезліклер ушлары $\Delta\omega = \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$ көлемінде жатқан векторлар менен сұұретленеді.



126-сұұрет. Сан мәніслері берілген интервал менен шекленген тезліклер ушлары шар қатламның ишінде жайласқан векторлар менен сұұретленеді.

Тезліклердің орнына E_k кинетикалық энергиясын киргизіп (7)-формулағы және бір түр беріұге болады. $E_k = \frac{mv^2}{2}$ формуласын дифференциаллап

$$dE_k = mv dv$$

теңлігіне ийе боламыз. dE_k хәм dv дифференциалларын энергия менен тезліктің киші интерваллары болған ΔE_k хәм Δv шамалары менен алмастырып

$$\Delta v = \frac{1}{mv} dE_k$$

формуласын аламыз. Δv ның ұсы мәнісін (7)-аңлатпаға қойып және $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$ екенлігін инабатқа алсақ, онда

$$\Delta n = \frac{2}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{E_k}{kT}} \cdot \sqrt{E_k} \Delta E_k \quad (8)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

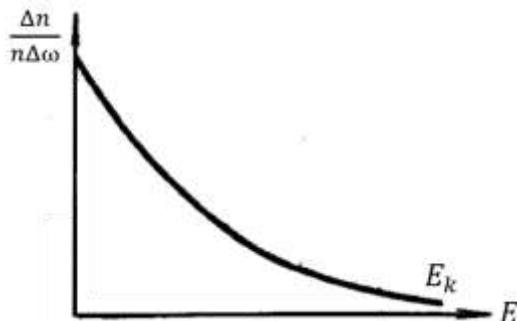
(8)-формула неше дана (Δn) молекуланың энергияның берілген интервалына киретуғын кинетикалық энергияға ийе болатұғынлығын көрсетеді.

Больцман (6)-формула менен берилетуғын Максвелл тарқалыұын молекулалар салмақ күш майданында қозғалатұғын жағдай ұшын ұлыұмаластырды (ұлыұма жағдайда қәлеген күш майданындағы). Бундай жағдайда E_k кинетикалық энергия молекуланың толық энергиясы $E = E_k + E_p$ менен алмастырылыұы керек. Бұл жерде E_p арқалы молекуланың потенциаллық энергиясы белгіленген. Усының менен бирге, ұлыұма айтқанда потенциаллық энергия координаталардан ғәрезлі болатұғын болғанлықтан тек тезліклері тезліклердің белгили интервалында шекленген молекулалар хәққында ғана емес, ал координаталары да белгили болған интерваллар менен шекленген молекулалар хәққында гәп етiйге тұұры келеді. Ең ақырында (6)-тарқалыұдың орнына:

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \Delta x \Delta y \Delta z \quad (8a)$$

аңлатпасын аламыз.

(8a) аңлатпасы Больцманның тарқалыуы нызамы болып табылады. $\frac{\Delta n}{n \Delta \omega}$ ($\Delta \omega = \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \Delta x \Delta y \Delta z$) шамасының E ден ғарезлиги 127-сүретте келтирилген.



127-сүрет.

Больцман нызамына сәйкес келетүгын график.

§ 51. Бөлекшелердің бийиклик бойынша тарқалыуы. Больцманның тарқалыуы функциясы салмақ майданында бийиклик бойынша бөлекшелердің санының кемейіуінің нызамын алыуға мүмкиншилик береді. Температурасы T барлық бөлімлерінде бірдей болған газдың вертикал бағанасын көз алдымызға елеслетейік. Молекулаларының тезліктері хәм олардың тезліклер бойынша тарқалыуы барлық орынларда (жоқарыда да, төменде де) бірдей хәм Максвелл нызамына бағынады. Максвелл тарқалыуын 50-параграфтағы (6)-формула беретүгын түрде пайдаланамыз.

Бөлекшелердің энергиялар бойынша тарқалыуы да сол параграфтағы (8a) формула менен бериледи:

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \Delta x \Delta y \Delta z. \quad (1)$$

Толық энергия $E = E_k + E_p$ шамасына тең. Бұл аңлатпада E_k – кинетикалық энергия, ал E_p – потенциаллық энергия; бұл жағдайда потенциаллық энергия молекулалардың салмақ майданындағы $E_p = mgh$ энергиясы болып табылады. Бұл аңлатпада h арқалы молекула жайласқан бийиклик белгиленген. Буннан (1)-формула мынадай түрге ийе болады:

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{E_k + mgh}{kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \Delta x \Delta y \Delta z.$$

Егер көлем бирлигиндегі бөлекшелердің санына өтетүгын болсақ, онда

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot n \cdot e^{-\frac{mgh}{kT}} \cdot e^{-\frac{E_k}{kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \quad (2)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Қәлеген бийикликтегі молекулалардың тезліклер бойынша тарқалыуы Максвелл тарқалыуы арқалы аңлатылады [50-параграфтағы (6)-формула]:

$$\Delta n = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot n_h \cdot e^{-\frac{E_k}{kT}} \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z \quad (3)$$

Бұл формулада n_h арқалы h бийиклигиндегі көлем бирлигиндегі молекулалар саны белгиленген.

h бийикликтегі көлем бирлигиндегі молекулалар саны n_h мынадай формуланың жәрдемінде есапланады деп есаплағанда

$$n_h = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} \quad (4)$$

(3)- хәм (2)-формуларды бир бири менен сәйкес келтириуіге болады. Бұл формулада n_0 арқалы $h = 0$ бийиклигиндегі көлем бирлигиндегі молекулалар саны белгиленген. Бұл формула көлем бирлигиндегі молекулалар санының бийиклик бойынша тарқалыуын береді: көлем бирлигиндегі молекулалар саны n_h бийикликке байланысly экспоненциаллық нызам бойынша кемейеди (128-сүрет).

(4)-формуладан пайдаланып, газдің басымының бийікликтен ғәрезлигин аңсат алыўға болады.

Берилген температурадағы газдің басымы көлем бирлигиндеги бөлекшелердің саны n ге пропорционал [46-параграфтағы (4)-формалы]. Буннан p басымның h бийікликке байланысты кемейіу ызамаы бөлекшелердің санының кемейіу ызамындай болады:

$$p_h = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$$

 $\frac{m}{k} = \frac{\mu}{R}$ екенлигин итибарға алып, бул қатнаста μ арқалы газдің молекулалық салмағы белгиленген, соңғы формуланы былайынша көширип жазамыз:

$$p_h = p_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}. \quad (5)$$

(5)-формула *барометрлик формула* деп аталады. Бул формула басымның бийікликке байланыслы экспоненциаллық түрде кемейетуғынлығын көрсетеди. Соның менен бирге, (5)-формула басымның h бийікликке байланыслы кемейіуиниң молекулалық салмаққа байланыслы екенлиги де көринип түр: газдің молекулалық салмағы қаншама үлкен болса, оның басымы бийікликке байланыслы тезирек кемейеди. Хәр қыйлы бийікликлерде температура T ны бирдей деп есаплап, (5)-формуланы хәр қыйлы бийікликлердеги p_h атмосфералық басымды жуўық түрде анықлаў ушын пайдаланыўға болады. Бирақ температураның бирдей болыўы бийікликлердің айырмасы үлкен болған жағдайда орынланбайды.

§ 52. Авагадро санын анықлаў. Салмақ күши майданында тұрған газде көлем бирлигиндеги молекулалар саны бийікликке байланыслы кемейеди. Егер ноллик бийікликте көлем бирлигиндеги молекулалар саны n_0 шамасына тең болатуғын болса, онда h бийіклигиндеги көлем бирлигиндеги молекулалар саны мынаған тең:

$$p_h = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}. \quad (1)$$

Бул формулада m арқалы молекуланың массасы, g арқалы салмақ күшиниң тезлениўи, k арқалы Больцман тұрақлысы хәм T арқалы Кельвин шкаласындағы температура белгиленген [(1)-формула ушын тийкар 51-параграфтағы (1)-формулада берилген].

Молекулалардың бийіклик бойынша тарқалыўын беретуғын (1)-формула броун бөлекшелери ушын қолланылды хәм N_A Авагадро санын анықлаў ушын пайдаланылды. Броун бөлекшелери (43-параграфқа қараңыз) тәртипсиз қозғалыста молекулалардың соққыларының тәсиринде жайласады. Тәртипсиз урылыўлардың характери ҳаққындағы ұлыўмалық көз-қараслардан шығып, *бир броун бөлекшесиниң $\bar{w}$ кинетикалық энергиясының берилген T температурадағы молекулалардың орташа кинетикалық энергиясына тең екенлигин көрсетиўге болады*, яғнай

$$\bar{w} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \left(\frac{R}{N_A} \right) T. \quad (2)$$

Солай етип, броун бөлекшелериниң жыйнағы газдің молекулалық-кинетикалық структурасын дәл түрде қайталайды екен; бул моделде тек ғана "молекулалар" жүдә үлкен болады хәм сонлықтан, оларды микроскоптың жәрдемінде көриўге болады. Ал олардың массаларының айырым молекуланың массасынан жүдә үлкен болғанлықтан киши тезликлер менен қозғалады. Броун бөлекшелериниң жыйнағы барлық газ ызамларына, соның ишинде бөлекшелердің санының бийікликке байланыслы кемейетуғынлығын беретуғын (1)-ызамға да бағынады.

(2)-формуладан N_A Авагадро санының

$$N_A = \frac{3R}{2\bar{w}} \cdot T \quad (3)$$

формуласының жәрдемінде есапланатуғынлығын көремиз. Буннан берилген T температурасындағы броун бөлекшесиниң орташа кинетикалық энергиясы $\bar{w}$ ны билип N_A Авагадро санын тиккелей анықлаўға болатуғынлығы келип шығады. Бирақ броун

бөлекшесинің $\bar{w} = \frac{m\bar{v}^2}{2}$ орташа кинетикалық энергиясын оның массасы хәм тезлигинің квадратының орташа мәнісі $\bar{v}^2$ бойынша анықлау күткен нәтижелерди бермеди. Мәселе соннан ибарат, микроскоптың астында өткерилген өлшеулердің жәрдемінде хаотикалық қозғалыстардың ақыбетінде орташа квадратлық тезлик болған $\bar{v}^2$ шамасын өлшеудің мүмкіншилиги жоқ. Сонлықтан Перрен басқа жол менен жүрди хәм бөлекшелердің бийиклик бойынша тарқалыу нызамы бойынша $\bar{w}$ орташа кинетикалық энергияны анықлау жолын қолланды.

Қандай да бир сұйықтықта қалқып жүрген броун бөлекшелери уақыттың өтуі менен ыдыстың түбіне түспейди, бирақ қозғалыстарының себебинен тығызлығы бийикликке байланыссыз кемейетуғын болып тарқалады: ыдыстың төменінде бөлекшелердің саны көп, ал базы бир бийикликте аз болады. Броун бөлекшелеринің бийиклик h тан ғәрезлиги (1)-формула бойынша анықланады. Бул жағдайда бөлекшелердің санының бийиклик бойынша кемейуі тезирек жүзеге келеди (броун бөлекшесинің массасы m бир молекуланың массасына салыстырғанда жүдә үлкен болғанлықтан). Бундай өзгеристің орын алатуғынлығы h бийиклик миллиметрдің бөлімлерінде айқын бақланады.

(1)-формуладағы температура T ның орнына $\bar{w}$ ның мәнісін қойып

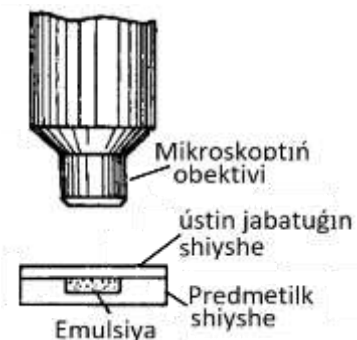
$$n_h = n_0 e^{-\frac{3Ph}{2\bar{w}}} \quad (4)$$

формуласына ийе боламыз. Бул формулада P арқалы броун бөлекшесинің салмағы белгиленген. (4)-формулада бөлекшелердің бийиклик бойынша кемейуі нызамы бойынша хәм олардың массасын билип олардың $\bar{w}$ орташа кинетикалық энергиясын анықлауға болатуғынлығын хәм оның (3)-формула бойынша N_A Авагадро санын анықлауға мүмкіншилик беретуғынлығы көринип тұр.

Перрен тәрепинен *garcinia morel'* (гуммигут) смоласынан центрифугиралаудың жәрдемінде өлшемлери бирдей хәм шама менен микронға тең болған шар тәрізлі бөлекшелерден туратуғын жүдә бир текли болған эмульсия алынған. Суудың ишінде жүзип жүрген бул бөлекшелерди микроскоп пенен бақлағанда интенсивли броун қозғалысы көринген. Сұйықтықтағы бөлекшелердің санының бийикликке байланыссыз кемейетуғынлығы хәм бул кемейуінің тез болатуғынлығы анық бақланған.

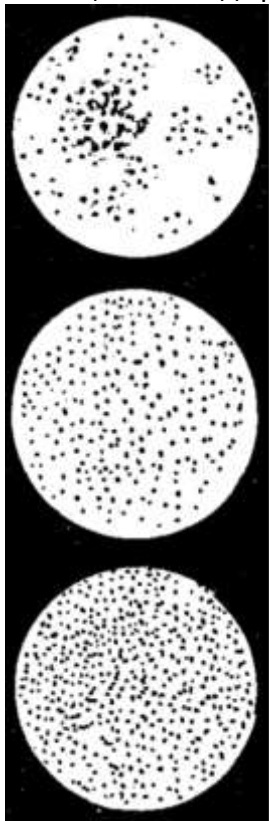
129-сүрөт.

Броун бөлекшелерин микроскопта бақлау
усылы.



Бул кемейуі бақлау үшін төмендегидей усул қолланылған: предметлик шийшеде цилиндр тәрізлі ойық пайда еткен; тул ойық эмульсия менен толтырылған хәм буннан кейін оның үсти үстин жабатуғын шийше менен жабылған. Эмульсия микроскоп тәрепинен сүрөттің киши тереңлигине қаралған. Микроскопты эмульсияның белгили болған қатламына фокуслап, усы қатламда жайласқан броун бөлекшелерин көриу мүмкіншилиги пайда болады; төменде ямаса жоқарыда жайласқан бөлекшелердің сүрөти фокусқа кирмейди. Микроскоптың фокусын жылжыту арқалы оны эмульсияның хәр қыйлы қатламларына фокуслауға болады. Усының нәтижесінде бөлекшелердің санының бийикликке байланыссыз қалай өзгернетуғынлығының мүмкіншилиги тууылады.

130-сүретте сұйықтың хәр қыйлы қатламларында түсірілген броун бөлекшелерінің бір заматлық микрофотограммалары көрсетілген: төменгі қатламда бөлекшелер көп, ал жоқарғы қатламда аз. Микроскопта көрінетуғын қатламдардағы бөлекшелердің хәр қыйлы h бийикликлердегі саны n'_h ты санау, олардың санының бийикликке байланысы кемейу нызамын анықлауға мүмкиншилик береді. Микроскоптың көріу майданында көрінетуғын бөлекшелердің саны n'_h сол бийикликтегі бөлекшелердің көлем бирлигиндегі санына пропорционал болғанлықтан, сол n'_h саны да (4)-формулань қанаатландырыуы керек.



130-сүрет.

Хәр қыйлы бийикликлердегі қатламдардағы броун бөлекшелерінің тарқалыуы. Қатлам қаншама жоқарыда жайласқан болса, ондағы бөлекшелердің саны кем.

Мейли h_1 бийиклигинде жатқан қатламдағы бөлекшелердің саны n'_{h_1} шамасына тең болсын. (4)-формула бойынша оның саны

$$n'_{h_1} = n'_0 \cdot e^{-\frac{3P}{2\bar{w}} h_1}$$

шамасына тең болады. Тап сол сыяқлы h_2 бийиклигиндегі бөлекшелердің саны ушын

$$n'_{h_2} = n'_0 \cdot e^{-\frac{3P}{2\bar{w}} h_2}$$

аңлатпасына ийе боламыз. Буннан

$$\frac{n'_{h_1}}{n'_{h_2}} = e^{-\frac{3P}{2\bar{w}} (h_1 - h_2)}$$

қатнасының орынлы екенлигине көз жеткереміз.

Бул қатнасты логарифмлеп хәм алынған аңлатпаны $\bar{w}$ шамасына қарата шешип

$$\bar{w} = \frac{3P(h_2 - h_1)}{2 \frac{n'_{h_1}}{n'_{h_2}}} \quad (5)$$

формуласын келтирип шығарамыз.

Бул формуладағы n'_{h_1} хәм n'_{h_2} шамалары микроскоп арқалы көринип тұрған бөлекшелердің санын санау жолы менен, ал $h_2 - h_1$ шамасы болса микроскопты h_1 бийиклигинде жайласқан қатламдағы бөлекшелерді бақлағаннан кейин h_2 бийиклигинде жайласқа қаламдағы бөлекшелердің санын санауға өткендегі

микроскоптың жылжыуы бойынша анықланады. Бұл жылжыудың шамасы микроскопиялық винттің жәрдемінде әмелге асырылады. $\bar{w}$ шамасын анықлау үшін броун бөлекшесінің массасы m ди анықлау қалады. Броун бөлекшесінің салмағын Перрен Стокс формуласын пайдаланыу жолы менен әмелге асырған (42-параграф). Стокс формуласы жабысқақ сұйықтықтағы бөлекшениң түсіу тезлиги бойынша оның радиусы r ди анықлауға мүмкіншилик береді. Сфералық бөлекшениң салмағы P оның радиусы r хәм ұсы бөлекше туратуғын заттың тығызлығы ρ бойынша тиккелей анықланады

$$P = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho').$$

Бұл аңлатпада ρ' арқалы сұйықтың тығызлығы белгиленген.

Перрен тәрәпинен бақланған бөлекшелердің түсіу тезлигин анықлауға болмайды, себеби олар броун қозғалысына қатнасады. Бирақ былайынша хәрекет етиуге болады: бийик жиңишке ыдысқа құйылған эмульсияны ұсы эмульсияда бөлекшелердің бийиклик бойынша тең өлшеулі тарқалыуын жүзеге келтириу үшін жақсылап былғаса хәм оннан кейин оны тыныш қойса, онша бөлекшелер шөге баслайды; нәтийжеде сұйықтықтың жоқарғы бөлими жақтыланады. Бундай жағдайда жайылған болса да (броун қозғалысының нәтийжесінде) құралланбаған көз бенен аңғарыуға болатуғын қараңғыланыудың шегарасы пайда болады. Қараңғыланыудың шегарасының төменге түсіу тезлиги айырым бөлекшелердің төменге түсіу тезлигин береді. Солай етип, бөлекшениң орташа кинетикалық энергиясы $\bar{w}$ ны анықлау үшін зәрүрли болған барлық шамалар табылады. Жоқарыда еслетилип өтилгениндей, $\bar{w}$ ны билиу арқалы Авагадро саны N_A ны анықлау мүмкіншилиги түүылады.

Перрен тәрәпинен N_A Авагадро санын анықлау үшін пайдаланылған басқа ұсыл броун бөлекшелерінің аұысыуын бақлауға тийкарланған. Бизлер броун бөлекшесінің аұысыуының ықтыярлы түрде алынған OX көшерине түсирилген проекциясын бақлап атырмыз деп болжайық. Мейли, t бақлау ўақыты ишинде ұсы көшерге түсирилген аұысыудың проекциясы x болсын. Егер ұсындай x ларды өлшеулер көп санлы броун бөлекшелери үшін орынланған болса, онда, Эйнштейннің көрсетиуінше, x тың квадратының орташа мәнисі

$$\bar{x}^2 = \frac{RT}{3\pi\eta r N_A} t$$

формуласының жәрдемінде анықланады. Бұл формалада R – газ тұрақлысы, T – Кельвин шкаласындағы температура, η – бөлекше киргизилген орталықтың жабысқақлық коэффиценти, r – броун бөлекшесінің радиусы. Бұл формулаға киретуғын N_A шамасынан басқа шамалардың барлығы белгили болғанлықтан Авагадро саны N_A ны анықлаудың мүмкіншилиги түүылады.

Перрен тәрәпинен өткерилген өлшеулер Авагадро санының хәр моль үшін $6 \cdot 10^{23}$ шамасындағы сан екенлигин көрсетти. Буннан дәл болған нәтижелерди Перрен бере алған жоқ. Кейинирек (II томға қараңыз) Авагадро санының шамасын дәрирек анықлауға мүмкіншилик беретуғын ұсылларды келтиремиз. Жоқарыда еслетилип өтилгениндей, хәзирги ўақытлары Авагадро саны үшін $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$ шамасы қабыл етилген.

§ 53. Молекулалардың еркин жүриу жолының ұзынлығы. Молекулы газде үзликсиз хәм хаотик қозғалыс халында тұрып бир бири менен соқлығысады; соқлығысыулар арасында олар еркин базы бир λ жолын өтеди. Еки соқлығысыу арасындағы бұл жолдың ұзынлығы хәр қыйлы, бирак молекулалардың саны үлкен хәм олардың қозғалыслары пүткиллей тәртипсиз болғанлықтан молекулалардың жолының орташа ұзынлығы хәққында гәп етиуге болады. Молекулалардың еркин жолының орташа ұзынлығы $\bar{\lambda}$ ни есаплаймыз.

Белгили болған базы бир молекуланы қараймыз, ол v тезлиги менен қозғалатугын хәм

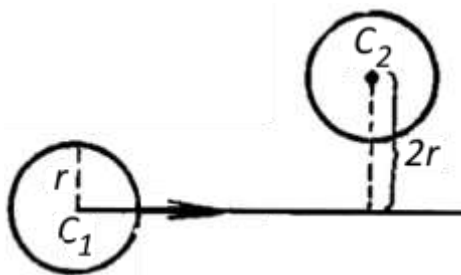
радиусы r болған шардың түріне ийе болсын. Хәр бир соқлығысыўдан кейин молекула v тезлигиниң бағытын өзгертеди, бирақ әпиўайылық ушын молекуланы соқлығысқаннан кейин де соқлығыспастан бұрынғы бағытында қозғалады деп болжаймыз. Соның менен бирге биз қарап атырған тек бир молекула қозғалады, ал басқалары қозғалмайды деп есаплаймыз. Бундай жағдайда молекула өзиниң жолында ұсы жол бойынша өткерилген түүрыдан орайлары $2r$ шамасынан үлкен емес қашықлақта жайласқан барлық молекулаларға тийип өтеди (131-сүўрет). Демек, ўақыттың бир бирлигинде молекула орайлары радиусы $R = 2r$ хәм ұзынлығының сан шамасы l молекуланың тезлиги v ға тең болған цилиндрдиң ишинде жайласқан барлық молекулалар менен тийиседи (132-сүўрет). Усындай цилиндрдиң ишине киретуғын молекулалардың саны

$$z = \pi R^2 v n_0$$

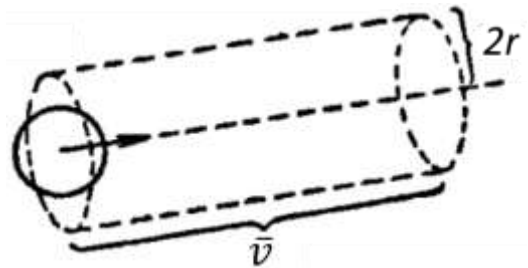
аңлатпасының жәрдемінде анықланады. Бул аңлатпада n_0 арқалы көлем бирлигиндеги молекулалардың саны белгиленген. Бул аңлатпаға $R = 2r$ ди қойып хәм v ҳаққында гәп етилгенде молекулалардың орташа тезлиги $\bar{v}$ ны түсиниўдиң керек екенлигин есапқа алсақ, онда ўақыт бирлигиндеги молекулалардың соқлығысыўының орташа мәниси ушын аңлатпа аламыз:

$$\bar{z} = \pi r^2 \bar{v} n_0. \quad (1)$$

Ҳақыйқатында, басқа молекулалар да қозғалатуғын болғанлықтан $\bar{z}$ соқлығысыўлар саны ушын (1)-формула берген нәтийжеге салыстырғанда бир қанша үлкен мәнистиң алыныўы керек.



131-сүўрет. Молекула өзиниң жолында орайлары ұсы жолдан $2r$ қашықлығынан киши қашықлықта жайласқан молекулаларға тийип өтеди.



132-сүўрет. Молекула радиусы $2r$ болған цилиндрдиң ишиндеги барлық молекулаларға тийип өтеди (соқлығысады).

Сәйкес есаплаўлар $\bar{z}$ шамасының $\sqrt{2}$ есе үлкен екенлигин көрсетеди:

$$\bar{z} = \sqrt{2} \pi r^2 \bar{v} n_0. \quad (2)$$

Молекулалардың өлшемлери шама менен $r \cong 10^{-8}$ см, әдеттеги шараятларда көлем бирлигиндеги молекулалар саны $n_0 \cong 3 \cdot 10^{19}$ хәм молекулалардың тезлиги $\bar{v} \cong 5 \cdot 10^4$ см/сек болғанлықтан газ молекулалары ушын ўақыт бирлигиндеги соқлығысыўлар сынының шама менен

$$\bar{z} \cong 4 \cdot \sqrt{2} \cdot 3,14 (10^{-8})^2 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{12} \text{ сек}^{-1} \cong 3 \cdot 10^9 \text{ сек}^{-1}$$

мәнисине тең болатуғынлығын көремиз.

Солай етип, әдеттегидей шараятларда молекула бир секундта бир неше миллиард соқлығысыўға ушырайды екен.

Молекуланың еркин жолының ұзынлығы $\bar{\lambda}$ ны табыў ушын бир бирлик ўақыт ишинде молекуланың өтетуғын орташа жолын ўақыт бирлигиндеги соқлығысыўлар санына бөлиў жолы менен анықлаймыз. Ўақыттың бир бирлигиндеги өтилген жолдың ұзынлығының сан мәниси бөлекшениң тезлиги $\bar{v}$ ның сан мәнисине тең болғанлықтан, молекуланың еркин жүриў жолының ұзынлығы

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} \quad (3)$$

шамасына тең. Бұл қатнасқа $\bar{z}$ тиң мәнісін қойып

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi r^2 n_0} \quad (4)$$

аңлатпасын аламыз. Егер бұл формулағы молекуланың радиусы r диң орнына оның диаметрі $\sigma = 2r$ ди қойсақ, онда

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n_0} \quad (4a)$$

формуласына ийе боламыз.

(4)- хәм (4a) формулаларынан молекулалардың еркин жүриў жолының ұзынлығы $\bar{\lambda}$ ның көлем бирлигиндеги бөлекшелер санына керип пропорционал екенлиги көринип тұр. Турақлы температурада n_0 шамасы газдиң басымына туўры пропорционал болғанлықтан

$$\frac{\bar{\lambda}_1}{\bar{\lambda}_2} = \frac{n_{02}}{n_{01}} = \frac{p_2}{p_1} \quad (5)$$

теңликлериниң орынлы екенлигине көз жеткеремиз. Бұл аңлатпаларда $\bar{\lambda}_1$ менен $\bar{\lambda}_2$ ұзынлықтарының p_1 хәм p_2 басымларына тийисли екенлигин аңғарамыз. (5)-формуладан биз *турақлы температурада еркин жүриў жолының ұзынлығының газдиң басымы p ға кері пропорционал екенлигин* көреміз.

Молекулалардың еркин жүриў жолының абсолют мәніси олардың диаметрі σ дан ғәрезли. Кейинирек биз хәр қыйлы газлер ұшын $\bar{\lambda}$ шамасының сан мәнісін анықлаўдың ұсылларының бар екенлигин көреміз; $\bar{\lambda}$ шамасының сан мәніси бойынша (4a) формуласы бойынша молекулалардың диаметрі σ анықланады. Бирақ, ұсындай жоллар менен алынған диаметрлер молекулалардың ҳақыйқый диаметрлерине дәл сәйкес келмейтуғынлығын инабатқа алыў керек. Биринши гезекте, молекулалар дұрыс шарлар емес; екиншиден, ҳақыйқатында молекулалардың соқлығысыўы серпимли шарлардың соқлығысыўына ұсамайды. Молекулалар атом ядролары менен электронлардан туратуғын қурамалы системалар болып табылады. Жүдә жақын қашықлықлардағы олар арасындағы өз-ара тәсир етисий күшлери қурамалы (тийкарынан электрлик) характерге ийе. Соқлығысыў процесси киши қашықлықларда молекулалардың бир бири менен ийтерисетуғынлығына алып келинеди. Соның менен бирге ийтерисий күшлериниң шамасы олар арасындағы қашықлықтың киширейийи менен үлкейеди (бұл ҳаққында толығырақ 61-параграфта қараңыз). Усы күшлердиң тәсир етийуиниң салдарынан молекулалар қозғалысларының бағытын өзгертеди.

Демек, молекулаларды серпимли шарлар деп қараўдың нәтийжесинде олардың σ диаметрлериниң шамасын есаплаўлар молекулалардың өлшемлери ҳаққында тек жуўық түрдеги мағлыўматларды береді; σ шамасына *молекуланың эффективлик диаметри* деген атама бериў қабыл етилген. $\pi\sigma^2$ шамасын *молекуланың эффективлик кесими* деп атайды.

VI кесте.

Еркин жүриў жолларының ұзынлығы хәм молекулалар менен атомлардың эффективлик диаметрлери

Газ (пұй)	$\bar{\lambda} \cdot 10^5 \text{ см}$	$\sigma \cdot 10^8 \text{ см}$
Водород, H ₂	1,123	2,3
Азот, N ₂	0,599	3·1
Кислород, O ₂	0,647	2·9
Гелий, He	1,798	1,9
Аргон, Ar	0,666	3,6

(4)-формулаға алып келетуғын есаплаулардың жууық характери хақыйқатында молекулалардың еркин жүриу жолының шамасының температурадан ғәрезли екенлигинде билинеди. Ал (4)-формула бойынша турақлы көлемде қыздырылғанда оның температурадан ғәрезли болмауы керек. Температураның жоқарылауы менен еркин жүриу жолының ұзынлығы бираз үлкейеди. Егер (4)-формула бойынша есапланған еркин жүриу жолының ұзынлығын $\bar{\lambda}_{\infty}$ арқалы белгилесек, онда T температурасындағы еркин жүриу жолының хақыйқый мәніси

$$\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{\infty} \frac{T}{C + T}$$

формуласының жәрдемінде есапланады. Берилген газ ұшын турақлы болып есапланатуғын C шамасы *Сэзерлэнд турақлысы* деп аталады хәм оның мәніси тәжирийбелерде анықланады.

Мысалы, азот ұшын $C = 102,7^{\circ}$. Буннан Сэзерлэнд формуласы $T = 300\text{ K}$ ұшын $T = 200\text{ K}$ температурадағы мәнісине салыстырғанда 12 процент үлкен болған шаманы береді.

Енди базы бир санлы мағлыұматларды беремиз. VI кестеде базы бир газлер хәм пуұлар ұшын әдеттегидей шараятлардағы ($p = 1\text{ ат}$, $t = 0^{\circ}\text{C}$) еркин жүриу жолының ұзынлығы менен эффективлик диаметрлери келтирилген.

Хаұа ұшын жууық түрдеги есаплаулар тийкарында $\bar{\lambda}$ еркин жүриу жолының ұзынлығы әдеттеги шараятларда $\bar{\lambda} = 7 \cdot 10^{-6}\text{ см}$ деп есаплауға болады.

Бундай жағдайда хәр қыйлы басымлар ұшын хаұадағы еркин жүриу жолларының ұзынлығы VII кестеде келтирилген.

VII кесте

Хәр қыйлы басымлардағы хаұаның молекулаларының еркин жүриу жолының ұзынлығы

Миллиметрлердеги сынап бағанасының басымындай болған басымлар	760	1	0,01	10^{-4}	10^{-6}
Сантиметрлердеги еркин жүриу жолы $\bar{\lambda}$	$7 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^1$	$5 \cdot 10^3$

VII кестеде газ молекулаларының еркин жүриу жолы $\bar{\lambda}$ ниң әдеттеги шараятларда шама менен сантиметрдің жүз мыңнан бир үлесин құрайтуғын болса, оны сийреклетилген газде шама менен 0,01 мм Hg басымында 5 мм ге жететуғынлығын көрсетеди. Жүдә сийреклетилген газде (басым шама менен 10^{-6} мм Hg болған жағдайда) молекулалардың еркин жүриу жолының ұзынлығы бир неше онлаған метрлерге жетеди.

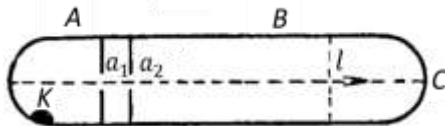
Бұл есаплаулар күшли сийреклетилген халдағы газдің, яғнай хәзирги заманлардағы жақсы насослардың жәрдемінде сийреклетилген газдің не екенлигин айқынластырыуға мүмкиншилик береді. Ыдыстан хаұаны 10^{-4} мм Hg шамасына шекем сорып алыу техникалық жақтан хеш қандай қыйыншылықты пайда етпейди; бундай жағдайда 1 см^3 көлемдеги молекулалардың саны шама менен $4 \cdot 10^{12}$ шамасына тең. VII кестеде келтирилген мағлыұматлар бойынша, бундай жағдайдағы еркин жүриу жолының ұзынлығы $\bar{\lambda} = 50\text{ см}$ ге тең. Егер ыдыстың өзиниң өлшемлери шама менен 10 см болса, онда хәр бир молекула басқа молекула менен соқлығысаман дегенше ыдыс арқалы бир дийұалдан екинши дийұалға бир неше рет ушып өтеди.

Солай етип, ыдыстың хәр бир 1 см^3 көлемінде он еки қаналы сан менен аңлатылатуғын сандағы молекулалар болса да, ыдысты жеткиликли дәрежеде "бос" деп есаплауға болады, оның ишинде молекулалар еркин түрде бир дийұалдан екинши дийұалға еркин қозғала алады.

§ 54. Молекулалық дәстелер менен өткерилген тәжирийбелер. Еркин жүриу жолының ұзынлығы онлаған сантиметрлерге ямаса бир неше метрге жететуғын сийреклетилген газлерди алыу мүмкиншилиги газлердің молекулалық-кинетикалық теориясының тийкаргы жуумақларының дурыс екенлигин жеткиликли түрде тиккелей тастыйықлайтуғын

тәжірийбелерди қойыўға мүмкиншилик береді.

Бир неше дийўал менен бөлінген ыдысты көз алдымызға елеслетейик (133-сүўрет). Бул дийўаллардағы a_1 , a_2 дөңгелек тесиклер бир тўўрының бойынша жайласқан болсын. Ыдыстан ондағы молекулалардың еркин жүриў жолы ыдыстың өлшемлеринен үлкен болатуғындай дәрежеде ҳаўа сорып алынған. Ыдыстың A бөлиминде жеңил балқыйтуғын металл (мысалы, натрий) жайластырылған хәм бул бөлим қыздырылады. Бундай жағдайда K металл пұўланып, бул пұўлар ыдыстың A бөлимин жеткиликли дәрежеде төменги басымда толтырады. Пұўдың a_1 хәм a_2 дөңгелек тесиклер жайласқан тўўрының бағытындай бағытқа ийе болған молекулалары бул тесиклер арқалы ыдыстың B бөлиминге өтеди. Ыдыстағы қалдық газдың төменги басымға ийе екенлигине байланыслы молекулалар ыдыстың B бөлиминде тўўры сызықлы хәм тең өлшеўли қозғалады. Металдың a_1 , a_2 дөңгелек тесиклери арқалы өткен пұўының барлық жыйнағы ыдыстың B бөлиминде молекулалардың тўўры сызықлы тарқалатуғын ағысын пайда етеди. Буннан жоқарыда тәрийипленген тәжірийбениң молекулалық (атомлық дәсте менен өткерилген тәжірийбе атамасы келип шыққан. C дийўалына жетип келген металдың атомлары оған жабысады (егер дийўал жеткиликли салқын болса). Солай етип, C дийўалында металдың көзге көринетуғын қатламы отырады хәм бул молекулалардан туратуғын дәстениң ұсы дийўалға келип түскенлигин аңғартады. C дийўалында отырған металдың қатламының формсы a_1 хәм a_2 тесиклериниң формасындай болады. Егер тесиклер дөңгелек формаға ийе болса, отырған дөңгелек формадағы металдың дағы қәлиплеседи. Егер дәстениң алдына қандай да бир тосқынлық жасайтуғын предмет, мысалы, сым тартылған болса, онда отырған металдың дағында ұсы сымның "саясы" пайда болады. Бул тәжірийбелердиң барлығы да бизди дәстедеги молекулалардың тўўры сызықлы қозғалатуғынлығы ҳаққында исенимди пайда етеди.



133-сүўрет.

Молекулалық дәстениң пайда болыўы.

Молекулалық дәсте менен өткерилетуғын тәжірийбениң түрин молекулалардың еркин жүриў жолының ұзынлығын баҳалаў ушын өзгертиўге болады. Қалдық газдың төменги басымында a тесигинен шығатуғын молекулалық дәсте жақынырақ жайласқан C_1 , C_2 , C_3 , ... пластинкаларында металл отырмай, қарама-қарсы тәрепте жайласқан C дийўалында отырады (134-сүўрет). Егер ыдысқа еркин жүриў жолының кемейиўи ушын газ қосылса, онда дәстеде ушатуғын молекулалар газ молекулалары менен соқлығысып, C дийўалына жете алмай қалады. Газдың молекулалары менен соқлығысып, олар қаптал тәрепке қарай аўысады (бұрылады) хәм сәйкес қапталлық C_1 пластинкасының ямаса оннан алысырақ жайласқан пластинкалардың бетинде отырады. Қосылатуғын газдың басымы қанша үлкен болса еркин жүриў жолының ұзынлығы киши болады хәм сонлықтан дәстедеги молекулалар жақын қашықлықта жайласқан пластинкалардың бетине барып отырады.

Бул тәжірийбе ҳәр қыйлы басымлардағы молекулалардың еркин жүриў жолының ұзынлығының шамасын баҳалаўға мүмкиншилик береді. Алынған нәтийжелер тәртиби бойынша газлердиң молекулалық-кинетикалық теориясының тийкарында алынған нәтийжелерге сәйкес келеди.

Егер молекулалық дәстеде a тесигинен ўақыт бирлигинде n_0 дана молекула ушып өтетуғын болса, онда ұсы a тесигинен базы бир x олардың саны киши болады. Себеби соқлығысыўға ушыраған молекулалар қозғалыў бағытын өзгертип, дәстеден сыртқа қарай шығады.

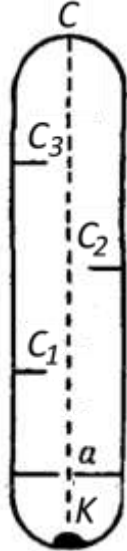
Теориялық есептәулар дәстениң басынан x қашықтығында ўақыт бирлигинде

$$n_x = n_0 e^{-\frac{x}{\bar{\lambda}}}$$

формуласы менен анықланатуғын n_x дана молекуланың өтетүғынлығын көрсетеди. Бул формулада $\bar{\lambda}$ арқалы еркин жүриў жолының узынлығы белгиленген. Солай етип дәстедеги молекулалар саны экспоненциаллық нызам бойынша кемейеди екен. Егер $x = 2\bar{\lambda}$ белгилеўин қабыл етсек, онда

$$n_{2\bar{\lambda}} = n_0 e^{-\frac{2\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}}} = n_0 e^{-2} = 0,135n_0$$

нәтийжесин аламыз. Буннан барлық молекулалардың тек 13,5 процентиниң еркин жүриў жолының орташа мәнисинен еки есе үлкен жолды өте алатуғынлығын аңғарамыз.



134-сүўрет.

Молекулалық еркин жүриў жолының узынлығын дәстениң жәрдемінде анықлаў.

Ең ақырында газ молекулаларының тезлигин анықлаўға мүмкиншилик беретүғын молекулалық дәстелер менен өткерилген тәжирийбени атап өтемиз. Бул тәжирийбелер биринши рет Штерн тәрәпинен орынланды.

Штерн тәжирийбесиниң идеясы мыналардан ибарат: көшери бойынша K сымы өткерилген цилиндр тәризли ыдысты көз алдымызға келтиремиз (135-сүўрет). K сымы цилиндр тәризли дийўал менен қоршалған хәм бул дийўалда a саңлағы тесилген. Ыдысты жоқары вакуум дәретиледи. Штернниң тәжирийбелеринде сырты гүмис қатлам менен қапланған платина сым пайдаланылған. Платина сым қыздырылғанда гүмис пұўланады хәм a саңлағы арқалы ұшып шығатуғын хәм ыдыстың дийўалындағы b ноқатына келип жететүғын молекулалық дәстени пайда етеди. Егер ыдыстың барлығын тұтасы менен K сымы арқалы өтетүғын көшердиң дөгерегинде айландырса, онда дәсте ыдыстан кейин қала баслайды хәм аўысқан b_1 ноқатта из қалдырады. b_1 менен b ноқатлары арасындағы бул s аўысыўын дәстедеги молекулалардың орташа тезлиги $\bar{v}$ менен аңсат байланыстырыўға болады. Мейли ыдыстың радиусы R болсын. Онда молекула сымнан ыдыстың дийўалына шекем ушатуғын $\bar{t}$ орташа ўақыт

$$\bar{t} = \frac{R}{\bar{v}}$$

шамасына тең болады. Усындай $\bar{t}$ ўақыты ишинде ыдыстың дийўалының хәр бир ноқаты s шамасына тең жолды өтеди. Оның шамасы былайынша есапланады:

$$s = \omega R \bar{t}.$$

Бул теңликте ω арқалы ыдыстың айланыўының мүйешлик тезлиги белгиленген. Соңғы теңликтен $\bar{t}$ ушын

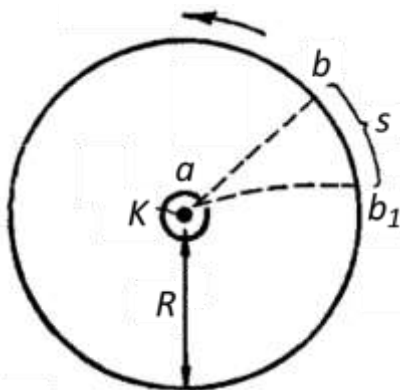
$$\bar{t} = \frac{s}{\omega R}$$

түриндеги аңлатпаны аламыз.

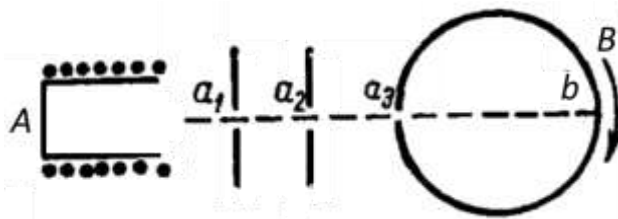
Ўақыт ушын алынған еки аңлатпаны бир бирине теңлестирип $\bar{v}$ ның мәнисин есаплаўға мүмкиншилик беретүғын

$$\bar{v} = \frac{\omega R^2}{s}$$

формуласын аламыз. Молекулалар хэр қыйлы тезликлер менен қозғалатуғын болғанлықтан, b_1 ноқатындағы из бир қанша жайылған болады. Бирақ, s аўысыўын издің ортасына шекем өлшеп, ыдыстың радиусы R менен оның айланыўының мүйешлик тезлиги ω ны билип, молекулалардың орташа тезлиги $\bar{v}$ ны анықлай аламыз. Гүмис ушын орынланған өлшеўлерде алынған нәтийжелер газлердің кинетикалық теориясы тийкарында алынған нәтийжелерге жүдә жақсы сәйкес келген.



135-сүүрет. Молекулалардың тезлигин анықлаў бойынша Штерн тәжирийбесиниң схемасы.



136- сүүрет. Молекулалардың тезликлерин анықлаў бойынша өткерилген тәжирийбениң схемасы.

Кейинирек Штерн тәжирийбеси хэр қыйлы вариантларда қайталанған. Олардың бири 136-сүүретте көрсетилген.

Вакуумде a_1 хәм a_2 саңлақларының жәрдеминде А ошағында пуўландырылған висмуттың атомлық дәстеси айырып алынады. Дәстениң жолында a_3 саңлағы бар В цилиндри айланады. a_3 саңлағы a_1 хәм a_2 саңлақларының қарсысында тұрса, онда цилиндрге атомлар ушып киреди. Бул атомлар цилиндрге кесе бағытта ушқан ўақыттың ишинде ол базы бир мүйешке бурылып үлгереди. Сонлықтан атомлар a_3 саңлағының қарсысындағы b ноқатына келип түспейди, ал ұсы b ноқатына салыстырғанда бир қанша аўысқан ноқатқа келип түседи. Бундай жағдайда тезирек қозғалатуғын киши шамаға, ал әстерек қозғалатуғын атомлар үлкенирек шамаға аўысқан болып шығады. Отырған металдың хэр қыйлы орынларда хэр қыйлы тығызлыққа ийе болған жолағы пайда болады. Отырған металдың тығызлығын өлшеп, атомлардың тезликлер бойынша тарқалыўын табыўға болады.

Молекулалық дәстедеги молекулалардың тезликлер бойынша тарқалыў нызамы газдің өзиниң көлеминдеги молекулалардың тезликлер бойынша тарқалыў нызамынан бир қанша айырмаға ийе болады. Газдің көлеминде тезликлери бойынша молекулалар Максвелл нызамы бойынша тарқалған [50-параграфтағы (2)-формула]:

$$\Delta n = \frac{4}{\sqrt{\pi}} n e^{-u^2} u^2 \Delta u. \quad (1)$$

Молекулалық дәстеде болса газдеги молекулаларға салыстырғанда ұсы газден пайда болған молекулалардың тезлиги үлкен. Оның себеби мынадан ибарат: тез қозғалатуғын молекулалар диафрагма арқалы әстен қозғалатуғын молекулаларға салыстырғанда жийи шығады. Есеплаўлар мынаны көрсетеди: егер газде тезликлери u менен $u + \Delta u$ шекемги интервалда жататуғын молекулалардың салыстырмалы саны $\frac{\Delta n}{n}$ ге тең болатуғын болса, онда дәстеде тезликлери тап сондай интервалда жататуғын молекулалардың салыстырмалы саны

$$\frac{\Delta n'}{n'} = \frac{\Delta n}{n} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot u$$

шамасына тең болады. Бұл аңлатпада u арқалы молекулалардың салыстырмалы тезлиги белгіленген. Буннан дәстедегі молекулалардың тезликлер бойынша тарқалыуы (1)-формуланьң жәрдемінде аңлатылмайды, ал

$$\Delta n' = 2n'e^{-u^2} u^3 \Delta u \quad (2)$$

формуласының жәрдемінде бериледи.

§ 55. Газлердеги транспорт қубылыслары. Диффузия. Газдеги молекулалардың тәртипсиз қозғалысы олардың үзликсиз араласыуына алып келеди. Нәтийжеде бир бири менен тийисип тұрған хәр қыйлы болған еки газ араласады – диффузияланады. Газдиң молекулаларының бир орыннан екінши орынға көшиуі газлердеги ишки сүйкеліс пенен жыллылық өткізгиліктің механизмлериниң тийкарын салады. Молекулалардың қозғалысы менен байланысly болған ұсы барлық қубылысларды *транспорт қубылыслары* деп атайды.

Газлердиң кинетикалық теориясының раўажланыу дәуірлерінде оған қарсы мынадай қарсылық билдирилди: газлердиң кинетикалық теориясының талапларына сәйкес газлердиң молекулаларының тезлиги секундына бир неше жүз метр болса, хәр қыйлы газлердиң бир бириниң ишине кириуі жүдә үлкен тезлик пенен болыуы керек. Мысалы, егер өжирениң ишиндеги бир орында тұрып ишинде ийисли зат бар ыдысты ашсақ, онда ийистің өжирениң ишине дәрхәл тарқалыуы керек. Себеби өжирениң өлшемлерінде аралыққа ушып барыуы ушын газ молекулаларына секундтың кишкене бөлеги жеткилики. Хәқыйқатында, атмосфералық басымда газлердиң диффузиясы әстелик пенен жүреди, атап айтқанда ийислер әстелик пенен тарқалады. Бундай таллаулардағы қәтелик мыналардан ибарат: атмосфералық басымда молекулалар ушын еркин жүриу жолының дым киши болыуының себебинен олар үзликсиз түрде бир бири менен соқлығысады. Нәтийжеде олар бир орында "бир бири менен ийтериседи". Тезлигиниң шамасы үлкен болса да, молекула өзиниң дәслепки тұрған орнынан бир секундтың ишинде тек үлкен емес қашықтыққа ғана кете алады. Оның жолы жүдә қурамалы болған сынық сызықлардан тұрады.

Ең дәслеп *диффузия* қубылысын таллаймыз.

Бақлаулар базы бир ΔS майданы арқалы ұсы майданның шамасы қаншама үлкен болса хәм бақлаулар қаншама үлкен Δt ўақыт аралығында өткерилсе, сол майдан арқалы диффузияның салдарынан соншама үлкен ΔM массадағы газдың өтетуғынлығын, соның менен бирге диффузияланатуғын газдиң ΔS майданына перпендикуляр болған OX бағытта парциаллық тығызлығы ρ ның тезирек өзгеретуғынлығын көрсетеди. OX көшерин ΔS майданына перпендикуляр етип өткеремиз; мейли қарап атырылған газдиң парциаллық тығызлығы бир биринен Δx қашықтықта тұрған еки ноқатта $\Delta \rho$ шамасына айрылатуғын болсын. Бундай жағдайда $\frac{\Delta x}{\Delta \rho}$ шамасы газдиң тығызлығы болған ρ шамасының OX көшери бағытындағы ұзынлық бирлигиндеги өзгериси болып табылады. Бұл шаманы *тығызлықтың градиенти* деп атайды. Жоқарыда айтылғанлар бойынша, ΔM шамасы $\frac{\Delta x}{\Delta \rho}$ градиентине, майданның үлкенлиги ΔS ке, Δt ўақыт аралығына тўўры пропорционал:

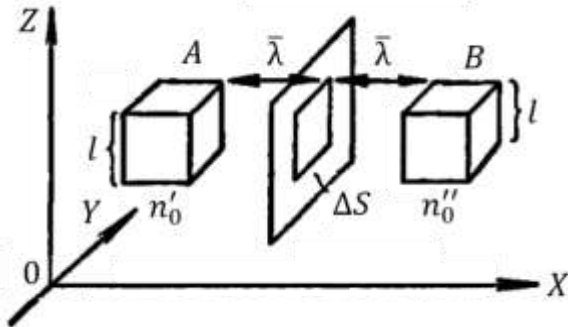
$$\Delta M = -D \left(\frac{\Delta x}{\Delta \rho} \right) \Delta S \Delta t. \quad (1)$$

Газдиң сортынан хәм ұсы газ тұрған орындағы шараятлардан ғәрезли болған D шамасы *диффузия коэффициенті* деп аталады. Минус белгиси массаның тығызлықтың кейейиу бағытында алып жүрилетуғынлығын аңғартады.

(1)-формула диффузия қубылысын макроскопиялық көз-қарасларда тұрып

түсіндіреді.

Енді диффузия құбылысын газлердің молекулалық-кинетикалық теориясын көз-қарасларында тұрып қараймыз. Әпйұайылық үшін хәр қыйлы, бир биринің ишине сиңетуғын хәм молекулалары бир бирине ұқсас болған еки газди қараймыз. Газлердің молекулаларының массаларын хәм олардың эффективлик кесимлерин бир бирине тең деп болжайық. Бундай молекулалар бирдей шараятларда бирдей еркин жүриў жолына хәм бирдей тезликлерге ийе болады.



137-сүўрет.
Молекулалардың ΔS майданы арқалы
транспорты.

Еки газдің биринің OX көшерине перпендикуляр болған ΔS майданы арқалы өткен молекулаларының санын есаплаймыз (137-сүўрет). Усы OX көшеринің бағытында газдің тығызлығы ρ ның өзгеріуі жүзеге келеди. Усы майданның оң хәм шеп тәреплеринде молекулалардың орташа еркин жүриў жолының ұзынлығындай қашықтықларда A хәм B кублық көлемлерди ойымызда бөлип аламыз. Бундай жағдайда усы кублардың қәлеген биреуінен ушып шыққан молекуланы ΔS майданыны соқлығыўсыз жетип келеди деп есаплайға болады.

Мейли, A хәм B кубларының қаптал бетлери ΔS майданына параллель хәм шамасы жағынан тең болсын; кублардың қабырғаларының ұзынлығын l арқалы белгилеймиз хәм усыған сәйкес $l^2 = \Delta S$ теңлигине ийе боламыз. A кубындағы биз қарап атырған газдің молекулаларының санын n_A арқалы белгилеймиз. 46-параграфта анықлағанымыздай, молекулалардың қозғалысларының толық тәртіпсиз екенлигине байланысly бул молекулалардың $1/3$ мұғдары OX көшеринің бағытында, ал олардың жартысы OX көшеринің оң бағытында, ал қалған жартысы OX көшеринің терис бағытында қозғалады деп есаплаймыз. Солай етип, A кубындағы n_A дана молекуланың $\frac{1}{6}n_A$ данасы ΔS майданы тәрепке қарай қозғалады. ΔS майданы кубтан $\bar{\lambda}$ қашықтығында жайласқан болғанлықтан, молекулалардың барлығы соқлығысыўға ушырамастан ΔS майданына келип жетеди хәм усы майдан арқалы өтеди. A кубынан биринши молекула ΔS майданына қарай t_1 ўақыт моментинде, ал ең соңғы молекула усы майданға қарай t_2 ўақыт моментинде шыққан болсын. Бундай жағдайда $\frac{1}{6}n_A$ дана молекуланың ΔS майданы арқалы өтиўи ушын кеткен ўақыт δt ның шамасы $\delta t = t_2 - t_1$ шамасына тең болады; буннан $\delta t = l/\bar{v}$ теңлигине ийе болады ($\bar{v}$ – молекулалардың орташа арифметикалық тезлиги). Солай етип, ΔS майданы арқалы бир бирлик ўақыт ишинде шептен оңға қарай өткен молекулалардың саны

$$\Delta n_A = \frac{\frac{1}{6}n_A}{\delta t} = \frac{1}{6}n_A \frac{\bar{v}}{l}$$

шамасына тең.

n'_0 арқалы A кубы жайласқан орындағы көлем бирлигиндеги молекулалардың санын белгилейик. Бундай жағдайда $n_A = n'_0 l^3$ теңлиги орынлы болады хәм Δn_A ушын аңлатпаны былайынша жазамыз:

$$\Delta n_A = \frac{1}{6}n_A \frac{\bar{v}}{l} = \frac{1}{6}n'_0 \bar{v} l^2 = \frac{1}{6}n'_0 \bar{v} \Delta S. \quad (2)$$

Тап ұсындай жоллар менен ΔS майданы арқалы ўақыт бирлигиндеги шеп тәрәптен оң тәрәпке қарай өткен молекулалар саны болған Δn_B шамасын да есаплаймыз:

$$\Delta n_B = \frac{1}{6} n_0'' \bar{v} \Delta S. \quad (3)$$

Бұл теңликте n_0'' арқалы B кұбы жайласқан орындағы көлем бирлигиндеги молекулалардың саны белгиленген. Буннан ΔS майданы арқалы ықтыярлы түрде алынған Δt ўақыты ишинде шеп хәм оң тәрәплерге өтип атырған молекулалар санларының айырмасы

$$\Delta n = \frac{1}{6} \bar{v} (n_0' - n_0'') \Delta S \Delta t \quad (4)$$

шамасына тең болады.

Шептен оңға қарай Δt ўақыты ишинде ΔS майданы арқалы алып өтилетуғын ΔM массасының мәнисин (OX көшериниң оң бағытындағы) өткен молекулалардың санын бир молекуланың массасы m ге көбейтйў жолы арқалы аламыз:

$$\Delta M = m \cdot \Delta n = \frac{1}{6} \bar{v} m (n_0' - n_0'') \Delta S \Delta t. \quad (5)$$

$n_0'' - n_0'$ айырмасы OX көшери бағытындағы көлем бирлигиндеги молекулалардың санының өзгериў тезлигине тең, яғный $\frac{\Delta n_0}{\Delta x}$ шамасын A хәм B кұбларының арасындағы қашықлыққа көбейткенге тең. Бұл қашықлық $2\bar{\lambda}$ шемасына тең. Буннан

$$n_0'' - n_0' = \frac{\Delta n_0}{\Delta x} \cdot 2\bar{\lambda}$$

теңлигине ийе боламыз.

$n_0'' - n_0'$ шамасының мәнисин (5) ке қойып мынаны аламыз:

$$\Delta M = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} m \frac{\Delta n_0}{\Delta x} \Delta S \Delta t.$$

Бирақ,

$$m \frac{\Delta n_0}{\Delta x} = \frac{\Delta(mn_0)}{\Delta x}$$

шамасына тең. Ал mn_0 шамасы болса биз қарап атырған газдиң көлем бирлигиндеги массасы, яғный газдиң ρ тығызлығы болып табылады. Буннан

$$\Delta M = -\frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S \Delta t \quad (6)$$

формуласына ийе боламыз.

Бұл формуладан (1)-аңлатпаға сәйкес алып өтилетуғын (транспорт қылынатұғын) ΔM массасының тығызлықтың градиенти $\frac{\Delta \rho}{\Delta x}$ ға, ΔS майданына хәм Δt ўақытына туўры пропорционал екенлиги келип шығады. Егер

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \quad (7)$$

белгилейин қабыл етсек, онда (6)- хәм (1)-формулалар бир бирине сәйкес келеди

Демек, диффузия коэффиценти D молекулалардың қозғалысының орташа тезлиги $\bar{v}$ хәм еркин жүрийў жолының орташа мәниси болған $\bar{\lambda}$ шамасы менен байланысly екен.

Молекуланың қозғалысының тезлигиниң орташа мәниси болған $\bar{v}$ шамасының мәниси $\sqrt{\frac{T}{\mu}}$

шамасына пропорционал, ал газдиң тығызлығы тұрақлы болғанда оның температурасынан ғәрезсиз. Буннан берилген газ ушын тұрақлы көлемде қыздырғанда диффузия коэффиценти ушын $D \sim \sqrt{T}$ ғәрезлиги келип шығады. Бирдей өлшемлерге ийе болған молекулалары хәр қыйлы газлер ушын бирдей басымларда хәм температураларда $D \sim 1/\sqrt{\mu}$. 53-параграфта көрсетилгениндей, молекулаладың еркин жүрийў жолының орташа ұзынлығы $\bar{\lambda}$ газдиң басымына кери пропорционал. Сонлықтан *диффузия коэффиценти*

де газдің басымы p ға кері пропорционал: $D \sim \frac{1}{p}$. Бұл жерде p екі газдің араласпысының қосынды басымы.

Диффузия сийреклетілген газде үлкен басымларда тұрған газлердегиге қарағанда тезирек жүреді.

(7)-формуладағы $\bar{\lambda}$ еркін жүріу жолының орташа мәнісіннің орнына оның 53-параграфтағы (4а)-аңлатпасын қойсақ, онда

$$D = \frac{\bar{v}}{3\sqrt{2}\sigma^2 n_0} \quad (7a)$$

формуласына ийе боламыз. Солай етип, диффузия коэффициенті молекулалардың эффективлік диаметрі σ менен тиккелей байланысly болып шығады.

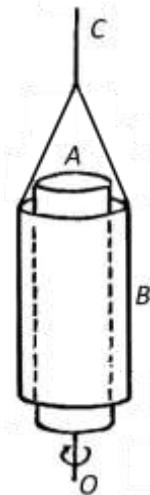
Молекулаларының өлшемлери хәр қыйлы болған еки газдің бир бирине болған диффузиясында σ ның орнына еки газдің молекулаларының орташа диаметрин алыу керек: $\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$.

§ 56. Ишки сүйкеліс хәм газлердің жыллылық өткізгішлігі. 42-параграфта биз сұйықлықлар үшін η ишки сүйкеліс (жабысқақлық) коэффициентін киргиздик. Тап сол анықлама газлер үшін да дұрыс.

Газдің қатламлары хәр қыйлы тезліклер менен қозғалған жағдайда олар арасында күшлер пайда болады: тезирек қозғалатуғын А қатламы оған қоңсы болған киширек тезлік пенен қозғалатуғын қатламды тезлетеди хәм, керисинше, киши тезлік пенен қозғалатуғын қатлам үлкенирек тезлік пенен қозғалатуғын қатламды иркеди. Бундай жағдайда пайда болатуғын ишки сүйкеліс күшлери f газдің қатламларына ұрынба бағытында бағытланған.

138-сұррет.

Газлердеги ишки сүйкелісти анықлайтуғын тәжірийбенің схемасы.



Әдеттеги шараятларда газлердеги ишки сүйкеліс сұйықлықлардағы ишки сүйкелістен әдеуір киши. Бирақ газлердеги ишки сүйкелісти бир қатар тәжірийбелерде анықлауға болады. Усындай тәжірийбелердің биринің схемасы 138-сұрrette келтирилген. Еки каоксиаллық А хәм В цилиндрлеринің арасы изертленетуғын газ бенен толтырылған. А цилиндри О көшерине бекитилген хәм тез айланысқа келтириледі, В цилиндри болса бұрылыу мүйешинің шамасын өлшеу мүмкин болған С сабағы менен илдирилип қойылған. А цилиндр айланғанда, ол өзине жақын жайласқан газдің қатламларын өзі менен жылыстырады; ар бұл жақын қатламлар өзинен соңғы қатламларды қозғалысқа келтиреді х.т.б. Нәтийжеде айландырыушы момент В цилиндрина түсирилген болып шығады. Нәтийжеде ол бұралған С сабағының серпимли күши В цилиндрина түсирилген күштиң моментине тең болғанша бұралады.

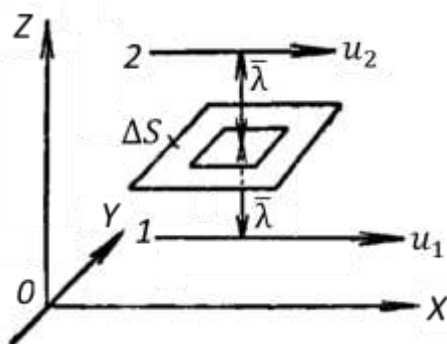
Газдің қатламларының ағыу тезлигин u арқалы белгилеймиз (биз газ молекулалардың қозғалыу тезлигин v арқалы белгилеп едик).

Бундай жағдайда 42-параграфтағы аңлатпаны келтирип шығарған жағдайдағыдай, биз ишки сүйкелис күши ушын төмендегидей аңлатпаны жаза аламыз:

$$f = \eta \left(\frac{du}{dx} \right) \Delta S. \quad (1)$$

Бул формулада η арқалы ишки сүйкелис коэффициенті, $\frac{du}{dx}$ арқалы тезликтің градиенті, ΔS арқалы күш түсірилген майданның шамасы белгиленген.

Газлердің молекулалық-кинетикалық теориясының көз-қараслары бойынша ағып тұрған газде молекулалардың тәртіпсіз қозғалыстарының тезлиги v ға берилген (белгили тезлик пенен ағатуғын) қатламдағы барлық молекулалар ушын бирдей болған, ал хәр қыйлы қатламлар ушын хәр қыйлы болған көшірмели u тезлиги қосылған. Молекулалар өзлеринің хаотик қозғалысының салдарынан тезирек қозғалатуғын қатламнан әстерек қозғалатуғын қатламға өткенде өзи менен mu қозғалыс мұғдарының үлкен шамасын алып келеди хәм усының ақыбетинен әстерек қозғалатуғын қатламды тезлетеди. Керисинше: әстерек қозғалатуғын қатламнан тезирек қозғалатуғын қатламға өткенде молекулалар киши mu қозғалыс мұғдары менен өтеди. Нәтийжеде олар тез қозғалатуғын қатламды иркеди.



139-сүррет.
Қозғалыс мұғдарының алып жүрилиуі
(транспорты)

Газде хәр қыйлы тезликлер менен қозғалатуғын тегисликке параллель ΔS майданын ойымызда белгилеп аламыз (139-сүррет). Мейли 1 қатламы ΔS майданының астында молекулалардың $\bar{\lambda}$ орташа еркин жүриу жолына теңдей қашықтықта жайласқан болсын. Бундай жағдайда 1 қатламынан ΔS майданына соқлығысыуыс келип жетеди. 55-параграфтан ΔS майданынан Δt ўақыты ишинде өтетүғын бундай молекулалардың саны Δn_1 диң

$$\Delta n_1 = \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \Delta S \Delta t$$

шамасына тең болатуғынлығына көз жеткеремиз. Бул формулада n_0 арқалы көлем бирлигиндеги молекулалар саны белгиленген. Бул Δn_1 дана молекула ΔS майданы арқалы

$$\Delta K_1 = \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \Delta S \Delta t m u_1$$

қозғалыс мұғдарын алып өтеди. Бул аңлатпада u_1 арқалы 1 қатламының ағыу тезлиги белгиленген.

Тап сол сыяқлы, ΔS майданының үстиндеги оннан $\bar{\lambda}$ қашықтығында жайласқан 2 қатламынан усы ΔS майданы арқалы

$$\Delta K_2 = \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \Delta S \Delta t m u_2$$

қозғалыс мұғдарын алып өтеди. Бул аңлатпада u_2 арқалы 2 қатламының ағыу тезлиги белгиленген. Еки қатлам ушын да көлем бирлигиндеги молекулалар саны n_0 бирдей.

Себеби биз қарап атырған жағдайда газдың тығызлығын барлық орынларда бирдей деп есаплаймыз.

Қарама-қарсы бағытларда жүретүгін бұл еки транспорттың нәтийжесінде ΔS бети арқалы

$$\Delta K = \Delta K_2 - \Delta K_1 = \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \Delta S \Delta t (m u_2 - m u_1)$$

шамасындағы қозғалыс мұғдары өтеди.

$m u_2 - m u_1$ айырмасын $m(u_2 - u_1)$ түрінде жазыўға болады. $u_2 - u_1$ тезликлериниң айырмасы тезликлердиң градиенти $\Delta u / \Delta z$ шамасы менен 2 менен 1 қатламлары арасындағы қашықтықтың көбеймесине тең. Бұл қашықтықтың шамасы $2\bar{l}$ ге тең болғанлықтан,

$$u_2 - u_1 = \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} \right) 2\bar{l}$$

шамасына тең болып, буннан

$$m u_2 - m u_1 = m \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} \right) 2\bar{l}$$

теңлигине ийе боламыз. Нәтийжеде

$$\Delta K = \frac{1}{3} n_0 m \bar{v} \bar{l} \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} \right) \Delta S \Delta t$$

формуласына ийе боламыз. Егер $n_0 m$ көбеймесиниң газдың тығызлығы екенлигин есапқа алсақ, онда

$$\Delta K = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{l} \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} \right) \Delta S \Delta t$$

теңлиги келип шығады. Буннан әстерек қозғалатуғын қатламнан тезирек қозғалатуғын қатламға тәсир ететүгін күш f ушын

$$f = \frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{l} \left(\frac{\Delta u}{\Delta z} \right) \Delta S \quad (2)$$

аңлатпасы келип шығады.

Егер η ишки сүйкеліс коэффициенті болған η шамасы ушын

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{l} \quad (3)$$

теңлиги орынлы деп есапласақ, онда (2)- хәм (1)-аңлатпалар бир бирине сәйкес келеди.

Солай етип, молекулалық-кинетикалық теориясы ишки сүйкеліс коэффициенті болған η шамасын газдың молекулалық структурасын тәрийиплейтуғын молекулалардың еркин жүриў жолының орташа мәниси $\bar{l}$, молекулалардың орташа тезлиги $\bar{v}$ хәм газдың тығызлығы арқалы аңлатыўға мүмкиншилик береді екен.

(3)-формула ишки сүйкеліс коэффициенті η менен газдың басымы p арасындағы байланыстың характерин анықлаўға мүмкиншилик береді. (3)-формулаға киретуғын үш ρ , $\bar{v}$, хәм $\bar{l}$ шамаларының тек бирейи болған тезлик $\bar{v}$ басымнан ғәрезли емес. Ал қалғанларының бирейи ρ тығызлық p басымға туйры, ал еркин жүриў жолының орташа мәниси $\bar{l}$ басым p ға кері пропорционал. Демек $\rho \bar{l}$ көбеймеси газдың басымы p дан ғәрезли емес хәм ишки сүйкеліс коэффициентиниң мәниси η газдың басымы p дан ғәрезли емес екен. Биринши рет қарағанда парадокслы тәризли болып көринетуғын бұл нәтийже мына жағдай менен байланысly: басым p ның кемейиўи менен газдың көлем бирлигиндеги бөлекшелердиң саны n_0 кемейеди, демек бир қатламнан екинши қатламға қозғалыс мұғдарын алып өтетүгін бөлекшелердиң саны да кемейеди. Бирақ, молекулалардың еркин жүриў жолының узынлығы $\bar{l}$ үлкейеди. Усының нәтийжесинде молекулалар берилген қатламға алыстағы қатламнан соқлығысыўларсыз қозғалыс мұғдарын u дан өзгеше тезлик пенен алып келеди. Қарама-қарсы бағытларда тәсир ететүгін усы еки себептиң тәсиринде қатламнан қатламға алып өтилген қозғалыс мұғдарының шамасы

турақты болып қалады.

Ишки сүйкеліс коэффициентінің басымнан ғәрезли емес екенлиги хаққындағы жұймақ тәжірийбелерде жақсы тастыйықланады. Мысалы, углекислота үшін (CO_2) хәр қыйлы басымларда η шамасының төмендегидей мәнислери алынады:

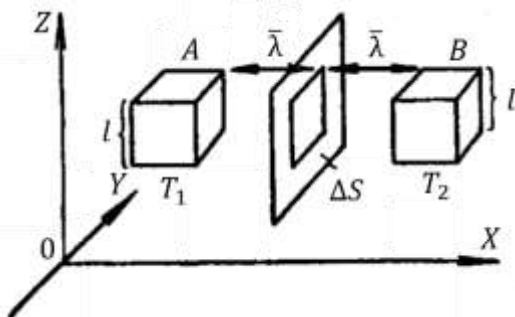
$p, \text{ mm Hg де}$	760	380	20	2	0,6
$\eta, \text{ г/см·сек ларда}$	$14,9 \cdot 10^{-5}$	$14,9 \cdot 10^{-5}$	$14,8 \cdot 10^{-5}$	$14,7 \cdot 10^{-5}$	$13,8 \cdot 10^{-5}$

Келтирилген бул мағлыұматлардан газдің басымы 760 мм Hg дан 2 мм Hg ге шекем, яғный 380 есе кемейгенде ишки сүйкеліс коэффициенті η ның сан мәнисинің $14,9 \cdot 10^{-5}$ г/см·сек шамасынан $14,7 \cdot 10^{-5}$ г/см·сек шамасына шекем өзгеретуғынлығы, яғный әмелий жақтан турақты қалатуғынлығы көринип тур. Тек киши болған басымларда η ның басымнан ғәрезли екенлиги сезиледи. Кейинирек биз η ишки сүйкеліс коэффициентінің басым р дан ғәрезли бола баслауғынлығының себебин анықлаймыз.

Ақырында және бир транспорт құбылысы болған *газдеги жыллылық өткизиұ құбылысын* қараймыз. Макроскопиялық көз-қарастан жыллылық өткизиұ құбылысы қызған орыннан салқын орынға базы бир ΔQ жыллылығының өтиұи болып табылады. Егер температураның өзгериси OX бағытында жүзеге келетуғын болса, онда (140-сүүрет) ΔS майданы арқалы Δt ўақыты ишинде ΔQ жыллылық мұғдары өтеди. ΔQ жыллылық мұғдарының шамасы ΔS майданының шамасынан, жыллылықтың өтиұи бақланған Δt ўақыт аралығының шамасынан хәм ұсы бағытта температура T ның шамасының қаншама үлкен тезлик пенен өзгеретуғынлығынан, яғный температураның градиенти болған $\Delta T / \Delta x$ шамасына ғәрезли. Усыған сәйкес биз мынаны жаза аламыз:

$$\Delta Q = -\kappa \left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \right) \Delta S \Delta t. \quad (4)$$

Бул формулада κ арқалы газдің сортынан хәм ұсы газдің қандай шараятларда тұрғанлығына байланыслы болған шама белгиленген. Бул шаманы *жыллылық өткизгишлик коэффициенті* деп атайды. (4)-формуладағы минус берлиги ΔQ жыллылық мұғдарының температура T ның кемейиұ бағытында алып берилетуғынлығын аңғартады.



140-сүүрет.
Энергияның молекулалар тәрепинен алып жүрилиұи.

Газлердеги жыллылық өткизгишлик құбылысы әдетте *жыллылықтың конвекциясының нәтийжесинде алып берилиұи*, яғный температуралардың хәр қыйлы болыұының себебинен газдің тығызлықларының хәр қыйлы болыұының нәтийжесинде газдің ағысларының жүзеге келиұи менен құрамаласады. Газлердеги жыллылық өткизиұ құбылысын таза түрде бақлаұ үшін горизонт бағытындағы бир бирине параллель болған бетлер арасындағы жыллылықтың алып берилиұин бақлаұ керек. Қала берсе жоқарыдағы беттиң температурасын төменги беттиң температурасына салыстырғанда жоқары деп болжаймыз. Бундай жағдайда салқын, яғный газдің тығызырақ болған қатламлары тығызлығы кемирек болған жоқарырақ температураға ийе болған қатламнан төменде жайласады хәм конвекциялық дәстелер пайда болмайды.

Молекулалық-кинетикалық көз-қарастан жыллылық өткізгішліктің мәнісі мынадан ибарат: қызған қатламның молекулалары үлкен орташа кинетикалық энергия $\bar{w}$ шамасына ийе болады. Олар салқынырақ болған қатламға өтіп ұсы қатламдағы молекулаларға өзлерінің энергиясының бір бөлегін береді. Керісінше, салқынырақ болған қатламның молекулалары температурасы жоқарырақ болған қатламға кирип, олардың энергияларының базы бір бөлімін алады. Нәтижесінде температурасы жоқарырақ болған қатлам салқынлайды, ал салқын қатлам қызады. Молекулалық-кинетикалық теорияның көз-қарасы бойынша ΔQ жыллылық мұғдарының алып өтилиуі (өткізгішлігі ямаса транспорты) базы бір ΔS беті арқалы молекулалардың тәртіпсіз қозғалысының кинетикалық энергиясының белгилі мұғдарының алып өтілетуғынлығын аңғартады.

Диффузия қубылысын қарағанда пайдаланылғандай, базы бір ΔS бетінен молекулалардың орташа еркін жүріу жолындай $\bar{\lambda}$ қашықтықта жайласқан екі A хәм B кубларын қараймыз (140-сүрөт). 55-параграфта айтылғанлар бойынша ұақыт бирлігінде A кубынан ΔS майданы арқалы өтіп атырған молекулалардың саны

$$\Delta n_A = \frac{1}{6} n'_0 \bar{v}_1 \Delta S \Delta t$$

шамасына тең. A кубынан ΔS майданына молекулалар соқлығыспай жететугын болғанлықтан, олардың хәр бири ұсы ΔS майданы арқалы A кубы жайласқан орында ийе болған w_1 кинетикалық энергиясын алып келеди. w_1 энергиясы молекулалардың илгерилемели хәм айланбалы қозғалысларының энергияларының қосындысынан тұрады. Сонлықтан оның орташа сан мәнісі $\frac{i}{2} k T_1$ шамасына тең. Бұл аңлатпада i молекуланың еркінлік дәрежелерінің саны, k – Больцман тұрақтысы, ал T_1 шамасы болса A кубы жайласқан орындағы температура.

Буннан барлық Δn_A молекулалар тәрәпинен ΔS майданы арқалы шеп тәрәптен оң тәрәпке қарай алып өтилген ΔQ_1 жыллылық мұғдарының шамасы ұшын

$$\Delta Q_1 = \frac{1}{6} n'_0 \bar{v}_1 \Delta S \Delta t \cdot \frac{i}{2} k T_1$$

аңлатпасын аламыз. Тап ұсындай жоллар менен ΔS майданы арқалы оң тәрәптен шеп тәрәпке қарай алып өтилген ΔQ_2 жыллылық мұғдарының шамасы ұшын

$$\Delta Q_2 = \frac{1}{6} n''_0 \bar{v}_2 \Delta S \Delta t \cdot \frac{i}{2} k T_2$$

аңлатпасына ийе боламыз. Бұл аңлатпада T_2 арқалы B кубы жайласқан орындағы температура белгіленген. Жыллылықтың бир бирине қарама-қарсы бағытлардағы ұсындай екі транспортының (алып берилиуінің), атап айтқанда шеп тәрәптен оң тәрәпке өтиуінің нәтижесінде (ОХ көшерінің оң бағытындағы) ΔS майданы арқалы

$$\Delta Q = \Delta Q_1 - \Delta Q_2$$

жыллылық мұғдары өтеди. Бұл аңлатпаға ΔQ_1 менен ΔQ_2 нің анықланған мәніслеріне қойсақ, онда

$$\Delta Q = \frac{1}{6} \cdot \frac{i}{2} k (n'_0 \bar{v}_1 T_1 - n''_0 \bar{v}_2 T_2) \Delta S \Delta t$$

формуласына ийе боламыз. Көлем бирлігіндегі бөлекшелердің саны n'_0 менен n''_0 шамалары T_1 хәм T_2 температураларына кери, ал $\bar{v}_1$ хәм $\bar{v}_2$ тезліктері ұсы температураларға тұұры пропорционал. Демек, $n'_0 \bar{v}_1$ хәм $n''_0 \bar{v}_2$ көбеймелері сәйкес температуралардың квадрат түбірлеріне ($\sqrt{T_1}$ менен $\sqrt{T_2}$ ге) кери пропорционал, яғнай T_1 хәм T_2 температураларының арасындағы айырма киши болғанда олар бир биринен жүдә киши шамаға айрылады екен. Сонлықтан биз оларды бир бирине тең деп есаплаймыз:

$$n'_0 \bar{v}_1 = n''_0 \bar{v}_2 = n_0 \bar{v}.$$

Буннан кейин ΔQ ұшын жазылған аңлатпа

$$\Delta Q = \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \cdot \frac{i}{2} k (T_1 - T_2) \Delta S \Delta t \quad (5)$$

түрине ийе болады.

$T_2 - T_1$ температуралар айырмасы температура градиенти $\Delta T / \Delta x$ пенен алмастырамыз хәм A хәм B кубларының арасындағы қашықтықтың $2\bar{\lambda}$ шамасына тең екенлигин есапқа аламыз:

$$T_2 - T_1 = \left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \right) 2\bar{\lambda}.$$

$T_2 - T_1$ айырмасының бұл мәнісін (5)-аңлатпаға қойсақ, мынадай теңлікке ийе боламыз

$$\Delta Q = -\frac{1}{3} n_0 \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \frac{i}{2} k \left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \right) \Delta S \Delta t.$$

Бұл аңлатпаны (4)-аңлатпа менен салыстырып, жыллылық өткізгішлік коэффициентінің

$$\kappa = \frac{1}{3} n_0 \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \cdot \frac{i}{2} k \quad (6)$$

аңлатпасы менен анықланатуғынлығына көз жеткереміз.

$\frac{i}{2} k$ шамасын былайынша түрлендіреміз: Больцман тұрақтысы $k = \frac{R}{N_A}$, R – газ тұрақтысы, N_A – Авагадро тұрақтысы. Сонлықтан

$$\frac{i}{2} k = \frac{i}{2} R \frac{1}{N_A} = C_V \cdot \frac{1}{N_A}.$$

Бұл теңлікте C_V арқалы газдің моллик жыллылық сыймлығы белгіленген. Усы түрлендіріуді пайдаланып, (6)-теңлікті былайынша көшіріп жазамыз:

$$\kappa = \frac{1}{3} \frac{n_0}{N_A} \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \cdot C_V.$$

Соңғы аңлатпаны және де түрлендіріуге болады. n_0 шамасы көлем бирлигиндеги бөлекшелер саны, ал N_A болса газдің бир молиндеги бөлекшелер саны болып табылады. Сонлықтан n_0 шамасының N_A санына қатнасы газдің бир молинің массасының (бұл шама тығызлық ρ ға тең) μ молекулалық салмаққа қатнасындай болады, яғнай $\frac{n_0}{N_A} = \frac{\rho}{\mu}$ хәм, ұсыған сәйкес

$$\frac{n_0}{N_A} C_V = \rho \frac{C_V}{\mu} = \rho c_V$$

теңліклеріне ийе боламыз. Бұл теңліклерде c_V арқалы газдің тұрақты көлемдеги салыстырмалы жыллылық сыйымлығы белгіленген. Буннан, ең ақырында жыллылық өткізгішлік коэффициенті κ ұшын мынадай аңлатпа аламыз:

$$\kappa = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{\lambda} c_V. \quad (6a)$$

Ишки сүйкеліс коэффициенті η сыяқлы жыллылық өткізгішлік коэффициенті κ да газдің басымы p дан ғәрезли емес. Бұл жағдай мынадан келип шығады: ρ тығызлық басым p ға түүры пропорционал, ал еркин жүриў жолының орташа ұзынлығы $\bar{\lambda}$ басым p ға кери пропорционал; молекулалардың тезлиги $\bar{v}$ менен газдың жыллылық сыйымлығы c_V басым p дан ғәрезли емес. Бирақ, жүдә төменги температураларда жыллылық өткізгішлік коэффициенті κ басым p дан ғәрезли бола баслайды.

Диффузия коэффициенті D , ишки сүйкеліс η хәм жыллылық өткізгішлік κ коэффициентлери ұшын жазылған аңлатпаларға молекуланың еркин жүриў жолының орташа ұзынлығы $\bar{\lambda}$ киреди; сонлықтан ұсы үш коэффициенттің қәлегенинің сан мәніси бойынша молекуланың еркин жүриў жолының орташа ұзынлығы болған $\bar{\lambda}$ шамасын, ал оннан молекулалардың эффективлик диаметри болған σ шамасының сан мәнісін

анықлауға болады. Бирақ, егер қандай да бір газ үшін алынған D , η және κ коэффициенттері бойынша оның молекулаларының σ диаметрін есеплегенде бір-бірінен бір қанша айырмаға ийе нәтижелер алынады. Бұл айырмалар келтірілген теориялардың жуық қасиетіне ийе екендігі менен түсіндіріледі.

Теориялардың жуық түрдегі қасиетіне ийе екендігі мына жағдайларда көрінеді: (3)- және (6а)-формулары бойынша жыллылық өткізгішлік коэффициенті κ ның ишкі сүйкеліс коэффициенті η ға қатынасы тұрақты температурадағы жыллылық сыйымдығына тең болуы керек, яғни

$$\frac{\kappa}{\eta} = c_V.$$

Қатынастың $\frac{\kappa}{\eta}$ қатынасы $K c_V$ шамасына тең (K арқалы газдың табиғатынан тәуелсіз болған көбейткіші белгіленген). Өлшеулер барлық бір атомлы газлар үшін $K = 2,50$, ал екі атомлы газлар үшін шамамен $K = 1,90$ екендігін көрсетеді. Тереңлеу болған теория барлық бір атомлы газлар үшін $K = 2,5$, ал екі атомлы газлар үшін шамамен $K = 1,9$ теңдіктерінің орынды екендігіне алып келеді.

Газдағы ишкі сүйкеліс күштерін анықлауға мысалды таллаймыз.

Мейли, 138-суретте көрсетілген A және B коаксиалдық цилиндрлер арасындағы кеңістік температурасы 27°C болған водород пенен толтырылған болсын. Ишкі A цилиндрінің радиусы $r_1 = 8$ см, ал цилиндрлер арасындағы қашықтық $d = 0,2$ см шамасында. Ишкі цилиндр бір секундта 10 рет айналуын болсын. Бұл жағдайды жуық түрде тегіс деп есептеп, сыртқы B цилиндрдің 1 см² майданына тәсір ететұғын f ұрымба күшін анықтайық. Водород молекуласының σ диаметрін $2,3 \cdot 10^{-8}$ см шамасына тең деп есептеңіз.

Шешімі. Газдың ишкі қатламдарының арасындағы ишкі сүйкелістің салдарынан f күші тәсір етеді. Бұл күштің шамасы (1)-формула бойынша

$$f = \eta \left(\frac{\Delta u}{\Delta x} \right) S$$

шамасына тең.

Қатты дененің бетінің қасындағы газдың тезлігін ұсы қатты дененің өзінің тезлігі менен тең деп есептеген жағдайда тап ұсындай f күшінің B цилиндрінің бетіне де тәсір ететұғынлығын көреміз.

Ұсы B цилиндрінің бетінің бір бірлігіне f/S күші тәсір етеді. Бұл күштің шамасын анықлау үшін тезліктің градиенті $\frac{\Delta u}{\Delta x}$ менен водород үшін ишкі сүйкеліс коэффициенті η ны біліу керек. Бұл жағдайда тезліктің градиенті

$$\frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{u_2 - u_1}{d}$$

шамасына тең. Бұл теңдіктегі u_2 - ишкі цилиндрдің бетінің қасындағы газдың тезлігі, ал u_1 - оның сыртқы цилиндрдің қасындағы тезлігі. Бұл тезліктерді A цилиндрлерінің өздерінің тезліктері менен теңдестіреміз. Бұндай жағдайда

$$u_2 = 2\pi r_1 n; \quad u_1 = 0$$

теңдіктеріне ийе боламыз. Бұл аңдатпада n арқалы ишкі цилиндрдің ұақыт бірлігіндегі айналыстар саны белгіленген. Бұнан тезліктің градиенті үшін

$$\frac{\Delta u}{\Delta x} = 2\pi \frac{r_1}{d} n$$

аңдатпаны аламыз. Бұл теңдікке мысалдың шартіндегі мағлұматтарды қойып,

$$\frac{\Delta u}{\Delta x} = 2 \cdot 3,14 \cdot \frac{8}{0,2} \cdot 10 \text{ сек}^{-1} = 2512 \text{ сек}^{-1}$$

шамасына ийе боламыз. (3)-формула бойынша ишкі сүйкеліс коэффициенті

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{\lambda}$$

формуласының жәрдемімен анықланады. Бұл формулада $\bar{v}$ - молекуланың тезліктерінің орташа арифметикалық мәнісі, $\bar{\lambda}$ - олардың еркін жүріс жолының орташа мәнісі және ρ - газдың

тығызлығы. Бұл формулаға (45-, 46-, 50-, 53-параграфларға қараңыз)

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi \sigma^2 n_0}, \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}, \rho = \frac{p \mu}{RT}, n_0 = \frac{p}{kT} = \frac{p N_A}{kT}$$

шамаларын қойып

$$\eta = \frac{\sqrt{8RT\mu}}{3\sqrt{2}\pi^3 \cdot \sigma^2 N_A}$$

формуласына ийе боламыз.

Бұл формулада R арқалы мәнісі $8,31 \cdot 10^7$ эрг/град·моль шамасына тең болған газ тұрақтысы, μ арқалы 2 г/моль болған водородтың моллик салмағы, N_A арқалы $6 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ ге тең болған Авагадро саны белгіленген. Мысалдың шәртинде берілген T хәм σ шамаларынан пайдаланып

$$\eta = 8,6 \cdot 10^{-5} \frac{g}{sm \cdot sek}$$

шамасын аламыз.

Тезликтің градиенти үшін алынған $\frac{\Delta u}{\Delta x} = 2512$ сек⁻¹ хәм ишки сүйкеліс коэффициенті үшін алынған $\eta = 8,6 \cdot 10^{-5} \frac{g}{sm \cdot sek}$ шамасынан пайдаланып B цилиндринің бетинің бір бирлигине тәсир ететұғын күшти табамыз:

$$\frac{f}{S} = \eta \cdot \left(\frac{\Delta u}{\Delta x} \right) = 8,6 \cdot 10^{-5} \cdot 2512 \frac{dina}{sm^2} = 0,2 \frac{dina}{sm^2}$$

ямаса

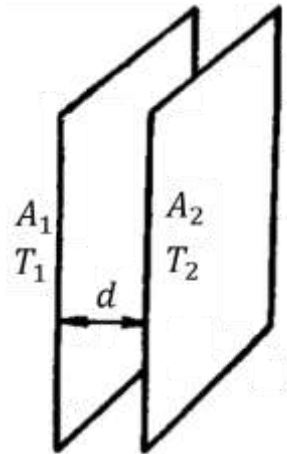
$$\frac{f}{S} \cong 2 \cdot 10^{-4} \frac{G}{sm^2}$$

шамасына ийе боламыз.

§ 57. Жүдә төменги басымлардағы газлердеги жыллылық өткизгишлик пенен ишки сүйкеліс. Енди жыллылық өткизгишлик хәм ишки сүйкеліс коэффициентлеринің жүдә төменги температуралардағы басымнан ғәрезлигин таллаймыз. Дәслеп жыллылық өткизгишлик құбылысын қараймыз.

141-сүйрет.

Молекуланың еркин жүриі жолының ұзынлығы
пластинкалар арасындағы d қашықтықтан үлкен бола
баслағанда жыллылық өткеріу коэффициентинің шамасы
басымнан ғәрезли болады.

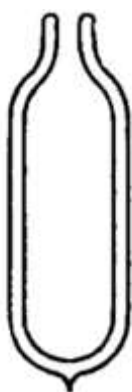


Мейли, бизиң қолымызда бір бирине параллель болған, бір биринен d қашықтығында жайласқан және T_1 хәм T_2 температураларында ұслап тұрылатұғын еки A_1 хәм A_2 пластинкалары берілген болсын (141-сүйрет). Пластинкалардың арасында газ бар, ол жыллылық өткизгишликтің салдарынан жыллылықты A_1 пластинкасынан A_2 пластинкасына өткереди деп есаплайық ($T_1 > T_2$). Молекулалардың еркин жүриі жолының орташа мәнісі пластинкалар арасындағы қашықтық d дан киши болған жағдайларда жыллылық өткизгишликтің жоқарыда талланған механизми хәрекет етеди: тәртипсиз түрде қозғалыудың салдарынан молекулалар қатламнан қатламға кинетикалық энергияны алып өтеди. Жүдә киши басымда молекулалардың еркин жүриі жолының орташа мәнісі $\bar{\lambda}$ пластинкалар арасындағы қашықтық d дан үлкен ямаса тең болғанда

жыллылықтың алып берилийі (транспорты) механизми басқаша: молекула температурасы жоқары болған пластинкаға урылғанда оннан ұсы пластинканың T_1 температурасына сәйкес келетуғын $\bar{w}_1$ кинетикалық энергияға ийе болады. Бұл молекула соқлығыұсыз A_2 пластинкасына жетип келеди хәм өзиниң сол $\bar{w}_1$ энергиясының бир бөлимин оған береді. Тап сол сыяқлы салқынырақ болған A_2 пластинкасында шағылысқан хәм киширек болған $\bar{w}_2$ энергиясына ийе молекула A_1 пластинкасына жетип келеди хәм оннан энергиясының бир бөлегин алады. Басымды буннан да киширейтсек, онда пластинкадан пластинкаға энергияны алып баратуғын молекулалардың саны n азаяды, олардың жоллары өзгериссиз қалады, молекулалар бұрынғыдай пластинкадан пластинкаға шекемги еркин қозғалыұын даўам етеди. Солай етип басымның буннан кейинги кемеийіінде жыллылық өткизгишликтің шамасы кемеийеди. Ең ақырында мынадай жағдайдың орын алатуғынлығын көремиз: *молекулалардың еркин жүрий жолының орташа ұзынлығының шамасы жыллылық алмасыў болып атырған денелер арасындағы қашықлық d менен барабар ямаса оннан үлкен болса, онда денелер арасындағы газдиң жыллылық өткизгишлик коэффициентини басымнан ғәрезли болады.* $\bar{\lambda} > d$ теңсизлиги орынланатуғын жағдайларда жыллылық өткизгишлик коэффициентиниң шамасы p басымға түүры пропорционал.

Жүдә төменги басымлардағы газлердиң η ишки сүйкелис коэффициентиниң басымнан ғәрезлиги де тап ұсындай жоллар менен түсиндириледі. Егер молекулалардың еркин жүрий жолының орташа шамасы $\bar{\lambda}$ арасынан газ ағып турған бетлер арасындағы d қашықлық пенен бирдей ямаса оннан үлкен болса, онда η ишки сүйкелис коэффициентиниң мәниси басым p дан ғәрезли бола баслайды хәм басым менен бирге кемеийеди.

Жоқарыда айтылғанлардан η менен p коэффициентлери басымнан ғәрезли болатуғын басымның абсолют мәниси p жыллылық ямаса қозғалыс мұғдары алып берилетуғын денелердиң арасындағы қашықлықтың шамасы менен анықланады екен. Мысалы, бир бирине жүдә жақын жайласқан пластинкалар болған жағдайда олар арасындағы газдиң жыллылық өткизгишлигиниң шамасы басым p ның жүдә киши болмаған мәнислеринде басымнан ғәрезли бола баслайды. Егер сол пластинкаларды үлкенирек болған d қашықлығына жылыстырсақ, онда жыллылық өткизгишликтің басымнан ғәрезли екенлигин бақлаў ұшын газди әдеўир сийреклетий керек болады.



142-сүүрет.
Дюар ыдысының (термостың) құрылысы.

Төменги басымлардағы жыллылық өткизгишликтің басымнан ғәрезлигин термосларды (Дюар ыдысларын) соққанда пайдаланады. Әдеттегидей термос еки дийўалдан туратуғын шийше ыдыс болып табылады (142-сүүрет).

Дийўаллардың арасындағы ҳаўа ұсы кеңисликтеги ҳаўа молекулалардың еркин жүрий жолының ұзынлығы дийўаллар арасындағы қашықлықтан әдеўир киши болатуғындай дәрежеде сийреклетилген. Бундай жағдайда дийўаллар арасындағы жыллылық

өткізгішлік ұсы дийўаллар арасында атмосфералық басымдағы қаўа болған жағдайға салыстырғанда киши болады.

Мысал сыпатында төмендегидей есаплаўларды орынлаймыз. Дюар ыдысының дийўалларының арасындағы қашықлық $d = 0,8$ см. Дийўаллардың арасында температурасы 27°C болған водород жайластырылған. Водородтың молекулаларының диаметрин $\sigma = 2,3 \cdot 10^{-8}$ см деп есаплап, оның үшін жыллылық өткізгішлік коэффициентиниң атмосфералық басымдағы жыллылық өткізгішлік коэффициентинен киши болатұғын басым p ның мәнисин анықлаңыз.

Водородтың жыллылық өткізгішлік коэффициентиниң атмосфералық басымдағы жыллылық өткізгішлік коэффициентинен киши болыўы үшін водород молекулаларының еркин жүриў жолының орташа мәниси $\bar{\lambda}$ ыдыстың дийўаллары арасындағы қашықлық d дан үлкен болыўы керек, яғный

$$\bar{\lambda} > d.$$

53-параграфтағы (4а) формулаға муўапық молекулалардың еркин жүриў жолының орташа ұзынлығының шамасы

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n_0}$$

шамасына тең. Бул аңлатпада n_0 арқалы көлем бирлигиндеги молекулалар саны белгиленген. 46-параграфтағы (9)-формулаға сәйкес, көлем бирлигиндеги молекулалар саны n_0 менен газдиң басымы p былайынша байланысқан:

$$n_0 = \frac{p}{kT}.$$

Бул қатнаста k – Больцман турақлысы, ал T – газдиң температурасы. Бул мәнисти $\bar{\lambda}$ үшін жазылған аңлатпаға қойып

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$$

формуласын аламыз. Буннан $\bar{\lambda} > d$ шәрти бойынша басым p ның мынадай қатнасты қанаатландырыўының керек екенлигине көз жеткеремиз:

$$p < \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 d}.$$

Бул теңсизликке жоқарыда келтирилген сан мәнислерин қойсақ

$$p < \frac{1,37 \cdot 10^{-16} \cdot 300}{\sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot (2,3 \cdot 10^{-8})^2 \cdot 0,8} \text{ bar} = 22,0 \text{ bar}$$

шамасына ийе боламыз. Бул шаманы миллиметрлердеги сынап бағынысының басымына өткерсек, онда басым үшін мынадай шаманы аламыз:

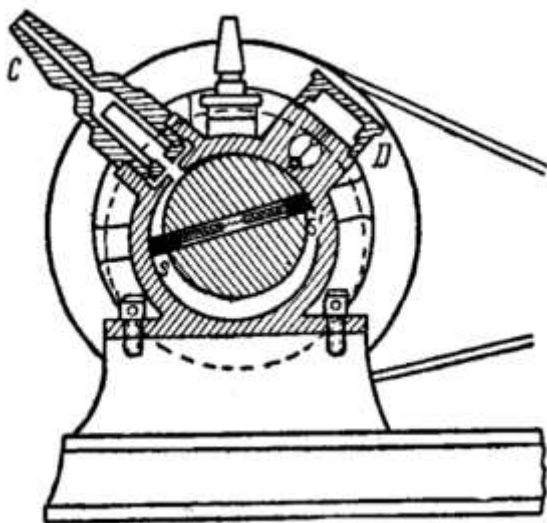
$$p < 0,015 \text{ mm Hg}.$$

Солай етип, жыллылық өткізгішликтің төмен болыўы үшін Дюар ыдысының ишиндеги қалдық газдиң басымы $0,015$ мм Hg шамасынан киши болыўы керек екен.

§ 58. Төменги басымларды алыў хәм өлшеў. Хәзирги ўақытлардағы илимде де, техникада да төменги басымларды ("вакуум" деген атама қабыл етилген) алыў үлкен әхмийетке ийе. Хәр қыйлы электротехникалық хәм радиотехникалық мақсетлер үшін пайдаланыў (электрвакуумлы әсбаплар болған кенотронлар, радиолампарлар х.т.б.) вакуумлық техниканың раўажланыўы үшін күшли түртки берди. Қосымша ұсыллар қолланылатұғын хәр қыйлы түрдеги вакуумлық насослар 10^{-6} мм Hg хәм оннан да төмен болған басымды алыўға мүмкиншилик береді. Бундай басымларда газ молекулаларының еркин жүриў жолының ұзынлығы онлаған метрлерге жетеді.

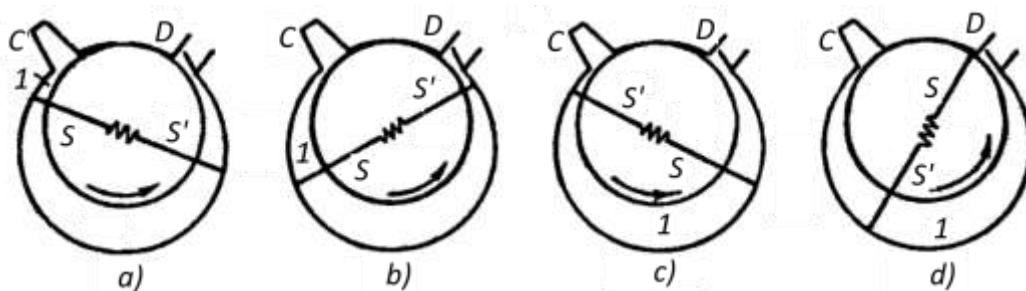
Әпиўайы болған поршенли қаўа насосы өзиниң дүзилиси бойынша егер өзиниң бөлимлериниң дәл сәйкес келетуғынлығы және тығыз жайласатуғынлығын есапқа алмағанда поршенли суў насосының дүзилисине сәйкес келеді. Бирақ, хәзирги ўақытлары поршенли насослар механикалық көз-қараслар бойынша қарағанда қолайсыз болған алға

хәм артқа жүретуғын поршенлердің орнына пәрриклердің айланбалы қозғалысы менен алмастырылған. Усындай түрдеги насостың кесими 143-сүўретте көрсетилген.



143-сүўрет.
Вакуумлық насос (кесими).

Насостың үлкен массаға ийе ишки корпусында эксцентрик түрде металл цилиндр жайластырылған. Цилиндрде кесимге қойылған хәм олардың ортасына қойылған пружинаның тәсиринде бир биринен ийтерилетуғын S хәм S' пәрриклери цилиндр менен күүыслықтың дийўалы арасындағы кеңисликти еки бөлимге ажыратып тұрады. Насостың хәрекети 144- a, b, c, d сүўретлеринен айқын болады. Бул сүўретте цилиндрди стрелканың бағытында бұрыўдың салдарынан S хәм S' пәрриклериниң ийелеген орынларының избе-излиги көрсетилген. a халында C найына тутастырылған газди сорып алынатуғын ыдыстан хәўа 1 областына келип түседи. Цилиндрдиң бұрылыўының даўамында S пәрриги (b аўхалы) өтип кетеди, 1-кеңислик үлкейеди хәм газ C найы арқалы сорылады. Цилиндрдиң айланыўының даўамында S' пәрриги 1-кеңисликти с найынан (c халы) айырады, буннан кейин S' пәрриги (d халы) 1-кеңисликтеги газдиң порциясын D клапаны арқалы сыртқа шығарады. Цилиндрдиң айланыўы менен газдиң C найы арқалы сорылыўы хәм оның D клапаны арқалы сыртқа шығарылыўы қайталанады.



144-сүўрет. Вакуумлық насостың ислеўиниң схемасы: S хәм S' пәрриклери хәўаны C найы арқалы сорыйды хәм D клапаны арқалы ийтерип шығарады.

Цилиндрдиң айланыўы электромотор тәрәпинен әмелге асырылады. Пәрриклердиң асты ямаса насостың басқа да орынлары арқалы газдиң өтпеўи ушын оның барлық бөлимлериниң үзликсиз түрде майланыўы әмелге асырылады. Усының салдарынан насосты *май нососы* деп атайды. Көп жағдайларда насостың барлық бөлимлери май баяға салынады. Усындай принципте соғылған насослар 10^{-4} мм Hg басымын алыўға мүмкиншилик береди.

Насос тәрәпинен сорып шығарылатуғын көлемди V , ал газдың дәслепки басымын p_0 арқалы белгилейик. S пәрригиниң биринши өтиўинде газы сорып алынатутуғын ыдыстан шыққан газ бенен толтырылатутуғын ΔV областы пайда болады. Усының нәтийжесинде газы сорып алынатутуғын ыдыстағы басым

$$p_1 = p_0 \frac{V}{V + \Delta V}$$

шамасына шекем киширейеди.

ΔV областы екнши рет пайда болғанда басым

$$p_2 = p_1 \frac{V}{V + \Delta V} = p_0 \left(\frac{V}{V + \Delta V} \right)^2$$

шамасына шекем киширейеди.

Усындай таллаўды даўам етсек, ΔV областы n рет пайда болғаннан кейин ишиндеги газы сорып алынып атырған көлемдеги газдың басымы

$$p_n = p_0 \left(\frac{V}{V + \Delta V} \right)^n \quad (1)$$

шамасына шекем төменлейди.

Пәрриклердиң айланыўының турақлы санында сорыў актлериниң саны n ўақытқа тўры пропорционал. Буннан

$$n = n_0 t$$

деп болжай аламыз. n ниң бул мәнисин (1)-аңлатпаға қойсақ, онда t ўақытнан кейинги газы сорып алынып атырған ыдыстың ишиндеги газдың басымы ўшын мынадай аңлатпаны аламыз:

$$p_t = p_0 \left(\frac{V}{V + \Delta V} \right)^{n_0 t}$$

Бул аңлатпаны былайынша көширип жазыўға болады:

$$\frac{p_0}{p_t} = \left(1 + \frac{\Delta V}{V} \right)^{n_0 t} \quad (2)$$

аңлатпағы ийе боламыз.

Ыдыстың ишиндеги басым p_t ның киширейиўи менен $\frac{p_0}{p_t}$ қатнасының мәниси үлкейеди ҳәм ол насостың характеристикасы болып хызмет етеди. (2)-аңлатпаны логарифмлеп, мынаны аламыз:

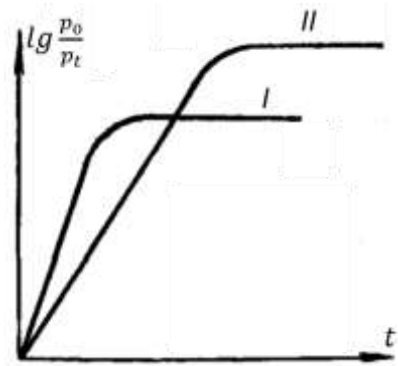
$$\lg \frac{p_0}{p_t} = n_0 t \cdot \lg \left(1 + \frac{\Delta V}{V} \right).$$

Берилген насос ҳәм ишиндеги газы сорып алынып атырған ыдыс ўшын $n_0, V, \Delta V$ шамалары турақлы болғанлықтан

$$\lg \frac{p_0}{p_t} = C t \quad (3)$$

түриндеги аңлатпаны жаза аламыз. Бул аңлатпада C арқалы турақлы шама белгиленген.

145-сүүрет.
Насостың жұмыс ислеўиниң графикалық
характеристикасы.



Насостың ҳәрекетиниң характеристикасы ўшын абсцисса көшерине $\lg \frac{p_0}{p_t}$ шамасы, ал ордината көшерине ўақыт t қойылатутуғын графиктен пайдаланған қолайлы. $\lg \frac{p_0}{p_t}$ шамасының ўақыт t дан ғәрезлигине графикте тўры сызық сәйкес келеди. Бирақ, ҳақыйқатында, зыянлы кеңисликлердиң бар болыўы, клапанлардың идеал түрде ислемеўиниң салдарынан насослар шексиз үлкен болған

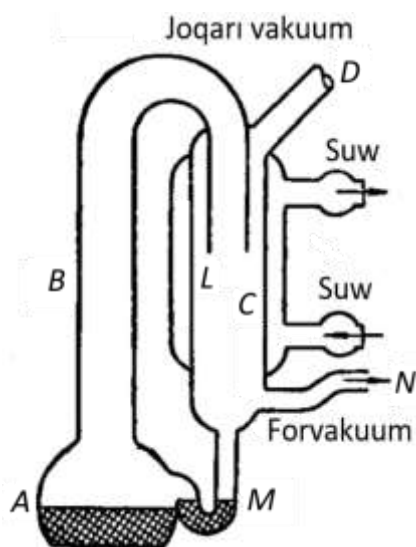
сйрексийди бере алмайды. Хәр бир насос ушын оннан төменги сйрекситиўди бере алмайтұғын базы бир p_{min} минималлық сйрексий орын алады. Сонлықтан $lg \frac{p_0}{p_t}$ шамасының ўақыт t дан ғәрезлигиниң графиги тек p_t ның p_{min} басымынан үлкен болған мәнислеринде ғана тўўры сызық алынады (145-сўўрет). p_t шамасының мәниси p_{min} шамасының мәнисине жақынласқанда насос кем-кемнен әстелик пенен сорый баслайды. Сонлықтан ҳақыйқый насосларда $lg \frac{p_0}{p_t}$ шамасының t дан ғәрезлиги үлкен t ларда абсцисса көшерине параллель болған тўўры менен сўўретленеди. Хәр қыйлы насослардың жұмысларын салыстырыў ушын ҳаўасы сорып алынатұғын ыдыслардың көлемлерин бирдей етип алыў керек. Бундай жағдайда берилген насостың жұмысының тезлиги C тұрақлысының мәниси менен бериледи. 145-сўўретте келтирилген иймекликлер хәр қыйлы болған еки насосқа тийисли. Бул иймекликлерди сызыўдың ұсылынан I иймеклигиниң тезирек сорыйтұғын, бирақ жоқары вакуум пайда ете алмайтұғын насосқа тийисли екенлигин аңғарыўға болады. II иймеклик болса әдеўир жақсы вакуум пайда ете алатұғын, бирақ әстелик пенен сорыйтұғын насосқа тийисли.

Ишинен ҳаўасы сорып алынатұғын ыдыс насос пенен най арқалы тутастырылған болса, онда сорыўдың тезлиги найдың өлшемлеринен, атап айтқанда оның диаметри менен ұзынлығынан да ғәрезли болады. Жиңишке және ұзын болған найлар сорыўдың тезлигин жоқары дәрежеде кемейте алады. Үлкен басымларда газ най арқалы жабысқақ сұйықлықлардай болып ағатұғын жағдайларда ағып өтетұғын газдиң көлеми Пузейль формуласының жәрдемінде анықланады (42-параграф). Бул формула бойынша ағып өтетұғын көлем найдың диаметриниң төртинши дәрежесине тўўры пропорционал, ал найдың ұзынлығына кери пропорционал. Молекулалардың еркин жүриў жолының орташа ұзынлығы болған $\bar{\lambda}$ ниң шамасы найдың диаметри менен ұзынлығына барабар болғанда (бул төменги басымларда орын алады) Пузейль формуласын пайдаланыўға болмайды. Бундай жағдайда диаметри d хәм ұзынлығы l болған най арқалы ўақыт бирлигинде ағып өтетұғын газдиң массасы ΔM мынадай формуланың жәрдемінде анықланады:

$$\Delta M = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2\pi}{R}} \cdot \frac{d^3}{l} \sqrt{\frac{\mu}{T}} \Delta p \quad (4)$$

формуласының жәрдемінде бериледи. Бул формулада R арқалы газ тұрақлысы, μ арқалы моллик салмақ, T арқалы газдиң абсолют температурасы белгиленген.

Көринип тұрғанындай, бул жағдайда да най арқалы ағып өтетұғын газдиң мұғдары найдың диаметринен күшли ғәрезли екен. Сонлықтан, барлық ўақытта да мүмкин болғанынша кең хәм қысқа найлардан пайдаланыў керек болады.

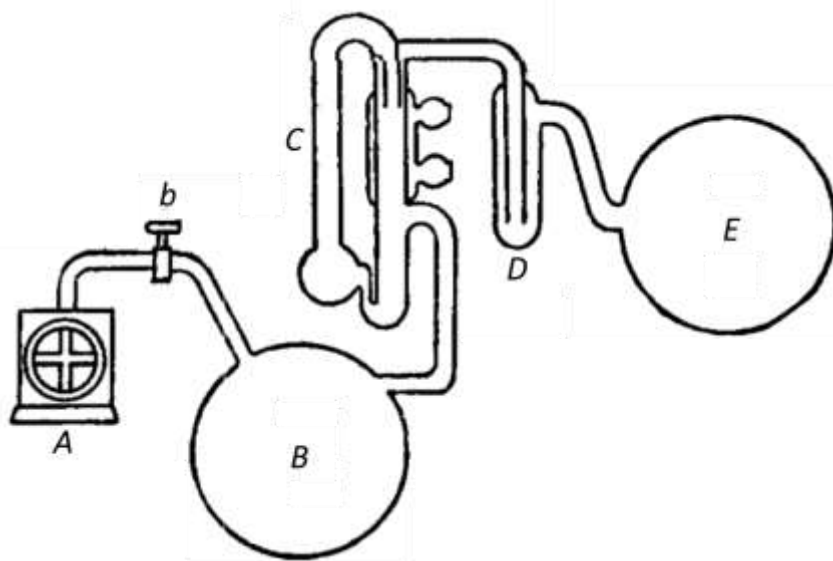


146-сўўрет.

Ең әпиўай диффузиялық насостың схемасы.

Хәзирги ўақытлары әдеўир төмен болған басымларды алыў ушын *диффузиялық* ямаса *гейде конденсациялық насослар* деп аталатұғын насослар пайдаланылады. Бул насослар ыдыслардан басымы атмосфералық басымнан басланатұғын газлерди сорыў ұқыплығына

ийе емес, бірақ басымлардың қосымша айырмасын бере алады. Сонлықтан оларды жоқарыда тәрийипленген майлы насослар менен биргеликте пайдаланады. Май насосы дәслепп алдын-ала сийрексийди береді (*форвакуум*), ал бұл кейін диффузиялық насостың жәрдемінде жақсыланады. Сынапты диффузиялық насостың әпиұайы типі 146-сұйретте көрсетілген. *A* ыдысына құйылған сынап электр қыздырғышының жәрдемінде қыздырылады. Сынаптың пұлары *B* найы менен көтеріліп, *L* соплосынан үлкен тезлікпенен шығады. Буннан кейін сынап пұлары сұй менен салқынлатылатуғын *C* дийұалында конденсацияланады хәм *M* найы арқалы қайтадан *A* ыдысына ағады. *L* соплосынан қысылып шыққан сынап пұларының ағысы өзі менен газдың молекулаларын алып кетеді, бұл молекулалар сорып алынатуғын ыдыстан *D* найы арқалы келеді хәм буннан кейін форвакуумлық насоспенен *N* найы арқалы сорып алынады.



147-сұйрет.
Форвакуумлық насосты
диффузиялық насос
пенен тутастырыудың
схемасы.

Жоқарыда көрсетілген сынаптың конденсацияланатуғын пұларының ағысы менен биргеликте газдың молекулаларының алып кетилиуі принципі хәзіргі ұақытлары хәр қыйлы вариантларда пайдаланылады; шайшеден хәм металлдан соғылған диффузиялық насослардың көп санлы конструкциялары бар. Көп басқышлы насослар жүдә жийи қолланылады, бундай насосларда бир неше соплолар биринен соң бири избе-из жайласады. Бундай көп басқышлы диффузиялық насослар жақсы вакуумды береді хәм жаман форвакуумда ислей алады.

Соңғы ұақытлары диффузиялық насосларда сынапты қыйын ұшатуғын органикалық сұйықлықтар менен алмастыратуғын болды (нефттің аұыр погонлары хәм басқа да сұйықлықтар менен); ұсындай насосларды пұлы-майлы насослар деп атайды.

Диффузиялық сынапты насослардың мынадай кемшилигі бар: газды сорып алынатуғын ыдысқа сынаптың пұлары келип жетеді. Өжире температураларындағы сынаптың тойынған пұларының басымы (20°C) $0,00131 \text{ мм Hg}$ шамасына тең. Сонлықтан сынапты диффузиялық насослардың өзлери $0,0013 \text{ мм Hg}$ басымнан киши басымда пайда ете алмайды. Бұл кемшиликтен қутылыұ ұшын диффузиялық сынапты насоспенен сорып алынатуғын ыдыстың арасына тутастыратуғын сұйық азотпенен салқынлатылатуғын арнаұлы түрде ийилген най пайдаланылады ("сынап тутқыш" ямаса "сынапты ловушка"). Сұйық азоттың қайнаұ температурасында (-184°C) сынап қатты халда турады хәм оның тойынған пұларының серпимлигі оғада киши.

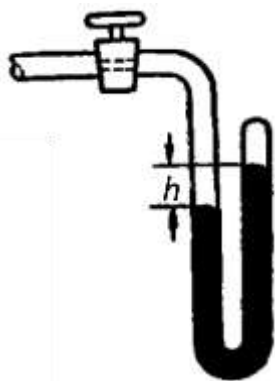
Агрегаттың барлығы 147-сұйретте көрсетілген: *A* – электродвигатель менен хәрекетке келтирилетуғын майлы форвакуумлық насос, *C* — диффузиялық насос, *D* — сынапты

түтқыш, E – қаўасы сорып алынатуғын ыдыс. B форвакуумлық баллон болып табылады; оны A май насосының үзликсиз түрдеги ислеўинен қутылыў ушын пайдаланады. A май насосы B баллонда жеткиликли дәрежедеги форвакуум пайда еткеннен кейин, b кранын жабыўға хәм A насосын тоқтатыўға болады; бундай жағдайда диффузиялық насос E ыдысынан газди B форвакуумлық баллонға сорыйды.

Пуўлы-майлы насослардың суйық азот пенен түтқышсыз (ловушкасыз), хәтте суй менен салқынлатыўсыз ислеўи мүмкин. Себеби оларда пайдаланылатуғын суйықлықлардың өжире температураларындағы тойынған пуўларының серпимлиги сол температуралардағы сынаптың пуўларының серпимлигинен әдеўир төмен.

Вакуумлық техника менен байланыслы болған екинши мәселе – төменги басымларды өлшеў мәселеси болып табылады. Әдетте U-тәризли сынаплы манометр (148-сүйрет) сынап бағанасының миллиметриниң бир неше бөлегинен төменги басымда өлшей алмайды.

Лабораториялық практикада төменирек басымларды өлшеў ушын *Мак-Леод манометринен* пайдаланады (149-сүйрет). Манометрдиң ушы D басымы өлшенетуғын ыдыс пенен тутастырылады. Мейли, өлшенетуғын басым p ға тең болсын. Бундай жағдайда p басымындағы газ манометрдиң барлық бөлимин, соның ишинде E ыдысын да толтырады. Манометрдиң басқа бөлими менен резина най менен тутасқан A ыдысын көтергенде сынап көтеріледи хәм E резервуарын хәм B капиллярын басымы өлшенип атырған ыдыстан айырады. Буннан кейин сынап B капиллярындағы белгили болған орынға жетемен дегенше және де жоқары көтеріледи. Мейли, B капиллярының сынаптың бетиниң үстиндеги көлем ΔV шамасына тең болсын.



148-сүйрет.
Сынаплы манометр.

E ыдысының B капилляр менен биргеликтеги көлемин V арқалы белгилеймиз. Бундай жағдайда бурын p басымының астында тұрған газ

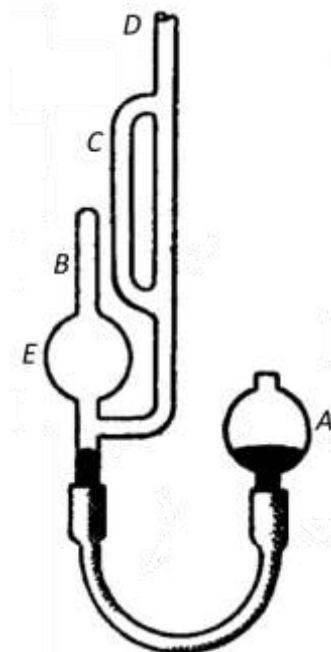
$$p' = p \frac{V}{\Delta V}$$

басымына шекем қысылған болады. Жеткиликли дәрежеде үлкен $\frac{V}{\Delta V}$ шамасында p' шамасы дәслепки басым болған p шамасынан әдеўир үлкен хәм оның мәниси B хәм C капиллярларындағы сынаптың қәддилериниң айырмасы бойынша өлшеўге болады. p' басымын өлшеп хәм $\frac{V}{\Delta V}$ қатнасының сан мәнисин билип, өлшенетуғын p басымының мәнисин табамыз.

Жүдә төменги басымларды, соның менен бирге аңсат конденсирленетуғын пуўлардың басымын өлшеў ушын Мак-Леод манометри жарамайды. Жүдә төмен болған басымларды өлшеў ушын басқа хәр түрли манометрлер пайдаланылады. Мысал ретинде жыллылық манометрин көрсетиўге болады. Оның жұмыс ислеў принципи мынадай: жүдә төменги басымларда газлердиң жыллылық өткизгишлиги басымнан ғәрезли хәм әмелий жақтан сызықлы түрдеги ғәрезликке ийе (57-параграфқа қараңыз). Жыллылық манометри

колбадан тұрады, колбаның ишінде тоқ пенен қызатуғын металл сабақ өткерилген. Тоқтың берілген күшінде сабақ белгили температураға шекем қызады, ал температураның мәніси оның жыллылықты бериўшилигинен ғәрезли. Ал ұсы жыллылық бергишликтиң мәніси болса төменги басымларда қоршаған газдиң басымынан ғәрезли. Солай етип, сабақтың температурасы қоршаған орталықтың басымын өлшеў ушын хызмет етеди. Сабақтың температурасы болса оның қарсылығы бойынша өлшенеди.

149-сүўрет.
Мак-Леод манометри.



§ 59. Жүдә төменги басымлардағы газлердиң қәсийетлери. Молекулалардың еркин жүриў жолының орташа ұзынлығы $\bar{l}$ ниң шамасы газ жайласқан ыдыстың өлшемлери менен барабар болатуғындай төменги басымларда газлердиң қәсийетлери үлкен басымлардағы қәсийетлеринен айырмаға ийе болады. Газдиң ұсындай қалы *ультрасийреклетилген қал* деп аталады. Ультрасийреклетилген қалда үлкен басымлардағы қалға салыстырғанда газдиң молекулалық-кинетикалық тәбияты тиккелей көринеди.

Келте хәм түүры a найы менен байланыстырылған A хәм B ыдысларын қараймыз (150-сүўрет).

Әдеттеги шараятларда қатнас ыдысларындағы газдиң басымы бирдей; ыдыслардың T_1 хәм T_2 температуралары хәр қыйлы болғанда да ыдыслардың басымлары бирдей болады.

Молекулалардың еркин жүриў жолының ұзынлығы a найының ұзынлығынан үлкен болатуғын ультрасийреклескен қалда молекулалар соқлығысыўсыз барлық най арқалы өтеди. Биз хәзир ұсындай жағдайда еки ыдыстағы p_1 хәм p_2 басымларының хәр қыйлы болатуғынлығын көрсетемиз. Тең салмақлық қалының мәніси мынадан ибарат: a найы арқалы A ыдысынан B ыдысына өтип атырған молекулалардың саны кери бағытта B ыдысынан A ыдысына өтип атырған молекулалардың санына тең болыўы керек. Ультрасийрексиген қалда най арқалы ушып өтип атырған молекулалардың саны молекулалардың көлем бирлигиндеги санына хәм олардың орташа тезлиги $\bar{v}$ ға пропорционал. Буннан, тең салмақлық қалы ушын мынадай теңликке ийе боламыз:

$$n_{01}\bar{v}_1 = n_{02}\bar{v}_2. \quad (2)$$

Бұл теңликте n_{01} арқалы A ыдысының көлем бирлигиндеги молекулалар саны, n_{02} арқалы B ыдысының көлем бирлигиндеги молекулалар саны, $\bar{v}_1$ хәм $\bar{v}_2$ арқалы сәйкес A хәм B ыдысларындағы газ молекулаларының орташа тезликлери белгиленген. $n_0 = \frac{p}{kT}$ теңлиги орынлы болғанлықтан (1)-теңликти былайынша жаза аламыз:

$$\frac{p_1}{kT_1} \cdot \bar{v}_1 = \frac{p_2}{kT_2} \bar{v}_2.$$

Ең ақырында, $\bar{v}_1$ менен $\bar{v}_2$ тезликлериниң сәйкес $\sqrt{T_1}$ хәм $\sqrt{T_2}$ шамаларына пропорционал екенлигин есапқа алсақ тең салмақлық қалы былайынша жазылады:

$$\frac{p_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{p_2}{\sqrt{T_2}}.$$

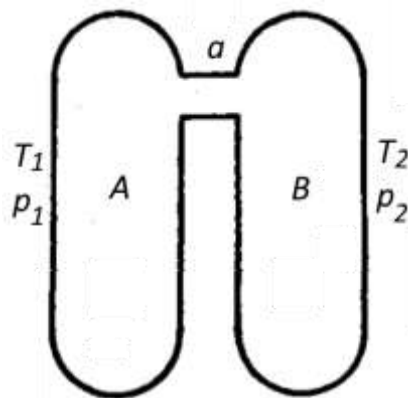
Буннан

$$p_2 = p_1 \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad (3)$$

формуласына ийе боламыз.

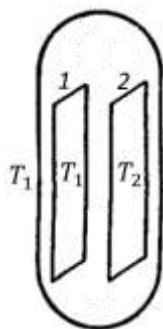
150-сүрөт.

Хәр қыйлы болған T_1 хәм T_2 температураларындағы ультрасийреклетий шараятында A хәм B ыдысларында хәр қыйлы болған p_1 хәм p_2 басымлары орнайды.



Солай етип, газлердиң ультрасийреклетилген тең салмақлық ҳалында температуралары хәр қыйлы болған еки қатнас ыдысларындағы басымлар бир бирине тең болмайды екен. Газлердиң тығызлығы үлкен болғанда газ молекулаларының ағысының есабынан қатнас ыдысларындағы үлкен басым орын алған ыдыстағы басым киши басым орын алған басым менен теңлеседи.

Ультрасийрек газ ушын тән болған және бир қубылысты қараймыз. Мейли, ыдыста бир бирине параллель болған еки 1 хәм 2 пластинкалары жайласқан болсын (151-сүрөт). 1 пластинкасының температурасы ыдыстың дийўалының температурасы T_1 ге тең. 2 пластинкасының температурасын T_2 арқалы белгилейик. Ультрасийрелетилген ҳалда молекулалар еркин ушады хәм бир бири менен соқлығыспайды.



151-сүрөт.

Абсолют манометрдиң схемасы.

1 хәм 2 пластинкаларының арасындағы газди қараймыз. Молекулалар бир бири менен соқлығыспайтуғын болғанлықтан, олар арасында энергияның алмасыўы орын алмайды. Энергия алмасыў температуралары T_1 менен T_2 шамаларына тең 1 хәм 2 пластинкалары менен соқлығысыўдың салдарынан ғана жүзеге келеди. Сонлықтан, пластинкалар арасындағы газди T_1 температураға сәйкес келетуғын орташа $\bar{v}_1''$ тезлигине және T_2 температураға сәйкес келетуғын $\bar{v}_2''$ орташа тезлигине ийе болған еки газдиң араласпасынан тұрады деп есаплаўға болады. Молекулалардың бул еки группалары ушын көлем бирлигиндеги молекулалар санын сәйкес n'_0 хәм n''_0 арқалы белгилеймиз.

Пластинкалардың арасындағы газ тәрәпинен 1 пластинкасына түсирилетуғын p' басым молекулалардың еки группасы тәрәпинен түсирилетуғын басымлардың қосындысына тең:

$$p' = \frac{1}{3} n'_0 m \bar{v}_1'^2 + \frac{1}{3} n''_0 m \bar{v}_1''^2. \quad (3)$$

Бул теңликте m арқалы молекулалардың массасы белгиленген.

Ыдыстағы пластинкалардың сыртындағы көлем бирлигиндегі молекулалардың санын n_0 арқалы белгилейміз. Бұл молекулалардың тезлигі $\bar{v}'_1$ шамасына тең, себебі дийұалының майданы пластинкалардың майданынан әдеуір үлкен болған ыдыстың температурасы биринши пластинканың температурасы менен бирдей. Усы молекулалардың 1-пластинкаға түсиретуғын басымы

$$p = \frac{1}{3} n_0 m \bar{v}'_1{}^2 \quad (4)$$

шамасына тең.

Ультрасийреклестирилген жағдайдағы тең салмақтық қалының мәнісі қандай да бир майдан арқалы бир хәм оған қарама-қарсы бағытларда қозғалатуғын молекулалардың санларының тең болатуғынлығынан ибарат.

Сонлықтан 1- хәм 2-пластинкалар арасындағы кеңісликте

$$n'_0 \bar{v}' = n''_0 \bar{v}'' \quad (5)$$

шәртинің орынланыуы керек.

Буннан кейин пластинкалар арасындағы көлемнің қаптал бетлерин қараймыз. Бұл беттің қандай да бир майданы арқалы ишки көлемнен $\bar{v}'$ хәм $\bar{v}''$ тезликке ийе болған молекулалар ушып өтеди; көлемнің ишине тезликлери $\bar{v}'$ болған молекулалар ғана қайтады. Олардың көлем бирлигиндегі саны n_0 ге тең. Демек 1 хәм 2 пластинкалары арасындағы газ бенен ыдыстың ишиндегі пластинкалардың сыртында жайласқан газ арасындағы тең салмақтық шәртинен:

$$n'_0 \bar{v}' + n''_0 \bar{v}'' = n_0 \bar{v}' \quad (6)$$

теңлигине ийе боламыз.

(5)- хәм (6)-шәртлерден

$$n'_0 \bar{v}' = n''_0 \bar{v}'' = \frac{1}{2} n_0 \bar{v}'$$

теңликлеринің орынланатуғынлығына көз жеткереміз. Буннан кейин (3)-аңлатпаны былайынша көширип жазыуға болады

$$p' = \frac{1}{6} n_0 m \bar{v}' (\bar{v}' + \bar{v}'')$$

ямаса

$$p' = \frac{1}{6} n_0 m \bar{v}'^2 \left(1 + \frac{\bar{v}''}{\bar{v}'} \right).$$

(4)-формуланы пайдаланып хәм

$$\frac{\bar{v}''}{\bar{v}'} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

теңлигинің орынлы екенлигин аңғарып

$$p' = \frac{p}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \right)$$

формуласына ийе боламыз.

Буннан 1-пластинкаға түсетуғын басымлар айырмасының мына формуланың жәрдемінде анықланатуғынлығына көз жеткереміз:

$$\Delta p = p' - p = \frac{p}{2} \left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - 1 \right) \quad (7)$$

(7)-формула мынадай жағдайдың орын алатуғынлығын көрсетеди: егер $T_2 > T_1$ шәрти орынланатуғын болса, онда 1-пластинка 2-пластинка тәрәпинен ийтереу күшин сезеди, $T_2 < T_1$ болған жағдайда еки пластинка арасында тартысуы күши пайда болады. Бұл күштиң сан мәнісі ыдыстағы газдің басымы p ға пропорционал. Усы қубылысқа тийкарланған қалда ультрасийреклетилген қалда басымның абсолют мәнісі p ны анықлайтуғын манометрди соғыуға болады. Принципінде, ұсындай манометрдің дүзилісі 151-сүүретте келтирилген схемаға сәйкес келеди. 1-пластинканы қозғалатуғын етип ислеиди; оған тәсир ететуғын күштиң шамасын оның ауысуы мүйеши бойынша анықлайды. Усы күш және T_1 хәм T_2 температураларының мәніслери

бойынша p басымының мәнісі есапланады.

§ 60. Ғақыйқы газлер. Ван-дер-Ваальс теңлемеси. 46-параграфта қарап өтилген газдиң молекулалық-кинетикалық модели газди серпимли шарларға ұсайтуғын тәртипсиз қозғалатуғын молекулалардан турады деп есаплайды. Молекулалар арасындағы күшлер олар соқлығысқан моментте ғана тәсир етеди. Қала берсе бул күшлер ийтерилиске алып келетуғын серпимли күшлер болып табылады. Молекулалардың өлшемлери олардың арасындағы орташа қашықтықтан жүдә үлкен деп есапланады. Сонлықтан молекулалардың сызықты өлшемлери есапқа алынбайды. Бундай модель идеал газге, яғный Бойль-Мариотт хәм Гей-Люссак ызамларына бағынатуғын газге сәйкес келеди. Бирақ, жоқарыда айтылып өтилгениндей, ғақыйқы газлер бул ызамларға тек жууық түрде бағынады. Үлкен басымларда газлердиң барлығының Бойль-Мариотт ызамына бағынбайтуғынлығын айқын түрде көринеди.

Молекулаларды шар тәризли формаға ийе деп есаплап, оның радиусы ұшын 10^{-8} см шамасын қабыл етиўимиз керек. Буннан бир молекуланың көлеми ұшын

$$v = \frac{4}{3} \pi r^3 \cong 4 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3$$

шамасын аламыз. Әдеттегидей шараятларда 1 см^3 газде $n_0 \cong 3 \cdot 10^{19}$ дана молекула болады. Буннан 1 см^3 көлемдеги молекулалардың меншикли көлеми $V' = v n_0 \cong 10^{-4} \text{ см}^3$ шамасына тең. Яғный газдиң басымы 1 ат, ал температурасы 0°C болған жағдайда газдиң көлеминиң он мыңнан бир үлеси ғана молекулалардың меншикли көлемине сәйкес келеди екен. Бойль-Мариотт ызамы бойынша 5000 ат басымда көлеми дәслеп 1 см^3 болған газдиң көлеми $2 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3$ шамасына шекем кемейеди. Бундай жағдайда бул көлемниң ярымы молекулалардың меншикли көлемине тең. Әлбетте, бундай жағдайда газдиң биз пайдаланған модели жарамсыз моделге айланады хәм ғақыйқы газлердиң қасийетлериниң Бойль-Мариотт ызамына сәйкес келмеўи түсиникли. Солай етип, ғақыйқы газлердиң қасийетлериниң идеал газлердиң қасийетлерине сәйкес келмеўи, бириншиден, молекулалардың меншикли көлемлериниң бар болыўи менен байланысly. Екиншиден, молекулалар арасындағы өз-ара тәсирлесиў күшлериниң характери серпимли шарлардың өз-ара тәсирлесиў күшлерине салыстырғанда әдеўир қурамалы. Бул себеплердиң екеўи де Ван-дер-Ваальс тәрeпинен есапқа алынды. Биринши себеп – молекулалардың меншикли өлшемлери. Усы өлшемлердиң бар болыўының салдарынан молекулалар ыдыстың ишинде ноқатлық бөлекшелерге салыстырғанда кемирек еркинлик пенен қозғалады. Молекулалардың еркин қозғалыўи ұшын берилген көлемниң шамасы ыдыстың геометриялық көлеми болған V шамасынан базы бир b шамасына кем. Молекулалардың меншикли көлеми менен байланысly болған b шамасын газдиң берилген муғдары ұшын турақты шама деп есаплаўға болады; сонлықтан хал теңлемесиндеги V көлемин $V - b$ шамасы менен алмастырыў керек.

Идеал газдиң бир моли ұшын

$$pV_0 = RT \quad (1)$$

теңлемеси орынлы.

Жоқарыда айтылғандай, молекулалардың меншикли көлемлериниң тутқан орнын есапқа алғанда V_0 шамасын $V_0 - b$ шамасы менен алмастырыў керек болады:

$$p(V_0 - b) = RT. \quad (2)$$

(1)-теңлемеден $p \rightarrow \infty$ болған жағдайда, яғный газди шексиз қысқанда оның көлеми нолге ұмтылыўи керек. Бирақ, бундай жағдайдың орын алыўи мүмкин емес: газдиң қысылыўи молекулалардың арасындағы еркин кеңисликтiң киширейиўиниң есабынан жүзеге келеди. Демек, жүдә жоқары басымларда газдиң қысылыўшылығының мәніси жүдә киширейеди. (2)-формула бойынша $p \rightarrow \infty$ шегинде газдиң көлеми $V \rightarrow b$ шамасына ұмтылады. Солай етип b шамасы жүдә үлкен басымларда газдиң көлеми V ұмтылатуғын

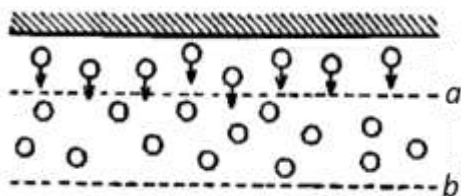
шама болып табылады; оның мәнісі бір молдің құрамына киретуғын молекулаларды тығыз етип жайластырған жағдайда пайда болатуғын көлемге тең.

Екинши себеп – молекулалардың арасындағы өз-ара тәсир етисіу күшлеринің бар екенлиги. Молекулалар бір биринен базы бір қашықтықта тұрғанда бір бирине тартысады. Молекулалар арасындағы қашықтықтар жүдә киши болғанда (соқлығысыу моментинде) бул тартысыу күшлери интенсивлирек болған ийтерилис күшлери менен алмасады. Молекулаларының арасындағы тартысыу күшлеринің бар болыуының себебинен газ Бойль-Мариотт нызамы бойынша алынатуғын V көлемнен киширек көлемди ийелейди. Бул газдің Бойль-Мариотт нызамы бойынша келип шығатуғын басымнан үлкенирек болған p' басымының астында тұратуғынлығына сәйкес келеди. Усының нәтийжесинде (2)-аңлатпадағы сыртқы p басымы $p' = p + p_i$ басымы менен алмастырылыуы керек. Буннан биз мынадай теңликти аламыз:

$$(p + p_i)(V_0 - b) = RT. \quad (3)$$

p_i басымын *газдің ишки басымы* деп атайды.

Молекулалар арасындағы жоқарыда келтирилген тартылыс күшлеринің көлемнің ишинде хәм ыдыстың дийўалларының қасында жайласқан молекулалар ушын тутқан орны хәр қыйлы. Молекулалардың арасындағы тартылыс күшлери қашықтыққа байланысly ийтерилис күшлерине салыстырғанда әстелик пенен кемейетуғын болса да, усы ийтерилис күшлери тек жүдә үлкен емес қашықтықтарда жүзеге келеди. Сонлықтан газде хәр бир молекулаға тек жақын жайласқан молекулалар тәрепинен ғана тартысыу күшлери тәсир етеди. Газдің ишинде хәр бир молекула барлық тәрептен басқа молекулалар менен қоршалған хәм оған тәсир ететуғын тартылыс күшлери орташа бир бирин компенсациялайды. Дийўалдың қасында болса (152-сўўрет) газдің молекулалары басқаша шараятларда тұрады: оларды дийўалдан қашығырақ жайласқан молекулалар ғана тартады. Улыўма айтқанда ыдыстың дийўалының қасында жайласқан газ молекулаларының сол дийўал соғылған заттың молекулалары менен де тәсирлесіуи керек. Бирақ, температуралық тең салмақтықта хәм молекулалардың дийўалға жабысып қалыуы орын алмайтұғын жағдайларда дийўал тәрептен ушып шығатуғын молекуланың орташа энергиясы дийўалға ушып келетуғын молекулалардың орташа энергиясына тең болады. Сонлықтан, қубылыс молекулалардың ыдыстың дийўалына соқлығысыуы серпимли болатуғындай болып өтеди. Буннан дийўалдың тәсирин есапқа алыўдың кереги жоқ екенлиги келип шығады.



152-сўўрет.

Газ молекулаларының бир бири менен тәсирлесіуи.

Молекулалардың арасындағы тартысыу күшлеринің мәнісинің тез кемейетуғынлығын нәзерде тутып, дийўалдың қасында тұрған молекулаларға олардан g ден үлкен емес қашықтықтарда жайласқан молекулалар, яғный ab қатамының ишинде жайласқан молекулалар тәсир етеди деп есаплаўға болады (152-сўўрет). Усы қатламның ишиндеги молекулалардың саны көлем бирлигиндеги молекулалардың саны n_0 ге пропорционал. Солай етип, молекулаларды дийўалдан тартыўшы күшлердің тәсири n_0 ге пропорционал. Усының менен бирге дийўалға келип ұрылатуғын молекулалардың саны да n_0 ге пропорционал. Нәтийжеде, дийўалға жақын жайласқан молекулаға тәсир ететуғын *газдің ишине бағытланған* күштің шамасы n_0^2 шамасына пропорционал болады. Майдан бирлигине сәйкес келетуғын бул күш ишки басым p ның шамасын анықлайды.

Ишки басым p_i диң шамасы бир бири менен тәсирлесетуғын молекуланың тәбиятынан да ғәрезли. Буннан

$$p_i = a' n_0^2$$

формуласына ийе боламыз. Бул формулада a' арқалы молекуланың сортынан ғәрезли болған тұрақлы шама белгиленген. $n_0 = N_A/V_0$ теңлиги орынлы болғанлықтан (N_A – Авагадро саны, V_0 – газдиң бир молиниң көлеми), p_i ушын жазылған аңлатпаны былайынша көширип жазыўға болады:

$$p_i = \frac{a' N_A^2}{V_0^2}.$$

Егер $a = a' N_A^2$ белгилеўин қабыл етсек, онда

$$p_i = \frac{a}{V_0^2}. \quad (4)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Ишки басым ушын (4)-аңлатпаны (3)-аңлатпаға қойсақ, онда газдиң бир моли ушын Ван-дер-Ваальс теңлемесин аламыз:

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT. \quad (5)$$

Ван-дер-Ваальстиң a хәм b дүзетиўлери берилген газ ушын әдеўир жоқары дәрежеде дәл болып табылады. Хәр қыйлы газлер ушын олардың мәнислери хәр қыйлы; олардың сан мәнислери эмпирикалық мағлыўматлардан алынады. Ван-дер-Ваальс теңлемесиндеги R бурынғыдай газ тұрақлысы болып табылады.

Жүдә үлкен болған молекулалық көлемлерде b дүзетиўин V_0 диң мәнисине салыстырғанда есапқа алмаўға болады. Тап сол сыяқлы, $\frac{a}{V_0^2}$ шамасын да p ға салыстырғанда есапқа алмаўға болады. Бундай жағдайда Ван-дер-Ваальс теңлемеси (1)-теңлемеге өтеди.

VIII кесте. 1 л азот ушын 0°C температурадағы эмпирикалық мағлыўматлар менен Ван-дер-Ваальс формуласы бойынша алынған мағлыўматлар менен салыстырыў

Басым p , ат ларда.	pV , ат·л лерде.	$\left(p + \frac{a'}{V_0^2}\right)(V_0 - b')$, ат·л лерде.
1	1,0000	1,000
100	0,9941	1,000
200	1,0483	1,009
500	1,3900	1,014
1000	2,0685	0,893

Солай етип, Менделеев-Клапейрон формуласының жуўық характерге ийе екенлиги дәрхәл айқын болады екен: бул формула тек киши p басымларда (үлкен V_0 ларда) ҳақыйқатлыққа жақын келеди. Үлкен p басымларда a хәм b дүзетиўлериниң тутқан орнына дыққат аўдарыў, яғный (5)- Ван-дер-Ваальс формуласын пайдаланыў керек.

Ван-дер-Ваальс теңлемеси де абсолют дәл емес, бирақ ол Менделеев-Клапейрон теңлемесине салыстырғанда ҳақыйқатылыққа ең сәйкес келетуғын жақынласыў болып табылады. VIII кестеде азот ушын 1000 ат басымға шекемги басымлардағы Менделеев-Клапейрон хәм Ван-дер-Ваальс формулалары беретугын мағлыўматларды салыстырыўдың нәтийжелери келтирилген.

Егер азот идеал газдиң теңлемесине дәл бағынатуғын болғанда, онда басым p ның барлық мәнислеринде берилген T температурада оның экспериментлерде өлшенген басымы p менен көлеми V ның көбеймеси тұрақлы болып қалған болар еди. 44-параграфта

атап өтилгениндей, pV көбеймеси тұрақты болып қалмайды және 44-параграфтағы II кестенің үшінші бағанасында келтірілген және VIII кестеде және бір рет келтірілген мәнісдерді қабыл етеді. Үлкен басымдарда азот Бойль-Мариотт нызамы бойынша алынған мағлыұматларға салыстырғанда кемірек қысылыұшылық қасиетіне ийе. 1000 ат басымда азоттың қақыйқы көлемі идеал газ қалының теңлемесі бойынша алынған шамадан екі есе үлкен.

VIII кестенің үшінші бағанасында сол азот ұшын 0°C температурадағы V ның эмпирикалық мәніслері қойылған

$$\left(p + \frac{a'}{V_0^2}\right)(V_0 - b')$$

көбеймесінің мәніслері келтірілген. a' пенен b' шамалары азоттың берілген мұғдарына тийісли (майда шрифтар менен жазылған текстке қараңыз). Олар ұшын $a' = 1,65 \cdot 10^{-3} \text{ ат} \cdot \text{л}^2$ және $b' = 1,36 \cdot 10^{-3} \text{ л}$ мәніслері алынған. Тұрақты T температурада Ван-дер-Ваальс формуласы бойынша бұл аңлатпаның барлық p басымлар ұшын тұрақты болып қалыұы керек.

VIII кестеде келтірілген мағлыұматлар Ван-дер-Ваальс формуласының 1 ат шамасынан 1000 ат шамасына шекемгі басымлар интервалында Менделеев-Клапейрон формуласына салыстырғанда әдеұир жақсы эмпирикалық мағлыұматларды беретұғынлығын көрсетеді. Азот ұшын Ван-дер-Ваальс формуласына сәйкес келмеұшилик 2 проценттен аспайды. Усының менен бір ұақытта идеал газдің қал теңлемесіне сәйкес келмеұшилик $p = 1000$ ат болған жағдайда 100 проценттен үлкен шаманы құрайды.

(5)-формула менен аңлатылған Ван-дер-Ваальс теңлемесі газдің бір молине тийісли. Оның газдің қәлеген m массасы ұшын қалайынша өзгертиұдың керек екенлигин қараймыз. Жоқарыда пайдаланылған белгилеұлер бойынша V_0 шамасы газдің бір молинің көлемі болып табылады. Массасы m болған газдің көлемін V арқалы белгилейміз. Бұндай жағдайда берілген температура менен басым ұшын

$$V = \frac{m}{\mu} V_0 \quad (6)$$

теңлигине ийе боламыз. Бұл теңликте μ – газдің моллик салмағы.

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT$$

Ван-дер-Ваальс теңлемесіндегі V_0 шамасының орнына (6)-теңликтегі V ның шамасын қойсақ

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V_0^2}\right)\left(V_0 - \frac{m}{\mu} b\right) = \frac{m}{\mu} RT \quad (7)$$

теңлемесіне ийе боламыз. Бұндай жағдайда қәлеген m массаға ийе болған газ ұшын (7)-теңлеме Ван-дер-Ваальс теңлемесі болып табылады және a менен b дүзетиұлері газдің бір моли ұшын арналған дүзетиұлер болып табылады.

§ 61. Ван-дер-Ваальс дүзетиұлерінің характерин дәлирек есапқа алыұ. Молекулалардың меншикли өлшемлерінің тұтқан орнын толығырақ қараймыз.

46-параграфта газлердің кинетикалық теориясының тийкарғы қатнастарын келтирип шығарғанымызда, биз молекулаларды бір дийұалдан екінші дийұалға шекем еркин ұшады, дийұал менен соқлығысып, оған қайтып келеді, ал ыдыстың ишінде алға және қарама-қарсы бағытта ұшыұы ұшын бірдей ұақыт керек деп есапладық. Егер молекулалардың бір бири менен соқлығысыұын есапқа алатұғын болсақ, онда базы бір молекулалар басқа молекулалар менен соқлығысып, дийұалға ертерек келеді, ал басқа биреұлері соқлығысыұлардың ақыбетинен сынық жоллар менен жүрип дийұалға кейинирек келеді. Орташа ұақыт Δt соқлығысыұлар болмаған жағдайдағыдай болып қала береді. Бирақ, бизлер молекулалардың меншикли өлшемлерін есапқа алмағанымызша

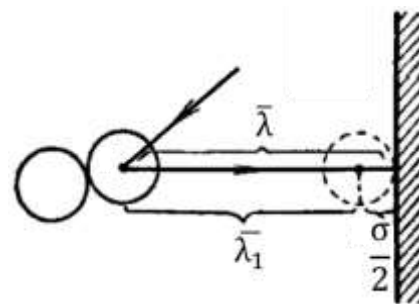
аўхал ұсындай болып қала береді. Диаметрі σ шамасына тең болған базы бир молекуланы қараймыз. Ол бир дийўал менен соқлығысқаннан кейин басқа молекула менен соқлығысып сол дийўалға қайтып келетуғын молекуланы қараймыз (153-сўўрет). Бундай жағдайда оның орайы дийўалға тығыз болып келип жетпейди, ал оның радиұсы болған $r = \frac{\sigma}{2}$ шамасына тең қашықлықта жайласады.

Соқлығысыў ўақытында молекуланың орайы басқа молекуладан тап сондай $r = \frac{\sigma}{2}$ шамасына тең қашықлықта жайласады. Усының салдарынан еркин жүриў жолының шамасы $r + r = \sigma$ шамасына кемейген болып шығады. Бирақ, егер қыя соқлығысыўларды итибарға алатуғын болсақ, онда бул кемейиўдинң шамасы соншама ўлкен болмайды. Сәйкес есаплаўлар сол кемейиўдинң шамасының $\sigma/2$ шамасына тең екенлигин көрсетеди.

Сөйтип, $\bar{\lambda}$ еркин жүриў жолының ұзынлығы $\sigma/2$ шамасына киши болып шығады, яғный $\bar{\lambda}' = \bar{\lambda} - \sigma/2$ шамасына тең болады. Буннан дийўал менен соқлығысатуғын молекулалардың еркин жүриў жолының ұзынлығы $\frac{\bar{\lambda}}{\lambda'}$ қатнасындай шамаға киширейген, ал молекулалардың дийўал менен соқлығысыўлар саны ҳәм ұсыған сәйкес басым $\frac{\bar{\lambda}}{\lambda'}$ шамасына ўлкейеди.

153-сўўрет.

Молекуланың дийўал менен соқлығысыўы.



Буннан, берилген моллик көлем V_0 дағы pV_0 көбеймесиниң мәниси идеал газдинң ҳал теңлемеси талап ететуғындай RT шамасына емес, ал оннан $\frac{\bar{\lambda}}{\lambda'}$ есе ўлкен болған шамаға тең болады:

$$pV_0 = \frac{\bar{\lambda}}{\lambda'} RT. \quad (1)$$

$$\bar{\lambda}' = \bar{\lambda} - \frac{\sigma}{2}$$

теңлиги орынлы болғанлықтан, $\frac{\bar{\lambda}}{\lambda'} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda} - \frac{\sigma}{2}} = \frac{1}{1 - \frac{\sigma}{2\bar{\lambda}}}$ теңликлерине ийе боламыз.

Еркин жүриў жолының орташа ұзынлығы $\bar{\lambda}$ ушын 53-параграфтағы (4а) аңлатпасынан пайдаланып

$$\frac{1}{1 - \frac{\sigma}{2\bar{\lambda}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}\pi n_0 \sigma^3}$$

аңлатпасын келтирип шығарамыз. Бул аңлатпада n_0 арқалы көлем бирлигиндеги молекулалар саны белгиленген. Биз көлеми V_0 болған газдинң бир молин қарап атырмыз, сонлықтан N_A арқалы Авагадро санын белгилесек, онда $n_0 = \frac{N_A}{V_0}$ ҳәм буннан

$$\frac{1}{1 - \frac{\sigma}{2\bar{\lambda}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}\pi \frac{N_A}{V_0} \sigma^3}$$

теңлигине ийе боламыз. Буннан кейин

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \pi \sigma^3 N_A = b \quad (2)$$

белгилеуін киргизип

$$\frac{\bar{\lambda}}{\lambda'} = \frac{1}{1 - \frac{\sigma}{2\bar{\lambda}}} = \frac{1}{1 - \frac{b}{V_0}}$$

аңлатпасын аламыз. $\frac{\bar{\lambda}}{\lambda'}$ ушын жазылған бұл аңлатпаны (1)-аңлатпаға қойсақ, онда

$$pV_0 = RT \frac{1}{1 - \frac{b}{V_0}}$$

ямаса

$$p(V_0 - b) = RT$$

формуласына ийе боламыз.

Солай етип, биз 60-параграфта қатаң түрде емес келтирип шығарылған (2)-формулаға келемиз. Бұл келтирилген жуымақ b константасын молекулалардың өлшеми σ менен байланыстырады [(2)-формула]. Бир молекуланың көлеминің v шамасына тең екенлигин хәм оның

$$v = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{6} \pi \sigma^3$$

шамасына тең екенлигин нәзерде тутып (2)-аңлатпа бойынша

$$b = 3\sqrt{2} \cdot v N_A \cong 4v \cdot N_A \quad (2a)$$

формуласын аламыз.

$v \cdot N_A$ көбеймеси газдың бир молинде бар болған барлық молекулалардың көлемине тең болғанлықтан, (2a) формуласы бойынша биз мына жағдайдың орын алатуғынлығына көз жеткеремиз: *молекуланың көлеми ушын берилетуғын Ван-дер-Ваальс дүзетиі b ның мәніси молекулалардың шама менен төрт еселенген көлемине тең.*

(2)-қатнас Ван-дер-Ваальс дүзетиі b ның сан мәніси бойынша молекулалардың диаметри σ ны анықлауға мүмкиншилик береді. Ҳақыйқатында да, (2)-аңлатпадан

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{b\sqrt{2}}{\pi N_A}} \cong \sqrt[3]{\frac{1,4b}{\pi N_A}}$$

формуласын аламыз.

Мысалы, кислород ушын $b = 31,6 \text{ см}^3/\text{моль}$. Буннан кислород молекуласының диаметри (эффетивлик диаметри) ушын

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{1,4 \cdot 31,6}{3,4 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} \text{ см} = 2,9 \cdot 10^{-8} \text{ см}$$

шамасына ийе боламыз. Бұл шама басқа ұсыллардың жәрдеминде алынған шамаға жаксы сәйкес келеді.

Ван-дер-Ваальстиң екинши дүзетиі a молекулалар арасындағы өз-ара тәсир етисіу күшлеринің характери менен байланысқан.

Бұл күшлердің характерин толығырақ таллаймыз. Молекулалар квантлық механиканың ызымларына бағынатуғын құрамалы электрлик системалар болып табылады. Олар арасындағы өз-ара тәсир күшлеринің бир бөлими кулонлық күшлердің характерине (хәр қыйлы белгиге ийе зарядлар арасындағы тартысыу, бирдей белгиге ийе зарядлар арасындағы ийтерисиу), басқа бир бөлими тек квантлық механикада ғана түсиндирилетуғын басқа характерге ийе. Улыўма айтқанда молекулалар арасында (әдетте электрлик диполлер түринде қаралатуғын) бир ўақытта f_1 тартысыу күшлери де, f_2

ийтерисий күшлери де тәсир етеди.

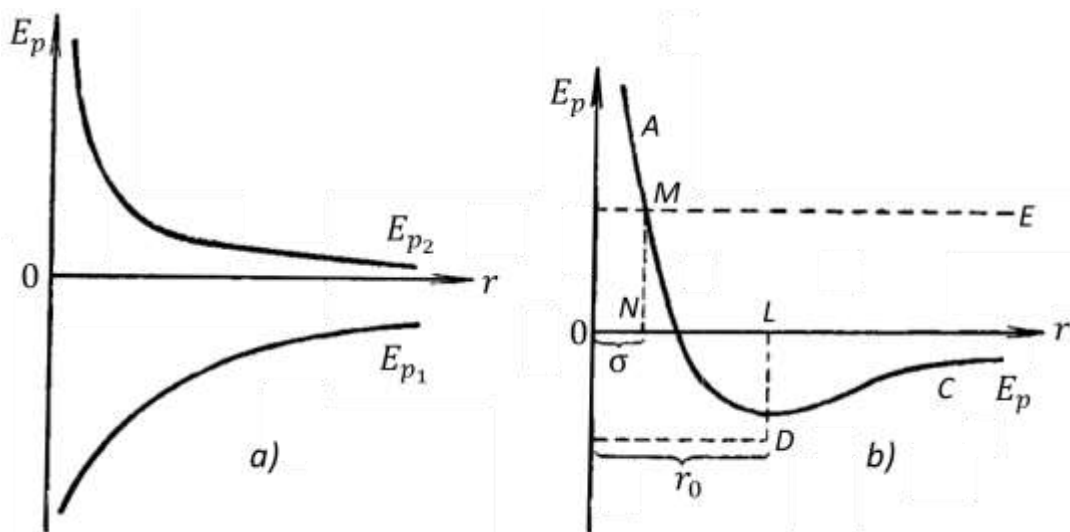
Еки A хәм B молекулаларының арасындағы қашықтықты r арқалы белгилеймиз.

Тартылыс f_1 күшін терис, ал ийтерилис f_2 күшін оң белгиге ийе болатуғын еки күшти де молекулалар арасындағы r қашықтығының k_1 хәм k_2 дәрежелерине кері пропорционал деп есаплауға болады:

$$f_1 = -\frac{C_1}{r^{k_1}}; f_2 = \frac{C_2}{r^{k_2}}.$$

Бул аңлатпаларда C_1 хәм C_2 лер арқалы тұрақты санлар белгиленген.

Егер $k_2 > k_1$ теңсізлігі орынланатуғын болса, онда f_2 күши қашықтыққа байланысly f_1 күшинен тезирек кемейеди. Бундай жағдайда үлкен қашықтықлардағы қосынды $f = f_1 + f_2$ күши тартысыу күши, ал киши қашықтықларда ийтерисий күши болып табылады.



154-сүрөт. а) молекулалар арасындағы тартысыуға хәм ийтерисийге сәйкес келетуғын E_{p_1} хәм E_{p_2} потенциал энергияларының олар арасындағы қашықтық r ге байланысly өзгерийи, б) қосынды потенциаллық энергияның молекулалар арасындағы қашықтық r ге байланысly өзгерийи.

f_1 хәм f_2 күшлерине

$$E_{p_1} = -\frac{C'}{r^{k_1}}, E_{p_2} = \frac{C''}{r^{k_2}}$$

потенциаллық энергиялар сәйкес келеди. Бул аңлатпалардағы C' хәм C'' жаңа тұрақтылар болып табылады, ал дәреже көрсеткішлери $k_1 = k_1 - 1$ хәм $k_2 = k_2 - 1$. Тартысыу f_1 күшине терис потенциаллық энергия (33-параграф пенен салыстырыңыз), ал f_2 ийтерилис күшине оң потенциаллық энергия сәйкес келеди. E_{p_1} хәм E_{p_2} шамаларының қашықтық r ден ғәрезлігін графикалық ұсылдың жәрдемінде көрсетеміз. (154-а сүрөт) $k_2 > k_1$ болған жағдайда ийтерилис күшине сәйкес келетуғын E_{p_2} потенциаллық энергия киши r лерде тик көтеріледі, ал тартылыс күшине сәйкес келетуғын E_{p_1} потенциаллық энергия r диң киши мәнісінде тик түрде төменге түседі. Ал еки молекуланың толық өз-ара потенциаллық энергиясын беретуғын қосынды $E_p = E_{p_1} + E_{p_2} = -\frac{C'}{r^{k_1}} + \frac{C''}{r^{k_2}}$ энергия болса 154-б сүрөтте тұтас ийемкликтің жәрдемінде көрсетілген. Ийемкликтің төменге түспейтуғын CD шақасы молекулалар арасындағы өз-ара тәсир етисийге сәйкес келетуғын қосынды $f = f_1 + f_2$ күшинің үлкен r қашықтықларда тартысыу күши болып табылатуғынлығына сәйкес келеди. Жоқары көтерілетуғын DA ийемклигі болса киши r лердегі f күшинің ийтерилис күши болатуғынлығын аңғартады. Молекулалардың арасындағы қашықтық $r_0 = OL$ болған жағдайда тартылыс f_1 хәм ийтерилис f_2

күшлеринің сан мәнислери бир бирине тең. Бул ноқатта қосынды f күши нолге тең. L ноқатына D потенциал шұқырдың ең терең орны сәйкес келеди хәм бул орын тең салмақлық орны болып табылады. Бирақ, молекулалардың толық энергиясы E ниң шамасы D потенциаллық шұқырдың "тереңлигинен" киши болған жағдайда ғана r_0 қашықтығы A хәм B молекулаларының хақыйқый тең салмақлық жайласыуын береді. Шұқырдың шеклерінде потенциаллық энергия E_p ның мәнисі теріс болғанлықтан, дәслеп бир биринен үлкен қашықтықта жайласқан хәм кейин бир бирине жақынласқан молекулалар барлық ұақытта потенциал шұқырдың "тереңлигинен" үлкен энергияның запасына ийе болады. Сонлықтан, олар Ван-деп-Ваальс күшлеринің тәсирінде бир бири менен биригип көбирек құрамалырақ болған молекуланы пайда ете алмайды. Молекулалардың құрамалырақ болған бир молекулаға биригиуі тек үш молекула болған жағдайда хәм сол үшінши молекула артықмаш энергияны алып кететуғын жағдайда ғана мүмкін. Бирақ ұсындай жағдайларда да бир еркинлик дәрежесине сәйкес келетуғын орташа $\frac{1}{2}kT$ энергиясы жүдә төмен болмаған T температураларда шұқырдағы потенциал энергия E_{p_0} диң мәнисинен үлкен болатуғын жағдайларда пайда болған құрамалы молекуладағы молекулалар Ван-дер-Ваальс күшлеринің тәсирінде ұсласып тура алмайды хәм қайтадан тарқалады.

E_k арқалы кинетикалық энергияны белгилеймиз. Мейли толық энергия $E = E_k + E_p$ 154-б сүүреттеги пунктир түүрының жәрдемінде сүүретленетуғын болсын. A молекуласын қозғалмайды деп есаплаймыз, ал B молекуласының қозғалысын A молекуласына салыстырып қараймыз. Бундай жағдайда (33-параграфтағы таллау менен салыстырыңыз) B молекуласы тартылыс күшлеринің тәсирінде үлкен болған r қашықтықтан r_0 қашықтыққа шекем A молекулаға қарай кем-кемнен үлкейетуғын тезлик пенен қозғалады. Молекулалардың арасындағы тең салмақлық қашықтығы r_0 ге сәйкес келетуғын L ноқатына молекула $E_k = E - E_p$ кинетикалық энергияға ийе болған халда жетип келеди; кинетикалық энергияның ұсындай запасына ийе болған молекула тең салмақлық орны болған L арқалы өтеди хәм кинетикалық энергиясы толығы менен NM иймеклиги менен сүүретленген потенциаллық энергияға айланып болғанша ийтерисиу күшине қарсы бағытта A молекуласына жақынласады. $r = \sigma$ болған жағдайда ($\sigma = ON$ арқалы M ноқатының абсциссасы белгиленген) өзинің барлық кинетикалық энергиясын жоғалтып B молекуласы ийтерилис күшлеринің тәсирінде A молекуласынан қашықласа баслайды хәм қозғалыстың талланған барлық этаптарын кери бағытта өтеди. $ON = \sigma$ қашықтығы соқлығысыу ұақытында молекулалардың орайларының қанша аралыққа жақын келетуғынлығын анықлайды. $\sigma = ON$ кесиндиси молекулалардың эффективлик диаметрин ("радиуслардың" қосындысын) көрсетеди. Көринип тұрғанындай, σ ның мәнисі толық энергия E ден ғәрезли, яғный B молекуласы A молекуласынан алыс r қашықтықта тұрғанда ұсы A молекуласына қарай қозғалатуғын тезликтен ғәрезли. E қаншама үлкен болса, онда ұсы E толық энергияны сәўлелендиретуғын түүры потенциал энергия E_p ны қаншама бийикте кесип өлетуғын болса, онда σ ның мәнисі соншама киши болады. Солай етип, молекулалардың эффективлик диаметри σ турақлы шама болып табылмайды; оның мәнисі соқлығысатуғын молекулалардың тезлигинен ғәрезли. Бирақ, егер M ноқатына жақын орынларда потенциаллық энергия жүдә тик көтерилетуғын болса, онда E энергиясы өзгергенде $ON = \sigma$ кесиндиси жүдә аз шамаға өзгереді. Басқа сөз бенен айтқанда, бул жағдайда σ эффективлик диаметринің соқлығысыушы молекулалардың тезлигинен ғәрезлиги үлкен емес.

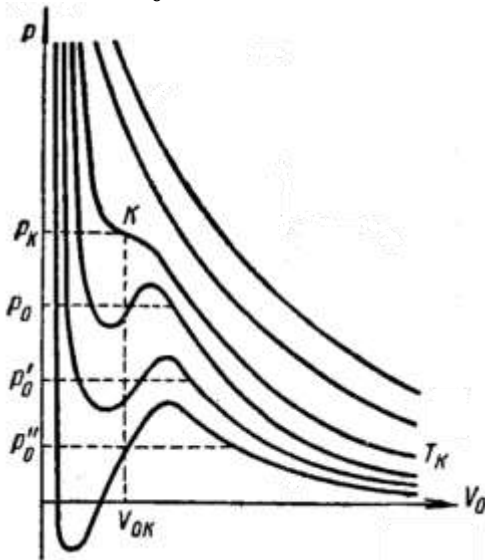
Күшлердің жоқарыда талланған өзгешеликлери молекулалардың бир бири менен соқлығысыуы процессинің серпимли шарлардың соқлығысыуына ұлыуа ұқсас емес екенлигин көрсетеди. Молекулалардың "соқлығысыуы" қашықтық r диң киширейиуі

менен тез үлкейетуғын ийтерисиү күшлериниң бар екенлиги менен байланысly.

§ 62. Ван-дер-Ваальс изотермалары. Заттың критикалық қалы. Ван-дер-Ваальс теңлемеси V_0 ге қарата үшінши дәрежели алгебралық теңлеме болып табылады:

$$\left(p + \frac{a}{V_0^3}\right)(V_0 - b) = RT \quad (1)$$

Сонлықтан бул теңлеме p менен T ның мәнислерине ғәрезли болған V_0 шамасының бир ямаса үш мәнисин береди³⁸. p ның V_0 ден графикалық ғәрезлигин дүзип, T ның ҳәр қыйлы мәнислери ушын бир қатар изотермаларды аламыз (155-сүўрет). 155-сүўретте келтирилген иймекликлердиң (изотремалардың) ҳәр бири температура T ның бир мәнисине сәйкес келеди: температура T жоқары болса, онда алынған изотерма 155-сүўретте көрсетилген изотермалардың оң тәрепинде ҳәм олардан жоқары жайласады. Сүўреттен тек жоқары T температураларда изотерма V_0 шамасының киширейиуи менен Бойль-Мариотт назымына сәйкес келетуғын изотерманы еске түсиретуғындай болып монотонлы түрде өсетуғынлығы көринип түр. Бундай изотермада p басымның ҳәр бир мәнисине моллик көлем V_0 диң бир мәниси сәйкес келеди. Бундай жағдай газ Менделеев-Клапейрон формуласына бағынатуғын жағдайда жүзеге келеди. Төменирек температураларда болса изотермалар басымлар менен көлемлердиң белгили областларында ойықларды береди. Бундай областта p басымның ҳәр бир мәнисине моллик көлем V_0 диң үш мәниси сәйкес келеди.



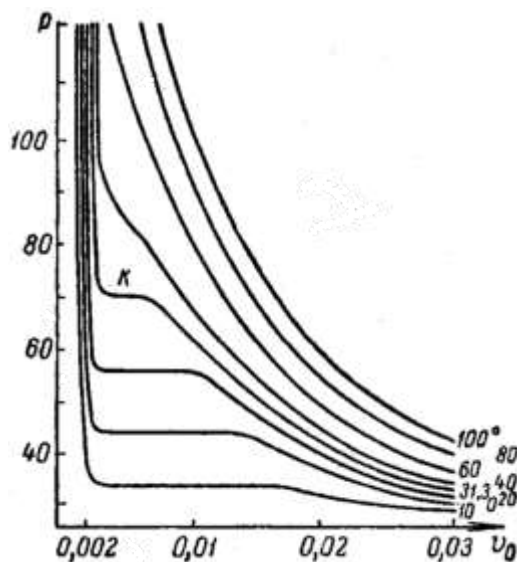
155-сүўрет.
Ван-дер-Ваальс изотермалары.

Биринши рет қарағанда бир түрли болып көринетуғын ғәрезликтиң мәнисин түсиниү ушын тәжирийбениң нәтийжелерине итибар бериү керек. 156-сүўретте углекислота (CO_2) ушын экспериментлерде алынған изотермалар берилген. Жоқары T температураларда углекислотаның изотермалары идеал газдиң изотермаларын еске түсиреди. Ал бираз төменги температураларда алынатуғын изотермалар пүткиллей басқаша. Әдеўир төменирек болған температура ушын алынған схема түриндеги изотерма 157-сүўретте көрсетилген.

Айқынлық ушын углекислота ушын моллик көлем болған V_0 шамасының p дан ғәрезлиги үйренилген тәжирийбениң схемасын белгилеймиз. Бул тәжирийбениң схемасы

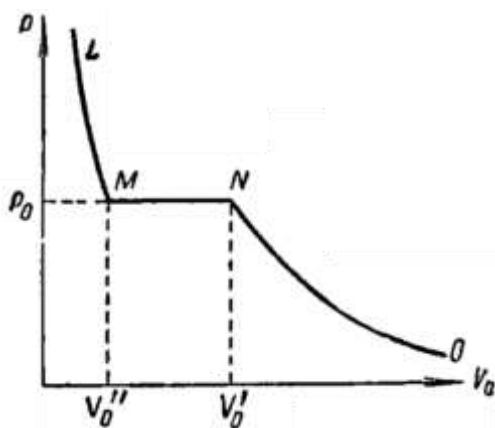
³⁸ Коэффициентлери ҳақыйқый болған ҳәм еркин ағзаға ийе болған үшінши тәртипли барлық ўақытта үш шешимге ийе болады. Бирақ, олардың екеуи комплексли болыуы мүмкин. V_0 шамасы ҳақыйқый шама болғанлықтан оның ушын биз бир ямаса ҳәр қыйлы болған үш шешимге ийе боламыз.

(158-сүрет) төмендегідей: қалың дийұалға ийе болған A цилиндринде B поршенинің астында углекислотаның бир моли жайластырылған. Оның T температурасы тәжирийбени өткеріўдің барысында тұрақлы етип ұслап тұрылады. Поршеннің ийелеген хәр қыйлы орынларына сәйкес келетуғын углекислотаның V_0 көлемин өлшеўге болады. Көлемнің хәр қыйлы мәнислерине сәйкес келетуғын басымларды C манометриниң жәрдемінде өлшейди.

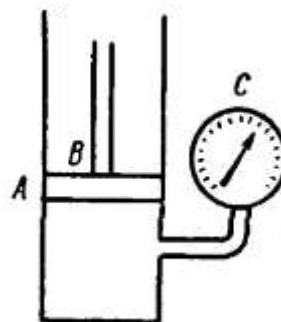


156-сүрет.
Углекислотаның (CO_2) эксперименталлық изотермалары.

Үлкен V_0 көлемінде B поршеннің төменге қарай түсиўи менен углекислотаның басымы монотонлы түрде өседи; процесстиң ұсы бөлими ұшын 157-сүреттеги изотерманың ON шақасы сәйкес келеди.



157-сүрет. Эксперименталлық изотерма.



158-сүрет. Изотермаларды анықлаў бойынша тәжирийбениң схемасы.

Бул жерде углекислотаның қәсийетлери идеал газдың қәсийетлерине ұсайды. Бирақ, соның менен бирге Бойль-Мариотт нызамы талап ететуғын қысылыўшылықтан үлкен қысылыўшылық орын алады. V_0' көлемине сәйкес келетуғын p ның базы бир p_0 мәнисине жеткенде (изотерманың N ноқаты) углекислотаның қәсийети кескин түрде өзгереди: поршенди түсириўдің даўамында p_0 басымының шамасы тұрақлы болып қалады, углекислотаның суйықлыққа айланыў процесси басланады. Поршень төменге түскен сайын газдың үлкен муғдары суйықлыққа айланады (бул шараятлардағы пұўды *тойынған пұў* деп атайды). p_0 басымы хәм V_0'' көлеми менен тәрийипленетуғын M ноқаты поршеннің астындағы углекислотаның барлық муғдарының суйық халына өтиўине сәйкес келеди.

Бундай жағдайда поршеннің астында тек сұйықтық қалады; поршеннің буннан кейінгі жылжыуы жүде үлкен күшти талап етеди, себеби сұйықтықтың қысылушылығы жүде киши. Изотерманың ML шақасы углекислотаның сұйық халына сәйкес келеди.

Сұйықтыққа айланыу жүзеге келетуғын p_0 басымы берілген T температурадағы тойынған пұллардың серпимлиги деп аталады. Тойынған пұллардың серпимлиги болған p_0 басымына тең болған p басымларда берілген зат V'_0 пенен V''_0 шамаларының арасындағы қалеген моллик көлемлерге ийе болады. Бұл областта зат бир ұақытта еки агрегат халда (еки фазада деп те айтады) – сұйық хәм газ тәризли халларда тұра алады. Көлемнің мәниси V''_0 тың мәнисине қаншама жақын болса заттың соншама үлкен бөлими сұйық халда болып, оның киши бөлими ғана газге (пұўға) сәйкес келеди.

Қысуудың нәтийжесинде газ халынан сұйық халға өткерийге болатуғын температуралар областында затлардың барлығы ушын тап ұсындай изотермалар алынады.

Эксперименталлық изотермалар менен Ван-дер-Ваальстиң теориялық изотермаларын салыстырыу сол Ван-дер-Ваальс изотермаларының өркеш тәризли областының заттың зат тәризли халдан сұйық халға хәм керип бағытта сұйық халдан газ тәризли халға өтийине сәйкес келеди. Бирақ, бундай жағдайда заттың газ тәризли халдан сұйық халға хәм кери өтийи өркеш түриндеги участкалар бар иймеклик бойынша емес, ал тұрақлы p_0 басымына сәйкес келетуғын түүры сызық бойынша болады (157-сүүреттеги MN түүрысы).

Солай етип, Ван-дер-Ваальс изотермалары тек ғана идеал газдің изотермаларына салыстырғанда газдің қәсийетлерин берип ғана қоймайды, ал өзиниң ишине газдің сұйықтыққа айланыу процессин де алады хәм соның менен бирге сұйықтықтың киши қысылушылығында жүзеге келетуғын қәсийетлерин де өз ишине алады екен.

Температураның жоқарылауы менен Ван-дер-Ваальс изотермаларындағы өркеш бар областтың ұзынлығы киширейеди, яғный V'_0 пенен V''_0 шамаларының арасындағы қашықтық киширейеди. Бұл жерде көлемнің V'_0 мәниси p_0 басымда заттың толығы менен газ тәризли халына (пұў түриндеги), ал көлемнің V''_0 мәниси p_0 басымда заттың толығы менен сұйықтыққа өткерилген халына сәйкес келеди. 159-сүүретте хәр қыйлы температуралар ушын тәжирийбелерде алынған изотермалар көрсетилген. Штрихланбаған область заттың газ тәризли халына тийисли; ал пунктир менен белгиленген область заттың еки фазадағы: газ тәризли хәм сұйық халына сәйкес келеди; штрахланған область сұйық хал областы болып табылады.

Ван-дер-Ваальс изотермаларының ишинде өркеши бар изотермаларды өркеши жоқ изотермалар менен айырып тұратуғын изотерма бар. Бұл изотерманы критикалық изотерма, ал оған сәйкес келетуғын температураны критикалық температура T_k деп атайды (155- хәм 159-сүүретлерге қараңыз). Критикалық изотерма өркештиң орнына K ийилиу ноқатына ғана ийе. Бұл ноқатта оған түсирилген урынба абсцисса көшерине параллель. K ноқаты критикалық ноқат деп аталады, ал оған сәйкес келетуғын көлем T_k менен басым p_k критикалық көлем хәм критикалық басым деп аталады.

Хәр бир берілген зат ушын оның критикалық температурасы, критикалық моллик көлеми хәм критикалық басымы белгили бир мәнислерге ийе болады.

Критикалық температура хаққындағы түсиник биринши рет Д. И. Менделеев тәрепинен 1861-жылы киргизилди. Өзиниң изертлеулеринде Менделеев критикалық температураны сұйықтықтың абсолют қайнауының температурасы деп атады хәм бұл температураны сұйықтықтың молекулаларының арасындағы байланыс күшлериниң жоғалатуғын хәм сұйықтықтың басымнан хәм салыстырмалы көлемнен ғәрезсиз пұўға айланыу температурасы деп қарады.

Критикалық температура хаққындағы бұл түсиник хәзирги ұақытлардағы сұйық халдан газ тәризли халға өтийи хаққындағы көз-қарасларға толық сәйкес келеди.

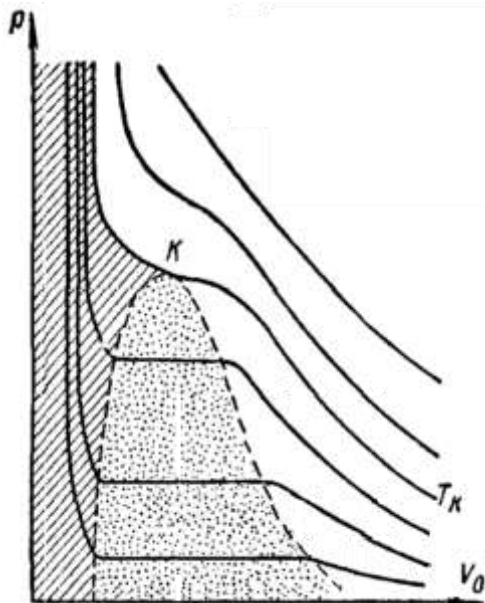
Хақыйқатында да, газ тәризли хәм сұйық халлар бир биринен айрылған хәм

сұйықтыққа айланыу обласы көрсетілген 159-сұйреттен төмендегилерді аңғару мүмкін:

1) критикалық T_k температурадан жоғары температураларда зат тек газ тәрізлі халда тұра алады. T температурасы критикалық T_k температурадан жоғары болған газларды қысыу жолы менен сұйық халға өткеру мүмкін емес. Критикалық температурадан төменгі температураларда зат басымның шамасына байланысты газ тәрізлі немесе сұйық халда немесе бір уақытта екі фазада: сұйық және тойынған пұй халында тұра алады³⁹;

2) тойынған пұйдың басымы p_0 ұсы зат үшін критикалық басым p_k дан үлкен мәніне ие бола алмайды;

3) заттың сұйық халдағы көлемі ұсы заттың критикалық көлемінен үлкен бола алмайды.



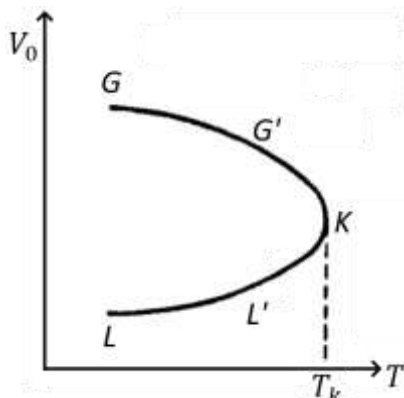
159-сұйрет.
Эксперименталлық изотермалардың барысы.

Көп санлы сұйықтықтардың және олардың араласпаларының критикалық температуралары М. П. Авенариус және оның оқытушылары А. И. Надеждин, В. И. Зайончевский х.б. тәрепіннен изертленді. Мысалы, А. И. Надеждин 1885-жылы бірінші болып сұйықтың критикалық температурасын анықтады (374°C). Белгилі рус физигі А. Г. Столетов те заттардың критикалық халы менен шұғылланды. Ол бар болған эксперименталдық материалды таллады және оны теориялық мағлұматтар менен толық салыстырды.

Абсцисса көшеріне температураны, ал ордината көшеріне тең салмақтықта тұрған сұйықтық пенен тойынған пұйдың салыстырмалы көлемдерін (яғни масса бірлігіне сәйкес келетұғын көлемді) қойып график құрайық (160-сұйрет). Сұйықтықты қыздырғанда кеңейетұғын болғанлықтан, сұйықтықтың салыстырмалы көлемінің температурадан ғәрезлігін сәулелендіретұғын LL' иймеклігі көтеріледі. Температураның жоғарылауы менен сұйықтықтың көлемі тезірек үлкейеді, оның кеңейу коэффициенті тұрақты емес, бірақ температура менен үлкейеді. Сонлықтан LL' иймеклігі жоғарыға қарай майысқан. Тойынған пұйдың салыстырмалы көлемінің температурадан ғәрезлігі GG' иймеклігі менен сұйретленеді. Температураның жоғарылауы менен сұйықтықтың бір бөлімі пұйланады және оның үстіндегі пұйдың тығызлығы үлкейеді. Бірақ, пұйлардың тығызлығының үлкейуі олардың салыстырмалы көлемінің кемейетұғынлығын

³⁹ Кейинірек биз бір уақытта газ тәрізлі, сұйық және қатты фазалардың бола алатұғынлығын көреміз.

аңғартады, сонлықтан GG' иймеклиги төменге қарай майысқан. Базы бир K ноқатында еки иймеклик қосылады. Бул ноқат сұйықтың максималлық салыстырмалы көлемине сәйкес келетуғын болғанлықтан, соған сәйкес ол критикалық ноқат, ал оған сәйкес келетуғын температура T_k критикалық температура болып табылады. Буннан биз критикалық ноқатта сұйықтың пенен газдың салыстырмалы көлемлеринің бирдей болатуғынлығын көремиз. *Критикалық ноқатта сұйықтың пенен пұдың арасындағы барлық айырмалар жоғалады.* Критикалық ноқатта газ тәризли халдан сұйық халға өтиў үзликсиз түрде жүзеге келеди. Критикалық температурада сұйықтықтағы пұдың пайда болыў жыллылығы нолге тең. Сұйықтың бет керими коэффициенти де критикалық температурада нолге тең болады.



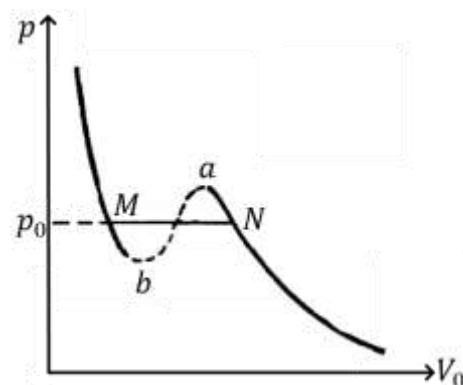
160-сүрөт.

LL' - сұйықтың салыстырмалы көлеминің температурадан ғәрезлигинің иймеклиги, GG' - тойынған пұлардың салыстырмалы көлеминің температурадан ғәрезлигинің иймеклиги. Еки иймеклик критикалық ноқатта қосылады.

Критикалық ноқаттың қасында газдың барлық көлеминде қойыўласыўдың жергиликли орайлары пайда болады хәм қайтадан тарқалады; усының салдарынан зат критикалық ноқаттың қасында булдырайды (гүңгирт түрге ийе болады). Оны *опалесценция* деп атайды.

161-сүрөт.

Эксперименталлық хәм теориялық изотермаларды салыстырыў.



Эксперименталлық изотермалар менен Ван-дер-Ваальстиң теориялық изотермаларының арасындағы айырманы толығырақ қараймыз. Және бир рет берилген эксперименталлық изотермада 161-сүрөтте келтирилген өркеш областы MN тўрысы менен алмастырылған. Бирақ, өркеш областына киретуғын бир қатар ноқатлар белгили болған шараятларда экспериментлерде жүзеге келеди екен. Мысалы, шаңлардан хәм электр зарядларынан тазартылған кеңисликте берилген температурадағы p басымы усы температурадағы тойынған пұлардың басымы p_k дан үлкен болған пұларды алыўға болады екен. Бундай пұларды *аса тойынған* пұлар деп атайды. Бундай аса тойынған пұлардың халы өркеш областына киретуғын изотерманың Na бөлими менен сүүретленеди. Тәбийий шараятларда атмосфераның жоқарғы қатламларында аса тойынған пұлардың үлкен массалары пайда болады. Усындай аса тойынған пұлар жайласқан кеңисликте айырым шаң бөлекшелеринің, тамшылардың ямаса зарядланған

бөлекшелердің пайда болуы олардың конденсациясына, яғни думанның пайда болуына алып келеді.

Пуї тәрізлі халға тұратуғын шараятта сұйық халдағы затты ұсы температурадағы тойынған пуїлардың серпимлигинен киши болған басымның астында алыұға болады; бул халға изотерманың Mb бөлими сәйкес келеді. Ван-дер-Ваальс изотермаларының ишинде айырым бөлими абсцисса көшеринің астына, яғни терис басымлар областында болатуғын изотермалар да болады (155-сұүрет). Бул халлар керилген сұйықтықтың халына сәйкес келеді хәм бул халды экспериментте жүзеге келтириұға болады. Мысалы, сұйық сынапты барометрлик найдың ишинде 760 мм болған бийикликтен де жоқары бийикликте, яғни сыныптың басымы атмосфералық басым менен теңлесетуғын бийикликте тұрыұға мәжбүрлеұға болады. Бундай сынап бағана өзинің меншикли салмағы менен созылған. Бирақ ұсындай жағдайға қарамастан ол үзилмейді.

Бул тәжірийбе ҳақыйқый сұйықтықларда ишки илинисий күшлеринің бар екенлигин көрсетеди.

Изотермалардың төменге түсетуғын ab участкаларын жүзеге келтириұ пүткиллей мүмкин емес (161-сұүрет); бул участканы затлардың пүткиллей орнықты емес халына сәйкес келеді деп есаплаұ керек.

§ 63. Критикалық шамаларды анықлаұ. Келтирилген шамалардағы теңлеме. 60-параграфтағы (5)-Ван-дер-Ваальс теңлемесин қараұ критикалық температура, моллик көлем хәм басым T_k , V_k хәм p_k шамалары менен a шамаларының арасындағы байланысты табыұға мүмкиншилик береді.

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT \quad (1)$$

Ван-дер-Ваальс теңлемесинің оң хәм шеп тәреплерин $\frac{V_0^2}{p}$ шамасына көбейтип, буннан кейин қаўсырмаларды ашып хәм V_0 шамасының бирдей дәрежелери бар ағзаларды жыйнап

$$V_0^3 - \left(\frac{RT}{p} + b\right)V_0^2 + \frac{a}{p}V_0 - \frac{ab}{p} = 0 \quad (2)$$

теңлемесине ийе боламыз. Буннан Ван-дер-Ваальс теңлемесинің V_0 шамасына қарата үшінши дәрежели теңлеме екенлиги тиккелей көринип тұр⁴⁰.

Критикалық $T = T_k$ температурасы ұшын Ван-дер-Ваальс теңлемеси

$$V_0^3 - \left(\frac{RT_k}{p_k} + b\right)V_0^2 + \frac{a}{p_k}V_0 - \frac{ab}{p_k} = 0. \quad (4)$$

түринде жазылады хәм K ноқатында ийиледи (152-сұүрет). Сонлықтан теңлеме бул ноқатта бирдей болған V_{0k} үш түбирге ийе хәм сонлықтан оны

$$(V_0 - V_{0k})^3 = 0$$

түринде жазыұға болады. Егер оны дәрежеге көтерсек

$$V_0^3 - 3V_{0k}V_0^2 + 3V_{0k}^2V_0 - V_{0k}^3 = 0 \quad (5)$$

теңлемесине ийе боламыз.

⁴⁰ Алгебрада ҳақыйқый c_1 , c_2 хәм c_3 еркин ағзасы бар

$$x^3 + c_1x^2 + c_2x + c_3 = 0 \quad (3)$$

үшінши тәртипли теңлемениң x_1 , x_2 , x_3 үш түбиринің бар екенлиги, олардың үшеўинің де ҳақыйқый ямаса биреўинің ҳақыйқый, ал қалған екеўинің комплексли болатуғынлығы дәлилленеди. (3)-теңлемениң түбирлери x_1 , x_2 , x_3 ларды пайдаланып, оны

$$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = 0 \quad (3a)$$

түринде жазыұға болады. (3)-аңлатпа да, (3a) аңлатпа да бир бирине теппе-тең сәйкес келеді. Дара жағдайда түбирлердің үшеўи де бир бирине тең болуы мүмкин: $x_1 = x_2 = x_3 = x_k$. Бундай жағдайда (3a) теңлемеси мынадай түрге енеді:

$$(x - x_k)^3 = 0.$$

(5)- хәм (4)-теңлемелер бир бири менен бирде болыўы керек. Сонлықтан V_0 шамасының бирдей дәрежелеринин алдында тұрған коэффициентлердин бирдей болыўы шәрт. Буннан мынадай теңликлерге ийе боламыз:

$$\frac{RT_k}{p_k} + b = 3V_{0k}, \frac{a}{p_k} = 3V_{0k}^2, \frac{ab}{p_k} = V_{0k}^3.$$

Бул теңлемелерди T_k, V_{0k} хәм p_k белгисизлерине қарата шешсек, онда

$$T_k = \frac{8a}{27bR}, V_{0k} = 3b, p_k = a/27b^2 \quad (6)$$

шамаларына ийе боламыз.

Солай етип, критикалық T_k, V_{0k} хәм p_k шамалары a хәм b Ван-дер-Ваальс дүзетиўлери арқалы тиккелей анықланады екен.

(6)-теңликти пайдаланып, Ван-дер-Ваальс теңлемесин түрлендириўге болады. Қараў ушын *келтирилген басым, көлем хәм температура* π, ω хәм τ шамаларын киргиземиз. Бул шамалар ҳақында гәп еткенде биз заттың басымының, моллик көлеминиң хәм температурасының сәйкес критикалық шамаларға қатнасын түсинемиз:

$$\pi = \frac{p}{p_k}, \omega = \frac{V_0}{V_{0k}}, \tau = \frac{T}{T_k}. \quad (7)$$

Бундай жағдайда (6)-теңликлерден пайдаланып

$$p = \frac{a}{27b^2} \pi, V_0 = 3b\omega, T = \frac{8a}{27bR} \tau$$

теңликлерин келтирип шығарамыз.

p, V_0 хәм T шамаларының ұсы мәнислерин (1)-Ван-дер-Ваальс теңлемесине қойсақ хәм сәйкес алгебралық түрлендириўлерден кейин

$$\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega - 1) = 8\tau \quad (8)$$

теңлемесине ийе боламыз.

(8)-теңлеме заттың бир моли ушын жазылған Ван-дер-Ваальс теңлемесин алмастырады оны *келтирилген шамалардағы теңлеме* деп атайды.

(8)-теңлеме келтирилген басым, көлем хәм температура π, ω хәм τ шамаларынан басқа тек санларға ийе. Бул жағдай берилген газ ушын тән болған константалардың теңлемеден шығып қалыўындай болып көринеди. Бирақ, теңлемеге итибар берип қарайтуғын болсақ, онда (8)-теңлемеден келтирилген басым, көлем хәм температура, яғный басымның, көлемниң хәм температураның газдиң сәйкес критикалық шамаларына қатнасы түр.

Келтирилген шамаларда жазылған (8)-теңлемени пайдаланып идеал газдиң ҳал теңлемесиниң ҳақықатлыққа жақсы жақынласыўы болып табылатуғын критерийди дәл көрсетиўге болады. Газдиң моллик көлеми V_0 оның критикалық көлеми V_{0k} шамасынан үлкен деп болжаймыз. Бундай жағдайда анықлама бойынша келтирилген көлем ω 1 ге салыстырғанда үлкен болады хәм (8)-формуланы жуўық түрде былайынша жазыўға болады:

$$\pi\omega = \frac{8}{3}\tau.$$

Бул теңликтеги π, ω хәм τ шамаларының орнына (7) бойынша олардың мәнислерин қойсақ

$$pV_0 = \frac{8}{3} \frac{p_k V_{0k}}{T_k} T \quad (9)$$

теңлемесине ийе боламыз. Бирақ (6)-қатнасты пайдалансақ

$$\frac{8}{3} \frac{p_k V_{0k}}{T_k} = R$$

екенлигин аңсат аңғарыўға болады. Бул теңликтеги R газ тұрақлысы болып табылады. Буннан (9)-аңлатпа мынадай түрге ийе болады:

$$pV_0 = RT.$$

Бул формула заттың бир моли ушын жазылған Менделеев Клапейрон формуласы болып табылады. Солай етип, газдиң көлеми оның критикалық көлеминен үлкен болған жағдайларда Ван-дер-Ваальс теңлемесиниң Менделеев-Клапейрон теңлемесине өтеди екен.

Келтирилген шамаларда жазылған теңлемеден *сәйкес ҳаллар ҳақындағы теорема* деп аталатуғын теорема келип шығады. Оның мәниси мыналардан ибарат: ҳәр қыйлы болған еки газ

алынған. олардың қаллары p, V_0, T шамаларының екеуінің сәйкес p_k, V_{0k}, T_k шамаларға қатнастары тең болса, онда үшіншісін сәйкес критикалық шамаға қатнасы да тең болады. Мысалы, егер екі газ үшін $\frac{p_1}{p_{k1}} = \frac{p_2}{p_{k2}}$ және $\frac{T_1}{T_{k1}} = \frac{T_2}{T_{k2}}$ қатнастары орынлы болатынын болса, онда $\frac{V_{01}}{V_{0k1}} = \frac{V_{02}}{V_{0k2}}$ қатнасы да орынлы болады. Бұл теорема (8)-теңлемеден тиккелей келип шығады. Себеби, екі газ үшін π және τ шамалары бірдей болса, онда олар үшін ω шамасы да бірдей болады.

Химиялық жақтан ұқсас болған және критикалық температуралары бір биринен үлкен айырмаға ийе болмаған заттар үшін сәйкес қаллар жаққындағы теорема ұсы заттардың қар бири үшін Ван-дер-Ваальс формуласы тәжірибеге алынған мағлыұматтар менен сәйкес келиуінің дәллігіннен жоқары дәллікке ийе болыуы менен артықмашлыққа ийе болады. Бұл сол заттардың Ван-дер-Ваальс формуласына сәйкес келмеуінің бірдей характерге ийе екенлігін көрсетеді.

Қақыйқық заттар тәрепинен Ван-дер-Ваальс формуласына сәйкес келмеушілік әсиресе критикалық нокаттың қасында айрықша сезиледи. (6)-формуладан критикалық p_k, V_{0k}, T_k шамаларының арасында

$$p_k V_{0k} = \frac{3}{8} RT_k \quad (10)$$

ямаса

$$\frac{RT_k}{p_k V_{0k}} = \frac{8}{3} = 2,667 \quad (10a)$$

түріндегі қатнастың бар екенлігі келип шығады.

(10)-қатнас идеал газдың қалының теңлемесінен келип шығатуын $p_k V_{0k} = RT_k$ қатнасын алмастырады. Ван-дер-Ваальс формуласы менен Менделеев-Клапейрон формуласы арасындағы сәйкес келмеушілік 2,7 есеге шекем жетеді. Бирақ Ван-дер-Ваальс формуласы беретұғын мағлыұматтар да тәжірибелерде алынатуғын мағлыұматтар менен дәл сәйкес келмейді. (10a) формула бойынша $8/3$ ке тең болған $K_k = \frac{RT_k}{p_k V_{0k}}$ қатнасы қар қыйлы заттар үшін $8/3$ тен сезилерліктей айырмаға ийе болған қар қыйлы мәніслерге ийе болады. Базы бир газлар үшін K_k шамаларының (оларды *критикалық коэффициентлер* деп атайды) IX кестеде келтирилген.

IX кесте. Базы бир газлар үшін K_k критикалық коэффициентлерінің мәніслери

Газ	He	H ₂	N ₂	Ar	O ₂	CO ₂	H ₂ O
K_k	3,13	3,03	3,42	3,43	3,42	3,486	4,46

Сүү үшін сәйкес келиу айрықша үлкен. Бұл жағдай критикалық нокаттың қасында сүүдің молекуласының құрамалырақ группаларға ассоциациясы менен түсіндириледі.

§ 64. Қақыйқық газдың ишки энергиясы. Джоуль-Томсон эффекти. 48-параграфта көрсетілгендей, идеал газдың ишки энергиясы U оның молекулаларының қозғалысының $E_k = \sum \bar{w}_k$ кинетикалық энергиясынан ибарат болады және газдың берілген мұғдары үшін оның көлемінен де, басымынан да ғарезли емес, тек ғана температурасы T бойынша анықланылады; идеал газдың бир моли үшін $U = E_k = C_V T$ теңдіклері орынлы болады, бұл теңдікте C_V арқалы тұрақлы көлемдегі моллик жыллылық сыйымлығы белгіленген (49-параграфты қараңыз).

Жоқарыда көргениміздей, қақыйқық газде молекулалардың арасындағы өз-ара тәсирлесіу күшлері үлкен орынды ийелейді. Сонлықтан, қақыйқық газдың ишки энергиясы молекулалардың кинетикалық энергиясынан және олардың өз-ара потенциаллық энергиясынан тұрады:

$$U = E_k + E_p. \quad (1)$$

Молекулалардың өз-ара потенциаллық энергиясы олардың арасындағы орташа қашықтықтан ғарезли. Сонлықтан E_p газдың көлемінен ғарезли болыуы керек. Қоршаған орталықтағы денелер менен энергия алмасыуы болмаған жағдайда газдың көлемі өзгергенде энергияның толық запасы U даң өзгермеуі керек және сонлықтан, (1)-аңлатпа

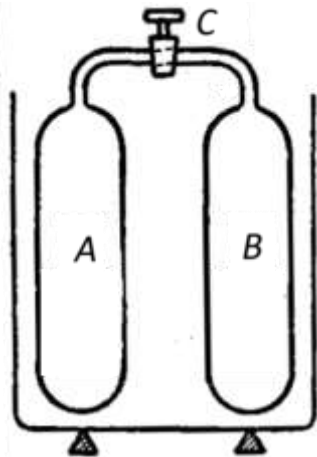
бойынша

$$\Delta E_p = -\Delta E_k \quad (2)$$

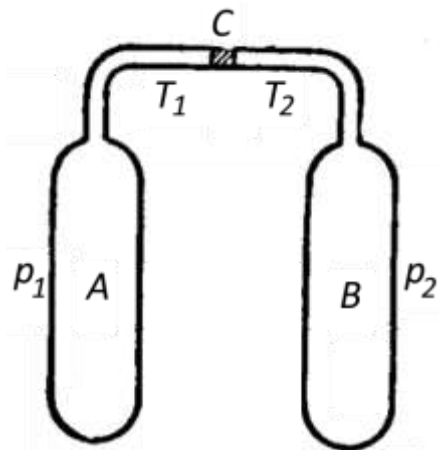
теңлигинің орынланыуы шәрт. Яғнай, ҳақыйқый газдиң көлеми өзгергенде потенциаллық энергияның өзгериуиниң есабынан оның молекулаларының қозғалысының кинетикалық энергиясының да өзгериуі керек. Ҳақыйқый газ үшін да тұрақлы көлемдеги жыллылық сыйымлығы C_V тек оның молекулаларының қозғалысының кинетикалық энергиясы бойынша анықланатуғын болғанлықтан, $E_k = C_V T$ (бир моль үшін) теңлиги өзиниң күшінде қалыуы керек ҳәм (2)-аңлатпадан

$$\Delta E_p = -C_V \cdot \Delta T \quad (3)$$

теңлиги келип шығады. Буннан биз мынадай жуўмаққа келемиз: сыртқы жұмыс исленбегенде ҳәм сырттағы денелер менен жыллылық алмасыуы болмағанда көлем өзгергенде ҳақыйқый газдиң температурасы өзгереді. Усындай қубылысты биринши болып Джоуль табыуға тырысты. Ол C краны менен тұтасқан A ҳәм B ыдысларын ишинде суўы бар калориметрге жайластырды (162-сүүрет). B ыдысынан ҳаўа сорып алынған, ал A ыдысында ҳаўа базы бир p басымында тұрған. C кранын ашқанда ҳаўа A ыдысынан B ыдысына қарай кеңейиу менен сыртқы жұмысты ислемей ағады. Бундай жағдайда калориметрдиң температурасының өзгерисин Джоуль бақламаған. Буннан Джоуль көлем өзгергенде газдиң ишки энергиясы өзгермейди деген жуўмаққа келген.



162-сүүрет. Джоуль тәжірийбеси.



163-сүүрет. Джоуль-Томсон тәжірийбеси.

Кейинирек бул тәжірийбе басқа сезгир вариантта Джоуль Томсон менен бирге қайталаған. A ҳәм B ыдысларының арасындағы тутастырыушы найдың ишине иши геўек пробка жайластырылған (163-сүүрет). Най жыллылықты изоляциялайтуғын зат пенен қоршалған. A ҳәм B ыдысларында газдиң басымлары p_1 менен p_2 тұрақлы етип ұслап тұрылған. Газ басымлардың айырмасының орын алғанлығы себепли пробка тұрған орында ағады. Пробканың еки тәрәпине де сезгир термометрлер орналастырылған. Бундай жағдайда еки термометрдиң көретиуінде азмаз айырма бақланған. Газлердиң көпшилиги үшін газ кеңейетуғын тәрәптеги температура төменлеу болған. Водород үшін температураның өзгериси кері болып шыққан: кеңейгенде водород қызады екен. Газдиң кеңейиуиниң салдарынан температураның өзгериуинен ибарат болған эффектти (жыллылық алмасыуысыз ҳәм сыртқы жұмысты орынламай) *Джоуль-Томсон эффекти* деп атайды. Бул эффект ҳақыйқый газлердиң қасийетлериниң идеал газдиң қасийетлеринен өзгеше екенлигин көрсетеди.

Кеңейгенде газдиң температурасы төменлейтуғын оң, ал кеңейгенде қызатуғын эффектти *терис* Джоуль-Томсон эффекти деп атайды. Кейинирек Джоуль-Томсон эффектиниң белгисиниң анықланыуында Ван-дер-Ваальс теңлемесиндеги a ҳәм b

дүзетиулеринің әҳмийетли орынды ийелейтуғынлығы анықланды.

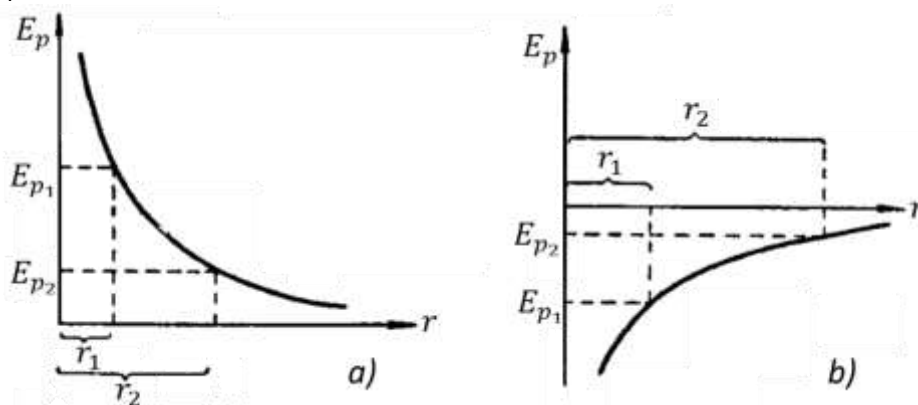
Джоуль-Томсон эффекти менен

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = Rt$$

Ван-дер-Ваальс теңлемесіндегі a хәм b дүзетиулері арасындағы байланысты 61-параграфта келтирилген потенциаллық иймекликлерди қарау жолы менен табыуға болады.

Әпиуайылық ушын еки жағдайды айырып қараймыз: 1) Ван-дер-Ваальс теңлемесіндегі a дүзетиуін есапқа алмауға болатуғын газ; 2) b дүзетиуін есапқа алмауға болатуғын газ.

Биз Ван-дер-Ваальс теңлемесіндегі a дүзетиуінің молекулалар арасындағы тартылыс күшинің бар болыуы менен байланыслы екенлигин көрдик. Сонлықтан, биринши жағдай молекулалар арасындағы тартылыс күшлери оғада киши деп есаплап, тек ийтерилис күшлерин есапқа алыуға сәйкес келеди. Бундай жағдайда молекулалар арасындағы өз-ара тәсирлесіуіге сәйкес келетуғын потенциаллық энергия E_p олар арасындағы қашықтықтың функциясы сыпатында 164-а сүүреттегі иймеклик түрінде сүүретленеди.



164-сүүрет. Молекулалардың өз-ара тәсир етисіуінің потенциаллық энергиясы:
а) ийтерисіу күшлер бар болған жағдайда, б) тартылыс күшлери бар болған жағдайда.

Газдің үлкен p_1 басымына молекулалар арасындағы орташа киши қашықтық r_1 сәйкес келеди; киши p_2 басымына молекулалар арасындағы орташа үлкен қашықтық r_2 сәйкес келеди. 164-а сүүреттен басымның киширейіуі менен ишки потенциаллық энергияның кемейетуғынлығы келип шығады:

$$\Delta E_p = E_{p_2} - E_{p_1} < 0.$$

Бирақ, $\Delta E_p < 0$ болған жағдайда (3)-теңликтен $\Delta T > 0$ теңсізлиги алынады.

Солай етип, биз мынадай жуўмаққа келемиз: Ван-дер-Ваальс теңлемесінде a дүзетиуін есапқа алмауға болатуғын, бирақ b дүзетиуі сезилерликтей орынды ийелейтуғын газ кеңейгенде қызады екен.

Екинши жағдай молекулалардың сондай киши өлшемлерине тийисли болып, оларды ноқатлық деп есаплауға болады. Бул молекулалардың арасындағы қашықтық әдеуір үлкен болғанда сезилерликтей ийтеріу күшлери болмайтуғын жағдайға сәйкес келеди. Тек тартысу күшлерин есапқа алыуға тууры келеди (соқлығысу моментлеринен басқа жағдайларда). Бундай жағдайға 164-б сүүретте көрсетилген потенциаллық энергия E_p ның r ден ғәрезлиги сәйкес келеди.

Енди потенциаллық энергия терис хәм r диң үлкейіуі менен оның сан мәниси киширейеди. Сонлықтан

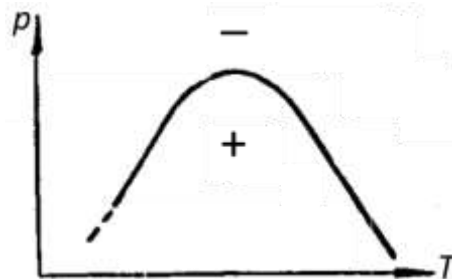
$$\Delta E_p = E_{p_2} - E_{p_1} > 0.$$

Буннан (3)-теңликтің тийкарында мынаны аламыз: Ван-дер-Ваальс теңлемесінде b дүзетиіні есапқа алмауға болатуғын, бірақ a дүзетиіні сезилерліктей орынды ийелейтуғын газ кеңейгенде салқынлайды екен.

Егер молкулаларының меншикли өлшемлери үшін b дүзетиіні баслы орынды ийелейтуғын хақыйқый газ Джоуль-Томсонның терис эффектін, ал молекулалар арасындағы өз-ара тартысуы үшін киргизилетуғын a дүзетиіні сезилерліктей орынды ийелейтуғын жағдайда хақыйқый газ Джоуль-Томсонның оң тәнисли эффектін береди екен.

Берилген бир хақыйқый газ үшін оның температурасы менен басымынан ғәрезли бир жағдайларда a дүзетиіні, басқа жағдайларда b дүзетиіні баслы орынды ийелейди. Сонлықтан бир хақыйқый газ үшін сыртқы шараятларға байланыслы Джоуль-Томсонның оң эффектін де, терис эффектін де орын алыуы мүмкін. Жүдә жоқары температураларда барлық газлер үшін молекулаларының меншикли өлшемлери, яғный b дүзетиіні баслы орынды ийелейди. Сонлықтан бундай жоқары температураларда Джоуль-Томсонның терис эффекти бақланады.

165-сүүрет.
Инверсия иймеклиги.



Басым p менен T температураның базы бир мәнислерінде a хәм b дүзетиілериниң екеуиниң де тутқан орынлары бирдей; бундай жағдайда хақыйқый газ Джоуль-Томсонның ноллик эффектін береди (яғный кеңейгенде ол қызбайды да, салқынламайды да). Джоуль-Томсон эффекти нолге тең болатуғын хал *инверсия ноқаты* деп аталады. Инверсия ноқатларының жыйнағы 165-сүүретте көрсетилген иймекликти пайда етеди. p менен T шамаларына сәйкес келетуғын ноқат үшін оның инверсия иймеклигиниң қайсы тәрепинде жайласқанлығына байланыслы Джоуль-Томсон эффекти анаў ямаса мынаў белгиге ийе болады: егер ол иймекликтен төменде жайласқан болса, онда Джоуль-Томсон эффекти оң, ал иймекликтен жоқарыда жайласқан, онда Джоуль-Томсон эффекти терис.

§ 65. Газлерди сұйылтыу. Ван-дер-Ваальс теңлемесин таллау тек T температурасы T_k критикалық температурасынан төмен болған жағдайларда ғана газди қысуы жолы менен сұйықтыққа айландырыуға болатуғынлығын көрсетти. 156-сүүретте келтирилген углекислотаның изотермалары оның критикалық температурасы 31°C дан жоқары температураларда хәтте жүдә жоқары болған басымларда да газ тәризли болып қалатуғынлығын көрсетеди. Тек 31°C дан төмен болған температураларда изотермалар углекислотаның сұйықтыққа айланыуына сәйкес келетуғын үзиліслерге ийе болады.

Х кестеде бир қатар газлер үшін T_k критикалық температуралар хәм p_k критикалық басымлардың мәнислери келтирилген.

Кестеден азот, кислород (хәм соған сәйкес олардың араласпасы – хаўа), водород, гелий сыяқлы газлердин жүдә төмен болған критикалық температуралға ийе екенлиги көринип тұр.

Х кесте. Критикалық температуралар менен критикалық басымлар

Зат	Критикалық температура T_k , °C ларда.	Критикалық басым p_k , at ларда
Суу, H ₂ O	374	217
Хлор, Cl	144	76
Аммиак, NH ₃	132	112
Углекислота, CO ₂	31	73
Криптон, Kr	-62,5	54
Кислород, O ₂	-118,8	50
Аргон, Ar	-122,4	48
Азот, N ₂	-147	33,5
Неон, Ne	-228	26
Водород, H ₂	-240	12,85
Гелий, He	-267,9	2,2

Пикте газлерди салқынлатыў мәниси мынадай болған қубылысты пайдаланды: сұйықлық интенсивли түрде пұўланғанда ишки энергияның пұўдың пайда болыўы ушын жұмсалыўының себебинен салқынлайды (пұў пайда болыўдың жыллылығы). Ол сұйық күкирти ангидриди интенсивли түрде пұўландырды, нәтийжеде оның температурасы төменлеген. Сұйық күкирт ангидридинің пұўланыўы болып атырған ыдыстың ишинде ийреклетилген най жағастырылған хәм бул най арқалы үлкен басым менен углекислота жиберилген. Нәтийжеде углекислота сұйықлыққа айланған. Буннан кейин сұйық углекислота өзи арқалы най өтип тұрған хәм қысылған кислород пенен толтырылған басқа ыдыста пұўландырылған. Сұйық углекислотаның интенсивли түрде пұўланыўының нәтийжесинде оның температурасы -130°C ға шекем төменлеген, яғный температура кислородтың критикалық температурасынан да төмен түскен. Бундай жағдайда кислород күшли қысыўдың нәтийжесинде сұйық халға өткен болар еди.

1884-жылы Вроблевский менен Ольшевский водородты 190 at басымға шекем қысып хәм усының менен бир ўақытта қайнап тұрған кислород пенен салқынлатып сұйық халға айландырды. XIX әсирдің ақырында Дюар хәм Линде тәрәпинен газлерди салқынлатыў ушын Джоуль-Томсон эффектин пайдаланыў усынылды.

Сұйық ҳаўаны алыў ушын хызмет ететұғын *Линде машинасының* схемасы 166-сүүретте келтирилген. Электромотордың жәрдемінде қозғалысқа келетуғын еки цилиндрли С компрессоры ҳаўаны шама менен 100 at басымға шекем қысады. Қысылған ҳаўа G ийрек найға келип түседи. Бул ийрек най бириниң ишине екиншиси салынған бир неше найдан турады. Компрессордың тәсиринде қысылған ҳаўа ең ишки най арқалы өтеди, а вентилине келип жетеди хәм бирден кеңейтиледи. Усының салдарынан температура төменлейди (бундай шараятларда ҳаўа оң Джоуль-Томсон эффектине ийе). Салқын ҳаўаның алынған порциясы ийреклетилген найлардың сыртқы найы арқалы көтериледи хәм компрессордан ишки най бойынша қарама-қарсы бағытта келетуғын ҳаўаны салқынлатады. Қысылған ҳаўаның бул екинши порциясы а вентилине жетиўден бұрын-ақ салқынлайды. а вентили арқалы өткенде Джоуль-Томсон эффектине байланыслы ҳаўа және де салқынлайды.

Жеткиликли дәрежеде көп рет қайталанатуғын бул процесс ҳаўаны критикалық температурасынан төменги температураларға шекем салқынлатыўға хәм оның сұйық халға айланыўына алып келеди.

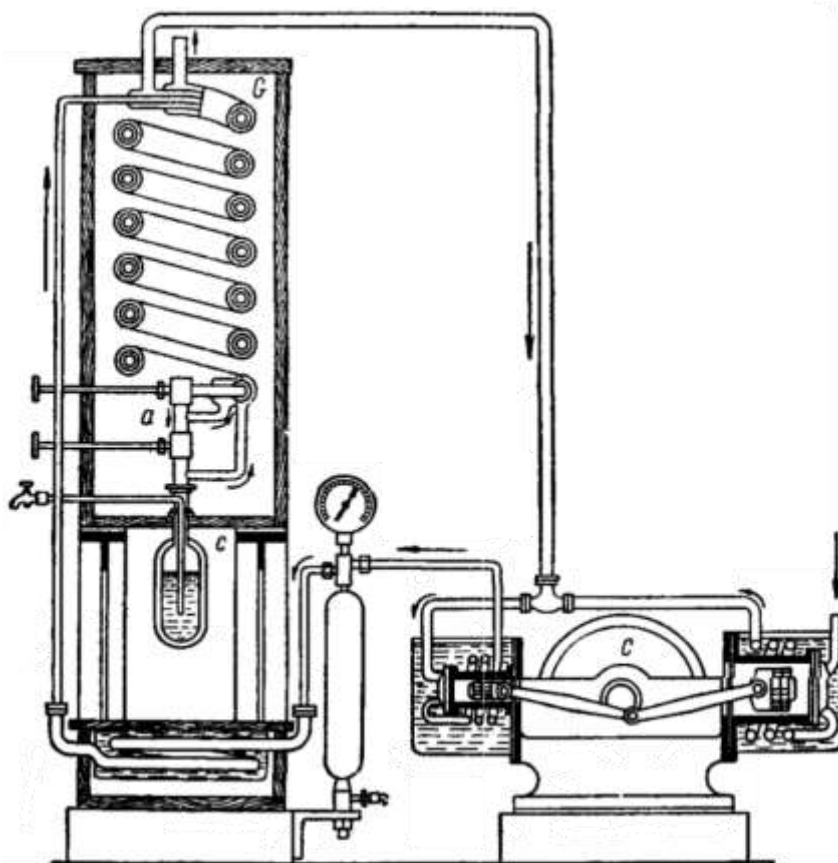
Сұйық ҳаўа с дюар ыдысында жыйналады хәм оның ишиндеги сырттан келетуғын жыллылықтың ағысының жүдә аз болыўының нәтийжесинде жеткиликли дәрежеде ұзақ ўақыт сақланады.

Хаўа тийкарынан азот пенен кисклородтың араласпасынан тұратуғын болғанлықтан, суйық хаўа еки суйықлықтың араласпасы болып табылады. Бирақ бул суйықлықлардың қайнау нокатлары хәр қыйлы: атмосфералық басымда суйық азот $-195,7^{\circ}\text{C}$ температурада, ал кисклород болса -183°C температурада қайнайды. Сонлықтан, суйық хаўа пұўланыўының барысында кисклород пенен байыйды, себеби азот биринши болып пұўланып келеди.

Егер суйық хаўаның үштен еки бөлими пұўланса, онда қалған суйық хаўа 53 % кисклородқа ийе болады.

Хәзирги ўақытлары суйық хаўа лабораториялық жұмысларда хәм техникада кеңнен пайдаланылады. Лабораторияларда оны жоқары вакуум алыў ушын (60-параграфқа қараңыз) хәм басқа да хәр қыйлы мақсетлерде қолланады. Техникада суйық азот пенен суйық кисклородты алатуғын машиналар кең түрде қолланылады. Хаўадан еки газди бөлип алыў олардың суйықлыққа айланыў хәм қайнау температураларының хәр қыйлы болыўы менен байланысly.

Суйық кисклород пенен қаныққан пахта ямаса ағаш көмири таў жұмысларында пайдаланылатуғын жүдә күшли партланатуғын затларды береди. Суйық кисклород және жоқарыда ушатуғын авиацияда пайдаланылады: ол пайланып ушқышлардың дем алыўы ушын зәрүрли болған газ тәризли кисклородты береди.



166-сүүрет. Линде машинасы.

Фракциялық пұўланыў ұсылы хаўадан сийрек ушырасатуғын гелий, неон, аргон, криптон хәм ксенон газлерин алыў ушын пайдаланылады.

Дюар-Линде ұсылы өжире температурасында оң Джоуль-Томсон эффектин беретуғын газлерди суйылтыў ушын тиккелей қолланылады.

Өжире температураларында терис Джоуль-Томсон эффектин беретуғын газлерди инверсия нокатынан төменги температураларға шекем алдын-ала салқынлатыў керек болады. Басым 100 ат шамасынан 1 ат шамасына шекем кемейгенде оның оң мәнисли

Джоуль-Томсон эффектин беріуі үшін водородты -80°C температураға шекем салқынлатыу керек. Басымның усындай интервалы үшін гелий -258°C шамасына тең инверсия температурасына иіе. Усындай температуралардан төмен болған температураларға шекем салқынлатылғаннан кейін (водород үшін сұйық қаұаның жәрдемінде, ал гелий үшін сұйық водородтың жәрдемінде әмелге асырылады) бұл газлерди Дюар-Линде ұсылының жәрдемінде сұйылтыуға болады.

Қазіргі қақытлары белгили болған газлер тек сұйық қалға ғана емес, ал қатты қалға да өткерилген. Гелий биринши рет Камерлинг-Оннес тәрeпинен 1908-жылы сұйықлыққа айландырылды. Жүдә төменги басымларда сұйық гелийди пұландырып, Камерлинг-Оннес 0,9 K темпернатураға шекем жетти. Соңғы жыллары тап сол ұсылдың жәрдемінде 0,71 K температура алынды. Ал, магнитленген денелерди адиабаталық түрде магнитсизлеу жолы менен 0,1 K қам оннан да төменги температуралар алынды⁴¹.

Қаұаны сұйылтыу үшін Дюар-Линде ұсылынан басқа газ тәрeпинен сыртқы күшлерге қарсы жұмыс іслеудің салдарынан температураның төменлеуіне тийкарланған және бир ұсыл пайдаланылады.

Ең әпиұайы түрде бұл принцип мынадай машиналарда жүзеге келтириледі: жоқары басымларға шекем қысылған газ поршени бар цилиндрге келип жетеді ("детандер"). Поршенди ийтерип, газ өзинің ишки энергиясының есабынан сыртқы күшлерге қарсы жұмыс іслеиді. Бұл газдің температурасының төменлеуіне алып келеді.

Соңғы қақытлары П. Л. Капица ұсы ұсылды пайдаланып, сұйық қаұаны қам басқа да сұйық газлерди алыу үшін машинаны конструкциялады. Бұндай машиналарда газдің салқынлауы турбинаның айланыуының есабынан жүзеге келеді.

Қазіргі заман физикасында сұйылтылған газлердің (қаұаның, водородтың, гелийдің) денелерди жүдә төменги температураларға шекем салқынлатыу мүмкиншилиги жүдә әқмийетли орынлы ийелейді. Соның менен бир қатарда бұл ғарезлик жүдә төменги температурада дым үлкейеді. Температураның абсолют нолге жақынласуы менен сапалық жақтан пүткиллей жаңа қубылыслар пайда болады. Биз (42-параграфта) сұйық гелийдің аса аққышлығын жоқарыда еслетип өтип едик. II томда бир аса өткизгишлик қубылысы көрсетиледі. Бұл қубылыстың мәніси 1-7 K температураларда көп санлы таза металлардың қам базы бир құймалардың омлық қарсылығының әмелий жақтан нолге тең болып қалыуына ибарат. Төменги температураларда затлардың магнитлик қасийетлери күшли өзгерислерге ұшырайды. Температура абсолют нолге жақынласқанда денелердің жыллылық сыйымлығы да нолге умтылады. Усы қубылыслардың барлығын үйренетуғын физиканың областын төменги температуралар физикасы деп атайды.

⁴¹ Улыұма теориялық көз-қараслар бойынша абсолют нолге тең болған температураға жетиу мүмкин емес. Биз абсолют нол температурасына қанша жақынлассақ, бұннан кейинги салқынлатыу кем-кемнен қыйынласа береді.

VIII Бап.

Термодинамиканың тийкарлары

§ 66. Процесслерди молекулалық-кинетикалық хәм энергиялық тәрийиплеў. Затлардың молекулалық-кинетикалық теориясы өзиниң алдына денелердиң макроскопиялық қәсийетлерин олардың тийкарында жататуғын молекулалық процесслерди таллаў арқалы түсиндириў мәселесин қояды. Бундай жағдайда *макроскопиялық физикалық шамалар сәйкес молекулалық ямаса атомлық процесслерди тәрийиплейтуғын шамалардың орташа мәнислери болып табылады.* Мысалы, газдиң ыдыстың дийўалларына түсиретуғын басымы айырым молекулалардың усы дийўалларға урылыўының себебинен пайда болады. Берилген шараятлардағы басымның тұрақлы болыўы мынадай жағдайдың нәтийжеси болып табылады: басымды өлшегенде биз айырым алынған молекуланың соққысы жүзеге келетуғын ўақытқа салыстырғанда үлкен ўақыт аралығындағы оғада үлкен сандағы молекулалардың дийўалға урылыўының орташа эффектін бақлаймыз.

Диффузия қубылысын таллағанда биз оның да молекулалардың тәртипсиз қозғалысларының салдарынан жүзеге келетуғын орташа эффект екенлигине көз жеткердик. Тап усындай гәплер газлердеги ишки сүйкелис хәм жыллылық сыйымлығы қубылыслары ушын да тән.

Улыўма алғанда, молекулалардың қозғалысларындағы тәртипсизлик белгили болған нызамлықлардың бар болыўына алып келеди. Максвеллдиң тезликлердиң тарқалыўы формуласы тәртипсиз тарқалған тезликлердиң ишинде ең итимал болған тезликтің, яғный оннан үлкен айырма сийрек ушырасатуғын тезликтің бар екенлигин көрсетеди. Заттың берилген тең салмақлық қалында айырым молекулалардың кинетикалық энергиялары пүткиллей хәр қыйлы болған мәнислерге ийе бола алады. Ал бир еркинлик дәрежесине сәйкес келетуғын энергия болса толық анық мәниске ийе. Энергияның бул орташа мәниси денениң температурасын анықлайды. Тәртипсиз қозғалатуғын молекулалардың потенциаллық хәм кинетикалық энергияларының қосындысы заттың ишки энергиясының запасына тең.

Солай етип, *оғада көп санлы айырым элементар процесслердиң орташа мәниси* болып табылғанлықтан, макроскопиялық шамалар белгили болған мәнислерге ийе болады. Қубылысларды молекулалардың саны үлкен болмаған киши масштабларда бақлайтуғын болсақ, онда табылған орташа шамалардан аўысыўлардың ушырасыўы керек. Бундай орташа мәнислерден аўысыўларды *флуктуациялар* деп атайды. Бундай аўысыўлар ҳақыйқатында да бақланады (76-параграфта толығырақ айтылған): бундай қубылысқа мысал сыпатында броун қозғалысын көрсетиўге болады.

Денелердиң макроскопиялық қәсийетлерин олардың молекулалық құрылысының көз-қарасы бойынша түсиндириў ушын қолланылатуғын ұсылды *статистикалық ұсыл* деп атайды. Хәзирги ўақытлары бул ұсыл кеңнен қолланылады хәм бул ұсылды пайдаланатуғын теориялық физиканың бөлимин *статистикалық физика* деп атайды.

Бирақ, қубылысларды тәрийиплеўдиң басқа да ұсылы бар. 26-параграфта биз денелердиң қәсийетлерин олардың ишинде болып атырған процесслерди егжей-тегжейине шекем қарамай-ақ тәрийиплеўге болатуғынлығын көрсеттик. Бундай тәрийиплеўди энергия, оның айланыслары, оны алып бериўдиң ұсыллары ҳаққындағы және энергияның бир түрден екинши түрге айланыўының нызамлары тийкарында әмелге асырыўға болады.

Физиканың процесслерди жоқарыда көрсетилген энергиялық көз-қарасларда қарайтуғын бөлими *термодинамика* деп аталады. Процесслерди микроскопиялық көз-

қараслар тийкарында қарамай-ақ, термодинамика сол процесслердің ұлыұмалық өтйй бойынша оның тийкарында жатқан фундаменталлық нызамлар сыяқлы исенимли бир қатар жуұмақларды келтирип шығарыўға мүмкиншилик береди.

Процесслердің энергиялық тәрeпинe тийисли болған таллаўлардың термодинамикалық усылы тек ғана принципиаллық емес, ал әмелий әхмийетке де ийе. Энергияны бир формадан екнши формаға өткерий, энергияның есабынан жумыстың ислениўи ҳәм басқа да мәселелер термодинамикалық көз-қараслар тийкарында талланыўи мүмкин.

Термодинамиканың тийкарында жататуғын мәселелер *термодинамиканың басламалары* деп аталады. Бул басламалар эксперименталлық мағлыұматларды ұлыұмаластырыў жолы менен табылған; олардың исенимлиги олардан келип шыққан жуұмақлардың тәжирийбелердің нәтийжелери менен сәйкес келиўи менен тастыйықланады.

§ 67. Берилген жыллылық муғдары менен жумыстың эквивалентлиги. Термодинамиканың биринши басламасын келтирип шығармастан бурын бир денениң энергиясының екнши денеге жумыс ислеў менен ҳәм жыллылықты өткерий менен алып берийди қараймыз. Жумыс ҳаққындағы түсиникти биз 25-параграфта қарадық. Жыллылықтың базы бир муғдарын ана ямаса мына денеге алып берий көз-қарасын да көп қайтара пайдаландық. Жыллылықтың алып берилиўи ҳаққындағы түсиникке тереңирек таллаў жүргиземиз.

Денелердің жыллылық ҳалы ҳаққындағы ең дәслепки түсиниклер қызған денелердің пайда ете алатуғын субъективлик сезимлери тийкарында пайда болды. Бул сезимлер тек қызыў дәрежесин биз анықлайын деп атырған денеге тийисли фактлердің қурамалы комплекси бойынша ғана емес, ал жыллылықты сезетуғын денелерге (соның ишинде биринши гезекте қолдың териси) тийисли болған фактлерге де байланысly анықланады. Берилген денениң салқын ямаса қызған болыўи тек ғана оның температурасы бойынша емес, ал оның жыллылық өткизгишлиги ҳәм бизиң қолымыздың сезгирлиги тәрeпинен анықланады. Денелердің жыллылық ҳалына объектив түрде бақа берий ұшын жыллылық алмасыўынан басқа ҳеш қандай өзгериске ұшырамайтуғын изоляцияланған группаны пайда ететуғын бир бирине тийисип турған денелердің температураларының жеткиликли ўақыт ишинде бирдей болатуғынлығы факты пайдаланады. Температураны өлшеў усы жағдайға тийкарланған: термометр денеге жеткиликли ўақыт тийип турған жағдайда усы денениң температурасына ийе болады. Жоқарыда көргенимиздей, температураларды өлшеў ұшын қәлеген физикалық шаманың температурадан фәрезлигиниң пайдаланылыўи мүмкин. Эмпирикалық шкала (44-параграфқа қараңыз) температураны турақлы көлемдеги водородтың басымының өзгериўи бойынша өлшейди.

XVIII әсирдің биринши ярымында базы бир алымлар денелердің температурасының жоқарылаўының себеби молекулалардың қозғалысы деп есаплады. Бул пикир М. В. Ломоносов тәрeпинен раўажландырылды. Ломоносовтың пикири бойынша жыллылық қубылыслары молекулалардың айланбалы ("коловратлық") қозғалысының салдарынан жүзеге келеди. Ломоносов денелердің жыллылық ҳалын молекулалардың айланбалы қозғалысы менен байланыстырды. Себеби, оның пикиринше, айланбалы қозғалыс затлардың барлық агрегат ҳаллары ұшын ұлыұмалық болып табылады. Ломоносовтың теориясы 1744-жылы жарық көрген "Жыллылық пенен суўықлықтың себеби ҳаққындағы пикирлеў" трактатында баянланған. Бул трактат келтирилген шекленгенликлердің бар болыўына қарамастан жыллылықтың молекулалық-кинетикалық теориясының барлық белгилерин өз ишине алды. Жыллылықтың молекулалық-кинетикалық теориясының пайдасына тийкарғы аргумент сыпатында денелердің сүйкелистиң салдарынан қызатуғынлығын келтирген. Тап усы фактти ол сол дәўирлердеги бәрше тәрeпинен

мойынланған теплород теориясын әшкаралау үшін пайдаланды.

Теплород теориясы XVIII жүз жыллықта пайда болды хәм кең тарқалды. *Теплород теориясы бойынша жыллылық пайда етилмейтуғын хәм жоқ болмайтуғын теплород деп аталатуғын базы бир зат болып табылады.* Теплород тек ыссы денелерден салқын денелерге өтеди деп есапланды: ыссы денелерде теплород көп, ал салқын денелерде – аз. Усы жағдайға қарамастан, сүйкеліс күшлериниң тәсириндеги денелердиң қызыуын түсіндире алмады. Теплород теориясы XIX әсирдиң ортасына шекем жасады.

Теплород теориясының тийкарында калориметриялық өлшеулердиң теориясы раужаланды хәм *алып берилетуғын жыллылықтың муғдары Q* түсиниги пайда болды. Ең биринши калориметрлик өлшеулер Петербург қаласында 1750-1751 жыллары Г. В. Рихман тәрепинен орынланды. Алып берилген жыллылықтың муғдары хаққындағы түсиникти киргизиу үшін төмендегидей тәжирийбени қарап өтиу керек. Ишинде бирдей муғдардағы хәм бирдей T_0 температурадағы суу бар бирдей болған еки ыдыс алынады. Буннан кейин өзиниң құрамы хәр қыйлы, бирақ массалары m бирдей болған еки дене (мысалы, биреуи темир, екиншиси қорғасын) T_0 ден жоқары T температурасына шекем қыздырылады. Егер бул денелердиң биреуин ыдыслардың бирине, ал екиншисин екиншисине салсақ хәм хәр бир ыдыстағы суудың температурасы менен салынған денениң температурасы теңлескенше күтсек, онда темир салынған суудың температурасының қорғасын салынған суудың температурасынан жоқары болатуғынлығын көриуге болады. Бул фактти былайынша түсіндириу мүмкин: темир қорғасынға салыстырғанда сууға көбирек ΔQ жыллылық берген. Тап ұсындай жоллар менен массасы үлкен хәм температурасы жоқары болған денениң сууға көбирек жыллылықты беретуғынлығын көрсетиуге болады. Усындай тәжирийбелердиң тийкарында денеге берилетуғын ямаса денеден алынатуғын жыллылықтың муғдары ΔQ ның денениң температурасының ΔT өзгерисине хәм оның массасына пропорционал екенлигин көрсетеди:

$$\Delta Q = cm \Delta T. \quad (1)$$

c шамасы салыстырмалы жыллылық сыймлығы атамасына ийе болды. Алып берилген жыллылықтың бирлиги сыпатында (*калорияны*) 1 г сууды 1°C ға кыздырыу үшін керек болған жыллылықтың муғдары қабыл етилди. Алып берилген жыллылықтың муғдарын калорияда өлшегенде суудың жыллылық сыйымлығы 1 ге тең болады.

Жоқарыда айтылғанларға байланысly алып берилген жыллылықтың муғдары ΔQ ды мынадай ұсылдың жәрдемінде өлшеуге болады: денени суу менен жыллылық тек сол дене менен суудың арасында ғана жүретуғындай етип тийистиреди, бундай жағдайда (1)-аңлатпа бойынша

$$\Delta Q = cm \Delta T = c_0 m_0 \Delta T_0 \quad (2)$$

түриндеги аңлатпаны жазыуға болады. Бул аңлатпада c_0 менен m_0 суудың жыллылық сыйымлығы менен массасы, ал ΔT_0 арқалы суу менен дене арасындағы жыллылық алмасыудың салдарынан суудың температурасының өзгериси белгиленген. m_0 менен ΔT_0 шамаларын тиккелей өлшеуге болатуғын болғанлықтан, (2)-теңлик бойынша ΔQ шамасын анықлауға болады.

XVIII жүз жыллықтың ақырында хәм XIX жүз жыллықтың басында эксперименталлық материаллардың жыйналыуы менен теплород теориясының Ломоносовтың сүйкеліс күшлериниң жұмысындағы денелердиң қызыуын түсіндире алмайтуғынлығы айқын түрде көрине баслады.

Румфорд металды бурғылағанда қырындылардың үзликсиз қызатуғынлығын бақлады. XVIII әсирдиң ақырында Дэви муздың еки бөлегин бир бирине сүйкегенде жыллылықты алыудың мүмкин екенлигин көрсетти. Джоуль 1843-жылдан 1878-жылларға шекем өткерген жұмысларының үлкен сериясының нәтижесінде бир калория жыллылық берилгендеги денелер қанша шамаға қызатуғын болса, $4,18 \cdot 10^7$ эрг шамасындағы жұмыс

исленгенде де сонша қызатуғынлығын тапты. Керисинше, қандай да бир денеден жыллылық алыудың салдарынан исленген жұмыста жыллылықтың хәр бир калориясына сәйкес $4,18 \cdot 10^7$ эрг механикалық жұмыстың исленетуғынлығын анықлады. Кейинирек хәр қыйлы түрлерде қайталанған бұл тәжирийбелер берилген жыллылықтың муғдары менен жұмыстың эквивалент екенлигин көрсетти.

§ 68. Термодинамиканың биринши басламасы. Алып берилген жыллылықтың муғдары менен жұмыс арасындағы эквивалентлик механикалық энергияның сақланыу нызамын улыўмаластырыўға мүмкиншилик береді. 28-параграфта айтылып өтилгениндей, системаның механикалық энергиясының өзгериси сыртқы күшлер менен ишки сүйкелис күшлериниң жұмысына туўры пропорционал екенлиги көрсетилди. Соның менен бирге биз жыллылық тәсирин қарамадық⁴². Улыўма жағдайда системаның энергиясы өзгериске тек жұмыс ислеудиң есабынан ғана ушырамайды, ал басқа да тәсирлесиўдиң есабынан жыллылықтың алып берилиўи менен де өзгериске ушырайды (мысалы, жақтылықты жутыўдың есабынан).

Қандай да бир системаны қараймыз хәм оны бир халдан екинши халға өткеремиз. Мысалы, газдиң белгили болған муғдары сыртқы күшлердиң тәсиринде қысылыўы хәм соның менен бир ўақытта оған базы бир муғдардағы жыллылықтың берилиўи мүмкин. Системаның хәр бир халы макроскопиялық көз-қарастан усы халды тәрийиплейтуғын белгили бир шамалардың берилиўи менен анықланыўы мүмкин. Бундай шамаларды *параметрлер* деп атайды. Идеал газ ушын оның халын анықлайтуғын параметрлер болып мынадай үш шаманың қәлеген жұбы бола алады: көлем V , басым p хәм температура T . Себеби идеал газдиң берилген муғдары ушын оның халы усы үш шаманың қәлеген еки жұбының жәрдемінде анықланады (мысалы, басым p хәм температура T).

Системаның бир халдан екинши халға өтиўи сыртқы күшлердиң тәсиринде жүзеге келеди. Олардың қатарына тек ғана сыртқы күшлердиң жұмысы ΔA ғана кирмейди, ал базы бир ΔQ жыллылық муғдарының берилиўи хәм басқа да тәсирлер киреди. Жоқарыда көргенимиздей, жыллылықтың берилиўи хәм жұмыс барлық ўақытта бир бирине эквивалент. Тәжирийбелер барлық басқа тәсирлер ушын сәйкес механикалық эквивалентти табыўға болатуғынлығын көрсетеди. Усының менен бирге тәжирийбелер егер система сыртқы тәсирлердиң салдарынан белгили болған I халдан басқа II халға өтетуғын болса, онда *өтиўдиң мүмкин болған барлық усылларында сыртқы тәсирлердиң механикалық эквивалентлериниң қосындысы өзгериссиз қалатуғынлығын* көрсетти.

Сыртқы тәсирлердиң механикалық эквивалентлериниң бұл қосындысы *энергияның өзгерисин* анықлайды

$$U_{II} - U_I = k \sum_i \Delta A_i. \quad (1)$$

Бұл теңликте U_I хәм U_{II} арқалы системаның сәйкес I хәм II халларындағы энергиясы белгиленген. k – пропорционаллық коэффициенті.

Жоқарыда айтылғанлардын мынадай жағдай көринеди: еки халдың энергияларының айырмасы физикалық мәниске ийе. Энергияның мәнисин болса қандай да бир халдың энергиясын шәртли түрде нолге тең деп алғанда анықлаўға болады (ямаса қандай да бир анық мәнис берген жағдайда). Ал, егер биз системаның қандай да бир I халы ушын белгили болған U_I энергиясы сәйкес келеди деп есапласақ (мысалы I халда U_I энергиясына ийе деп есапласақ), онда (1)-формула бойынша II халдағы энергия U_{II} ушын

⁴² Соның менен бирге биз сыртқы күшлерди сүйкелис күшлери болып табылмайды деп үндеместен болжадық. Себеби сыртқы сүйкелис күшлериниң жұмысы системаға жыллылықтың берилиўи менен жүреді.

$$U_{II} = U_I + k \sum_i \Delta A_i.$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Жоқарыда айтылғанлар бойынша $\sum_i \Delta A_i$ шамасы I халдан II халға өтiудiң ұсылынан ғәрезсиз болғанлықтан II халда да энергияның анық болған U_{II} энергиясына ийе болатұғынлығын көремиз. Бұл *энергияның халдың бир мәнисли функциясы болып табылатұғынлығын көрсетеди, яғный энергияның да хал анықланатұғын параметрлер менен анықланатұғынлығын аңғартады*. Егер қандай да бир тәсирде система дәслеп I халдан II халға, ал оннан кейин I халға қайтып келетұғын болса, онда энергия өзинiң дәслепки мәнисине ийе болады. Демек, энергияның өзгерiу хәм сақланыу ызамаы ең ұлыуа түрде мынадай формулировкаға ийе болады: *бир халдан екiнши халға өткендеги системаның энергиясының өзгериси системаның ұсы өзгерисин жүзеге келтиретұғын барлық сыртқы тәсирлердiң механикалық эквивалентлерине пропорционал. Дөңгелек бойынша өтетұғын процессте, яғный система өзинiң дәслепки халына қайтып келетұғын процессте, барлық сыртқы тәсирлердiң механикалық эквивалентлеринiң қосындысы ноге тең хәм энергия өзгериске ұшырамайды*.

Усындай ұлыуамалық түрде аңлатылған энергияның сақланыу ызамын *термодинамиканың биринши басламасы* деп атайды.

Энергияның жыллылық өткизгiшликтiң салдарынан алып берилиуi үлкен орынды ийелейтұғын болғанлықтан, биз ΔQ жыллылығын алып берiуге алып келинетұғын тәсирлерди айырып көрсетемиз. Бундай жағдайда термодинамиканың биринши басламасын мына түрде жазамыз:

$$\Delta U = k\Delta A + k'\Delta Q. \quad (2)$$

Бұл аңлатпада ΔU арқалы системаның ишки энергиясының өзгериси, ΔQ арқалы системаға берилген жыллылықтың мұғдары хәм ΔA арқалы басқа барлық тәсирлердiң механикалық эквивалентлеринiң қосындысы белгиленген. Егер басқа сыртқы тәсирлер механикалық тәсирге алып келинетұғын болса, онда ΔA системаға түсирилген сыртқы күшлердiң жұмысы болып табылады.

Алып берилген жыллылық пенен жұмыстың эквивалент екенлигин нәзерде тутсақ, онда берилген ΔQ жыллылықтың мұғдарын жұмыстың (энергияның) бирликлери менен өлшеудiң мүмкин екенлигин көремиз (*эрглерде, джоуллерде, кГм лерде* х.т.б.). Егер (2)-формулаға киретұғын барлық шамаларды бирдей бирликлерде өлшейтұғын болсақ, онда k менен k' коэффициенттиң екеуи де бирге тең болады хәм (1)-формула мынадай түрге енеди:

$$\Delta U = \Delta A + \Delta Q. \quad (2a)$$

Ишки энергияның өзгерисин шексиз киши деп есаплап, (2a) ны мына түрде көширип жазамыз:

$$dU = dA + dQ. \quad (26)$$

Энергия U хал функциясы болып табылады. Сонлықтан дөңгелек бойынша өтетұғын процессте оның өзгериси нолге тең болғанлықтан dU шамасы *толық дифференциал* болып табылады. Қыздырыу орын алатұғын жағдайларда туйық жол бойынша исленген жұмыс нолге тең емес. Буннан биз қарап атырған жағдайда dA шамасының толық дифференциал болмайтұғынлығы келип шығады. Бирақ, бундай жағдайда (26)-теңлемеден берилген жыллылық мұғдары dQ дың да *толық дифференциал емес* екенлигин көремиз.

Буннан биз жұмыстың да, берилген жыллылық мұғдарының да энергия менен теппе-тең емес екенлиги келип шығады. Олардың қосындысы энергияның өзгерисин анықлау мәнисине ийе.

Сыртқы күшлер тәрепинен исленетұғын ΔA жұмыс пенен бир қатарда система

тәрепинен сыртқы денелерге түсірілетуғын күшлердің есабынан ісленетуғын dA' қарауға болады. Ньютонның үшінші ызамы бойынша $\Delta A' = -\Delta A$. (2)-формулаға $\Delta A'$ ты киргизип, оны

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A' \quad (3)$$

түрінде көширип жазамыз.

Усындай түрде жазылған термодинамиканың биринши ызамы мынадай жағдайды тастыйықлайды: *системаға берилген жыллылықтың муғдары оның ишки энергиясын үлкейтуі және система тәрепинен сыртқы денелерге түсірілетуғын күшлердің жұмысы үшін жұмсалады.*

Термодинамиканың биринши басламасы жыллылық пенен жұмыстың арасындағы эквивалентлик табылған тәжирийбелер бойынша да, оннан келип шығатуғын көп санлы жұмақлардың бақланатуғын фактлерге сәйкес келиуі менен де тастыйықланады.

Тарийхый жақтан энергияның сақланыу ызамаының (биринши басламаның) ашылуы мынадай сәтсиз жұмыстардың нәтийжеси менен байланысly: энергияның ҳеш қандай түрин және сырттан ҳеш қандай жыллылық алмай ислейтуғын машинаны соғыуға умтылуы және қандай нәтийжени бермеди. Термодинамикада бундай машинаны биринши әулад перпетуум мобиле деп атайды. Жоқарыда айтылған жағдайларға байланысly система дәслепки ауқалына қайтып келгенде оның энергиясы дәслепки мәнисин қабыл етеди. Сонлықтан дәуирли ҳәрекет ететуғын машина үшін ҳәр бир дәуирдің ақырында $\Delta U = 0$ және усы машинаның орынлаған жұмысы сырттан берилетуғын ΔQ жыллылық муғдарының ямаса энергияның қандай да бир сыртқы дереклеринің есабынан ісленеди. Жыллылықтың берилиуі энергияның берилиуі болып табылады. Сонлықтан, алып берилген энергия ҳаққында гәп етиуге және энергияның сақланыу ызамаын (термодинамиканың биринши ызамаын) былайынша айтыуға болады: *биринши әулад перпетуум мобилени қуруы, яғный ислеуинің ҳәр бир дәуиринде сырттан жұтылған энергияның муғдарынан үлкен болған жұмысты ислейтуғын двигателди соғыу мүмкин емес.*

Энергияның сақланыу ызамаы ҳаққында гәп еткенде мынадай жағдайды атап өтиу жүдә әҳмийетли: сыртқы тәсирлердің механикалық эквивалентлеринің қосындысы нолге тең болған жағдайда системаның базы бир I ҳалынан басқа II ҳалына өтиуі мүмкин. Бундай жағдайда (1)-формула бойынша еки ҳалдың энергиялары бир бирине тең болуы керек: $U_{II} = U_I$. Бул системада оның параметрлери өзгеретуғын, бирақ энергиясы өзгериске ушырамайтуғын процесстин жүриуинің мүмкин екенлигин аңғартады. Бул жағдайға мысал сыпатында идеал газдың изотермалық кеңейуі хызмет ете алады: газдың температурасы өзгермегенликтен оның энергиясы да өзгермейди. Ал газдың ҳалын анықлайтуғын параметрлер (көлем V менен басым p) өзгереді. Бундай жағдайда сыртқы жұмыс ісленеди және газге базы бир муғдардағы жыллылық муғдары бериледи. Бирақ, сыртқы жұмыс пенен берилген жыллылықтың механикалық эквивалентинің қосындысы нолге тең.

Изоляцияланған система болған жағдайда сыртқы тәсирлер болмайды. Бирақ, усундай жағдайда да системаның айырым бөлимлери арасындағы өз-ара тәсирлесулердің есабынан процесслердің жүзеге келиуі және энергияның айырым түрлеринің (кинетикалық, потенциаллық ҳ.б.) өзгериуі мүмкин. Ал системаның толық энергиясы сақланады. Мысал сыпатында, кинетикалық және потенциаллық энергиялардың базы бир запасына ийе болған денелердің изоляцияланған системасын қараймыз. Мейли, системаны пайда ететуғын денелердің арасындағы өз-ара тәсирлесулердің нәтийжесинде сүйкеліс күшлерине қарсы жұмыс ісленетуғын болсын. Бул жағдайда (28-параграфта айтылып өтилгениндей) денелердің потенциаллық және кинетикалық энергияларының қосындысы болып табылатуғын системаның механикалық энергиясы

кемейеди. Бірақ сүйкеліс күшлеріне қарсы иленген жұмыстың нәтижесінде денелер қызады хәм олардың ишки (жыллылық) энергиясы үлкейеди. Системаның толық энергиясы өзгеріссіз қалады, тек энергияның хәр қыйлы түрлері бір түрден екінші түрге айланады.

Алып берілген жыллылық пенен жұмыстың эквивалент екенлігінің принципіаллық хәм теориялық әхмийеті Роберт Майер (1814—1878), В. Томсон (1824—1907), Клаузиус (1822—1888) хәм басқа да бір қатар физиклер тәрепинен анықланды.

Энергияның сақланыуы нызамы бұрыннан болжанды. 1748-жылы М. В. Ломоносов заттың сақланыуы нызамын келтирип шығарғанда тәбияттағы қозғалыстың сақланыуы нызамын да келтирип шығарды. Ол ески рус тилинде шама менен былай деп жазды: "Хақықатта жүзеге келетуғын барлық өзгеріслердің мәнісі бір денеден қанша муғдарда бір нәрсе алынатуғын болса, онда сол алынған нәрсе басқа бір денеге берилетуғынлығынан ибарат... Тап усындай тәбийий нызам қозғалыстың тәртіплеріне де тарқалады: өйткени екінші денени жылыстыратуғын бирінші дене өзінің қозғалысын қанша шамаға жоғатлатуғын болса, оны екінші дене алады". Энергияның сақланыуы нызамын сан жақтан 100 жылдан кейін энергияның хәр қыйлы түрлері арасындағы өз-ара айланыслыр менен байланыслы болған көп санлы процесслер ашылғаннан кейін Роберт Майер (1814—1878) хәм Гельмгольц (1821—1894) тәрепинен келтирип шығарылды. Майер физиологиялық бақлауларға тийкарланған улыұмалық таллаулардан энергияның сақланыуы нызамына келди. Ол энергияның хәр қыйлы түрлерінің бір бирине айланыуын хәм бул айланыулардың барлық ўақытта белгили болған санлық (эквивалентлик) қатнастарда болатуғынлығын атап айтты. Гельмгольц кинетикалық хәм потенциаллық энергиялар түсиниклерін киргизди хәм орайлық тартылыс хәм ийтерилис күшлері тәсир ететуғын жабық системада кинетикалық хәм потенциаллық энергиялардың қосындысының тұрақлы болатуғынлығын көрсетти. Солай етип, Гельмгольцтың трактовкасында энергияның сақланыуы нызамы шекленген механкалық характерге ийе болды.

Энергияның сақланыуы хәм бір түрден екінші түрге айланыуы нызамының улыұмалық характері хәм оның тәбияттаныуы үшін оғада ұллы әхмийеті Энгельс тәрепинен ашып көрсетилди. Өзгеріс түріндегі түсинилетуғын қозғалыс материяның жасау формасы болып табылады. Бундай улыұмалық мәністе түсинилетуғын қозғалыс жоғалмайды да, хеш нәрседен пайда болмайды да; тәбиятта материяның жасау формаларының өзгерісінің, белгили болған санлық қатнастардағы оның айланысларының болыуы мүмкін. Бул сақланыуы нызамының оның физикалық формулировкасы менен байланыспаған улыұмалық формулировкасы болып табылады. Жаңа илимий ашылыуларға байланыслы бул формулировканың өзінің өзгеріуі мүмкін. Энгельс былай жазды: ... қозғалыстың қәлеген формасы оның қәлеген басқа формасына өтиўге уқыплы хәм мәжбүр болып шықты. Усы формаға жетип, нызам өзінің ең соңғы аңлатпасына жетти. Жаңа ашылыулардың жәрдемінде биз оған жаңа тастыйықлауды, жаңа бас болған мазмұнды береміз. Бірақ ұсы орында аңлатылған нызамның өзіне бір хеш нәрсені де қоса алмаймыз.

Усының менен бирге энергияның сақланыуы хәм бір түрден екінші түрге айланыуы нызамы жұмыс деп аталатуғын физикалық шаманың мазмұнын терең түсиниўге мүмкіншилик береді. Жоқарыда көргениміздей, системаның энергиясы орынланған жұмыстың есабынан өзгереді. Демек, жұмыс энергияның өзгеріуі өлшемі болып табылады. Жұмыстың усындай мәнісі Энгельс тәрепинен атап айтылды. Ол былай жазды: "... санлық тәрепинен айтқанда жұмыс қозғалыстың формасының өзгеріуі болып табылады".

Жұмыс хәм "алып берілген жыллылықтың муғдары" энергияның өзгеріуінің өлшемі болып табылғаны менен энергияға теппе-тең емес. Хақықатында да, энергия системаны тәрийіплейді,

ол системаның қалының бір мәнисли функциясы болып табылады (26-параграфқа қараңыз). Системада хеш қандай өзгерістер болмаған жағдайларда оның белгилі энергиясы болады. Энергиясының өзгерісіне алып келетұғын системаның қалын өзгертетұғын процесс болған жағдайда ғана жұмыс хәм "алып берілген жыллылық мұғдары" хәкқындағы түсиниклер мәниске ийе болады. Жұмыс та, "алып берілген жыллылық мұғдары" да системаның қал функциялары болып табылмайды.

Алып берілген жыллылықтың мұғдары менен исленген жұмыстың эквивалентлиги ашылғаннан кейін теплород теориясы толығы менен дыққаттан сыртта қалған болса да, ұсы теплород теориясы тәрәпинен киргизилген "жыллылық" сөзи тап сол теориядағы мәнисте хәзирги ұақытларға шекем пайдаланылып келмекте. Екинши тәрәптен, денедеги "жыллылық" дегенде биз ұсы денениң жыллылық энергиясын түсинемиз хәм бұл хәкқында биз буннан кейін де гәп етемиз. "Жыллылық" сөзин ұсындай бир мәнисте емес пайдаланыў анықсызлықларға алып келиўи мүмкин. Әсиресе, бир қатар жағдайларда денеде топланған "жыллылықтың" мұғдары түсиниги "алып берілген жыллылықтың мұғдары" түсиниги менен шатастырылады. Бундай тастыйықлаўдың талапқа жуўап бермейтұғынлығы базы бир затты басланғыш I халынан толық анық болған II халына өткерий ұшын ұсы өтиўдин қалайынша жүзеге келиўине байланысly хәр қыйлы мұғдардағы жыллылықтың берилиўи мүмкин екенлиги менен байланысly. Мысал ретинде идеал газдин 1 моллин аламыз. Оны p_1 басымы хәм T_1 температурасы менен тәрийипленетұғын I халдан p_2 басымы хәм T_2 температурасы менен тәрийипленетұғын II халға өткерий зәрүр болсын. Бұл өтиўди хәр қыйлы жоллар менен әмелге асыра аламыз. Мысалы: 1) газди тұрақлы p_1 басымында T_2 температурасына шекем қыздырамыз. Оның ұшын газге $\Delta Q = C_p(T_2 - T_1)$ жыллылық мұғдарын берийүмиз керек, бұл теңликте C_p арқалы тұрақлы басымдағы жыллылық сыйымлығы белгиленген; буннан кейін газди изотермалық рәйиште p_2 басымына шекем қысамыз. 2) газди тұрақлы V_1 көлеминде T_2 температурасына шекем қыздырамыз. Оның ұшын газге $\Delta Q' = C_V(T_2 - T_1)$ шамасындағы жыллылық мұғдарын беремиз. Бұл теңликте C_V арқалы тұрақлы көлемдеги моллик жыллылық сыйымлығы белгиленген. Буннан кейін газди изотермалық рәйиште p_2 басымына шекем қысамыз. Еки жағдайда да газ I халынан толық белгилі болған II халына өткерилди. Бирақ оған берілген ΔQ хәм $\Delta Q'$ жыллылық мұғдарларының шамалары бир бирине тең емес. Себеби $C_p \neq C_V$.

Газди тұрақлы көлемде қыздырғанымызда берілген жыллылық тек ишки энергиясының запасын көбейтй ұшын ғана жұмсалады. Ал газди тұрақлы басымда қыздырғанда болса процесс құрамалырақ түске енеди: жыллылықтың алып берилиўи менен бир ұақытта газдин кеңейиўине байланысly жұмыс орынланады. Тек жұмыс пенен берілген жыллылықтың мұғдарын есапқа алыў денениң ишки энергиясының өзгерісин бир мәнисли анықлаўға мүмкиншилик береді.

Буннан алып берілген жыллылықтың мұғдары менен анықланатұғын "жыллылықтың запасы" хәкқында гәп етиўдин мүмкин емес екенлиги айқын болады.

Температура менен тәрийипленетұғын денелердин қыздырылғанлығының дәрежеси тәртипсиз молекулалық қозғалыслардың интенсивлиги менен анықланады.

Жоқарыда көргенимиздей (48-параграфта), денениң Кельвин шкаласындағы температурасы T молекуланың бир еркинлик дәрежесине сәйкес келетұғын орташа энергия $\bar{\epsilon}_0$ арқалы бир мәнисли анықланады: $T = \frac{2}{k} \bar{\epsilon}_0$, бұл формулада k арқалы Больцман тұрақлысы белгиленген. Молекулалардың тәртипсиз қозғалысының толық энергиясы (илгерилемели, айланбалы, тербелмели қозғалысларының) механикалық емес потенциаллық энергияның мүмкин болған түрлери менен денениң ишки энергиясының запасын құрайды. Гейпара жағдайларда бөлекшелердин тәртипсиз қозғалысының барлық түрлеринин энергияларының қосындысын берілген денениң жыллылық энергиясы деп атайды. Бирақ, денениң ұлыўмалық ишки энергиясынан жыллылық энергиясын бөлип алыў ұсы газ ұшын оның бөлекшелеринин мүмкин болған тәртипсиз қозғалысларының барлық түрлерин хәм ұсы қозғалыслардың температурадан ғәрезлигин есапқа алатұғын молекулалық-кинетикалық теория бар болған жағдайда ғана әмелге асырылады. 49-параграфта айтылып өтилгениндей, бундай жағдайда, бұл теория тек классикалық механиканың көз-қарасларына тийкарланған болмаўы, ал молекулалардың қозғалысының квантлық характерин де есапқа алыўи керек.

Тек ең әпиўайы болған идеалластырылған система ұшын ғана жыллылық энергиясын айырып

алыуға болады. Биз (48-параграфқа қараңыз) идеал газ үшін оның бөлекшелерінің өз-ара потенциаллық энергиясы нөлге тең. Демек, бұндай газ үшін жыллылық энергиясы оның ишки энергиясына сәйкес келеді. Басқа мысал сыпатында идеалластырылған екі атомлы газди қараймыз. Оның барлық молекулалары температурадан ғарезсиз бес еркинлик дәрежесине ийе хэм энергияның еркинлик дәрежелери бойынша теңдей тарқалыу ызамына бағынады. Бұндай газ үшін жыллылық энергиясы $\frac{5}{2}kTN$ шамасына тең (N арқалы газдиң молекулаларының саны белгиленген). Барлық хақықый газлер үшін жыллылық энергиясын ұсындай етип бөлип алыу мүмкин емес. Сонлықтан, биз бұннан былай, тек толық ишки энергия менен ис алып барамыз хэм оның энергияның қандай болған түрлеринен тұратуғынлығын анықламаймыз.

Алып берилген жыллылық муғдары менен жұмыстың эквивалентлиги, ұсының менен бирге олардың өзлерине тән өзгешеликлери айырым қубылысларды молекулалық-кинетикалық көз-қарастан таллағанда айрықша айқын түрде көринеди. Мейли, қозғалатуғын шөккиш пружинаға ұрылған хэм оны қысқан болсын. Бұл жағдайда жұмыстың ислениўиниң салдарынан шөкииштиң тәртипли қозғалысының кинетикалық энергиясы қысылған пружинаның потенциаллық энергиясына өтеди. Басқа мысалды аламыз: температурасы жоқары болған басқа газ бенен тийисийдиң салдарынан жыллылық өткизгишликтиң бар болыўының нәтийжесинде газдиң белгилі болған муғдары ΔT^0 температурасына шекем қызады. Макроскопиялық көз-қарастан қарағанда ыссы газден салқын газге базы бир муғдардағы жыллылықтың талып берилиўден тұратуғын бұл процесс молекулалық-кинетикалық көз-қарастан бұл процесс екі газдиң молекулаларының *тәртипсиз* қозғалысларының орташа кинетикалық энергияларының теңлесийи болып табылады. Жұмыс ислеу арқалы (тәртипли қозғалыстың бар болыўының салдарынан) хэм жыллылықты алып бериу жолы менен (тәртипсиз қозғалыстың бар болыўының салдарынан) энергияның алып берилиуі мәселелеринде бир кейинирек тоқтаймыз.

Сарыпланған жұмыстың эквивалент муғдарына тең болған жыллылықтың муғдарын өлшегенде барлық денелердиң жыллылық сыйымлығының, солардың ишинде сұдың жыллылық сыйымлығының тұрақлы шама болмайтұғынлығы, ал температурадан ғарезли екенлигиниң анықлантұғынлығын атап айтыу үлкен әхмийетке ийе. Сонлықтан (1)-қатнас бойынша анықланатұғын "алып берилген жыллылықтың муғдары" болған

$$\Delta Q = c m \Delta T$$

шамасының жеке өзи системаның энергиясының өзгерисиниң өлшеми бола алмайды. Ол тек мына жағдайда ғана системаның энергиясының өзгерисиниң өлшеми бола алады: хәр бир ΔT температуралық интервал үшін эквивалент болған жұмыстың шамасы анықланғаннан кейин жыллылық сыйымлығының T температурадан ғарезлигиниң түриниң анықланыуы керек. Системаның энергиясының өзгерисиниң "ең биринши өлшеми" механикалық жұмыс болып табылады. Бұл жағдай және бұрын айтылап өтилген (26-параграф) Энгельстиң "жұмыс – санлық тәрөпинен қарағанда қозғалыстың формасының өзгериси" пикириниң дурыс екенлигин және бир рет тастыйықлайды.

Барлық денелердиң жыллылық сыйымлығы сыяқлы сұдың жыллылық сыйымлығының температурадан ғарезли екенлигин калорияны анықлағанда дәллигин жоқарылатыу зәрүрлигин пайда етеди. Хәзирги ўақытлары калория деп 1 г сұды тұрақлы басымда $19,5^{\circ}\text{C}$ дан $20,5^{\circ}\text{C}$ температурасына шекем қыздыруу үшін керек болатуғын жыллылықтың муғдарына айтады⁴³.

§ 69. Термодинамикалық циклар⁴⁴. Термодинамикалық көз-қарастан қандай да бир процессти қарайдың барысында биз системаның қандай затлардан тұратуғынлығы менен қызықпасақ та болады. Бирақ бизиң системаның халының неше дана физикалық шама менен хэм атап айтқанда қандай физикалық шамалардың жәрдемінде бир мәнисли анықланатұғынлығын билиу үлкен әхмийетке ийе.

⁴³ 101 325 Па шамасына тең болған стандарт атмосфералық басымында (Аўдарыўшылар).

⁴⁴ Әсиресе рус тилиндеги оқыу хэм илимий әдебиятларда "дөңгелек процесслер" атамасы жийи қолланылады. Бирақ, бир инглиз тилиндеги әдебиятларда қолланылатуғын "Термодинамикалық циклар" атамасын пайдаланамыз (Аўдарыўшылар).

Системаның халын анықлау үшін хызмет ететұғын хәм сыртқы тәсірлердің ақыбетінде өзгере алатұғын шамаларды, жоқарыда еслетип өтилгендей, *параметрлер* деп атайды. Системаның халын бир мәнисли анықлау үшін зәрүрли болған параметрлердің саны оның қанша дәрежеде құрамалы екенлигинен ғәрезли. Системаның қандай дәрежеде құрамалы екенлигин анықлау үшін термодинамикада *фаза* түсинигин киргизеди. Фаза деп айтқанда физикалық жақтан бир текли денени ямаса бир бири менен теппе-тең болған хәм физикалық жақтан бир текли болған денелердің жыйнағын түсинеди. Мысалы, сұй менен оның үстиндеги тойынған сұй пұйынан туратұғын системаны еки фазадан турады, ал солардың бир фазасы сұй, екиншиси тойынған пұй болып табылады. Тап сол сыяқлы сұй менен оның бетінде қалқып жүрген муздың бөлеклери еки фазалы системаны пайда етеди: бир фаза — сұй, ал екиншиси муздың бөлеклериниң жыйнағы.

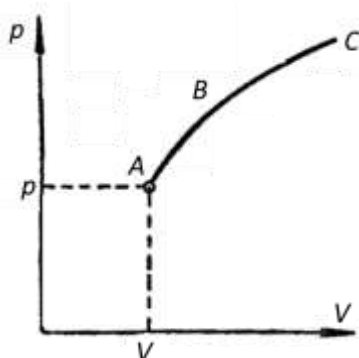
Идеал газдың белгили болған муғдары ең әпиұайы болған системалардың қатарына киреди. Бул бир фазалы система болып табылады. Бул системаның халын бир мәнисли анықлауың параметрлер көлем V , басым p хәм температура T (бул жағдайда газдың муғдары берилген *масса* сы m параметр болып табылмайды). V , p хәм T шамалары бир бири менен хал теңлемеси арқалы байланысқан. Менделеев-Клапейрон теңлемеси идеал газ үшін хал теңлемеси болып табылады.

Берилген системаның *тең салмақтық* ямаса *тең салмақтық емес* болыуы жүдә үлкен әхмийетке ийе. Системаның тең салмақтық халы деп параметрлери белгили мәнислерге ийе болатұғын хәм ұсы параметрлердің мәнислери сыртқы себеплер болмаған жағдайларда қәлегенше узақ ўақытлар даўамында өзгериссиз сақланатұғын халға айтады. Егер бул шәртлер орынланбаса, онда системаның халы тең салмақтық болмайды. Мысаллар келтиремиз: көлеми V шамасына тең ыдыстағы сұйықтықтан хәм оның үстиндеги пұйдан туратұғын системаның барлық бөлимлеринде температура T шамасына тең болса, онда система тең салмақтық халында турады; бул жағдайда системаның барлық бөлимлери бирдей басымның астында турады. Солай етип, система үшін p менен T параметрлери белгили болған мәнислерге ийе болады, тап сол сыяқлы басқа параметрлер де (сұйықтық пенен пұйдың салыстырмалы муғдарлары) ўақытқа байланыссы өзгериссиз қалады. Егер сол системада сұйықтық пенен пұйдың температуралары хәр қыйлы болатұғын болса, онда система тең салмақты емес халда турады: оның үшін T ның шамасы анық мәниске пүткиллей ийе болмайды, ал сұйықтық пенен пұйдың салыстырмалы муғдарлары өзгереді. Системаның тең салмақты емес халы үшін басқа мысал сыпатында ушлары хәр қыйлы температураларда ұслап тұрылатұғын металл стерженди келтириўге болады. Бул жағдайда стерженниң хәр бир ноқатындағы температура тұрықты болады. Бирақ стерженниң хәр бир ноқатындағы температураның тұрақты болыуы, бириншиден, стерженниң ушларын берилген температураларда ұслап тұратұғын сыртқы себеплер менен байланыссы хәм. екиншиден, стерженниң хәр қыйлы бөлимлериндеги температура хәр қыйлы.

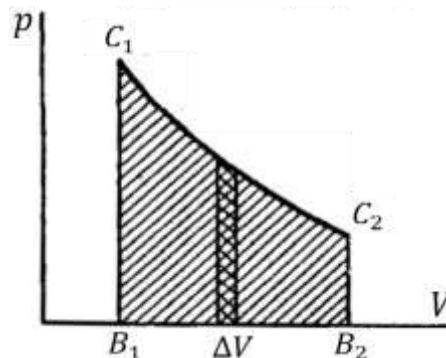
Графикте системаның халын ноқат пенен сұўретлеўге болады. Оның үшін координаталар көшерлерине системаны тәрийиплейтуғын параметрлерди қойыў керек. Мысалы, егер системаның халы көлем V хәм басым p менен тәрийипленетуғын болса, онда абсцисса көшеринде көлемди, ал ордината көшерине басымды қойып, көлем V хәм басым p менен тәрийипленетуғын системаның халының координаталары p менен V болған A ноқаты менен сұўретленетуғынлығын көремиз (167-сұўрет). Тек системаның тең салмақтық халының ғана ноқат пенен сұўретлениўи мүмкин, себеби, жоқарыда көргенимиздей, тең салмақты емес халға параметрлердің белгили болған мәнислери сәйкес келмейди.

Системада өтетұғын процесслердің барлығы бир қатар тең салмақтық емес халлар

менен байланысly. Бирақ, ўақыттың ҳәр бир моментинде параметрлердин ҳәр бири белгили болған мәниске ийе болатуғын, соның менен бирге қәлеген ұсыл мене сайлап алынған Δt ўақытының ишинде системаны тең салмақлы деп есаплаўға болатуғындай дәрежеде параметрлердин шамасының мәниси соншама әстелик пенен өзгеретуғын ҳалларды көз алдыға елеслетиў мүмкин. Усындай *шексиз әстелик пенен жүретуғын процесс тең салмақлық процесс деп аталады, оны бир қатар тең салмақлық ҳаллардан тура деп есаплаўға болады*. Қатаң түрде айтқанда, ҳеш бир ҳақыйқый процесстин тең салмақлық процесс болыўы мүмкин емес. Бирақ, процесс қаншама әстелик пенен өтетуғын болса, онда ол тең салмақлық процесске жақын болады. Графикте тең салмақлық процесс үзликсиз иймекликтин жәрдемине сўүретленеди (167-сўүреттеги ABC иймеклиги).



167-сўүрет. Тең салмақлық ҳал ноқаттың, ал тең салмақлық процесс иймекликтин жәрдемине сўүретленеди.



168-сўүрет. Кеңейгенде исленген жұмыс $C_1C_2B_1B_2$ фигурасының майданы менен сўүретленеди.

Қайтымлы процесс деп еки бағытта да жүре алатуғын процесске айтамыз. Соның менен бирге, егер процесс дәслеп бир бағытта, ал кейин қарама-қарсы бағытта жүрген болса, онда қоршаған орталықта қандай да бир өзгерислердин болыў-болмаўынан ғәрезсиз система өзиниң дәслепки ҳалына қайтып келиўи керек. Қәлеген қайтымлы процесс қайтымлы болып табылады. Себеби ол тең салмақлық ҳаллардың үзликсиз қатарынан турады. Бул процесслердин биринен соң бири дәслепки бағытта да, оған қарама-қарсы бағытта да жүре алады. Ал тең салмақлы емес процесс барлық ўақытта қайтымлы емес. Буннан қатаң айтқанда ҳақыйқый процесслердин барлық ўақытта қайтымлы емес болатуғынлығы келип шығады. Олар тек шексиз киши тезликлер менен өткенде ғана қайтымлы процесслерге жақынлай алады. Төменде биз қайтымлы ҳәм қайтымлы емес процесслерди толығырақ таллаймыз.

Заттың берилген муғдарының V көлеминиң, p басымының ҳәм T температурасының өзгерисине алып келинетуғын процессти көз алдымызға келтиремиз. Өтиў шексиз әстелик пенен болады, яғный процессти тең салмақлы деп есаплап, C_1 ҳалынан C_2 ҳалына өткендеги орынланатуғын жұмысты анықлаймыз (168-сўүрет).

49-параграфта тұрақлы басымда газди кеңейткенде мынадай муғдардағы жұмыстың исленетуғынлығы көрсетилди:

$$A = p(V_2 - V_1). \quad (1)$$

Бул теңликте $V_2 - V_1$ арқалы көлемниң өзгериси белгиленген. Бул аңлатпа тек газдиң кеңейиўи ушын ғана орынлы болып қоймай, қәлеген зат ушын дұрыс. Егер кеңейиўдин барысында басым тұрақлы болып қалатуғын болса, бундай затты биз ендигиден былай жұмыс ислейтуғын зат деп атаймыз.

Бирақ, биз енди басым тұрақлы болып қалмайтуғын улыўмалық жағдайды қараймыз. Сонлықтан қараў ушын алдын ала көлемниң шексиз киши өзгериси ΔV ны қараймыз. Көлем шексиз киши шамаға өзгергенде басым p ны тұрақлы болып қалады деп есаплаўға болады;

бундай жағдайда шексиз киши кеңейгенде исленген жұмыс

$$\Delta A = p\Delta V \quad (2)$$

аңлатпасының жәрдеминде анықланады.

Графикте ΔA элементар жұмысы 168-сұйреттегі қойыу түрде штрихланған бағананың майданы менен сұйретленеди. Санлық жақтан басым p жұмыс ислейтуғын зат тәрәпинен ыдыстың дийуалының майданының бир бирлигине түсирилетуғын күштиң шамасына тең. Сонлықтан (2)-формуладағы ΔA жұмысы система тәрәпинен сыртқы денелерге түсирилген күшлердің жұмысы, яғный 68-параграфтағы (3)-формуладағы $\Delta A'$ арқалы белгиленген жұмыс болып табылады. ΔA ның ұсы мәнисин сол 68-параграфтағы (3)-формулаға қойып, биз қарап атырған элементар жұмысқа қолланыуға болатуғын энергияның сақланыу нызамын аламыз:

$$\Delta Q = \Delta U + p\Delta V. \quad (3)$$

Бул аңлатпада ΔQ арқалы жұмыс ислейтуғын затқа берилген жыллылықтың мұғдары, ΔU арқалы оның ишки энергиясының өзгериси белгиленген. Егер зат кеңейетуғын болса ($\Delta V > 0$), онда жұмыс оң. Бундай жағдайда исленген жұмыстың мұғдары жұмыс ислейтуғын денеге сырттан берилетуғын ΔQ жыллылықтың ямаса заттың U ишки энергиясының кемейиуінің есабынан ямаса ұсы дереклердің бир ўақыттығы биргеликтегі өзгерислеринің шамаларының қосындысына тең. Сыртқы күшлердің тәсиринде жұмыс ислейтуғын заттың көлеми киширейгенде ($\Delta V < 0$) исленген $\Delta A = p\Delta V$ жұмыстың мәниси терис. Бул жұмыс ислейтуғын денеден сыртқы денелерге жыллылықтың берилиуі ($\Delta Q < 0$) ямаса дененің U ишки энергиясының көбейиуінің ямаса сол еки процесстің бир ўақытта жүриуінің есабынан жүзеге келеди.

Заттың қалы C_1 ноқтынан C_2 ноқатына шекем өзгергенде исленген жұмыс элементар жұмыслардың қосындысына тең:

$$A = \sum \Delta A = \sum p\Delta V. \quad (4)$$

Бул жұмыс графикте 168-сұйреттегі штрихланған $C_1C_2B_2B_1$ фигурасының майданы менен сұйретленеди.

Кеңейиудің нәтийжесинде C_1 қалынан C_2 қалына өткен жұмыс ислейтуғын затты көз алдымызға елеслестейик (169-сұйрет). Кейин бул зат қысылып C_2 қалынан C_1 қайтадан өтсин. Мейли, кеңейиу процесси $C_1C'C_2$ иймеклиги менен сұйретленетуғын болсын. Қысыуды сол $C_2C'C_1$ иймеклиги бойынша кери бағытта өтиу арқалы да жүзеге келтириу мүмкин. Бирақ, қысыуды басқа жол менен, төменирек жайласқан $C_2C''C_1$ иймеклиги бойынша да әмелге асырыуға болады. Оның ұшын затты қысыудың барысында T_1 температурасында емес, ал басқа T_2 температурада әмелге асырыу керек. Көлемлик кеңейиу коэффициенті оң болған барлық затлар ұшын $T_2 < T_1$. Себеби бундай затлар ұшын бирдей көлемде үлкен басым үлкен температураларда жүзеге келеди. Буннан кейин биз тек ұсындай затларды ғана қараймыз.

$C_1C'C_2C''C_1$ туйық иймеклиги менен сұйретленетуғын барлық процесс термодинамикалық цикл ямаса тек цикл деп аталады. Бир циклда исленетуғын жұмыстың суммасын анықлаймыз.

Зат тәрәпинен кеңейиудің салдарынан исленген A_1 жұмысы $C_1C'C_2B_2B_1$ фигурасының майданы менен сұйретленеди. Бул жұмыс оң: $A_1 > 0$.

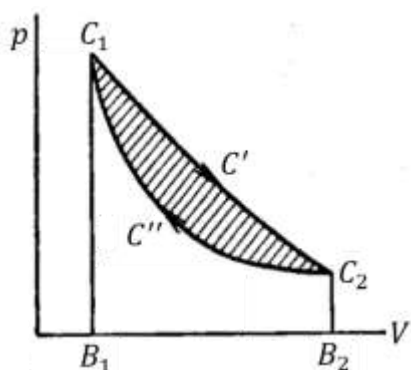
Қысылыудың нәтийжесинде исленген жұмыс $C_1C''C_2B_2B_1$ фигурасы менен сұйретленеди. Бул жұмыс терис: $A_2 < 0$.

Жұмыслардың қосындысы

$$A = A_1 + A_2$$

$C_1C'C_2B_2B_1$ хәм $C_1C''C_2B_2B_1$ фигураларының майданларының айырмасы менен сұйретленеди. Буннан исленген жұмыстың 169-сұйреттегі $C_1C'C_2C''C_1$ фигурасы менен

шекленген штрихланған майданға тең екенлиги келип шығады. Бұл жұмыстың белгиси оң.



169-сүйрет.

Термодинамикалық циклда исленген жұмыс түйық иймеклик пенен орап алынған штрихланған майданға тең.

Заттың C_1 халдағы ишки энергиясын U_1 , ал C_2 халындағы ишки энергиясын U_2 арқалы белгилеймиз. Жұмыс ислейтуғын затқа $C_1C'C_2$ кеңейиінде берилетуғын жыллылықты Q_1 , ал $C_2C''C_1$ қысылыындағы жыллылықты Q_2 арқалы белгилеймиз (кеңейгенде зат $Q_1 > 0$ мұғдарындағы жыллылықты алады, ал қысылғанда $Q_2 > 0$ жыллылық мұғдарын береді, яғнай $-Q_2$ жыллылық мұғдарын алады). Бундай жағдайда термодинамиканың биринши нызамы бойынша мыналарға ийе боламыз:

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_1, -Q_2 = U_1 - U_2 + A_2.$$

Бұл еки теңликти ағзама-ағза қосып, бир циклдың ишинде зат тәрепинен сыртқы күшлерге қарсы исленген A жұмысының шамасын аламыз:

$$A = A_1 + A_2 = Q_1 - Q_2. \quad (5)$$

Биз циклдағы 169-сүйретте көрсетилген бұл жұмыстың мәнисиниң оң екенлигин анықладық. Солай етип $C_1C'C_2C''C_1$ циклы менен сүйретленген процессте мынадай жағдай орын алады екен: затқа сырттан Q_1 жыллылығы берилген, заттың өзи ұсы Q_1 жыллылығынан киши болған Q_2 жыллылық мұғдарын берген, бұл жыллылық мұғдарларының $Q_1 - Q_2$ айырмасының есабынан зат сыртқы күшлерге қарсы A жұмысын ислеген. Усындай циклды *туұры цикл* деп атайды. Берилген $Q_1 - Q_2$ жыллылық мұғдарының есабынан A жұмысы исленгенликтен, туұры цикл түринде сүйретленетуғын процесс *жыллылық машинасын* береді.

Бизиң көргенимиздей, қарап атырылған процессте процесстинң биринши ярымында системаға берилген Q_1 жыллылық мұғдарының барлығы жұмысқа айланбайды екен: Q_2 жыллылығының бир бөлими сыртқа бериледи. Жыллылықтың өзинен өзи тек ыссы денеден салқын денеге өтетуғын болғанлықтан, онда мына нәрселердинң орын алыұы керек: затқа өзиниң Q_1 жыллылық мұғдарын беретуғын ыссырақ дене (қыздырғыш) хәм зат өзиниң Q_2 жыллылық мұғдарын беретуғын сылқын дене (салқынлатқыш).

Алып берилген жыллылықтың есабынан жұмыс алынғанда, әлбетте, энергияның сақланыұ нызамы орынланады: сырттан алынған хәм сыртқы берилген жыллылық мұғдарларының айырмасы $Q_1 - Q_2$ алынған A жұмысына тең. Әмелий көз-қарастан қыздырғыштан алынған Q_1 жыллылығының қандай бөлиминиң A жұмысқа айланғанлығы үлкен қызығыұ пайда етеди. Себеби, жыллылық мұғдарының салқынлатқышқа берилген Q_2 бөлими әмелий жақтан хеш қандай қызығыұ пайда етпейди. Сонлықтан, қараұ ұшын пайдалы тәсир коэффиценти (п.т.к.) киргизиледи:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (6)$$

Бұл пайдалы тәсир коэффиценти анықлаұ ұшын айқын циклди көриұ хәм ондағы исленген жұмысты есаплаұ керек. Биз бұл мәселени 73-параграфта шешемиз.

Хәзир 169-сүўретте көрсетилген циклға *кери* болған циклды қараймыз. *Кери циклда* (170-сүўрет) заттың кеңейиўи $C_1C''C_2$ иймеклиги бойынша жүзеге келеди. Бундай жағдайда оң A_1 жұмысы исленеди, оның сан шамасы $C_1C''C_2B_1B_2$ фигурасының майданына тең. Заттың қысылыўы $C_2C'C_1$ иймеклиги бойлап жүзеге келеди, бұл жағдайда орынланған жұмыс A_2 терис мәниске ийе хәм оның сан мәниси $C_1C'C_2B_2B_1$ фигурасының майданына тең. Жұмыслардың қосындысы $A' = A_1 + A_2$ *терис мәниске* ийе, себеби абсолют мәниси бойынша A_2 жұмысы A_1 жұмысынан үлкен. Қосынды A' жұмыс $C_1C'C_2C''C_1$ туйық иймеклиги өзиниң ишине алатуғын майдан менен сүўретленеди. Бұл жағдайда системаға сырттан түсирилген күшлердің ислеген жұмысы оң мәниске ийе, $A = A'$.

Мейли дене кеңейгенде сырттан Q_2 жыллылығын алатуғын, ал қысылғанда Q_1 жыллылығын беретуғын болсын. Барлық процесс мынаған алып келинеди: сыртқы денелер тәрәпинен түсирилген күшлер оң A жұмысын истейди, система сырттан мұғдары Q_2 болған жыллылықты алады хәм усы Q_2 ден үлкен болған Q_1 жыллылығын қайтарып береді. Берилген Q_1 жыллылығының мұғдары алынған Q_2 жыллылығы менен системаның үстинен сыртқы күшлер тәрәпинен исленген жұмыстың қосындысына тең:

$$Q_1 = Q_2 + A.$$

Бундай цикл менен истейтуғын машина *салқынлатқыш машина* хызметин атқара алады: $C_1C''C_2$ кеңейиўи $C_2C'C_1$ қысылыўына салыстырғанда төменирек температурада әмелге асырылады, сонлықтан Q_2 жыллылық мұғдары салқынырақ денеден алынады хәм Q_1 жыллылық мұғдары жоқарырақ қызған затқа бериледи. Салқынлатқыш машина сыртқы күшлердің тәсиринде истейди, ол салқын денеден Q_2 жыллылық мұғдарын алып (усының салдарынан ол күшлирек салқынлайды), оны ыссырақ денеге береді.

§ 70. Адиабаталық процесслер. Адиабатаның теңлемеси. Системаның *адиабаталық өзгериси* деп система менен қоршаған орталық тәрәпинен жыллылық алмаспай жүретуғын өзгерислерге айтады. Адиабаталық процессте система сырттан жыллылық алмайды хәм қоршаған денелерде жыллылықты бермейди. Процесстин адиабаталық жүриўи үшін система жыллылықты пүткиллей өткермейтуғын дийўаллар менен қоршалған болыўы керек. Жыллылықты пүткиллей өткермейтуғын дийўалларды соғыўдың мүмкиншилиги жоқ болғанлықтан, барлық ҳақыйқый процесс адиабаталық процесске азыкемли жақын шараятларда жүреді. Адиабаталық процесслерге әмелий жақтан жақын процесслер сыпатында сондай тез жүретуғын процесслерди көрсетіўге болады, бундай жағдайда сыртқы денелер менен сезилерликтей мұғдардағы жыллылық алмасыўы үшін ўақыт жетпей қалады.

Математикалық жақтан процесстин адиабаталық характери $\Delta Q = 0$ түрінде жазылады. Буннан адиабаталық процесстеги энергияның сақланыў ызамамы мынадай түрге ийе болады:

$$\Delta U + \Delta A = 0. \quad (1)$$

Адиабаталық процессте ΔA жұмысы тек системаның ишки энергиясының өзгерисиниң есабынан ғана исленеди. Егер система оң жұмысты ислесе ($\Delta A > 0$), онда системаның ишки энергиясы кемейеди; егер, керисинше, сыртқы күшлер системаның үстинен жұмыс ислесе ($\Delta A < 0$), онда системаның ишки энергиясы көбейеди.

Идеал газдың адиабаталық кеңейиўи процессин қараймыз. Жұмыс ΔA барлық ўақытта

$$\Delta A = p\Delta V \quad (2)$$

формуласының жәрдемінде анықланады. Бұл формулада p арқалы газдың басымы, ал ΔV арқалы көлеминиң өзгериси белгиленген. 48-параграфта атап өтилгениндей, идеал газдың ишки энергиясы оның молекулаларының қозғалысының кинетикалық энергиясы болып табылады; буннан идеал газдың бир молиниң ишки энергиясы мынаған тең болады:

$$U = \frac{i}{2} kT \cdot N_A = \frac{i}{2} RT.$$

Бұл теңлікте k – Больцман тұрақтысы, N_A – Авагадро саны, R – газ тұрақтысы. Тұрақты температурадағы газдың моллік жыллылық сыйымлығы болған $C_V = \frac{i}{2}R$ шамасын киргизіп

$$U = C_V T$$

теңлігіне, ал бұл теңліктен идеал газдың ишки энергиясының өзгерісі мынаған тең болатындығына көз жеткереміз:

$$\Delta U = C_V \Delta T \quad (3)$$

теңлігіне ийе боламыз.

(1)-аңлатпаға ΔA ның (2)-аңлатпадығы мәнісін қойып (3)-теңліктен идеал газдың бір моли үшін термодинамиканың биринши басламасының аңлатпасын аламыз:

$$C_V \Delta T + p \Delta V_0 = 0. \quad (4)$$

(4)-қатнастан биз мынаған ийе боламыз: адиабаталық кеңейгенде ($\Delta V_0 > 0$) газ салқынлайды, ал адиабаталық қысылғанда ($\Delta V_0 < 0$) газ қызады. Солай етип газдың көлемі адиабаталық өзгергенде оның температурасы тұрақты болып қалмайды екен. Сәйкес есаплау (майда шрифт пенен жазылған текст) T температураның өзгерісін оның V көлемінің өзгерісі менен байланыстыруға мүмкіншилик береді. Мейли V_1 көлемін ийелеп тұрған газ T_1 температурасына ийе болсын. Бұндай жағдайда көлем адиабаталық өзгергенде температура T_2 шамасына тең болады хәм төмендегидей қатнас орын алады:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}. \quad (5)$$

Бұл қатнаста $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$, яғный γ шамасы тұрақты басым менен тұрақты көлемдегі жыллылық сыйымлықтарының қатнасына тең (майда шрифт пенен жазылған текстти қараңыз).

Газдың хәр бир берілген халы үшін дұрыс болатынын Менделеев-Клапейрон теңлемесінен пайдаланып мынаны аламыз:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{T_1}{T_2}.$$

$\frac{V_1}{V_2}$ ниң ұсы мәнісін (5)-қатнасқа қойып,

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (6)$$

қатнасына ийе боламыз.

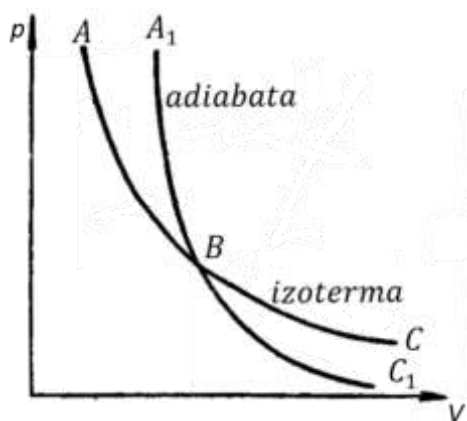
Өзинің мәнісі бойынша (5)-формулаға теппе-тең болған (6)-формула адиабаталық процесстеги газдың температурасының өзгерісін оның басымының өзгерісі менен байланыстырады.

Енди газдың халының изотермалық хәм адиабаталық өзгерістерін салыстырамыз. Газдың кеңейіуінің *изотермалық* рәуиште, яғный тұрақты температурада жүзеге келиуі үшін газ тәрепинен оң жұмыс ісленгенде оның ишки энергиясының кемейіуін компенсациялау үшін сырттан үзлексіз түрде жыллылық беріп тұруы керек. Керісінше, газдың қысылуының изотермалық рәуиште өтуі үшін, яғный оның температурасының тұрақты болып қалуы үшін оның ишки энергиясының запасын үзлексіз түрде сыртқа алып тұруы шәрт. Тек газ бенен сыртқы денелер арасында идеал түрдегі жыллылық алмасыуы болған жағдайда ғана изотермалық процесс жүзеге келеді. Әмелде изотермалық процессти алыу үшін өзгерістерді жүдә әстелик пенен жүргізіу керек. Бұндай әстелик пенен өткен процесстерде газ бенен сыртқы денелер арасындағы жыллылық алмасыуының салдарынан температураны тұрақты етип ұслаудың мүмкіншилигі түүылады.

Солай етип биз мыналарға ийе боламыз:

1) газдың көлемінің изотермалық өзгерісі сыртқы денелер менен жыллылық идеал түрдегі жақсы алмасуының салдарынан жүзеге келеді; кеңейудің барысында газ тәріпіннен сыртқы денелерге түсірілетуғын күшлердің жұмысы сырттан жыллылықтың кириуінің есабынан исленеді; газди қысқандағы сыртқы күшлердің жұмысы газден сыртқы денелерге сәйкес жыллылық мұғдарының алып берилиуі менен жүреді;

2) жүдә жақсы (идеал түрдегі) жыллылық изоляциясы бар болған жағдайда газдың көлемінің *адиабаталық өзгеріуінің* жүзеге келиуі мүмкін; газдың жұмысы оның ишки энергиясының есабынан орынланады; кеңейгенде газ салқынлайды, ал қысылғанда қызады.



171-сүүрет.

Адиабата изотермаға салыстырғанда тик болады.

Газдың берілген мұғдары үшін изотермалық кеңейіуі Бойль-Мариотт нызамына бағынады:

$$pV = \text{const.}$$

Бұл ғәрезлик 171-сүүретте ABC изотермасы менен сүүретленген. Егер биз базы бир B халынан газди адиабаталық қысатуғын болсақ, онда, жоқарыда айтылғанларға байланысly, оның температурасы көтеріледі; ұсының нәтийжесинде pV көбеймесинің барлық мәнислери изотермалық қысыұдағыға салыстырғанда үлкен болады; буннан адиабаталық қысылуы BA изотермасына салыстырғанда тиклеу болған BA_1 иймеклиги менен сүүретленеді. Дәл ұсы сыяқлы, B ноқатынан шығып биз газди адиабаталық кеңейте басласақ, онда оның температурасы төменлей баслайды, ұсының нәтийжесинде кеңейіу BC изотермасына салыстырғанда төменге қарай тез түсетуғын BC_1 иймеклиги бойынша жүреді. A_1BC_1 иймеклигин *адиабата* деп атайды. Солай етип, *газдың көлемінің адиабаталық өзгеріуінде ол Бойль-Мариотт нызамына бағынбайды екен*. Газдың адиабаталық кеңейіуін сәулелендіретуғын иймеклик (адиабата) газдың изотермалық кеңейіуін сәулелендіретуғын иймекликке (изотерма) салыстырғанда тик болады.

(5)- хәм (6)-аңлатпаларды пайдаланып адиабатаның теңлемесин аламыз; бұл аңлатпалардың оң тәреплерин бир бирине теңлестирип

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

теңлигин, ал бұл теңликтен

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} \quad (7)$$

теңлигине ийе боламыз, яғный көлем адиабаталық өзгергенде газдың p басымы γ дәрежесиндегі көлемге кері пропорционал. (7)-теңликтен адиабаталық процессте

$$pV^{\gamma} = \text{const} \quad (7a)$$

теңлигинің орынлы екенлигин көреміз.

Адиабаталық процессте Бойль-Мариотт нызамын алмастыратуғын (7a) формуласы

Пуассон формуласы атамасына ийе.

Әмелде процесслер қатаң түрдегі адиабаталық процесс те, изотермалық процесс те болмайды. Себебі толық жыллылық изоляциясын да, идеал түрдегі энергия алмасуы да жүзеге келтіріу мүмкін емес. Ұақықый процесслер изотермалық ұам адиабаталық процесслердің ортасының характерине ийе. Ұақықый процесслердің дара жағдайы *политропиялық* процесслер болып табылады. Оның ұшын адиабаталық процесс ұшын жазылған формуладай формула орын алады. Тек ғана γ ның мәнісі C_p/C_v менен 1 дің аралығында жатады. Бұндай жағдайда γ *политропаның көрсеткіші* деп аталады.

Политропаның көрсеткішінің шамасы C_p/C_v ға қаншама жақын болса процесс адиабаталық процесске, ал политропаның көрсеткіші 1 ге қаншама жақын болса, онда процесстің изотермалық процесске жақын болады.

(4)-термодинамиканың биринши нызамын дифференциаллық түрде төмендегідей етип қайтадан жазыу арқалы термодинамиканың биринши басламасын [(5)-аңлатпаны] келтіріп шығарыуға болады:

$$C_v dT + p dV_0 = 0.$$

Бұннан

$$p dV_0 = -C_v dT$$

теңлігін аламыз. Бұл теңлікті ағзама-ағза идеал газдың қалын аңлататуғын $pV_0 = RT$ теңлемесіне бөліп

$$\frac{dV_0}{V_0} = -\frac{C_v}{R} \cdot \frac{dT}{T}$$

ямаса

$$\frac{R}{C_v} \cdot \frac{dV_0}{V_0} = -\frac{dT}{T}$$

теңліклеріне ийе боламыз. $\frac{R}{C_v}$ тұрақлы шама болғанлықтан, соңғы аңлатпаны былайынша көшіріп жазыуға болады:

$$d\left(\frac{R}{C_v} \cdot \ln V_0\right) = -d(\ln T).$$

Бирақ, екі шаманың дифференциаллары бир биріне тең болатуғын болса, онда сол шамалардың өзлері ықтыярлы аддитивтік тұрақлыға айрылады:

$$\frac{R}{C_v} \cdot \ln V_0 = -\ln T + const.$$

Бұннан

$$\ln\left(V_0^{\frac{R}{C_v}} \cdot T\right) = const$$

теңлігіне ийе боламыз.

Логарифми тұрақлы болған шаманың өзі де тұрақлы болады. Сонлықтан

$$V_0^{\frac{R}{C_v}} \cdot T = const \quad (8)$$

теңлігіне ийе боламыз. 49-параграфтағы (5)-формуланы пайдаланып бұл аңлатпаны түрлендіреміз. Бұннан

$$\frac{R}{C_v} = \frac{C_p - C_v}{C_v} = \frac{C_p}{C_v} - 1 = \gamma - 1$$

теңліклерін аламыз. $\frac{R}{C_v}$ ның бұл мәнісін (8)-формулаға қойып,

$$V_0^{\gamma-1} T = const$$

формуласын келтіріп шығарамыз. Демек, адиабаталық процессте $V_0^{\gamma-1}$ шамасы менен температура T ның көбеймеси тұрақлы болады екен. Сонлықтан бұл жағдайда

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

теңлігі орынлы болғанлықтан

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

теңлемесіне ие боламыз. Бұл теңleme (5)-теңleme менен бирдей.

Изотермалық хәм адиабаталық процесслер арасындағы айырма хаққында айқын көз-қарасларға ие болыу үшін бир қатар мысалларды көрип өтеміз.

1-мысал. 27°C температурадағы хәм 1 ат басымдағы азоттың базы бир муғдары дәслепки көлеминен 5 есе киши болған көлемге шекем адиабаталық рәйиште қысылған. Қысылғаннан кейин азоттың басымы менен температурасы қандай болады? Изотермалық қысыуда пайда болатуғын басым менен салыстырыңыз.

Шешими. (7)-Пуассон формуласы бойынша

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$$

Буннан

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$$

теңлигине ие боламыз. Биз қарап атырған жағдайда $p = 1 \text{ ат}$, $\frac{V_1}{V_2} = 5$. Соның менен бирге азот еки атомлы газ. Сонлықтан (49-параграф)

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5} = 1,4.$$

Буннан

$$p_2 = 1 \cdot 5^{1,4} \text{ ат} = 9,5 \text{ ат}.$$

Изотермалық қысыуда басымды Бойль-Мариотт нызамы бойынша анықлаймыз

$$p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2} = 1 \cdot 5 \text{ ат}.$$

Адиабаталық қысыудан кейинги температура T_2 ни (5)-қатнастың жәрдемінде анықлаймыз:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

Буннан

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 300 \cdot 5^{0,4} \text{ К} = 571 \text{ К}$$

шамасын ямаса Цельсия шкаласына өтсек, онда температура үшін $t = 298^{\circ}\text{C}$ мәнісін аламыз. Солай етип, биз қарап өткен адиабаталық қысылыуда әдеуір қызыу (27°C дан 298°C ға шекем) орын алады екен. Ал, басым болса изотермалық қысыуда алынған мәністен дерлик еки есе үлкен болады.

2-мысал. Жыллылықты өткізбейтуғын материал менен қоршалған жабық колбада атмосфералық басымнан p_1 шамасына хәм T_1 температураға ие газ бар. Кранды ашып (172-сүүрет) колбаның ишиндеги хаўаның басымы сыртқы атмосфералық басым H қа тең болыуға мүмкиншилик бериледи хәм буннан соң C краны жабылады. Оннан кейин колбаның ишиндеги температура T_2 шамасына жеткенде колбаның ишиндеги басым p_2 шамасына тең болған.

Усы мағлыұматлардың тийкарында тұрақлы басымдағы хәм тұрақлы көлемдеги жыллылық сыйымлықтарының қатнасы $\frac{C_p}{C_v}$ шамасын табыңыз.

Шешими. Колбаның көлемин V_1 арқалы белгилеймиз. Ойымызда кран ашылғаннан кейин колбада қалған хаўаның бөлімін айырып аламыз; бұл бөлім базы бир V_2 көлемин ийелеген еди, ал басымы p_1 хәм температурасы T_1 болды. Кранды ашқанда колбадан хаўаның бир бөлімі шығып кетти; қалған хаўа колбаның V_1 көлемінің барлығын ийеледи хәм оның басымы атмосфералық басым H қа тең болып қалды.

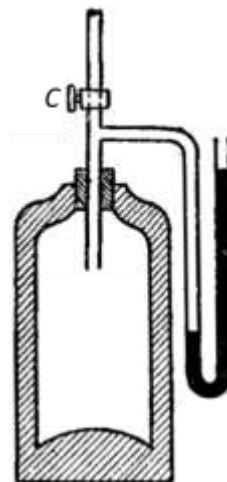
Кеңейіу процессін адиабаталық деп есаплауға болады, себеби процесс тез жүрди хәм шәрт бойынша колбаның дийұаллары жыллылықты жаман өткереді. Сонлықтан, Пуассон формуласы бойынша мынадай теңликти жазамыз:

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} = \frac{H}{p_1}. \quad (9)$$

Усы адиабаталық кеңейіудің салдарынан қауа басы бир T_2 температурасына шекем салқынлайды. Оның температурасы қайтадан дәслепки T_1 шамасына шекем көтерилгенде, оның басымы H атмосфералық басымнан басы бир p_2 шамасына үлкен болады. Усындай жағдайларда қауаның көлеми V_1 шамасына тең болып қалды.

172-сүўрет.

Қауа ушын $\frac{C_p}{C_v}$ қатнасының шамасын анықлау ушын өткерилген тәжирийбениң схемасы.



Қауаның ең ақырғы қалындағы температура оның дәслепки температурасындай болғанлықтан, V_2, V_1, p_1 хәм p_2 шамалары бир бири менен Бойль-Мариотт нызамы бойынша байланысқан:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_2}{p_1} \quad (10)$$

(9)- хәм (10)-аңлатпаларды салыстырып

$$\frac{H}{p_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^\gamma$$

қатнасын аламыз. Бул қатнасты логарифлеп

$$\lg H - \lg p_1 = \gamma(\lg p_2 - \lg p_1)$$

теңлигине ийе боламыз хәм буннан

$$\gamma = \frac{\lg H - \lg p_1}{\lg p_2 - \lg p_1}$$

аңлатпасын келтирип шығарамыз. Солай етип, H, p_1 хәм p_2 басымларын өлшеп қауа ушын γ шамасының мәнисин алыуға болады екен.

Баянланған мысал газлер ушын C_p хәм C_v шамаларын анықлау ушын өткерилетуғын тәжирийбениң схемасын береді.

§ 71. Газдің көлеминің адиабаталық хәм изотермалық өзгерислеринде исленген жұмыс. Газдің адиабаталық кеңейіуінде исленген жұмысты анықлаймыз. Жоқарыда анықлағанмыздай, бул ΔA жұмысы толығы менен газдің ишки энергиясының есабынан орынланады.

49-параграфтағы (4)-қатнасты пайдаланып идеал газдің бир моли ушын мынаған ийе боламыз

$$\Delta A = p\Delta V_0 = -C_v\Delta T.$$

C_v турақлы шама болғанлықтан, бул қатнас температураның шекли өзгериси ушын да дұрыс. Мейли газдің дәслепки температурасы T_1 , ал ақырғы температурасы T_2 болсын. Бундай жағдайда $\Delta T = T_2 - T_1$ хәм орынланған жұмыс A мынаған тең:

$$A = -C_v(T_2 - T_1) = C_v T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right).$$

70-параграфтағы (5)-формула бойынша $\frac{T_2}{T_1}$ қатнасын $\left(\frac{V_{01}}{V_{02}}\right)^{\gamma-1}$ шамасы менен алмастырып

$$A = C_V T_1 \left[1 - \left(\frac{V_{01}}{V_{02}} \right)^{\gamma-1} \right] \quad (1)$$

формуласына ийе боламыз. Бұл формула газдың бір молиның көлемінің адиабаталық жолдар менен V_{01} ден V_{02} ге шекемгі өзгергендегі жұмысты береді. T_1 температура V_{01} көлеміне сәйкес келеді.

(1)-формулаға басқаша түр беріуге де болады; оның үшін 49-параграфтағы (5)-қатнастан пайдаланамыз:

$$C_p - C_V = R.$$

Буннан

$$C_V = R \frac{C_V}{R} = R \frac{C_V}{C_p - C_V} = R \frac{1}{\gamma - 1}$$

теңліктері келип шығады. C_V үшін жазылған бұл аңлатпаны (1)-аңлатпаға қойып

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_{01}}{V_{02}} \right)^{\gamma-1} \right] \quad (1a)$$

формуласын аламыз.

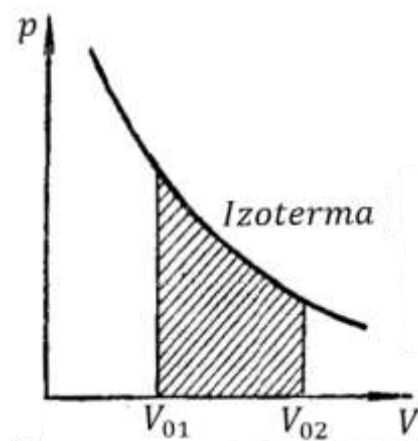
Газдың изотермалық кеңейімінде ісленген жұмыс газге сырттан берилетуғын жыллылықтың есабынан орынланады. Сонлықтан оның мәнісі адиабаталық кеңейіудегі жұмысты анықлағандай етип анықланбайды. 69-параграфтағы (2)-формула бойынша газ тәрепинен оның көлеми шексіз киши ΔV шамасына үлкейгендегі ісленген жұмыс

$$\Delta A = p \Delta V$$

формуласының жәрдемінде есапланады.

173-сүррет.

Изотермалық кеңейіуде ісленген жұмыс штрихланған фигураның майданы менен сүрретленеді.



Газдың көлеми V_1 ден V_2 ге шекем өзгергенде ісленген A жұмысты барлық элементар жұмыстарды суммалау арқалы аламыз:

$$\Delta A = \sum p \Delta V.$$

Графикте бұл жұмыс 173-сүрреттегі штрихланған фигураның майданы менен сүрретленеді. Жоқарыда көрсетілген суммалау интеграллауға алып келинеді (майда шрифт пенен жазылған текстке қараңыз) хәм газдың бір моли үшін мынаны береді:

$$A = RT \ln \frac{V_{02}}{V_{01}}.$$

Изотермалық процессте Бойль-Мариотт нызамы орынланатуғын болғанлықтан

$$\frac{V_{02}}{V_{01}} = \frac{p_2}{p_1}$$

теңлиги орынлы болады. Буннан (2)-аңлатпаны былайынша жаза аламыз:

$$A = RT \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (2a)$$

(1a) хәм (2)-формуларды газдің қәлеген массасы m ушын ұлыұмаластырып, төмендегилерди аламыз:

1) массасы m болған газ тәрепинен көлеми V_1 ден V_2 ге шекем адиабаталық өзгергендеги исленген A жұмыс

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] \quad (1b)$$

формуласының жәрдемінде анықланады. Бул формулада μ арқалы газдің молекулалық салмағы, көлемнің шамасы V_1 болған жағдайдағы температура T_1 арқалы белгиленген.

2) массасы m болған газ тәрепинен көлеми V_1 ден V_2 ге шекем изотермалық өзгергендеги исленген A жұмыс

$$A = RT \frac{m}{\mu} \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2b)$$

формуласының жәрдемінде анықланады. Бул формулада T арқалы газдің көлеми изотермалық өзгеретуғын тұрақлы температура белгиленген.

Көлем өзгергенде исленген жұмыс ушын аңлатпаны былайынша есаплаўға болады. Элементар жұмыс

$$dA = p dV \quad (3)$$

аңлатпасының жәрдемінде есапланады. Көлем V_1 ден V_2 ге өзгергенде исленген жұмыс

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV \quad (4)$$

анық интегралының жәрдемінде аңлатылады. Бул аңлатпа процесстиң изотермалық ямаса адиабаталық болыўынан ғәрезсиз.

Газдің бир моли ушын изотермалық процесс ушын Менделеев-Клапейрон формуласы орынланады:

$$pV_0 = RT.$$

Бундай процессте T температурасының мәнисі тұрақлы. p басымда V_0 хәм T арқалы аңлатып

$$p = \frac{RT}{V_0}$$

теңлигин аламыз. p ның бул мәнисин (4) ке қойып хәм R менен T тұрақлы шамаларын интегралдың алдына шығарып жұмыс ушын

$$A = RT \int_{V_{01}}^{V_{02}} \frac{dV_0}{V_0} = RT \ln \frac{V_{02}}{V_{01}}$$

аңлатпасын табамыз. Бул газдің бир моли тәрепинен оның көлеми изотермалық шараятта V_{01} ден V_{02} ге шекем өзгергенде исленген жұмысты береді [тийкарғы тексттеги (2)-формула менен салыстырыңыз].

Көлемнің адаиабаталық өзгерисінде орынланатуғын жұмыс ушын аңлатпаны және бир рет келтирип шығарыў ушын (4)-формуладан пайдаланамыз. Адиабаталық процессте Пуассон формуласы орынлы болады:

$$pV_0^\gamma = p_1V_{01}^\gamma.$$

Бул аңлатпада p_1 хәм V_{01}^γ газдің бир молиның басымы менен көлеми. Буннан

$$p = \frac{p_1V_{01}^\gamma}{V_0^\gamma}$$

теңлигин аламыз. p ның ұсы мәнисин (4)-аңлатпаға қойып хәм тұрақлы болған $p_1V_{01}^\gamma$ шамасын интегралдың алдына шығарып мынаны аламыз:

$$A = p_1 V_{01}^\gamma \int_{V_{01}}^{V_{02}} \frac{dV_0}{V_0^\gamma} = \frac{p_1 V_{01}^\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{1}{V_{01}^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_{02}^{\gamma-1}} \right).$$

Бұл аңлатпадағы $\frac{1}{V_{01}^{\gamma-1}}$ шамасын қайсырмадан сыртқа шығарып

$$A = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p_1 V_{01}^\gamma}{V_{01}^{\gamma-1}} \left[1 - \left(\frac{V_{01}}{V_{02}} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{p_1 V_{01}}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_{01}}{V_{02}} \right)^{\gamma-1} \right]$$

аңлатпасын табамыз. Енді идеал газдың қал теңлемесинен

$$p_1 V_{01} = RT_1$$

теңлигинің орынлы екенлігін еске түсірсек, онда

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_{01}}{V_{02}} \right)^{\gamma-1} \right]$$

формуласына ийе боламыз. Бұл формуланың (1а) формуласына сәйкес келетұғынлығын аңғарамыз.

Газди қысыұда исленген жұмысты есаплаұға санлы мысал келтиремиз.

Мысал. $p_1 = 1 \text{ ат}$ басымда тұрған 10 л азот $p_2 = 100 \text{ ат}$ басымға шекем қысылады. Еки жағдай ушын қысыұда исленген жұмысты есаплаймыз: 1) қысыұ изотермалық рәуиште алып барылады; 2) қысыұ адиабаталық рәуиште алып барылады.

Шешими. 1) (2б) формулаға сәйкес изотермалық қысыұда исленген жұмыс мына формуланың жәрдемінде есапланады:

$$A = RT \frac{m}{\mu} \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

$\frac{m}{\mu} RT = p_1 V_1$ хәм $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$ теңликлеринің орынлы екенлігін нәзерде тұтып, бұл аңлатпаны былайынша жазамыз:

$$A = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Мәселени SGS системада шешетұғын болсақ, онда басымды барға хәм көлемди см^3 қа өткеремиз. Бұндай жағдайда $p_1 = 1 \text{ ат} \cong 10^6 \text{ бар}$; $V_1 = 10 \text{ л} = 10^4 \text{ см}^3$. Буннан

$$A = 10^6 \cdot 10^4 \ln \frac{1}{100} \text{ erg} \cong -4,6 \cdot 10^{10} \text{ erg} = -4,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

шамасына ийе боламыз.

2) Адиабаталық қысыұда (1б) формула бойынша:

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_{01}}{V_{02}} \right)^{\gamma-1} \right]$$

теңлиги орынлы. Усы жағдайда да $\frac{m}{\mu} RT = p_1 V_1$ қатнасынан пайдаланамыз. Соның менен бирге Пуассон формуласы бойынша

$$\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = \frac{p_2}{p_1}$$

қатнасының орынлы екенлігін аңғарамыз хәм буннан

$$\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

теңлигине ийе боламыз. Бұл орынларға қойыұды әмелге асырып мынадай формуланың дұрыс екенлігине көз жеткеремиз:

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right].$$

Биринши жағдайдағыдай, $p_1 \cong 10^6 \text{ бар}$, $V_1 = 10^4 \text{ см}^3$. Усының менен бирге азот ушын (яғный еки атомлы газ ушын) $\gamma = 1,4$. Буннан

$$A = \frac{10^6 \cdot 10^4}{1,4 - 1} \left[1 - 100^{\frac{1,4-1}{1,4}} \right] \text{ erg} = -6,8 \cdot 10^{10} \text{ erg} = -6,8 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

шамаларын аламыз.

Еки жағдайда да жұмыс терис мәниске ийе. Бұл жұмыстың барысында сыртқы күшлердің

тәсирінде газ қысылады. Бул жағдайда адиабаталық қысыуда исленген жұмыстың шамасы изотермалық қысыуда исленген жұмыстың шамасынан үлкен болады.

§ 72. Термодинамиканың екінші басламасы. 69-параграфта қалеген жұмыс ислейтуғын зат тәрепинен орынланатуғын тўўры термодинамикалық циклдың жыллылық машинасы түринде қолланылыўының мүмкин екенлигин көрдик: базы бир деректен алынған Q_1 жыллылық муғдарының есабынан жұмыс ислейтуғын зат A жұмысын иследи. Усының менен бир ўақытта Q_2 жыллылығының салқынлатқышқа берилгенлигин көрдик. Солай етип, процесстиң қурамалы характерге ийе екенлиги айқын көринди: қыздырғыштан Q_1 жыллығы алынды, жұмыс ислейтуғын зат Q_1 жыллығынан киши болған A жұмысын орынлады, $Q_2 = Q_1 - A$ шамасындағы жыллылық муғдары салқын болған денеге (салқынлатқышқа) бериледи. Ал көпшилик жағдайларда, әмелий көз-қарастан қыздырғыштан алынған Q_1 жыллылық муғдарының қандай бөлиминиң A жұмысын қурайтуғынлығы үлкен қызығыўшылық пайда етеди. Бизиң жоқарыда еслетип өткен пайдалы тәсир коэффициентини деп аталатуғын

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

қатнасы пайдалы жұмыс A ның берилген Q_1 жыллылықтың қандай бөлимин қурайтуғынлығын аңлатады. Көринип тұрғанындай, η шамасының мәниси 1 ге қаншама жақын болса, онда алынған жыллылықтың үлкен бөлегин жұмыс A қурайды.

Пайдалы тәсир коэффициентиниң шамасы $\eta = 1$ болған машина жүдә утымлы болған болар еди. Бундай жағдайда ұсындай двигатель еки денениң – ыссырақ болған қыздырғыш пенен салқынырақ болған салқынлатқыштың болыўын талап етпеген болар еди. Бундай двигатель бизди қоршап тұрған қалеген денениң (мысалы жердиң сыртқы қабығы ямаса океанлардың бети) салқынлаўының есабынан жұмыс ислеген болар еди. Бундай двигатель *екінші әўлад перпетуум мобиле* атамасына ийе болды. Екинши әўлад перпетуум мобиле энергияның сақланыў ызамын (термодинамиканың биринши ызамын) бұзбайтуғын болса да, оны қурыўдың мүмкин емес екенлиги айқын көринип тұрған жоқ. Бирақ, нәтийжеси базы бир деректен Q_1 жыллылық муғдарын жұмыс ислейтуғын машинаға алып бериў жолы менен дәўирли түрде ислеп $A = Q_1$ жұмысын беретутын жыллылық машинасын соғыўға болған ҳәрекетлердиң барлығы сәтсизликке ушырады.

Деректен жыллылық муғдарын алып жұмыс ислеў ҳаққындағы ұлыўма түрдеги мәселени биринши рет қойған адам Сади Карно болды. 1824-жылы оның "Жалынның қозғаўшы күши ҳаққындағы ойлар" деп аталатуғын китабы баспадан шықты. Карно идеал газ бенен жүзеге келтирилетуғын ҳәм көлемлердиң адиабаталық ҳәм изотермалық өзгерислеринен туратуғын термодинамикалық циклда қыздырғыштан алынған жыллылықтың бир бөлегин салқынлатқышқа бермеўден қутылыўдың жолының жоқ екенлигин көрсетти (егер салқынлатқыштың температурасы абсолют нолден жоқары болатутын болса).

Кейинирек Карноның жуўмақлары Клаузиус ҳәм В.Томсон тәрепинен бир принципке ұлыўмаластырылды. Бул принциптиң мазмұны мыналардан ибарат: *бирден-бир нәтийжеси бир деректен алынатутын жыллылықтың есабынан жұмыстың ислениўи болған дәўирли процессти жүзеге келтириў мүмкин емес.*

Бул принцип *термодинамиканың екінші басламасы* деген атамаға ийе болды.

Термодинамиканың екінші басламасын екінші әўлад перпетуум мобилени, яғный жыллылықтың бир дерегиниң салқынлаўының салдарынан дәўирли ислейтуғын двигателди соғыўдың мүмкин емеслиги принципнен келтирип шығарыўға болады.

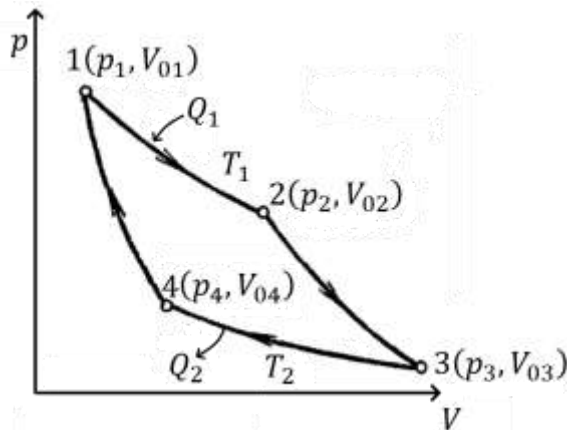
Термодинамиканың екінші басламасының дурыс екенлиги оннан келип шығатуғын оғада көп санлы жуўмақлардың тәжирийбелердиң нәтийжелери менен сәйкес

келетуғынлығынан келип шығады.

§ 73. Карно цикли. Жыллылық машинасының пайдалы тәсир коэффициенті. Бул параграфта биринши рет Карно тәрепинен киргизилген хәм *Карно цикли* деп аталатуғын дөңгелек процессти таллаймыз.

Бул цикл еки изотерма менен еки адиабатадан туратуғын қайтымлы дөңгелек процесс (термодинамикалық цикл) болып табылады. Циклди жүзеге келтириў ушын жұмыс ислеўши денениң изотермалық кеңейиўинде сәйкес жыллылық муғдарын беретуғын хәм сол жыллылық ислеўши денениң изотермалық қысылыўында сәйкес муғдардағы жыллылықты қабыл ететуғын салқынлатқыштың болыўы керек.

69-параграфтағы сыяқлы, жұмыс ислеитуғын затқа берилетуғын жыллылық муғдарын Q_1 , ал жұмыс ислеитуғын затқа салқынлатқыш тәрепинен берилетуғын жыллылықты $-Q_2$ арқалы белгилеймиз (жұмыс ислеитуғын дене тәрепинен салқынлатқышқа берилетуғын Q_2 жыллылығы оң). Барлық жағдайда да жұмыс ислеитуғын зат тәрепинен исленетуғын жұмысты A (белгисин көрсетпей) арқалы белгилеймиз. Жұмыс ислеитуғын зат тәрепинен кеңейгенде исленетуғын жұмыстың белгиси оң: $A_1 > 0$, ал қысылғанда исленетуғын жұмыстың белгисин терис: $A_1 < 0$ деп есаплаймыз.



174-сүўрет.
Карно цикли.

Жұмыс ислеитуғын зат сыпатында идеал газдиң бир моли болған Карно циклын қараймыз. Оның ең биринши ҳалын (1) арқалы белгилеймиз хәм бул ҳал p_1 басымы V_{01} көлеми хәм T_1 температурасы менен тәрийипленетуғын болсын (174-сүўрет). Оны көлеми V_{02} шамасына, ал басымы p_2 шамасына жеткенше изотермалық рәйиште кеңейиўге мәжбүрлеймиз. [(2) ҳалы]. Усы изотермалық кеңейиўде газ қыздырғыштан Q_1 муғдарындағы жыллылықты алады хәм $A_1 = Q_1$ жұмысын ислеиди.

2 ҳалынан газге адиабаталық рәйиште кеңейиў менен (3) ҳалына өтиў мүмкиншилигин беремиз. Бундай жағдайда оның басымы p_3 ке, көлеми V_{03} ке шекем өзгереди. Усының салдарынан газдиң температурасы T_2 шамасына шекем төменлейди.

3 ҳалынан баслар газди турақлы T_2 температурасында изотермалық рәйиште қысамыз хәм басымы p_4 , көлеми V_{04} пенен тәрийипленетуғын (4) ҳалға алып келемиз. Бундай жағдайда газ салқынлатқышқа Q_2 жыллылығын береди хәм $A = -Q_2$ жұмысын ислеиди.

Ең ақырында (4) ҳалынан газди адиабаталық рәйиште қысамыз хәм ең биринши (1) ҳалына алып келемиз. Бундай жағдайда оның басымы p_1 , көлеми V_{01} ге тең болады хәм T_1 температурасына шекем қызады.

Ең дәслеп, еки изотермадан еки адиабатадан туратуғын усындай процесстиң ҳақыйқатында да жүзеге келе алатуғынлығын көрсетемиз. Оның ушын 70-параграфтағы (5)-формуладан пайдаланамыз. Бул формула бойынша (2)→(3) өтиўинде төмендегидей қатнастың орын алыўы керек:

$$\left(\frac{V_{02}}{V_{03}}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (1)$$

Тұйықлық шәрті газ (4) халынан (1) халына адиабаталық қысылғанда температурасының T_2 ден ең дәслепки T_1 ге шекем жоқарылауынан, яғный

$$\left(\frac{V_{01}}{V_{04}}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (2)$$

теңлигинің орынланыуына ибарат.

(1)- хәм (2)-теңликлерди салыстырып,

$$\frac{V_{02}}{V_{03}} = \frac{V_{01}}{V_{04}} \quad (3)$$

шәртинің орынланыуының керек екенлигин көремиз.

Бул шәртти барлық ўақытта қанаатландырыўға болады. Сонлықтан, биз қарап атырған процессти дөңгелек процесс түрінде (цикл түрінде ямаса термодинамикалық цикл түрінде) әмелге асырыўға болады.

Карно циклинің пайдалы тәсир коэффицентин анықлаймыз. 69-параграфта айтылып өтилгениндей, оның мәниси

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad (4)$$

формуласының жәрдемінде есапланады. Бул формулада A арқалы барлық циклдың барысында исленген қосынды жұмыс, Q_1 арқалы қыздырғыштан алынған жыллылық муғдары, Q_2 арқалы салқынлатқышқа берилген жыллылық муғдары белгиленген.

Q_1 жыллылық муғдары газдің 1 моли тәрeпинен (1) → (2) изотермалық кеңейиўіндеги орынланған A_1 жұмысына тең. 71-параграфтағы (2)-формула бойынша Q_1 ушын

$$Q_1 = A_1 = RT_1 \ln \frac{V_{02}}{V_{01}}$$

аңлатпаны аламыз.

Тап сол сыяқлы, салқынлатқыштан алынған $-Q_2$ жыллылық муғдары газди изотермалық (3) → (4) қысқанда исленген жұмыс A_2 ге тең:

$$-Q_2 = A_2 = RT_1 \ln \frac{V_{04}}{V_{03}} = -RT_2 \ln \frac{V_{03}}{V_{04}}.$$

Q_1 менен Q_2 ниң ұсы мәнислерин (4)-аңлатпаға қойсақ, онда

$$\eta = \frac{T_1 \ln \frac{V_{02}}{V_{01}} - T_2 \ln \frac{V_{03}}{V_{01}}}{T_1 \ln \frac{V_{02}}{V_{01}}}$$

теңлигине ийе боламыз.

Бирақ, (3)-тұйықлық шәртинен

$$\frac{V_{03}}{V_{01}} = \frac{V_{02}}{V_{01}}$$

хәм буннан

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (5)$$

формуланы аламыз. Бул формулада T_1 арқалы (1)→(2) изотермалық кеңейиўи жүзеге келетуғын температура белгиленген. T_2 арқалы (3)→(4) изотермалық кеңейиўи жүзеге келетуғын температура белгиленген. Изотермалық кеңейиўде газ қыздырғыштан Q_1 жыллылығын алады, ал изотермалық қысылыўда салқынлатқышқа Q_2 жыллылық муғдарын береді.

Биз қыздырғыштың температурасын T_1 шамасына, ал салқынлатқыштың

температурасын T_2 шамасына тең етип алыуымыз керек. Себеби қыздырғыштың жоқары болған температурасында хәм салқынлатқыштың төменирек болған температурасында процесстин тең салмақлық рәуиште өтпеуі мүмкин.

Биз жоқарыда қарап өткен түүры Карно цикли *идеаллық болған жыллылық машинасы болып табылады. Усындай идеал болған жыллылық машинасының пайдалы тәсир коэффициенти η тек қыздырғыштың температурасы T_1 хәм салқынлатқыштың температурасы T_2 шамалары бойынша ғана анықланады.*

Бир цикл өткенде газ

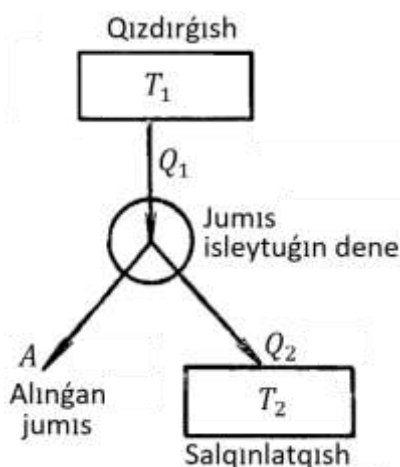
$$A = Q_1 - Q_2 = \eta Q_1 \quad (6)$$

жұмысын орынлайды. Бұл аңлатпада η арқалы (5)-формуланың жәрдемінде анықланатуғын пайдалы тәсир коэффициенти белгиленген. Бундай жағдайда қыздырғыштан Q_1 жыллылық муғдары алынады, ал салқынлатқышқа Q_2 жыллылық муғдары бериледи. Оның шамасы мынаған тең:

$$Q_2 = Q_1 - A = (1 - \eta)Q_1. \quad (7)$$

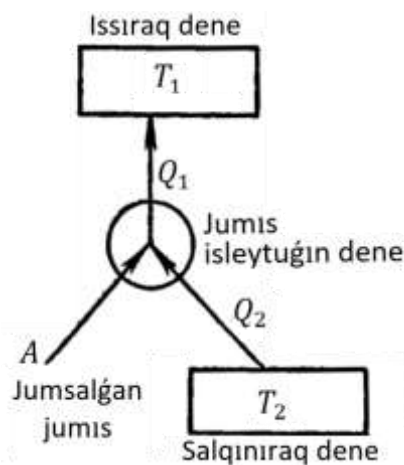
Қыздырғыштың температурасы T_1 қаншама жоқары, ал салқынлатқыштың температурасы T_2 қаншама төмен болса, онда пайдалы тәсир коэффициенти үлкен, яғный қыздырғыштан алынған Q_1 жыллылығының үлкен бөлими жұмысқа айланады хәм соншама киши бөлими салқынлатқышқа бериледи. Тек $T_2 = 0$ болған жағдайда ғана, яғный салқынлатқыштың температурасы абсолют нолге тең болғанда ғана, жыллылық машинасының пайдалы тәсир коэффициенти бирге тең болады.

Карноның түүры циклының (идеал болған жыллылық машинасының) схемасы 175-сүүретте келтирилген.



175-сүүрет.

Жыллылық машинасының хәрекет етиўиниң схемасы.



176-сүүрет.

Салқынлатқыш машинаның хәрекет етиўиниң схемасы.

Карно циклының кайтымлығы оны жоқарыда қарағанымызға салыстырғнада кери бағытта өткерийге мүмкиншилик береді. *Карноның усундай кери цикли идеал болған салқынлатқыш болып табылады.* Шын мәнисінде, Карноның кери циклында сырткы күшлер газдиң үстинен сан мәниси түүры циклдағы A жұмысына тең оң A' жұмысын ислейди. Бундай жағдайда салқынлатқыштан Q_2 шамасындағы жыллылық алынады. (6)-хәм (7)-формулалар тийкарында бул Q_2 жыллылық муғдарын

$$Q_2 = \frac{1 - \eta}{\eta} A$$

түрінде көрсетиўге болады. Қыздырғышқа

$$Q_1 = \frac{A}{\eta}$$

жыллылығы бериледи.

Карноның кери бағыттағы хәрекетинің (идаел болған салқынлатқыш машинаның) схемасы 176-сүуретте берилген.

Жоқарыда баянланған барлық нәтийжелерди биз Карно циклы идеал газ бенен жүзеге келтирилди деген болжаў тийкарында алдық. Бирақ, термодинамиканың екінши басламасынан келип шыққан ҳалда *қәлеген жұмыс ислейтуғын зат пенен жүзеге келтирилетуғын Карноның қайтымлы циклының пайдалы тәсир коэффициентиниң идеал газ бенен әмелге асырылған Карно циклының пайдалы тәсир коэффициентине тең екенлигин көрсетиўге болады*. Бұл жағдайдың дұрыслығын дәлиллеў ушын базы бир жұмыс ислейтуғын зат пенен өткерилген Карно циклының пайдалы тәсир коэффициентиниң η' идеал газ бенен өткерилетуғын Карно циклының пайдалы тәсир коэффициентиниң η дан үлкен деп болжаймыз (яғнай $\eta' > \eta$). Бұл циклдың бириншисин *туўры бағытта* (жыллылық машинасындағыдай) n рет температурасы T_1 болған қыздырғыш пенен температурасы T_2 болған салқынлатқыш арасында n рет жүзеге келтирилсе nA мұғдарындағы жұмыс исленеди, қыздырғыштан мұғдары nQ_1 шамасындағы жыллылық алынады, ал салқынлатқышқа nQ_2 жыллылығы бериледи. Тек Карно циклы ушын ғана емес, ал ықтыярлы цикл ушын қолланыў мүмкин болған (6)- хәм (7)-қатнастардың тийкарында (егер η арқалы қарап атырылған циклдың пайдалы тәсир коэффициентиниң белгиленген болса) биз

$$nA = \frac{\eta'}{1 - \eta'} nQ_2 \quad (8)$$

теңлигине ийе боламыз.

Идеал газ бенен Карно циклин *кери бағытта* (салқынлатқыш машина сыпатында) тап сол қыздырғыш хәм салқынлатқыш пенен m рет жүзеге келтиремиз. Буның ушын биз mA' жұмысын жумсаўымыз, холодилниктен mQ_2' мұғдарындағы жыллылықты алыў хәм қыздырғышқа керек mQ_1' мұғдарындағы жыллылықты бериўимиз керек. Бундай жағдайда

$$mA' = \frac{\eta}{1 - \eta} mQ_2' \quad (9)$$

қатнасы орынлы болады. Бизлер n менен m шамаларын

$$nQ_2 = mQ_2' \quad (10)$$

теңлиги орынланатуғындай етип алыўымыз керек. Бундай жағдайда (8)- хәм (9)- аңлатпалардан хәм $\eta' > \eta$ теңсизлигин инабатқа алып

$$\frac{nA}{mA'} = \frac{\frac{\eta'}{1 - \eta'}}{\frac{\eta}{1 - \eta}} > 1$$

теңсизлигине ийе боламыз, яғнай туўры циклды n рет хәм кери циклды m рет өткергенде алынған жұмыс nA сарыпланған mA' жұмысынан үлкен болады екен. Усының менен бирге (10)-аңлатпа бойынша салқынлатқыштан қанша жыллылық алынған болса, тап соншама жыллылық бериледи. Солай етип, биргеликте алынған еки цикл да екінши әўлад перпетуум мобилени жүзеге келтиреди: салқынлатқышқа қаншама жыллылықтың берилгенлигине қарамастан жұмыс қыздырғыштан алынған жыллылықтың есабынан жүреди. Ал, термодинамиканың екінши басламасы бойынша екінши әўлад перпетуум мобилени жүзеге келтириў мүмкин емес. Буннан бизиң $\eta' > \eta$ теңсизлиги орынланады деген болжаўдан бас тартыўға туўры келеди.

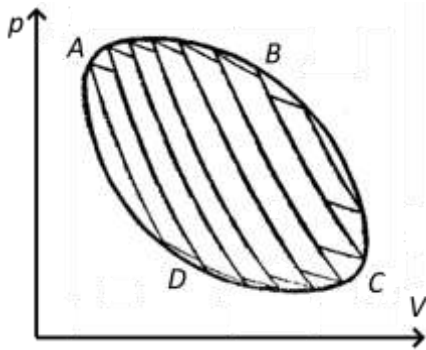
Енди $\eta' < \eta$ болжаўы қалады. Бирақ, бұл жағдайда идеал гез бенен Карно циклин туўры бағытта, ал басқа жұмыс исейтуғын зат пенен кери бағытта өткерсек, бәри бир екінши әўлад перпетуум мобилени жүзеге келтириў мүмкин емес болар еди.

Солай етип, бұл екінші басламаның да алып тасланыуы керек. Соған сәйкес бірден бір мүмкіншілік қалады: $\eta' = \eta$.

Енді тууры бағытта жүретуғын *қайтымлы емес* (тең салмақлы емес өтетуғын) Карно циклын, яғнай жыллылық машинасы сыпатында хәрекет ететуғын Карно циклын қараймыз. Оның пайдалы тәсир коэффицентин η'' арқалы белгилеймиз. Бұл процессти берилген қыздырғыш пенен салқынлатқыш арасында жүргизип хәм сол қыздырғыш хәм салқынлатқыш пенен салқынлатқыш машина сыпатында Карноның қайтымлы циклин жүзеге келтирип, жоқарыда келтирилген таллаулар тийкарында $\eta'' \leq \eta$ теңсизлигиниң орын алатуғынлығына көз жеткеремиз. Бұл аңлатпада η арқалы қайтымлы Карно циклының пайдалы тәсир коэффицентин белгиленген.

Қайтымлы емес Карно циклы ушын оның η'' пайдалы тәсир коэффицентиниң бир ўақытта η шамасынан киши болатуғынлығын көрсетиўге болмайды. Себеби шәрт бойынша бұл процесстин қайтымлы болыуы, яғнай салқынлатқыш машина сыпатында қолланылыуы мүмкин емес. Буннан биз мынадай нәтийже менен шекленемиз: *қайтымлы емес Карно циклиниң пайдалы тәсир коэффицентини қайтымлы Карно циклының пайдалы тәсир коэффицентинен үлкен болыуы мүмкин емес.*

Алынған нәтийжелерди қәлеген туйық процесс ушын улыўмаластырыўға болады.



177-сүүрет.

Қәлеген туйық $ABCD$ дөңгелек процессти Карноның элементар цикларына бөлиўге болады.

Графикте $ABCD$ туйық иймеклиги менен сүүретленген ықтыярлы қайтымлы туйық процессти көз алдымызға елеслетемиз (177-сүүрет). Бұл процессти жуўық түрде шексиз көп сандағы Карноның тар циклериниң бөлиўге болады. Бұл Карно циклериниң барлығын жүзеге келтиргенде хәр бир адиабатаның қарама-қарсы бағытларда еки рет өтилетуғын бөлимлери түсип қалады. Туйық сынық сызықты пайда ететуғын изотермалар менен адиабаталардың ең шетки участкалары қалады. Шегинде бұл сызық $ABCD$ циклы бойынша айланып өтиўди береді. Усы Карно цикларының хәр бири хәр қыйлы циклар ушын хәр қыйлы болған T'_k пенен T_k температураларының арасында өтеді. (5)-формула бойынша k — Карно циклиниң пайдалы тәсир коэффицентини

$$\eta_k = \frac{T'_k - T_k}{T'_k}$$

шамасына тең. Барлық $ABCD$ цикли өтетуғын температуралардың максимумын T_1 , ал минимумын T_2 арқалы белгилеймиз. Бундай жағдайда Карно циклиниң хәр бир бөлек циклиниң пайдалы тәсир коэффицентини ушын

$$\eta_k \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

теңсизлиги орынлы болады. Буннан барлық $ABCD$ циклиниң пайдалы тәсир коэффицентиниң мына шәртти қанаатландыратуғынлығы келип шығады:

$$\eta''' \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (11)$$

Солай етип биз мынадай нәтийжеге келемиз: *қәлеген тууры қайтымлы дөңгелек*

процесстің (жыллылық машинасының) η''' пайдалы тәсір коэффициенті T_1 менен T_2 температураларының арасында ислейтуғын қайтымлы Карно циклинің (идеал жыллылық машинасының) пайдалы тәсір коэффициентінен үлкен бола алмайды.

Егер қарап атырылған түйік процесс қайтымсыз болса, яғни 177-сұрөтте көрсетіу мүмкін болмаған қайтымлы емес участкаларға ийе болса, онда оны бир бөлімі қайтымлы болмаған шексіз көп санлы Карно циклларына бөліуе болады.

Қайтымлы емес Карно циклының пайдалы тәсір коэффициенті болған η_k'' шамасының қайтымлы циклдың пайдалы тәсір коэффициентінен үлкен бола алмауынан, (11)-формула қалеген қайтымлы емес дөңгелек процесс ушын дурыс болады.

Термодинамиканың биринши басламасы бирден бир нәтижеси базы бир деректен алынған жыллылықтың есабынан жұмыс исленетуғын процесстің мүмкін емес екенлигин тастыйықлайды. Енди биз алынған жыллылықтың есабынан жұмыстың ислениуі менен алып барылатуғын процесстің жыллылықтың қызған денеден салқын денеге алып берилиуі болып табылатуғынлығын көремиз.

(6)- хәм (7)-формулардан биз мынаған ийе боламыз: егер Карноның кери циклын жүзеге келтиретуғын жұмыс ислейтуғын дене $A = \eta Q_1$ жұмысын истейтуғын хәм қыздырғыштан Q_1 жыллылық муғдарын алатуғын болса, онда салқынлатқышқа

$$Q_2 = (1 - \eta) Q_1$$

жыллылығын береді. Бул теңликте η арқалы (5)-теңликтің жәрдемінде анықланатуғын пайдалы тәсір коэффициенті белгиленген.

Бул қатнасқан η ның орнына оның (5)-аңлатпадағы мәнісин қойсақ, онды мынаған ийе боламыз:

$$Q_2 = \frac{T_2}{T_1} Q_1. \quad (12)$$

Бул теңликте T_1 арқалы жыллылық алынатуғын дененің температурасы (қыздырғыш), ал T_2 арқалы жыллылық берилетуғын дененің (салқынлатқыштың) темперарурасы белгиленген.

Сол қыздырғыш хәм сол салқынлатқыш арасында жүретуғын қалеген басқа процесс қайтымлы Карно циклинің пайдалы тәсір коэффициентінен үлкен болмаған пайдалы тәсір коэффициентіне ийе болған жағдайда да тап сол A жұмысын ислейди. Тек ғана қыздырғыштан салқынлатқышқа (12)-теңликтегі жыллылықтан үлкен болған жыллылықты алып береді.

Солай етип, Карноның қайтымлы циклин қарау қалеген жұмыс ислейтуғын процессте жұмыстың берілген A муғдарын ыссы денеден алынған оған тең болған $Q_1 - Q_2$ жыллылық муғдарының есабынан алыу ушын ыссы денеден салқын денеге алып берилетуғын ең киши Q_2 жыллылық муғдарын анықлау ушын санлы критерийди береді.

Карно циклин қараудан келип шығатуғын және бир әхмийетли нәтижени қарауға тоқтаймыз. 44-параграфта биз температуралар шкаласының ықтыярлы екенлигине, себеби эмпирикалық шкаланың термометрлик денени сайлап алыудан ғарезли екенлигин атап өттік. Тек газлердің кинетикалық теориясының жууақлары барлық затлар ушын ұлыуамалық болған температура менен молекулалардың қозғалысының кинетикалық энергиясы арасындағы байланысты табыуға мүмкіншилик берди. Кельвин биринши болып Карно циклын қараудың термометрлик денени сайлап алыудан ғарезсиз болған температуралар шкаласын табыуға мүмкіншилик беретуғынлығын көрсетти. Температуралардың термодинамикалық шкаласы деп аталатуғын бул шкаланы табыудың ұсылы мыналардан ибарат: (12)-формуладан мынаған ийе боламыз:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Бул теңликтен $\frac{T_1}{T_2}$ қатнасының $\frac{Q_1}{Q_2}$ қатнасының жәрдемінде өлшениуінің мүмкін екенлигин

көрсетеді. Бул қатнастарда Q_1 арқалы Корноның қайтымлы циклиндегі қыздырғыштан алынатуғын жыллылықтың мұғдары, Q_2 арқалы салқынлатқышқа берилетуғын жыллылықтың мұғдары белгиленген. Усының менен бирге биз жоқарыда қайтымлы Карно циклинің пайдалы тәсир коэффициентинің жұмыс ислейтуғын заттың түринен ғәрезсиз екенлигин көрдик. Сонлықтан $\frac{Q_1}{Q_2}$ қатнасы да жұмыс ислейтуғын затты сайлап алыўдан ғәрезсиз болып табылады хәм бул жағдай усы қатнастың термометрлик денеден ғәрезсиз болған температуралар шкаласын сайлап алыўға хызмет ете алады.

Температуралардың термодинамикалық шкаласы идеал газы бар термометр бойынша анықланатуғын температуралардың абсолют шкаласына сәйкес келеди.

§ 74. Техникалық циклдер. Буннан алдыңғы параграфта пайдалы тәсир коэффициенти

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

формуласы менен анықланатуғын (T_1 арқалы қыздырғыштың температурасы, T_2 арқалы салқынлатқыштың температурасы белгиленген) қайтымлы Карно циклинің мүмкин болған ең үлкен пайдалы тәсир коэффициентине ийе болатуғынлығы көрсетилди.

Бирақ әмелде усындай циклды жүзеге келтириўдин мүмкиншилиги жоқ; тек ғана процесслер жүдә әстелик пенен жүргенде ғана Карно циклына жақынласыў мүмкин, бул жағдай техникалық көз-қараслар бойынша жүдә қолайсыз. Техникалық жыллылық машиналарында цикллар қайтымлы емес хәм хақыйқатында хәтте туйық та емес. Себеби оларда жұмыс ислейтуғын зат (пұў, жанған араласпа) циклден кейин сыртқа шығарылып тасланады. Бирақ, техниканың алдында тұрған мәселе пайдалы тәсир коэффициенти Карно циклының пайдалы тәсир коэффициентине жақын болған циклларды дәретиў болып табылады. Техникалық қолланылатуғын цикллардың бир қатарын қараймыз.

1. *Идеал поршенли машинаның жұмыс ислейтуғын цикли.* Бул циклдың мәниси мыналардан ибарат (178-сүўрет):

а) қазаннан пұў цилиндрге келе баслағаннан кейин усы цилиндрдеги пұўдың басымы p_0 шамасынан (салқынлатқыштағы пұўдың басымына сәйкес келетуғын) p_1 шамасына шекем көтериледи (бул қазандағы пұўдың басымы); бул процесстиң барлығын тұрақлы V_0 көлеминде болып өлетуғын процесс деп есаплаўға болады (*EA* шақысы);

б) қазаннан цилиндрге пұўдың келиўи даўам еткенде поршень шептен оңға қарай қозғалады, бундай жағдайда тұрақлы p_1 басымда көлем V_0 шамасынан V_1 шамасына шекем үлкейеди (*AB* шақысы);

с) поршеннің оңға қарай буннан былайғы қозғалысында қазаннан пұўдың цилиндрге келип түсиўи тоқтайды, усының нәтийжесинде пұўдың V_1 көлемнен V_2 көлемине шекемги адиабаталық кеңейиўи орын алады (*BC* шақысы);

д) поршеннің оң тәрәптеги ең шетки орнында арнаўлы дүзилис пұўдың цилиндрден салқынлатқышқа шығыўын жүзеге келтиреді. Усының нәтийжесинде пұўдың басымының шамасы p_0 шамасына шекем төменлейди (әмелий жақтан V_2 тұрақлы көлеминде, *CD* шақысы);

е) кери бағытта қозғалыўдың барысында поршень тұрақлы p_0 басымында қалған пұўларды, олардың көлемин V_2 ден V_0 шекем киширейтиўдин салдарынан қысып шығарады.

Пұў машинасы тәрәпине бир циклда орынланған толық жұмысты анықлаймыз. *EA* хәм *CD* шақаларында исленген жұмыс нолге тең. Себеби толық жұмыс төмендегидей жұмыслардың қосындысынан турады:

1) *AB* изобаралық кеңийиўинде исленген A_1 жұмысы:

$$A_1 = p_1(V_1 - V_0);$$

2) *BC* адиабаталық кеңейгендеги A_2 жұмысы:

$$A_2 = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right];$$

3) *DE* изобаралық қысылыўындағы A_3 жұмысы:

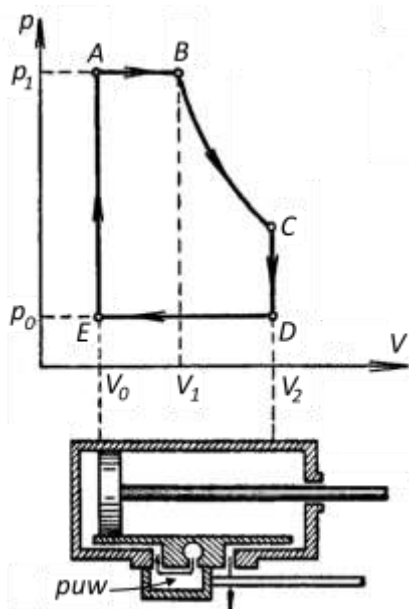
$$A_3 = -p_0(V_2 - V_0);$$

Буннан толық жұмыс

$$A = p_1(V_1 - V_0) - p_0(V_2 - V_0) + \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$$

шамасына тең болады.

Поршенли машиналардың қақыйқық цикли жоқарыда талланған циклдан бир қанша айырмаға ийе болады. Қақыйқық машинаның циклын сызыу үшін *индикатор* деп аталатуғын әсбап қолланылады.

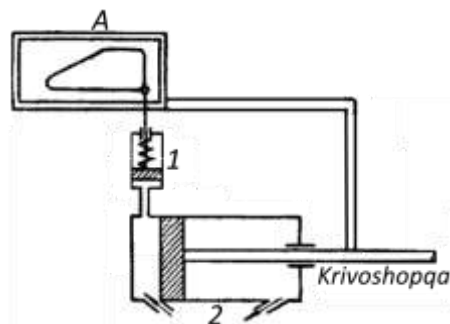


178-сүүрет.

Поршенли пуў машинасының циклы.

Бұл әсбаптың схемасы 179-сүүретте келтирилген. Сызатуғын перосы бар штифтиң жылысыуы цилиндрдің ишиндеги пуўдың басымына пропорционал. Иймеклик сызылатуғын А қағазы поршень менен бирге қозғалады; сонлықтан оның жылысыуы пуў менен толған көлемге пропорционал. Усындай әсбаптың жәрдеминде алынған иймекликти *индикаторлық диаграмма* деп атайды. Машина тәрәпинен бир жылысыудығы исленгшен жұмыс индикаторлық иймеклик өз ишине алатуғын майданға тең.

179-сүүрет. Индикатор.



180-сүүретте 1 теориялық циклды хәм қақыйқық машинаның индикаторлық диаграммасын сәулелендиретуғын иймеклик келтирилген. Көринип тұрғанындай, индикаторлық диаграмма толығы менен теориялық циклди сүүретлейтуғын иймекликтиң ишинде жайласады. Буннан, қақыйқық машина тәрәпинен орынланатуғын жұмыстың теориялық машина тәрәпинен орынланатуғын жұмыстан киши екенлигин көрсетеди. Усының менен бирге қәлеген қақыйқық машинада жыллылықтың ошақтағы хәм машинаның басқа да бөлимлериндеги зыянлы жоғалтыулары орын алады. Усының нәтийжесинде пуў машиналарының пайдалы тәсир коэффициенті үлкен емес. 1 ат күшине ийе ең жақсы пуў машиналары 1 саат даұамында жыллылық бериу қәбилетлиги 1 кг ушын 7000 ккал болған 0,5 кг көмирди пайдаланады. Демек, усындай машина 1 ат күши ушын 1 саатта 0,5·7000·427 кгм энергияны жұмсайды, ал $A = 75 \cdot 60 \cdot 60$ кгм шамасындағы жұмысты орынлайды. Буннан оның пайдалы тәсир коэффициенті

$$\eta' = \frac{75 \cdot 60 \cdot 60}{0,5 \cdot 7000 \cdot 427} = 0,18$$

шамасына тең. Процентлерге өтсек $\eta' = 18$ процент шамасы алынады.

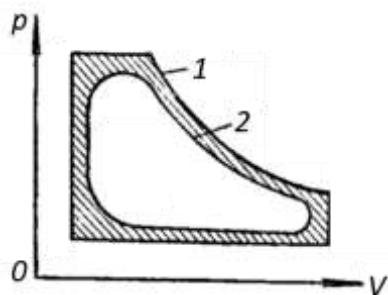
Бундай машинаның қазанының температурасы шама менен 200°C , ал салқынлатқыштың температурасы – шама менен 30°C . Усындай қыздырғыш хәм салқынлатқыш пенен ислейтуғын қайтымлы Карно циклинің пайдалы тәсир коэффициенті мынадай болған болар еди:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{170}{473} \cong 0,36.$$

Бұл шама процентлерде 36 процентти құраған болар еди.

η' хәм η коэффициентлерин салыстырып, хақыйқый поршенли пұў машиналарындағы жанылғының жаныўының салдарынан пайда болатуғын энергияның ақылға мұўапық келетуғын теориялық шегиниң тек ярымының ғана пайдаланылатуғынлығы келип шығады. Поршенли пұў машинасының пайдалы тәсир коэффициентиниң ұсындай киши екенлиги оның жұмыс ислеў циклинің қайтымлы идеал циклден зыянлы жоғалтыў менен айрылатуғынлығы менен байланысly; бундай зыянлы жоғалтыўларды машинаның конструкциясын жетилистирий менен азайтады.

Пұў турбиналарында пайдалы тәсир коэффициентиниң шамасы 20 проценке жетеди хәм хәтте оннан да жоқары болады.



180-сүўрет.

Пұў машинасының теориялық циклын индикаторлық диаграмма менен салыстырыў.

2). *Төрт тактли иштен жанатуғын двигателдиң жұмыс ислеў цикли.* Бұл цикл төмендегидей процесслерден турады (181-сүўрет):

а) поршенниң биринши шептен оңға қарай биринши жүрисинде (биринши такт) цилиндрге *a* клапаны арқалы жанылғы (хаўа менен араласқан бензинниң пұўлары) сорылады. Бұл сорыўды жўўық түрде атмосфералық басымға жақын тұрақлы p_0 басымы деп есаплаўға болады; ұсының нәтийжесинде көлем V_2 ден V_1 ге шекем үлкейеди (*EA* шақасы);

б) екінши жүристиниң барысында (екінши такт, *AB* шақасы) поршень шеп тәрепке қарай жүрип көлемди V_1 ден V_2 ге шекем кемейтип, сорып алынған араласпаны адиабаталық қысады. Усындай қысыўдың салдарынан араласпаның температурасы T_0 ден T_1 ге шекем, ал басымы p_0 ден p_1 ге шекем көтеріледи;

с) М свечасынан шыққан электр ушқынының жәрдеминде қысылған араласпа партланады хәм үшінши такт басланады. Дәслеп дерлик биз заматта (көлемниң өзгериўисиз, *BC* шақасын қараңыз) партланыўдың салдарынан пайда болған жыллылықтың тәсиринде басымның p_2 хәм температураның T_2 шамасына шекем көтерилиўи орын алады. Буннан кейин поршенниң шептен оңға қарай қозғалыўының барысында газдиң көлеминиң дерлик адиабаталық кеңейиўиниң салдарынан V_1 көлемге шекем үлкейиўи, ал температураның T_2 шамасынан T_3 шамасына шекем төменлеўи орын алады (*CD* шақасы). *D* ноқатына сәйкес келетуғын поршенниң оң тәрептеги шетки аўхалында шығарыўшы *b* клапаны ашылады, ал басым болса тұрақлы V_1 көлеминде p_0 мәнисине шекем киширейеди (*DA* шақасы); температура болса T_0 шамасына шекем төменлейди.

д) соңғы төртинши тактте поршень шеп тәрепке қарай қозғалады хәм өзиниң хызметин теўискен газ *b* клапаны арқалы сыртқа шығарылады (*AE* шақасы).

Циклдың барысында исленген толық жұмысты есаплаймыз. Биринши хәм төртинши тактлердеги орынланған жұмыслар бир бирине тең хәм белгилери бойынша қарама-қарсы. Оны бұл еки такттиң де қарама-қарсы бағытларда өтилетуғын бир *AE* туўрысы менен сүўретленетуғынлығынан аңғарыўға болады. *BC* хәм *AD* изохоралық процесслеринде (көлемлер

өзгермейді) нолге тең. Солай етип, циклдың барысында исленген жұмыс AB хәм CD шақаларында исленген жұмыслардың қосындысына тең. AB адиабаталық қысылығында

$$A_1 = \frac{RT_0}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$$

жұмысы исленеді. Бұл теңлікте m арқалы цилиндрдің ишіндегі газдың массасы, μ арқалы оның молик салмағы белгиленген.

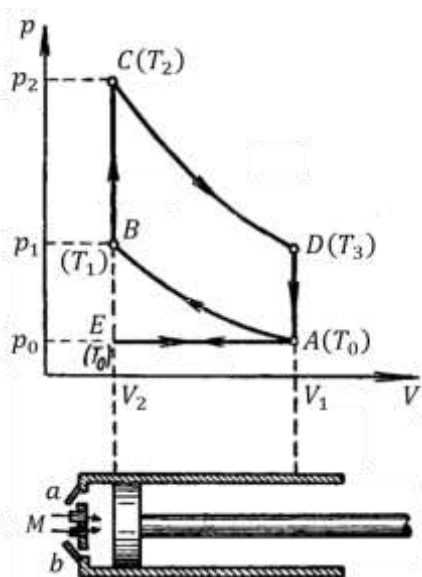
CD адиабаталық кеңейіуінде мынадай жұмыс исленеді:

$$A_2 = \frac{RT_3}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right].$$

Буннан толық жұмыс үшін

$$A = A_1 + A_2 = \frac{R}{\gamma - 1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] (T_0 - T_3) \quad (1)$$

аңлатпасын аламыз.



181-сүүрет.

Иштен жаныу двигателинің жұмыс ислеу цикли.

Әмелде қолланылып жүрген двигателлерде AB қысылығы менен CD кеңейіуі қатаң адиабаталық түрде өтпейді. Политроплық процесстің дара жағдайында (1)-аңлатпадағы γ шамасы C_p/C_V қатнасына тең емес, бірақ 70-параграфта көрсетилгендей, политропаның көрсеткіши C_p/C_V қатнасынан киши болады.

(1)-аңлатпаны түрлендириуге болады. 70-параграфтағы (5)-формула бойынша

$$\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_3} = \frac{T_1}{T_0} \quad (2)$$

қатнастарына ийе боламыз. Усының менен бирге

$$\frac{R}{\gamma - 1} = C_V.$$

Бұл қатнасты пайдаланып, (1)-аңлатпаны былайынша көширип жазамыз:

$$A = \frac{m}{\mu} C_V \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] (T_0 - T_3).$$

Буннан $\frac{T_2}{T_3} = \frac{T_1}{T_0}$ теңлигинің тийкарында

$$A = \frac{m}{\mu} C_V \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] (T_2 - T_3). \quad (3)$$

формуласын аламыз.

Циклдың пайдалы тәсир коэффициентин анықлаймыз. Цилиндрдің ишіндегі жанылғының жаныуының салдарынан бөлиніп шыққан жыллылықтың мұғдары Q_1 үшін (BC шақасы)

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1) \quad (4)$$

аңлатпасын аламыз. (3)- хәм (4)-аңлатпалардан циклдің биз излеп атырған пайдалы тәсир коэффициентин табамыз:

$$\eta' = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_2 - T_3}{T_2}.$$

Циклдің ишинде жетисиў мүмкин болған ең жоқары температура T_2 , ал ең төменги температура T_0 екенлигин атап өтиў керек; T_0 менен T_2 температуралардың арасында жүзеге келетуғын Карно циклы

$$\eta = \frac{T_2 - T_0}{T_2}$$

шамасына тең пайдалы тәсир коэффициентине ийе болған болар еди. $T_0 < T_3$ теңсизлиги орынлататуғын болғанлықтан $\eta' < \eta$ теңсизлиги орынлы болады. Демек, иштен жаныў дивигателинің пайдалы тәсир коэффициентин Карно циклының пайдалы тәсир коэффициентинен киши болады екен. Бул жағдайдың орын алатуғынлығын 73-параграфта келтирилген таллаўлардың тийкарында күтиўге болады.

(2)-қатнасты пайдаланып, циклдың пайдалы тәсир коэффициентине мынадай түр бериўге болады

$$\eta' = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}.$$

$\frac{V_1}{V_2}$ шамасы "қысылыў" деп аталады. Солай етип, циклдың пайдалы тәсир коэффициентин толығы менен қысылыў хәм политропаның көрсеткиши γ бойынша анықланады екен.

Циклдың даўамында исленген қосынды жұмыс ушын (3)-аңлатпаны биз циклдың хәр қыйлы шақаларындағы жұмысларды қарап шығыў арқалы келтирип шығардық. Бирақ, тап ұсындай нәтижени энергияның сақланыў нызамы бойынша да алыўға болады. A жұмысы

$$A = Q_1 - Q_2$$

шамасына тең. Q_1 арқалы жанылығының араласпасының партланыўында бөлинип шыққан жыллылықтың мұғдары, ал Q_2 арқалы сыртқа берилген жыллылықтың мұғдары белгиленген.

Q_1 жыллылық мұғдары (4)-формула арқалы аңлатылады. Q_2 жыллылық мұғдары DA шақасының жәрдемінде сүүретленеди хәм ол изохоралық салқынлаўда бериледи. Буннан

$$Q_2 = \frac{m}{\mu} C_V (T_3 - T_0)$$

теңлигине ийе боламыз. Q_1 хәм Q_2 ушын жазылған аңлатпалардан пайдаланып

$$A = Q_1 - Q_2 = \frac{m}{\mu} C_V [(T_2 - T_1) - (T_3 - T_0)]$$

формуласын аламыз. Бул формуланың (3)-аңлатпа менен сәйкес келетуғынлығына аңсат исениў мүмкин.

Жоқарыда көрсетилген цикл менен ислеитүғын төрт тактли дивигателлер жүдә кең түрде пайдаланылады; бензин пайдаланылатуғын автомобиль дивигателлери ұсы цикл менен ислеиди. Әдетте бир валға бир неше цилиндрлер жұмыс ислеиди (төрт хәм оннан да көп). Хәр бир цилиндрдің жұмыс истейтүғын фазасы келеси цилиндрдің жұмыс ислеитүғын фазасына салыстырғанда дәўирдің бирдей бөлиmine жылыстырылған. Усының салдарынан жұмыс ислеўдің жатықлығы тәмийинленеди.

3. *Дизелдің төрт тактли дивигателинің жұмыс ислеў цикли.* Дизель дивигателинің жұмыс ислеўи белгили бир дәрежеде жоқарыда келтирилген бензин менен ислеитүғын дивигателдің жұмыс ислеўине ұсайды. Ең баслы айырма соннан ибарат, Дизель дивигателинде жоқары дәрежедеги басым пайдаланылады (30-35 ат хәм оннан да жоқары). Бундай қысылыў шама менен адиабаталық рәўиште жүзеге келетуғын болғанлықтан температураның жоқары шамаларға көтерилюи орын алады. Температураның ұсындай көтерилюи жанатуғын араласпаның тутаныўы ушын жеткилики. Сонлықтан Дизель дивигатели ұшқынның жәрдемінде жанатуғын араласпаның тутаныўын талап етпейди. Қысыўдың ақырында жанатуғын араласпа цилиндрге үреленеди хәм үрлениў изобаралық кеңейиўдің барысында араласпаның салыстырмалы әстелик пенен жаныўын

тәмийинлеу үшін үрлениуді әстелик пенен әмелге асырады. Дизель двигателинің бұл өзгешеліктері ушқын менен тутанатуғын двигателлердің пайдалы тәсир коэффициентінен жоғары болған пайдалы тәсир коэффициентін береді. Соның менен бирге Дизелдің двигателлері салмақлырақ жанылғыда (нефть) ислейді.

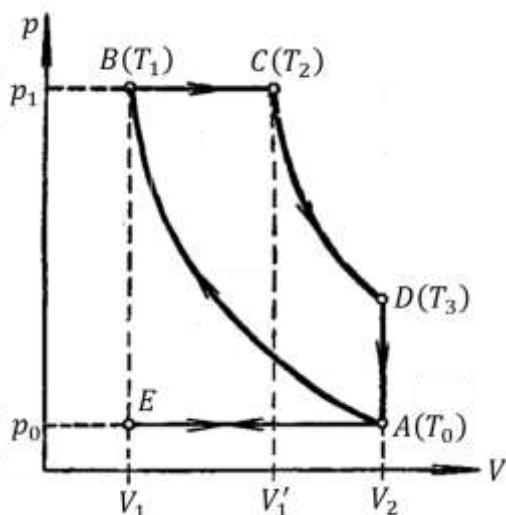
Дизель двигателинің жұмыс ислеу цикли мыналардан ибарат:

а) биринши тактте поршень цилиндрге атмосфералық ҳаўаны сорыйды. Процесс изобаралық рәйиште тұрақлы атмосфералық p_0 басымда өтеди (182-сүрреттеги EA шақасы);

б) екнши тактте бұл ҳаўаны поршень адиабаталық рәйиште жоғары p_1 басымына шекем қысады (AB шақасы). Нәтийжеде температура T_0 шамасынан әдеуір жоғары болған T_1 шамасына шекем көтеріледі;

с) үшінши такттың басында цилиндрге жанылғы үрленеди, бұл жанылғы ыссы ҳаўада тутанады хәм жанады. Нәтийжеде поршеннің тұрақлы p_1 басымдағы жылжыуы жүзеге келеди, жанылғының жаныуының салдарынан температура T_0 ден T_1 ге шекем көтеріледі (BC шақасы). Буннан кейин жаныудың себебинен пайда болған продуктлер менен ҳаўаның араласпасы адиабаталық кеңейеди (CD шақасы). Үшінши такттың ақырында (D ноқаты) шығарыушы клапан ашылады хәм соның салдарынан цилиндрдің ишиндеги басым тұрақлы көлемде атмосфералық p_0 басымына шекем төменлейді (DA шақасы);

д) соңғы, төртнши тактте араласпа цилиндрден шығарылады (AE шақасы).



182-сүррет.
Дизель двигателинің жұмыс ислеу цикли.

Дизелдің бир циклинде исленген толық жұмыс A ны есаплау үшін энергияның сақланыу ызамынан пайдаланамыз:

$$A = Q_1 - Q_2.$$

Бұл теңлікте Q_1 арқалы араласпа жанғанда бөлиніп шығатуғын жыллылық, ал Q_2 арқалы қоршаған орталыққа берилетуғын жыллылық белгіленген.

Араласпаның жаныуы изобаралық болғанлықтан

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1)$$

теңлиги орынлы болады.

Жыллылықты беріу менен байланыслы процесс (DA шақасы) изохоралық болғанлықтан

$$Q_2 = \frac{m}{\mu} C_v (T_3 - T_0)$$

теңлигин жазамыз.

Q_1 менен Q_2 үшін жазылған бұл аңлатпалардан пайдаланып

$$A = \frac{m}{\mu} C_v [\gamma (T_2 - T_1) - (T_3 - T_0)]$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Дизелдің двигателинің пайдалы тәсир коэффициенті мынаған тең:

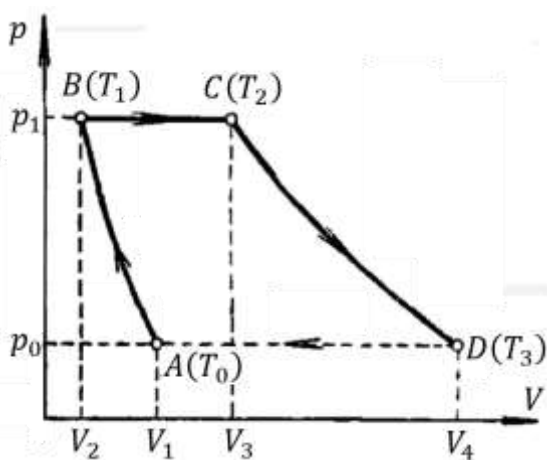
$$\eta_D = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_3 - T_0}{T_2 - T_1}.$$

Адиабаталар менен изобаралардың теңлемесінен пайдаланып, бұл аңлатпаны мынадай түрге алып келіуге болады:

$$\eta_D = 1 - \frac{\left(\frac{V_1'}{V_1}\right)^\gamma - 1}{\gamma \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} \cdot \left(\frac{V_1'}{V_1} - 1\right)}.$$

Бұл формулада V_1' арқалы C нокатына сәйкес келетүгін көлем белгіленген (182-сүрөт). Солай етип, Дизель циклинің пайдалы тәсір коэффициенті екі қысыудың, $\frac{V_2}{V_1}$ хәм $\frac{V_1'}{V_1}$ қатнастарының хәм политропаның көрсеткіші γ ның мәніслері бойынша анықланады екен.

Дизель двигателинің пайдалы тәсір коэффициенті 35 процентке шекем жетеді.



183-сүрөт.
Хаўа-реактивли двигательдің жұмыс іслеу цикли.

4. Пульсацияланатуғын хаўа-реактивли двигательдің жұмыс іслеу цикли. 41-параграфта пульсацияланатуғын хаўа-реактивли двигательдің схемасы берілген еді. Бундай двигательдің жұмысына да белгили бир циклды сәйкес келтириуге болады (183-сүрөт). А диффузорына келип түсетүгін хаўа (41-параграфтағы 100-сүрөт) оның жиішке бас бөлімнен кеңейген бөлімнен өтеді хәм ұсының салдарынан хаўаның тезлиги кемейеді. Бундай жағдайда Бернулли теңлемесіне сәйкес (40-параграф) хаўаның басымы өзінің дәслепки p_0 шамасынан базы бир p_1 шамасына шекем көтеріледі. Солай етип, 183-сүрөттегі AB адиабатасына (дәлирегі политропасына) сәйкес келетүгін хаўаның қысылуы орын алады. Жаныў камерасында жұмыс іслейтүгін араласпаның тұрақлы p_1 басымындағы қызыуы орын алады (BC түйрысы). Бундай жағдайда араласпағы Q_1 жыллылық мұғдары бериледи; араласпаның температурасы T_1 дан T_2 ге шекем көтеріледі, ал оның көлеми V_2 ден V_3 шамасына шекем өседі. С соплосында буннан кейинги адиабаталық кеңейіу орын алады хәм жұмыс іслейтүгін араласпа үлкейтілген тезлик пенен сыртқа шығарылады. Бұл жағдай реактивли күштің пайда болуына алып келеді. Әмелий жақтан цикл туйық емес болып табылады, бирақ, жұмыс іслейтүгін зат тұрақлы p_0 басымында V_1 көлеміне шекем қайтадан қысылады деп есаплау жолы менен схемада оны туйықлауға болады (DA түйрысы). Бундай жағдайда салқынлатқышқа Q_2 жыллылық мұғдары бериледи. Алынған циклдың пайдалы тәсір коэффициенті

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

формуласының жәрдеминде есапланады. Араласпаның жаныуы менен салқынлауы тұрақлы басымда өтетүгін болғанлықтан

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1), Q_2 = \frac{m}{\mu} C_p (T_3 - T_0)$$

теңдіктері орынлы болады хәм буннан

$$\eta = 1 - \frac{T_3 - T_0}{T_2 - T_1}$$

аңлатпасына ийе боламыз.

AB хәм CD адиабаталарының теңлемелеринен

$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

теңликлериниң орынлы екенлигине көз жеткерсек,

$$\frac{T_2}{T_3} = \frac{T_1}{T_0}$$

теңлигиниң орынлы екенлигине көз жеткеремиз. Температуралар арасындағы бул қатнастарды пайдаланып, пайдалы тәсир коэффициенті η ны мынадай етип түрлендіреміз:

$$\eta = 1 - \frac{T_3 - T_0}{T_2 - T_1} = 1 - \frac{T_0}{T_1}.$$

Солай етип, аралықтық T_3 хәм T_2 температуралары ҳеш қандай әхмийетке ийе емес хәм пайдалы тәсир коэффициентиниң мәніси тек T_1 хәм T_0 температуралары бойынша анықланады екен.

AB адиабатасының теңлемесин пайдаланып, T_0/T_1 қатнасын V_1 хәм V_2 көлемлериниң қатнасының жәрдемінде аңлатыўға болады:

$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}.$$

Буннан

$$\eta = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}$$

формуласына ийе боламыз. Соңғы аңлатпа ҳаўа-реактивли двигателдиң пайдалы тәсир коэффициенті тек V_1/V_2 қатнасы хәм политропа көрсеткиши γ менен ғана анықланатуғынлығын көрсетеди. Көрсетилген схема тийкарында соғылған бундай двигателлерде қысыўдың шамасы үлкен болмағанлықтан, олардың пайдалы тәсир коэффициенті киши болады.

§ 75. Қайтымлы хәм қайтымлы емес процесслер. Бизлер қайтымлы процесс деп еки бағытта да өте алатуғын процесслерге айттық. Егер процесс дәслеп бир бағытта, ал оннан кейин қарама-қарсы бағытта жүрсе, онда *қоршап турған денелерде қандай да бир өзгерислердиң болыўынан ямаса болмаўынан ғарезсиз*, системаның өзиниң дәслепки ҳалына қайтып келиўи керек.

Қайтымлы процесске мысал келтиреміз. Мейли, абсолют серпимли болған салмақты шар қыя тегисликтеги A ноқатында бекитилген болсын (184-сүўрет). Қыя тегисликтің ақырында оған нормаль бағытта қозғалмайтуғын абсолют серпимли B дийўалы жайласқан. Егер биз шарды жаздырсақ, онда ол қыя тегислик бойынша төменге түседі хәм B дийўалына барып урылады. Усы дийўалда ол серпимли шағылысады хәм қыя тегисликтің бети менен A ноқатына қайтып келеді. Бирақ қоршап турған денелерде ҳеш қандай өзгерис жүзеге келмеди.

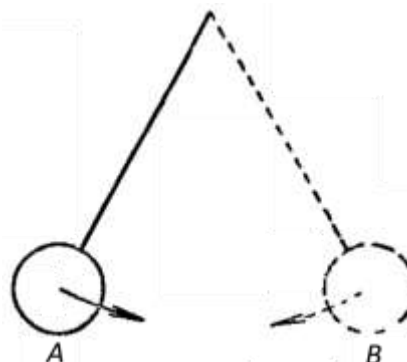
Тап усындай қайтымлы процесстиң мысалы сүйкелиссиз тербелетуғын маятниктиң қозғалысы болып табылады: маятник тәрәпинен ярым дәўир ишинде A ноқатынан B ноқатына шекем өтилген жол (185-сүўрет) маятник тәрәпинен екинши ярым дәўирдиң ишинде қарама-қарсы бағытта және өтиледі. Маятник этираптағы денелерде қандай да бир өзгерислердиң болғанлығынан ямаса болмағанлығынан ғарезсиз өзиниң дәслепки орнына қайтып келеді. Улыўма түрде биз сүйкелиссиз хәм серпимли емес өтетуғын хәм соқлығысыўлар орын алмайтуғын барлық таза механикалық процесслердиң қайтымлы деп айта аламыз.

Идеаллық Карно циклының мысалында биз жыллылықтың базы бир $Q_1 - Q_2$ муғдарының A жумысына қайтымлы түрде айланатуғынлығын көрдик. Бирақ, усының

менен бирге жыллылықтың жұмысқа қайтымлы түрде айланыуы әдейі құрамалы болған процесстің бір бұйыны болып табылады: оның барысында Q_2 жыллылық мұғдарының қыздырғыштан салқынлатқышқа алып берілуі орын алады. Тап сол қайтымлы Карно циклин салқынлатқышты пайда етіу үшін пайдаланып, биз A жұмысының есабынан $Q_1 - Q_2$ жыллылығын ала аламыз, соның менен бирге салқынлатқыштан қыздырғышқа Q_2 шамасындағы жыллылықты алып береміз. Бірақ, биз бұндай жағдайдың тек тең салмақтық, яғни Карно циклин шексіз әстелик пенен жүргізгенде жүзеге келетұғынлығын, ал оны әмелге асырудың әмелий жақтан мүмкін емес екенлігін атап айттық.



181-сұрет. Абсолют серпимли шардың дәслепки орнына қайтып келиуі.



182-сұрет. Маятниктің қайтымлы тербелісі.

Жұмыстың жыллылыққа қалеген өтіуі қайтымлы емес түрде жүреді, жұмыстың жыллылыққа айланыуы қандай да бир басқа процесстің қатнасуысыз өзі-өзіннен әмелге асады, ал жыллылықтың жұмысқа айланыуы болса тек қандай да бир басқа процесс қатнасқан жағдайда ғана жүреді.

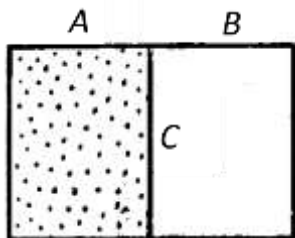
Қайтымлы емес процесс деп оған кері болған процесс әдейі құрамалы болған процесстің тек бір бұйыны сыпатында өте алатұғын процесске айтамыз.

Солай етип, қайтымлы емес процесстер үшін оның өтіу бағыты әхмийетке ийе. Биз "оң" бағыт деп атайтуғын бағытта олар "өз-өзіннен" жүреді, яғни олар туйық системада жүзеге келетұғын бирден-бир процесс болып табылады. Басқа, екінші бағытта (биз бул бағытты "терис" деп есаплаймыз) олар қандай да бир басқа "оң" процесс пенен биргеликте жүреді. Мысалы, жұмыс жыллылыққа "өз-өзіннен" барлық жерде хәм тұрақты түрде өтеді. Сүйкеліс күшлери қатнасуғын барлық процесстерде ямаса денелер арасындағы серпимли емес өз-ара тәсирлесіу орын алғанда орынланған жұмыстың есабынан жыллылық пайда болады. Ал жыллылықтың жұмысқа айланыуы құрамалырақ болған процесстің тек бир бөлими түрінде ғана бақланады. Карно цикли ямаса оған ұсаған циклин жүзеге келтиргенде жыллылықтың жұмысқа айланыуы жыллылықтың ыссы денеден (қыздырғыштан) оған салыстырғанда салқын денеге (салқынлатқышқа) алып берілуі менен бирге әмелге асырылады.

Қызған денеден салқын денеге жыллылықтың алып берілуі де (өтіуі де) қайтымлы емес процесс болып табылады. Денелердің температураларының теңлесіуіне алып келінетұғын бул процесс "өз-өзіннен" жүреді, яғни ол туйық (жабық) системада өтіуі мүмкін болған бирден-бир процесс болып табылады. Кери "терис" процесс – салқын денеден қызған денеге жыллылықтың алып берілуі "өз-өзіннен" жүрмейді. Салқынлатқыш машинаның хәрекетінде салқын денеден қызған денеге жыллылықтың алып берілуі тек "оң" процесс пенен параллель түрде әмелге асады. Бул қубылыс қыздырғышқа берілген жыллылықтың мұғдарына тең A жұмысының сарыпланыуының

нәтижесінде жүреді.

Қайтымлы емес процесс үшін және бір мысал ретінде газдың бослыққа кеңейіуін келтіріуге болады. Көз алдымызға бірдей болған A хәм B бөлімлеріне дийәл менен бөлінген C ыдысын елеслетейік (186-сүрөт). Мейли A бөлімінде газ, ал B бөлімі бос болсын. Егер еки бөлім арасындағы дийәлды алсақ, онда газ дәрхәл "өз-өзинен" кеңейеди хәм B бөлімін толтырып ыдыс бойынша тең өлшеули тарқалады. Ыдыстың A бөліміне газди қайтадан жыйнау үшін (усы бөлімге қысыу үшін) сыртқы күшлер базы бир жұмысты ислеуи керек. Бундай процесстин салдарынан газ қызады, яғнай газди қысыу менен байланыслы болған "терис" процесс жұмыстың жыллылыққа айланыуы менен байланыслы болған "оң" процесс пенен бирге алып барылады.



186-сүрөт.

Газдың ыдыстың еки ярымындағы тарқалыуы.

Газдың кеңейіуі болып табылатуғын "оң" процесс жыллылықтың жұмысқа айланыуы процесси менен бирге жүретуғын процесс болып табылады. Газдың изотермалық кеңейіуінде газге сырттан берилетуғын барлық Q жыллылық мұғдары A жұмысына айланады; бұл жерде жыллылықтың ыссы денеден салқын денеге алып берилиуі қубылысы орын алмайды. Бирақ қайтымлы емес болған газдың кеңейіуі ("оң") процесси жүреді. Солай етип қәлеген "терис" процесс қандай да бир "оң" процесс пенен компенсацияланады.

§ 76. Термодинамиканың екінши басламасының статистикалық мәніси. Енди мынадай мәселе қоямыз: ҳақыйқый процесслердің қайтымлы емес екенлигин затлардың молекулалық-кинетикалық теориясы менен қалайынша сәйкес келтириуге болады? Ал молекулалық-кинетикалық теория бойынша барлық процесслер механикалық процесслердің, соған сәйкес молекулалардың қайтымлы қозғалысларының нәтижеси болып табылады. Ондай болатуғын болса ҳақыйқый процесслердің барлығының қайтымлы болыуы керек емес пе?

Молекулалық-кинетикалық теорияға сәйкес газ бир бири хәм ыдыстың дийәлы менен серпимли соқлығысатуғын тәртипсиз қозғалатуғын молекулалардың жыйнағы болып табылады.

Айырып алынған молекуланың қозғалысы қайтымлы. Сорау бериледи: неликтен молекулалардың жыйнағының қозғалысы қайтымлы емес?

Бұл сорауға жуап айырым қубылыслардың итималлығы көз-қарасы тийкарында хәм ең итимал болған ҳалларды статистикалық есаплау жолы менен бериледи.

Итималлық ҳаққындағы көз-қарасты таллау үшін куб формусына ийе болған ойын үшін қолланылатуғын фигураны жерге таслаудың нәтижесине итибар беремиз. Мейли кубтың ҳәр бир қаптал бетине 1 ден баслап 6 ға шекемги номерлер қойылған болсын.

Кубты таслау қурамалы процесс болып табылады. Оны таслаудың шараятларының тәртипсиз түрде өзгерислериниң нәтижесінде қандай да бир номердің жоқарыға қарай шығыуы *тосыннан болатуғын* қубылысқа айланады. Бирақ, егер биз кубты жүдә көп рет тасласақ, онда ҳәр бир номердің жоқары қарай шығыуының саны шама менен бирдей болады.

Мейли, биз кубты N рет таслайық. Соның менен бирге белгиленип алынған бир номер

m рет шыққан болсын. Бұндай жағдайда таслаулардың саны N жүдә үлкен болғанда m/N шамасы белгили бир мәниске ұмтылады (биз қарап атырған жағдайда $1/6$ ға). $N \rightarrow \infty$ болған жағдайдағы бұл m/N қатнасының шеги берилген номердің итималлығы p ны анықлайды:

$$p = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{m}{N}. \quad (1)$$

Биз итималлыққа берилген бұл анықламаны қалеген ұақыяларға ұлыұмаластыра аламыз. Оның ұшын N рет сынаұ өткерилди, ал биз күткен ұақыялардың саны m болып шықты хәм бұл құбылыстың жүзеге келиұ итималлығы (1)-теңликтің жәрдеминде анықланады деп есаплаұымыз керек.

Итималлық берилген құбылысқа тән болған базы бир қәсийетти объектив түрде аңғартады; ол сынап көриұдың берилген шараятларында шексиз қайталана алатуғын белгили болған ұақыяның жүзеге келиұ дәрежесинің санлық характеристикасын береді. Шекли сандағы, соның менен бирге жүдә көп санлы сынап көриұлердеги нәтийжени алдын ала дәл болжаұдың мүмкин емес, ал жуұық түрде болатуғынлығын нәзерде тутыұ керек. Бирақ жақынласыұ дәрежеси ұақыялар санының өсиұи менен үлкейеди.

Итималлықларды билиұ көп санлы санаұларда алынатуғын хәр қыйлы шамалардың орташа мәнислерин анықлаұға мүмкиншилик береді. Кубларды таслап, шыққан номерлердің орташа санын тапқымыз келеди деп есаплайық. Егер N дана таслаұдың нәтийжесинде n_1 номери m_1 рет, n_2 номери m_2 рет х.т.б. шыққан болса, онда шыққан номерлердің орташа мәниси мынаған тең болады:

$$\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i m_i}{N}.$$

Бұл теңликте k арқалы кубтағы хәр қыйлы номерлердің саны белгиленген (биз қарап атырған жағдайда $k = 6$).

$N \rightarrow \infty$ шегинде анықама бойынша $m_i/N \rightarrow p_i$. Бұл жерде p_i арқалы n_i номеринің шығыұ итималлығы белгиленген. Солай етип, таслаұлардың оғада үлкен санында номерлердің орташа мәниси мына шамаға ұмтылады:

$$\bar{n}_{\infty} = \sum_{i=1}^k p_i n_i.$$

Биз таллаған жағдайда

$$p_i = \frac{1}{6}$$

хәм

$$\bar{n}_{\infty} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{6} = 3,5.$$

Көринип тұрғанындай, орташа мәнисти есаплаұдың ұсындай түри *статистикалық характерге* ийе.

66-параграфта көрсетилип өтилгендей, затты тәрийиплейтуғын макроскопиялық шамалар айырым молекулалардың қозғалысларын орташалаұдың нәтийжесинде алынған орташа мәнислер характерине ийе болады. Бизлер шын мәнисинде хәр бир молекуланың қозғалысын анықлай алмаймыз, бұндай мәнисте бұл қозғалыс тосыннан болады. Бирақ, молекулалардың саны оғада үлкен болғанлықтан орташа шамалар тосыннан алынатуғын шамалардың элементлерине ийе болмайды, ал берилген шараятларда белгили болған мәнислерди қабыл етеди. Биз газдің бир қатар макроскопиялық халларын қарап атырмыз деп болжайық. Олардың хәр бири молекулалардың қозғалысының қандай да бир халы бойынша емес, ал көп халлар бойынша анықланады. Айырым молекулалардың мүмкин болған қозғалыс халларының нәтийжесинде пайда болған макроскопиялық хал үлкенирек итималлыққа ийе болса, онда бұндай хал жийи пайда болады. Бұл жағдайды ыдыстың еки

бөлімінде тарқалған газ мысалында түсіндіреміз

Газ тек төрт молекуладан тұрады деп болжайық. Олардың барлығы ыдыстың A бөлімінде жайласқан болсын (186-сүрет); ыдыстың B бөлімі бос. C дийұалын алып таслаймыз. Бұндай жағдайда, тәртіпсіз қозғалыудың салдарынан молекулалардың айырымдары ыдыстың B бөліміне өтеді. Бұл газдың кеңейуіне сәйкес келеді. Бұнан кейін барлық төрт молекула барлық ыдыс бойынша ұшады. Бірақ, ыдыстың хәр бөлімінде тек екі молекула жайласатуғын тарқалыудың жүзеге келуі шарт емес. Олардың қозғалыстарындағы тәртіптің жоқ екенлігіне байланысты ыдыстың бір бөлімінде үш молекуланың, ал екінші бөлімінде бір молекуланың болуы мүмкін. Хәтте төрт молекуланың барлығының ыдыстың A бөліміне ұшып кируі мүмкін. Егер ұсы моментте биз C дийұалын орнына қойып үлгерсек, онда газ қайтадан ыдыстың бір бөлімінде болады. Солай етіп, төрт молекула болған жағдайда газдың дәслеп кеңейуінің, ал бұнан кейін қайтадан өз-өзінен қысылуының орын алуы мүмкін. Газдың кеңейуі процессі қайтымлы болып шықты.

Бірақ, қозғалыстардың тәртіпсіз екенлігіне байланысты молекулалардың ыдыстың тек бір ярымында жыйналуының нәтижесінде пайда болған халдың итималлығы, ыдыстың екі бөлімінде молекулалардың базы бір санының болуына сәйкес келетуғын халдың итималлығынан киши. Биз қарап атырған төрт молекуланы a, b, c, d хәриплери арқалы белгилейміз. Бұндай жағдайда ыдыстың екі ярымындағы молекулалардың тарқалуының төмендегидей тарқалуы мүмкін:

Молекулалардың тарқалуы	Ыдыстың ярымы		Халлардың саны	Ыдыстың ярымы		Халлардың саны
	A	B		A	B	
	0 abcd	abcd 0	} 2			
a	bcd		}	ab	cd	}
b	acd			ac	bd	
c	abd			ad	bc	
d	abc			bc	ad	
bcd	a			bd	ac	
acd	b			cd	ab	
abd	c					
abc	d					
	Жәми:					16

Қозғалыстың тәртіпсізлігінің салдарынан бұл халлардың хәр бири бирдей жийиликте ұшырасады. Көриніп тұрғанындай, ыдыстың екі бөлімінде де молекулалар бар жағдайлардың саны 14 ке тең; ал ыдыстың ярымының бири бос болған жағдайдың саны 2. Барлық молекулалар ыдыстың A бөлімінде жайласатуғын тарқалуы басқа ларға салыстырғанда 16 есе сийрек ұшырасады. Оның итималлығы $1/16$ ға тең. Бірақ молекулалардың қозғалыс тезлігі үлкен болғанлықтан халлар биринен кейін бири тез-тез алмасып тұрады хәм ұсындай жағдайға байланысты кеңейген газдың қайтадан "қысылуы" көп ұақыт күтиуге түүры келеді. Бірақ бұл жағдай молекулаланың саны жүдә үлкен болған жағдайда ғана жүзеге келеді.

n дана молекуланың ыдыстың екі ярымында тарқалуының ұлыұмалық сынаның $z = 2^n$ шамасына тең болатуғынлығын аңсат көрсетуіге болады. Бұл санлардың барлығының ишінде барлық n дана молекуланың ыдыстың тек A бөлімінде, ал B бөлімінде хеш қандай молекула болмауығын жағдайды тек бир тарқалуы сәйкес келеді. Әмелде биз барлық ұақытта молекулалардың дым үлкен саны n менен жұмыс алып барамыз. Егер

ыдыстың A бөлімінің көлемі 1 см^3 шамасына, ал газ әдеттегідей шараятларда тұрыпты деп есепләнсе, онда $n = 3 \cdot 10^{19}$ шамасына ийе боламыз хәм мүмкін болған тарқалыулардың саны үшін $z = 2^{30\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$ шамасына ийе боламыз. Усы z дана халлардың тек бири ғана газдың ыдыстың A бөліміне жыйналыуына сәйкес келеди. Әлбетте, бундай ўақыяның итималлығы дым киши хәм бундай ўақыя әмелий жақтан жүзеге келмейди. Солай етип, биз әхмийетли нәтийжеге келемиз: газдың бослыққа кеңейіуі статистикалық характерге ийе, яғнай газдың өз-өзинен қысылыуы болған "терис" процесс дым киши итималлыққа ийе.

Бұл нәтийжени ұлыўмаластырыўға болады: *қайтымлы емес процесс сондай процесс болып табылады, оған кері болған процесстің итималлығы киши.* "Оң" процесске кері болған процесстің жабық системада бирден-бир процесс сыпатында өтиуі принципиаллық жақтан мүмкін болмаған процесстердің қатарына кирмейди. Ал әмелде оның бақланбауы жүдә киши итималлықтың нәтийжеси болып табылады. *Жабық системадағы барлық процесстер системаның халының итималлығының үлкейіу бағытында жүреді.*

Жоқарыда айтылғанлардың барлығы денеге орынланған жұмыстың есабынан белгили болған жыллылық муғдарының берилиўине де тийисли. Бундай процесс сыртқы күшлердің тәсириндеги денениң макроскопиялық қозғалысының молекулалардың тәртипсиз қозғалысына өтиўин аңғартады. Демек, бұл процесс *тәртипли қозғалыстың тәртипсиз қозғалысқа өтиўине* алып келинеди.

Алынған жыллылықтың есабынан жұмыстың алыныўы *молекулалардың тәртипсиз қозғалысларының макроскопиялық денениң тәртипли қозғалысына өтиўин* аңғартады. Бундай өтиўдің итималлығы аз.

Солай етип, жұмыстың жыллылыққа қайтымлы емес өтиўин көрсететуғын термодинамиканың екинши басламасы жыллылықтың жұмысқа өтиўиниң үлкен итималлыққа ийе болған халдың киши итималлыққа ийе болған халға өтиўи менен байланысly екен. Затлардың молекулалық-кинетикалық теориясы қайтымлы емес болыў менен термодинамиканың екинши басламасына тек қарама-қарсы болмастан, оған терең әхмийет береді хәм оның қолланылыў шеклерин көрсетеди.

Бизиң көріп тұрғанымыздай, термодинамиканың екинши басламасы менен аңғартылатуғын ызамлық статистикалық характерге ийе болады. Жоқарыда айтылғанлардан, статистикалық ызамлық классикалық механиканың механикалық (динамикалық) ызамлықларынан үлкен айырмаға ийе. Механикада хәр бир процесс үшін бир топар физикалық шамалардың мәнислери бойынша басқа физикалық шамалардың мәнислерин қәлеген дәлликте анықлаўға болады. Бирақ, ұсыған қарамастан статистикалық ызамлықлар барлық системаның қәсийетлерин тутасы менен анықлайды хәм бундай мәнисте олар системаның объектив қәсийетлерин сәўлелендиреди. Хәр бир айырым қубылыс тосаттан жүзеге келеди, бирақ тосаттан жүзеге келетуғын қубылыслардың жыйнағы зәрүрликке алып келеди. Статистикалық ызамлық тосаттан болыў менен зәрүрлилик арасындағы диалектикалық бирликтің көргизбели мысалы болып табылады.

Статистикалық ызамлықтың жуўық екенлигин мынадай мәнисте түсиндириледи: қаншама көп санлы айырым ўақыялардың нәтийжелери бойынша жүргизилген орташалаў тийкарында алынған нәтийже бақлаўлардың нәтийжеси менен жақсы сәйкес келеди. Киши масштабларда статистикалық ызамлықлардан ауытқыўлардың болыуы мүмкін.

Буннан процесстердің қайтымлы емеслиги түсинигиниң тек макроскопиялық денелер, яғнай оғада көп санлы молекулалардан тұратуғын денелер менен ис алып барғанда ғана мәниске ийе болатуғынлығы келип шығады. Молекулалардың саны аз болғанда процесстердің қайтымлы болмауы түсинигин пайдаланыўға болмайды. Төрт молекуладан

туратуғын "газ" мысалында биз бундай "газдің" өзінше қысылыу мүмкіншилигине ийе екенлигин көрдик. Бөлекшелердің саны көп болмағанда ең итимал болған халдан базы бир аүйтқыулардың болыуы мүмкин. Мысалы, макроскопиялық көз-қарастан газдің барлық орынларда бирдей тығызлыққа ийе болыуы халы ең итимал хал болып табылады. Бирақ, егер биз газде аз сандағы молекулалар жайласатуғын қоңсылас еки көлемди айырып алсақ, онда оларды молекулалардың тең өлшеули тарқалыуына сәйкес келмейтуғын жағдайлар ушырасады. Төрт молекуланың теңдей болған еки көлемдеги тарқалыуы ушын өткерилген есаплаудың бир көлемде үш, ал екінши көлемде бир молекула болыуының еки көлемде еки молекуладан болыуына қарағанда жийирек ушырасатуғынлығын көрсетти.

Киши масштабларда бар болатуғын орташа мәнислерден ұсындай аүйтқыулардың болыуы, жоқарыда көрсетилип өтилгениндей, *флуктуациялар* деп аталады. Молекулалардың тәсиринің орташа мәниси бойынша пайда болатуғын қәлеген физикалық шама *флуктуацияларға ушырайды*. Флуктуациялар көп санлы құбылыстарда көринеди. Биз оптикаға байланысly болған бөлимде (III том) газдің тығызлығының флуктуацияларының салдарынан аспанның көк реңге ийе болатуғынлығын көремиз.

Киши масштабларда көринетуғын молекулалардың дийуалға урылыуларының тең өлшеули болмауы басымның флуктуацияларының пайда болыуына алып келеди. Басымның бундай флуктуациялары броун бөлекшелеринің қозғалысын жүзеге келтиреді (43-параграф пенен салыстырыңыз). Броун бөлекшелери жүдә киши бөлекшелер болып табылады хәм сонлықтан олар термодинамиканың екінши басламасына бағынбайды. Мысалы, айырым броун бөлекшесинің жыллылық қозғалысындағы молекулалардың урылыуының салдарынан салмақ күшинің бағытына қарама қарсы бағытта төменгі қатламнан жоқары қатламға көтерілиуі мүмкин. Бөлекшенің көтерілиуінде исленетуғын механикалық жұмыс молекулалардың жыллылық қозғалыстарының есабынан басқа процесстиң тәсири болмаған жағдайларда жүреді. Жоқарыға көтерілген броун бөлекшеси буннан кейин тосыннан төменге түсиуі мүмкин хәм бундай жағдайда өзинің потенциаллық энергиясын қоршаған молекулалардың жыллылық қозғалысының энергиясына өткереді.

Бұл микроскопиялық масштабларда жыллылықтың жұмысқа өтиуі қайтымлы бола алады, екінши баслама бузылады, бирақ екінши басламаның бундай бузылыуын макроскопиялық масштабларда пайдаланыу мүмкин емес. Броун бөлекшелеринің энергиясын жыйнауға жәрдем беретуғын хәр бир механизмнің өзи флуктуацияларға ушырайды хәм сонлықтан энергияның ұсындай болып жыйналыуын болдыра алмайды.

Флуктуациялардың бар болыуы бизің өлшеулеримиздің дәлигинің шегарасын анықлайтуғынлығын атап өтиу әхмийетли. Қәлеген өлшейтуғын әсбап (мысалы, гальванометр) орын алмасыуы ямаса бурылыуы берилген физикалық шаманы өлшеуге мүмкіншилик беретуғын қозғалышы системаға (стрелкаға) ийе. Бұл қозғалышы системаның өзи флуктуацияларға – әззи тәртіпсиз тербелислерге ушырауы мүмкин. Бұл тербелислердің орташа энергиясының $\frac{1}{2}kT$ шамасына тең екенлигин көрсетиуге болады. Бұл аңлатпада k арқалы Больцман тұрақлысы, ал T арқалы қоршаған орталықтың энергиясы белгиленген. Демек, система тәрәпинен өлшенетуғын энергияның шамасы (мысалы электр тоғының энергиясы) $\frac{1}{2}kT$ шамасынан үлкен болыуы керек. Дәлирек өткерилген есаплаулар E энергиясын өлшеуде жиберилетуғын ΔE қәтекликтің шамасының πkT ға тең болатуғынлығын көрсетеди. Әжире температурасы ушын ($T = 290\text{ K}$) $\pi kT = 1,26 \cdot 10^{-20}$ дж шамасын аламыз. Солай етип берилген хәр бир T температурада өлшейтуғын әсбаптың оның конструкциясының қандай дәрежеде жетилискенлигинен ғәрезсиз сезгирлигинің тәбийий шегі болады.

Өлшеу әсбаптарының көпшилигинде бұл шекке жақын келиу орын алмайды. Бирақ оғада дәл болған хәзирги заман өлшеу әсбапларында (электр өлшеуши әсбаптар, жақтылық энергиясын өлшеуши әсбаптар х.т.б.) бұл шекке жетиу орын алады. Қоршаған орталықтың ұсындай T температурасында бұл әсбаптардың дәлигин жоқарылатыу мүмкин емес.

Жеңил қозғалышы системаның флуктуациялық тербелислерин тәжирийбеде N_A Авагадро

санын анықлау үшін пайдаланылуға болады. Усындай жоллар менен N_A шамасын анықлауда тәртіби бойынша сәйкес келетуғын шама алынады. Флуктуациялық тербелісдерді бақылау үшін жүде жиілікке кварц сабаққа илдирилген жүде киші хәм жүде жеңіл айна қолланылады. Қоршаған қауаның молекулаларының соққығысыуының тәсірінде система тәртіпсіз түрдегі айланбалы тербелісдерге ұшырайды. Бул тербелісдер айнада шағылысқан нурдың жәрдемінде тиккелей бақланады (айнада шағылысқан нур жеткиликли дәрежеде алыста жайласқан шкалаға жақты дақ түрінде келип түседі).

Жоқарыда айтылғанлар бойынша айнаның тербелісіннің $\bar{E}_k$ орташа кинетикалық энергиясы $\frac{1}{2}kT$ шамасына тең. Екинші тәрептен, $\bar{E}_k$ орташа кинетикалық энергиясы тербелістің орташа потенциаллық энергиясы $\bar{E}_p$ ға тең.

$\bar{E}_p$ үшін 89-параграфтағы (17)-формулань пайдаланып

$$\bar{E}_p = \frac{1}{2} D \bar{\varphi}^2 = \frac{1}{2} kT$$

аңлатпасына ийе боламыз. Бул аңлатпада D арқалы сабақтың бұралыу модули, $\bar{\varphi}^2$ арқалы оның бұрылыу мүйешинің орташа мәнісі белгіленген.

Бул формулань былайынша жазыу мүмкін:

$$\bar{\varphi}^2 = \frac{kT}{D}. \quad (2)$$

Бұралыу модули D ны тиккелей өлшеу қыйын болғанлықтан, айланбалы маятниклердің меншикли жийилигі үшін жазылған аңлатпадан пайдаланылуға болады (89-параграфта дәйір үшін $T = \frac{1}{\nu_0}$ аңлатпасы келтирилген):

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{I}}.$$

Бул аңлатпада I арқалы системаның инерция моменти белгіленген.

Бундай жағдайда (2)-қатнас мынадай түрге ийе болады:

$$\bar{\varphi}^2 = \frac{kT}{(2\pi\nu_0)^2 I}.$$

Бул формуладағы Больцман тұрақлысы k дан басқаларының барлығын өлшеуге болады.

Бундай өлшеулерді орындап k ны хәм ұсыған сәйкес Авагадро саны N_A ны табылуға болады.

Термодинамиканың екинші басламасының қолланылуына шек қоятуғын область космослық масштабларға тийіс. XIX әсирдің екинші ярымында базь бир физиклер менен философлар "әлемнің жыллылық өліуі" гипотезасын ұсынды. Әлемді жабық система деп қарап хәм оның үшін термодинамиканың екинші басламасын қолланып, олар уақыттың өтуі менен айырым аспан денелери арасындағы барлық температуралар айырмалары теңлеседі хәм әлем температураның тең өлшеулі тарқалған қалына ("жыллылық өлімі") өтеді деген жуымаққа келген...⁴⁵

§ 77. Клаузиус теңсізлігі. Энтропия. Буннан алдыңғы параграфларда биз "терис" процесслердің тек "оң" процесслердің бири менен ғана қосылып жүретуғынлығын анықладық.

Карноның қайтымлы циклин қарау $Q_1 - Q_2$ жыллылығының A жұмысына айланыуы үшін температурасы T_1 болған қыздырғыштан температурасы T_2 болған салқынлатқышқа қанша мұғдардағы Q_2 жыллылық мұғдарының берилиуінің керек екенлігін көрсетеді. Биз ұсы санлық

⁴⁵ Биз әлемнің "жыллылық өліуі" хақындағы салыстырмалы ески гипотезаның дауамын қарақалпақ тилине аудармаймыз. Себеби хәзиргі уақытлардағы әлемді тұтасы менен изертлейтуғын илим болған космология физика илиминің хәр қыйлы тарауларының (әсіресе квантлық, релятивистик теориялар менен бирге жоқары энергиялар физикасының) жетіскенліклеринің тийкарында раужланыудың жоқарғы басқышына көтерілді хәм ол термодинамиканың басламаларын пүткіл әлем үшін пайдаланыуды қоллап-қууатламайды (Аударушылар).

қатнасты 73-параграфтағы (12)-формула түрінде пайдаланамыз:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (1)$$

Биз жұмыс истейтуғын затқа қыздырғыш тәрепинен берилетуғын жыллылықты Q_1 , ал жұмыс истейтуғын затқа салқынлатқыш тәрепинен берилетуғын жыллылықты $-Q_2$ арқалы белгилейді келісип алған едик (73-параграф). Енди белгилейлерди өзгертемиз хәм қыздырғыш тәрепинен де, салқынлатқыш тәрепинен де жұмыс истейтуғын затқа берилетуғын жыллылықты Q арқалы (белгисин көрсетпей) белгилеймиз. Бундай жағдайда, егер Q_2 жұмыс истейтуғын затқа салқынлатқыш тәрепинен берилетуғын жыллылық болса, онда $Q_2 < 0$ теңсізлиги орын алады. Усындай белгилейде (1)-қатнасты

$$\frac{Q_1}{-Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (1a)$$

түрінде көширип жазыу керек болады хәм буннан кейин

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad (2)$$

теңлемесине ийе боламыз. Q/T қатнасы *келтирилген жыллылық муғдары* деп аталады. (2)-теңлемениң мазмұнын былайынша айтыуға болады: *Қайтымлы Карно циклында келтирилген жыллылық муғдарларының қосындысы нолге тең.*

73-параграфта анықлағанымыздай, қәлеген Карно циклы ұшын пайдалы тәсир коэффициенті

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

теңсізлигин қанаатландырады (қайтымлы цикл ұшын тек теңлик белгиси орын алады). Сонлықтан қәлеген Карно циклы ұшын

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0 \quad (2a)$$

теңсізлиги орынлы болады, яғный *қәлеген Карно циклы ұшын келтирилген жыллылық муғдарларының қосындысы нолден үлкен болмайды*. Бұл теңсізликти *Клаузиус теңсізлиги* деп атайды.

Клаузиус теңсізлигин қәлеген термодинамикалық цикл (дөңгелек процесс) ұшын ұлыұмаластырыуға болады.

Жоқарыда көргениміздей (73-параграф), қәлеген дөңгелек процессти жүдә көп санлы Карно циклларына бөлиуге болады. Карноның ұсы элементар циклларының хәр бири сәйкес T_i температурасына ийе қыздырғыш пенен T_k салқынлатқышы арасында жүреди. Бундай жағдайда ол қыздырғыштан ΔQ_i жыллылығын алады, ал салқынлатқышқа ΔQ_k жыллылығын береді.

Элементар цикл ұшын Клаузиус теңсізлигин жазамыз:

$$\frac{\Delta Q_i}{T_i} + \frac{\Delta Q_k}{T_k} \leq 0. \quad (3)$$

Элементар процесс қайтымлы түрде өткенде теңлик белгиси орын алады.

Элементар цикллардың хәр бири ұшын жазылған (3)-аңлатпаны суммалап, барлық цикл ұшын

$$\sum \frac{\Delta Q}{T} \leq 0, \quad (4)$$

яғный *қәлеген дөңгелек процесс ұшын жыллылықтың келтирилген муғдарларының суммасы нолден үлкен бола алмайды; қайтымлы процесс ұшын сумманың мәниси нолге тең.*

Процесс қайтымлы түрде өтетуғын жағдайда (4)-сумманың

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 \quad (4a)$$

контурлық интегралына өтетуғынлығын көрсетіуге болады.

Контурлық интегралдағы ΔQ шамасы ғәрезсіз өзгеріушілер хәм олардың дифференциаллары арқалы аңлатылады. Ғәрезсіз өзгеріушілер сыпатында халды анықлайтуғын параметрлер сайлап алынады (p , V ямаса T).

Интеграл белгисиндеги дөңгелек интегралдың қайтымлы дөңгелек процесстинң барлығы ұшын тарқалатуғынлығын аңғартады.

Қайтымлы емес процесс ұшын (4)-сумманы контурлық интеграл менен алмастырыуға

болмайды. Себеби процесстің қайтымлы болмаған участкаларында интеграллау өзгеріушілері p хәм T белгили болған мәнислерге ийе болмайды.

Қайтымлы процессте денеге берилген келтирилген жыллылықтардың қосындысының процесс жүрген жолдан ғәрезсиз екенлигин көрсетемиз.

Мейли, базы бир дене A ҳалынан (187-сүррет) қайтымлы түрде B ҳалына AC_1B жолы арқалы өтетұғын болсын. AC_1B жолына BC_2A кери жолын қосып дөңгелек процесске толтырамыз. AC_1B жолы менен жүргендеги келтирилген жыллылықтардың қосындысын X , ал, BC_2A жолы арқалы өткендеги келтирилген жыллылықтардың қосындысын Y арқалы белгилеймиз. Бундай жағдайда (4)-шәрт бойынша:

$$X + Y = 0. \quad (5)$$

A ҳалынан B ҳалына өтетұғын және бир AC_3B жолын белгилеймиз; ондағы келтирилген жылылықтардың суммасын X_1 арқалы белгилеймиз; бундай жағдайда AC_3BC_2A дөңгелек процесс ушын

$$X_1 + Y = 0$$

теңлигине ийе боламыз. Бул теңликти (5)-теңлик пенен салыстырып

$$X = X_1$$

теңлигине ийе боламыз хәм AC_1B және AC_3B жоллары ушын келтирилген жыллылық мұғдарыларының суммасының бирдей екенлигине көз жеткеремиз. A ҳалынан B ҳалына өтетұғын қәлеген басқа жоллар ушын да сондай жағдайдың орын алатұғынлығын дәлиллей мүмкин.

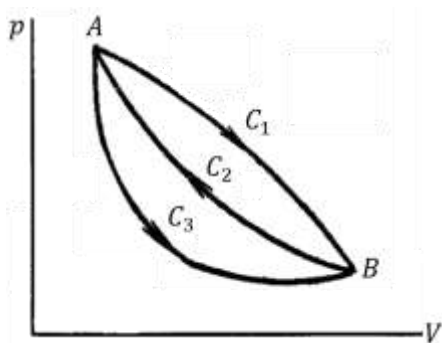
Буннан халдың A ҳалынан B ҳалы қайтымлы өтиуі ушын келтирилген жыллылықтардың суммасын аңғартатұғын

$$\int_A^B \frac{dQ}{T}$$

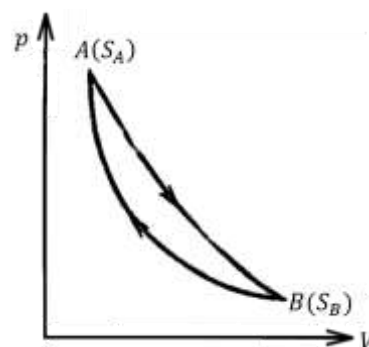
интегралының процесс жүретұғын жолдан ғәрезсиз екенлиги хәм денениң тек дәслепки хәм ақырғы ҳалларынан ғәрезли екенлиги келип шығады. Бул жағдайдан мынадай жағдай келип шығады: денениң халы менен тәрийипленетұғын базы бир S шамасы бар болса хәм ол A ҳалында S_A шамасына, ал B ҳалында S_B шамасына тең болатұғын болса, онда олардың айырмасы

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T} \quad (6)$$

шамасына, яғный A хәм B ҳалларының арасында өтетұғын қәлеген қайтымлы процесс ушын келтирилген жыллылықтардың суммасына тең болады.



187-сүррет. Берилген A хәм B ҳаллары арасында ҳәр қыйлы жоллар менен өтиу.



188-сүррет. Қайтымлы дөңгелек процессти жүзеге келтиргенде энтропия өзгермейди.

$S_B - S_A$ айырмасы хал функциясы болып табылатұғын базы бир S шамасының айырмасын анықлайды; бул физикалық шаманы *энтропия* деп атайды.

Жоқарыда келтирилген таллаулардың ұсылы энтропияның абсолют мәнисин анықлауға мүмкиншилик бермейди; тек ғана B хәм A ҳаллары ушын энтропиялардың айырмасы болған $S_B - S_A$ шамасын ғана табыуға болады.

Мейли базы бир жабық система A ҳалынан шығып ABA дөңгелек процессин жүзеге келтиретұғын болсын (188-сүррет); бундай жағдайда A ҳалынан B ҳалына өткендеги энтропияның

өзгерісі мынаған тең болады:

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}.$$

Барлық цикл тамам болғаннан кейін A халына қайтып келгендегі энтропияның шамасын S'_A арқалы белгілейміз. Бұндай жағдайда

$$S'_A - S_B = \int_B^A \frac{dQ}{T}$$

шамасына ийе боламыз. Бірақ қайтымлы процесс үшін жазылған (4а) шәрті бойынша

$$\int_A^B \frac{dQ}{T} + \int_B^A \frac{dQ}{T} = 0$$

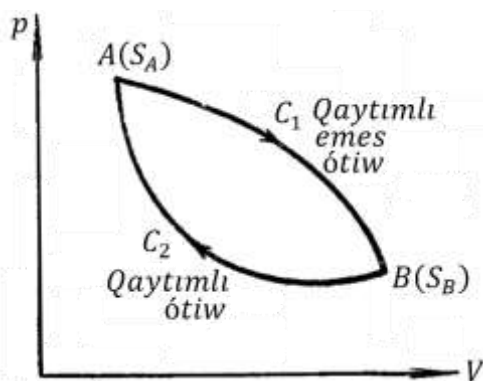
Бұннан

$$S_B - S_A = -(S'_A - S_B)$$

ямаса

$$S'_A - S_A = 0$$

теңлигинің орынлы екенлігіне көз жеткереміз. Бұннан қайтымлы дөңгелек процесс жүзеге келгенде системаның энтропиясы өзгермейді деген жүймаққа келеміз.



189-сүррет.

A халынан B халы арасындағы қайтымлы хәм қайтымлы емес өтиўлер.

189-сүрrette базы бир A халынан B халына шәртли түрде AC_1B иймеклиги менен сүўретленген жол менен қайтымлы емес өтиўди қараймыз; бұннан кейін қайтымлы BC_2A жолын сайлап B халынан A халына системаны қайтып алып келеміз; бұндай жағдайда AC_1BC_2A дөңгелек процесси толығы менен қайтымлы болмайды. Себеби оның бөлімлеринің бири қайтымлы емес. Бұннан

$$\sum_{AC_1B} \frac{\Delta Q}{T} + \int_{BC_2A} \frac{dQ}{T} \leq 0$$

теңсізлігі алынады. Бірақ, анықлама бойынша интеграл

$$\int_{BC_2A} \frac{dQ}{T} = S_A - S_B.$$

Сонлықтан

$$\sum_{AC_1B} \frac{\Delta Q}{T} + (S_A - S_B) \leq 0$$

теңсізлігіне ийе боламыз. Бұннан

$$S_B - S_A \geq \sum_{AC_1B} \frac{\Delta Q}{T} \quad (7)$$

теңсізлігіне орын алатуғынлығына исенеміз.

Изоляцияланған система болған жағдайда система толығы менен жыллылықты алмайды хәм жыллылықты бермейді. Сонлықтан оның үшін $\Delta Q = 0$ хәм (7)-теңликтің оң тәрәпинде тұрған сумма нолге айланады. Бұннан мынадай жағдайдың орын алатуғынлығын көреміз:

изоляцияланған системада тек системаның энтропиясы кемеімейтуғын процесстер ғана жүзеге келеді.

Егер изоляцияланған системада энтропия өзгермей қалатуғын процесс жүрген болса, онда усы процесс қарама-қарсы бағытта да жүре алады, яғный ол қайтымлы. Егер процессте энтропия өскен болса, онда қарама-қарсы бағыттағы процесстің өтіуі мүмкін емес, яғный бул жағдайдағы процесс қайтымлы емес. Солай етип, изоляцияланған системада қайтымлы емес процесс жүретуғын болса, онда системаның энтропиясы өседі.

Биз қайтымлы емес процесстер үшін олардың жүріуінің мүмкін болған екі жолы бирдей емес екенлігін көрдік: бир бағытта (бул бағытты биз "түуры" бағыт деп атаймыз) процесстің "өз-өзінен" жүріуі мүмкін, ал екинші бағытта ("терис" бағыт) процесс "өз-өзінен" жүрмейді. Бирақ, биз усы ўақытқа шекем берілген қайтымлы емес процесстің қайсы бағытта өтетуғынлығы жөнінде критерийге ийе болмадық. Энтропия түсинігін киргизиў бул мәселени шеше алады: *жабық системада процесстер энтропияның өсиў бағытында жүреді: системада жүзеге келетуғын барлық процесстер қайтымлы болатуғын болса энтропия өзгермей қалады.*

75-параграфта процесстердің қайтымлы емес характеринің киши итималлыққа ийе болған ҳаллардан үлкенирек итималлыққа ийе болған ҳалларға өтіуі менен байланыслы екенлігін көрсетілген еді. Буннан қайтымлы емес процесстердің өтіу бағытын анықлайтуғын энтропияның да итималлық пенен байланыслы екенлігін айқын болады. Больцман *S энтропияның ҳалдың итималлығының логарифмине пропорционал екенлігін көрсетті:*

$$S = k \ln W.$$

Бул теңликте W арқалы берілген ҳалдың итималлығы белгиленген. Пропорционаллық коэффициенті хызметін Больцман турақлысы k атқарады.

$\int_A^B \frac{dQ}{T}$ интегралы бизге тек энтропияның өзгерисін береді, ал берілген ҳалдың энтропиясы аддитивлік турақлы дәллігінде ғана анықланады:

$$S = \int_0^A \frac{dQ}{T} + S_0. \quad (8)$$

Бул аңлатпада интеграл ноллик деп қабыл етилген базы бир A ҳалына өтіу жолы бойынша алынады.

(8)-аңлатпаны дифференциаллап, энтропияның толық дифференциалы үшін аңлатпаны аламыз:

$$dS = \frac{dQ}{T}. \quad (9)$$

1-мысал. 100 г сұйды $t_1 = 10^\circ\text{C}$ дан $t_1 = 0^\circ\text{C}$ температураға шекем салқынлатқандағы энтропияның өзгерисін табыңыз.

(6)-формула бойынша энтропияның өзгериси мынаған тең:

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}.$$

Қыздырғанда сұйдың көлеми жүдә киши шамаға өзгереді деп есаплап, мынаған ийе боламыз

$$dQ = mc dT.$$

Бул теңликте m – сұйдың массасы, c – оның салыстырмалы жыллылық сыйымлығы. Сұй үшін жыллылық сыйымлығы c ны турақлы шама деп есаплайға болады. Буннан

$$S_2 - S_1 = mc \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = mc \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (10)$$

теңлігине ийе боламыз. (10)-аңлатпаға $m = 100$ г, $c = 1$ кал/г·град, $T_1 = 273$ К, $T_2 = 288$ К шамаларын қойып

$$S_2 - S_1 = 100 \cdot 1 \cdot \ln \frac{273}{288} \frac{\text{kal}}{\text{grad}} = -5,1 \frac{\text{kal}}{\text{grad}}$$

шамасын аламыз.

2-мысал. 280 г азоттың көлемін 5 есе изотермалық үлкейгендегі энтропияның өзгерисін табыңыз.

Термодинамиканың биринши басламасы бойынша

$$dQ = dU + dA. \quad (11)$$

Ишки энергияның запасының өзгерісі dU мынаған тең:

$$dU = \frac{m}{\mu} C_V dT.$$

Бұл аңлатпада μ арқалы моллик салмақ және C_V арқалы тұрақты көлемдегі моллик жыллылық сыйымлығы белгіленген.

dA жұмысы болса

$$dA = p dV$$

формуласының жәрдеминде анықланады. Азотты идеал газ деп есептеп, бұл аңлатпаны түрлендіреміз:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT.$$

Бұнан

$$p = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V}$$

формуласына ийе боламыз.

p ның ұсы мәнісінен пайдаланып dA жұмысы үшін

$$dA = \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V}$$

аңлатпасын аламыз. dU менен dA үшін алынған аңлатпаларды (11)-аңлатпаға қойып идеал газ үшін

$$dQ = \frac{m}{\mu} \left(C_V dT + RT \frac{dV}{V} \right)$$

аңлатпасына ийе боламыз. Енді dQ үшін алынған бұл аңлатпаны пайдаланып энтропияның өзгерісі үшін төмендегідей формулаға ийе боламыз:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{m}{\mu} \left(\int_{T_1}^{T_2} C_V \frac{dT}{T} + R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \right).$$

C_V жыллылық сыйымлығы температурадан тәуелсіз деп болжап, интегралды есептейміз:

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} \left(C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right). \quad (12)$$

Бұл мысалдың шәрті бойынша кеңейіу изотермалық рәуіште өтеді, сондықтан $T_2 = T_1$ және (12)-аңлатпа бойынша

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} \cong \frac{290}{28} \cdot 2 \cdot \ln 5 \frac{\text{kal}}{\text{grad}} = 32,2 \frac{\text{kal}}{\text{grad}}.$$

Жоғарыда өткерілген таллаулар тек энтропияның өзгерісін ғана анықтай алады [77-параграфтағы (6)-формула]. Ал энтропияның өзінің мәнісін болса тек аддитивтік тұрақты дәллігінде ғана анықтай мүмкін [77-параграфтағы (8)-формула]. Энтропияның абсолют мәнісін анықтай үшін ең болмағанда оның қандай да бір температурадағы абсолют мәнісін билиіу керек. Энтропияның ұсындай бір мәнісін Нернст тәрепіннен ұсынылған және гейде термодинамиканың үшінші басламасы деп аталатынын теорема анықтайды. Нернст теоремасы бойынша *қалған заттың энтропиясы температураның абсолют нолинде нөлге тең*.

Қандай да бір заттың бір молин температураның абсолют нолинен бастап тұрақты басымда қыздырамыз. Бұл заттың температурасын dT шамасына көтеріу үшін оған

$$dQ = C_p dT$$

жыллылығын бериіу керек. Бұндай жағдайда оның энтропиясы

$$dS = C_p \frac{dT}{T}$$

шамасына өседі.

Тұрақты басым үшін температураның абсолют нолинен T ға шекем алынған интеграл берілген заттың бір моли үшін T температурадағы энтропиясын береді:

$$S = \int_0^T C_p \frac{dT}{T}$$

Төменги температураларда жыллылық сыйымлығы тұрақлы шама болмайды, ал температурадан ғарезли болады (93-параграф). Сонлықтан, C_p шамасының температураның $T = 0$ мәнисинен баслап температурадан ғарезлиги белгили болған жағдайда жоқарыда келтирилген интегралды есаплаў мүмкиншилиги туйылады.

IX БАП

Сұйықтықтардағы молекулалық құбылыстар

§ 78. Сұйықтықтардың құрылысы. Молекулалық басым. Сұйық хал газ тәрізлі хал менен қатты халлар арасындағы аралықтық хал болып табылады. Сондықтан сұйықтық газ бенен де, қатты дене менен де ұқсаслыққа ийе. 62-параграфта биз Ван-дер-Ваальс теңлемесінің заттың тек газ тәрізлі халын ғана тәрийіппеп қоймай, сұйық халдың да бир қанша қасиетлерін беретұғынлығын көрдик. Усының менен бирге Ван-дер-Ваальс теңлемесі сұйық халдан газ тәрізлі халға критикалық нокат арқалы үзлексіз өтiуiнiң мүмкин екенлигін көрсетти. Критикалық нокаттың қасында газ бенен сұйықтықтың арасындағы айырма үлкен емес хәм сұйықтықты тығыз газ деп қараўға болады. Бирақ сол Ван-дер-Ваальс теңлемесі критикалық температурадан әдеуір төмен температураларда сұйық хәм газ тәрізлі халлардың арасындағы айырманың сезилерліктей болатуғынлығын көрсетти. Әжире температураларында көп сұйықтықтар ушын тойынған пұлардың тығызлығы сұйықтықтың тығызлығынан мыңлаған ямаса хәтте онлаған мыңлаған есе киши. 62-параграфта көргенимиздей, Ван-дер-Ваальс изотермаларының ишинде бир бөлими терис басымлар областында жатқан изотермалардың бар екенлигін көрдик: олар сұйықтықтың керілген халда жасай алатұғынлығын көрсетеди. Тәжирийбелер сұйықтықтың усындай керілген халының хақықатында да мүмкин екенлигін хәм бул халдың сұйықтықтың үзилиўге қарата базы бир беккемликке ийе екенлигін аңғартады. Бул қасиеті бойынша сұйықтық қатты денеге ұсайды. Кейинирек биз сұйықтық пенен қатты дененің арасындағы ұқсаслықтың бир қатар областларда, әсиресе сұйықтықтың қатты халға өтiуi (кристаллизация) областында орын алатұғынлығын көремиз.

Молекулалық-кинетикалық көз-қарас бойынша заттың газ тәрізлі халы молекулалар арасындағы үлкен орташа қашықтықтар менен тәрийіппленеди. Газ молекулаларының жыллылық қозғалысы молекулалардың өзлерінің сызықты өлшемлерінен әдеуір үлкен болған еркін жүриў жолының ұзынлығындағы еркін қозғалысқа алып келинеди. Сұйықтықтарда болса молекулалар газлердегиге салыстырғанда бир бирине әдеуір жақын жайласқан. Сондықтан олар арасындағы өз-ара тәсир етiуi күшлерінің шамасы үлкен. Сұйықтықтардағы диффузия газлердеги диффузияға салыстырғанда әдеуір әстелик пенен жүреді. Бирақ, ұсының менен бирге сұйықтықтардың құрылысы қатты денелердің құрылысынан үлкен айырмаға ийе. Қатты денелерде әмелий жақтан диффузия құбылысы бақланбайды. Қатты денелерде хәр бир бөлекше (атом, ион) өзінiң тең салмақтық орнының әтирапында тербеледі хәм қатты кристалдың идеал пәнжересіндеги бөлекшелер ушын арналған мүмкин болған барлық "орындар" ийеленген (87-параграф). Сұйықтық болса, қатты денелерге салыстырғанда "орпаң" (бос) структураға ийе, онда бос орындар – "тесиклер" бар, ұсының салдарынан молекулалар тұрған орнын таслап, қоңсы "тесик" лердің бирін ийелеў жолы менен орындарын өзгерте алады. Я. И. Френкелдің теориясы бойынша сұйықтықтардағы жыллылық қозғалыстарының характери мынадай: хәр бир молекула базы бир ўақыт ишинде белгили бир тең салмақтық орнының дөгерегинде тербеледі. Молекула өзінiң өлшемлеріндей қашықтыққа жылжып тең салмақтық орнын өзгертеді. Солай етип, молекулалар сұйықтықтың ишинде әстелик пенен орындарын өзгертеді, ўақыттың бир бөлиминде белгили орынды ийелейді хәм Я. И. Френкелдің образлы сөзлери менен айтқанда "отырықты" халларда болады. Сұйықтықтардың құрылысында кристаллық қатты денелердің құрылысын еске түсиретуғындай өзгешеликлер де бар (95-параграфты қараңыз).

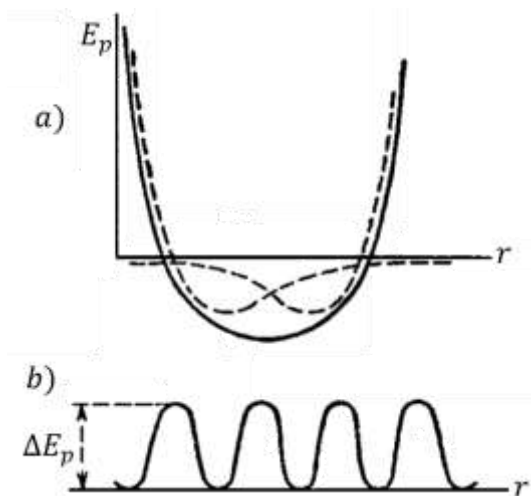
Газде молекулалардың жыллылық қозғалыстарының орташа кинетикалық энергиясы олардың арасындағы тартысыў күшлерін жеңиў ушын жеткилики; бул газ

молекулаларының барлық тәрептерге ұшатуғыны хәм газдің оған берилген барлық көлемди толтыратуғынлығына алып келеди.

Сұйықтықларда болса, керисинше, жыллылық қозғалыстарының орташа кинетикалық энергиясы молекулалар арасындағы тартысу күшлерин жеңе алмайды. Усының салдарынан сұйықтық белгили көлемге ийе болған дене болып табылады. Сұйықтықтан тек ең тез қозғалатуғын молекулалар ғана ұшып шыға алады хәм бұл оның пұўланыўына алып келеди.

61-параграфта биз газдің еки молекуласының арасындағы потенциаллық энергияның базы бир r_0 қашықтығында минимумға ийе болатуғынлығын көрдик (154-сұўрет). Бирақ, пайда болған потенциал шұқырдың тереңлиги үлкен емес хәм бир еркинлик дәрежесине сәйкес келетуғын орташа кинетикалық энергия $\frac{1}{2} kT$ дан киши. Сонлықтан, газ молекулалары бир бирин ұслап тұра алмайды, бирақ бир бирине жақынласып, қайтадан хәр тәрепке тарқасады. Жоқарыда көргенимиздей, сұйықтықтың молекулалары ұшын жыллылық қозғалыстарының орташа кинетикалық энергиясы молекулалардың бир бирине тартысу күшлерин жеңиў ұшын жеткилики емес. Усының нәтийжесинде молекулалар бир бирине жеткилики дәрежеде жақын жайласады хәм хәр бир молекула басқа молекулалар менен қоршалған.

Әпиўайылық ұшын бир тўўрының бойынша жайласқан бир неше молекуланы қараймыз. Усындай тўўрының бойында хәр бир молекула еки қоңсыға ийе болады – бирейи оң, ал екиншиси шеп тәрепте жайласқан. Сонлықтан ұсындай молекуланың потенциаллық энергиясы 154-сұўретте көрсетилгендей еки иймекликтің қосындысынан тұрады. Бұл иймекликлер 190а сұўретте пунктир сызықлардың жәрдемінде көрсетилген. Қосынды иймеклик (тутас сызық) жеткилики дәрежедеги терең потенциаллық шұқырды береді. Молекулалардың жыйнағы ұшын толқын тәризли потенциал шұқыр қәлиплеседи (190b сұўрет). Айырым шұқырлардың тереңлиги ΔE_p сұйықтықтағы молекуланың бир еркинлик дәрежесине сәйкес келетуғын орташа $\frac{1}{2} kT$ кинетикалық энергиясынан үлкен. Сонлықтан, хәр бир молекула өзинің тең салмақтық орнының қасындағы потенциал шұқырда болады. Бирақ, сұйықтық ұшын $\frac{1}{2} kT$ энергиясының мәниси шұқырдың тереңлиги ΔE_p ден көп киши емес. Сонлықтан, флуктуациялардың болыўының салдарынан айырым молекулалардың кинетикалық Энергиясы олардың потенциал шұқырдан шығып басқа молекулалардың арасындағы жаңа орынға өтиўи ұшын жеткилики болады.



190-сұўрет.

Сұйықтықтағы молекуланың потенциаллық энергиясының иймекликтери.

Сұйықтықлардығы молекулалардың қозғалысының жоқарыда келтирилген өзгешеликтери сұйықтықлардағы диффузияның газлердегиге салыстырғанда киши тезлик пенен жүретуғынлығын да, сұйықтықлардағы жабысқақтықтың үлкен екенлигин де

түсіндіре алады. Газлердеги ишки сүйкеліс (жабысқақтық) молекулалардың жыллылық қозғалыстарының есабынан олардың бағытланған қозғалысының мұғдарының қатламнан қатламға алып берилиуі менен түсіндириледі (56-параграф). Сұйықтықтарда болса, ұсындай механизм менен бир қатарда қозғалыс мұғдарының молекулалардың бир бири менен соқтығысуы менен байланысly болған алып берилиуі де орын алады (бир бири менен тийисип тұрған серпимли шарлардың бир бири менен соқтығысуындағы қозғалыс мұғдарының алып берилиуіндей). Молекулалардың соқтығысуларының саны олардың арасындағы еркин көлемге кери пропорционал, демек, сұйықтықтардың жабысқақтығы да ұсындай еркин көлемге кери пропорционал. Сұйықтықтың бир моли үшін еркин көлем $V_0 - b$ ға тең. Бұл аңлатпада V_0 – сұйықтықтың моллик көлеми, b - тығыз етип жайластырған жағдайдағы молекулалар тәрепинен ийеленетуғын көлем (Ван-дер-Ваальс теңлемесиндеги b дүзетиуіне ұсаған шама). Усының тийкарында сұйықтықтың жабысқақтығы болған η шамасын

$$\eta = \frac{C}{V_0 - b}$$

шамасына тең деп болжауға болады (C - константа). А. И. Бачинский тәрепинен биринши рет ұсынылған бұл формуланы көп жабысқақ сұйықтықтар үшін пайдаланыуға болады.

Сұйықтықтардағы молекулалардың қозғалысының жыллылық характеринен келип шығып, Я. И. Френкель сұйықтықтың жабысқақтығының температурадан ғәрезлигинің

$$\eta = A \cdot e^{\frac{\Delta E_p}{kT}}$$

формуласының жәрдемінде анықланыуының керек екенлигин көрсетти. Бұл формулада ΔE_p - хәр бир молекула жайласқан потенциаллық шұқырдың тереңлиги. Бұл формула да бир қатар жағдайларда жеткиликли дәрежеде жақсы нәтижелерди береді.

Егер сұйықтықтың ишиндеги молекуланың потенциаллық энергиясы менен сұйықтықтан сыртта жайласқан молекуланың потенциал энергиясын қарасақ, онда сұйықтықтың қасийетлерин басқа ұсылдың тийкарында көрсетиуге болады. Сұйықтықтың ишиндеги молекуланың потенциаллық энергиясы сұйықтықтың сыртындағы молекуланың потенциаллық энергиясынан киши. Сұйықтықтың бетлик қатламы оның барлық көлемине салыстырғанда басқа шараятларда тұрады. Сұйықтықтан молекуланы сыртқы шығаруы үшін белгили болған потенциал барьер арқалы өтиу, яғнай шамасы белгили жұмысты орынлау керек. Молекулалардың жыллылық қозғалысының орташа энергиясы бұл жұмысты ислеу үшін жеткиликли емес. Сонлықтан сұйықтық өзинің көлемин сақлайды.

Хақыйқый газлердің қасийетлерин таллағанымызда тартылыс күшлеринің бар болыуының себебинен газдің шегарасындағы молекулалардың газдің ишиндеги молекулалардан басқаша шараятларда жайласатуғынлығын көрдик. Тап ұсы қубылысқа ұсаған қубылыс сұйықтықтарда да орын алады.

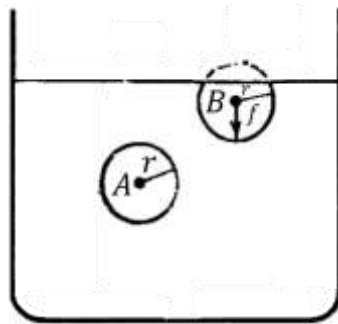
Егер биз сұйықтықтағы қандай да бир молекуланы ойымызда айырып алатуғын болсақ, онда оған басқа барлық молекулалардың тәсирин есапқа алыуымыз керек болады. Бирақ молекулалар арасындағы өз-ара тәсирлесу күшлери қашықтыққа байланысly тез кемейеди. Сонлықтан берилген молекулаға жеткиликли дәрежеде жақын жайласқан молекулалардың тәсирин ғана есапқа алыу жеткиликли.

Мейли, r қашықтығын бир биринен ұсы r қашықтығынан үлкен қашықтықтарда тұрған молекулалар арасындағы өз-ара тәсир етиу күшлерин есапқа алмауға болатуғындай етип сайлап алайық. Берилген A молекуласының дөгеринде (191-сүүрет) радиусы r болған сфераны айырып аламыз. Бундай жағдайда берилген молекулаға радиусы r шамасына тең болған сфераның ишинде жайласқан молекулалардың тәсирин есапқа алыу жеткиликли болады.

r қашықтығын молекулалық тәсир етисий радиусы деп, ал радиусы r болған сфераны

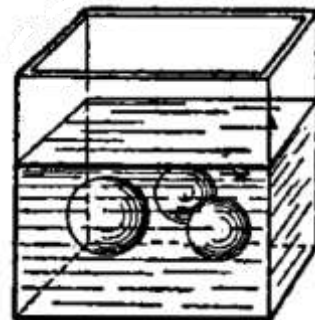
молекулалық тәсірлесіу сферасы деп атау қабыл етилген.

Сұйықтықта берілген А молекуласының дөгерігінде өткерілген молекулалық тәсірлесіу сферасына көп санлы басқа молекулалар киреди. Бұл молекулалар тәрепинен А молекуласына тәсір ететұғын күшлер хәр қыйлы тәреплерге қарай бағытланған хәм, сонлықтан, олар орташа компенсацияланады. Сонлықтан, сұйықтықтың ишиндеги молекулаға басқа молекулалар тәрепинен тәсір ететұғын қосынды орташа күштиң шамасы нолге тең. Ал сұйықтықтың бетинде жайласқан молекулаларда орын алған жағдай басқаша. Сұйықтықтың бетинен молекулалық тәсірлесіу радиусы r ден киши болған қашықтықта жайласқан В молекуласын қараймыз. Бундай жағдайда, 191-сұйретте көринип тұрғанындай, молекулалық тәсірлесіу сферасының бир бөлими сұйықтықтың сыртында, ал бир бөлими сұйықтықтың ишинде жайласады. Мейли, сұйықтықтың бетинің үстинде зат газ тәризли халда, мысалы ұсы сұйықтықтың пууы тұрған болсын. Пуудағы молекулалардың концентрациясы аз, сонлықтан олардың тәсірин есапқа алмауға болады. Демек, биз сұйықтықтың ишиндеги молекулалардың В молекуласына тәсірине ғана дыққат аудар аламыз. Бундай жағдайда В молекуласына хәр тәрептен хәр қыйлы санлы молекулалар тәсір етеди. Олардың В молекуласына тәсір ететұғын күшлери орташа компенсацияланбайды хәм сұйықтықтың ишине қарай бағытланған f күши пайда болады. Солай етип, сұйықтықтың бетинен молекулалық тәсірлесіу қашықтығы r ден киши қашықтықларда жайласқан хәр бир молекулаға сұйықтықтың ишине қарай бақытланған күш тәсір етеди екен. Сұйықтықтың бетинде жайласқан барлық қатламға сұйықтықтың бетине нормаль бағытта, сұйықтықтың ишине қарай бағытланған күш тәсір етеди. Бетлик қатлам барлық сұйықтыққа молекулалық басым деп аталатуғын басым түсиреди. Усы басымның тәсіринде сұйықтықтың молекулалары бир бирине жақынласады, ал бұл жағдай бетлик қатлам тәрепинен пайда етилген қысылу күшин теңлестиретуғын молекулалардың арасындағы ийтерисіу күшлерин пайда етеди.



191-сұйрет.

Молекулалық тәсірлесіу радиусы.



192-сұйрет. Су менен спирттің араласпасындағы зейтун майы.

Жоқарыда келтирилген таллаулардан бұл басымның өзинің тәбияты бойынша Ван-дер-Ваальс теңлемесиндеги a/V_0^2 дүзетиуі менен есапқа алынуатуғын газлердеги p' ишки басым менен бирдей екенлиги келип шығады:

$$\left(p + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT.$$

Ван-дер-Ваальстиң санлық теңлемеси заттың сұйық халының қәсийетлерине жүдә дәл сәйкес келмейди. Бирақ, сондай да бағдар алыу ушын өткерілген есаплауларда оны пайдаланыуға болады. Мысалы, су ушын Ван-дер-Ваальс дүзетиуі $a = 5,47 \text{ ат}\cdot\text{л}^2/\text{моль}$; ал 0°C температурадағы сұйық су ушын бир молдин көлеми $V_0 = 18 \text{ см}^3/\text{моль} = 0,018 \text{ л/моль}$. Буннан

$$p' = \frac{a}{V_0^2} = \frac{5,47}{0,018^2} \text{ ат} \cong 17\,000 \text{ ат}$$

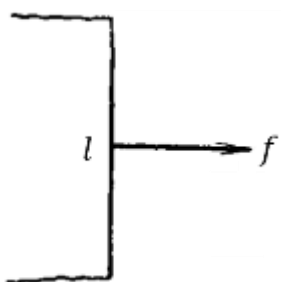
шамасына ийе боламыз.

Тап ұсындай жоллар менен басқа сұйықтықтар ұшын да ишки басым ұшын онлаған мың атмосфера болған басымды аламыз.

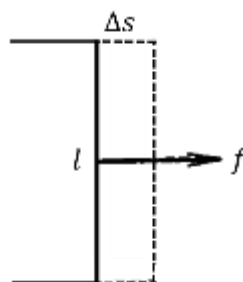
Сұйықтықтың бетлик қатламында болатұғын молекулалық тартысыў күшлери сұйықтықтың ишине қарай бағытланған. Егер сұйықтыққа күшлер тәсир етпейтуғын болса, онда беттиң бул күшлер ұсы бетке нормаль болатұғын тең салмақтық халының жүзеге келиўи керек. Сырттан күш түспейтуғын сұйықтықтың массасы молекулалық басым күшлериниң тәсиринде сфералық формаға ийе болыўи керек. Салмақ күшлериниң тутқан орны салыстырмалы киши болған сұйықтықтың майда тамшылары ҳақықатында да дұрыс сфералардың формасына ийе болады. Сұйықтықтың үлкен массаларының да Архимед нызамының тийкарында салмақ күшин компенсациялап сфералық формаға ийе болыўға тырысатуғынлығын табыўға болады. Мысалы, су менен спирттиң араласпасына зейтун майын қуйыў керек. Бундай жағдайда су менен спирттиң араласпасының тығызлығын зейтун майының тығызлығындай етип алыў керек болады ҳәм майға тәсир ететұғын салмақ күшиниң тәсири гидростатикалық басым менен компенсацияланады. Нәтийжеде өзиниң меншикли молекулалық басымының тәсиринде май дұрыс сфералық формаға ийе болады (192-сұўрет).

§ 79. Бет керими. Бетлик қатлам тәрептен молекулалық басымның бар болыўи менен байланыслы болған қубылысларды 78-параграфта баянланған көз-қарастан басқа көз-қарас пенен де түсиндириўге болады.

Барлық геометриялық фигуралардың ишинде берилген көлемниң мәнисинде сфера ең киши бетке ийе болады. Сонлықтан сұйықтықтың берилген массасының қандай да бир сфералық емес формада сфералық формаға өтиўи оның бетиниң майданының кемейиўи менен байланыслы. Демек, молекулалық басымның тәсиринде сұйықтықтың сфералық формаға ийе болыўи егер сұйықтықтың бетин ҳәр тәрептен керилген пленка деп есаплаған жағдайда, онда ұсы пленканың қысылыўға тырысыўына ұқсас екен. Молекулалық басымның бар болыўи менен байланыслы болған барлық қубылыслар ұсындай керилген пленканың тәсирин қараў менен түсиндириледи.



193-сұўрет. Бет керими күшлери.



194-сұўрет. Сұйықтықтың бетлик қатламының майданы өзгергенде исленген жұмысты анықлаў.

Пленканы оның шегарасы сызығына нормаль бағытта тең салмақтықта ұслап тұрыў ұшын сұйықтықтың бетине ұрынба бағыттағы *бет керими күши* деп аталатуғын f күшин түсириў керек (193-сұўрет).

Әлбетте, пленканың жийегиниң ұзынлығы қанша үлкен болса, бул f күшиниң шамасы да үлкен болады

$$f = \alpha l. \quad (1)$$

Сұйықтықтың тәбиятынан ғәрезли болған α коэффициентин *бет керими*

коэффициенти деп атайды.

(1)-теңліктен

$$\alpha = \frac{f}{l} \quad (1a)$$

теңлігине ийе боламыз.

Солай етип, бет керими коэффициенті α сұйықтың жийегинің ұзындығының бір бірлігіне түсірілген күштің шамасына тең екен. SGS системасында *дин/см* лерде өлшенеді.

Берілген сұйықтық үшін бет керими коэффициенті α ның шамасы температурадан ғарезли: температураның жоқарылауы менен оның мәнісі кемейеді.

Сұйықтың температурасы T_k критикалық температураға жақынлағанда бети керими коэффициенті α ның мәнісі нолге ұмтылады (62-параграфқа қараңыз).

Егер критикалық нокатта сұйықтық пенен газдің арасындағы айырманың жоғалатуғынлығын еске түсірсек, онда бұл жағдай түсиникли болады.

XI кестеде айырым сұйықтықтар үшін SGS системасындағы бет керими коэффициенттерінің мәніслери келтирилген.

XI кесте. Бет керими коэффициенті α ның мәніслери

Сұйықтық	20°C температурадағы хәм дин/см лердегі α ның мәніслери
Сұй	73
Сынап	540
Глицерин	65
Эфир	17

Бетлик пленканың майданын базы бир ΔS шамасына үлкейтиу үшін жұмсалатуғын жұмысты есаплаймыз. Оның үшін f күшинің тәсирінде планканың шегарасын (жийегин) өз-өзине параллель түрде Δs шамасына жылжытып майданының шамасын ΔS ке үлкейтеміз. Бундай жағдайда орынланған жұмыс мынаған тең:

$$\Delta A = f \Delta s.$$

Бирақ, (1)-аңлатпа бойынша $f = \alpha l$. Сонлықтан

$$\Delta A = \alpha l \Delta s.$$

аңлатпасына ийе боламыз. $l \Delta s$ шамасы пленканың майданының өсими ΔS ке тең. Сонлықтан

$$\Delta A = \alpha \cdot \Delta S$$

шамасына тең.

Бұл жұмыс пленканың энергиясын ΔE шамасына үлкейтеді. Буннан

$$\Delta E = \alpha \cdot \Delta S \quad (2)$$

аңлатпасына ийе боламыз ямаса бет керими коэффициенті үшін

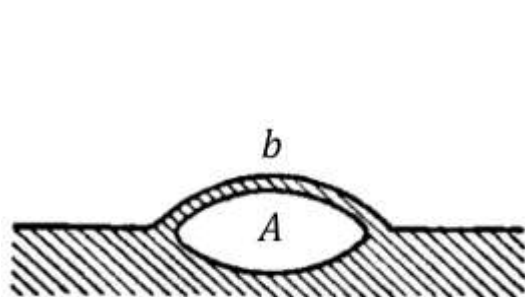
$$\alpha = \frac{\Delta E}{\Delta S} \quad (2a)$$

теңлігін аламыз.

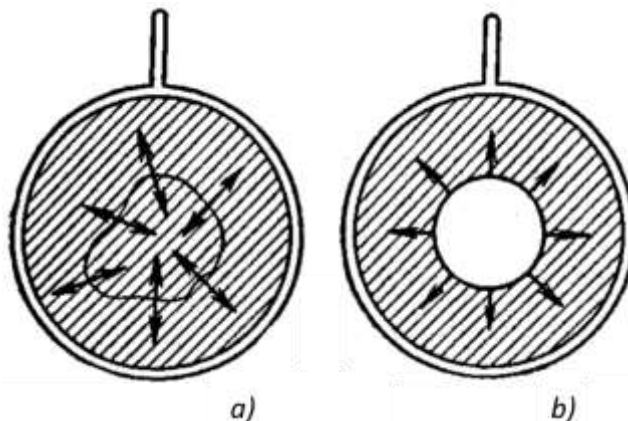
E энергиясы изотермалық процессте жұмысқа айланыуы мүмкин болған пленканың ишки энергиясының бөлими болып табылады. Термодинамикада энергияның бундай бөлимин *еркин энергия* деп атайды. (2a) теңлігінен бет керими коэффициенті үшін және бир анықламаны аламыз: α бет керими коэффициенті санлық жақтан пленканың бетлик еркин энергиясының өсиминің усы пленканың майданының өсимине қатнасына тең.

Бет керими заттың сұйық халы үшін тән болған көп санлы қубылыстарды түсіндиреди (мысалы, кишкене тесик арқалы сұйықтық аққанда тамшылардың пайда болыуы, көбиктің

пайда болыуы х.т.б.). Сұйықтың бетіне шығатуын қауаның A киші көбигін көз алдымызға елестетейік (195-сұрет). Бетке жетіп, ол өзінің үстіне сұйықтың гүмбез тәрізлі жұқа қатламын көтереді. Қауа жеткілікті дәрежеде аз болса, онда ол қатламды жырта алмайды және сұйықтың бетінде қалады. Усындай көп санлы кишкене көбіктердің жыйнағы үлкен көбікті пайда етеді.



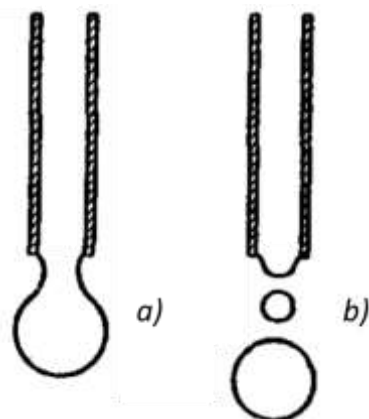
195-сұрет. Сұйықтың бетінде кишкене көбіктің пайда болыуы.



196-сұрет. Жип илмегі сабынның көбігінің тәсірінде шеңберге керіледі.

Сабынлы сұйықтың бет керімі коэффициентінің мәнісі (45 дина/см) таза сұйықтың бет керімі коэффициентінен (73 дина/см) әдеуір киші. Бірақ, сонда да сабынлы сұйық аңсат жұқа пленкаларды береді. Бұл жағдай сабынлы сұйықтың үлкен жабысқақтыққа иіе екенлігі менен байланысly. Усының салдарынан ол салмақ күшінің тәсірінде таза сұйық салыстырғанда әстерек ағады және сонлықтан бетлік қатламдардың арасында аңсат ұслап тұрылады. Беті жүдә үлкен болған жұқа пленкаларда және бетлер арасындағы сұйықтың массасы киші болған жағдайда бет керімі қубылыстары әдеуір кескін түрде көрінеді. Жұқа сабын көбігі керілген резина пленкаға жүдә ұсайды және бет керімі қубылыстарын демонстрациялау үшін қолайлы. Мысалы, сым сақыйнасын сабын пленкасы менен керіуге болады (196-а сұрет). Егер ұсы сабын пленкасының бетіне сабақтан исленген илмекті қойсақ, онда ол дәслеп тосаттан иіе болған формасын сақлайды. Сабақтың хәр бир ұчатскасына екі тәрептен бир бирін теңлестіретуғын бирдей күшлер тәсір етеді. Егер, пленканың басқа бөлімлерінің пүтінлігін бұзбай, илмектің ишіндегі пленканың бир бөлімін тессек, онда күшлердің тең салмақлы бұзылады және илмектің сыртындағы пленканың бөлімі оның дөңгелек формаға иіе болғанша кереді (196-б сұрет).

197-сұрет.
Тамшының пайда болыуы.



Енді тик жайласқан найдан әстелик пенен сұй аққанда тамшылардың пайда болыуын

қараймыз. Бет керими сұйықтың найдан ағып шығыуына мүмкіншілік бермейді. Сұйықтықтың ағыуының барысында тамшының бетлик пленкасы жиішкере баслайды ямаса мойынға ийе болады (197-а сұйрет). Жиішкеріудің салдарынан сол орын үзіледі хәм төменги бөлим тийкарғы түсіуші тамшыны береді. Ал қысылуыдан қосымша кишкене тамшы пайда болады (197-б сұйрет).

Жүдә киши тесикте хәм сұйықтық тәрөпинен түсірилетуғын басым үлкен болмағанда тамшының пүткиллей үзілмеуі де мүмкін. Усының менен бирге бет керими сұйықтықтың майда торлы бет, мысалы, зонтик ямаса палатканың гезлемеси арқалы пүткиллей өтпеуіне алып келеді.

Мысал. Сұйықтықтың бети өзгергендеги энергияның балансын бахалау үшін радиусы $r = 2 \cdot 10^{-3}$ мм болған майда сұй тамшылары радиусы $R = 2$ мм болған үлкен тамшыға бириккенде қандай мұғдардағы энергияның бөлинип шығатуғылығын анықлаймыз.

Шешими. Қосылып үлкен тамшыны пайда ететуғын майда тамшылардың санын n арқалы белгилеймиз. Бұндай жағдайда барлық n тамшының ұлымалық бети мынаған тең:

$$S = 4\pi r^2 \cdot n \quad (3)$$

Үлкен тамшының бети $S_0 = 4\pi R^2$ шамасына тең. Буннан, (2)-формула бойынша тамшылардың қосылуының салдарынан ажыралып шығатуғын энергияның мұғдары

$$\Delta E = (S - S_0)\alpha = 4\pi(r^2n - R^2)\alpha \quad (4)$$

шамасына тең болады. Бул теңликте α арқалы бет керими коэффициенті белгиленген.

Майда тамшылардың саны n ди олардың көлемлеринің қосындысы үлкен тамшының көлемине тең деп қарау тийкарында табамыз:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 n = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

Буннан

$$n = \frac{R^3}{r^3}$$

шамасын аламыз. n ниң бул мәнісин (4)-аңлатпаға қойып

$$\Delta E = 4\pi R^2 \left(\frac{R}{r} - 1 \right) \alpha$$

теңлигине ийе боламыз.

Бул теңликке $R = 2$ мм, $r = 2 \cdot 10^{-2}$ мм, $\alpha = 73$ дин/см мәніслерин қойып

$$\Delta E = 4 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot (10^3 - 1) \cdot 73 \text{ эрг} \cong 3,5 \cdot 10^4 \text{ эрг} = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$$

шамасына ийе боламыз. Солай етип, майда тамшылардың қосылуының салдарынан үлкен тамшының пайда болуының салдарынан сұйықтың бетинің киширейіуінің есабынан $3,3 \cdot 10^{-3}$ Дж энергия бөлинип шығады екен. Бул энергия тамшының қызыуы үшін жумсалады.

Керисинше, үлкен тамшы майда тамшыларға бөлінгенде пленканың бетинің энергиясының үлкейіуі орын алады. Нәтижеде пайда болған тамшылардың температурасы төменлейді.

§ 80. Сұйықтықтың иймейген бетинің астындағы басым. Жоқарыда биз сұйықтықтың бетлик пленкасының өзинің қасиетлери бойынша керилген серпимли пленкаға ұқсас екенлигин көрдик. Сонлықтан, егер пленка тегис контур менен шекленген болса, онда оның өзи тегисликтиң формасын алыуға тырысады. Буннан дөңес пленканың тегис пленка болуыға тырысуының салдарынан өзинен төменде жайласқан сұйықтықтың қатламын басатуғынлығы, ал ойыс пленканың керетуғынлығы келип шығады (198-а, б сұйретлер). Басқа сөз бенен айтқанда: *қалеген майысқан бетлик пленка тегис бетлик пленкаға салыстырғанда сұйықтыққа қосымша басым менен тәсир етеди; дөңес бет болғанда бул қосымша басым оң, ал ойыс бет болғанда – терис.*

Сұйықтықтың бети радиусы R болған сфераның бөлими болған жағдай үшін ұсы қосымша басымның мәнісин анықлаймыз. Киши сфералық сегмент ΔS ти айырып аламыз (199-сұйрет). Контурға түсірилген бет керими күшлери барлық орынларда сфералық бетке

урынба бағытында. Контурдың Δl элементине түсетуғын Δf күшін қараймыз. Бұл күштің шамасы мынаған тең:

$$\Delta f = \alpha \Delta l. \quad (1)$$

Бұл теңлікте α арқалы сұйықтықтың бет керими коэффициенті белгіленген. Сфералық бетке урынба бағытланған бұл күш радиус OC менен базы бир мүйешти құрайды. Сонлықтан Δf күшинің ұсы OC радиусына параллель болған Δf_1 құраушысы болады. Егер сұйықтықтың бети дөңес болса, онда C орайы сұйықтықтың ишинде жайласады хәм бұл жағдайда Δf_1 күши ΔS сегментинің астындағы сұйықтықты қысады, яғный оң басымды пайда етеди. Егер бет батық болса, онда C орайы сұйықтықтың сыртында жайласады хәм бұл жағдайда Δf_1 күши сұйықтықты кереди, яғный терис басым түсиреди. Сұўретте мынаған ийе боламыз:

$$\Delta f_1 = \Delta f \sin \varphi.$$

Буннан (1)-формула бойынша

$$\Delta f_1 = \alpha \Delta l \sin \varphi.$$

Бұл Δf_1 күши Δl контурының элементине түсірилген. Тап ұсындай күшлер контурдың барлық басқа элементлерине де түседі. Сонлықтан барлық сфералық ΔS сегментине OC көшерине параллель

$$f_1 = \sum \Delta f_1 = \alpha \cdot \sin \varphi \sum \Delta l$$

күши түседі. $\sum \Delta l$ суммасы ΔS шар сегментин шеклеп тұрған контурдың ұзынлығы болып табылады. Бұл контур шеңбер болып табылады; оның радиусы r арқалы белгилеймиз, буннан $\sum \Delta l = 2\pi r$ шамасын аламыз. Буннан

$$f_1 = \alpha \cdot 2\pi r \sin \varphi \quad (2)$$

теңлигине ийе боламыз.



198-сұўрет.

Сұйықтықтың майысқан бетинің тәсири.

199-сұўреттен

$$\sin \varphi = \frac{r}{R}$$

екенлиги көринип тур. $\sin \varphi$ дың ұсы мәнисин (2)-теңликке қойып f_1 диң

$$f_1 = \frac{\alpha \cdot 2\pi r^2}{R}$$

формуласының жәрдеминде есапланатуғынлығын табамыз.

Бұл күштің мәнисин сегменттің контуры менен шекленген тегисликтің майданына, яғный радиусы r болған шеңбердің майданына бөлип p басымды анықлаймыз. Буннан

$$p = \frac{\alpha \cdot 2\pi r^2}{R \cdot \pi r^2},$$

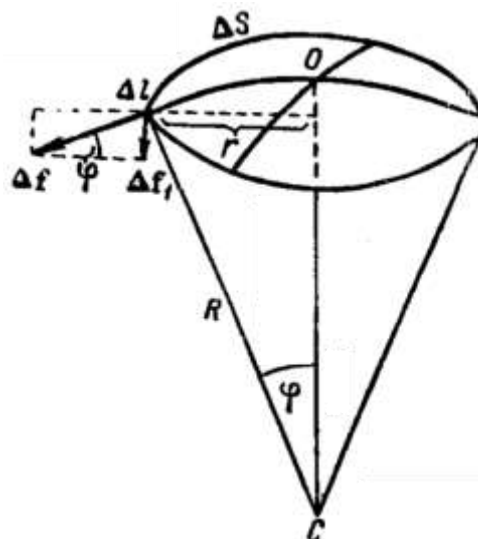
яғный

$$p = \frac{2\alpha}{R}. \quad (3)$$

Бұл формула бизге сфералық бет тәрәпинен сұйықтыққа түсірилетуғын қосымша басымның мәнисин береді.

Көринип тұрганындай, бұл басым бет керими коэффициенті α ге туўры пропорционал хәм беттің радиусы R ге кери пропорционал. Бет қаншама күшли майысқан болса R радиусының шамасы соншама киши хәм, ұсыған сәйкес, қосымша басым p ның мәниси үлкен болады.

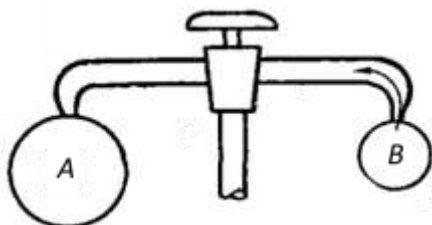
Майысқан беттің астында қосымша басымның болуы, мысалы, сабын көбигинің астындағы қауаның басымы сырттағы қауаның басымынан үлкен, ал көбиктің радиусы қаншама киши болған сайын сол көбиктің ишіндегі хәм сыртындағы басымлардың айырмасы үлкен болады.



199-сүрөт.

Сұйықтың сфералық бетинің астындағы қосымша басымда анықлауға.

Бул жағдайды аңсат демонстрациялауға болады. Егер шийше найдың еки ушында сабынның өлшемлери хәр қыйлы болған еки *A* хәм *B* көбиклерин пайда етсек (200-сүрөт), онда киши көбиктегі қауаның басымы үлкен болғанлықтан үлкен көбикке өтеди. Нәтийжеде киши көбик толық тартылады, ал үлкен көбиктің өлшемлери үлкейеди.



200-сүрөт.

Қауа киши көбиктен үлкен көбикке қарай ағады.

Мысал. Сұйдың бетинің астында жайласқан радиусы $R = 5 \cdot 10^{-3}$ мм болған көбиктің ишіндегі қауаның қандай p қосымша басымның астында тұратуғынлығын табамыз.

Шешими. Көбиктің ишіндегі қауаның басымы атмосфералық басым H тан хәм ұсы көбикти қоршап тұрған сұйдың пленкасы пайда еткен p қосымша басымнан тұрады (көбик сұйдың бетинің тиккелей астында туыпты, сонлықтан көбиктің үстиндегі сұйды қатламы сезилерликтей басымды пайда етпейди деп есаплаймыз).

(3)-формула бойынша:

$$p = \frac{2\alpha}{R}.$$

Сұй ұшын $\alpha = 73$ дина/см. Сонлықтан

$$p = \frac{2 \cdot 73}{5 \cdot 10^{-4}} \text{ bar} = 2,92 \cdot 10^5 \text{ bar}.$$

$1 \text{ at} = 1,013 \cdot 10^6 \text{ bar}$ болғанлықтан

$$p \cong 0,29 \text{ at}$$

шамасына ийе боламыз. Буннан көбиктің ишіндегі қауаның басымы

$$H + p = 1,29 \text{ at}$$

шамасына тең болады.

параграфта сфералық бет үшін алынған қосымша басым p үшін алынған аңлатпаны қалеген формаға ийе майысқан бет үшін ұлыұмаластырыўға болады. Оның үшін *ықтыярлы беттиң қыйсықлығы* түсинигин киргиземиз.

Базы бир ықтыярлы қыйсық бетти аламыз хәм усы беттеги O ноқатында бетке ON нормалын түсиремиз. ON нормалы арқалы P_1 тегислигин жүргиземиз. Бул тегисликтің бет пенен кесилисиў сызығы нормаль кесим деп атайды.

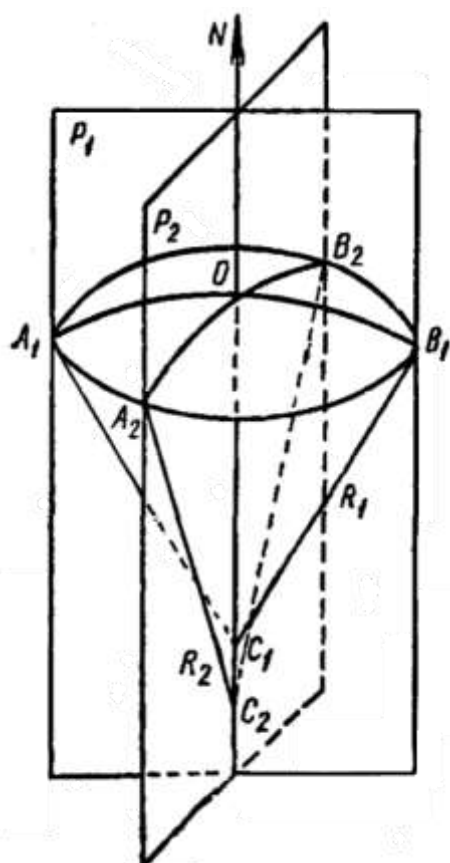
Сфера үшін қалеген нормаль кесим A_1B_1 үлкен шеңбери болып табылады (201-сүўрет). Оның радиусы R сфераның өзиниң радиусына сәйкес келеди. $C = \frac{1}{R}$ шамасын сфераның қыйсықлығы деп атайды.

Ықтыярлы қыйсық бет үшін бир O ноқаты арқалы өткерилген нормаль кесимлер хәр қыйлы геометриялық иймекликлер болып шығады хәм соған сәйкес хәр қыйлы қыйсықлықларды береди. 201-сүўретте бир O ноқаты арқалы өткерилген хәр қыйлы болған еки нормаль кесим көрсетилген. Бул кесимлердиң бири қыйсықлық радиусы $OC_1 = R_1$ болған A_1B_1 доғасын, екіншиси радиусы $OC_2 = R_2$ болған A_2B_2 доғасын береди.

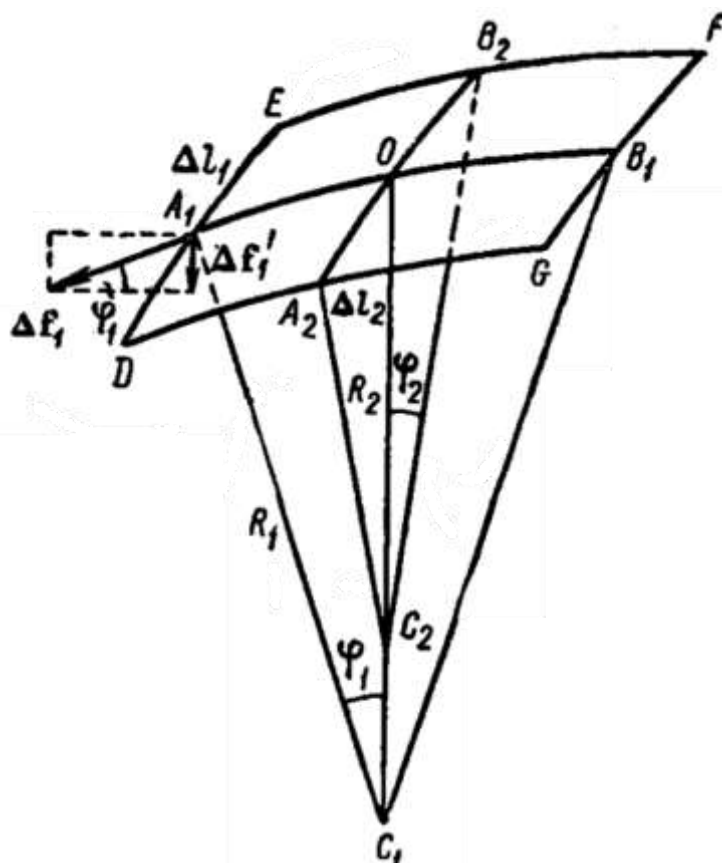
Геометрияда мынадай жағдай дәлилленеди: егер қалеген қыйсық беттиң O ноқаты арқалы бир бирине перпендикуляр хәм қысықлық радиуслары R_1 менен R_2 болған еки A_1B_1 хәм A_2B_2 нормаль кесимлери өткерилген болса, онда

$$C = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

шамасы усындай бир бирине перпендикуляр болған нормаль кесимлердиң қалеген еки жубы үшін бирдей мәниске ийе болады. C шамасы O ноқатындағы беттиң орташа қыйсықлығы деп аталады.



201-сүўрет. Қыйсық беттиң нормаль кесимлери.



202-сүўрет. Майысқан беттиң астындағы қосымша басымды анықлаўға.

Ықтыярлы түрге ийе болған суйықлықтың қыйсайған бетинде O ноқатын сайлап аламыз хәм усы ноқат арқалы бир бирине перпендикуляр болған еки A_1B_1 хәм A_2B_2 нормаль кесимлерин өткеремиз (202-сүўрет). O ноқатының қасында киши $DEFG$ қыйсық сызықлы төрт мүйешлигин

өткереміз. $\overline{DE} = \overline{FG}$ доғасының ұзындығын Δl_1 арқалы, ал, $\overline{DG} = \overline{EF}$ доғасының ұзындығын Δl_2 арқалы белгилейміз. Бұндай жағдайда биз қарап атырған төрт мүйешликтің майданы $\Delta S = \Delta l_1 \cdot \Delta l_2$ шамасына тең болады.

Бұннан кейингі таллауларды 80-параграфта сфералық бет үшін ісленген таллауларға толық сәйкес түрде өткереміз. DE шетіне түсірілген Δf_1 бет керими күші мынаған тең:

$$\Delta f_1 = \alpha \Delta l_1. \quad (1)$$

Майысқан бет тәрепіннен сұйықтыққа тәсір ететұғын басымды анықлау үшін бұл күштің OC_1 радиусына параллель бағытланған $\Delta f'_1$ құраушысын қарауымыз керек. 202-сұйреттен мынаған ийе боламыз:

$$\Delta f'_1 = \Delta f_1 \cdot \sin \varphi_1. \quad (2)$$

Бирақ, жууық түрде

$$\sin \varphi_1 \cong \varphi_1 = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OC_1}}$$

теңлигі орынлы болатұғынлығын есте сақлаймыз.

$\overline{OA_1}$ доғасы $\overline{OA_1} = \frac{\Delta l_2}{2}$ ге тең, ал OC_1 кесиндисі A_1B_1 нормаль кесиминің радиусы R_1 болып табылады. Бұннан

$$\sin \varphi_1 \cong \frac{\Delta l_2}{2R_1}$$

шамасына тең. $\sin \varphi_1$ диң бұл мәнісин (2)-аңлатпаға қойып хәм (1)-аңлатпадан пайдаланып

$$\Delta f'_1 = \alpha \Delta l_1 \Delta l_2 \frac{1}{2R_1}$$

аңлатпасына ийе боламыз. $\Delta l_1 \Delta l_2 = \Delta S$ екенлигин аңғарып, $\Delta f'_1$ күшинің

$$\Delta f'_1 = \alpha \Delta S \frac{1}{2R_1}$$

шамасына тең екенлигин көреміз.

FG шетіне $\Delta f'_1$ шамасына тең құраушы тәсір етеди. Дәл тап сол сыяқлы DG шетіне OC_1 радиусына параллель болған

$$\Delta f'_2 = \alpha \Delta S \frac{1}{2R_2}$$

күшинің тәсір ететұғынлығына итибар беремиз.

Тап ұсындай $\Delta f'_2$ құраушысын EF шети де береді. $DEFG$ төрт мүйешлигинің төрт тәреплеринің барлығынан OC_1 радиусына параллель болған

$$\Delta f' = \Delta f'_1 + \Delta f'_1 + \Delta f'_2 + \Delta f'_2 = 2\alpha \Delta S \frac{1}{2R_1} + 2\alpha \Delta S \frac{1}{2R_2}$$

күші тәсір етеди. Бұннан

$$\Delta f' = \alpha \Delta S \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

формуласына ийе боламыз.

Қауырманың ишінде тұрған шама O ноқатындағы беттің орташа қыйсықтығы болып табылады хәм жоқарыда айтылып өтилгендей, оның мәніси бир бирине перпендикуляр болған A_1B_1 хәм A_2B_2 нормаль кесимлерин сайлап алыудан ғәрезли емес.

Қыйсық беттің сұйықтыққа түсіретұғын p басымын $\Delta f'$ күшин ΔS майданына бөлиу жолы менен аламыз. Бұннан

$$p = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (3)$$

формуласына ийе боламыз.

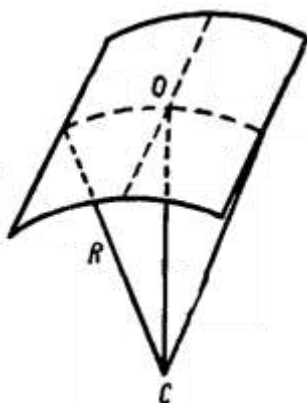
Лаплас формуласы деп аталатұғын бұл формула сұйықтықтың қәлеген формаға ийе болған майысқан бети тәрепіннен пайда етилген қосымша басым p ның мәнісин береді.

Сфера үшін $R_1 = R_2 = R$, R арқалы сфераның радиусы белгиленген. Бұннан сфералық беттің астындағы қосымша басым p үшін (3)-формула тийкарында 80-параграфтағы (3)-формулаға сәйкес келетұғын

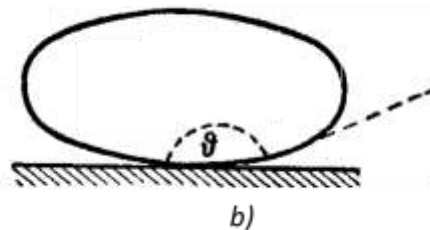
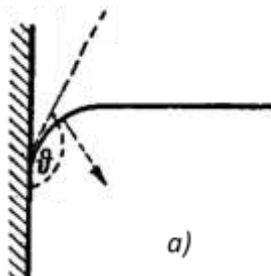
$$p = \frac{2\alpha}{R}$$

формуласына ийе боламыз.

Дара жағдай сыпатында дөңгелек цилиндр түріндегі бетті аламыз (203-сүрет). Бұл кесім $R_1 = \infty$ болған түйірі сызықтан ібарат. Оған перпендикуляр болған кесім радиусы цилиндрдің радиусы R ге тең болған шеңбер болып табылады.



203-сүрет. Цилиндрлік бет.



204-сүрет. Жуқпайтуғын сұйықтың шеткі мүйеші.

Бұнан цилиндрлік беттің астындағы қосымша басым p ның

$$p = \frac{\alpha}{R} \quad (4)$$

формуласының жәрдеминде есепланатуғынлығын көреміз.

§ 82. Сұйықтық пенен қатты дененің шегарасындағы құбылыстар. Капиллярлық.

Сұйықтық пенен қатты дене тийіскенде тек сұйықтықтың молекулалары арасындағы өз-ара тәсірлесіу күштерін ғана есепке алып қоймай, сұйықтық пенен қатты дененің молекулаларының арасындағы өз-ара тәсірлесіу күштерін де есепке алыу керек.

Екі жағдайдың орын алыуы мүмкін: 1) сұйықтықтың молекулалары арасындағы өз-ара тәсірлесіу күштері сұйықтық пенен қатты дененің молекулаларының арасындағы өз-ара тәсірлесіу күштерінен үлкен; 2) сұйықтықтың молекулалары арасындағы өз-ара тәсірлесіу күштері сұйықтық пенен қатты дененің молекулаларының арасындағы өз-ара тәсірлесіу күштерінен кіші.

Бірінші жағдайда *сұйықтық қатты денеге жуқпайды* деп айтады. Жуқпайтуғын жағдайда қатты денеге тийіп тұрған сұйықтықтың қатламында *қосынды күш сұйықтық тәрепке қарай бағытланған*. Тең салмақтық халда сұйықтықтың беті күшке нормаль бағытта жайласады, ұсының нәтижесінде вертикаль бағыттағы дийәлдың қасында жуқпайтуғын сұйықтықтың беті 204-а сүретте көрсетілгендей болып жайласады. Горизонт бағытындағы беттің үстінде жуқпайтуғын сұйықтық үстіндегі пенен басылған сфера түрінде жайласады (204-б сүрет).

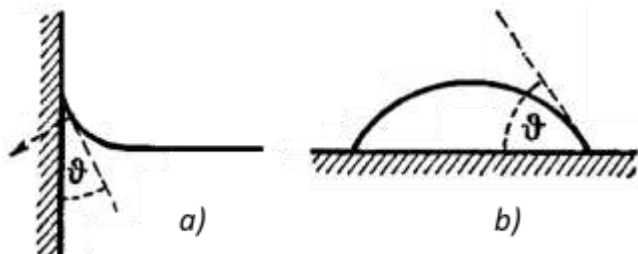
Сұйықтықтың бетіне түсірілген ұрынба менен қатты дененің бетіне түсірілген ұрынба арасындағы ϑ мүйешін *шеткі мүйеш* деп атайды. Жуқпайтуғын сұйықтық болған жағдайда шеткі мүйеш доғал: $\vartheta \geq \frac{\pi}{2}$. $\vartheta = \pi$ болған жағдайда *толық жуқпайтуғынлық* халында гәп етеді.

Сұйықтықтың молекулалары арасындағы өз-ара тәсірлесіу күштері сұйықтық пенен қатты дененің молекулалары арасындағы өз-ара тәсірлесіу күштерінен кіші болған екінші жағдайда *сұйықтықтың қатты денеге жуғатуғынлығы* халында гәп етеді. Жуғатуғын жағдайда қатты денеге тийіп тұрған сұйықтықтың қатламында *қосынды күш қатты денеге қарай бағытланған*. Бұндай жағдайда шеткі мүйеш сүйір, яғни $\vartheta \leq \frac{\pi}{2}$. Егер $\vartheta = 0$ шәрти орынланса, онда *толық жуғыу* халында гәп етеді.

205-а сүретте жуғатуғын сұйықтықтың вертикаль бағыттағы қатты дийәлдың

қасындағы бети, ал 205-б сұйретте болса жуғатуғын сұйықтың горизонт бағыттағы қатты дийұалдың қасындағы бети көрсетилген.

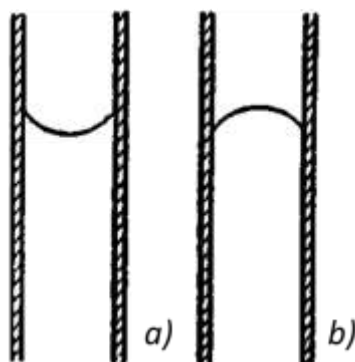
Горизонт бағытында жайласқан жуғатуғын қатты денениң бетіндегі сұйықтың тамшысы бет бойынша жайылады. Ал, жуқпайтуғын сұйықтың тамшысы азы-кемлі сфералық формаға ийе болады хәм қатты денениң бети бойынша жеңіл қозғалады.



205-сұйрет.
Жуғатуғын сұйықтың шетки мүйеши.

Бир сұйықтың базы бир қатты денелерге жуғыуы, ал басқа қатты денелерге жуқпауы мүмкін. Мысалы, сұй шийшениң бетине әмелий жақтан толық жуғады, ал парафиннің бетине жуқпайды. Сынап шийшениң бетине жуқпайды, ал темирдің таза бетине жуғады х.т.б.

Жиңишке цилиндр тәрізлі найдың ишіндегі жуғатуғын сұйықтың бети ойыс формаға ийе болады (206-а сұйрет), ал жуқпайтуғын сұйықтың дөңес форманы алады (206-б сұйрет). Усындай майысқан бетлерди *менисклер* деп атайды.



206-сұйрет.
a) жуғатуғын сұйықтың, b) жуқпайтуғын сұйықтың ұшын менисклердің формасы.

Жиңишке най аламыз хәм оның бир ұшын сұйықтың қуылған кең ыдысқа саламыз. Мейли, сұйықтың найдың материалына жуғатуғын болсын. Бундай жағдайда мениск ойыс (207-сұйрет) хәм найдың кесими дөңгелек болғанда сұйықтың бети сфераның бир бөлиминің түрине ийе болады.

80-параграфта айтылып өтилгениндей, сұйықтың ойыс (батық) бетинің астында қосымша терис басым пайда болады [80-параграфтағы (3)-формула];

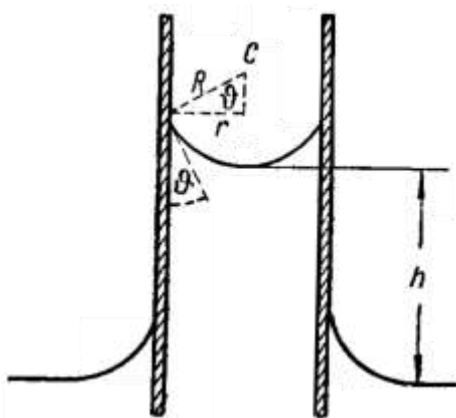
$$p = \frac{2\alpha}{R}.$$

Бұл формулада R арқалы сұйықтың бетинің радиусы, ал α арқалы бет керими коэффициенті белгиленген.

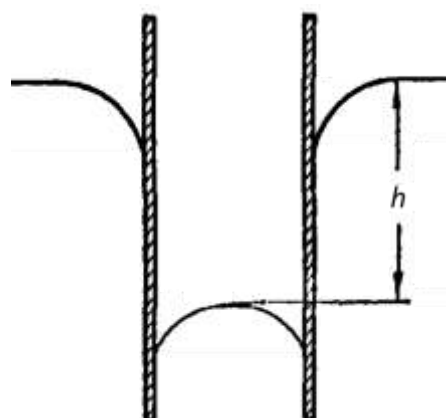
Кең ыдыстағы сұйықтың тегис бетинің астында қосымша басым жоқ болғанлықтан найдың ишіндегі сұйықтың h бийиклигине көтеріледі хәм ұсындай бийикликте сұйықтың бағанасының басымы p басымын теңлестиреди. Бийиклиги h болған сұйықтың бағанасының басымы ρgh қа тең, ρ – сұйықтың тығызлығы, g – салмақ күшинің тезлениуі; буннан тең салмақтық шәрті мынадай түрге ийе:

$$p = \frac{2\alpha}{R} = \rho gh. \quad (1)$$

Найдың радиусын r арқалы, ал шетлик мүйеші ϑ арқалы белгилесек, онда 207-сұйреттен



207-сұйрет. Капиллярлық найдағы жуғатуғын сұйықтың көтеріліуі.



208-сұйрет. Капиллярлық найдағы жуқпайтуғын сұйықтың түсіуі.

$$R = \frac{r}{\cos \vartheta}$$

теңлигине ийе боламыз. R диң бұл мәнісин (1)-аңлатпаға қойсақ

$$\frac{2\alpha \cdot \cos \vartheta}{r} = \rho g h$$

теңлигине ийе боламыз хәм бұл теңликтен сұйықтың көтеріліу бийиклигин табамыз:

$$h = \frac{2\alpha \cdot \cos \vartheta}{r \rho g} \quad (2)$$

Трубканың $d = 2r$ диаметрин киргизсек, онда

$$h = \frac{4\alpha \cdot \cos \vartheta}{d \rho g} \quad (2a)$$

формуласына ийе боламыз.

(2)-формуладан r радиусы қанша киши болса, көтеріліу бийиклигинің соншама үлкен болатуғынлығы келип шығады. Сонлықтан жуғатуғын сұйықтың жоқары көтеріліуі жүдә жиңишке найларда айрықша сезиледи.

Бундай жиңишке найларды капилляр найлар деп атайды (латын тилинде capillus сөзи шаш мәнісине ийе). Ал, ұсындай жиңишке найлардағы бийикликтің өзгеріу қубылысын *капиллярлық* деп атайды.

Капилляр найдың берилген r радиусында бет керими коэффициенті α ниң мәніси қанша үлкен болса, жуғыу қаншама күшлирек жүзеге келетуғын(шетлик мүйеші ϑ диң мәніси қанша киши болса) хәм сұйықтың тығызлығы ρ киши болса көтеріліудің шамасы да соншама үлкен болады. Толық жуғатуғын болғанда ($\vartheta = 0$) (2)-формула

$$h = \frac{2\alpha}{r \rho g} \quad (26)$$

түрине ийе болады.

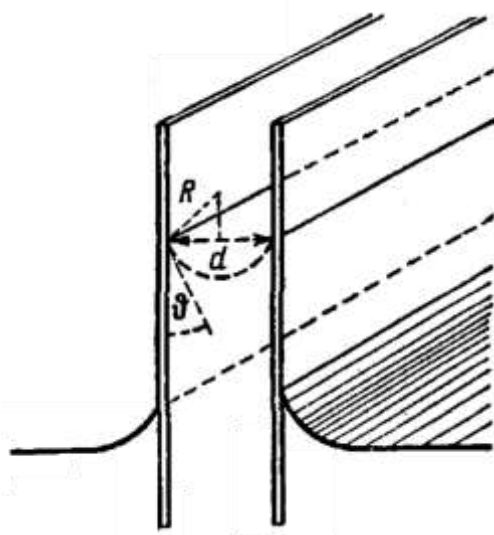
Егер сұйықлық найдың материалына жуқпайтуғын болса, онда найдағы сұйықтың мениски дөңес болады, ал ұсындай мениск тәрeпинен пайда етилетуғын қосымша басым оң белгиге ийе хәм найдың ишиндеги сұйықтың қәдди ыдыстың кең бөлиминдеги сұйықтың қәддинен төменде жайласады (208-сұйрет). Жуқпайтуғын сұйықтың қәддинің төменлеуі h жуғатуғын сұйықтың қәддинің көтеріуі ушын жазылған (2)-формуланың жәрдемінде анықланады.

(2)-формуланы бет керими коэффициенті α ны анықлау ушын пайдаланыуға болады.

Оның үшін жуғыў (ямаса жуқпаў) толық характерге ийе болған материалды сайлап алыўға тырысады. Бундай жағдайда (2-б) формуладан пайдаланыўға болады. Найдың радиусы r ди, сұйықтықтың тығызлығы ρ ны билип хәм көтерилюй (түсий) бийиклигин өлшеп (2-б) формула бойынша α ның мәнисин тиккелей есаплайды.

Капиллярлық қубылысы тәбиятта хәм күнделикли турмыста әҳмийетли орынды ийелейди. Сұўдың топыраққа хәм геўек материаллардың барлық түрлерине сұўдың сиңиўи капиллярлықтың есабынан жүзеге келеди. Капиллярлық қубылысларына пилтелердің хәрекеті, гигроскопиялық мамық тәрепинен сұўдың сиңирип алыныўы ҳ.т.б. киреди. Техникада жуғыў ямаса жуқпаў қубылысларына *флотацияға* тийкарланған. Схема түринде флотация процессиниң мәниси мыналардан ибарат: руда алынған таў жыныслары менен усы руданың майдаланған араласпасын сұйықтықта шайқайды. Рудаға жуғатуғын, ал "бос" жынысқа жуқпайдуғын сұйықтықты сайлап алады. Сұйықтық арқалы ҳаўаның көбиклерин өткереді. Бул көбиклер сұйықтық жуқпайтуғын жыныстың түйиртпеклеринде отырып сұйықтықтың бетине қалқып шығады. Ал сұйықтық жуғатуғын түйиртпеклер төменге түседі. Усындай жоллар менен руданы "бос" жыныстан айырады.

Бир биринен d қашықтығында жайласқан параллель пластинкалардың арасындағы сұйықтықты қараймыз (209-сүўрет).



209-сүўрет.

Жуғатуғын сұйықтықтың параллель пластинкалардың арасындағы көтерилюйи.

Пластинкалардың арасындағы жуғатуғын сұйықтықтың бети цилиндрлик түрге ийе. 81-параграфтағы (4)-формула бойынша цилиндрлик ойыс беттиң астындағы қосымша терис басым

$$p = \frac{\alpha}{R}$$

шамасына тең. Бул аңлатпада R – цилиндрдің радиусы. ϑ шамасына тең шетлик мүйеште

$$R = \frac{d}{2 \cos \vartheta}$$

хәм

$$p = \frac{2\alpha \cos \vartheta}{d}.$$

Бул басым бийиклиги h болған сұйықтықтың басымын теңлестиреди:

$$\frac{2\alpha \cos \vartheta}{d} = \rho g h.$$

Буннан көтерилюй бийиклиги h мынаған тең болады:

$$h = \frac{2 \cos \vartheta \cdot \alpha}{d \rho g}. \quad (3)$$

(2а) хәм (3)-формуларды салыстырып, биз бир биринен d қашықтығында тұрған параллель

пластинкалардың арасындағы жуғатұғын сұйықтың көтеріліу бийиклигинің диаметрі d ға тең болған найдағы көтеріліу бийиклигін еки есе киши екенлигін көреміз.

Сұйықтықтардың капиллярлық көтеріліуі менен түсіуіне және мысаллар келтиреміз.

1-мысал. U -тәрізлі шийше найдың дизелеринің диаметрлері 1 мм хәм 3 мм (210-сүүрет). Еки дизедегі сұйдың қәддилеринің айырмасы қандай?

Шешими. Сұйдың батық бети тәрепинен найдың жиңишке бөлиминдегі басым p_1 еки бөлиминдегі сұйдың қәддилеринің айырмасы h тың бар болыуының хәм жүән бөлиминдегі батық бет тәрепинен пайда етилген p_2 басымның себебинен пайда болған басым менен теңлеседи (210-сүүрет):

$$p_1 = h\rho g + p_2.$$

Бұл теңликте ρ – сұйдың тығызлығы, g – салмақ күшинің тезлениуі. Шетки мүйеш $\vartheta = 0$ деп болжап, 80-параграфтағы (3)-формула бойынша

$$p_1 = \frac{2\alpha}{r_1}, p_2 = \frac{2\alpha}{r_2}$$

теңликлерине ийе боламыз. Бұл теңликлерде r_1 хәм r_2 арқалы найдың еки бөлиминің радиустары белгиленген.

Радиустардың орнына $d_1 = 2r_1$ хәм $d_2 = 2r_2$ диаметрлерін киргизип

$$p_1 = \frac{4\alpha}{d_1}, p_2 = \frac{4\alpha}{d_2}$$

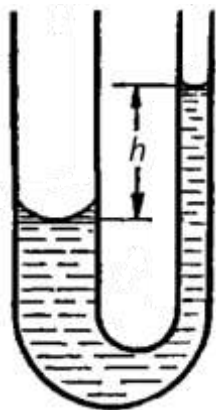
теңликлерине ийе боламыз хәм p_1 менен p_2 шамаларын (4)-аңлатпаға қойып

$$\frac{4\alpha}{d_1} = h\rho g + \frac{4\alpha}{d_2}$$

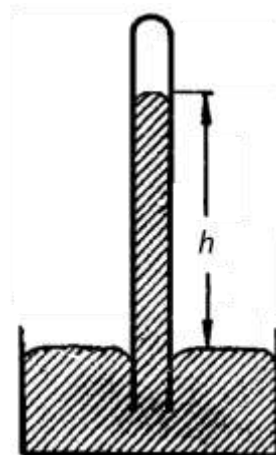
хәм буннан

$$h = \frac{4\alpha}{\rho g} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) = \frac{4 \cdot 73}{1 \cdot 980} \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,3} \right) \text{ см} \cong 2 \text{ см}$$

шамасын аламыз.



210-сүүрет. U -тәрізлі найдың жиңишке бөлиминдегі сұйдың көтеріліуі.



211-сүүрет. Барометрлік найдағы капиллярлықтың сынаптың көтеріліу бийиклигине тәсири.

2-мысал. Сынап пенен толтырылған барометрлік найдың (211-сүүрет) төменгі ушы кең ыдысқа түсірилген. Найдың ишки кесиминің диаметрі 0,4 см. Сынаптың қәддилеринің айырмасы $h = 758$ мм. Атмосфералық басымды табыңыз.

Шешими. Атмосфералық басымда сынап бағанасының бийиклигі h бойынша тиккелей анықлауға болмайды. Себеби бағананың басымына найдың ишиндегі дөңес менисктің басымы да қосылады. Сонлықтан, атмосфералық басым P бийиклигі h болған сынап бағанасының басымы менен қосымша p басымды теңлестиреди:

$$P = h\rho g + p.$$

Қосымша басым p мынаған тең:

$$p = \frac{4\alpha |\cos \vartheta|}{d}.$$

Бұл теңлікте d – найдың диаметри, ϑ – шетлік мүйеш. Буннан

$$P = h\rho g + \frac{4\alpha |\cos \vartheta|}{d} \quad (5)$$

теңлиги алынады.

Әдетте, атмосфералық басымды мм лердеги сынап бағанасының басымында өлшегенди жақсы көреді. Усыған байланысты p басымының неше мм болған сынып бағанасының h' басымына тең екенлигин анықлау керек болады. Усы жағдайға байланысты

$$p = \frac{4\alpha |\cos \vartheta|}{d} = h'\rho g$$

теңлигинен

$$h' = \frac{4\alpha |\cos \vartheta|}{d\rho g}$$

формуласын аламыз. h' барлық жақытта оң шама болғанлықтан бұл формулада $\cos \vartheta$ шамасының абсолют мәнісі қатнасады. Сынап бағанасының миллиметрлердегі басымын H арқылы белгілейміз. Бұндай жағдайда (5)-аңлатпаның орнына

$$H = h + h' = h + \frac{4\alpha |\cos \vartheta|}{d\rho g} \quad (6)$$

аңлатпасын аламыз.

Сынап-шийше шегарасы үшін $\vartheta = \pi$ деп болжап (6)-формуланың орнына

$$H = h + \frac{4\alpha}{d\rho g}$$

формуласына ийе боламыз. Сынап үшін $\alpha = 540 \text{ дин/см}$ және $\rho = 13,6 \text{ г/см}^3$. Буннан

$$H = 75,8 + \frac{4 \cdot 540}{0,4 \cdot 13,6 \cdot 980} \text{ см} = 76,2 \text{ см Hg}.$$

§ 83. Тамшының сұйықтықтың бетіндегі ағыуы. Мономолекулалық пленкалар. Базы бір I сұйықтықтың тығыздық болған II сұйықтықтың бетіндегі тамшысын қараймыз (212-сұйрет). Биринши сұйықтықтың бет керими коэффициентин α_1 , ал екіншисиникин α_2 арқылы белгілейміз.

Еки сұйықтықтың шегарасында бет керими орын алады. Бұл бет керими еки сұйықтықтың еркин бетлеріндегі бет кериминен өзгеше болады. Еки сұйықтықтың шегарасындағы бет керимин $\alpha_{1,2}$ арқылы белгілейміз. Тамшының шеңберинің хәр бир нокатында үш шегаралық бет қосылады. Сонлықтан, тамшының шеңберинің ұзындығының хәр бир бирлигине сәйкес бетлер бойынша бағытланған үш бет керими күшлери тәсир етеді. Олардың f_1 , f_2 және $f_{1,2}$ арқылы белгілейміз.

f_1 және $f_{1,2}$ күшлери тамшыны қысыуға тырысады. Ал, f_2 күші болса тамшыны қысады. f_1 және $f_{1,2}$ күшлеринің векторлық қосындысы f_2 күшине тең болған жағдайда тамшының тең салмақтық формасы қәлиплеседі. Әлбетте, бұл жағдай $f_2 < f_1 + f_{1,2}$ теңсізлігі орынланғанда орын алады. Буннан I сұйықтықтың II сұйықтықтың үстінде тамшы түрінде жайласа алыуы үшін

$$\alpha_2 < \alpha_1 + \alpha_{1,2}$$

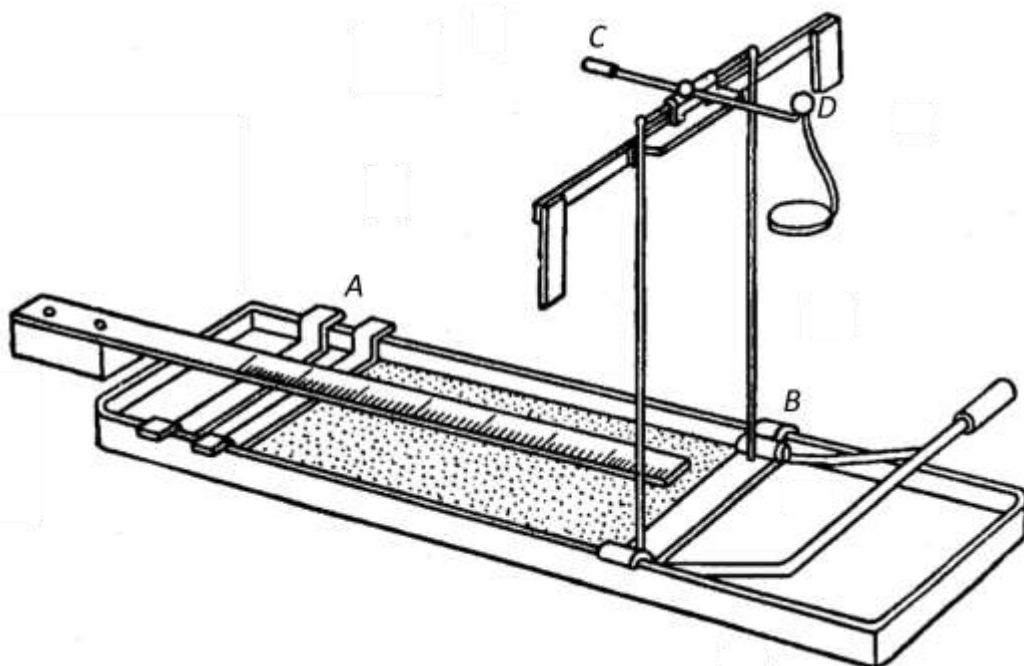
теңсізлігінің орынланыуы керек. Ал, егер α_2 бет керими қалған бет керимлерден әдеуір үлкен болған жағдайда

$$\alpha_2 > \alpha_1 + \alpha_{1,2}$$

теңсізлігі орынлы болады. Бұндай жағдайда f_1 және $f_{1,2}$ күшлеринің тең тәсир етиуісін тамшының қәлеген формасында f_2 күшін теңлестіре алмайды және тамшы II сұйықтығының үстінде жуқа пленка түрінде жайылады. Тап ұсындай себеплерге байланысты, мысалы, көп санлы органикалық сұйықтықтар (эфир, скипидар) сұйдың бетінде жайылады. Бир қатар сұйықтықтар үшін (бензол, май кислоталары) жайылуы қубылысы таза сұйдың бетіндегі тек биринши тамшыларда ғана орын алады; буннан кейингі тамшылар жайылмайды, ал сұйдың бетінде орнықты тамшылар түрінде қалады. Бұл қубылыс былайынша түсіндириледі: биринши тамшылардың бир бөлими сұйда ерийді және ұсының салдарынан оның бет керимин соншама кемейтеді, темшының тең салмақтығының мүмкиншилигі жоғалады.

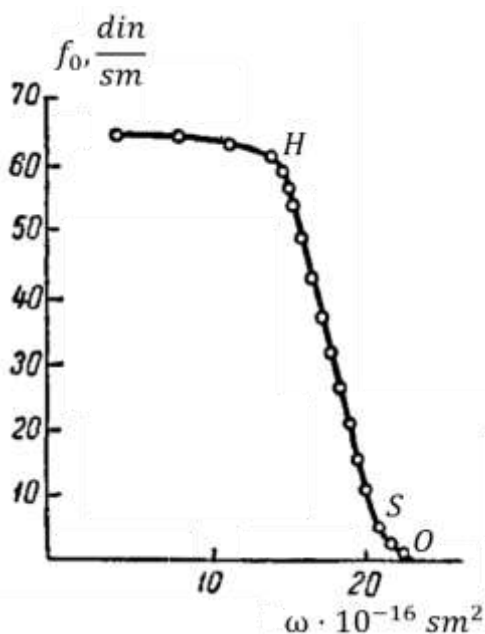
Ленгмюр сұйдың бетіндегі жүде жуқа болған пленкалардың қәсийетлерин 213-сұйретте

келтирилген әсбаптың жәрдемінде үйренди. Шетлери тегис болған кювета таза сұй менен толтырылған; сұйдың бетінде қағаздың парафинленген A хәм B жолақлары жайластырылған. A жолағын еркин жылыстырыуға болады, ал B жолағы тәрезиниң CD ийинине бекитилген. Егер сұйдың бети таза болса, онда A жолағын жылыстырыу B жолағына ҳеш қандай тәсир жасамайды. Ленгмюр май кислотасын (сұйда ерімейтуғын) бензолда ериткен хәм ұсындай араласпаның бир неше тамшысын кюветадағы сұйдың бетине тамызған. Бензол пұўланған, ал майды кислота сұйдың бетин жуқа пленка менен жаўған. Егер B жолағының оң тәрәпиндеги сұйдың бетінде май кислотасы болмаса, онда бул кислотаның пленкасы B жолағының тек бир тәрәпинде ғана болады хәм бул пленка жолақты f күши менен ийтере баслайды хәм бул күштиң шамасын CD тәрәзисиниң жәрдемінде өлшеуіге болады. A жолағын қәлеген жылыстырыу, яғный май кислотасының бетиниң өзгериси f күшиниң өзгериуіне алып келеди.



213-сұйрет. Бетлик пленканың басымын өлшейтуғын әсбап.

Сұйға куйылған еритпениң концентрациясы хәм оның муғдарын билип, сұйдың бетіндеги май кислотасының молекулаларды санаўға болады. Буннан A хәм B жолақларының арасындағы бир молекулаға сәйкес келетуғын майдан ω ны аңсат анықлаўға болады. A жолағын жылыстырғанда ω майданы өзгередиди.



214-сүрөт.
Бетлик пленканың басымының майданнан
ғәрезлиги.

Ленгмюр ω ның ҳәр қыйлы мәнислерине сәйкес келетуғын B жолағының ұзынлығының бир бирлигине сәйкес келетуғын f_0 күшин өлшеди. f_0 диң ω ған ғәрезлиги 214-сүрөтте келтирилген. ω ның салыстырмалы үлкен ($20 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$ шамасынан үлкен) мәнислеринде QS иймеклигиниң гиперболалық бөлими алынады. S ноқатынан баслап иймеклик тўры сызықлы түрге ийе болады хәм H ноқатына шекем тик жоқары қарай кетеди, буннан кейин ол дерлик горизонт бағытында болады. Бул иймекликтің характерин былайынша түсиндириўге болады: ω ның $20 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$ шамасынан үлкен мәнислеринде бир молекулаға сәйкес келетуғын майдан оның меншикли өлшемлеринен үлкен. Сүүдың бетинде жайласқан май кислотасының молекулалары еки өлшемли газге ұсайтуғын структураны пайда етеди. Бул еки өлшемли газ әдеттеги газ ызымларына бағынады.

Жолақтың ұзынлығының бир бирлигине сәйкес келетуғын f_0 күшиниң (басымның аналогы) хәм молекула тәрепинен ийеленген ω майданы (көлемнің аналогы) арасындағы ғәрезлик

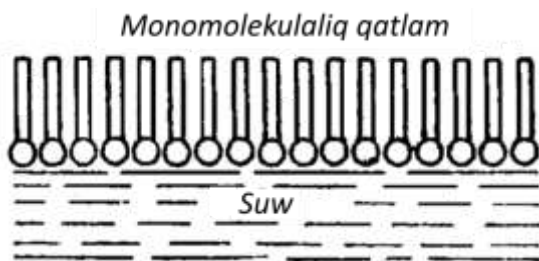
$$f_0 \omega = kT$$

нызамына бағынады. Бул теңликте T – пленканың абсолют температурасы, k – Больцман турақлысы.

S ноқатына сәйкес келетуғын ω ның мәнислеринен баслап молекулалар бир бирине тығыз жайласады. Енди май кислотасының молекулаларының сүүдың бетиндеги жыйнағы еки өлшемли қатты затты пайда еткендей болады. Усындай қатты пленкада молекулалар бир қатарда жайласады. Сонлықтан, бундай пленканы *мономолекулалық пленка* деп атайды.

H ноқатынан шеп тәрепте жайласқан ноқатлар ұшын бир ямаса бир неше молекулалық қатламлардан тұратуғын пленканың пайда болыўы орын алады.

S ноқатының абсциссасы сүүдың бетинде тығыз болып жайласыўға сәйкес келетуғын бир молекулаға сәйкес келетуғын ω_0 майданын анықлайды. Ленгмюрдың тәжирийбелери барлық май кислоталары ұшын, солардың ишинде пальмитин ($\text{C}_{15}\text{H}_{31}\text{COOH}$) кислотасынан церотин ($\text{C}_{25}\text{H}_{51}\text{COOH}$) кислотасына шекемги кислоталарда ω_0 майданының шамасы бирдей хәм $\omega_0 = 21 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$ шамасына тең екенлигин көрсетти. Бул молекулалар ҳәр қыйлы кислоталар ұшын ҳәр қыйлы ұзынлықтағы дизбеклерден тұратуғын болғанлықтан, алынған нәтийжени ұзын молекулаларды вертикаль бағытта хәм молекуланың COOH группасы жайласқан ушы сүүдың бетине тәрепте, ал $\text{CH}_3-(\text{CH}_2)_n$ углеводлық шынжырлар сүүдың бетинен сыртқа қарай бағытланған деп түсиндириў керек (215-сүрөт).



215-сүрет. Май кислоталарының молекулаларының сұйдың бетінде мономолекулалық қатламда жайласыуы.

§ 84. Сұйықлықтардың пұланыуы. Егер сұйықлық ауызы ашық ыдыста тұрса, онда ол әстелик пенен пұланады, яғни газ тәрізлі халға өтеді.

Пұланыу қалеген температурада жүзеге келеди, бирақ хәр бир сұйықлық ушын температураның жоқарылауы менен пұланыудың тезлиги үлкейеди.

Жоқарыда көрсетилгениндей, пұланыу құбылысы сұйықлықтарда газлердеги сыяқлы температура T бойынша анықланатуғын орташа энергиядан үлкен де, киши де энергияларға ийе болған молекулалардың болыуы менен байланысly. Сонлықтан, хәр бир T температурада сондай тез қозғалатуғын молекулалардың болыуы мүмкин, олар сұйықтың бетине келгенде қоңсылас молекулалардың тартыуын жеңип хәм сонлықтан бетлик қатлам арқалы өтип сұйықтың шеклеринен ушып шығыуы мүмкин. Сұйықтың температурасы қанша жоқары болса тез қозғалатуғын молекулалардың саны да көп болады хәм усыған сәйкес пұланыу үлкен тезлик пенен жүреди.

Пұланыудың ўақытында сұйықтың ең тез қозғалатуғын молекулалар ушып шығады. Усының менен бирге олар сұйықтың ишиндеги молекулалық тартасыу күшлерин жеңиу ушын өзлериниң энергиясының бир бөлимин жұмсайды. Буннан сұйықта қалған молекулалардың орташа энергиясының киширейетуғынлығы, яғни сұйықтың салқынлаитуғынлығы келип шығады.

Пұланыудың барысында сұйықты тұрақлы температурада ұслап тұрыу ушын оған сырттан жыллылықты бериу керек. Бұл жыллылық *пұланыу жыллылығы* деп аталады. Сұйыққа ұсындай жыллылықты бериу оның температурасының жоқарылауына алып келмейди, ал пұланыуда жұмсалатуғын жұмысты орынлау ушын кетеди.

Пұланыудың салыстырмалы жыллылығы λ деп T температурада тұрған массасы бир бирликке ийе болған сұйықты тап сондай температурадағы пұға айландыру ушын керек болатуғын жыллылықтың муғдарына айтады.

Әдетте салыстырмалы жыллылықты сұйықтың бир граммы ямаса бир килограммына қатнасы бойынша айтады.

Пұланыу жыллылығы сұйықтың температурасынан ғәрезли болады: температураның мәниси критикалық T_k температураға умтылғанда пұланыу жыллылығының мәниси нолге умтылады.

Егер пұланып атырған сұйыққа сырттан жыллылықты алып келмесе, онда ол салқынлайды. Усы фактке температураны төменлетиу ұсылы тийкарланған: дийўаллары жыллылықты өткермейтуғын ыдысқа қуйылған сұйықты күшли пұланыуға мәжбүрлеп, оны әдеўир салқынлатыуға болады (65-параграф пенен салыстырыңыз).

Пұ сұйыққа конденсацияланғанда оның молекулалары бир бири менен тартысады. Усының салдарынан олардың тезлиги, ал усыған сәйкес олардың энергиясы үлкейеди. Бұл пайда болып атырған сұйықтың қызыуына алып келеди: пұланғанда жұмсалған жыллылық пұдың конденсациясында қайтарылып бериледи.

Сұйықты оның тойынған пұларының басымы сыртқы басымға тең болатуғындай температураға шекем қыздырғанда оның пұланыуы тек сұйықтың бетинен емес, ал төменги бөлимлеринде де жүзеге келеди хәм пұдың көбиклери пайда бола баслайды. Усындай үлкен тезлик пенен болатуғын пұланыуды *қайнау* деп атайды. Солай етип, қайнау

температурасы сұйықтық жайласқан сыртқы басымнан ғәрезли болады. Атмосфералық басымда (760 мм Hg) сұйық 100°C температурада, ал төменірек басымдарда ол төменірек температураларда қайнайды. Ал үлкен басымдарда сұйық әдеуір жоқары болған температурада қайнайды.

Сұйықтықтың қайнауында пайда болатуғын пұйдың көбиклери әдетте сұйықтықта болатуғын хәм ыдыстың дийуалларында жабысып туратуғын хәуаның көбиклерінде қәлиплеседи.

Хәуаның көбиклери қайнау басланатуғын орайлар болып табылады. Хәуадан құтқарылған сұйықтықты оның қайнауы үшін қайнау температурасынан жоқары температураға қыздырыу керек (яғнай аса қыздырыу керек). Егер ұсындай аса қыздырылған сұйықтыққа бетлерине хәуа жабысқан қандай да бир қатты бөлекшелерди салсақ, ол дәрхәл қайнайды. Бундай жағдайда оның температурасы қайнау температурасына шекем төменлейди.

Аса қыздырылған сұйықтықтың қайнауы жүдә үлкен тезлик пенен жүретуғын болғанлықтан, бундай тез қайнауды болдырмауға умтылады. Оның үшін ишинде сұйық бар қыздырылатуғын ыдыстың ишине ишинде хәуаның көбиклери аңсат сақланатуғын капиллярлық найларды жайластырады.

Пұланыу жыллылығы λ молекулалардың сұйықтықтың бетлик қатламы арқалы өтиуі үшін исленген A жұмысқа хәм заттың сұйық халдан газ тәризли халға өтиуиндеги V_0 салыстырмалы көлемнің үлкейиуі үшін жұмсалады:

$$\lambda = A + A'. \quad (1)$$

Шеклерінде тартылыс күшлери тәсир ететуғын бетлик қатламның қалыңлығының шамасы молекулалық тәсир етиу радиусы r менен барабар шама болып табылады (78-параграфқа қараңыз). Усындай радиустың ұзынлығында тәсир ететуғын орташа күшти $\bar{f}$ арқалы белгилеп, бир молекуланы жулып алыу үшін исленген жұмыс үшін аңлатпаны аламыз:

$$\Delta A = \bar{f} \cdot r.$$

Сұйықтықтың массасының бир бирлигинде жайласқан барлық молекулалар тәрепинен исленген жұмыс A :

$$A = n \cdot \Delta A = n \cdot \bar{f} \cdot r$$

шамасына тең болады. A' жұмысы болса

$$A' = p(V'_0 - V_0)$$

формуласының жәрдемінде есапланады. Бұл формулада V'_0 - пұйдың салыстырмалы көлеми, V_0 - сұйықтықтың салыстырмалы көлеми хәм p - пұланыу болып атырған басым.

A менен A' тың мәнислерин (1)-аңлатпаға қойып, мынаны табамыз:

$$\lambda = n \cdot \bar{f} \cdot r + p(V'_0 - V_0). \quad (2)$$

Бұл қатнас пұланыу жыллылығы λ ниң шамасын тиккелей есаплауға мүмкиншилик бермейди. Себеби $\bar{f}$ менен r шамалары белгисиз. Бирақ бұл қатнас λ шамасының $\bar{f}$ молекулалық өз-ара тәсирлесийудің шамасынан ғәрезли екенлигин көрсетеди. Биз бет кериминиң де ұсы $\bar{f}$ шамасынан ғәрезли екенлигин еске түсиремиз. Температура жоқарылағанда $\bar{f}$ күшиниң хәм пұйдың салыстырмалы көлеми V'_0 менен сұйықтықтың көлеми болған V_0 шамасының айырмасы да кемейеди. Буннан (2)-формула бойынша температураның жоқарылауы менен пұланыу жыллылығы λ ниң де кемейетуғынлығы келип шығады. Температура критикалық T_k температураға жақынласқанда молекулалық тартасыу күши $\bar{f}$ тиң шамасы нолге умтылады хәм ұсының менен бир ўақытта пұй менен сұйықтықтың салыстырмалы көлемлериниң айырмасы болған $V'_0 - V_0$ шамасы да жоғалады. Буннан $T \rightarrow T_k$ шегинде (2)-аңлатпа бойынша $\lambda \rightarrow 0$. Жоқарыда айтылып өтилгениндей, бундай жағдай хәқыйқатында да орын алады.

Термодинамиканың екінші басмасын пайдаланып сұйықтықтардың газ тәрізлі халға айланғанындағы тойынған пұлдардың серпимлиги, температура, пұланыу жыллылығы хәм салыстырмалы көлемлердің өзгерісі арасындағы байланысты табыуға болады. Оның үшін цилиндрде поршеннің астында сұйықтық хәм оның үстінде оның тойынған пұы жайласқан деп есаплаймыз. Усы араласпа менен Карноның қайтымлы циклын жүзеге келтиремиз (73-параграфты қараңыз). Мейли, басланғыш температура T хәм ұсы температурадағы тойынған пұдың серпимлиги p болсын. Дәслеп изотермалық кеңейтуді әмелге асырамыз. Бұндай жағдайда базы бир m массасы пұланады хәм сол p басымындағы тойынған пұдың халына өтеди.

Солай етип, кеңейіу изобаралық рәуиште жүреді; графикте ол AB изобарасы менен сұүретленеди (216-сұүрет). Бұл кеңейіудің хәқыйқатында да изобаралық өтиуі үшін араласпадағы пұланыу жыллылығын беріу керек:

$$Q_1 = m\lambda. \quad (3)$$

Көлемнің үлкейіуі ΔV :

$$\Delta V = m(V'_0 - V_0)$$

шамасына тең. Бұл теңлікте V'_0 арқалы пұдың салыстырмалы көлеми, V_0 арқалы сұйықтықтың салыстырмалы көлеми белгіленген. Изобаралық кеңейіуде ісленген жұмыс мынаған тең:

$$A_1 = p \cdot \Delta V = pm(V'_0 - V_0). \quad (4)$$

Бұннан кейін көлемнің шексіз киші адиабаталық үлкейіуін жүзеге келтиремиз (BC шақасы); бұндай жағдайда температура dT шамасына, ал тойынған пұлдардың серпимлиги dp шамасына төменлейди. Бұннан кейін араласпаны қайтадан dV шамасына изобаралық рәуиште қысамыз. Бұл қысылыу CD тұұрысы менен сұүретленеди. Бұл қысылыу $p - dp$ хәм $T - dT$ температурасында жүзеге келеди хәм ұсының менен бирге

$$A_2 = -(p - dp)\Delta V = -(p - dp)m(V'_0 - V_0) \quad (5)$$

жұмысы ісленеди.

Ең ақырында DA адиабаталық қысылу жолы менен циклды түйықлаймыз. Циклдың барысында қыздырғыштан Q_1 жыллылығы алынды хәм A жұмысы ісленди. BC хәм AD адиабаталарындағы шексіз киші жұмыстарды есапқа алмай $A = A_1 + A_2$ деп асаплауға болады Карноның қайтымлы циклының пайдалы тәсир коэффициенті $\eta' = A/Q_1$ шамасына тең хәм оның мәнісі жұмыс іслейтуғын заттың тәбиятынан ғәрезли емес хәм $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$ шамасына тең. Бұл теңлікте T_1 арқалы қыздырғыштың температурасы (биз қарап атырған жағдайда T) хәм T_2 арқалы салқынлатқыштың температурасы белгіленген (биз қарап атырған жағдайда $T - dT$). Солай етип:

$$\eta' = \frac{A_1 + A_2}{Q_1} = \frac{T - (T - dT)}{T} = \frac{dT}{T}.$$

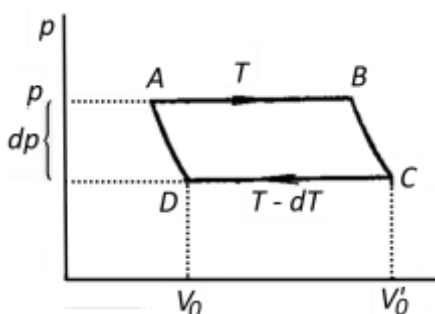
Бұл аңлатпаға (3)-, (4)- хәм (5)-аңлатпалар бойынша Q_1 , A_1 хәм A_2 шамаларының мәніслерін қойып

$$\frac{m(V'_0 - V_0)dp}{m\lambda} = \frac{dT}{T}$$

ямаса

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\lambda}{V'_0 - V_0} \quad (6)$$

формуласына ийе боламыз.



216-сұүрет.

Сұйықтық пенен тойынған пұдың араласпасы менен өткерилетуғын Карно циклы.

(6)-формуланы *Клапейрон—Клаузиус формуласы* деп атайды. Ол тойынған пұўлардың серпимлигиниң температурадан ғәрезлигин тәрийиплейтуғын $\frac{dp}{dT}$ шамасын пұўланыў жыллылығы λ , салыстырмалы көлемниң өзгериси $V'_0 - V_0$ хәм T температура менен байланыстырады. Бул формуланың түри сұйықтықтың тәбиятынан ғәрезсиз.

§ 85. Еритпелер. Осмослық басым. Хәммеге белгили, ұлыўма айтқанда, қатты денелер сұйықтықларда ерийди хәм оның менен бирге толық бир текли орталықты пайда етеди. Бирақ, еритпе бир бири менен химиялық жақтан тәсирлеспейтуғын газлердиң араласпасы сыяқлы әпиўайы араласпа болып табылмайды. Д. И. Менделеев 1865-1887 жыллары өткерилген кең көлемдеги изертлеўлериниң нәтийжесинде еритпениң көлеминиң ериткиш пенен ериген заттың көлемлериниң қосындысына тең болмайтуғынлығын көрсетти. Ериў процесси жыллылықтың бөлип шығарылыўы ямаса жұтылыўы менен байланысly. Менделеев ериткиш пенен ериген заттың салмақтық қатнастарына сәйкес келетуғын айрықша ноқатлардың бар екенлигин тапты. Бул мағлыўматлардың барлығы еритпе менен ериген заттың молекулалары арасындағы энергиялық өз-ара тәсирлесийлердиң бар екенлигин көрсетеди хәм бул жағдай етитпелерди химиялық бирикпелерге жақынластырады. Бирақ, әззи еритпелерде көрсетилген эффектлер үлкен емес орынды ийелейди. Буннан былай биз әззи еритпелерди қараў менен шекленемиз хәм бундай жағдайда ериген заттың бир молекуласына ериткиштиң көп молекуласы сәйкес келеди деп есаплаймыз. Бундай жағдайда ериген заттың молекулалары бир биринен үлкен қашықтықта жайласады, олар бир бири менен тәсирлеспейди хәм олардың жыйнағы газге ұсайды. Жақыйқы газ бенен айырма мынадан ибарат: бул жағдайда ериген заттың молекуласының қозғалысы олардың арасында ериткиштиң молекулаларының бар болыўына байланысly қыйыншылық пенен жүзеге келеди. Ериген заттың молекулалары ериткиштиң молекулалары менен үзликсиз соқтығысады. Усы жағдайға байланысly ериген заттың диффузия коэффициентини газлердиң диффузия коэффициентинен әдеўир киши болады.

Ериткиштиң хәм ериген заттың молекулаларының берилген T температуралардағы орташа кинетикалық энергиялары сол T температурадағы газдиң молекулаларының орташа кинетикалық энергиясы менен бирдей болады. Хәр бир еркинлик дәрежеси ушын орташа

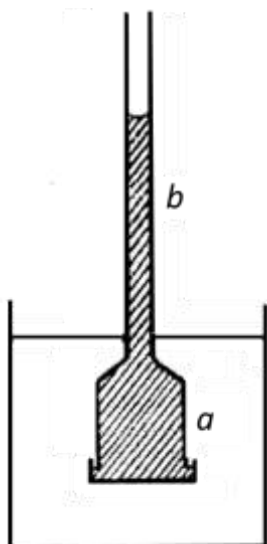
$$\bar{w} = \frac{1}{2} kT$$

энергия сәйкес келеди. Бул аңлатпада k арқалы Больцман тұрақтысы белгиленген. Газге ұсаған болғанлықтан, ериген заттың молекулаларының жыйнағының басым түсирийи керек (46-параграфқа қараңыз)

$$p = \frac{2}{3} n_0 \bar{w}. \quad (1)$$

Бул аңлатпада n_0 арқалы ериген заттың еритпениң көлем бирлигиндеги молекулаларының саны белгиленген. Бул p басымын *осмослық басым* деп атайды.

Бирақ, ериткиш болып табылатуғын сұйықтықта бетлик пленканың болыўы менен байланысly үлкен ишки басымның болатуғын болғанлықтан, осмослық басымда тиккелей өлшеўдиң мүмкиншилиги болмайды.



217-сүрөт.

Ярымлай өткөретүгүн өткелдин жәрдеминде
осмослык басымды анықлау.

Осмослык p басым аз мұғдарда үлкен басымда тұрған басқа газге араластырылған қандай да бир газдин парциаллык басымына ұсайды. Буннан осмослык басымда бақлаудың ұсылының газдин парциаллык басымын өлшейтуғын ұсыл менен бирдей болатуғынлығы келип шығады. 47-параргафта биз водородтың парциаллык басымын тиккелей өлшеудин ұсылын тәрийипледик. Оның ұшын водород молекулаларын өткөретуғын, ал аргонның молекулаларын өткермейтуғын қыздырылған платинадан соғылған фольганың (өткелдин) болыуы шәрт. Тап ұсыған сәйкес, егер ериткиштиң молекулаларын өткөретуғын, ал ериген заттың молекулаларын өткермейтуғын өткелди сайлап алыудың мүмкиншилиги болса, онда осмослык басымда өлшеудин мүмкиншилиги түүылады. Бундай өткеллерди *ярымлай өткөретуғын өткеллер* деп атайды. Мысалы, қанттың еритпеси ұшын малдың көбик түрине ийе болған жуқа шандыры сүү ұшын мөлдир, ал, қанттың молекулалары ұшын мөлдир емес. Соның ұшын оны қаттың еритпесиндеги осмослык басымды бақлау хәм өлшеу ұшын пайдаланыуға болады.

Осмослык басымды табыу ұшын арналған тәжирийбениң схемасы 217-сүрөтте келтирилген. Таза сүү қуйылған ыдысқа киши a ыдысы батырылған. Оның төменги ашық ұшы ярымлай өткөретуғын өткел (фольга ямаса пленка) менен жабылған. a ыдысының жоқарғы бөлимінде жуқа ұзын b найы бекитилген. Киши ыдыста қанттың еритпеси жайласқан. 114-сүрөтте көрсетилген тәжирийбедегидей, платина ыдыстың ишине сыртқа шыққанға қарағанда водород көбирек киреди. Тап сол сыяқлы a ыдысына ярым өткизетуғын өткел арқалы сүү сыртқа қарай өткенге салыстырғанда ишке қарай көбирек өтеди. Бул артық өткен сүү b найындағы еритпениң қәддин жоқары көтереди хәм бул көтерилиу ұсы найдағы сұйықлық бағанасының гидростатикалық басымы ериген қанттың осмослык ("парциаллык") басымы менен теңлескенше даўам етеди.

(1)-формуладан осмослык басымның Менделеев-Клапейрон теңлемесине бағынатуғынлығы келип шығады:

$$p = \frac{m}{\mu \cdot V} RT. \quad (2)$$

Бул аңлатпада m – ериген заттың массасы, μ — оның моллик салмағы, V — еритпениң көлеми, R – газ тұрақлысы.

Еритпениң концентрациясы болып табылатуғын

$$C = \frac{m}{V}$$

шамасын киргизип

$$p = \frac{C}{\mu} RT. \quad (3)$$

(2)-формулань қайтадан көширип жызаўға болады.

Осмослық басым үшін қолланылыўына байланыслы (3)-формулань *Вант-Гофф формуласы* деп атайды. Вант-Гофф формуласынан мыналар келип шығады: 1) берилген ериген зат үшін тұрақлы температурада осмослық басым p концентрация C ға тўўры пропорционал; 2) берилген ериген зат үшін тұрақлы концентрацияда осмослық басым p еритпениң абсолют температурасына тўўры пропорционал; 3) бирдей концентрацияларда хәм бирдей температураларда алынған хәр қыйлы ериген затлар үшін осмослық басым p молекулалық салмаққа тўўры пропорционал.

Көп санлы әззи еритпелер үшін (3)-Вант-Гофф формуласы жүдә жақсы орынланады. Бирақ, бир қатар еритпелер үшін, мысалы, органикалық емес дузлардың еритпелери үшін осмослық басым (3)-формула бойынша есаплаў жолы менен алынған басымнан әдеўир үлкен болады.

Бұл жағдай ұсындай затлар еригенде олардың молекулаларының бир неше бөлимлерге бөлиниўи (*диссоциациясы*) менен түсиндириледи. Усындай бөлиниўдің салдарынан ериткиштиң көлем бирлигиндеги бөлекшелердің саны n_0 артады хәм (1)-формула бойынша басым жоқарылайды.

(3)-формулаға бағынатуғын еритпелер электр тоғын өткизбейди, соның менен бир ўақытта үлкен осмослық басымға ийе болған еритпелер электр тоғының жақсы өткизгишлери болып табылады (*электролитлер болып табылады*, II томға қараңыз). Буннан еригенде молекулалардың электрлик жақтан нейтраль болған бөлекшелерге емес, ал зарядланған бөлимлерге (ионларға) бөлинетуғынлығы түсиникли болады.

Осмослық басым менен байланыслы болған қубылыслар тәбиятта, атап айтқанда тири организмлерде өтетуғын процесслерде әҳмийетли орынды ийелейди.

Осмослық басымлардың шамасын баҳалаў үшін төмендегидей мысалларды қараймыз.

1-мысал. 1 л сўўға 27°C температурада 34 грамм тростник қанты ($C_{12}H_{22}O_{11}$) еритилген. Осмослық басымның шамасын табыңыз.

Шешими. (2)-формула бойынша:

$$p = \frac{m}{\mu \cdot V} RT.$$

Бұл аңлатпада R арқалы шамасы 0,082 л·ат/град·моль болған газ тұрақлысы белгиленген. μ молекулалық салмағын тростник қантының формуласын билип хәм водородтың (H), углеродтың (C) хәм кислородтың (O) атомлық салмақларының сәйкес 1, 12 хәм 16 ға тең екенлигин есапқа алып $\mu = 342$ екенлигин табамыз. Бұл санлы мағлыўматлардан пайдаланып

$$p = \frac{34}{342} \cdot \frac{0,082 \cdot 300}{1} \text{ ат} \cong 2,46 \text{ ат}$$

шамасын аламыз. Бұл есаплаў осмослық басымның шамасының бир неше атмосфераға жететуғынлығын көрсетеди.

2-мысал. Ериген заттың молекулаларының k - бөлиминиң хәр қайсысы i бөлекшеге ыдырайды деп есаппа, осмослық басымның қандай қатнаста үлкейетуғынлығын анықлаңыз.

Шешими. Диссоциация жүзеге келмейди деп болжап, көлемнің бир бирлигине сәйкес келетуғын ериген заттың молекулаларының санын n_0 арқалы белгилеймиз. Егер молекулалардың k - бөлиминиң хәр бири i бөлекшеге ыдырайтуғын болса, онда көлем бирлигиндеги бөлекшелердің саны мынаған тең болады:

$$n'_0 = n_0 k i + (1 - k) n_0 = [1 + k(i - 1)] n_0.$$

Басым көлем бирлигиндеги бөлекшелердің санына тўўры пропорционал болғанлықтан, ұсыған сәйкес, диссоциацияның нәтийжесинде басым

$$\frac{p'}{p} = \frac{n'_0}{n_0} = 1 + k(i - 1) \quad (4)$$

қатнасында өседи.

Жүдә әззи еритпелер үшін диссоциация толық болады, яғнай барлық молекулалар

ыдырайды, яғный $\kappa = i$ теңлиги орын алады және (4)-формула мынадай түрге ийе болады:

$$\frac{p'}{p} = i.$$

Егер, мысалы, барлық молекулалар екі бөлімге диссоциацияланатынын болса, онда $i = 2$ және $p' = 2p$, яғный диссоциацияның нәтижесінде басым екі есе жоғарылайды.

3-мысал. NaCl ас дузының 2,92 граммы 1 л сұйықта 27°C температурада еритілген. Егер бұндай шарттарда осмослық басым 1,75 ат болса, молекулалардың диссоциациясының шамасын анықлаңыз.

Шешімі. Ас дузының еритпесінің нақты қысым бақыланатынын осмослық басымын p' арқылы, ал диссоциация болмаған жағдайдағы басымды p арқылы белгілейміз. Бұндай жағдайда бұннан алдыңғы мысалды шешкенде келтіріп шығарылған (4)-формуланың тийкарында

$$p' = p[1 + \kappa(i - 1)]$$

анықталатынын жазамыз. Қойылған шарт бойынша $i = 2$, бұннан

$$p' = p(1 + \kappa).$$

Бұл теңлікті κ шамасына қарата шешсек, онда

$$\kappa = \frac{p'}{p} - 1 \quad (5)$$

формуласына ийе боламыз.

Менделеев-Клапейрон теңлемесі бойынша

$$p = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V}.$$

p ның ұсы мәнісін (5) ке қойсақ, онда

$$\kappa = \frac{p' \mu V}{mRT} - 1$$

формуласына ийе боламыз. Бұл формулаға сан мәнісін қойып $\kappa = 0,44$ екенлігін табамыз, яғный ас дузының 0,44 бөлімі диссоциацияланған екен.

§ 86. Тойынған пұлдардың майысқан беттің астындағы және еритпесінің үстіндегі басымы. Сұйықтықтың тойынған пұлдарының басымының ұсы сұйықтықтың бетінің қысымдылығынан ғарезлігін қараймыз. Мейли, сұйықтықтың базы бір мұғдары жабық ыдыста, ал сұйықтықтың үстінде тойынған пұлдар жайласқан болсын. Берілген T температурада сұйықтықтың үстіндегі тойынған пұлдардың басымы толық белгілі болған p мәнісіне тең. Бийіклікке байланысты бұл басым барометрлік формула бойынша кемейеді (51-параграфқа қараңыз).

Бір ұшын сұйықтыққа түсірілген A капиллярлық найды көз алдымызға елеслетеміз (218-сұрөт). Капилляр най соғылған материалға сұйықтық толық жуғады деп болжаймыз. Бұндай жағдайда мениск радиусы r ге тең ярым сфералық ойыс (батыңқы) бет болып табылады. Соның менен бирге r шамасы капилляр найдың радиусына сәйкес келетінін болсын. 82-параграфтағы (2b) формуласы бойынша найдағы сұйықтық h бийіклігіне көтеріледі:

$$h = \frac{2\alpha}{r\rho g}. \quad (1)$$

Бұл формулада α – сұйықтықтың бет керімі коэффициенті, ал ρ – оның тығызлығы.

Сұйықтықтың капиллярдағы батық бетінің үстіндегі тойынған пұлдардың басымы p ыдыстығы сұйықтықтың тегіс бетінің үстіндегі басымға тең деп есептейміз. Бұндай жағдайда ыдыстағы сұйықтықтың қаддінен h бийіклігінде жайласқан капиллярдың бетінен пұланып атырған пұлдар оларды қоршаған пұлдарға салыстырғанда бийіклікке байланысты басымның кишірейінінің салдарынан үлкен басымның астында болады, яғный $p' > p$. Пайда болған тығыз пұлдар кеңейіп, жұмыс істей алады; бұл жұмыс температурасы T ға тең болған жыллылықтың бір дерегінің есабынан ісденгендей болады. Ал, термодинамиканың екінші басамасы бойынша салқынлатқыш болмаған

жағдайда жұмыс исленбейди. Солай етип, бизлер мынадай жағдайды мойынлауымыз керек: батық беттиң үстиндеги пұўлардың басымы қоршаған пұўлардың басымы p' шамасына тең. Себеби, тап ұсындай басымда ғана капиллярдың ишиндеги пұў менен сұйықтықтың арасында тең салмақтық жүзеге келеди.

p' тың мәнисин барометрлик формуланы пайдаланып анықлауға болар еди. Бирақ h бийиклигиниң киши мәнисине байланыссыз басымлардың $p - p'$ айырмасын бийиклиги h қа, тығызлығы ρ_0 ге тең болған пұўдың бир текли бағанасының басымына тең деп жууық түрде есаплауға болады. ρ_0 арқалы берилген сұйықтықтың тойынған пұўларының T температурадағы тығызлығы белгиленген. Буннан

$$p - p' = mg\rho_0$$

теңлигин аламыз. Бул теңликке (1)-формула бойынша h тың мәнисин қойып

$$p - p' = \frac{2\alpha}{r} \cdot \frac{\rho_0}{\rho}$$

хәм буннан

$$p' = p - \frac{2\alpha}{r} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} \quad (2)$$

формуласына ийе боламыз.

(2)-формуладан көринип тұрғанындай, $p' < p$, яғный *ойық (батыңқы) беттиң үстиндеги тойынған пұўлардың басымы тегис беттиң үстиндеги тойынған пұўлардың басымынан киши болады екен*. Беттиң қыйсықтығының радиусы киши болған сайын тойынған пұўлардың басымы p' тегис беттиң үстиндеги басым p дан соншама үлкен айырмаға ийе болады.

Сұйықтық найдың капиллярына жүқпайтуғын жағдайды қарап, биз капиллярдағы сұйықтықтың дөңес менискин аламыз хәм бул жағдайда капиллярдың ишиндеги сұйықтықтың қадди қоршаған ыдыстағы сұйықтықтың қаддинен төмен болады. Усындай таллаулардың жәрдеминде биз *дөңес беттиң үстиндеги тойынған пұўдың басымының тегис беттиң үстиндеги басымнан үлкен болады* деген жуўмаққа келемиз. Бул жағдайда p'' басымы

$$p'' = p + \frac{2\alpha}{r} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} \quad (2a)$$

шамасына тең болады.

Соңғы нәтийжеден тойынған пұўлардың сфералық тамшылардың үстиндеги басымының тегис беттиң үстиндеги тойынған пұўлардың басымынан үлкен болатуғынлығы келип шығады. Соның менен бирге тамшылардың радиустары қанша киши болса басымның шамасы да соншама үлкен болады. Пұў менен қоршалған хәр қыйлы радиусты тамшылар тең салмақтықта тұра алмайды. Киши тамшылар пұўланады, ал киши радиустқа ийе болған тамшылар толығы менен жоғаламан дегенше үлкен тамшылардың бетинде пұўлар конденсацияланады.

Енди тойынған пұўлардың еритпениң үстиндеги хәм таза ериткиштиң үстиндеги басымларын салыстырамыз.

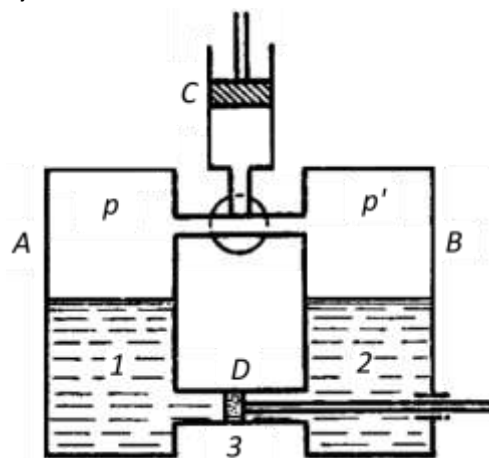
XIX әсирдинң ақырында Рауль тәрeпинен көп санлы, солардың ишинде көбинесе органикалық затлар менен өткерилген өлшеулердинң тийкарында мынадай жағдай анықланды: бирдей температурада ұшпайтуғын заттың еритпесиниң үстиндеги ериткиштиң тойынған пұўларының басымы p' таза ериткиштиң үстиндеги тойынған пұўының басымы p дан төмен болады. Мысалы, берилген температурада қанттың еритпесиниң үстиндеги сұйдың тойынған пұўларының басымы сол температурадағы таза сұйдың үстиндеги сұйдың тойынған пұўларының басымынан төмен. v моль таза ериткиштеги ериген заттың моллериниң санын v' арқалы белгилейик; бундай жағдайда Рауль тәрeпинен ашылған нызам бойынша тойынған пұўлардың басымының

салыстырмалы төменлейі $\frac{p-p'}{p}$ шамасы мынаған тең болады:

$$\frac{p-p'}{p} = \frac{v'}{v+v'}$$

219-сүрөт.

Еритпелінің үстіндегі тойынған пұйлардың серпимлиги үшін аңлатпаны келтиріп шығарыуға.



Рауль нызамын төмендегидей дөңгелек процессти қараў жолы менен келтиріп шығарыуға болады:

1) тойынған пұйлардың p басымында таза ериткиштиң бир молин A ыдысында пұйландырамыз (219-сүрөт). Пайда болған тойынған пұйлардың көлемин V_0 арқалы белгилейміз;

2) бул пұйларды C насосының жәрдемінде еритпелінің үстіндегі тойынған пұйлардың басымы p' болатуғындай етип V_0 көлемине шекем кеңейтеміз;

3) B ыдысында p' басымында тұрған пұйлардың бир молин еритпеге конденсациялаймыз.

Үш процесстиң барлығын изотермалық рәуиште T температурасында өткереміз;

4) ярым өткеретуғын поршеннің жәрдемінде еритпеден ериткиштиң бир молин қайтадан таза ериткишке өткереміз.

Бул дөңгелек процессте исленген жұмыстардың қосындысының нолге тең болыуы керек; болмаған жағдайда термодинамиканың екінші нызамы қайтадан бузылған болар еди, себеби барлық процесс температурасы T ға тең болған жыллылықтың бир резервуарының жәрдемінде өткериледи.

1) хәм 3) процесстерди өткергенде орынланған жұмыстардың шамаларының бир бирине тең, ал белгилеринің қарама-қарсы екенлигин аңсат тексеріуға болады. Сонлықтан барлық дөңгелек процессте исленген жұмыстарды қосқанда олар сыртқа шығып қалады.

C насосының жәрдемінде кеңейгенде исленген жұмыс (71-параграфқа қараңыз)

$$A_1 = RT \ln \frac{p'}{p}$$

шамасына тең.

Еритпеден ериткиштиң бир молин таза ериткиш бар ыдысқа өткеріу үшін исленген жұмысты анықлаймыз. Буның үшін ярымлай өткеретуғын D поршенин оннан ериткиштиң ΔV көлеми өткендей аралыққа жылыстыруы керек болады. Бундай жағдайда поршень осмослық P басымына қарсы қозғалатуғын болғанлықтан

$$A_2 = P \Delta V$$

жұмысы исленеди. ΔV көлеми таза ериткиштиң бир молиннің көлеми болып табылады. Буннан $\Delta V = \frac{\mu}{\rho}$ теңлигине ийе боламыз (μ арқалы ериткиштиң молекулалық салмағы, ал ρ арқалы оның тығызлығы белгиленген). Буннан

$$A_2 = P \frac{\mu}{\rho}$$

теңлігіне ийе боламыз.

$$A_1 + A_2 = 0$$

талабы (яғный A_1 менен A_2 ниң қосындысының нолге тең болыў талабы)

$$P \frac{\mu}{\rho} = -RT \ln \frac{p'}{p}$$

теңлігін береді. Буннан осмослық басым P үшін

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT \ln \frac{p'}{p} \quad (4)$$

аңлатпасын аламыз.

Соңғы аңлатпаны түрлендириўге болады. $\ln \frac{p'}{p}$ шамасын

$$\ln \frac{p'}{p} = \ln \left(1 + \frac{p - p'}{p'} \right)$$

түрінде көширіп жазамыз. Басымның өзгерісі болған $p - p'$ шамасы жүдә киши болғанлықтан $\frac{p - p'}{p'}$ шамасы бирден жүдә киши болады. Буннан жүўық түрде

$$\ln \left(1 + \frac{p - p'}{p'} \right) \approx \frac{p - p'}{p'}$$

теңлігіне ийе боламыз.

Бұл жүўық аңлатпаны пайдаланып (4)-формулань көширіп жазамыз:

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT \frac{p - p'}{p'}. \quad (5)$$

Бұл формула 85-параграфта тәрийипленген жартылай өткізетуғын мембрананы пайдаланып осмослық басымды өлшеўдің орнына тойынған пұўлардың басымының төменлеўи бойынша осмослық басымда есаплайға мүмкиншилик береді.

Менделеев-Клапейрон формуласы бойынша осмослық басым P мынаған тең

$$P = \frac{m' RT}{\mu' V}.$$

Бұл формулада m' - ериген заттың массасы, μ' оның молекулалық салмағы. Демек, m'/μ' қатнасы ериген заттың моллериниң санына, яғный ν' шамасына тең. Буннан

$$P = \nu' \frac{RT}{V}$$

формуласы келип шығады. Екинши тәрептен $\frac{\rho}{\mu} = \frac{m}{\mu V}$. Бұл теңлікте m – ериткиштиң массасы хәм μ – оның молекулалық салмағы. Буннан

$$\frac{\rho}{\mu} = \nu \frac{1}{M}$$

теңлігіне ийе боламыз. Бұл теңлікте ν арқалы ериткиштиң моллериниң саны белгиленген.

P менен ρ/μ диң мәніслерин (5)-аңлатпаға қойсақ, онда

$$\frac{p - p'}{p} = \frac{\nu'}{\nu}$$

хәм буннан

$$\frac{p - p'}{p} = \frac{\nu'}{\nu + \nu'}$$

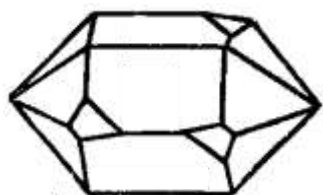
формуласына ийе боламыз. Бұл (3)-Рауль формуласы болып табылады.

X Бап

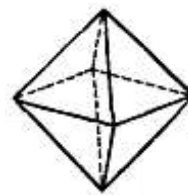
Қатты денелер

§ 87. Кристаллық хәм аморф денелер. Қатты денелер өзинің физикалық қасиетлери бойынша үлкен айырмаға ийе болған еки типке бөлинеди: 1) кристаллық хәм 2) аморф.

Заттың кристаллық халының тийкарғы белгиси анизотропияның болыуынан ибарат. Оның мәниси былайынша түсиндириледі: *бир текли дене хәр қыйлы бағытларда хәр қыйлы қасиетлерге ийе болады.* Мысалы, кристаллық денениң жыллылық кеңейіуи коэффициенті хәр қыйлы бағытларда хәр қыйлы; хәр қыйлы бағытларда кристаллардың механикалық, оптикалық хәм электрлік қасиетлери хәр қыйлы. Кристалдың өзине тән сыртқы белгиси оның дурыс геометриялық формасынан ибарат. Терезелердің бетінде сүү қатқанда муз кристаллары тәрепинен пайда етилген дурыс геометриялық нағыслар хәммеге мәлим. Кристаллар қабырғаларында хәм төбелерінде кесилісетуғын тегис қаптал бетлер менен шекленген. Әдетте қаптал бетлер бир бирине салыстырғанда симметриялы жайласады. Мысалы, кварц алты қапталлы пирамидалар менен теуісетуғын алты қапталлы призма тәризли формаға ийе (220-сүүрет); ашыұтаслар⁴⁶ октаэдр (221-сүүрет), тас дузы куб формасына ийе болады х.т.б. Бир кристаллық заттың хәр қыйлы үлгилеріндеги қаптал бетлердің арасындағы мүйешлер қатаң түрде тұрақлы болады. Мысалы, кварц кристалларында призма менен пирамиданың қаптал бетлеринің арасындағы мүйеш $38^{\circ}13'$.



220-сүүрет. Кварц кристаллы.



221-сүүрет. Ашыұтаслар кристаллы.

Аморф денелер болса изотроп, яғный олар барлық бағытларда бирдей қасиетлерге ийе.

Кристаллар белгили болып бағытланған тегисликлерге ийе болады хәм олардың көпшилиги сол тегисликлер бойынша айрықша аңсат бөлинеди. Мысалы, тас дузының кристаллары бир бирине перпендикуляр болған тегисликлерде аңсат бөлинеди, сонлықтан тас дузының айырым бөлекшелери параллелопипедлердің формасына ийе; слюда жүдә жүқа пластинкаларға жеңил бөлинеди. Егер аморф денелерди бөлетуғын болсақ, онда олардың сыныұ бети тегис болмайды; шийшениң бир бөлегин сындырса, онда пүткиллей дурыс емес хәм тосаттан алынатуғын формаға ийе сынықларды пайда етеди.

Балқығанда, яғный сұйық халға өткенде кристаллық хәм аморф денелердің қасиетлери хәр қыйлы. Хәр бир кристаллық дене өзинің белгили балқыұ температурасына ийе. 222-сүүретте *A* иймеклиги кристаллық денени тең өлшеули қыздырғанда температураның ўақыт бойынша өзгериуин береді. Иймекликтің *bc* бөлими кристалды қатты халдағы қыздырыұға сәйкес келеди. T_b температурасына жеткенде денениң буннан былайғы қызыұы тоқтайды. Себеби бундай жағдайда берилген жыллылықтың барлығы қатты халдан сұйық халға өтиұ ұшын жұмсалады (*балқыұ температурасы*). *d* ноқаты денениң барлығының сұйық халға өтиұ моментине сәйкес

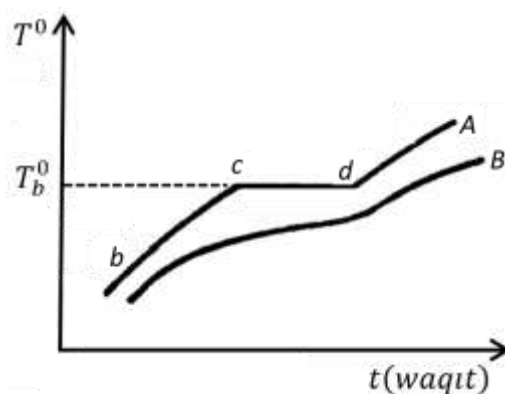
⁴⁶ Ашыұтаслар (рус тилинде кварцы) – күкирт қышқыл қос дузлардың кристалгидратлары болып табылады (Аўдарыұшылар).

келеди. Иймекликтің буннан кейинги көтериілі бөлими сұйықтың қызығына тийисли. Балқыдың жүрисинің ұсындай болатуғынлығын муз береді: еригенде муздың температурасы ұсы муз ерип суға толық айланама дегенше тұрақлы 0°C шамасына тең болып қалады. Аморф денелер болса балқығанда температура менен ұақыттың арасындағы ғәрезлик 222-сүүреттеги *B* иймеклигинің түриндей болады. Бул иймекликте тек ийилиіу ноқаты болып, бул ноқат жумсарыу интервалына тийисли; дене қатты ҳалдан сұйық ҳалға үзликсиз өтеди. Бул жағдай аморф денелердің үлкен жабысқақлыққа ийе болған сұйық денелер менен жақынластырады.

Аморф денелерге үлги сыпатында шийше, ҳәр қыйлы шийше тәрезли затлар, смолалар, битумлар ҳ.т.б. хызмет етеди.

Гейпара жағдайларда алдын ала балқытылған кристаллық затты салқынлатқанда пайда болады. Әстелик пенен салқынлағанда температураның мәнисі балқыдың жасырын жылыуы шығып болмастан ҳәм зат кристаллық фазаға өтпестен бұрын балқыу температурасының мәнисинен төмен болыуы мүмкин. Бундай жағдайда жабысқақлық соншама жоқарылайды, гәптиң әдеттеги мәнисинде зат сұйық болыуын тоқтатады ҳәм шийше тәризли ҳалға өтеди. Усындай зат *аса салқынлатылған сұйықтық* деп аталады. Аса салқынлатылған сұйықтық орнықты емес: ұақыттың өтиуі менен бундай затта кристаллизация процесси жүзеге келеди.

222-сүүрет.
Кристаллық (*A*) ҳәм аморфлық (*B*)
денениң балқыудағы температураның
ұақытқа байланысly өзгериуинің
иймекликтери.



Соңғы ұақытлары *полимерлер* деп аталатуғын затларды пайда ететуғын органикалық бирикпелерден туратуғын аморф денелер өзлерине айрықша дыққатты қаратпақта. Бундай затларда әпиұайы бирикпелердің молекулалары (мономерлер) группаларға бириккен. Мысалы, мономер $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}$ (паральдегид) полимерди береді (ацетальдегид). Оның ҳәр бир молекуласы паральдегидтің $(\text{C}_2\text{H}_4\text{O})_3$ үш молекуласынан тұрады. Полимеризацияның жүдә жоқары дәрежелеринің жүзеге келиуі мүмкин. Бундай жағдайда әдетте сабақ тәризли болған бир группаға мономердің бир неше мың молекуласы биригеди. Сәйкес болған аморф қатты дене ұсындай сабақ тәризли молекулалардың бир түйдек сабағын пайда етеди. Мысал ретинде тәбийий ҳәм жасалма каучуклар ҳәм басқа да пластмассалар хызмет етеди.

Биринши рет қарағанда кристаллық қатты денелердің саны көп еместей болып көриниуі мүмкин. Бирақ, тек формасының сыртқы симметриясына және анизотропияға ийе болған затлар ғана кристаллық структураға ийе болып қоймайды. Сырттан ҳәм тиккелей қарағанда кристаллық структура тек үлкен болған кристалларда ғана бақланады. Бундай кристаллық затлардың қатарына кварцтың тәбийий кристаллары (тау хрусталлы), тас дузының бөлеклеринде ҳ.т.б затларда бақланады. Бундай кристаллар монокристаллар деп аталады. Қатты денелердің көпшилиги майда кристаллық ямаса *поликристаллық* структураға ийе. Дузлардың кристаллары айырым микроскопиялық кристаллардың жыйнағынан тұрады Қандай да бир дуздың еритпесинен жасалма түрде үлкен

кристаллының өсирилиуі мүмкін.

Барлық металлар да поликристаллық структураға ийе болады. Металдың айырым майда кристаллары бір биринің қасында молекулалық күшлердің бар болыуы себепті ұласып тұрады. Усының салдарынан ұсындай майда кристаллардың барлық агрегаты металдың бір бөлегін пайда етеді және ол сырттан тиккелей қарағанда тұтас болып көрінеді. Киші кристаллардың тәртіпсіз ориентациясына байланысты металдың бір кесегі тұтасы менен анизотропияға ийе емес. Бірақ оның құрамындағы айырым майда кристаллар анизотроплық қасиетке ийе.

Металлардың поликристаллық структурасын металдың полировкаланған бетін қарағанда аңғарыуға болады; гейпара жағдайда сол майда кристаллардың өзі де ири болады және сонлықтан оларды көз бенен көріу, ал гейпара кристалларда болса соншама майда болып, оларды микроскоптардың жәрдеминде бақылайды.

Соңғы ұақыттары хәр қыйлы металлардың монокристалларын алыу ұсыллары іслеп шығылған. Көпшілік жағдайларда монокристалларды балқытылған заттарды салқынлатыу арқалы алады. Салқынлатқанда балқыған массада әдетте кристаллизацияның бір неше орайлары (ядролары) пайда болады; ұсы орайларда пайда болған майда кристаллар кейін хәр қыйлы бағыттарда хәр қыйлы тезліктер менен өседі және олардың барлығы поликристаллық структураның пайда болыуына алып келеді. Монокристалдың алыныуы ұшын тек бір ядроның өсиуі ұшын шараяттарды жаратыу керек. Балқыған заттың ең төменгі ұшына кишкене ғана монокристалды (оны "затравка" деп атайды) орналастыру және ұсы ең төменгі бөлімнен баслап әстелік пенен салқынлатыу жолы менен әдеуір үлкен өлшемлерге ийе болған металл монокристалларды алыуға болады (мысалы, ұзынлығы 20 см және оннан да үлкен болған стержень түріндегі).

Ең ұлыуа түрде кристаллардың симметриясы Е. С. Федоров тәрелінен талланды және ол кристалларда бөлекшелерді жайластырудың 230 ұсылының бар екенлігін көрсетті. Усының менен бірге Федоров кристаллардың симметриясы менен олардың химиялық құрамы арасындағы байланысты анықлап, кристаллохимиялық таллау ұсылын берді.

Кристалдың сыртқы симметриясы оның құрамындағы бөлекшелердің симметриялы жайласуларының нәтижесі болып табылады. Бул идея XVIII әсирде пайда болған еді. Хәзіргі ұақыттары биз кристаллардағы атомлардың бір биріне салыстырғанда симметриялы жайласып, *кеңісликлик пәнжерені пайда ететуғынлығын* жақсы билеміз. Бул дәліл кристаллық пәнжеренен рентген нұрларының дифракциясын алыудың мүмкіншілігі менен тийкарланған (III томға қараңыз).

Қатты денені пайда ететуғын хәр бір атом қоңсылас болған барлық атомлардың өз-ара тәсірлесіу күшлерінің тәсірінде тұрады. Атомлар кеңісликлик пәнжеренің мүйешлерінде жайласқан жағдайда атомлардың хәр биріне тәсір ететуғын барлық күштер бір бирін компенсациялайды және атом тең салмақтық халда жайласады. Атомлардың ұсындай жайласуларына өз-ара потенциаллық энергияның минимумы сәйкес келеді және ол кристалдың тұтасы менен алғанда беккемлігін тәмийінлейді.

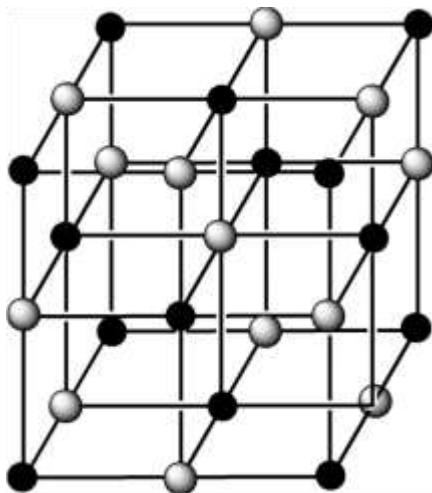
Солай етіп, кристалл құрамалы архитекторлық құрылысқа ийе, оның беккемлігі оның ішкі симметриясы менен байланысты.

Кристалды пайда ететуғын атомлардың арасындағы өз-ара тәсірлесіу күштері хәр қыйлы характерге ийе. Дузлардың кристалларында атомлар электр зарядларына ийе, олар ионлар болып табылады. Оң және теріс ионлар тұтасы менен алынған кристалдың нейтраль болатуғындай болып дизилисип жайласқан. Бундай *ионлық пәнжерені* (оны *гетерополяр* деп те атайды) бөлекшелердің арасындағы өз-ара тәсірлесіу күштері тийкарынан электрлік болып табылады.

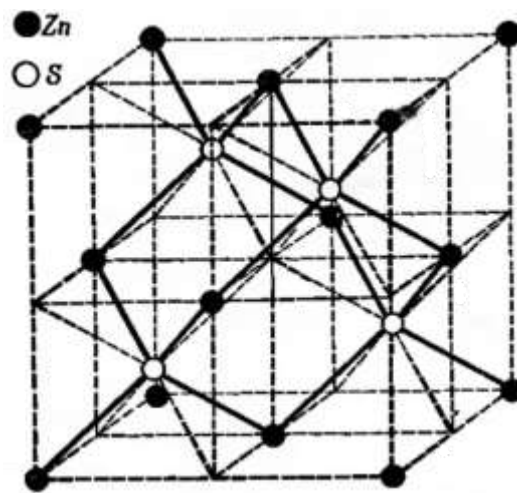
223-сүүретте тас дузының (NaCl) күблық пәнжересі көрсетілген; бундай пәнжере ең

эпиұайы пәнжерелердің қатарына киреди хәм кублық системаға киреди. Натрийдің атомлары қара дөңгелеклер менен сүүретленген, олар оң зарядқа ийе, яғный оң ионлар болып табылады. Хлор атомлары ақ дөңгелеклер менен сүүретленген, олар терис зарядқа ийе, яғный терис ионлар болып табылады.

224-сүүретте цинк обманкасының (ZnS) кеңисликлик пәнжереси көрсетилген. Қара дөңгелеклер оң Zn ионларын, ал ақ дөңгелеклер терис S ионларын сүүретлейди. Цинк обманкасының пәнжереси тас дузының пәнжересине салыстырғанда әдеүйир қурамалырақ.



223-сүүрет. Тас дузының кристаллық пәнжереси.



224-сүүрет. Цинк обманкасының кеңисликлик пәнжереси.

Химиялық жақтан эпиұайы болған денелерде кеңисликлик пәнжерени пайда ететұғын атомлардың барлығы нейтраль. Бундай кристалдың пәнжереси *атомлық* ямаса *гомополяр* пәнжере деп атайды.

Атомлық пәнжередеги өз-ара тәсирлесіу күшлериниң тәбиятын тек квантлық механиканың тийкарында түсиндириу мүмкин.

225-сүүретте алмаздың кристаллық пәнжересиндеги атомлардың жайласыуы көрсетилген.



225-сүүрет.
Алмаздың кеңисликлик пәнжереси.

Ионлық пәнжерелер (NaCl типіндеги) менен атомлық пәнжерелерден (алмаз типіндеги) басқа молекулалық пәнжерелерди хәм металлдың пәнжерелерин қарау қабыл етилген; бириншилери тийкарынан көп атомлы химиялық бирикпелердің кристалларына, мысалы, P_2O_5 , SO_3 х.т.б. кристалларына тийисли. Екиншиси жоқары электр өткизгишликке ийе хәм металлқ жылтырақлығы бар кристаллар ушын тән. Тұрпайы түрде айтқанда металл кристалларды ишінде бир биринен белгили қашықлықта оң ионлар

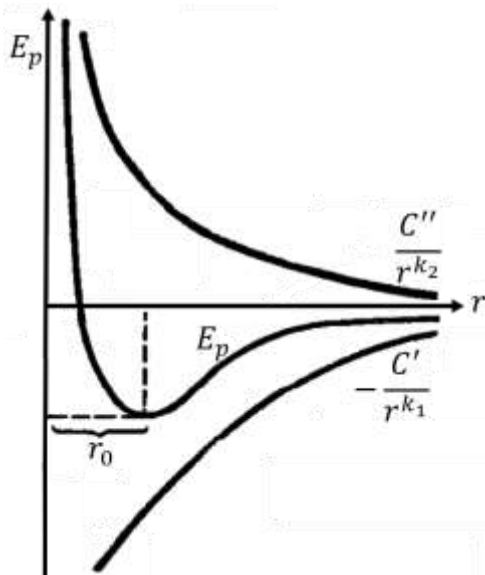
жайласқан электронлық булт түрінде көз алдыға келтиріуге болады.

Кристаллық пәнжерениң орнықты тең салмақтық қалының бар болыуы кристалды пайда ететұғын бөлекшелер арасында қысқанда ийтерилис күшлериниң, ал созғанда тартылыс күшлериниң пайда болатұғынлығын көрсетеди. Бул жағдайды бөлекшелердиң арасында бир ўақытта r ден ҳәр қыйлы ғәрезли болған тартылыс ҳәм ийтерилис күшлериниң бар болыуы менен түсиндириўге болады. Тең салмақтық аўхалда бул күшлер бир бирине тең. Қоңсылас бөлекшелердиң арасындағы r қашықтық кемейгенде ийтерилис күшлериниң шамасы тартылыс күшлериниң шамасынан үлкен, ал бул қашықтықтың шамасы үлкейгенде тартылыс күшлериниң шамасы ийтерилис күшлериниң шамасынан үлкен болады.

§ 88. Кристаллық пәнжерениң энергиясы. Кристаллық пәнжерениң потенциаллық энергиясы E_p шамасын мына түрде көрсетиўге болады (61-параграф):

$$E_p = -\frac{C'}{r^{k_1}} + \frac{C''}{r^{k_2}}. \quad (1)$$

Бул формуладағы биринши ағза $-\frac{C'}{r^{k_1}}$ тартылыс күшине, ал екинши ағза $\frac{C''}{r^{k_2}}$ ийтерилис күшине сәйкес келеди. 226-сүўретте бул ағзалардың ҳәм потенциаллық энергия E_p ны сүўретлейтуғын олардың қосындысының пәнжередеги қоңсылас атомлар арасындағы қашықтық r ден ғәрезлигин сүўретлейтуғын иймекликлер көрсетилген. $k_2 > k_1$ болған жағдайда r киширейгенде ийтерилис күшлери тартылыс күшлерине салыстырғанда тезирек үлкейеди. Бул кристалдың қысылуўға қарсылық көрсететуғынлығын түсиндиреди. $r = r_0$ мәнисине потенциал шұқырдағы ең терең орын сәйкес келеди; r_0 диң мәниси сыртқы күшлердиң тәсири болмаған жағдайдағы кристалдағы бөлекшелердиң арасындағы қашықтыққа сәйкес келеди. Тең салмақтық орнының әтирапында бөлекше потенциал шұқырдың шеклеринен шықпай үлкен емес тербелиске келиўи мүмкин. Тең салмақтық орынларының әтирапындағы ұсындай тербелислерге кристаллардағы жыллылық қозғалыслары алып келинеди.



226-сүўрет.

Кристаллық ионлық пәнжерениң E_p потенциаллық энергиясының ионлар арасындағы қашықтық r ден ғәрезлиги.

Кристаллық пәнжерелердиң теориясы Борн ҳәм басқа да физиклер тәрәпинен раўажландырылды. Борн (1)-формуладағы k_1 ҳәм k_2 көрсеткишлерин билип, кристаллардың серпимли қәсийетлерин, кристаллардың пайда болуў энергиясын, оның оптикалық қәсийетлерин ҳ.т.б. есаплаўға болатұғынлығын көрсетти. Гетерополяр пәнжерелер ушын тәжирийбелердиң нәтийжелери менен сәйкес келтириў ушын $k_1 = 1$ ҳәм $k_2 = 9$ деп алыў керек. Гомеополяр пәнжерелер ушын k_2 оннан да үлкен мәниске ийе

болады.

Ең әпийәйы болған NaCl типіндеги кублық кристаллық пәнжерениң энергиясын есаплаўды схема түринде төмендегидей түрде көрсетиўге болады.

Зарядлары $-e$ ҳәм $+e$ болған, бир биринен r_0 қашықлығында жайласқан еки изоляцияланған ионның потенциаллық энергиясы

$$E'_p = -\frac{e^2}{r_0} \quad (2)$$

формуласының жәрдемінде есапланады.

Пәнжерениң ишиндеги еки қоңсылас ионлардың потенциаллық энергиясы еки себепке байланысly бул шамадан үлкен болады: 1) ҳәр бир ионға оның ең жақын қоңсысы емес, ал басқа ионлар да тәсир етеди; 2) ионлар бир бири менен тәсирлесип өз-ара поляризацияны жүзеге келтиреді, ал бул жағдай ийтерилис күшлериниң пайда болыўына алып келеди [(1)-формуладағы екінши ағза].

Есаплаўлар NaCl типіндеги кристаллар ушын (2)-формуланың

$$E'_p = -0,2582 \frac{e^2}{r_0} \quad (2a)$$

түриндеги формула менен алмастырылыўының керек екенлигин көрсетеди.

(2a) формуласы менен аңлатылатуғын потенциаллық энергия сан жағынан пәнжерениң еки атомын сұйырып алып, оларды шексизликке шекем қашықластырғанда исленген жұмысқа тең. Басқа сөз бенен айтқанда оның шамасы пәнжерениң ишиндеги еки қоңсылас ионның арасындағы байланыс энергиясын үзіў ушын исленген жұмысқа тең. Заттың бир молинде ионлардың N_A дана жубы болады ҳәм кублық пәнжеререде ҳәр бир ион 6 қоңсылас ионға ийе; солай етип, бир молдиң қурамына киретуғын барлық ионларды бир биринен шексиз үлкен қашықлыққа тарқатыў ушын $6N_A$ дана байланысты үзіў керек болады.

Буннан бир молге сәйкес келетуғын пәнжерениң потенциаллық энергиясы E_p ның шамасы $6N_A E'_p$ шамасына тең екен, яғный:

$$E_p = -0,2582 \frac{e^2}{r_0} 6N_A \quad (3)$$

формуласының жәрдемінде есапланады.

Кублық пәнжеререде қоңсылас ионлардың арасындағы қашықлық r_0 ди былайынша анықлаймыз: егер қарап атырылған кристалдың тығызлығы ρ , молекулалық салмағы ҳәм бир молдиң көлеми V_0 шамаларына тең болса, онда

$$V_0 = \frac{\mu}{\rho}.$$

Бир элементар кублық пәнжеререге сәйкес келетуғын $v = r_0^3$ көлемди V_0 ди бир молдеги элементар кублық қутылардың санына бөлиў жолы менен табамыз. Ал сондай элементар қутылардың саны бир молдеги ионлардың санына, яғный $4N_A$ шамасына сәйкес келеди. Сонлықтан

$$r_0^3 = \frac{V_0}{2N_A} = \frac{\mu}{2\rho N_A}$$

Буннан

$$r_0 = \sqrt[3]{\frac{\mu}{2\rho N_A}} \quad (4)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Бул мәнисти потенциаллық энергия ушын жазылған (3)-формулаға қойсақ, онда

$$E_p = -0,2582 \cdot 6 \cdot e^2 \sqrt[3]{\frac{2\rho N_A^4}{\mu}} \quad (5)$$

аңдатпасы келип шығады. e менен N лер константалар болғанлықтан, соңғы аңдатпаны былайынша жазыу мүмкін:

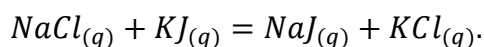
$$E_p = -K^3 \sqrt{\frac{\rho}{\mu}} \quad (5a)$$

Егер ρ ны g/cm^3 ларда, μ ды молге сәйкес келетуғын граммларда хәм E_p ны калорияларда аңғартсақ, онда K ның мәніси 545 ке тең болады.

$CsCl$ хәм CaF_2 типіндеги кристаллық пәнжерелер үшін K константасының басқа санлы мәнісине ийе (5a) ға ұқсас болған формулалар алынады.

Борнның есаплауларын экспериментлерде тиккелей тексерип көриу қыйын, себеби биз қатты кристалды еркин ионлардың жыйнағына айландыра алмаймыз. Ал, есаплаулардың дұрыслығы жанапай ұсыллар менен бир неше ұсыллардың жәрдемінде тастыйықланды.

Мысал ретінде $NaCl$ хәм KJ дузларының KCl хәм NaJ дузларына айланыу реакциясын қарамыз:



Бул жерде (q) индекслери сәйкес затлардың қатты кристаллық фазасына тийисли екенлигин билдиреди. Айланыс энергиясы ΔU мынаған тең болады:

$$\Delta U = -[E_p(NaCl) + E_p(KJ)] + [E_p(NaJ) + E_p(KCl)]$$

хәм, ұсыған сәйкес, (5a) формула бойынша ΔU дың шамасы $NaCl$ менен KJ бирикпелериниң кристаллық пәнжерелериниң $E_p(NaCl)$ хәм $E_p(KJ)$ потенциаллық энергиялары бойынша есапланыуы мүмкін. Екинши тәрептен, биринши жақынласыуда айланыс энергиясы ΔU еритпелер диссоциация толық болатуғындай жүдә әззи деп шәрт қойған жағдайдағы q дузларының ериу жыллылықтарының айырмасына тең:

$$\Delta U = \sum q = [q(NaCl) + q(KJ)] - [q(NaJ) + q(KCl)].$$

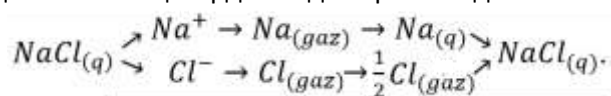
XII кестеде бир қатар дузлар үшін ΔU шамасының есапланған мәніслери хәм $\sum q$ шамасының ериу жыллылығы бойынша табылған мәніслери салыстырылған.

XII кесте.

Реакция	ΔU	$\sum q$
$KCl + LiBr = KBr + LiCl$	+4	+3,6
$KCl + LiJ = KJ + LiCl$	+7	+7,2
$KCl + NaBr = KBr + NaCl$	+3	+2,0
$KCl + NaJ = KJ + NaCl$	+5	+3,4

Егер $\sum q$ шамасының экспериментлерде жоқары емес дәлликлерде анықланатуғынлығын есапқа алсақ (салыстырмалы үлкен шамалардың киши айырмасы), онда ΔU менен $\sum q$ шамаларының арасындағы сәйкесликти жақсы сәйкеслик деп есаплауға болады.

Тексеріудің екинши ұсылы Борн-Габердің дөңгелек процессин қарауға алып келинеди. $NaCl$ үшін бул процесс мынадай схеманың жәрдемінде көрсетиледи:



Дәслеп биз қатты кристаллық $NaCl$ дың бир моли еркин Na^+ хәм Cl^- ионларының жыйнағына ажыралады деп көз алдымызға келтиремиз; буның үшін пәнжерениң потенциаллық энергиясы E_p шамасына тең жұмыс исленеди. Буннан кейин Na^+ хәм Cl^- ионлық гази нейтраль болған $Na_{(gaz)}$

хәм $Cl_{(gaz)}$ атомлық газлерине айланады. Атомлық газлерге айланыу үшін бир молге сәйкес келетуғын сан мәніси $A_j(Na)$ хәм $A_j(Cl)$ шамаларына тең жұмыслары исленеди. Буннан кейин $Na_{(gaz)}$ гази қатты металлық натрийге [пүүланыу жыллылығы $L(Na)$ шамасына тең жұмыс исленеди] хәм әдеттеги еки атомлық газ тәризли Cl_2 хлордың молиниң ярымына тең атомлық $Cl_{(gaz)}$ газине айланады [диссоциация жыллылығы $\frac{1}{2}q(Cl)$ шамасына тең жұмыс исленеди]. Ең ақырында металл натрийден хәм газ тәризли хлордан химиялық реакция жолы менен қайтадан $NaCl$ дың бир моли алынады. Бундай жағдайда $Q(NaCl)$ шамасына тең молекуланың пайда болыуына сәйкес келетуғын жыллылық бөлинип шығады. Дөңгелек процессте барлық жұмыслардың, берилген хәм алынған жыллылықлардың (жұмысларға эквивалент болған) қосындысы нолге тең. Сонлықтан, мынадай теңликти аламыз:

$$-E_p = A_j(Na) + A_j(Cl) + L(Na) + \frac{1}{2}q(Cl) + Q(NaCl).$$

Егер бул теңликтиң оң тәрепинде турған шамалардың хәр бирин өлшесе, онда E_p ның мәнісин табыуға болады. Хақыйқатында, тиккелей эксперименталлық анықлауға терис Cl^- ионының пайда болыуы үшін сарыпланған жұмыстан басқа шамалардың барлығы да анықланады. Жанапай көз-қараслар бойынша $A_j(Cl)$ шамасын жүүйқ түрде -90 кал/моль шамасына тең деп есаплайуға болады. Бундай жағдайда эмпирикалық $A_j(Na) = 117 \text{ кал}$, $L(Na) = 27 \text{ кал}$, $\frac{1}{2}q(Cl) = 29 \text{ кал}$, $Q(NaCl) = 98 \text{ кал}$ мәніслерин пайдаланып $NaCl$ пәнжересиниң энергиясын -180 кал/моль шамасына тең деп жүймақ шығарамыз. Егер (5а) формуласына тас дузы үшін $\mu = 58,5 \text{ г/моль}$ хәм оның тығызлығының $\rho = 2,16 \text{ г/см}^3$ екенлигин итибарға алсақ, онда $E_p = -182 \text{ кал/моль}$ шамасына ийе боламыз.

Кристаллық пәнжерелердің дәлирек теориясының, әсиресе олардың қәсийетлериниң төменги температураларда қандай болатуғынлығын көрсете алатуғын теорияның квантлық механикаға тийкарланған болыуы керек.

§ 89. Қатты денелердің деформациялары. Сыртқы күшлердің тәсиринде қәлеген қатты дене *деформацияланады*, яғный өзиниң формасын өзгертеди. Күштиң тәсири тоқтағаннан кейин жоғалатуғын деформацияны *серпимли* деформация деп атайды. Мысалы, серпимли түрде созылған пружина созатуғын күштиң тәсири тоқтағаннан кейин өзиниң дәслепки ұзынлығын қабыл етеди. Күштиң белгиси өзгергенде серпимли деформацияның да белгиси өзгереді. Мысалы, созатуғын күштиң тәсиринде пружинаның ұзынлығы артады, ал қысыушы күштиң тәсиринде ол қысқарады. Гук тәрепинен табылған нызам бойынша деформацияның шамасы Δx тәсир ететуғын күштиң шамасы f ке пропорционал:

$$\Delta x = Kf. \quad (1)$$

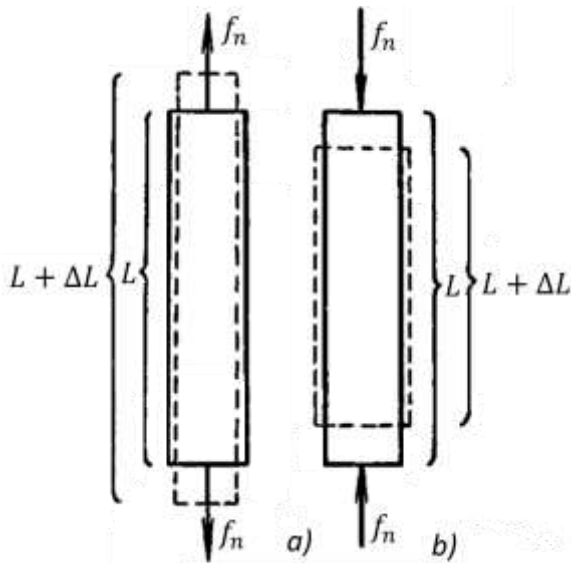
Бул теңликте K арқалы берилген қатты денениң берилген деформациясы үшін турақлы шама белгиленген.

Ең әпиұайы болған *бойлық созылу* ямаса *бир жақлы қысыу* деформациясын қараймыз⁴⁷. Ұзынлығы L ге, кесе-кесиминиң майданы S ке хәм ушына f_n күши түсирилген бир текли стерженди көз алдымызға келтиремиз. Усы f_n күшиниң тәсиринде стерженниң ұзынлығы ΔL шамасына созылады. Созатуғын күшлерди оң деп есаплаймыз, бул жағдайда (227-а сүүрет) ΔL де оң, яғный стержень созылады. Қысатуғын күшлерди терис деп есаплаймыз (227-б сүүрет). ΔL шамасының мәніси де терис. Бул бир жақлы қысыуда стерженниң ұзынлығы L ниң кемейетуғынлығын аңғартады.

Деформацияның характеристикасы үшін созылуыдың абсолют мәніси ΔL емес, ал салыстырмалы созылуы $\Delta L/L$ әдеүйр әхмийетке ийе. Бул, мысалы, бирдей материалдан исленген хәм кесе-кесиминиң майданлары бирдей болған, бириншисиниң L ұзынлығы 2 см , ал екиншисиниң ұзынлығы 10 м болған еки стерженди $\Delta L = 1$ шамасына созыу үшін

⁴⁷ Бир жақлы қысыуды *барлық тәреплер бойынша* қысыудан айырады. Бундай жағдайда дене барлық тәреплерден қысылады. Буннан былай биз тек бир тәреплик қысыуды қараймыз.

хәр қыйлы күшлердің түсіюінің керек екенлиги өз-өзинен түсиникли. Усындай стерженлердің олардың ұзынлығының белгили бир бөлиминен (мысалы мыңнан бирине) созыў ушын бирдей f күши талап етиледі. Солай етип деформацияны ұзынлықтың салыстырмалы өзгеріуі $\Delta L/L$ менен тәрийиплеў керек болады.



227-сүрөт.
Созыў (а) хәм қысыў (b) деформациялары.

Хәр қыйлы S кесе-кесимге ийе болған стерженлерде бирдей күштің тәсиринде стержень жуўан болған сайын, яғный S тиң шамасы үлкен болған сайын салыстырмалы деформация $\Delta L/L$ диң шамасы киши болады. Буннан серпимли созылыў (қысыў) деформациясы ушын $\Delta L/L$ салыстырмалы деформация f_n/S шамасына, яғный стерженнің кесе-кесиминиң бир бирлигине сәйкес келетуғын күшке пропорционал болады. Бул $\frac{f_n}{S} = p_n$ шамасын *кернеў* деп атайды.

Бундай жағдайда ең ақырында

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha \frac{f_n}{S}$$

ямаса

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha p_n \quad (2)$$

формуласына ийе боламыз. Бул формуладағы стержень соғылған материалдын ғазелли болған α коэффициентин *серпимлилик коэффициентин* деп атайды.

α серпимлилик коэффициентин менен бир қатарда оған кери болған шамадан да пайдаланады:

$$E = \frac{1}{\alpha}. \quad (4)$$

Бул шаманы *серпимлилик модули* ямаса *Юнг модули* деп атайды. (2)-аңлатпаға α ниң орнына Юнг модули E ни қойып

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{E} p_n \quad (2a)$$

формуласына ийе боламыз.

(2)- хәм (2a) формулаларынан мыналарға ийе боламыз

$$\alpha = \frac{\Delta L/L}{p_n}, E = \frac{p_n}{\Delta L/L}. \quad (4)$$

Бул формулалардан мынадай жуўмақлар шығарамыз: α серпимлилик коэффициентин кернеў p_n ниң бир бирлигине сәйкес келетуғын $\Delta L/L$ салыстырмалы ұзайыў болып табылады; E Юнг модули сан жағынан $\Delta L/L$ салыстырмалы ұзайыўдың бир бирлигине

сәйкес келетуғын кернеу p_n ның мәнісіне тең.

Салыстырмалы созылыу $\frac{\Delta L}{L} = 1$ болған жағдайда (бұндай жағдайда $\Delta L = L$) сан мәнісі бойынша Юнг модули E стерженнің ұзынлығын еки есе арттырыу үшін керек болған кернеу p_n ге тең. Бірақ, хақықатында, материаллардың басым көпшилиги еки есе созыламан дегенше үзіледі. Сонлықтан стерженге сан мәнісі бойынша Юнг модулине тең болған кернеуді түсіріуге болмайды.

Дәслепки ұзынлығы L_0 болған стерженге p_n кернеуі түсірилген болсын. Бұндай жағдайда стерженнің жаңа ұзынлығы мынаған тең болады:

$$L = L_0 + \Delta L.$$

(2)-формула бойынша

$$\Delta L = \alpha L_0 p_n$$

теңлиги орынланатуғын болғанлықтан, стерженнің жаңа ұзынлығы L мынаған тең болады:

$$L = L_0(1 + \alpha p_n). \quad (5)$$

Бұл формуладан серпимли деформациялардың шегінде стерженнің ұзынлығының p_n кернеуге байланысly сызықлы өзгеретуғынлығы көринип тур. Созғанда ямаса құсқанда сыртқы күшлер жұмыс ислейди. (2-а) формуладан стерженге хәр бир моментте түскен күштің

$$f_n = \frac{ES}{L} \cdot \Delta L$$

шамасына тең екенлиги, яғный деформация ўақытында күштің тұрақлы болып қалмайтуғынлығы, ал стерженнің ұзынлығының ΔL өзгерисине пропорционал екенлиги көринип тур. 25-параграфта биз ұсындай өзгермели күштің жұмысын анықлаған едик. Ал хәзир күштің мәнісин басқаша ұсыл менен есаплаймыз. Мейли стерженнің ұзынлығы L шамасынан $L + \Delta L$ шамасына шекем өзгеретуғын болсын. Онда исленген жұмыс мынаған тең

$$A = \bar{f}_n \Delta L$$

ге тең. Бұл теңликте $\bar{f}_n$ шамасы күштің орташа мәнісі болып табылады. ΔL созылыўға байланысly f_n күштің сызықлы түрде өзгеретуғынлығына байланысly күштің бұл орташа мәнісі $f_n = 0$ ($\Delta L = 0$ болған жағдайда) хәм $f_n = \frac{ES}{L} \cdot \Delta L$ шамаларының арифметикалық орташа мәнісіне тең, яғный

$$\bar{f}_n = \frac{1}{2} \frac{ES}{L} \cdot \Delta L,$$

ал буннан

$$A = \frac{1}{2} \frac{ES}{L} \cdot \Delta L^2$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Бұл жұмыс серпимли деформацияланған стерженнің потенциаллық энергиясын пайда етиў ұшын жумсалады:

$$E_p = \frac{1}{2} \left(\frac{ES}{L} \right) \Delta L^2 \quad (6)$$

Солай етип, серпимли деформацияланған стерженнің потенциаллық энергиясы деформацияның квадраты болған ΔL^2 шамасына пропорционал екен. Бойлық созылыў ямаса қысылыў деформациясы деформацияланатуғын стерженнің көлденең кесимлеринің өзгериси менен бирге жүреді.

Бойлық созылыўда стержень көлденең қысылыўды, ал бойлық қысылыўда көлденең кеңейиўди береді. Стерженнің жуўанлығының салыстырмалы өзгериси $\Delta d/d$ тәсир ететуғын p_n кернеуге туўры пропорционал:

$$\frac{\Delta d}{d} = \beta p_n. \quad (7)$$

β коэффициенті бойлық созылыудағы көлденең қысылыу коэффициенті деп аталады.

$$\sigma = \frac{\beta}{\alpha}$$

қатнасы Пуассон коэффициенті деп аталады. Пуассон коэффициенті үшін жазылған аңлатпаны пайдаланып, биз (7)-формулан

$$\frac{\Delta d}{d} = \alpha \sigma p_n \quad (7a)$$

түрінде жаза аламыз.

Изотроп денелердің (хәм металлдардың) көпшилиги үшін Пуассон коэффициенті өзінің санлық мәнісі бойынша $\frac{1}{4}$ ке жақын.

Жылжыу деформациясы деп аталатуғын және бир әпиұайы деформацияны қараймыз.

Жылжыу деформациясы тегисликке урынба бағытта түсірилген f_t күшинің тәсирінде жүзеге келеди (228-сүүрет). Бундай күштиң тәсирінде дененің қатламлары бир бирине салыстырғанда жылысады хәм күш түскен бетке перпендикуляр болған хәр бир физикалық ab түүрысы (яғный қатты дененің белгили болған бөлекшелери менен байланыслы болған сызық) базы бир ψ мүйешине бұрылады.

ψ мүйешинің киши мәнісі үшін

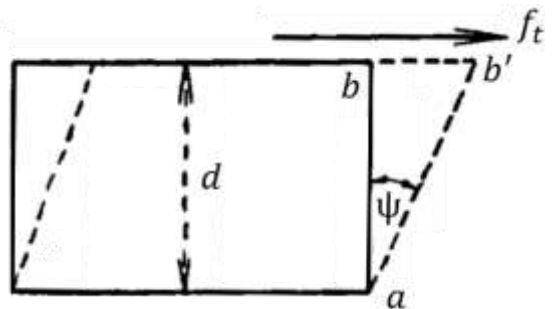
$$\psi = \frac{bb'}{d}$$

теңлигин жаза аламыз. Бул теңликте $d = ab$ дененің қалыңлығы, ал bb' - жоқарғы қатламның төменги қатламға салыстырғандағы жылжыуының абсолют мәнісі. Сонлықтан ψ мүйешинің *салыстырмалы жылжыуды* тәрийиплейтуғынлығы көринип түр хәм усыған байланыслы Гук нызамын қолланыудың шеклерінде

$$\psi = n \frac{f_t}{S} \quad (8)$$

қатнасына ийе боламыз. Бул аңлатпада n арқалы 228-сүүретте көрсетилген дененің материалындан ғәрезли болған *жылжыу коэффициенті деп аталатуғын* тұрақлы шама, ал S арқалы f_t күши тәсир ететуғын беттің майданы белгиленген.

228-сүүрет.
Жылжыу деформациясы.



$p_t = \frac{f_t}{S}$ кернеуін киргизип, (8)-формулан қайтадан көширип жазамыз:

$$\psi = n \cdot p_t. \quad (8a)$$

n ге кери болған

$$N = \frac{1}{n}$$

шамасы *жылжыу модули* деп аталады. (8-а) формулаға n жылжыу коэффициентинің орнына N жылжыу модулин киргизип

$$\psi = \frac{1}{N} \cdot p_t \quad (9)$$

формуласын аламыз.

Бир текли изотроп денелердің көпшилиги үшін N жылжыу модулинің шамасы сан

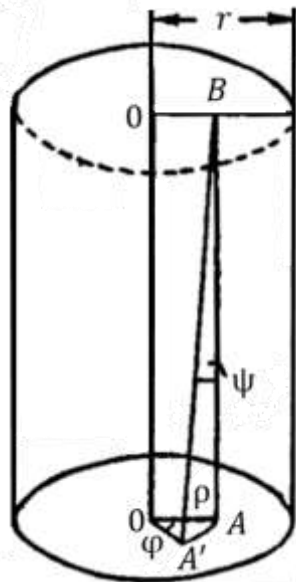
мәнісі бойынша E Юнг модулинің сан мәнісінің 0,4 ин құрайды.

Енди *буралыу деформациясын* қараймыз хәм бундай деформацияның жылжыу деформациясына алып келинетуғынлығын көреміз.

Узынлығы L шамасына тең, ал радиусы r болған тең дөңгелек цилиндр формасындағы стерженди аламыз (229-сүүрет). Мейли, стерженнің жоқарғы кесими қозғалмайтуғын етип бекитилген болсын, ал төменги бөлиmine стерженди бурайтуғын M күш моменти түсірилген болсын. Төменги кесимнің радиустарының бири бойынша түсірилген $OA = \rho$ кесиндисин қараймыз. Бурайтуғын моменттің тәсірінде OA кесиндисин φ мүйешине бурылады хәм OA' аўхалын алады. φ/L шамасы салыстырмалы деформация болады (яғный, стерженнің ұзынлығының бир бирлигиндеги буралыу мүйеши). Серпимли деформациялар шеклеринде бул φ/L шамасы бурайтуғын момент M ге түүры пропорционал:

$$\frac{\varphi}{L} = cM. \quad (10)$$

Берилген стержень ұшын c шамасы тұрақлы; хәр қыйлы стерженлер ұшын оның шамасы стержень исленген материалдан хәм стерженнің радиусынан ғәрезли. c ның мәнісин анықлау ұшын буралыу деформациясын жылжыу деформациясы менен байланыстырамыз.



229-сүүрет.
Буралыу деформациясы.

Стерженди бурғанда оның төменги ұшын жоқарғы ұшына салыстырғанда бурылады; BA түүрысы BA' түүрысының орнын ийелейди, ψ мүйеши жылжыу мүйеши болып табылады. (9)-формула бойынша жылжыу мүйеши ψ мынаған тең:

$$\psi = \frac{1}{N} \cdot p_t \quad (11)$$

Бул аңлатпада p_t арқалы A' ноқатының қасындағы беттің dS элементине түсірилген урынба кернеу (230-сүүрет), ал N арқалы жылжыу модули белгиленген.

229-сүүреттен биз мынаған ийе боламыз:

$$\psi = \frac{AA'}{L} = \frac{\varphi \cdot \rho}{L}.$$

Буннан

$$p_t = N\psi = N \cdot \frac{\varphi \cdot \rho}{L} \quad (12)$$

теңлигине ийе боламыз.

Беттің dS элементине түсірилген күш $p_t dS$ шамасына, ал оның моменти $dM = \rho p_t dS$ шамасына тең. ϑ хәм ρ поляр координаталарын киргизип (230-сүүрет) беттің элементи ұшын $dS = \rho d\rho d\vartheta$ аңлатпасын аламыз. Буннан

$$dM = p_t \rho^2 d\rho d\vartheta$$

формуласының орынлы екенлигине көз жеткеремиз. Бул формулаға p_t ның мәнісин қойып

$$dM = \frac{N\varphi}{L} \rho^3 d\rho d\vartheta$$

аңлатпасын аламыз.

Стерженнің төменгі ұшына түскен толық моментті dM шамасын радиусы r болған барлық майдан бойынша интеграллап табамыз:

$$M = \frac{N\varphi}{L} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{\rho=0}^r \rho^3 d\rho d\vartheta = \frac{\pi N r^4}{2} \cdot \frac{\varphi}{L}.$$

Бұнан

$$\varphi = \frac{2}{\pi N} \cdot \frac{L}{r^4} M \quad (13)$$

формуласына ийе боламыз.

(13)-формулань (10)-формула менен салыстырып, c үшін

$$c = \frac{2}{\pi N} \cdot \frac{1}{r^4}$$

аңлатпасын аламыз.

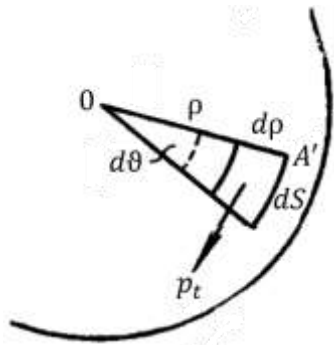
(13)-формуладан мынадай жүймақ шығарамыз: *буралыу мүйеши φ жылжыу модули N ден ғарезли хам стерженнің радиусының төртинши дәрежесине кери пропорционал.*

(13)-формулань

$$M = \frac{\pi N}{2} \cdot \frac{r^4}{L} \cdot \varphi \quad (13a)$$

түрінде көширип жазып сымды φ мүйешине бурау үшін *сымның радиусының төртинши дәрежесине тууры пропорционал хам сымның узынлығы L ге кери пропорционал момент түсириу керек болады* деген жүймаққа келемиз.

Демек, момент радиустан күшли ғарезли екен. Жұуан хам келте болған стерженлерди буруу қыйын; керисинше, жиңишке хам узын болған сымлар хатте жүдә киши моментлердің тәсиринде сезилерликтей шамаға бурылады. Бул жағдайды өлшеу әсбапларында пайдаланылатуғын жүдә сезгир болған илдирилип қойылған системаларды дәретиу үшін пайдаланады.



230-сүррет.
Беттиң dS элементине түсирилген dM моментин анықлауға.

Мысалы, киши магнит стрелкасын узын хам жиңишке сым менен илдирип қойсақ, онда сыртқы магнит майданы тәрәптен тәсир ететуғын күшлердің кишкене болған жубының мәнисин ұсы жүп күшлер тәсир еткенде сымның қанша мүйешке бурылғанлығы бойынша анықлау мүмкин; сымның буралыу мүйеши ұсы сымға бекитилген кишкене айнада шағылысқан жақтылық нурының ауысыуы бойынша анықланады. Мысал ретинде узынлығы 5 см хам радиусы 0,02 мм болған сымда 10' мүйешке буруу үшін керек болған күшлердің моментин табайық. Сымның материалының жылжыу модулин 6000 кг/мм^2 шамасына тең деп есаплайық.

Мәселени шешиу үшін (13-а) формуласынан пайдаланамыз:

$$M = \frac{\pi N}{2} \cdot \frac{r^4}{L} \cdot \varphi = \frac{3,14 \cdot 6000}{2} \cdot \frac{0,02^4}{50} \cdot 0,0029 \text{ кГ} \cdot \text{мм} = 8,74 \cdot 10^{-8} \text{ кГ} \cdot \text{мм}.$$

Алынған жууапты Г·см ге айландырып,

$$M = 8,74 \cdot 10^{-6} \text{ Г} \cdot \text{см}$$

шамасына ийе боламыз. Демек, 1 см болған ийинге түсирилген шама менен 10^{-2} мГ болған күштиң моментин жоқарыда айтып өтилген сымды 10' мүйешке бурай алады екен.

Жиңишке сабақ пенен илдирилген инерция моменти I болған ab денесинің меншикли тербеліслерін де қараймыз (231-сүрет). Сабақтың өзінің инерция моментін жүдә киши деп есаплаймыз хәм сонлықтан оны есапқа алмаўға болады

35-параграфта айтылып өтилгениндей, денениң мүйешлик тезлениўи β мынаған тең:

$$\beta = \frac{M}{I}. \quad (14)$$

Бул теңликте M арқалы денеге түсірилген күшлердің моменти белгиленген. Екинши тәрәптен, β мүйешлик тезлениўи буралыў мүйеши φ ден ўақыт бойынша алынған екинши тәртипте тўўынды болып табылады: ўақыт бойынша алынған екинши тәртипте тўўындыны φ хәрипиниң үстине еки нокат қойыў арқалы белгилеймиз. Бундай жағдайда $\beta = \ddot{\varphi}$ теңлигин аламыз. Денеге түсірилген күшлердің моменти M сабаққа түсірилген моментке тең, бирақ қарама-қарсы бағытланған. Буннан (13а) формула бойынша:

$$M = -D\varphi$$

теңлемесін аламыз. $D = \frac{\pi N}{2} \cdot \frac{r^4}{L}$ шамасын берілген сабақтың буралыў модули деп атаўға болады. β менен M шамасының мәніслерін (14)-аңдатпаға қойып,

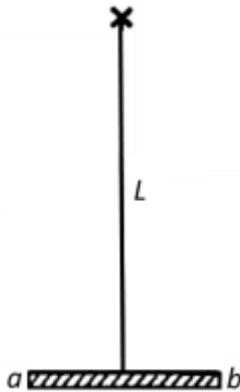
$$\ddot{\varphi} = -\frac{D}{I}\varphi$$

түріндеги дифференциаллық теңлемесіне ийе боламыз. 97-параграфта бундай дифференциаллық теңлемениң шешиминің дәўири

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \quad (15)$$

болған гармоникалық теңлеме екенлиги көрсетиледи.

Солай етип, сабаққа илдирилген денениң тербелісі толығы менен инерция менен сабақтың буралыў модули бойынша анықланады екен.



231-сүрет.

L сабағына илдирилген ab стержени.

Тербелістің кинетикалық энергиясы E_k мынаған тең:

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}I\dot{\varphi}^2.$$

Кинетикалық энергияның шамасы тұрақлы болып қалмайды, бирақ оның мәнісі тең салмақлық орны арқалы өткенде максимум мәнісіне жетеди хәм денениң ең үлкен аўысыў орнында нолге тең болады (112-параграфта айтылғанлар менен салыстырыңыз).

Потенциаллық энергия E_p ны 39-параграфтағы (2)-формуладан пайдаланып анықлаймыз. Бул формула бойынша денени φ мүйешине бурыў ушын

$$A = M\varphi \quad (16)$$

жұмысын іслеў керек.

Сабақты бұрағанда күшлердің моменти тұрақлы емес, ал φ мүйешинен ғәрезли. Сонлықтан (16)-формуладағы M хәққында гәп етилгенде оның орташа мәнісі болған $\bar{M} = \frac{1}{2}D\varphi$ шамасын түсиніў керек. Буннан $A = \bar{M}\varphi = \frac{1}{2}D\varphi^2$ формуласына ийе боламыз. Потенциал энергия E_p болса ұсы жұмысқа тең:

$$E_p = \frac{1}{2} D \varphi^2. \quad (17)$$

Дене ең үлкен мүйешке бурылғанда оның E_k кинетикалық энергиясы нолге, ал E_p потенциал энергия максималлық мәнісіне жетеді хәм толық энергия E ге тең болады.

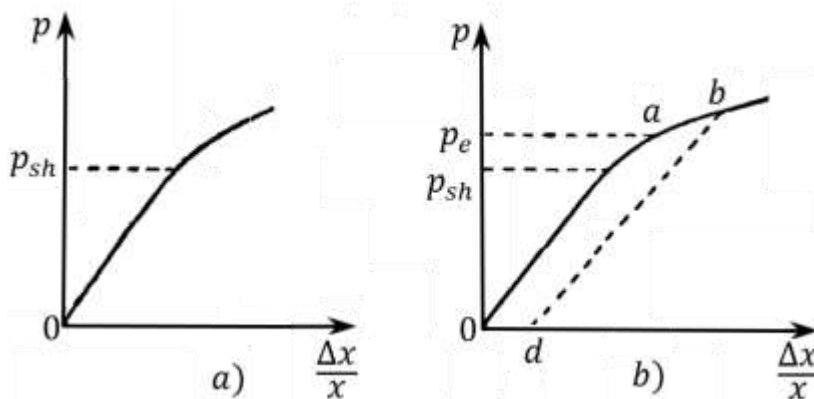
Солай етип,

$$E = E_{p_{max}} = \frac{1}{2} D \varphi_{max}^2.$$

Бул аңлатпада φ_{max} арқалы денениң бурылмалы тербелісіндегі ең үлкен бурылыў мүйешінің мәнісі белгіленген.

§ 90. Серпимлилик хәм беккемлик шеклери. Пластикалық деформациялар. Қәлеген қатты дене *Гук нызамына* бағынатуғын деформацияны тек белгили болған шекке шекем береді.

Дәлирек айтқанда, салыстырмалы деформацияның кернеўден ғәрезлиги улыўма сызықлы болмайды, бирақ $\Delta x/x$ салыстырмалы деформацияның киши мәніслерінде сызықлы нызамға сәйкес келмеў үлкен емес хәм $\Delta x/x$ шамасының үлкейіуі менен сезилерликтей бола баслайды. $\Delta x/x$ шамасының кернеў p дан ғәрезлиги 232-а сүүретте келтирилген. Үлкен кернеўлерде деформация киши кернеўлердегиге қарағанда жеңилірек жүреді. Сызықлы байланысқа сәйкес келмеўшилик басланатуғын кернеўдің $p = p_{sh}$ мәнісин *пропорционаллық шегі* деп атайды. Қатаң айтқанда, пропорционаллық шегінің анық белгили болған мәнісі болмайды. Себеби сызықлы нызамлыққа сәйкес келмеў өлшеўлердің дәллігі менен анықланады.



232-сүүрет.

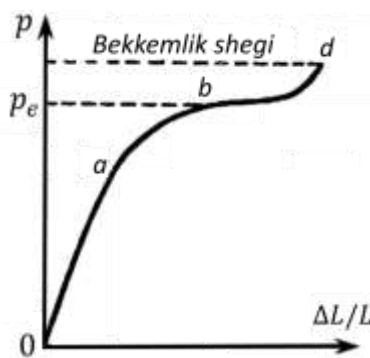
Түсірилген кернеўдің мәнісі менен қатты денениң салыстырмалы деформациясының арасындағы ғәрезлик.

Серпимли деформацияда сырттан түсірилген күшлердің тәсири тоқтағаннан кейін деформация толығы менен жоғалады, яғный дене өзінің дәслепки өлшемлеріне (бурынғы формасына) қайтып келеді. Бирақ, *серпимлилик шегі* деп аталатуғын кернеўдің мәнісінен үлкен болған кернеўдің p_e мәніслерінде деформацияның басқа типі, *пластикалық деформация* деп аталатуғын деформация басланады. Бундай деформациялар күшлердің тәсир етіуі тоқтағаннан кейін жоғалмайды. Пластикалық деформация серпимли деформациядан жеңіл өтеді. Егер пластикалық деформацияның областында жайласқан базы бир b ноқатына жеткенде кернеў p ны нолге шекем киширейтсе, онда дене $ba0$ сызығы бойынша өзінің дәслепки халына қайтып келмейді (232-*b* сүүрет). Деформацияның кемейіуі bd пунктирлик сызық бойынша сүүретленеді, дене $0d$ қалдық деформациясын сақлайды. Егер биз, мысалы, денени серпимлилик шегінен сыртқа шығып пластикалық деформация областына жетсек, онда күшлер тәсир етип болған моменттегі денениң ұзынлығы дәслепки ұзынлығынан үлкен болады: дене қалдық созылыў деформациясын сақлайды.

Кернеўдің шамасын үлкейткенде стерженнің қыйрауына жетіуіге болады; кернеўдің

сәйкес мәнісін *беккемлик шеги* деп аталады. Егер беккемлик шеги серпимлилік шегіне жақын болса, онда бұндай дене тек жүдә киші болған қалдық деформацияға ийе болады: бұндай денені *морт дене* деп атайды (мысалы, шынықтырылған полат). Үлкен пластикалық деформацияларды беретұғын денелерді "пластикалық" денелер деп аталады. Мысалы, ұсындай денелердің қатарына қорғасынлы ямаса цинкли сымлар киреди. Оларда әдеуір үлкен пластикалық хәм қалдық деформациялар орын алады.

Ғақықый қатты денелер ұшын салыстырмалы деформацияның кернеуден ғәрезлиги 232-сүўретте көрсетилген ғәрезликтен әдеуір үлкен айырмаға ийе. Ғәрезликтің өзи ҳәр бир материалдың қәсийети, оны қайта ислеўдің өзгешеликлери хәм күштиң қаншама ўақыт тәсир ететуғынлығы менен байланыслы. Бир дене қысқа ўақыт тәсир ететуғын күшлерде морт, ал хәтте жүдә киші болған, бирақ ұзақ ўақыт тәсир ететуғын күшлерде үлкен пластикалық деформацияны басынан кеширийи мүмкин. Бұндай жағдайларда бұндай денені ағыўшы дене деп те атайды.



233-сүўрет.
Темирди созыў диаграммасы.

233-сүўретте темирди созыўдың диаграммасы келтирилген. Түўры сызықлы $0a$ бөлими Гук ызамаының орынланыўына сәйкес келеди; ab бөлими еле серпимли деформацияға тийисли болса да, Гук ызамаынан аўытқыўларды береді: бұл бөлимде созылыў кернеуден тезирек үлкейеди. b нәқатынан кейин созылыў жүктің (кернеўдің) шамасын үлкейтпесе де үлкейеди. Бұл ағыў областы болып табылады. Кернеўдің мәнісинің бұннан кейинги үлкейиўинде стержень қайтадан қарсылық көрсетиў қәбилетлигине ийе болады: иймеклик жоқарыға қарай бүгиледи. d нәқаты үзилиўге сәйкес келеди (беккемлик шеги).

Ғәр қыйлы металлдардың серпимли қәсийетин тәрийиплейтуғын базы бир санлы мағлыўматларды келтиремиз.

Мысал сыпатында, XIII кестеде келтирилген мағлыўматлардан пайдаланып, кестедеги материаллардан исленген сымлар ұшын мүмкин болған ең үлкен созылыўының шамаларын есаплаймыз.

XIII кесте. Металлдардың серпимли қәсийетлери

Металл	Юнг модули, кГ/мм ²	Серпимлилік шеги, кГ/мм ²	Беккемлик шеги, кГ/мм ²
Қорғасын	1800	0,25	2
Қалайы	3000	0,34	2
Мыс (жұмсақ)	10 000	3	20
Темир (жұмсақ)	19 000	5	35
Углеродлы полат	20 000	33	75
Молибденли полат	22 000	60	150

Мүмкин болған ең үлкен серпимли созылыў болған $(\Delta L/L)_{max}$ шамасының мәнісін p_e серпимлик шегінің мәнісине тең болған кернеў пайда еткен созылыў түрінде алынады.

Бұннан 89-параграфтағы (2а) формуласы бойынша

$$\left(\frac{\Delta L}{L}\right)_{max} = \frac{p_e}{E}$$

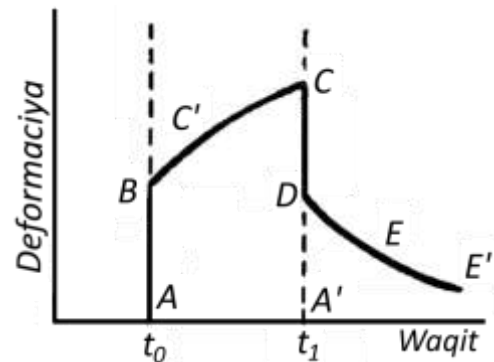
теңлигине ийе боламыз. Бұл теңликте E арқалы Юнг модули белгиленген. Бұл аңлатпаға p_e менен E ниң мәнислерин қойып, мыналарды табамыз:

Материал	$\left(\frac{\Delta L}{L}\right)_{max}$
Қалайы	0,00011
Қорғасын	0,00014
Мыс	0,00030
Темир	0,00026
Углеродлы полат	0,00165
Молибденли полат	0,00273

Солай етип, серпимли деформацияның шеклеринде қалайыдан соғынған сымды өзиниң дәслепки ұшынлығынан 0,01 % ке созыўға, ал молибден полаттан соғылған сымды 0,3 % ке ғана созыўға болады.

Хақыйқый қатты денелер Гук нызамы менен де, биз жоқарыда көрген әпиўайы схема менен де есапқа алынбайтуғын деформацияның ўақыттан ғәрезлигине ийе болады. Улыўма айтқанда, күштиң тәсири басланғаннан кейин деформация бирден толығы менен жүзеге келмейди ҳәм күштиң тәсир етиўи тоқтағаннан кейин деформация бирден толығы менен жоқ болмайды: деформацияның бир бөлими қалады ҳәм ол ўақыттың өтиўи менен әстелик жоғалады. Серпимли деформацияның ўақыттан ғәрезлиги схема түринде 234-сүүретте көрсетилген. Егер t_0 ўақыт моментинде денеге күш тәсир ете басласа, онда басланғыш серпимли деформация AB жүдә тез жүзеге келеди, буннан кейин орнаған тұрақлы f күшиниң тәсиринде деформация ўақыттың өтиўи менен әстелик пенен BCC' иймеклиги бойынша үлкейе баслайды. Егер t_1 ўақыт моментинде күштиң тәсир етиўи тоқтаса, онда деформация дәслеп AB шамасына тең болған CD шамасына киширейеди, ал оннан кейин DEE' иймеклиги бойлап әстелик пенен киширейеди. Солай етип, күш тәсир етип болғаннан кейин тек әстелик пенен киширейететуғын $A'D$ қалдық деформациясы сақланады; дене әстелик пенен өзиниң формасын тиклейди. Бұл қубылысты *серпимли кейинги тәсир* деп атайды.

234-сүүрет.
Деформацияның күштиң тәсир етиў
ўақытынан ғәрезлиги.



Серпимли кейинги тәсирди резина найды созғанда аңсат бақлаўға болады. Узын резина най вертикаль бағытта илдириледі. Найдың төменги ұшына базы бир ўақыт даўамында P жүги бекитилип қойылады ҳәм бұл жүк найды ΔL шамасына созады. P жүгин алғаннан кейин резина най қайтадан қысқарады. Бирақ, қысқарыўдың мәниси $\Delta L'$ созыў ΔL диң мәнисинен киши болады (яғный $\Delta L' < \Delta L$ теңсизлиги орын алады). Сезилерликтей $\Delta \delta = \Delta L - \Delta L'$ шамадағы созылыў қалады ҳәм ол да әстелик пенен (онлаған минутлардың ишинде) жоғалады.

Көп санлы қатты денелер ушын деформацияның $BC'C$ бөлими қайтымлы емес пластикалық характерге ийе. Бундай денелер әззи, бирақ узақ ўақыт тәсир ететуғын күшлер

тәсир еткенде сұйық дененің қасиетін көрсетеді. Бірақ, үлкен хәм қысқа ұақыт тәсир ететұғын күшлерге қатнасы бойынша морт қасиетке ийе. Мысалы, муз ямаса вар (қайнатылған қара май) күшлердің ұзақ ұақыт тәсир етиуінің нәтижесінде ағады, ал қысқа ұақыт интенсивли күшлер тәсир еткенде аңсат сынады.

§ 91. Қатты денелердің кристаллық структурасы көз-қарасы бойынша деформацияларды түсіндириу. Монокристаллардағы серпимли қысыу менен созыу деформацияларын кристаллық пәнжерениң бар болыу көз-қарасында аңсат түсіндириуге болады. 87-параграфта көретилип өтилгениндей, кристаллық пәнжерениң тең салмақтығы ұсы пәнжерени пайда ететұғын бөлекшелердің арасында орын алатұғын тартысуу хәм ийтерисиу күшлеринің өз-ара компенсациясның жүзеге келиуі бойынша анықланады. Мысалы, ионлық пәнжере болған жағдайда, кристалды қысқанда қоңсылас ионлардың арасындағы қашықтық r_0 киширейеди. Ийтерисиу күшлеринің шамасы тартысуу күшлеринің шамасынан үлкен болады. Усының салдарынан кристалды қысатұғын сыртқы күшлерге қарсы бағытланған қосынды ийтерилис күши пайда болады. Ионлар өзлеринің тең салмақтық орынларынан қанша көбирек шығарылған болса, яғнай деформация қаншама үлкен болса, ийтериу күшинің шамасы да соншама үлкен болады. Сыртқы күшлердің тәсири тоқтағаннан кейин пәнжере даслепки түрине қайтып келеди. Бул кристалдың деформациясының жоғалғанлығын аңғартады. Тап дәл сол сыяқты, кристалды созғанда ионлардың арасындағы қашықтық r_0 үлкейеди, тартысуу күши истериу күшинен үлкен болады, кристалл тутасы менен сыртқы созыушы кернеуге қарсылық жасайды.

Кристаллық пәнжерелер теориясы NaCl типіндеги ионлық кристаллар ұшын хәр тәреплеме (барлық тәреплер бойынша) қысуу коэффициентлерин есаплауға мүмкиншилик береді. XIV кестеде бир қатар кристаллар ұшын барлық тәреплер бойынша қысуу коэффициентлери γ ның мәнислеринің тәжирийбелерде алынған хәм теориялық мәнислери келтирилген.

Бул кестеде γ ның мәнислерин SGS-системада берилген. Көринип турғанындай, есапланған хәм бақлауларда алынған нәтижелер арасында жақсы сәйкеслик бар.

XIV кесте. Барлық тәреплер бойынша қысылуу коэффициенти γ ның есаплау жолы менен хәм тәжирийбелерде алынған мәнислери

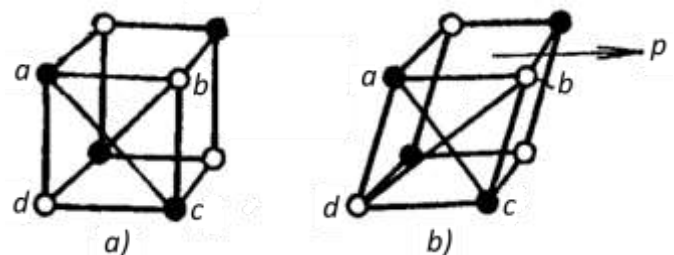
Кристалл	$\gamma_{baql.} \cdot 10^{12}$	$\gamma_{esap.} \cdot 10^{12}$
NaCl	4,1	3,56
NaBr	5,1	4,73
NaI	6,9	6,30
KCl	5,0	5,36
KBr	6,2	6,64
KI	8,6	8,68
TlCl	4,7	4,69
TlBr	5,1	5,36
TlI	6,7	6,76

Жылжыу деформациясында пәнжерениң еңкейиуі орын алады. Ең әпиуайы ионлық кублық пәнжере болған жағдайда пәнжерениң хәр бир элементар қуты қыйсық мүйешли параллелопипедке, ac диагоналы қысқарған диагоналға, ал bd диагоналы ұзайған диагоналға айналады (235-сүүрет). Усындай өзгерислердің салдаранын a хәм c ионларының арасында ийтерилис күшлери, ал b хәм d ионлары арасында тартылыс күшлери пайда болады. Пәнжере өзинің дәслепки формасын сақлауға тырысады, ал ұсының салдарынан серпимли жылжыу деформациясы жүзеге келеди.

Жылжыуда пластикалық хәм қалдық деформациялардың пайда болыуын аңсат түсиндириуге болады. Атомлардың (ямаса ионлардың) геометриялық жақтан дұрыс жайласыуларына байланысly кристалдың кеңісliклик пәнжересинде бир бирине салыстырғанда аңсат жылжытуғын тегисликлер болады хәм ұсындай жылжыулардың салдарынан оң зарядланған ионлар қайтадан терис зарядланған ионлардың үстине келип тұрады. Бундай жағдайда ионлардың бир бирине салыстырғандағы жайласыулары ең дәслепки пәнжерередеги жайласыулардай болады хәм оларды кейин қарай жылыстырыуға бағытланған күшлер болмайды. Усы жағдай қалдық деформацияны түсиндиреди.

Биринши рет қарағанда, монокристаллардың созылғандағы қалдық деформациясын түсиндириу қыйындай болып көринеди. Ал, ҳақыйқатында, бундай деформациялар да жылжыуларға, яғный ең ақырында бир қатламның екіншиси бойлап жылжыуына алып келинеди.

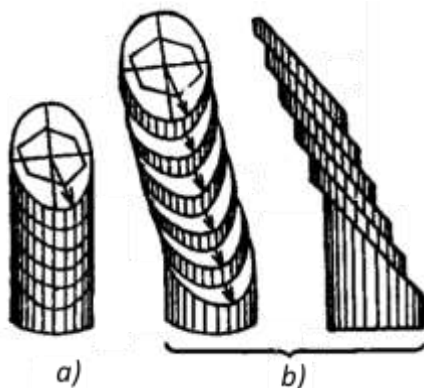
235-сүүрет.
Жылжыу деформациясындағы
пәнжерениң қыйсайыуы.



Монокристалдан кесип алынған стерженди көз алдымызға келтирейик. Бул жағдайда атомлық қатламлардың бир бирине салыстырғандағы сырғанауы 236-а сүүретте көрсетилгендей стерженнің көшерине қыя бағытта жүзеге келетуғындай болсын. Бундай стержень белгили мәнисте бир бириниң үстине қойылған монеталарға усайды. Стерженди созғанда қыя жайласқан тегисликлер бойынша сырғанау орын алады, нәтийжеде стрежень созылады (236-б сүүрет) хәм ұсыған сәйкес қалдық созылыу деформациясын береди. Усының менен бирге стерженнің формасы да өзгериске ушырайды: оның кесими дөңгелек формадан эллипс тәризли формаға өзгереди. Цинк монокристалларынан соғылған стерженлерди созыу бойынша өткерилген тәжирийбелерде дөңгелек кесимнің сопақ формаға ийе кесимге айланатуғынлығын көрсетти.

Дәслеп тегис болған ұсындай цинк таяқшаларының бети текше-текше болып қалады.

Бул мағлыұматлардың барлығы қалдық созыу деформациясының кристалдың бөлимлериниң белгили болған тегисликлер бойынша сырғынайтуғынлығын тастыйықлайды.



236-сүүрет.
Монокристалдан кесип алынған
стерженди созғанда биригиу тегисликлери
бойынша жылжыулар.

Кристаллық пәнжерелер теориясы кристаллардың беккемлиги есаплауға мүмкиншилик береди. Бирақ монокристаллар ұшын есаплау жолы менен алынған

беккемлик шегинің мәнісін тәжірийбелерде алынған нәтижелерден әдеуір үлкен болып шығады. Мысалы, тас дузы үшін беккемлик шегинің теориялық мәнісін 200 кг/мм^2 шамасына жақын. Бул кесе-кесімнің майданы 1 мм^2 болған тас дузынан исленген стерженди үзіу үшін 200 кг/мм^2 күш түсіріу керек дегенди аңғартады. Ал, хақыйқатында тас дузынан кесип алынған стерженлерди үзіу үшін $\frac{1}{2} \text{ кг/мм}^2$ кернеу жеткиликлі. Солай етип, экспериментте алынған шама теориялық есаплау жолы менен алынған шамадан төрт жүз есе киши болып шыққан. Бундай оғада үлкен айырма кристаллық пәнжерениң дұрыс емеслиги бойынша емес, ал есаплаудың идеал пәнжере үшін исленгенлиги менен байланыслы. Идеал болған пәнжере дұрыс бир текли пәнжере болып табылады; ал хәр бир хақыйқый кристалл көп санлы дефектлерге ийе: оларда пәнжерениң дұрыс структурасы бузылған орынлар көп. Дефектлерди хәм олардың әтирапындағы шараятлар кристалдың ишиндеги шараятлар менен бирдей емес. Үлкен орынды кристалдың бетиндеги жарықлар ийелейди: бетте жарықлар пайда болғанда оның әтирапында үлкен кернеулерди пайда етеди. Нәтижеде, жарықлардың шети кристалдың ишине және де киреди хәм бул барлық кристалдың үзилиуіне алып келеди. Беттеги жарықларды жоқ қылу үшін А. Ф. Иоффе тас дузының таяқшасын алған хәм оған киши салмақтағы жүк илдирип (таяқшаның үзилип кетпеуі үшін) оны жыллы сұйға салған. Бул жыллы сұйда дуздың ериуі орын алған. Бетлик қатлам еригенде онда болған бузықлықтар жоғалған, ал ериу үзликсиз дауам еткенликтен жаңа жарықлардың пайда болуы орын алмаған. Таяқшаның ериуінің барысында ол жүдә жиішкерген хәм оған илдирилген жүктің салмақ күшінің тәсиринде ол үзілген. Үзилиу орын алған моменттеги таяқшаның кесе-кесімінің майданы хәм илдирилген жүктің шамасы бойынша беккемлик шегинің мәнісін анықланған хәм ол тас дузы кристалларының әдеттеги беккемлик шегинен әдеуір үлкен болған. Айырым жағдайларда Иоффе үзилиуді тек 160 кг/мм^2 кернеуде, яғнай әдеттеги беккемлик шегинен үш жүз есе үлкен кернеуде бақлаған. Мүмкін, Иоффениң тәжірийбелеринде сұйдың тұтқан орны бетлик жарықларды жоқ қылу менен шекленбейтуғын шығар хәм құрамалы характерге ийе болуы мүмкін. Бирақ, сондай жағдайға қарамастан, Иоффениң тәжірийбелери монокристаллардың беккемлигин теориялық есаплауларда алынған нәтижелерге жақын болатуғынлығының мүмкін екенлигин көрсетеди.

Кристаллардың әмелий беккемлиги олардың теориялық беккемлигинен жүзлеген есе киши. Хақыйқый кристаллардың пәнжереси идеаллық пәнжеренен өзгешеликке ийе. Хақыйқый пәнжерелерде ишки дефектлер болады: бөлекшелер менен ийеленбеген бос орынлардың болуы хәм тәртіптің жергиликті бузылуы. Беттеги хәм пәнжерениң ишиндеги жүдә аз санлы дефектлер барлық кристалдың үзилиуіне алып келеди.

Әмелде поликристаллық денелер монокристалларға салыстырғанда беккемлеу болады. Поликристаллардың механикалық қасиетлери (металлардың көпшилиги поликристаллар болып табылады) айырым кристаллардың формасы хәм олар арасындағы биригип тұру күшлеринен ғарезли. Кристаллық денелер тұратуғын айырым киши кристаллардың формаларының өзгерислери хәм олардың бир бирине салыстырғандағы жайласулардың өзгерислери пүтинлей алынған барлық қатты денениң механикалық қасиетлеринің әдеуір өзгеріуін тәмийинлейди.

Поликристаллардың құрамындағы киши кристаллардың формасының хәм бир бирине салыстырғандағы жайласуларының өзгеріулери тийкарында металлардың прокатқадағы, шынықтырыудағы хәм басқа да салқын хәм ыссы қайта ислеулердеги механикалық қасиетлеринің өзгерислери түсиндириледі.

§ 92. Қатты денелердеги жыллылық қозғалыслары. Қатты денелердің кеңейіуі. Кристаллық қатты денениң кеңісликлик пәнжереси құрылған хәр бир бөлекше (атом ямаса ион) өзіннің тең салмақтық орнының дөгерегинде тербеледи. Бул тербеліслердің энергиясынан қатты денениң ишки энергиясы ибарат болады. Солай етип, қатты денедеги

бөлекшелердің жыллылық қозғалысы өзінің характери бойынша газлер менен сұйықлықтардағы бөлекшелердің қозғалысынан өзгеше болады. Газлерде айырым молекулалар еркін ұшады, бір бири менен тек серпимли түрде соқлығысады; ұсы жағдайдың жәрдемінде газлердеги диффузияның үлкен тезликте жүретуғынлығы түсіндириледі. Сұйықлықтарда болса молекулалар өзлеринің тәртипсиз қозғалысларында қоңсылас молекулалар менен үзликсиз соқлығысады. Олар бир орынның этираптында бир бири менен "ийтериседи" хәм 78-паргаграфта көрсетилгендей, тек әстелик пенен орын алмастырады. Сұйықлықтарда диффузия қубылысы бар, бирақ бул қубылыс газлердегиге қарағанда әдеүйр әстелик пенен жүреді. Қатты денениң кристаллық пәнжересінде хәр бир бөлекше (атом ямаса ион) өзінің белгили болған тең салмақлық орнына ийе. Ұсы орынның этирапында бөлекше тербеледі. Ұсының менен бирге, қатты денеде де бөлекше бир орыннан екінши орынға өте алады; бирақ бундай өтиўлер жеткиликли дәрежеде әстелик пенен жүреді. Бир бири менен тийисип тұрған металдың бир бирине сиңиўин бақлаў ушын оғада жуқа бақлаўларды өткерийге тўўры келеді. Соның менен бирге бундай өтиўлер тек денелер бир бири менен жүдә ұзақ ўақытлар тийисип тұрған жағдайларда ғана бақланады.

Қатты денениң температурасы жоқарылағанда бөлекшелердің тең салмақлық орынларынан аўысыўының шамасы үлкейеді. Бул қатты денениң жыллылық кеңейиўине алып келеді.

0^0 температурадағы денениң ұзынлығын L_0 арқалы белгилеп, t температурасына шекем қыздырғанда оның ұзынлығын ΔL шамасына шекем үлкейеді деп есаплап, мынадай теңликти аламыз:

$$\Delta L = aL_0t. \quad (1)$$

Бул теңликте a арқалы қатты денениң жыллылық кеңейиўи коэффициентин белгиленген. Буннан денениң t температурасындағы ұзынлығы L_t ушын мынадай теңликти аламыз:

$$L_t = L_0(1 + at). \quad (2)$$

яғный, денениң ұзынлығы температураға ғәрезли сызықлы түрде өзгереді екен. Ал, ҳақыйқатында бул қатнас толық дәл орынланбайды, жыллылық кеңейиўи коэффициентин a температурадан ғәрезли (44-парарграфта айтылғанлар менен салыстырыңыз). Бирақ, көп санлы әмелий мақсетлерде a коэффициентин тұрақлы деп есаплаўға болады. Қатты денелер ушын сызықлы кеңейиўи коэффициентиниң мәниси киши хәм 10^{-5} хәм 10^{-6} $1/град$ шамасының этирапында.

Нәтийжеде денениң көлеми де температураға байланысly сызықлы түрде өзгереді. Қабырғасының ұзынлығы L_0 болған кубты көз алдымызға келтиремиз хәм оның дәслепки көлемин L_0^3 арқалы белгилеймиз. Бундай жағдайда t температурасындағы көлем

$$V = L_0^3(1 + at)^3 = V_0(1 + at)^3$$

шамасына тең болады. $(1 + at)$ шамасын кубқа көтерип хәм a^2 хәм a^3 шамаларына ийе ағзаларды (олар киши шамалар болғанлықтан) есапқа алмасақ,

$$V = V_0(1 + 3at)$$

теңлигине ийе боламыз. $3a$ ны b арқалы белгилесек, онда

$$V = V_0(1 + bt) \quad (3)$$

формуласына ийе боламыз. b коэффициентин қатты денениң көлемлик жыллылық кеңейиўи коэффициентин деп аталады. Келтирилген есаплаўлардан b коэффициентиниң сызықлы кеңейиўи коэффициентинен үш есе үлкен екенлиги келип шығады.

Анизотроп кристаллар ушын сызықлы кеңейиўи коэффициентин a ның мәниси хәр қыйлы бағытларда хәр қыйлы. Кристалларды қыздырғанда олар кеңейип, өзине ұсамай қалады: ол өзінің формасын өзгертеді. Кристалдың жыллылық кеңейиўинде базы бир физикалық тўўры (яғный қатты денениң белгили бөлекшелери менен байланысly болған сызық)

жыллылық кеңейіуінің салдарынан бұрынғыдай түйрі сызық болып қалмайды. Бирақ, хәр бир кристалда сондай бағытлар болады, ұсындай бағытлардағы физикалық түйрі жыллылық кеңейіуінде бұрынғыдай түйрі болып қала береді. Бұндай бағытларды *кристаллографиялық көшерлер* деп атайды. Ұсындай кристаллографиялық көшерлердің бағытындағы жыллылық кеңейіуі коэффициентлерінің мәнісін *бас мәніс* деп атайды. Ұлыұма жағдайда кристаллар үш көшерге ие хәм сонлықтан үш дана бас жыллылық кеңейіуі коэффициентлери бар болып, оларды a_1 , a_2 хәм a_3 арқалы белгилейди. Айырым системалардағы кристаллар ұшын бұл бағытлар бир бирине перпендикуляр.

Бир бирине перпендикуляр көшерлерге ие болған кристалдан кесип алынған параллелопипедти көз алдымызға келтирейик. 0°C температурада оның қабырғаларының ұзынлығы L_{01} , L_{02} хәм L_{03} ке тең болсын. Бұл параллелопипедтің көлеми $V_0 = L_{01}L_{02}L_{03}$ шамасына тең болады. t температурасына шекем қыздырғанда қабырғалар мынадай мәніслерге ие болады:

$$L_1 = L_{01}(1 + a_1t), L_2 = L_{02}(1 + a_2t), L_3 = L_{03}(1 + a_3t).$$

Параллелопипедтің жаңа көлеми мынаған тең болады:

$$V = V_0(1 + a_1t)(1 + a_2t)(1 + a_3t).$$

Қаўсырмаларды бир бирине көбейтип хәм a_1 , a_2 хәм a_3 шамаларының көбеймелери бар ағзаларды есапқа алмаған жағдайда жуўық түрдеги

$$V = V_0[1 + (a_1 + a_2 + a_3)t]$$

формуласын аламыз.

Екинши тәрептен

$$V = V_0(1 + bt)$$

формуласы орынлы деп болжай аламыз. Бұл теңликте b арқалы кристалдың көлемлик кеңейіу коэффициенті белгиленген. Соңғы еки формуланы бир бири менен салыстырып, мынадай формуланы аламыз:

$$b = a_1 + a_2 + a_3. \quad (4)$$

Солай етип, кристалдың көлемлик кеңейіу коэффициенті оның бас сызықлы кеңейіу коэффициентлерінің қосындысана тең екен. Изотроп дене ұшын $a_1 + a_2 + a_3 = a$ хәм (4)-аңлатпадан биз қайтадан $b = 3a$ қатнасына ие боламыз.

Қатты денелерди қыздырғанда олар еркин кеңейе алмаса, онда үлкен механикалық кернеўлер пайда болады. Ұсындай кернеўлерди баҳалаў ұшын төмендегидей есаплаўларды өткеремиз. Мейли, ұзынлығы L_0 болған стержень 0° тен t° қа шекем қыздырғанда

$$\Delta L = aL_0t$$

шамасына ұзайған болсын. Бұл теңликте a арқалы материалдың сызықлы кеңейіу коэффициенті белгиленген. Стерженди кери бағытта ΔL шамаға қысқартыў ұшын оған 89-параграфта (2-а) формула менен анықланатуғын p_n кернеўін түсириў керек:

$$\Delta L = \frac{1}{E} L_0 p_n.$$

Бұл аңлатпада E арқалы стерженнің материалының Юнг модули белгиленген. ΔL шамасының еки мәнісін бир бири менен теңлестірип

$$\frac{1}{E} L_0 p_n = aL_0t$$

теңлемесін, ал бұл теңлемеден

$$p_n = aEt$$

формуласын аламыз.

Мысалы, темир ұшын $a \cong 1 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$ хәм $E \cong 2 \cdot 10^4 \text{ kG/mm}^2$. Бұннан температура $t = 1^\circ\text{C}$ шамасына көтерілгенде стерженнің жыллылық кеңейіуін компенсациялаў ұшын оған

$$p_n \cong 1 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 10^4 \frac{\text{kG}}{\text{mm}^2} = 0,2 \frac{\text{kG}}{\text{mm}^2} = 20 \frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}$$

кернеуін түсирий керек екен.

Қыздырғанда ұсындай кернеулердің пайда болатуғынлығын құрылыс техникасында есапқа алыуға туюры келеди. Бундай кернеулердің пайда болуынан қутылуы ушын темир жоллардағы рельслердің арасында бос аралық қалдырылады, көпирлердің хам басқа да дүзилердің ушларының барлығын ушларын қозғалмайтуғын етип бекитпейди, ал дөңгелеклердің үстінде жайластырады х.т.б.

Хәр қыйлы материалларды тутастырғанда кеңейиу коэффициентиниң хәр қыйлы болуы менен байланыслы кернеулердің пайда болуын дыққатқа алыу керек болады.

§ 93. Қатты денелердің жыллылық сыйымлығы. Қатты денениң ишки энергиясының запасы бөлекшелердің тербелис энергияларынан хам олардың бир бири менен тәсир етисиуине сәйкес келетуғын потенциаллық энергияларынан тұрады. Улыума айтқанда, кристаллық пәнжерени пайда ететуғын бөлекшелер (атомлар менен ионлар) бир биринен ғарезсиз емес, себеби олардың арасында өз-ара тәсир етисиуге сәйкес келетуғын әдеуир үлкен күшлер бар. Сонлықтан бөлекшелердің тербелислерин байланысқан тербелислер деп қарау керек. Сонлықтан пәнжеререде хәр қыйлы жийиликлердеги тербелислер жүзеге келеди хам олардың барлығының есапқа алынуы керек.

Бирақ, жеткиликли дәрежедеги жоқары температураларда тербелислердің энергиясы да үлкен болады хам бундай жағдайларда бөлекшелердің бир биринен ғарезсиз деп есаплауға болады. Бөлекшелердің хәр бири өзиниң тең салмақлық орнының әтирапында тербеледи. Бөлекшениң тербелисиниң орташа энергиясын есаплау ушын оның кинетикалық энергияға да, потенциаллық энергияға да ийе болатуғынлығын есапқа алыу керек. Энергиялардың ұсындай түрлериниң хәр бирине бирдей орташа энергия сәйкес келеди. Солай етип, бөлекшениң орташа кинетикалық энергиясын $\bar{w}_k$ арқалы белгилетуғын болсақ, онда бөлекшениң орташа энергиясының толық мәниси $\bar{w} = 2\bar{w}_k$ шамасына тең болады.

Кеңисликлик кристаллық пәнжеререде хәр бир бөлекше өзиниң тең салмақлық орнының әтирапында қәлеген бағытта тербеле алады; демек, оның v тезлигиниң вектор сыпатында берилиу керек. Буннан хәр бир бөлекшениң үш еркинлик дәрежесине ийе болатуғынлығы келип шығады ($i = 3$). Сонлықтан, орташа кинетикалық энергия $\bar{w}_k = \frac{i}{2}kT = \frac{3}{2}kT$ шамасына тең болады хам бөлекшениң толық энергиясы

$$\bar{w} = 2\bar{w}_k = 3kT$$

шамасына тең болады.

Қатты денениң бир молиниң толық ишки энергиясы болған U шамасын орташа энергияны бир молдеги бир биринен ғарезсиз болған бөлекшелердің санына көбейтиу жолы менен аламыз. Химиялық жақтан әпиуайы болған қатты денелердеги бир молдеги бир биринен ғарезсиз тербелетуғын бөлекшелердің саны N_A Авагадро санына тең⁴⁸. Сонлықтан

$$U = \bar{w}N_A = 3N_AkT = RT \quad (1)$$

теңлигине ийе боламыз. Бул теңликтеги R – газ тұрақлысы болып табылады.

Жыллылық кеңейиу киши болған қатты денелер ушын тұрақлы басым менен тұрақлы көлемдеги жыллылық сыйымлықтары әмелий жақтан бир биринен айрылмайды. Сонлықтан, буннан былай биз оларды айырмаймыз. Бундай жағдайда мынаған ийе боламыз: химиялық жақтан әпиуайы болған кристаллық қатты денениң атомлық жыллылық сыйымлығы санлық мәниси бойынша U ишки энергияның температура 1° қа көтерилгендеги өсими болып табылады хам ол (1)-формула бойынша мынаған тең:

⁴⁸ Қатты түрдеги элементлер ушын "моль" сөзи "грамм атом" сөзин аңғартады.

$$C = 3R.$$

Газ тұрақтысы $R = 2 \text{ кал/град моль}$ болғанлықтан

$$C \cong 6 \text{ кал/град} \cdot \text{mol}. \quad (2)$$

шамасына тең. Яғный, жеткиликли жоқары температураларда барлық химиялық жақтан әпиұайы болған кристаллық қатты денелердің атомлық жыллылық сыйымлығы 6 кал/град моль шамасына тең болады. Бұл тастыйықлау Дюлонг хәм Пти нызамы деп аталады.

Енди Дюлонг хәм Пти нызамының орынланыуы үшін берилген дене үшін қандай температураларды жеткиликли дәрежедегі жоқары температуралар деп есаплауға болатуғынлығын анықлап алыу керек болады. Әлбетте, бұл мәселени шешиу үшін кристалдағы бир бири менен тәсир етисетуғын бөлекшелердің тербелислеринің характерин майда-шүйдесине шекем қалдырмай таллау керек. Дюлонг хәм Птидің өзлери нызамды өжире температураларында бир қатар қатты денелер үшін алынған эмперикалық мағлыұматлардың тийкарында ашқан.

XV кесте базы бир химиялық жақтан әпиұайы болған қатты денелердің атомлық жыллылық сыймлықларының мәнислерин береді.

XV кесте. Элементлердің қатты халындағы атомлық жыллылық сыйымлықтары

Зат	Атомлық жыллылық сыйымлығы C
Алюминий, Al	6,14
Алмаз, C	1,35
Темир, Fe	6,36
Алтын, Au	6,36
Кадмий, Cd	6,11
Кремний, Si	4,67
Мыс, Cu	5,91
Қалайы, Sn	6,63
Платина, Pt	6,29
Гүмис, Ag	6,13
Цинк, Zn	6,10
Бор, B	2,51

Кестеде келтирилген затлардың көпшилигі үшін (Al, Fe, Au, Cd х.т.б.) атомлық жыллылық сыйымлығының $6 \text{ кал/град} \cdot \text{моль}$ шамасына жақын екенлігі, яғный олар үшін атомлардың бир биринен ғәрезсиз түрдегі тербелиуі үшін өжире температурасының жеткиликли дәрежеде жоқары екенлігі көринип тұр; бұл денелер үшін Дюлонг хәм Пти нызамы орынланады. Алмаз, кремний хәм бор үшін өжире температураларында атомлық жыллылық сыйымлығы 6 кал/град/моль шамасынан әдеуір киши. Бұл жағдайдан сол алмаз, кремний хәм бор сыяқлы кристаллардың пәнжерелеріндегі атомлардың тербелислерин бир биринен ғәрезсиз деп есаплауға болмайтуғынлығын көрсетеді. 985°C температурада алмаздың жыллылық сыйымлығы $5,52 \text{ кал/град} \cdot \text{моль}$ шамасына шекем үлкейеді, яғный күтилген 6 мәнисине жақынлайды.

Химиялық жақтан құрамалы затлардың көп санлы кристаллары ионлық характерге ийе. Бундай кристалларда берилген заттың айырым молекулаларын айырып алыуға болмайды (заттың газ халында айырып алыуға болар еди). Берилген заттың газинің молекуласына киретуғын барлық атомлар кристаллық пәнжеререде ионлар түрінде дұрыс түрде гезеклесип жайласады. Буннан кристаллық халда берилген заттың бир молин пайда ететуғын бөлекшелердің саны усы заттың бир молиндегі атомлардың санына тең екенлігі келип

шығады. Мысалы, газ тәрізлі хлорлы натрийдың бір молинде Авагадро саны N_A ға тең NaCl молекулалары болады. Тас дузының кристаллында пәнжерениң түйинлерінде жайласқан Na^+ хәм Cl^- ионларына ийе боламыз (223-сүўрет). Олардың улыўмалық саны (биргеликте алынған Na^+ хәм Cl^- ионлары) $2N_A$ шамасына тең. Бурынғыдай, пәнжереве хәр бир ионға $\bar{w} = 2 \cdot \frac{i}{2} \cdot kT$ орташа энергиясы сәйкес келеди деп есаплап, кристаллық тас дузының моллик жыллылық сыйымлығының

$$C = 2 \cdot \frac{i}{2} \cdot kT \cdot 2N_A = 6kN_A = 6R$$

шамасына, яғный жуўықлағанда $12 \text{ кал/град} \cdot \text{моль}$ ге тең болатуғынлығын аламыз. Атомлар пәнжереве нейтраль болып қалатуғын хәм бир биринен ғәрезсиз тербелетуғын жағдайда да тап ұсындай таллаўлар дұрыс. Буннан қатты халдағы барлық еки атомлық бирикпелердин моллик жыллылық сыйымлығының $12 \text{ кал/град} \cdot \text{моль}$ шамасына тең болыўының керек екенлиги келип шығады. Тап ұсындай жоллар менен үш атомлы бирикпелер $18 \text{ кал/град} \cdot \text{моль}$, ал төрт атомлы бирикпелердин шама менен $24 \text{ кал/град} \cdot \text{моль}$ шамасына тең болатуғынлығын көремиз.

Бул жуўмақ эмпирикалық жоллар менен ашылған *Джоуль хәм Копп ызамаына* сәйкес келеди. Бул ызам бойынша *қатты бирикпелердин моллик жыллылық сыйымлығы* *усы бирикпелердин қурамына киретуғын элементлердин атомлық жыллылық сыйымлықларының қосындысына тең*.

Джоуль хәм Копп ызамаы бөлекшелердин тербелислерин бир биринен ғәрезсиз деп есаплаўға болатуғын жоқары температураларда ғана дұрыс.

XVI кесте бир қатар бирикпелер ұшын өжире температураларында Джоуль хәм Копп ызамаының жеткиликли дәрежеде жақсы орынланатуғынлығы көринип тур.

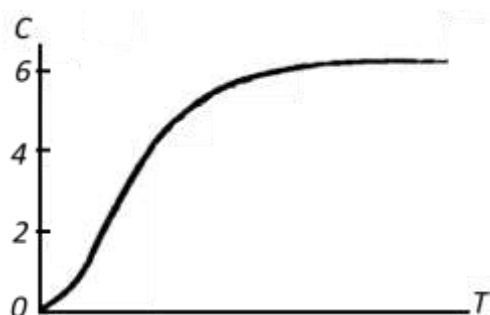
XVI кесте. Қатты бирикпелердин моллик жыллылық сыйымлығы

Зат	Моллик жыллылық сыйымлығы C
CuO	11,3
NaCl	12,1
CaCl_2	18,2
BaCl_2	18,6
KNO_3	24,1

Температураның төменлеўи менен барлық қатты денелердин жыллылық сыйымлықлары киширейеди. Жыллылық сыйымлығының температураға байланыслы киширейиўи 237-сүўретте келтирилген. *Температура абсолют нолге умтылғанда барлық қатты денелердин жыллылық сыйымлығы нолге умтылады*. Қатты денелердин жүдә төменги температуралардағы жүрисин тек квантлық механиканың тийкарында түсиндириўге болады.

237-сүўрет.

Қатты денениң жыллылық сыйымлығының температураға байланыслы өзгериўи.



49-параграфта биз квантлық механика бойынша айырым бөлекшелердің энергиясының тек секирмели түрде өзгеретуғынлығын атап өттік. Бұл атомлардың (ямаса ионлардың) тербелістерінің энергиясына да тийіс. Пәнжерде тербеліп тұрған бөлекшелінің энергиясының секирмели түрде өзгерісінің порциясы $h\nu$ шамасына тең (h арқалы $6,6 \cdot 10^{-27}$ эрг·сек шамасына тең Планк тұрақтысы, ал ν арқалы бөлекшелінің тербелісінің жиілігі белгіленген). Бір еркінлік дәрежесіне сәйкес келетуғын $\frac{1}{2} kT$ энергиясының мәнісі $h\nu$ дың мәнісінен үлкен болатуғын температураларда бөлекшелердің тербелістерінің энергиясын температура T ға байланысты үздіксіз өзгереді деп есеплеуға болады. Ал, $\frac{1}{2} kT$ шамасының мәнісі $h\nu$ энергиясының шамасы менен барабар болатуғын төменгі температураларда болса, есеплеулерді квантлық механиканың тийкарында жүргізіу керек болады. Бөлекшелердің кристаллық пәнжердегі тербелістерінің жиілігі 10^{12} сек⁻¹ шамасына барабар. Буннан

$$\frac{1}{2} kT < h\nu$$

теңсізлігінен жыллылық сыйымлығын есеплеудың классикалық ұсылының

$$T > \frac{2 \cdot 6,6 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{12}}{1,4 \cdot 10^{-16}} K \cong 100 K$$

шартин қанаатландыратуғын температураларда дұрыс нәтиже беретуғынлығын көреміз.

Солай етип, өжире температуралары үшін ($t = 300 K$) жыллылық сыйымлығын есеплеудың классикалық ұсылын пайдаланыуға болады. Ал $-200^\circ C$ температуралар үшін жыллылық сыйымлығын квантлық теория бойынша есеплеу зәрүр.

Қатты денелердің жыллылық сыйымлығының квантлық теориясының тийкары Эйнштейн тәрәпинен салынды. Буннан кейин Дебай пәнжерени пайда ететуғын бөлекшелердің төменгі температуралардағы өз-ара тәсірлесіуінің тұтқан орнына итибар берди. Дебай айырым бөлекшелердің тербелістерин қараған жоқ, ал пүтин пәнжерде жүзеге келетуғын тербелістерди қарады. Ол кристаллық пәнжерде жиіліклерди акустикалық жиіліклерге шекемги тұрғын толқынларды пайда болатуғынлығын көрсетти.

Кристаллық пәнжерениң барлық тербелістерінің энергияларын сүммалап хәм квантлық механикаға сәйкес олардың температурадан ғәрезлігін есепқа алып, Дебай тәжірийбеде алынған нәтижелерге жақсы сәйкес келетуғын нәтижелерге келди. Жүдә төменгі температураларда қатты денелердің жыллылық сыйымлығы абсолют температураның үшінши дәрежесине пропорционал өзгереді.

Дебай теориясының зор әхмийети соннан ибарат, ол кристаллардағы жыллылық тербелістерин акустикалық тербелістер менен байланыстырады.

Совет физиги Л. И. Мандельштам кристаллардағы серпимли жыллылық толқынларының болыуының ұсы кристалларда шашыраған жақтылықтың характерине тәсір етиуінің керек екенлігін көрсетти (III томға қараңыз). Л. И. Мандельштам тәрәпинен болжап айтылған қубылыс совет физиги Е. Ф. Гросс тәрәпинен бақланды; ұсының менен қатты денелердегі серпимли жыллылық тербелістерінің бар екенлігі экспериментлерде тастыйықланды.

§ 94. Қатты денелердің балқыуы хәм пүўланыуы. 87-параграфта кристаллық қатты денелердің белгили болған балқыу температураларына ийе болатуғынлығы көрсетилди. Бұл температура сыртқы шараятлардан бир қанша ғәрезли.

Егер заттың балқыуы көлемнің үлкейиуі менен жүретуғын болса (бұл жағдай затлардың көпшилигінде бақланады), онда басым үлкейгенде балқыу температурасы жоқарылайды; басым үлкейгенде балқып үлгерген зат қайтадан қатты халға өтеди.

Егер заттың балқыуы көлемнің кемеиуі менен жүретуғын болса (суу, висмут, сурьма хәм бир қатар басқа затлар), онда басым үлкейгенде балқыу температурасы төменлейди; басым үлкейгенде қатып үлгерген зат қайтадан сұйық халға өтеди. Басымның астында муз $0^\circ C$ температурадан төменгі температураларда балқыйды. Басым 130 ат шамасына шекем артқанда муздың сууға айланыу температурасы 1° қа төменлейди.

Балқығанда кеңейетуғын затларды жүдә жоқары басымларда критикалық

температурадан жоқары болған температураларда қатты халда ұстап тұрыуға болады.

Мысалы, хлорлы фосфор қатты халда 2050 кг/см^2 басымда хәм $t = 102^\circ$ температурада қатты халда болады. Ал, оның критикалық нокаты $p = 75 \text{ кг/см}^2$ басымда хәм $t = 50^\circ$ температурада жайласқан. Тап сол сыяқлы критикалық температурасы 31° болған углекислота $p = 12\,000 \text{ кг/см}^2$ басымда $t = 93^\circ\text{C}$ температурада қатты болып қалады.

Ван-дер-Ваальс изотермаларын таллағанда биз критикалық температурадан жоқары температураларда олардың тегис жүретуғынлығын хәм ұсының салдарынан бизге еки фазаны – газ тәризли хәм сұйықлықты айырыуға мүмкиншилик бермейтуғынлығын көрдик. Бирақ, қатты халдың критикалық температуралардан жоқары температураларда да болыуы мүмкин.

Қатты халдан сұйық халға өтиу энергияның жұмсалыуы менен жүреді; басқа сөз бенен айтқанда, қатты денениң берилген массасын сол температурада сұйық халға өткеріу үшін оған базы бир мұғдардағы жыллылықты беріу керек болады. Оны *балқыу жыллылығы* деп атайды. Сұйықлық қатқанда бұл энергия жыллылық түрінде айрылып шығады. Хәр қыйлы затлар үшін балқыу жыллылығының мәніси пүткиллей хәр қыйлы; мысалы, су үшін оның мәніси 80 кал/г , а сынап үшін барлығы болып $2,75 \text{ кал/г}$ шамасына тең.

Биз жоқарыда жұмыс ислейтуғын зат сыпатында сұйықлық пенен оның үстиндеги тойынған пұдың араласпасы менен өткерилген Карно циклин қарап, тойынған пұлардың серпимлиги менен пұдың пайда болыуы жыллылығының температурадан ғәрезлигин табыудың мүмкин екенлигин көрдик. Бирақ, сол өткерилген таллаулардың барлығы жұмыс ислейтуғын зат сыпатында қандай да бир денениң қатты хәм сұйық фазаларын алғанда да дұрыс болады.

Солай етип, 84-параграфтағы

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\lambda}{V'_0 - V_0} \quad (1)$$

түрінде жазылатуғын (6)-формуланың T температураның балқыу температурасы, λ ни балқыу жыллылығы, V'_0 менен V_0 шамаларын сәйкес сұйық хәм қатты фазалардың салыстырмалы көлемлери, ал p шамасын араласпа астында тұратуғын басым деп есаплағанда да өз күшин сақлайды екен.

(1)-формуланы былайынша көширип жазыуға да болады:

$$dT = T \frac{V'_0 - V_0}{\lambda} dp. \quad (2)$$

Бундай жағдайда бұл формула басым dp шамасына өзгергендеги балқыу температурасының dT шамасына өзгериуін береді.

Жоқарыда келтирилген қағыйдалар (2)-формуладан тиккелей келип шығады: егер сұйықлықтың салыстырмалы көлеми қатты фазаның салыстырмалы көлеминен үлкен болса ($V'_0 > V_0$), онда басым үлкейгенде ($dp > 0$) балқыу температурасы жоқарылайды, ал егер $V'_0 < V_0$ теңсизлиги орынланатуғын болса, онда балқыу температурасы төменлейді. Мысалы, 0°C температурадағы муздың салыстырмалы көлеми $V_0 = 1,0908 \text{ см}^3/\text{г}$ шамасына тең, ал суыдың тап сондай температурадағы салыстырмалы көлеми $V'_0 = 1,0001 \text{ см}^3/\text{г}$. Муздың балқыу жыллылығы $\lambda = 79 \text{ кал/г} = 33 \cdot 10^8 \text{ эрг/г}$. Буннан $T = 273 \text{ К}$ температураның қасында басымның dp шамасына өзгеріси балқыу температурасының

$$dT = -273 \frac{0,0907}{33 \cdot 10^8} dp$$

шамасына өзгеретуғынлығын көрсетеді. Бұл формулада p барларда аңлатылған.

Егер p ны атмосфераларда аңлатсақ, онда

$$dT = -0,0076 dp$$

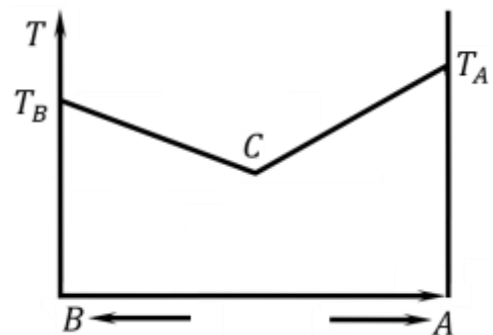
аңлатпасына ийе боламыз.

Буннан муздың балқыу температурасын 1° қа төменлетіу үшін басымды $\frac{1}{0,0076} \text{ ат} \cong$

130 at шамасына үлкейтіу керек екенлиги келип шығады. Бул тийкарғы текстте келтирилген мағлыұматларға сәйкес келеди.

Балқыу температурасы заттан күшли ғәрезли. Гейпара жағдайларда аз муғдардағы қосымталар да балқыу температурасын әдеуір төменлете алады. Белгили болған химиялық бирикпе болып табылмайтуғын, ал сол қуйманы пайда ететуғын затлардың қәлеген пропорцияларында алынған қуймалар ушын балқыу температурасының қуйманың қурамынан ғәрезлиги 238-сүүретте көрсетилгендей өзине тән түрге ийе болады. Мейли, қуйма A хәм B элементлеринен құралған болсын. Абсцисса көшерине қуймадағы A хәм B затларының муғдары қойылған, оңға қарай бағыт A затының муғдарының үлкейиуине сәйкес келеди. Ордината көшерине қуйманың балқыу температуралары қойылған. T_B ноқаты таза B затының балқыу температурасына сәйкес келеди. A затының аз муғдардағы қосымталары балқыу температурасының төменлеуин жүзеге келтиреді. C ноқатында балқыу температурасының минимумы орын алады; усы C ноқатына сәйкес келетуғын қуйманың қурамын *эвтектикалық* деп атайды. Буннан кейин балқыу температурасы таза A затының балқыу температурасы T_A ға сәйкес келетуғын мәниске шекем жоқарылайды. Иймекликтің өзгериуи бойынша екинши құраушыны (аңсат балқыиуғын затқа қыйын балқыиуғын ямаса қыйын балқыиуғын затқа аңсат балқыиуғын) қосқанда таза заттың балқыу температурасына салыстырғанда балқыу температурасының барлық ўақытта төменлейтуғынлығы көринип тұр.

238-сүүрет.
Балқыу температурасының қуйманың
қурамынан ғәрезлиги.



Қатты денелер, сұйықлықлар сыяқлы қәлеген температурада хәр қыйлы (төмен ямаса жоқары дәрежеде) пұўланады хәм берилген заттың пұўын пайда етеди.

Сұйықлықты жабық ыдыста салқынлатамыз, сұйықлықтың үстинде тек оның тойынған пұўы болсын. Температураның төменлеуи менен пұўдың басымы төменлейди; мейли, усы басымның температураға байланыслы өзгерисиниң жүриси 239-сүүреттеги CB иймеклиги менен сүүретленетуғын болсын.

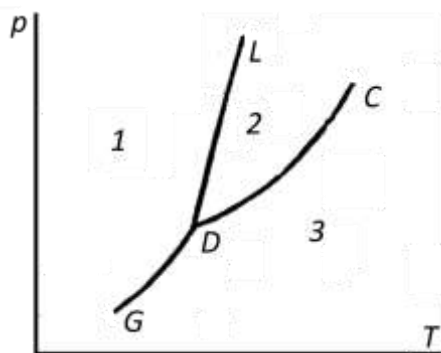
D ноқаты тойынған пұўлардың басымындағы қатты халға өтиуине сәйкес келеди. Усы D ноқатына жеткенде хәм жыллылықты алыўды даўам еткенде сұйықлықтың қатты халға өтиуи басланады. Сұйықлықтың барлық массасы қатты халға өтемен дегенше температура тұрақлы болып қалады. Усы ўақыттың ишинде тойынған пұўлардың басымы да тұрақлы хәм D ноқатының ординатасына тең болады. Сұйықлықтың барлығы қатты халға өткенде усы қатты денениң үстинде бұрынғыдай тойынған пұў болады. Қатты денени буннан былай салқынлатыўдың нәтийжесинде тойынған пұўлардың басымы да төменлейди (бирақ, басқа DQ иймеклиги бойынша).

Солай етип, D ноқатында еки иймеклик тийиседи: қатты халда тұрған берилген заттың үстиндеги тойынған пұўлардың басымының температурадан ғәрезлигин беретуғын OD иймеклиги хәм сұйық халда тұрған сол заттың үстиндеги тойынған пұўлардың басымының температурадан ғәрезлигин беретуғын CD иймеклиги. D ноқатының абсциссасына сәйкес келетуғын температурадан төменги температураларда тойынған пұў тек қатты дене менен,

ал, бұл температурадан жоқары температураларда болса сұйықтық пенен тең салмақтықта тұра алады. D нокатында заттың барлық үш халы – қатты, сұйық хәм олардың үстиндеги тойынған пұў ямаса барлық үш фаза тең салмақтық халда тұрады. Сонлықтан D нокатын *үшлик нокат* деп атайды.

Үшлик нокаттың температурасы өзиниң тойынған пұўының астында тұрған заттың балқыу температурасы болып табылады. Егер затқа үлкен басымлар түсирилсе, онда балқыу температурасы да өзгереді. Жоқарыда көрсетилип өтилгениндей, денелердің көпшилиги ушын басым үлкейгенде балқыу температурасы да көтеріледі.

Балқыу температурасы менен басым арасындағы байланысты сәулелендіретуғын иймекликти қурыуға болады. Бұл иймеклик үшлик D нокаты арқалы өтеді; 239-сұйретте бұл иймеклик DL иймеклигиниң жәрдеминде көрсетилген. 239-сұйрет басымның жоқарылауы менен денениң балқыу температурасы жоқарылауына жағдайға тийисли.



239-сұйрет.

Үшлик нокат.

1 – қатты фаза, 2 – сұйық фаза, 3 – газ тәрізлі фаза.

Балқыу температурасы басымнан жүдә әззи ғәрезли болғанлықтан (OL иймеклиги тик көтеріледі), әдеттеги басымларда (атмосфералық басым менен барабар) балқыу температурасы үшлик нокаттың температурасына сәйкес келеді.

Көпшилик жағдайларда биз қатты денелер менен олардың үшлик нокатына сәйкес келетуғын температуралардан әдеуір төмен температураларда ис алып барамыз (өжире температураларындағы темир хәм басқа да металл менен). Сонлықтан олардың тойынған пұўларының басымлары жоқ есабында хәм бундай қатты денелердің пұўланыуы әмелий жақтан дерлик болмайды. Бирақ үшлик нокаттың қасында қатты денениң үстиндеги тойынған пұўлардың басымының шамасы сезилерликтей болады. Мысалы, үшлик нокатта суудың ($0,00748^{\circ}\text{C}$ температурада) тойынған пұўларының басымы $p = 4,58$ мм Нг; -1°C температурада муздың үстиндеги тойынған пұўлардың серпимлиги 4,22 мм Нг хәм -10°C температурада 1,95 мм Нг. Тойынған пұўлардың бұл салыстырмалы үлкен серпимлиги менен қатты муздың аңсат сезилетуғын пұўланыуы (сұйықтағы жуылған кийимнің "кебиуі" түсиндириледі). Иод ушын үшлик нокаттағы (114°C) тойынған пұўлардың басымы 90 мм Нг; тойынған пұўлардың басымының бундай үлкен мәніси иод кристалларын пайдаланып қатты денелердеги пұўланыу процессин ("возгонка") демонстрациялау қолайлы.

Бир қатар затлар үшлик нокатта тойынған пұўлардың жүдә төмен басымына ийе болады; мысалы, гүмистиң тойынған пұўларының балқыу температурасындағы (962°C) басымы $2 \cdot 10^{-3}$ мм Нг.

§ 95. Сұйықтықтардың квазикристаллық қурылысы. 78-параграфта биз сұйықтықтардың тәбиятының, әсиресе қатыу температурасына жақын болған шараятларда қатты денелердің тәбиятына ұқсас екенлигин көрсеттик. Енди биз ұсы ұқсаслық пенен толығырақ танысамыз.

Ең дәслеп мына жағдайды атап өтиу керек: балқығанда (ямаса, соған сәйкес, қатқанда) заттың қәсийетлери пұўланғанға қарағанда әдеуір кем өзгереді.

Биз және критикалық температуралардан әдеуір төмен температураларда қатты дене балқығанда салыстырмалы көлемнің өзгерісі пұлланғанға салыстырғанда әдеуір кем болатуғынлығын да атап өттік.

Балқыу жыллылығы пұллану жыллылығына салыстырғанда киши.

Мысалы, натрий менен сынаптың қайнау температурасындағы пұллану жыллылығы сәйкес 25 000 кал/моль хәм 14 000 кал/моль шамаларына тең.

Тап сол элементлердің балқыу жыллылықтары сәйкес 610 кал/моль хәм 570 кал/моль шамаларына тең.

XVII кестеде бир қатар денелердің қатты хәм сұйық халлардағы жыллылық сыйымлықтары салыстырылған.

XVII кесте. Қатты хәм сұйық затлардың тұрақты басымдағы моллик жыллылық сыйымлықтары

Зат	Na	Hg	Pb	Zn	Al	HCl	CH ₄
C_p , (қатты)	7,6	6,7	7,2	7,2	6,14	12,27	10,0
C_p , (сұйық)	8,0	6,7	7,7	7,9	6,25	14,73	13,5

Кестеден әпиұайы затлардың да, химиялық жақтан құрамалы болған затлардың да жыллылық сыйымлығының қатты халдан сұйық халға өткенде жүдә аз шамаға өзгеретуғынлығын көринип тұр. Бұл жағдай бөлекшелердің жыллылық қозғалыстарының характеринің сұйықлықтар менен қатты денелерде жақын екенлигин теккеley көрсетеди. Усындай жуұмаққа Я. И. Френкелдің теориясы тийкарланған. Бұл теория бойынша сұйықтың молекулалары ұақытша тең салмақтық орынларының әтирапында тербеледи. Қатты хәм сұйық халлар арасындағы айырма мыналардан ибарат: қатты денелерде хәр бир бөлекше (атом ямаса ион) белгили болған тең салмақтық орнының әтирапында тербеледи, бұл орын ұзақ ұақытлар даұамында өзгеріске ұшырамайды; сұйықтықта да хәр бир бөлекше белгили болған тең салмақтық орынның әтирапында тербеледи, бирақ ұақыттың өтиуи менен бұл орынның өзи көшеди. Бөлекше белгили болған орынның әтирапында тербелетуғын орташа ұақытты т арқалы белгилеп хәм бұл ұақытты "отырықшы" ұақыт деп атап, мынадай жуұмақ шығарыұға болады: заттың қатты халы жүдә үлкен болған "отырықшы" ұақытқа, ал сұйық хал болса салыстырмалы киши "отырықшы" ұақытқа ийе.

Бұл параграфтың алдыңғы параграфларда биз қатты кристаллық халда бөлекшелердің белгили болған кеңісликлик симметрияға ийе болып дұрыс геометриялық пәнжерелердің түйинлерінде жайласатуғынлығын көрдик. Усыған байланыслы сұйықтықтың бөлекшелеринің жайласыұында (дұрысырағы, олардың ұақытша тең салмақтық халларының жайласыұында) базы бир тәртип бола ма? деген сораұ пайда болады. Бир қатар фактлер бұл сораұға "болады" деп жуұап бериұге мәжбүрлейди: сұйықтықтағы бөлекшелердің жыллылық тербелислерин бир биринен ғәрезсиз емес, сұйықтықларда да қатты денелердегидей жыллылық пенен байланыслы болған серпимли толқынларды табыұға болады (93-параграф); рентген нурлары сұйықтықтар арқалы өткенде анық емес, бирақ сезилерликтей дифракциялық сүүретти береді (III томға қараңыз). Бирақ, ұсының менен бирге сұйықтық (жүдә сийрек ұшарысатуғын жағдайларды қоспағанда) бөлекшелери геометриялық пәнжерениң түйинлерінде тәртип пенен жайласатуғын кристаллық қатты денелер ұшын тән болған анизотропияға ийе болмайды. Бұл айқын қарама-қарсылықтар мынадай гипотезаның тийкарында сапластырылады: сұйықтықтардағы бөлекшелердің жайласыұында "жақыннан тәртип" орын алады

"Жақыннан тәртип" хәққында гәп етилгенде берилген бөлекшеге жақын болған бөлекшелердің шама менен тәртип пенен жайласатуғынлығын түсинеди. Биз берилген

бөлекшеден алыслаган сайын усы бөлекшеге салыстырғандағы тәртіптің кем-кемнен бузылатуғынлығын көреміз. Әдейір үлкен көлемнің шеклерінде бөлекшелер әмелий жақтан пүткиллей тәртіпсиз жайласқан. Бөлекшелердің бундай болып жайласулары "узақтан тәртіп" орын алатуғын хақыйқый кристаллық структурадағы тәртіптен өзгешеликке ийе. "Узақтан тәртіп" бар болғанда үлкен көлемнің шеклерінде бөлекшелер геометриялық пәнжерениң түйинлерінде дұрыс жайласқан.

Жоқарыда айтылғанлардан сұйықтықтың тек киши көлемлердің шеклерінде ғана тәртіплескен құрылысқа ийе болатуғынлығы көринип тұр; бундай структураны *квазикристаллық* (шалама-шекки кристал) деп атайды.

Температураның жоқарылауы менен бөлекшелердің "отырықшы" ўақыты кемейеди хәм сұйықтық өзиниң қәсийетлери бойынша қатты денелердің қәсийетлеринен узақласа баслайды хәм оның қәсийети тығыз газлердің қәсийетлерине жақынласады.

Жоқарыда келтирилген теория сұйықтықлардың механикалық қәсийетлерин де түсиндирийге мүмкиншилик береді.

Сұйықтықлардың аққыш екенлиги белгили. Бирақ, жүдә кысқа ўақыттың ишинде күш түсетуғын болса, онда жабысқақ сұйықтықлар мортлық қәсийетти көрсетеди хәм серпимли деформацияларды бериўге қәбилетли. XIX әсирдің екінши ярымында Максвелл заттың бир ўақытта аққышлық хәм серпимли деформация орын алатуғын усындай ҳалының формаллық теориясын раўажландырды.

Бундай затта кернеў күш тәсир етип болғаннан кейин дәрхәл жоқ болмайды, ал

$$p_t = p_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

нызамы бойынша өзгереді. Бул теңликте p_0 – кернеўдің басланғыш мәниси, p_t – кернеўдің t ўақыты өткеннен кейинги мәниси. τ шамасы *релаксация ўақыты* деп аталады.

Максвелл бойынша τ ўақыт аралығынан киши ўақыт аралығы ишинде күш тәсир етсе, онда зат қатты денениң қәсийетиндей қәсийетке, ал күш усындай τ ўақыт аралығына салыстырғанда үлкен ўақыт аралығы даўамында тәсир етсе, онда зат сұйықтықтың қәсийетине ийе болады. Я. И. Френкелдің теориясы бойынша күш "отырықшы" ўақыттан киши ўақыт даўамында тәсир еткенде зат қатты денениң қәсийетине ийе болады, ал күш "отырықшы" ўақыттан үлкен ўақыт даўамында тәсир етсе, онда зат сұйықтықтың қәсийетин көрсетеди. Хақыйқатында да, усындай киши ўақыт ишинде бөлекшелер өзлериниң тең салмақтық орынларының әтирапында қалады хәм зат қатты денелерге тән болған структураға ийе болады. Егер ўақыт аралығы "отырықшы" тұрмысқа сәйкес келетуғын ўақыттан үлкен болса, онда жабысқақ ағыс орын алады, яғный сұйықтықтың қәсийетине ийе болады. Солай етип Я. И. Френкелдің теориясындағы релаксация ўақыты тиккелей физикалық мәниске ийе бола баслайды: релаксация ўақыты бөлекшелердің "отырықшы" өмирине сәйкес келеди.

§ 96. Газлердің қатты денелер менен абсорбциясы хәм адсорбциясы. Тәжирийбелер қандай да бир газ бенен тийисип тұрған қатты денени ишинен ҳаўасы сорып алынған ыдысқа салғанда денениң сол газды бөлип шығаратуғынлығын көрсетеди. Буннан қатты денелердің газлерди жутатуғынлығы белгили болады.

Газдің басымы менен қатты денениң бетиниң майданы қаншама үлкен болса жутыў да үлкен болады. Порошок тап сондай массаға хәм құрамға ийе болған тутас денеге салыстырғанда көбирек жутады. Бул жағдайда жутыўдың кем дегенде қатты денениң бетине газдің жабысуы характерине ийе екенлигин көрсетеди.

Жутыўды толығырақ үйрениў қатты денелердің газлерди жутыўының еки түриниң бар екенлигин көрсетеди. Оларды *адсорбция* хәм *абсорбция* деп атайды. *Адсорбция* қатты денениң бетиндеги жуқа қатламға газдің жабысуынан ибарат. *Абсорбция* (ямаса *окклюзия*) қатты денениң барлық массасы тәрәпинен газдің жутылыўына, яғный

сұйықтықтардағы газлердің ериуіне ұқсас болған құбылысқа алып келинеді.

Адсорбцияланған газ қатты дененің бетінде сұйықтықтардың бетінде тұра алатуғын мономолекулалық қатламларған ұсаған мономолекулалық пленканы пайда ете алады (83-параграф).

Қатты дененің бетіндегі мономолекулалық қатламның пайда болуы газ бенен қатты дененің молекулалары арасындағы күшли өз-ара тәсірлесіудің бар болуы менен байланысly. Тартысуы характерине ийе болған күшлерди жүдә жақын аралықларда тәсір етеди деп есаплау керек. Сонлықтан, газдің молекулаларының биринши қатламына жаңа молекулалар келип түсетуғын болса, онда оларға қатты дененің молекулалары емес, ал тек биринши қатламдағы молекулалар тәрепинен күшлер ғана тәсір етеди; газдің молекулаларын екнши қатлам түрінде ұслап тұруы үшін бул күшлер жеткиликсиз.

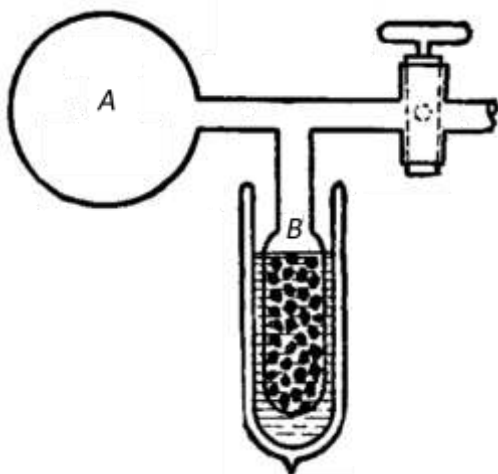
Вакуумде молекулалардың адсорбцияланған қатламы әстелик пенен бузылады хәм қатты дененің бетин босатады. Температура қанша жоқары болса, қатты дененің бетинен газдің бөлинип шығуы процесси соншама тезирек жүреди.

Абсорбция (ямаса окклюзия) тийкарынан тек жоқары температураларда жүреди. Себеби, тек усындай температураларда ғана газдің қатты дененің ишине сезилерликтей диффузиясы бақланады.

Базы бир қатты денелер газди өзине жүдә үлкен муғдарда окклюзия қыла алады. Бундай жағдайда жутылған газдің көлеми (нормал шараятларға қатнасы бойынша) қатты дененің меншикли көлеминен жүзлеген есе үлкен болуы мүмкин. Балқытылған палладий өзинің меншикли көлемине салыстырғанда нормаль басымлардағы оннан 1000 есе үлкен көлемдеги водородты жутады. Водородты силтили металлар, әсиресе натрий күшли жутады. Вакуумда қыздарғанда окклюзияланған газлер бөлинип шығады.

Адсорбция хәм абсорбция (окклюзия) құбылыслары вакуумлық техникада әхмийетли орынды ийелейди. Вакуумлық әсбаптың ишине киргизилген барлық қатты денелерден (әсиресе металлық қатты денелерден) газлерди шығаруы үшін оларды үзликсиз сорыу менен қыздыруы керек. Екинши тәрептен адсорбция құбылысы вакуумды жақсылау үшін пайдаланылады. Бундай мақсетлерде ең биринши гезекте ағаш көмиринің айрықша төменги температураларда көп санлы газлерди адсорбциялау қәбилетлиги пайдаланылады.

Ишиндеги вакуумды жақсылау талап етилетуғын *A* ыдысына (240-сүррет) ишине алдын ала газден қутқарылған көмир салынған *B* ыдысын тутастырады. Усы ишинде көмир бар *B* ыдысын сұйық хауаға түсирилгенде, ол -184°C температураға шекем салқынлайды хәм усының менен бирге *A* ыдысындағы газдің қалдығын өзине сиңирип алады; усындай жоллар менен 10^{-6} мм Hg шамасындағы вакуумды алыу мүмкин.



240-сүррет.

Салқынлатылатуғын көмирдің жәрдемінде вакуумды жақсылау.

XVIII кестеде сұйық қауаның температурасындағы көмірдің көлем бірлігінің жутатуғын хәр қылы газлердің көлемлери келтирилген (нормаль шараятлардағы көлемлери алынған).

XVIII кестеде сұйық қауа температурасында гелийдің басқа газлерге салыстырғанда кем жутылатуғынлығы көринип тұр. Гелийдің бул қасиетин оны патаслықлардан тазалау үшін қолланады: патасланған гелийди салқынлатылған көмір салынған ыдыс арқалы өткергенде сол гелий менен араласқан газлерди (азот, кислород х.т.б.) көмір күшли жутады, ал гелийдің өзи жүдә аз муғдарда жутылады.

Көмірдің газлерди күшли адсорбация қылыуы үшін оны ишинде бослықлар, геуекликлер бар етип хәм әдеттеги жағдайларда сол бослықларда жайласатуғын углеводородлардан тазаланған халда алады Оның үшін көмірди жабық ыдыста 350-400⁰С температурада оның ишиндеги қауаны бир неше рет сорып алыу хәм қайтадан жиберіу менен сақлайды.

XVIII кесте. Сұйық қауа температурасында көмір тәрепинен жутылатуғын газлердің көлеми

Газ	Көмірдің көлеминің бир бирлиги тәрепинен жутылатуғын газдің көлеми
Гелий	15
Водород	135
Азот	155
Аргон	175
Кислород	230

Бундай қайта ислеуді *көмірди активлестириу* деп аталады. Активлестирилген көмір әскерий техникада да өзинің пайдаланылыуын тапты: әдеттеги противогазлардың ишине активлестирилген көмір салынады.

Қатты денениң бетинде тек газлер ғана емес, ал сұйықлықлардың да адсорбацияланыуы мүмкин. Адсорбцияланған затлар қатты денениң бетинің қасиетлерин өзгертеди. Айырым қатты денелер бетиндеги адсорбцияланған затлардың тәсиринде беккемлигин төменлетеди. Бундай жағдайда, көринип тұрғанындай, поликристаллық денелердің (металлардың) айырым кишкене кристаллары арасындағы қуыслықлар менен жарықлар әхмийетли орынды ийелейди. Адсорбцияланған сұйықлықлардың молекулалары микрожарықларға сиңеди хәм оларды кеңейтеди. Бул қубылыс әмелий жақтан пайдаланылады: қатты денениң бетин сәйкес сұйықлық пенен жууыу арқалы кесиу жұмысларының көлемин киширейтиуге болады.

ҮШИНШИ БӨЛИМ

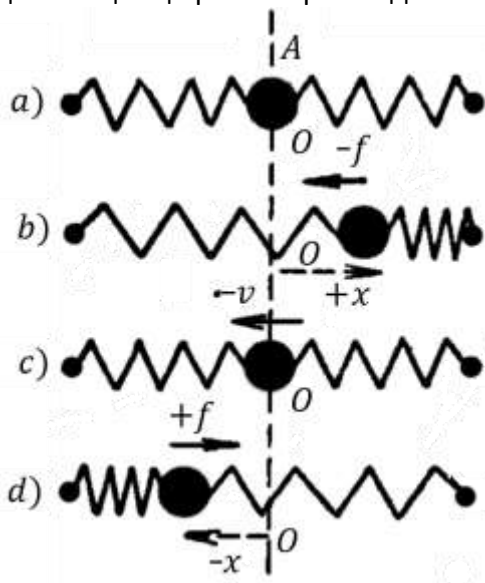
ТЕРБЕЛИСЛЕР ХӘМ ТОЛҚЫНЛАР

Он биринши бап

ГАРМОНИКАЛЫҚ ТЕБРЕЛМЕЛИ ҚОЗҒАЛЫС

§ 97. Гармоникалық тербеліс. 89-параграфта қарап өткеніміздей, Гук нызамына бағынатуғын серпимли деформацияда ұсы деформацияның шамасына пропорционал хәм тең салмақлық орны тәрәпке бағытланған күш пайда болады. Усындай күштин тәсиринде жүзеге келетуғын қозғалыстың өзгешеликлерин үйренеміз.

Бирдей еки пружинаның арасында қандай да бир A жүги қысылған деп көз алдымызға келтирейик. Еки пружина да теңдей шамаға созылған хәм жүк O ноқатында тең салмақлықта тұрады (241-а сүўрет). Жүкти тең салмақлық орнына оң тәрәпке қарай (241-б сүўрет) $+x$ аралығына жылжытамыз (шеп тәрәптен оңға бағытланған кесиндилерди оң деп есаплаймыз), бундай жағдайда оң тәрәптеги пружина қысылып, шеп тәрәптеги пружина созылады хәм жүкке тең салмақлық орны болған O ноқатына қарай бағытланған $-f$ күши тәсир етеди. x тың шамасы қанша үлкен болса, бул күштин сан шамасы да сонша үлкен болады. Бул күштин тәсиринде A жүги өсип барыўшы тезлик пенен тең салмақлық орнына қарап қозғала баслайды. Жүк O ноқатына қайтып келгенде (241-с сүўрет) күштин шамасы нолге тең, бирақ жүкте болса $-v$ шамасына тең тезликтин запасы болады. Соның ұшын ол тең салмақлық халынан өтип кетеди хәм қозғалысын шеп тәрәпке қарай даўам етеди. Бунның нәтийжесинде шеп тәрәптеги пружина қысылады, оң тәрәптеги пружина созылады хәм жүкке тең салмақлық жағдайына қарап оң тәрәпке бағытланған $+f$ күши тәсир ете баслайды. Бул күш жүк тоқтағанға шекем жүктин қозғалыс тезлигин киширейтеди. Буннан кейин жүк қайтадан тең салмақлық халы тәрәпке қозғала баслайды. Солай етип, A жүктин тең салмақлық орны әтирапындағы тербелмели қозғалысы пайда болады.

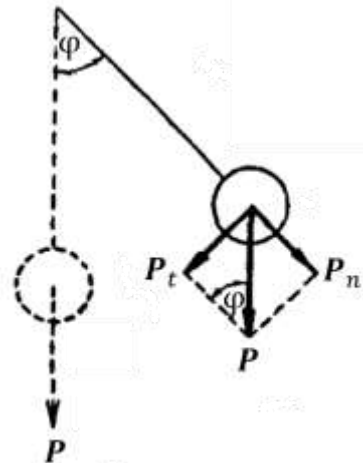


241-сүўрет. Еки пружина арасында қысылған A жүгиниң O тең салмақлық халы әтирапындағы тербеліси.

Тербелмели қозғалыстың және бир мысалы ретинде бир тегисликте тербелетуғын маятниктин қозғалысын көрсетиўге болады (242-сүўрет). Маятникти ұслап тұрыўшы жип вертикаль бағытта болған жағдайда оның салмақ күши P жиптин керилиў күши менен теңдей болады. Бирақ, маятник қандай да бир φ мүйешке бурылса, онда салмақ күши P

ның тек ғана бир құраушысы (жипке параллел болған P_n құраушысы) жиптің реакциясы менен тең салмақтық қалына келеді. Сан мәнісі $P \sin \varphi$ шамасына тең болған жипке перпендикуляр хәм тең салмақтық қалына қарай бағытланған салмақ күшінің P_t құраушысы теңлестірилмеген болып қалады. Егер φ мүйеш киши болса, синусты мүйештің өзі менен алмастырыў мүмкин. Бундай жағдайда күштің P_t құраушысының сан шамасы $P \varphi$ құраушысының сан шамасына тең болады. Нәтийжеде маятниктің жүгинің тең салмақтық қалынан аўысыўы φ мүйеші менен анықланады. φ мүйеш киши болғанда маятниктеги жүкти тең салмақтық қалына қайтарыўшы күштің шамасы φ мүйешіне пропорционал болады.

242-сүўрет.
Маятниктің тербелиси.



Бундай күштің тәсирінде маятник тең салмақтық қалының этирапында тербеле баслайды хәм тербелис серпимли күштің тәсирінде емес, ал салмақ күшінің P_t құраушысының тәсир етиўинің себебинен жүзеге келеді. Бул P_t күші маятниктің тең салмақтық жағдайынан аўысыўына пропорционал болып (φ мүйеш киши болғанда), тең салмақтық тәрепке бағытланған болады. Солай етип, бул күштің характери серпимли күштің характери менен бирдей. Мүйеш φ киши болғанда бул күш жүзеге келтиретуғын тербелислердің характери серпимли күшлер жүзеге келтиретуғын тербелислерге сәйкес келеді.

Тәбияты бойынша серпимли болмаған, бирақ аўысыўға ғәрезлиги бойынша серпимли күшлерге ұқсас күшлерди *квазисерпимли күшлер* деп атайды.

Жоқарыда келтирилген мысаллардан серпимли ямаса квазисерпимли күшлердің тәсирінде тербелмели қозғалыстың жүзеге келетуғынлығын көремиз. Тербелмели процессти буннан бетер тереңнен үйренемиз.

Массасы m болған материаллық ноқаттың орнын оның тең салмақтық қалынан аўысыўы x шамасының жәрдемінде анықлаймыз; тең салмақтық қалында $x = 0$ теңлиги орынлы болады. Серпимли (ямаса квазисерпимли) f күш ушын оның шамасының x аўысыўынаға пропорционал болыўы тән; ұсыған сәйкес мына теңликти жазыўға болады:

$$f = -kx. \quad (1)$$

Минус белгиси күштің бағытының x аўысыўының бағытына кери екенлигин көрсетеди. Мысалы, аўысыў жоқарыға қарай бағытланған болса, онда күш төменге қарай бағытланған, ал аўысыў төменге қарай бағытланған болған жағдайда күш жоқарыға қарай бағытланған х.т.б. k коэффициентинің мәніси оң. Ньютонның екінши нызамы бойынша:

$$mw = f = -kx \quad (2)$$

аңлатпасына ийе боламыз. Бунда w арқалы материаллық ноқаттың тезлениўи белгиленген.

w тезлениўи x аўысыўдан ўақыт бойынша алынған екінши тәртипли тўўындыға тең, яғный $w = \frac{d^2x}{dt^2}$; ўақыт бойынша алынған екінши тәртипли тўўындыны тўўындысы алынып

атырған өзгериўшениң үстине еки ноқат қойыў менен белгилеймиз, бундай жағдай да $w = \ddot{x}$. Бул аңлатпаны (2)-теңликке қойсақ:

$$m\ddot{x} = -kx \quad (3)$$

ямаса

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x \quad (3a)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Бул аңлатпаларда k хәм m оң болғанлықтан, олардың қатнасын қандай да бир ω шамасының квадратына теңеўге болады, яғный:

$$\frac{k}{m} = \omega^2. \quad (4)$$

Бул ω шамасы кийинирек қарап шығылатуғын себеплерге байланыслы *дөңгелек* (ямаса цикллық) *жийилик* деп аталады. Бундай жағдайда (3-а) аңлатпаны ықшамлы етип

$$\ddot{x} = -\omega^2 x \quad (5)$$

түрінде жазыўға болады. Енди бизиң ўазыйпамыз тезлениў ноқаттың тең салмақлық халынан аўысыўы x тың шамасына (5)-формула бойынша пропорционал болатуғынлығы хәм тең салмақлық орны тәрепке қарай бағытланғанлығы белгили болған жағдайдағы ноқаттың қозғалысын анықлаўға алып келинеди. Ноқаттың орны ўақыттың функциясы сыпатында белгили болған жағдайда ноқаттың қозғалысы анықланған болады; бундай жағдайда аўысыў x ты ўақыт t ның функциясы сыпатында аңлатыў керек. Демек, x хәм t арасында (5)-теңликти қанаатландыратуғындай қатнасты табыў талап етиледі. Бул қатнастың

$$x = a \cos(\omega t + \alpha) \quad (6)$$

түріндеги формуланың жәрдемінде аңлатылатуғынлығын тексерип көриўге болады. Бул формулада a хәм α арқалы ықтыярлы алынған тұрақлы санлар белгиленген. Олардың мәнислерин басланғыш шәртлерден анықлайды. Ҳақыйқатында да, x тан ўақыт бойынша екинши тәртипли тўынды алып, онда алынған $\ddot{x}$ тың бул мәнисиниң (5)-теңлемени теппе-теңликке айландыратуғынлығын көремиз. a көбейтиўшисин *тербелистиң амплитудасы*, ал $\omega t + \alpha$ аргументин *тербелистиң фазасы* хәм тұрақлы сан α ны *дәслепки фаза* деп атайды. Тап ұсындай ҳуқық пенен теңлемени

$$x = a \sin(\omega t + \alpha) \quad (7)$$

түрінде де қолланыўға да болады, бирақ бундай жағдайда тұрақлы α ның ҳәр бир мәниси ушын (6)-формулаға сәйкес басқа мәнис алынған болар еди. Тұрақлы α ның басқа ҳәр бир мәнисинде (7)-формуладағы синустың мәнисине (6)-формуладағы косинустың мәниси тең болыўы керек. Себеби (6)- хәм (7)- формулалардың жәрдемінде аңлатылылатуғын қозғалыслар бир бирине теппе-тең болыўы керек.

(6)- ямаса (7)-теңлемелер *гармоникалық тербелмели қозғалыстың теңлемелери* деп аталады; оларды үйрениўге өтемиз.

Гармоникалық тербелмели қозғалыстың тийкарғы қәсийети оның дәўирлилигинен ибарат. Әпиўайылық ушын басланғыш фазаны $\alpha = 0$ деп аламыз. Бундай жағдайда

$$x = a \cos \omega t \quad (6a)$$

формуласы орынлы болады.

$t = 0$ шәрти орынланғанда $\cos \omega t = +1$ болады хәм буннан $x = +a$ теңлигин аламыз. Аўысыўдың оң мәнислерин тең салмақлық халынан оң тәрепине, терис мәнислерин шеп тәрепине қарай өлшеймиз (243-сүўрет). Онда гармоникалық тербелмели қозғалыстағы A материаллық ноқаты $t = 0$ ўақыт моментинде тең салмақлық халынан оң тәрепке a қашықлыққа жылжыған болады. Бул ноқаттың оң тәрепке қарай мүмкин болған ең үлкен аўысыўы болып табылады. Себеби $\cos \omega t$ функциясының мәниси $+1$ ден үлкен бола алмайды. Ыақыт t ның өсиї менен $\cos \omega t$ ның шамасы кемийеди, ноқаттың тең салмақлық

халы O ноқатына қарай шеп тәрепке жылжыйды. $\omega t = \frac{\pi}{2}$ теңлиги орынланатуғын ұақыт моментинде, яғный $t = \frac{\pi}{2\omega}$ теңлиги орынланғанда, ноқат O тең салмақлық халында болады.

Ўақыттың буннан өсиўиниң нәтийжесинде косинус терис мәнислерди қабыл етеди. A ноқаты тең салмақлық халына сәйкес келетуғын орыннан шепке қарай жылжыйды.

Ўақыт $t = \frac{\pi}{\omega}$ шамасына тең болғанда косинус -1 шамасына тең болады, буннан $x = -a$, яғный ноқат шеп тәрептеги ең шетки ноқатқа барып жеткен болады, соңынан ноқат оң тәрепке қозғала баслайды хәм O тең салмақлық халы арқалы екнши рет өтеди хәм $t = T = \frac{2\pi}{\omega}$ ўақыт моментинде оң тәрептеги шетки жағдайда және қайтып келеди. Буннан кейин қозғалыс қайталанады. Солай етип, ноқат дәслепки қозғалыс халына

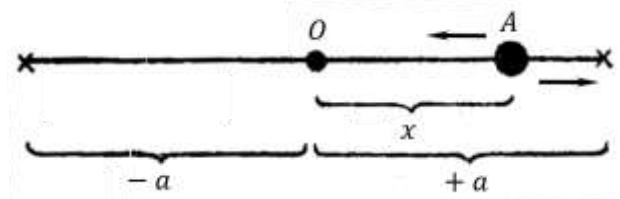
$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (8)$$

ўақыттан соң қайтып келеди екен. Бул T ўақытты *тербелислер дәўири* деп атайды. Тербелиўши A денеси дәўир T ға тең ўақыттың ишинде өзиниң жолындағы (ең үлкен аўысыўларға сәйкес келиўши $x = \pm a$ ноқатлардан басқа) ҳәр бир ноқат арқалы еки рет өтеди: бир рет - бир тәрепке қарай қозғалғанда, екнши рет – оған қарама-қарсы тәрепке қарай қозғалғанда.

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ шамасы ўақыттың 2π бирлиги ишиндеги тербелислердиң саны болып табылады. *Амплитуда* деп аталатуғын a шамасы тербелиўши ноқаттың тең салмақлық орнынан мүмкин болған ең үлкен аўысыўына тең.

$\alpha \neq 0$ болған жағдайда ўақыттың басланғыш $t = 0$ моментинде A ноқатының жайласқан орны $x = \cos \alpha$ теңлигиниң жәрдеминде анықланады. Усы ноқаттан баслап T дәўири даўаминдағы қозғалыстың барысын бақлаўға болады. Демек, басланғыш фаза α тербелиўши ноқаттың $t = 0$ моменттеги орнын анықлайды екен.

243-сўўрет.
Тербелетуғын ноқаттың тең салмақлық
орнынан аўысыўы.



Цикллық жийилик болған ω шамасының орнына бир бирлик ўақыт ишиндеги тербелислер санын көрсетиўши әпиўайы $\nu = \frac{1}{T}$ жийилигин де киргизиў мүмкин. ω , ν хәм T шамаларын салыстырып, олардың арасында

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad (9)$$

түриндеги қатнасының орынлы екенлигин көремиз.

ω ниң бул мәнислерин (6)-ға қойып, гармоникалық тербелмели қозғалыстың төмендегидей еки аңлатпасына ийе боламыз:

$$x = a \cos(2\pi\nu t + \alpha), \quad (6a)$$

$$x = a \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \alpha\right). \quad (6b)$$

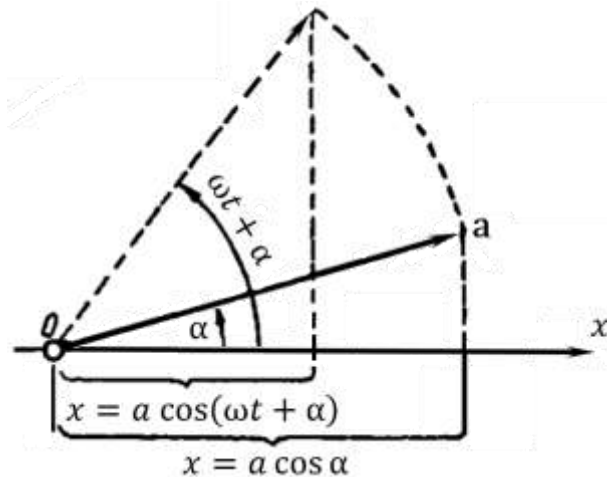
(4)-формуладан хәм $T = \frac{2\pi}{\omega}$ қатнасынан пайдаланып, дәўир ушын:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (10)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Солай етип, тербелислер дәўириниң шамасы мәселениң тек динамикалық

характеристикаларына: масса m ге хәм коэффициент k ға байланысly болады екен.



244-сүүрет.

Гармоникалық тербелмели қозғалысты турақлы мүйешлик тезлик пенен айланатұғын a векторының проекциялары сыпатында көрсетиў.

Тербелмели қозғалыс пенен байланысly көп санлы жийи ушырасатуғын мәселеларде тербелестиң амплитуда векторы жәрдеминде геометриялық сүүретлеў ұсылы қолайлы.

Бул ұсыл төмендегилерге алып келинеди. Бир көшер алып, оны X көшери деп атаймыз (244-сүүрет) хәм ұсы көшердиң бойында ықтыярлы O ноқатын таңлап аламыз. Бул ноқаттан сан шамасы a амплитудаға тең болған базы бир масштабта алынған векторды басланғыш фаза α ға тең болған мүйеш астинде сызамыз. Сүүреттен көринип тұрғанындай, a векторының X көшерине түсирилген проекциясы сол масштабдағы ноқаттың басланғыш аўысыўы болған $x = a \cos \alpha$ шамасын береди. Амплитуда векторын ω мүйешлик тезлик пенен саат стрелкасының айланыўының бағытына қарама-қарсы бағытта айландырамыз. Бундай жағдайда қандай да бир t ўақыт моментинде ол X көшери менен $\omega t + \alpha$ шамасына тең мүйешти пайда етеди. Бундай жағдайда оның X көшерине түсирилген проекциясы

$$x = a \cos(\omega t + \alpha)$$

шамасына тең болады, яғный тербеліўши ноқаттың t моменттеги аўысыўын береди. Буннан биз мынадай жуўмақ шығарамыз: гармоникалық тербелмели қозғалыс амплитуда векторының ушының базы бир көшерге түсирилген проекциясының қозғалысы болып табылады, бул амплитуда векторы ықтыярлы түрде алынған ноқаттан көшерге басланғыш фазаға тең мүйеш пенен жүргизиледи хәм ұсы ноқаттың дөгерегинде ω мүйешлик тезлиги менен айланады. Сонлықтан ω шамасының циклық жийилик деп атайды.

§ 98. Гармоникалық тербелмели қозғалыстағы тезлик хәм тезлениў. Мысаллар. Гармоникалық тербелмели қозғалыстағы A материаллық ноқаттың аўысыўы болған x шамасын 97-параграфтағы (6)-формула бойынша былайынша аңлатылады:

$$x = a \cos(\omega t + \alpha). \quad (1)$$

Бул аңлатпада a - тербелис амплитудасы, ω - айланыў жийилиги хәм α - дәслепки фаза. Ноқаттың тезлиги v сан шамасы бойынша аўысыў x тан ўақыт бойынша алынған биринши тәртипли тўўындыға тең, яғный $v = \frac{dx}{dt}$. Ыақыт бойынша алынған биринши тәртипли тўўындыны ұсы тўўынды алынған шаманың үстине бир ноқат қойыў менен белгилеймиз. Бундай жағдайда дифференциаллаўды орынлап, мынаған ийе боламыз.

$$v = \dot{x} = -a \omega \sin(\omega t + \alpha). \quad (2)$$

Тезликтен ўақыт бойынша және бир тўўынды алып, тезлениўди табамыз:

$$w = \frac{dv}{dt} = \ddot{x} = -a \omega^2 \cos(\omega t + \alpha). \quad (3)$$

(2)-хәм (3) формулалардағы ω жийилигиниң орнына $T = \frac{2\pi}{\omega}$ дәўрди қоямыз:

$$v = -\frac{2\pi}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right) \quad (2a)$$

$$w = -\frac{4\pi^2}{T^2} \alpha \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right). \quad (3a)$$

Соңғы аңлатпаны (1)-формулаға тийкарланып былайынша қайтадан жазыуға болады:

$$w = -\frac{4\pi^2}{T^2} x.$$

Бұл теңдіктен және гармоникалық тербелмели қозғалыстағы тезлениудің x ауысыуға пропорционал хәм тең салмақтық орнына бағытланған болады деген жуўмаққа келемиз (97-параграфқа қараңыз).

(2a)-хәм (3a)-формулаларда гармоникалық тербелмели қозғалатуғын ноқаттың тезлиги менен тезлениудің дәуири T ға тең ўақыттың бирдей функциясы екенлигин көриўге болады. Соның менен бирге ауысыу x та ўақыттың тап сондай T дәўирге ийе функциясы болатуғынлығын есте сақлаймыз. Енди бир тербелестиң ўақытындағы тезлик пенен тезлениудің өзгерисиниң қандай болатуғынлығына итибар беремиз. Оның ушын ўақыттың ҳәр қыйлы моментлериндеги v менен w ның мәнислерине ийе кестени дүземиз. Әпиўайылық ушын, тап бурынғыдай, басланғыш фаза α ны және нолге тең деп есаплаймыз.

ХІХ кесте. Гармоникалық тербелмели қозғалыста ҳәр қыйлы ўақыт моментлериндеги x , v хәм ω ның мәнислери

t	x	v	ω
0	$+a$	0	$-\frac{4\pi^2}{T^2}a$
$\frac{1}{4}T$	0	$-\frac{2\pi}{T}a$	0
$\frac{1}{2}T$	$-a$	0	$+\frac{4\pi^2}{T^2}a$
$\frac{3}{4}T$	0	$+\frac{2\pi}{T}a$	0
T	$+a$	0	$-\frac{4\pi^2}{T^2}a$

Кестеде көринип турғанындай, тербеліўши A ноқаты тең салмақтық жағдайынан өткенде тезлик өзиниң абсолют максималлық $|v|_{max} = \frac{2\pi}{T}a$ шамасына тең болады; ең шетки $x = \pm a$ ноқатларында тезлик нолге тең. Тезлениўде кери жағдай орын алады, яғный, тең салмақтық жағдайынан өткенде ол нолге тең (бул моментте күш нолге тең болады) хәм ең шетки ноқатларда максималлық $|\omega|_{max} = \frac{4\pi^2}{T^2}a$ абсолют мәнисине ийе. Тезлениў хәмме ўақыт тең салмақтық жағдайына бағытланған болады.

Тербелис амплитудасының және басланғыш фазаның мәнислери басланғыш шәртлерден анықланады. Бөлекшениң $t = 0$ басланғыш ўақыттағы тезлиги v_0 хәм ауысыуы x белгили деп болжайық. Бул шәртлерди инабатқа алып, (1)- хәм (2)- аңлатпаларға $t = 0$ мәнисин қойсақ:

$$x_0 = a \cos \alpha, \quad v_0 = -a \omega \sin \alpha \quad (4)$$

ямаса

$$\frac{v_0}{\omega} = -a \sin \alpha. \quad (5)$$

аңлатпаларына ийе боламыз.

(4)-хәм (5)-аңлатпаларды квадратқа көтерип, соңынан ағзама-ағза қосамыз:

$$x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} = a^2.$$

Буннан:

$$a = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \quad (6)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

(5) аңлатпаны ағзама-ағза $x_0 = a \cos \alpha$ шамасына бөліп

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{v_0}{\omega x_0}. \quad (7)$$

теңлигин аламыз.

(6)-хәм (7)-аңлатпалар x_0 хәм басланғыш тезлик v_0 бойынша анықланған a амплитуданы хәм басланғыш фаза α ның басланғыш аўысыўын береді. Солай етип, басланғыш шәртлердің жәрдеминде берілген массаға ийе болған ноқаттың бирдей болған серпимли күштің тәсиринде хәр қыйлы амплитуда менен хәр қыйлы басланғыш фазаға ийе болған тербеліслерди пайда ете алатуғынлығын көреміз. Бирақ, оның дәўири барлық ўақытта да бирдей мәниске ийе болады.

Егер пружинаға илдирилген жүк тең салмақлық ҳалынан шығарылған болса, онда жүк қозғала баслаўдың алдында пружананың қанша шамаға созылғанына хәм оған қандай тезликтің берілгенлигине байланысly болған амплитуда менен тербеле баслайды; ал тербелістің дәўири амплитудадан ғәрезли емес, тек жүктің массасы m хәм пружинаның "қаттылығы" k менен анықланады.

Жоқарыда келтирилген жағдайлардан көринип тұрғанындай, тербеліслердің басланғыш фазасы басланғыш моменти сайлап алыўдан байланысly. Мысалы, басланғыш момент ушын ноқаттың аўысыўы $x_0 = +a$ шамасына тең болған ўақытты алыўға болады. Онда (6)-формулаға сәйкес $v_0 = 0$ хәм (7)-формулаға сәйкес фазаның да нолге тең болыўы керек ($\alpha = 0$).

Бир неше мысалларды қараймыз.

1-мысал. Егер пружина 3 кГ күштің тәсиринде еткенде 9 см ге созылатуғын болса, онда усы пружинаға илдирилген салмағы $P = 2,5$ кГ болған жүктің тербеліс дәўирин анықлаңыз.

Шешими: Пружинаға тәсир ететуғын 3 кГ күшти сол күш жүзеге келтиретуғын аўысыўға бөлсек, онда пружинаның серпимлилик коэффициентин алынады:

$$k = \frac{3}{9} \text{ кГ/см} = \frac{1}{3} \text{ кГ/см}.$$

Буннан кейин 97-параграфтағы (10)-формула бойынша тербеліс дәўирин анықлаймыз:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{P}{gk}} = 2\pi \sqrt{\frac{2,5 \cdot 3}{981}} \text{ сек} = 0,55 \text{ сек}.$$

2-мысал. Узынлығы l болған математикалық маятниктің тербеліслер дәўири анықлансын.

Математикалық маятник деп мәселениң шәртлеринде жиптің салмағын есапқа алмаўға болатуғын маятникке айтады.

Шешими. Маятниктің жүгиниң (яғный жипке илдирилген жүктің) массасын m арқалы белгилейміз. Маятник вертикаль бағыттан φ мүйешке қыялатылған деп көз алдымызға келтиреміз. Маятниктің жүгиниң тең салмақлық жағдайына қарай қозғалысқа келтириўши күш салмақ күшиниң жипке перпендикуляр болған P_t құраўшысы болып табылады (242-сүўрет). 97-параграфта айтып өтилгенидей, аўысыў мүйеши φ диң шамасы киши болғанда, бұл P_t құраўшысы сан шамасы жүўық түрде $P \cdot \varphi$ шамасына тең хәм тең салмақлық жағдайы тәрепке бағытланған болады. Соның ушын:

$$P_t = -P \cdot \varphi = -mg\varphi \quad (8)$$

аңлатпасына ийе боламыз. Бұл жерде g – салмақ күшиниң тезленийи; минус белгиси P_t күшиниң

оң φ мүйешлеринің шамасы өлшенетуғын тәрепке кери бағытланғанлығын көрсетеді.

Жүктің траекториясына ұрынба бағыттағы тезлениу $l\ddot{\varphi}$ шамасына тең, бұннан Ньютонның екінші нызамына сәйкес:

$$ml\ddot{\varphi} = P_t$$

ямаса (8)-формула бойынша:

$$ml\ddot{\varphi} = -mg\varphi$$

теңліклерине ийе боламыз. Бұннан:

$$\ddot{\varphi} = -\frac{g}{l}\varphi$$

теңлігине ийе боламыз.

g/l қатнасын ω^2 арқалы белгилейміз; бұндай жағдайда:

$$\ddot{\varphi} = -\omega^2\varphi$$

теңлемесі келип шығады.

Маятниктің мүйешлік аұысыуы φ қарата жазылған бұл теңleme 97-параграфтағы (5)-теңлемеге толығы менен сәйкес келеді. Соның үшін φ ұақыттың дәуірлік функцияси болып, оның дәуіри:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (9)$$

формуласының жәрдемінде есапланады.

Бұл (9)-формула биз излеп атырған математикалық маятниктің тербелиуінің дәуірін анықлайды. Математикалық маятниктің тербелиу дәуіри тек маятниктің ұзынлығы l ге хәм Жер шарының берілген ноқатындағы салмақ күшинің тезлениуі g шамасына байланысly екен.

3-мысал. Салмағы P шамасына тең болған, салмақ орайы C айланыу көшери O дан a қашықтықта жайласқан дененің (245-сүрет) сол O көшеринің әтирапындағы тербелиуінің дәуірін анықлаңыз. Дененің тең салмақтық халдан аұысыу мүйеши φ диң шамасы киши деп есаплансын.

Шешими: P салмақ күшин C салмақ орайына түсірілген деп есаплауға болады. Алдыңғы мысалдағы жағдайға сәйкес, бұл мысалда да дене салмақ күшинің P_t құраушысының тәсирінде тең салмақтық халы тәрепке қарай қозғалады. Сонлықтан, φ мүйешинің киши болыуы себепли:

$$P_t = -P\varphi.$$

теңлігін жазамыз.

Бұл күштиң айланыу көшерине салыстырғандағы моменти (35-параграфқа қараңыз) мынаған тең:

$$M = P_t a = -P\varphi a \quad (10)$$

Бұл M моментинің тәсирінде дене

$$\beta = \frac{M}{I}$$

шамасына тең болған $\beta = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$ мүйешлік тезлениуіне ийе болады; бұл аңлатпаларда I – дененің O көшерине салыстырғанда инерция моменти. Бұл ақырғы аңлатпадағы M ның орнына (10)-аңлатпадағы шамасын хәм β ның орнына $\ddot{\varphi}$ шамаларын қоямыз. Бұндай жағдайда тезлениудің

$$\ddot{\varphi} = -\frac{P \cdot a}{I} \varphi$$

шамасына тең екенлігине исенеміз.

Бұл теңleme 97-параграфтағы (5)-теңleme менен ямаса ұсы мысалдан алдыңғы мысалдағы φ ге қарата жазылған теңлемеге толығы менен бирдей. Бұннан биз төмендегидей жуұмаққа келеміз: аұысыу мүйеши φ киши болғанда дене тең салмақтық жағдайы әтирапында

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Pa}} \quad (11)$$

дәуіри менен гармоникалық түрде тербеледі.

$P = mg$ қатнасынан пайдаланып, дәуірди былайынша жазамыз:

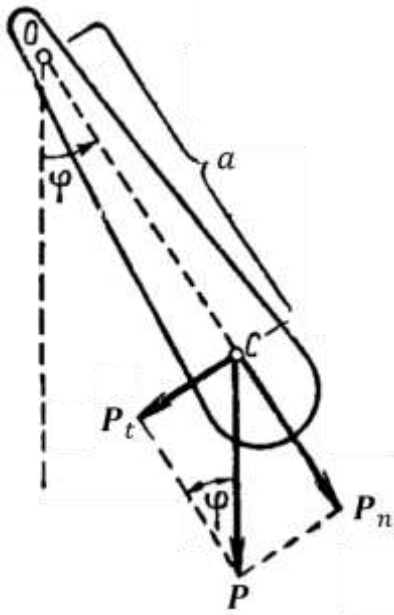
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}} \quad (11a)$$

Бұл аңлатпада m арқалы дененің массасы белгіленген.

Өзінің тең салмақтық орны этирапында мине сондай түрде тербеле алатуғын денени физикалық маятник деп атайы.

$$L = \frac{I}{ma} \quad (12)$$

шамасын физикалық маятниктің келтирилген ұзынлығы деп атау кабыл етилген.



245-сүррет.
Салмақты дененің О көшерінің
дөгерігіндегі тербелісі.

Инерция моменти болған I шамасының аңлатпасына масса киретуғын болғанлықтан (35-параграфқа қараңыз), физикалық маятниктің L келтирилген ұзынлығы дененің толық массасына байланысly болмай, оның тек ғана геометриялық формасына хәм массасының бөлистрилиүйіне байланысly шама болады.

(11a) ға маятниктің келтирилген ұзынлығы шамасын қойып, төмендегі аңлатпаны аламыз:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}.$$

Солай етип, физикалық маятниктің тербеліслерінің дәуірінің формуласы математикалық маятниктің тербеліслер дәуірінің формуласына [өткен мысалдағы (9)-формула] ұқсас түрге иіе болады.

§ 99. Гармоникалық тербелмелі қозғалыстың энергиясы. Мейли, массасы m болған материаллық нокат

$$f = -kx$$

квазисерпимлі күшінің тәсірінде тербеліп атырған болсын. Бұл теңдікте x арқалы нокаттың тең салмақтық халынан ауысуы белгіленген. Тербеліудің нәтижесінде материаллық нокат тезлікке хәм соған сәйкес кинетикалық энергияға иіе болады

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2. \quad (1)$$

Усының менен бирге тербеліуші нокаттың потенциаллық энергиясы да болады. Нокаттың хәр қыйлы орынларда хәр қыйлы тезліклерге иіе болуы оның E_k кинетикалық энергиясының уақыттың өтіуі менен өзгеретуғынлығын аңғартады. Сондай-ақ, соған сәйкес потенциаллық энергия да өзгерісте болады. Потенциаллық энергияның шамасы белгили

бир x -ауысыуды жүзеге келтиріу үшін сыртқы күшлер тәрепинен атқарылған жұмыс пенен өлшенеди. 25-параграфта сөз етилгендей, серпимли күштиң ислеген жұмысының сан мәніси $\frac{1}{2}kx^2$ шамасына тең. Солай етип, потенциаллық энергия E_p ушын

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \quad (2)$$

аңлатпасын жаза аламыз.

(1)-хәм (2)-формуларға v хәм x тың 93-параграфтағы (1)-хәм (2)-формулар бойынша мәніслерин қоямыз:

$$E_k = \frac{1}{2}ma^2\omega^2\cos^2(\omega t + \alpha), \quad (1a)$$

$$E_p = \frac{1}{2}ka^2\cos^2(\omega t + \alpha). \quad (2a)$$

Потенциаллық энергия максимумға жеткенде кинетикалық энергия E_k нолге тең болады, яғный ең үлкен шетки орынларында $E_k = 0$ болады дегенди аңғартады; тең салмақлық жағдайынан өтиуі менен кинетикалық энергия максимум мәніске жетеди, бул ўақытта потенциаллық энергия нолге тең болады.

Тербелиўши ноқаттың толық энергиясы E еки түрли энергиялардың қосындысына тең, яғный:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}ma^2\omega^2\sin^2(\omega t + \alpha) + \frac{1}{2}ka^2\cos^2(\omega t + \alpha).$$

Жоқарыда қабыл қылынған белгилеўге байланысly, $m\omega^2 = k$ ийе боламыз; соның ушын толық энергияның аңлатпасын былайынша жазыў мүмкин:

$$E = \frac{1}{2}ka^2\sin^2(\omega t + \alpha) + \frac{1}{2}ka^2\cos^2(\omega t + \alpha)$$

Буннан

$$E = \frac{1}{2}ka^2$$

түриндеги аңлатпаны аламыз хәм *толық энергия E ниң тербеліу амплитудасының квадратына хәм серпимлилик коэффициенти k ға пропорционал* болатуғынлығын көремиз.

$k = m\omega^2 = m\frac{4\pi^2}{T^2}$ теңлигинен пайдаланып (3)-формулань былайынша жазыў мүмкин:

$$E = \frac{2\pi^2m}{T^2}a^2. \quad (4)$$

(2)-хәм (4)- формулардан *тербеліу ўақытында толық энергияның турақлы* болатуғынлығын көремиз. Энергияның сақланыў нызамы бойынша да биз қарап атырған жағдайда энергияның шамасы турақлы болып қалыўы керек.

Ең үлкен ауысыу ноқатында энергия толығы менен потенциаллық энергияға айланады, ал тең салмақлықта туратуғын орын арқалы өткенде толық энергия кинетикалық энергияға айланады; тербеліуши ноқаттың барлық басқа жағдайларында энергияның хәр қыйлы мәніслерге ийе болған еки түри де бар болады. Тербелмели қозғалыстың энергиясының график түриндеги сүўретин 29-параграфта көрип өткен едик.

Жоқарыда айтылғанлардан тербелмели қозғалыстың барысында потенциаллық энергияның кинетикалық энергияға хәм керисинше, кинетикалық энергияның потенциаллық энергияға айланып туратуғынлығы келип шығады. Бир T дәўир ишинде E толық энергия еки рет кинетикалық энергияға (еки рет тең салмақлық жағдайы арқалы өтиў ўақытында) хәм еки рет потенциаллық энергияға айланады (еки шетки ноқатларда). Энергияның бир ўақытлары потенциаллық энергияға, бир ўақытлары кинетикалық энергияға өтиўин энергияның "тербелиси" деп атаўға болады. Жоқарыда айтылғанлардан энергияның "тербелисиниң" дәўири T' тың тербелмели қозғалыстың өзиниң дәўири T дан

еки есе киши болатуғынлығын көриўге болады.

Тербелиўдин энергиясын анықлаўға байланыслы болған төмендеги мысалды көрип өтейик.

Төмендеги келтирилген мағлұматлар тийкарында пружинаға илдирилген жүктің тербеліс энергиясы анықлансын: жүк дәслепки ўақытта тең салмақлық жағдайынан 8 см ге шекем жылжытылған хәм оннан соң босатылып жиберилген. Пружина жөнинде мына нәрсе белгили: 2 кг күштиң тәсиринде ол 1 см ге созылады.

Шешими. Басланғыш ўақыт моментинде жүк тезликке ийе болмағаны ($v_0 = 0$) ушын, тербеліслер амплитудасы $\alpha = x_0 = 8$ см.

Серпимлилик коэффициентини k былайынша анықланады:

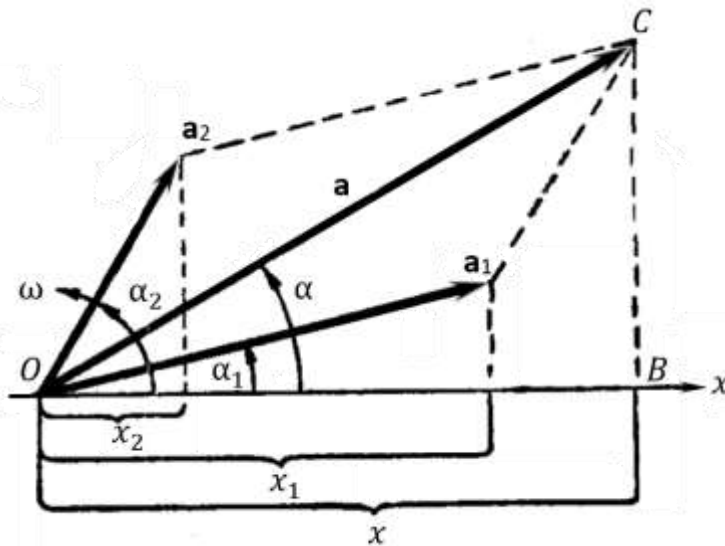
$$k = \frac{2 \text{ кг}}{1 \text{ см}} = 2 \frac{\text{кг}}{\text{см}} = 2 \cdot 980 \cdot 10^3 \frac{\text{дина}}{\text{см}}.$$

Буннан толық энергияның

$$E = \frac{1}{2} k \alpha^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 980 \cdot 10^3 \cdot 64 \text{ erg} \cong 6,3 \cdot 10^7 \text{ erg} = 6,3 \text{ Дж}$$

шамасына тең болатуғынлығын хәм алынған нәтижениң тербеліўши денениң массасына байланыслы емес екенлигин көремиз.

§ 100. Бир түўрының бойында жүзеге келетуғын тербеліслерды қосыў. Денениң бир ўақыттың өзінде еки хәм оннан да көп тербеліслерге қатнасыўынан ибарат болған қозғалыслар тұрмыста тез-тез ушырап турады. Масалы, егер жүкти пружинаның жәрдеминде рессорлы вагонның төбесине илдирип қойылған жағдайда ол асылған ноқатқа салыстырғанда тербеледи; ал, жүк илдирилген ноқаттың өзи болса өз нәўбетинде вагонның рессорлары менен биргеликте тербеледи; нәтижеде жүк бир бағыттағы еки тербелістиң қосылыўының нәтижесинде пайда болған қозғалысқа қатнасады.



246-сүўрет.
Бирдей дәўирге ийе болған тербелмели қозғалысларға сәйкес келетуғын векторларды қосыў.

Тербеліслердин қосылыўының салдарынан қандай жуўмақлаўшы қозғалыстың пайда болатуғынлығын көрип өтейик.

Бирдей тербеліў бағытына хәм бирдей дәўирге ийе болған, бирақ басланғыш фазалары менен амплитудалары хәр қыйлы болған еки тербелісти қосыўдан баслаймыз. Мынадай еки тербелісти алайық:

$$x_1 = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1), x_2 = a_2 \cos(\omega t + \alpha_2) \quad (1)$$

Алынған еки тербеліслердин дәўирлери бирдей болғанлықтан, олардың циклық жийиликлери де бирдей болады.

Дене бир ўақыттың өзінде еки тербелісте қатнасқан болса, оның тең салмақлық

жағдайынан ағысыуы x ты (1)-теңлиги менен аңлатылатуғын x_1 хәм x_2 ағысыуларының алгебралық қосындысы болады:

$$x = x_1 + x_2 = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + a_2 \cos(\omega t + \alpha_2). \quad (2)$$

Бұл қосыуыды графикалық ұсылда орынлаймиз. Хәр еки тербелисти X көшериниң бойындағы ықтыярлы түрде алынған O ноқатынан басланатуғын амплитуда векторларының (97-параграфға қараңыз) жәрдемінде сүүретлеймиз (246-сүүрет). Басланғыш ўақыт ушын a_1 амплитудасы менен X көшериниң арасындағы мүйеш α_1 шамасына тең, ал a_2 амплитудасы менен X көшери арасындағы мүйеш α_2 ке тең. Амплитуданың екеуи де бирдей ω мүйешлик тезлик пенен саат стрелкасының қозғалыс бағытына қарама-қарсы бағытта айланады. Демек a_2 хәм a_1 векторларының арасындағы мүйеш барлық ўақытта $\alpha_2 - \alpha_1$ шамасына тең болып қалады. Еки вектордың қандай да бир көшерге түсирилген проекцияларының қосындысы сол векторлардың қосындысының сол көшерге түсирилген проекциясына тең болғанлықтан, ұлыўмалық тезлений a_2 хәм a_1 амплитуда векторларының векторлық қосындысынан келип шығатуғын a амплитуда векторы менен сүүретленеди, яғный:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2. \quad (3)$$

246-сүүреттен

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \quad (4)$$

теңлигиниң орынлы екенлигине көз жеткеремиз.

Қосылыўшы тербелислердиң амплитуда векторлары қандай мүйешлик тезлик менен айланса, қосынды амплитуда векторы a да тап сондай тезлик менен айланады.

246-сүүретте көринип тұрганындай, қосында амплитуда векторының басланғыш моментте X көшери менен пайда еткен мүйеши α шамасына тең хәм ол

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{OB} = \frac{a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin \alpha_2}{a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2} \quad (5)$$

теңлигиниң жәрдемінде анықланады.

Қосынды тербелистиң өзи амплитуда векторы a ның X көшерине түсирилген проекциясы менен сүүретленеди, яғный оның шамасы төмендегидей болады:

$$x = x_1 + x_2 = a \cos(\omega t + \alpha) \quad (6)$$

Солай етип, қосынды қозғалыстың да гармоникалық тербелис болатуғынлығын хәм қосылыўшы тербелислер қайсы туўры сызықтың бойында жүзеге келетуғын хәм қандай дәўирге ийе болатуғын болса, онда қосынды тербелистиң де сол туўры сызықтың бойында хәм сондай дәўирге ийе болатуғынлығын көремиз. Қосынды тербелистиң амплитудасы a хәм оның басланғыш фазасы α қосылыўшы тербелислердиң амплитудалары хәм басланғыш фазалары арқалы сәйкес (4)-хәм (5)-формулардың жәрдемінде анықланады.

(4)-формула бойынша қосынды тербелистиң амплитудасы a ның қосылыўшы тербелислердиң фазаларының айырмасы болған $\alpha_2 - \alpha_1$ шамасына байланыслы екенлигин аңғарыў үлкен әҳмийетке ийе. Косинустың мәнисиниң +1 ден үлкен хәм -1 ден киши болмайтуғынлығынан, (4)-формуладан қосынды амплитуданың шамасының қосылыўшы a_1 хәм a_2 амплитудалардың қосындысынан үлкен хәм олардың айырмасынан киши болмайтуғынлығын аңғарыўға болады. Басқаша сөзлер менен айтканда амплитудалар ушын мынадай теңсизликлер орынлы болады:

$$a_1 + a_2 \geq a \geq |a_2 - a_1|.$$

Егер қосылыўшы тербелислердиң фазаларының айырмасы *нолге ямаса $2k\pi$ шамасына тең болса* (k -пүтин сан), онда фазалар айырмасының косинусы +1 ге тең болады хәм (4)-формулаға байланыслы:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2$$

хәм буннан

$$a = a_1 + a_2$$

теңліклеріне ийе боламыз. Демек, фазалар арасындағы айырма $\alpha_2 - \alpha_1 = 2\pi k$ шамасына тең болғанда (бұнан $k = 0, 1, 2, 3, \dots$) ұлыымалық тербелістің амплитудасы a қосылыұшы тербелістердің a_1 хәм a_2 амплитудалары қосындысына тең болады.

Егер қосылыұшы тербелістердің фазалары айырмасы тақ сан еселенган π ға тең болса, онда фазалар айырмасының косинусы -1 ге тең болады хәм a амплитуда ұшы (4)-формуладан төмендегидей мәніслерди аламыз:

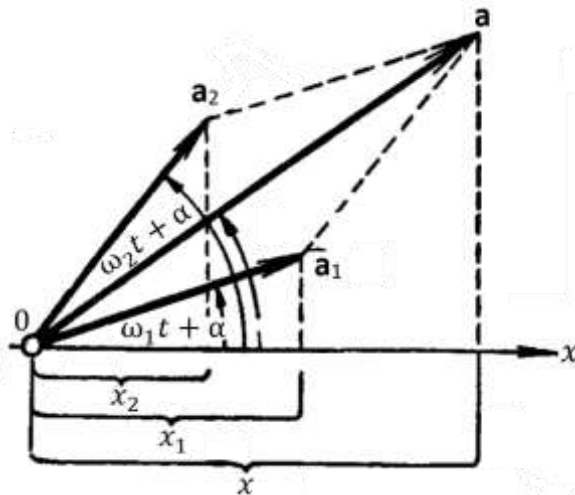
$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2$$

хәм бұнан

$$a = |a_2 - a_1|$$

аңлатпасына ийе боламыз. Биз бұл жерде, $a_2 - a_1$ айырмасының абсолют шамасын аламыз, себеби a өзінің мәнісі бойынша тек белгиси оң шамаға тең.

Бұнан, егер фазалар айырмасы $a_2 - a_1 = (2k + 1)\pi$ шамасына тең болса (бұл аңлатпада $k = 0, 1, 2, \dots$), онда қосынды тербелістің a амплитудасы қосылыұшы тербелістердің a_1 хәм a_2 амплитудаларының айырмасының абсолют шамасына тең екенлиги келип шығады.



247-сүүрет.

Хәр қыйлы дәўирге ийе болған гармоникалық тербелмели қозғалысқа сәйкес келетуғын векторларды қосыұ.

Енди, қосылыұшы тербеліслер бир бағытта, бирақ хәр қыйлы дәўирлерге тең деп болжаймыз. Бұндай жағдайда тербеліслердің векторлық диаграммасындағы қосылыұшы a_1 хәм a_2 амплитудаларының векторлары хәр қыйлы мүйешлик тезликлер менен айланады (247-сүүрет). Нәтийжеде олардың арасындағы мүйеш тұрақлы болып қалмайды, ал ўақыттың өтиұи менен өзгереді. Сол себепли қасынды амплитуда a ның мәнісі де өзгермели болады. Қосылыұшы тербеліслердің циклық жиийиликлери ω_1 хәм ω_2 болсын. Қосылыұшы тербеліслердің фазаларының айырмасы өзгермели болғанлықтан еки тербелістің фазалары бирдей болған ўақыт моментин басланғыш ўақыт деп есаплаўға болады. Демек, бұл жағдайда тербеліслерди былайынша жазыўға болады:

$$x_1 = a_1 \cos(\omega_1 t + \alpha), x_2 = a_2 \cos(\omega_2 t + \alpha). \quad (7)$$

Биз қарап атырған жағдайда $\omega_2 > \omega_1$ теңсизлиги орын алады деп болжаймыз.

Қосылыұшы амплитуданың фазалар айырмасы $(\omega_2 - \omega_1)t$ шамасына тең болады. Фазалар айырмасының бұл шамасын (4)-формуладағы $\alpha_2 - \alpha_1$ шампасының орнына қойып, қосынды амплитуданың квадратының аңлатпасын былайынша жазамыз:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\omega_2 - \omega_1)t. \quad (8)$$

Солай етип, қосынды тербелістің a амплитудасының шамасы ўақыттың өтиұи менен белгили бир дәўир менен өзгереді екен.

Қосынды амплитуда векторының мүйешлик тезлиги де тұрақлы болмайды. Сонлықтан дәўирлері бирдей болмаған гармоникалық қозғалыслардың қосындысы гармоникалық

тербеліс болып табылмайды.

Енді қандай да бір $a_1 = a_2$ амплитудаларына ие болған, бірақ дәйірлері хәм айланыў жийиликлері бір биринен жүдә аз айырмаға ие еки тербелістің қосылыўының нәтижесін үйренейік.

(8)-формулада $a_1 = a_2$ деп есапласақ,

$$a^2 = 2a_1^2[1 + \cos(\omega_2 - \omega_1)t] = 4a_1^2 \cos^2 \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t$$

аңлатпасына ие боламыз ямаса

$$a = \left| 2a_1 \cos^2 \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right| \quad (9)$$

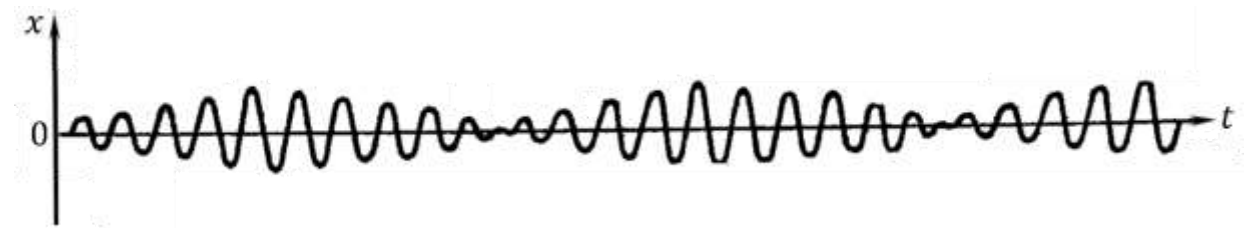
Биз бул жағдайда да аңлатпаның оң тәрәптеги шаманың оң мәніслерін аламыз. Себеби амплитуда өзінің мәнісі бойынша оң шама болып табылады. Косинустың абсолют мәнісинің дәйірі π ға тең; демек, косинустың аргументі π шамасына өзгеретуғын ўақыт аралығы амплитуданың абсолют мәнісинің өзгеріў дәйірі болған τ шамасына тең болады. Демек τ дәйірін мынадай шәрттен анықлаймыз:

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \tau = \pi.$$

Буннан τ ушын

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1} \quad (10)$$

аңлатпасына ие боламыз.



248-сүўрет. Биение.

Амплитуданың өзгеріўінің жийилигі ν , яғный τ дәйіріне кері болған шама мынаған тең:

$$\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi} = \nu_2 - \nu_1. \quad (10a)$$

Яғный қосынды тербеліс амплитудасының өзгеріў жийилигі ν қосылыўшы тербеліслердің жийиликлерінің айырмасы $\nu_2 - \nu_1$ шамасына тең екен. 247-сүўреттен көриніп тұрғанындай, қосынды амплитуда векторының X көшери менен пайда еткен мүйеши $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \alpha$ шамасына тең. Демек бундай жағдайда қосынды амплитуда векторы қосылыўшы тербеліслердің айланыў жийиликлерінің қосындысының ярымына тең болған тұрақлы тезлік пенен айналады екен. Қосынды амплитуда векторының X көшеріне проекциясын түсирсек, онда қосынды қозғалыстың аңлатпасы пайда болады. Соның ушын ұлыўмалық аўысыў x :

$$x = a \cos \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \alpha \right)$$

ямаса (9)-формуладан:

$$x = \left| 2a_1 \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right| \cos \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \alpha \right) \quad (11)$$

теңлігін жаза аламыз.

Берілген шәртке байланысly, ω_2 менен ω_1 шамалары бір бирине дым жақын. Сонлықтан, $\omega' = \omega_2 - \omega_1$ айырмасы $\omega_1 + \omega_2$ қосындысына қарағанда әдеўір киши; сол

себеппи биз мынадай жуўмақ шығара аламыз: (11)-теңдиктен қосынды қозғалысты айланыў жийилиги $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ шамасына тең болған гармоникалық тербелмели қозғалыс деп есаплаў мүмкин. Оның амплитудасы a тұрақлы емес, яғный ўақыт өтиўи менен (9)-қатнас бойынша дәўирли түрде өзгереді. a амплитудасының өзгериўиниң τ дәўири (10)-формуланың жәрдеминде анықланылады. Бундай тербелис графикалық түрде 248-сўўретте көрсетилген. Бул тербелистин амплитудасы ўақыттың өтиўи менен үлкейип хәм киширейип турады; бундай қубылысты *биение* деп атайды.

§ 101. Бир бирине перпендикуляр болған тербелислерди қосыў. Енди бир бирине перпендикуляр бағытлардағы тербелислердин қосылыўының нәтийжесин үйренемиз. Дәслепп материаллық ноқат бир бирине перпендикуляр болған бағытлардағы бирдей дәўирли еки тербелиске қатнасады деп болжаймыз. Тербелислердин бағытлары ушын OX хәм OY көшерлері алынған болсын.

Бундай жағдайда тербелис теңлемелери

$$x = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1), y = a_2 \cos(\omega t + \alpha_2) \quad (1)$$

түринде жазылады. Бул аңлатпаларда a_1 хәм a_2 және α_1 хәм α_2 шамалары арқалы сәйкес биринши хәм екинши тербелислердин амплитудалары хәм басланғыш фазалары белгиленген.

Ноқаттың траекториясының теңлемесин анықлаў ушын (1)-теңлемелердеги ўақытты қысқартамыз.

(1)-теңлемени төмендеги түрде көширип жазамыз:

$$\frac{x}{a_1} = \cos \omega t \cdot \cos \alpha_1 \sin \omega t \cdot \sin \alpha_1, \quad (2)$$

$$\frac{y}{a_2} = \cos \omega t \cdot \cos \alpha_2 - \sin \omega t \cdot \sin \alpha_2. \quad (2a)$$

(2)-теңлемени $\cos \alpha_2$ хәм (2a)-теңлемени $\cos \alpha_1$ шамасына көбейтип, олардың айырмасын есаплаймыз:

$$\frac{x}{a_1} \cos \alpha_2 - \frac{y}{a_2} \cos \alpha_1 = \sin \omega t \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1).$$

(2)-теңлемени $\sin \alpha_2$ ге хәм (2a)-теңлемени $\sin \alpha_1$ шамасына көбейтип, олардың айырмасын табамыз:

$$\frac{x}{a_1} \sin \alpha_2 - \frac{y}{a_2} \sin \alpha_1 = \cos \omega t \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1).$$

Соңғы еки теңлемени квадратқа көтерип хәм ағзама-ағза қосып траекторияның теңлемесин табамыз:

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - \frac{2xy}{a_1 a_2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1) = \sin^2(\alpha_2 - \alpha_1) \quad (3)$$

Улыўма айтқанда бул теңлеме *эллипстың теңлемеси* болып табылады. оның характеристикалары $\alpha_2 - \alpha_1$ фазалар айырмасының мәнислери бойынша анықланады. Дара болған жағдайларды үйренемиз. Қосылыўшы тербелислердин фазаларының айырмасы $\alpha_2 - \alpha_1$ нолге тең болсын, яғный

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha.$$

Бул жағдайда траекторияның (3)-теңлемесин

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - \frac{2xy}{a_1 a_2} = 0$$

ямаса

$$\left(\frac{x}{a_1} - \frac{y}{a_2} \right) = 0$$

түринде жазады. Буннан

$$\frac{x}{y} = \frac{a_1}{a_2}$$

яғный биз координата басыннан өтйүши хәм OX көшери менен тангенс $\frac{a_1}{a_2}$ шамасына тең болған мүйеш пайда ететуғын түүры сызықтың теңлемесин алдық (249-а сүүрет).

Мине сол түүры сызықтың бойындағы ноқат гармоникалық тербелмели қозғалыста болады. Себеби ноқаттың сол сызықтың бойындағы орны s кесиндиси менен анықланады хәм онын мәниси

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\alpha_1^2 \cos^2(\omega t + \alpha) + \alpha_2^2 \cos^2(\omega t + \alpha)} = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} \cos(\omega t + \alpha).$$

аңлатпасының жәрдемінде есапланады. Қосынды тербелістің дәуири қосылыўшы тербеліслердің дәуирине тең, ал қосынды тербелістің амплитудасы

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

формуласының жәрдемінде анықланады. Енди қосылыўшы тербеліслердің фазаларының айырмасы болған $\alpha_2 - \alpha_1$ шамасын π ге тең деп болжайық, яғный

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \pi$$

теңлиги орынлы болсын. Бундай жағдайда траекторияның теңлемеси [яғный (3)-теңлеме]

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} + \frac{2xy}{a_1 a_2} = 0$$

ямаса

$$\left(\frac{x}{a_1} - \frac{y}{a_2} \right)^2 = 0$$

түрінде жазылады. Буннан

$$\frac{x}{y} = -\frac{a_1}{a_2}$$

теңлемесине ийе боламыз.

Бул 249-б сүүреттегі түүры сызықтың теңлемеси болып табылады. Бул түүры сызықтың бойында ноқат алдыңғы жағдайда алынған амплитуда менен гармоникалық тербелмели қозғалады.

Егер қосылыўшы тербеліслердің $\alpha_2 - \alpha_1$ фазаларының айырмасы $\frac{\pi}{2}$ ямаса $\frac{3\pi}{2}$ шамаларына тең болса, онда траекторияның теңлемеси

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} = 1 \quad (4)$$

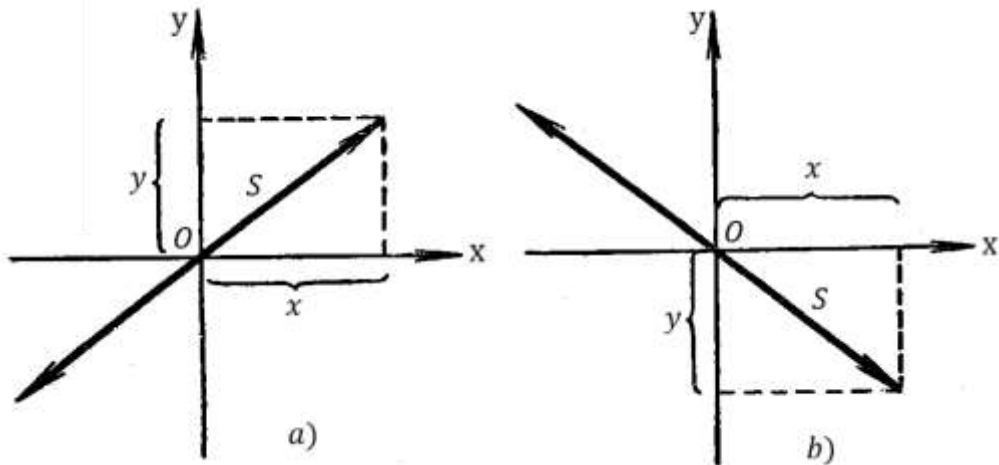
түрине енеди. Бул OX хәм OY көшерлерине сәйкес келетуғын эллипстің теңлемеси болып табылады (250-сүүрет). Егер фазалар айырмасы $\alpha_2 - \alpha_1 = \frac{\pi}{2}$ болса, онда қаралып атырған ноқат эллипс бойынша саат стрелкасының қозғалыў бағытында қозғалады. Оны дәлиллей ушын қосылыўшы тербеліслердің теңлемелерин төмендегідей етип жазыўымыз керек:

$$\begin{aligned} x &= a_1 \cos(\omega t + \alpha), \\ y &= a_2 \cos\left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -a_2 \sin(\omega t + \alpha). \end{aligned}$$

Ұақыттың қандай да бир моментінде хәр еки аңлатпаның аргументинің шамасы нолге тең; бул ұақытта тербеліўши ноқат A ноқатында болады (250-сүүрет); ұақыттың буннан кейинги моментлерінде аргумент үлкейеди хәм ұсаған сәйкес x оң, ал y терис мәнислерге ийе болады; ноқат төменге қарай, саат стрелкасының қозғалыў бағытында жылысады. Егер қосылыўшы тербеліслердің фазаларының айырмасы $\frac{3\pi}{2}$ шамасына тең болса, онда жоқарыда өткерілгендей таллаўлардан ноқаттың эллипс бойынша саат стрелкасының қозғалыў бағытына кери бағытта қозғалатуғынлығын көриўге болады.

Фазалар айырмасының белгиси өзгерген жағдайда эллипс бойынша қозғалыстың

бағыты қарама-қарсы тәрепке қарай өзгереді. Мысалы, $\alpha_2 - \alpha_1 = -\frac{\pi}{2}$ теңлиги орынланғанда саат стрелкасының қозғалыс бағытына қарама-қарсы бағыттағы, ал $\alpha_2 - \alpha_1 = -\frac{3\pi}{2}$ болған жағдайда саат стрелкасының қозғалыс бағытындағы қозғалыс жүзеге келеді. Көриніп тұрғанындай, қосылыұшы тербелістердің амплитудалары бір бирине тең болған жағдайда эллипстің тәрізлі траектория бойынша қозғалыс шеңбер тәрізлі траектория бойынша қозғалысқа айналады.



249-сүрет. Бирдей ямаса қарама-қарсы фазаға ийе бір бирине перпендикуляр болған еки тербелмели қозғалыстың қосылыұының нәтижесінде түүры сызықлы гармоникалық тербелмели қозғалыс жүзеге келеді.

Солай етип,

$$x = a \cos \omega t, y = a \sin \omega t \quad (5a)$$

түрінде жазыұға болатуғын бір бирине перпендикуляр болған еки

$$x = a \cos \omega t, y = a \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (5)$$

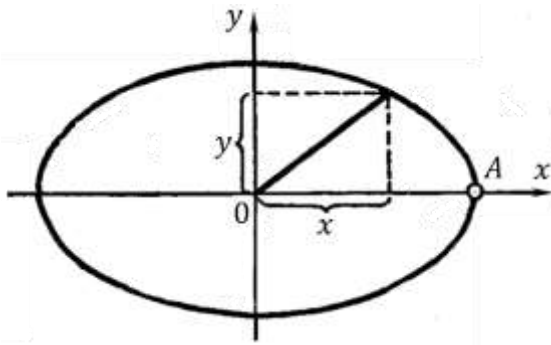
гармоникалық тербелісти қосқанда радиусы a шамасына тең шеңбер тәрізлі траектория бойынша саат тилинің қозғалыс бағытындағы қозғалысты береді.

Керисинше, радиусы a болған шеңбер тәрізлі траектория бойынша саат тилинің қозғалыс бағытындағы мүйешлік тезлиги ω шамасына тең болған тең өлшеұли қозғалысты (5)- хәм (5a) формулаларына сәйкес келетуғын бір бирине перпендикуляр болған еки гармоникалық тербелмели қозғалысқа жайыұға болады.

Тап сол сыяқлы

$$x = a \cos \omega t, y = a \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = a \sin \omega t \quad (6)$$

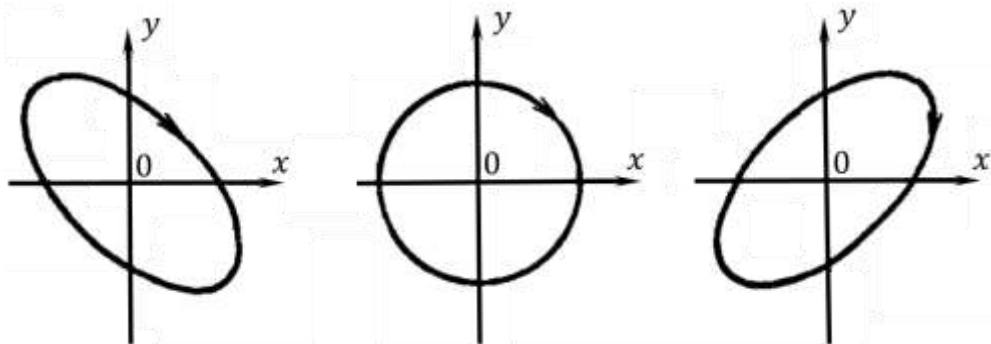
гармоникалық тербеліслери қосып, радиусы a болған шеңбер тәрізлі траектория бойынша сааттың тилинің қозғалыс бағытына қарама-қарсы бағыттағы ω мүйешлік тезлиги менен жүзеге келетуғын қозғалыстың теңдемесин береді.



250-сүрет.

Бир бирине перпендикуляр болған еки гармоникалық тербелмели қозғалыстың қосылыуының нәтижесінде эллипс тәрізлі қозғалыс жүзеге келеді.

Фазалар айырмасының $\pm \frac{\pi}{2}$ хәм $\pm \frac{3\pi}{2}$ шамаларынан басқа барлық мәнислери OX хәм OY көшерлериниң үстине бетлеспейтуғын элlepслерди береди. Бирдей дәуирли бир бирине перпендикуляр болған гармоникалық тербелмели қозғалыслардың қосылыуынан пайда болған траекториялардан айырымлары 251-сүретте көрсетилген.



251-сүрет. Бирдей дәуирге ийе хәм бир бирине перпендикуляр болған еки гармоникалық тербелести қосқанда алынатуғын қозғалыс траекторияларының хәр қыйлы түрлери.

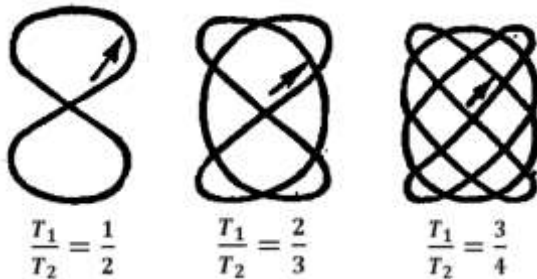
Келтирилген таллаўлардан ноқаттың эллипс бойынша қозғалысын бир бирине перпендикуляр болған еки тербелиске жайыўдың мүмкин екенлиги келип шығады. Олардың фазалары арасындағы айырма эллипстиң сыртқы түри хәм ноқаттың қозғалысының *бағыты менен* анықланады.

Бир бирине перпендикуляр болған тербелислердиң дәуирлери бирдей болмаған жағдайда, онда бундай тербелислердиң қосылыуының нәтижесінде қурамалырақ формадағы траекториялар жүзеге келеди; олардың айырымлары 252-сүретте көрсетилген. Бул траекториялар *Лисажу фигуралары* деп аталады.

Ең ақырында ноқаттың бир туйрының бойындағы тербелисин еки "дөңгелек тербелиў" ге ажыратыўдың мүмкин екенлигин қараймыз. Оның түсиникли болыўы ушын 253-сүретке дыққат аўдарамыз. Ноқат тең салмақлық халында туратуғын O ноқатынан шығып, бир ўақыттың өзинде еки аўысыўда қатнасады деп болжаймыз. Аўысыўлардың бири OA векторы менен екиншиси оған сан шамасы жағынан тең болған OA_1 векторы менен сўўретленген. Бул векторлардың хәр бириниң узынлығын a арқалы белгилеймиз. Қосынды аўысыў бул еки аўысыўдың геометриялық қосындысын аңғартады. Демек, ноқаттың турған орнын 253-сүреттеги B ноқаты береди. Аўысыў векторлары ω мүйешлик тезлик менен O ноқатының этирапында тең күшли және қарама-қарсы бағытларда айналады деп болжаймыз. Онда қосынды аўысыў OB туйрысының бойында жүзеге келеди хәм бул туйры сызықты X көшери деп атаймыз. O ноқатынан тең салмақлық орны болған B ноқатына шекемги қашықлық ўақыттың базы бир моментинде x шамасы менен анықланады. Сўўреттен көринип турғанындай, оның

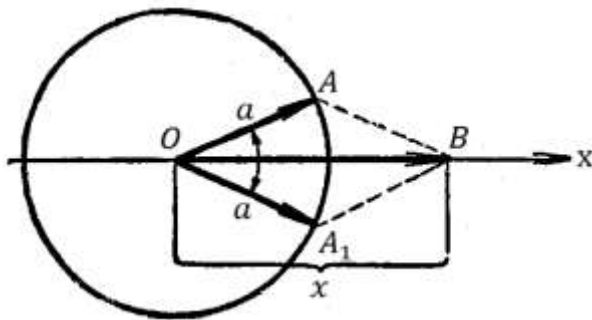
$$x = 2a \cos(\omega t + \alpha)$$

шамасына тең екенлигин аңғарыўға болады. Демек, қосынды аўысыў гармоникалық тербеліс болып табылады екен хәм оның амплитудасы OA хәм OA_1 векторының ұшлары айланатуғын шеңбердің радиусынан еки есе үлкен. Тербеліс дәўири аўысыў векторының айланыў дәўирине тең.



252-сўўрет. Бир бирине перпендикуляр болған дәўирлери хәр түрли еки гармоникалық қозғалыстың қосылыўынан пайда болатуғын хәр түрли қозғалыслардың траекториясы.

Буннан, гармоникалық тербелмели тербеліслердеги ноқаттың аўысыўын қарама-қарсы бағытларда тербеліслердің цикллық жийилиги ω менен айланатуғын еки аўысыў векторының геометриялық қосындысы деп қараўға болатуғынлығы келип шығады. Векторлардың шамасы тербеліў амплитудасының ярымына тең хәм векторлар хәр бир ўақыт моментинде тербеліс жүз берип атырған бир тўўрыға салыстырғанда симметриялы түрде жайласқан.



253-сўўрет.

OA хәм OA_1 векторлар менен көрсетілген хәм қарама-қарсы тәреплерге айланыўшы еки айланбалы тербелістің қосылыўы.

§ 102. Сөниўши тербеліслер. Күнделикли тұрмыста сырттан қоллап-қуўатлайтуғын тәсирлер болмаған жағдайларда материаллық ноқаттың қәлеген тербелістің амплитудасы ўақыттың өтиўи менен киширейеди хәм тербелістің өзи сөнеди. Тербелістің сөниўи қозғалысты тоқтатыўға умтылатуғын күшлердің, мысалы, маятник илдирилген орындағы сүйкелиў күшиниң ямаса орталықтың қарсылық күшлериниң тәсиринде болады. Бұл мәселени изертлеў үшін қарсылық күшлерин есапқа алған ҳалда Ньютонның екинши нызамын аңлатыўшы теңлемени жазыў керек. Биз ноқаттың жабысқақ орталықтағы бир тўўрының бойындағы тербелмели қозғалысын үйрениў менен шекленемиз. Орталықтың қарсылық күши ноқаттың қозғалыс тезлигине байланысly хәм жоқарыда көргенимиздей (42-параграфқа қараңыз), тезликтің шамасы киши болғанда бұл күшти тезликке пропорционал деп есаплаўға болады. Бирақ күштиң бағыты тезликтің бағытына қарама-қарсы тәрепке бағытланған. Солай етип, қарсылық күшин $-r\dot{x}$ шамасына тең деп болжаймыз; бұл аңлатпада r арқалы *қарсылық коэффициенти* деп аталатуғын тұрақлы белгиленген. Бұл күш серпимли күш болған kx шамасына қосылады хәм ноқатқа тәсир етип атырған толық күштиң шамасы $f = -kx - r\dot{x}$ аңлатпасының жәрдемінде анықланады. Демек Ньютонның екинши нызамы мынадай түрде жазылады:

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}. \quad (1)$$

Бұл теңлемениң оң хәм шеп тәреплерин масса m ге бөлсек:

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x - \frac{r}{m}\dot{x} \quad (1a)$$

теңлемесине ийе боламыз. Буннан кейин

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2, \frac{r}{m} = 2\beta \quad (2)$$

белгилеулерин қабыл етеміз хәм ω_0^2 хәм β шамаларының оң мәніске ийе болатуғынлығын итибарға аламыз. Бундай жағдайда (1a) теңлеме

$$\ddot{x} = \omega_0^2 x - 2\beta \dot{x} \quad (1b)$$

түрине енеди. Орнына қойыу жолы менен (1b) теңлемени 97-параграфта қарап өтилген теңлемениң түрине келтириу мүмкін. Оның үшін x пенен

$$x = z \cdot e^{-\beta t} \quad (3)$$

түрінде байлаысқан z өзгеріуішини киргиземіз. Төмендеги теңлемелерден пайдаланып, (1b) теңлемени өзгерттеміз:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= e^{-\beta t} \cdot \dot{z} - \beta e^{-\beta t} \cdot z; \\ \ddot{x} &= e^{-\beta t} \cdot \ddot{z} - 2\beta e^{-\beta t} \cdot \dot{z} + \beta^2 e^{-\beta t} z. \end{aligned}$$

$\dot{x}$ хәм $\ddot{x}$ тың бундай шамаларын (1b)-теңлемесине қойып хәм барлық ағзаларды $e^{-\beta t}$ көбеймесине қысқартырып,

$$\ddot{z} - 2\beta \dot{z} + \beta^2 z = -\omega_0^2 z + 2\beta^2 z - 2\beta \dot{z}$$

ямаса

$$\ddot{z} = -(\omega_0^2 - \beta^2)z \quad (4)$$

теңлемесине ийе боламыз.

Орталықтың қарсылығы жүдә киши болғанлықтан $\omega_0^2 > \beta^2$ теңсизлиги орынланады деп болжаймыз⁴⁹. Бундай жағдайда $\omega_0^2 - \beta^2$ шамасы оң мәніске ийе болады хәм биз оны $\omega_0^2 - \beta^2 = \omega^2$ деп белгилейміз. Буннан соң (4)-теңликти былайынша жазыуға болады:

$$\ddot{z} = -\omega^2 z \quad (4a)$$

(4a)-теңлемениң шешими бизге таныс болған 97-параграфтағы (5)-теңлеме менен бирдей екенлигин аңғарыуымызға болады. Сонлықтан (4a)-теңлемениң шешимин былайынша жаза аламыз:

$$z = a_0 \cos(\omega t + \alpha). \quad (5)$$

Бұл теңликтеги a_0 хәм α шамалары тұрақлы санлар болып табылады хәм олардың мәніслери басланғыш шәртлерден анықланады. 97-параграфта келтирилген барлық таллауларды ұлыұмаластыруу жолы менен төмендегидей жууға шығарамыз: z шамасы дәуірли түрде өзгереді хәм оның өзгеріу дәуіри

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

қатнасына тең. Егер ω ның орнына оның $\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$ мәнісин қойсақ, онда

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

формуласына ийе боламыз.

(2)-аңлатпадан пайдаланыу жолы менен тербеліслердің дәуіри T ны былайынша жазыуға болады.

$$T = \frac{2\pi m}{\sqrt{km - \frac{1}{4}r^2}}. \quad (6a)$$

(5)-шешимдеги z тиң орнына оның ұсы манисин қойып, (3)-формула жәрдемінде,

⁴⁹ Орталықтың қарсылығы үлкен болғанда $\beta^2 > \omega_0^2$ теңсизлиги орынланады. Бундай жағдайда қозғалыстың дәуірли болмайтұғынлығын көрсетиуға болады. Биз бундай жағдайди қарамаймыз.

қарсылық көрсетіуші орталықтағы серпимли күштің тәсиріндегі ноқаттың қозғалыс теңлемесін аламыз:

$$x = a_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha). \quad (7)$$

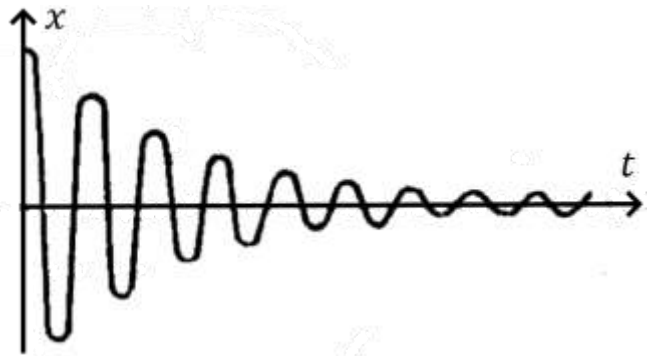
Бұл теңлемени мынадай формада жазыуға да болады:

$$x = a \cos(\omega t + \alpha) \quad (7a)$$

Бұл шешім *ұақыттың өтуі менен $a = a_0 e^{-\beta t}$ нызамы менен киширейетуғын амплитудаға ийе болған тербелісти береді.* Қарсылық көрсетіуші орталықтағы тербелісдердің дәуірі $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$, тап сондай m массаға ийе болған хәм $f = -kx$

серпимли күшинің тәсирінде қарсылық көрсетпейтуғын орталықтағы тербелетуғын ноқаттың тербеліс дәуірі болған $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ шамасына салыстырғанда үлкен. Ұақыт пенен x арасындағы байланыстың графиги 254-сүретте келтирилген. Көринип тұрғанындай, ұақыттың өтуі менен тербеліс сөнеди.

254-сүрет.
Сөниўши тербеліслер.



T дәуірге тең болған ұақыттың еки ізбе-із мәнісінің ишіндегі амплитудалардың қатнасының логарифми *сөниўдің логарифмлик декрементти* деп аталады. Логарифмлик декрементти λ арқалы белгилесек, онда

$$\lambda = \ln \frac{a_0 e^{-\beta t}}{a_0 e^{-\beta(t+T)}} \ln e^{\beta T},$$

яғный

$$\lambda = \beta T \quad (8)$$

теңлигине ийе боламыз.

(7)-аңлатпадағы β шамасының орнына (8)-формула бойынша логарифмлик декремент λ шамасын киргисек хәм циклық жийилик ω ның орнына $T = \frac{2\pi}{\omega}$ дәуірін қойсақ, онда сөниўши тербеліслер үшін төмендегидей аңлатпаға ийе боламыз:

$$x = a_0 e^{-\lambda \frac{t}{T}} \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \alpha\right) \quad (76)$$

Бұл аңлатпадағы T дәуірі (6)-ямаса (6a)-формулалардан анықланады.

Тәжірийбелерде λ логарифмлик декременттің шамасын тербелісдердің барысында дәслеп a_1 амплитудасының хәм оннан кейингі a_2 амплитудасының мәніслерін өлшеу жолы менен тиккелей алывқлауға болады. Бундай жағдайда, анықлама бойынша

$$\lambda = \ln \frac{a_1}{a_2}$$

теңлигине ийе боламыз.

λ ның шамасын билип белгили болса, онда

$$r = 2\beta m = 2 \frac{\lambda}{T} m$$

аңлатпасын пайдаланып қарсылық коэффициенті r дің мәнісін ала аламыз.

(7)-формула бойынша, тербелиў тек шексиз көп ўақыт өткеннен кейин ғана толығы менен тоқтайды. Ҳақыйқатында, тербелислер белгили шекли ўақыттың ишинде тоқтайды, себеби атомның өлшемлери менен барабар болған амплитудаға ийе макроскориялық тербелислердің болыўы мүмкин емес. Системаны тең салмақлық ҳалынан шығарғанда оған сырттан берилген энергия сөниўши тербелистиң барысында өз-өзинен сүйкелис күшлерине қарсы исленетуғын жұмыс ушын сарыпланады. Тербелисти сөнбеўтуғын етип услап турыў ушын системаға сырттан үзликсиз түрде энергия берип турыў керек.

Сырттан энергия берилип турғаны ушын сүйкелис күшлериниң бар болыўына қарамастан турақлы амплитуда менен тербелетуғын системаға мысал сыпатында сааттың маятникін көрсетиўге болады. Арнаўлы механизм маятникти оның тербелисиниң тактинде избе-из түртип турады. Бул ўақытта маятникке берилетуғын энергия деформацияланған пружинаның ямаса жоқарыға көтерилген тастың потенциаллық энергиясының есабынан алынады.

Тербелислериниң амплитудасын турақлы сақлайтуғын системаларды *автотербелмели системалар* деп аталады.

Сөниўши тербелислер ҳаққында буннан да кеңирек көз-қарасларға ийе болыў ушын төмендеги еки мысалды қарап өтемиз:

1-мысал. Маятниктиң тербелислериниң логарифмлик декременти $\lambda = 0,02$ шамасына тең. Маятник 100 рет толық тербелгенен соң оның тербелис амплитудасының неше есе кемийетуғынлығы анықлансын.

Шешими. Ыақыттың басланғыш $t = 0$ моментиндеги тербелислердің амплитудасы

$$a = a_0 e^{-\beta t} = x = a_0 e^{-\lambda \frac{t}{T}}$$

a_0 шамасына тең болады.

100 тербелиўден кейин, яғный $t = 100 T$ ўақыт моментиндеги тербелистиң амплитудасы

$$a_{100} = a_0 e^{-\lambda \cdot 100}$$

шамасына тең ҳәм буннан

$$\frac{a_0}{a_{100}} = \frac{1}{e^{-\lambda \cdot 100}} = e^{\lambda \cdot 100} = e^2 \cong 7,4$$

шамасын, яғный 100 тербелистен соң маятниктиң тербелиў амплитудасының 7,4 есе кемийетуғынлығын көремиз.

2-мысал. Узынлығы $l = 50$ см болған маятник 8 мин тербелип, өзиниң энергиясының 99 процентин жоғалтады. Сол маятниктиң сөниўши тербелислериниң логарифмлик декременти анықлансын.

Шешими. Маятниктиң тербелис энергиясының басланғыш мәнисин E_0 арқалы белгилеймиз. $t = 8$ мин = 480 сек шамасынан кейинги тербелис энергиясын E_t арқалы белгилесек, онда мысалдың шәртин сәйкес

$$\frac{E_t}{E_0} = \frac{1}{100}$$

қатнасына ийе боламыз. Тербелистиң энергиясы амплитудасының квадратына тўўры пропорционал болғаны ушын:

$$\frac{a_t}{a_0} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$$

теңлигин жазамыз. Мәселениң шәрти бойынша $t = 0$ басланғыш моменттеги амплитуда a_0 шамасына тең; t ўақыттан кейинги амплитуда $a_t = a_0 e^{-\lambda \frac{t}{T}}$ теңлигиниң жәрдеминде анықланады.

Бул теңликте T арқалы маятниктиң тербелиў дәўири белгиленген. Буннан $\frac{a_t}{a_0} = e^{-\lambda \frac{t}{T}} = \frac{1}{10}$ қатнасына ийе боламыз, ал изленип атырған сөниў декременти $\lambda = \frac{T}{t} \lg 10$ шамасына тең. Сөниўдің әстелик пенен жүзеге келетуғынлығына байланыслы T тербелислер дәўирин маятниктиң тербелислер дәўири ушын жазылған әдеттеги формуладан пайдаланып жуўық түрде былайынша аңлатыў

мүмкін:

$$T \cong 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Бундай жағдайда

$$\lambda \cong 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{\ln 10}{t} = 0,0068.$$

§ 103. Мажбүрий тербелісler. Енди материаллық ноқатқа серпимли хәм қарсылық күшлеринен басқа қосымша дәйирли күш тәсир ететұғын жағдайды қарап өтеміз. Бундай жағдайға асып қойылған жүкке сырттан теңдей ұақыт аралықларында қайталанып тұратұғын түрткілер мысал бола алады. Бұл қосымша *мажбүрлеуши* f_1 күши ұақыт бойынша синус ямаса косинус нызамы менен өзгереді деп болжаймыз хәм оны

$$f_1 = H \cos \omega t \quad (1)$$

түрінде жазамыз. Бұл болжаў күштиң $T = \frac{2\pi}{\omega}$ дәйири менен дәйирли түрде өзгеретуғынлығын аңғартады. H шамасын күштиң амплитудасы деп атайды хәм оның мәніси күштиң ең үлкен шамасына тең.

Бундай жағдайда, Ньютонның екінши нызамын аңлатыўшы теңлеме мынандай түрде жазылады:

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + H \cos \omega t \quad (2)$$

Теңлемениң оң тәрәпи серпимли күш $-kx$, орталықтың қарсылық күши $-r\dot{x}$ хәм мажбүрлеуши күш $H \cos \omega t$ шамаларының қосындысы болып табылады. Бұл теңлемени

$$\ddot{x} = -\omega_0^2 x - 2\beta\dot{x} + h \cos \omega t \quad (2a)$$

түрінде жазамыз. Бұл теңледедеги ω_0 хәм β шамалары 102-параграфта келтирилген мәніслерге ийе [(2)-формула], ал h болса күштиң амплитудасының ноқаттың массасына қатнасына тең:

$$h = \frac{H}{m}. \quad (3)$$

Мажбүрлеуши күш болмаған жағдайда ($h \cos \omega t = 0$) хәм сүйкеліс күшлери жоқ болса, онда ноқат ω_0 жийилиги менен тербеледі (*меншикли тербелісler*).

Енди x шамасын

$$x = a \cos(\omega t + \alpha) \quad (4)$$

түрине ийе деп есаплап (2a)-теңлемениң шешимин табыўға тырысамыз хәм барлық күшлердің тәсиринде дәйири мажбүрлеуши күштиң дәйирине тең болған тербелмели тербелмели қозғалыс жүзеге келеді деп болжайп, теңлемениң шешимин излейміз. (4)-аңлатпаны (2-a) теңлемеге қоямыз хәм теңлемениң теппе-теңлікке айланыўы талабы бийкарында a хәм α шамаларын анықлаймыз. (4)-аңлатпадан x тың t бойынша алынған биринши хәм екінши тәртіпли тўйындыларды табамыз:

$$\dot{x} = -a\omega \sin(\omega t + \alpha); \quad \ddot{x} = -\omega^2 a \cos(\omega t + \alpha).$$

Алынған $\dot{x}$ хәм $\ddot{x}$ шамаларын (2-a) теңлемеге қойып,

$$-\omega^2 a \cos(\omega t + \alpha) = -a\omega^2 \cos(\omega t + \alpha) + 2\beta a \omega \sin(\omega t + \alpha) + h \cos \omega t$$

теңлемесин аламыз. Егер құрамалы аргументтің тригонометриялық функцияларын ашық түрде жазсақ

$$-a\omega^2 (\cos \omega t \cos \alpha - \sin \omega t \sin \alpha) = -\omega_0^2 a (\cos \omega t \cos \alpha - \sin \omega t \sin \alpha) + 2\beta a \omega (\sin \omega t \cos \alpha + \cos \omega t \sin \alpha) + h \cos \omega t$$

теңлемесине ийе боламыз Бұл теңлемениң теппе-теңлікке айланыўы ушын теңлемениң хәр еки тәрәпиндеги $\cos \omega t$ хәм $\sin \omega t$ ның алдындағы коэффициентлердің өз-ара тең болыўы керек. Яғнай,

$$-a\omega^2 \cos \alpha = -\omega_0^2 a \cos \alpha + 2\beta a \omega \sin \alpha + h,$$

$$a\omega^2 \sin \alpha = \omega_0^2 a \sin \alpha + 2\beta a\omega \cos \alpha$$

ямаса

$$\begin{cases} \alpha(\omega_0^2 - \omega^2) \cos \alpha - 2\beta\alpha\omega \cdot \sin \alpha = h, \\ \alpha(\omega_0^2 - \omega^2) \sin \alpha - 2\beta\alpha\omega \cdot \cos \alpha = 0. \end{cases} \quad (5)$$

теңлемелер системасын аламыз.

(5)-системаның екінші теңлемесінен:

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (6)$$

теңлігіне ийе боламыз. (5)-системаның екі теңлемесін де квадратқа көтерсек хәм буннан кейін екі теңлемени қоссақ

$$a^2[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2] = h^2$$

теңлігін хәм оннан

$$a = \frac{h}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \quad (7)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Бул (6)-хәм (7)-аңлатпалар белгиленген (қәлиплескен) *мәжбүрий тербеліслердің* фазасын хәм амплитудасын анықлайды⁵⁰.

Егер дене дәслеп тыншылықта тұрған болса хәм оннан кейін оған мәжбүр етиўши $f_1 = H \cdot \cos \omega t$ күші тәсир ете басласы, онда дененің мәжбүрий тербелісі басланады. Бул мәжбүрий тербелістің амплитудасы (7)-теңлік менен анықланатуғын шамаға жеткенше өседі. Мәжбүрий тербеліслер амплитудасының ўақыт бойынша өсиўи 255-сүўретте көрсетілген.

(6)-хәм (7)-формулалардан мәжбүрий тербеліслердің амплитудасы a хәм фазасы α мәжбүр етиўши күштің жийилигі ω менен ноқаттың өзинің тербеліслерінің меншикли жийилигі ω_0 арасындағы қатнасқа байланыслы екенлігі көринип тұр. Улыўма айтқанда күш менен тербеліс арасындағы "бирдей фаза" орын алмайды, яғный күштің шамасы ең үлкен мәнісіне жеткен моментте ноқаттың аўысыўы да ең үлкен мәніске ийе болмайды. (6)-формуладан егер орталықтың қарсылығы нолге тең болса, яғный $\beta = 0$ теңлігі орынлы болған жағдайларда, тербеліў менен күштің шамалары бирдей фазаға ийе болатуғынлығы көринип тұр. Басқа да барлық жағдайларда $\alpha \neq 0$ теңсізлігі орынлы болады. Мәжбүрий тербеліслердің амплитудасы ушын жазылған (7)-аңлатпа жүдә қызықлы жағдайды сәўлелендиреди. Тербеліслердің амплитудасы күштің амплитудасына тўўры пропорционал. Егер меншикли тербеліслерінің жийилигі ω_0 тұрақлы болғанда мәжбүр етиўши күштің жийилигі ω өзгеретуғын болса, онда мәжбүрий тербеліслердің амплитудасы да өзгеріске ушырайды. Егер мәжбүрлеўши күштің жийилигі $\omega_{rez}^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2$ теңлігін қанаатландыратуғын ω_{rez} шамасына тең болатуғын болса, онда мәжбүрий тербеліслердің амплитудасының максималлық мәніске тең болатуғынлығын көрсетиў мүмкін⁵¹. Усындай максимумның пайда болыўы *резонанс*

⁵⁰ Дифференциаллық теңлемелер теориясында (2а)-теңлеменің улыўмалық шешимін табыў ушын (4)-теңлеменің шешимін $\ddot{x} = -\omega_0^2 x - 2\beta\dot{x}$ теңлеменің шешими менен қосыў керек екенлігі көрсетиледи. Бирақ бул кейінгі теңлеменің шешими 102-параграфта анықланған ўақыттың өтиўи менен әхмийетін жоғалтатуғын сөниўши тербеліслер болып табылады. (4)-теңлеменің шешими болса сөниўши болмайды. Сонлықтан ол мәжбүр етиўши f_1 күшінің тәсир етиў ўақты даўамының барлығында орынлы болады.

⁵¹ Бул жағдайға көз жеткеріў ушын, (7)-аңлатпаның бөлімінің минимумын табыў керек. Оның ушын бөлімінің тўўындысын нолге теңеймиз:

$$-(\omega_0^2 - \omega^2) \cdot 2\omega + 8\beta^2\omega = 0.$$

ω шамасының нолге тең болмағаны ушын ($\omega = 0$ теңлігі бөлімнің максимумына сәйкес

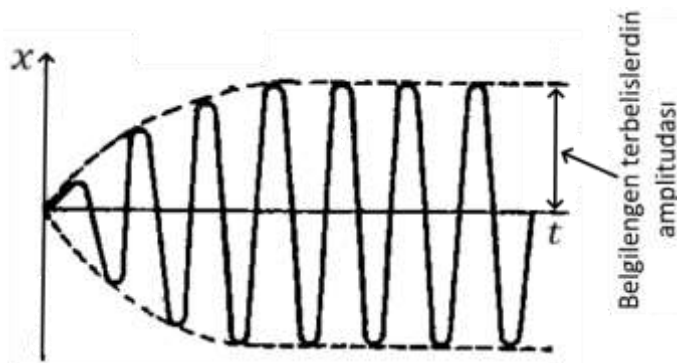
қубылысы болып табылады. Жоқарыда келтирилген қатнастардан *резонанс жиілигинің*

$$\omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2 + 2\beta^2}.$$

шамасына тең болатуғынлығын көріуге болады.

(7)-формулаға мұуапық максималлық амплитуда (резонанслық амплитуда) төмендеги мәниске ийе болады:

$$a_{rez} = \frac{h}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 + \beta^2}}.$$



255-сүүрет. Ыақыттың өтиуи менен мәжбүрий тербелислердин амплитудасының өсип барыуы.

Егер орталықтың қарсылығы нолге тең болса, яғный $\beta = 0$ теңлиги орынланатуғын болса, онда амплитуданың максималлық мәниске ийе болыуы ушын

$$\omega_{rez} = \omega_0$$

теңлигинің орынланыуы, яғный мәжбүр етиуши күштиң ω жиілиги меншикли тербелислердин ω_0 жиілигине тең болыуы керек; бундай жағдайда мәжбүрий тербелислердин амплитудасы шексиз үлкен болады. β шамасының нолден өзгеше мәнислеринде амплитуда ҳеш ўақытта шексиз үлкен болмайды хәм ω_0 шамасынан киши ω_{rez} мәнисинде өзинің максимум мәнисине шекем жетеди. β ның ҳәр қыйлы мәнислери ушын мәжбүрий тербелислердин амплитудасы менен мәжбүрлеуши күштиң жиілиги арасындағы ғәрезлилик 256-сүүретте көрсетилген. Бұл сүүретте биз, сөниў коэффициентинің шамасы β қанша үлкен болса, амплитуданың максимумының соншама киши болатуғынлығын көремиз.

256-сүүретте келтирилген иймек сызықлар *резонанс иймекликлери* деп аталады. β шамасы қанша киши болса, резонанс иймеклигинің максимумы соншама бийик хәм өткир болады. Қақыйқатында да, β шамасы барлық ўақытта нолден өзгеше болғанлықтан, шексиз үлкен резонанслық амплитуданың жүзеге келиуи мүмкин емес.

Мәжбүрий тербелислердин фазасы болған α шамасының жиіиликке ғәрезлигин қараймыз [(6)-формула]. $0 \leq \omega < \omega_0$ теңсизлиги орынланғанда мүйештиң тангенсинің шамасы терис болады хәм усыған сәйкес α ушын төмендеги теңсизликлерди аламыз: $0 \geq \alpha > -\frac{\pi}{2}$ ямаса $\pi \geq \alpha > \frac{\pi}{2}$. (5)-системаның биринши теңлемесинде $\omega = 0$ деп болжасақ, онда $a\omega_0^2 \cos \alpha = h$ теңлигин табамыз, ал a амплитудасы менен h шамаласы оң болғанлықтан $\cos \alpha$ шамасының нолден үлкен болыуының керек екенлиги келип шығады. Бұл шәрт еки $0 \geq \alpha > -\frac{\pi}{2}$ теңсизликтен биреуин сайлап алыўға мәжбүрлейди. Солай етип, $0 \leq \omega \leq \omega_0$ теңсизликлери орын алғанда фазалар айырмасы α терис, яғный мәжбүрий тербелислер мәжбүрлеуши тербелистен фаза бойынша артта қалады. ω ның шамасы

кеledi), (7)-аңлатпаның бөлими

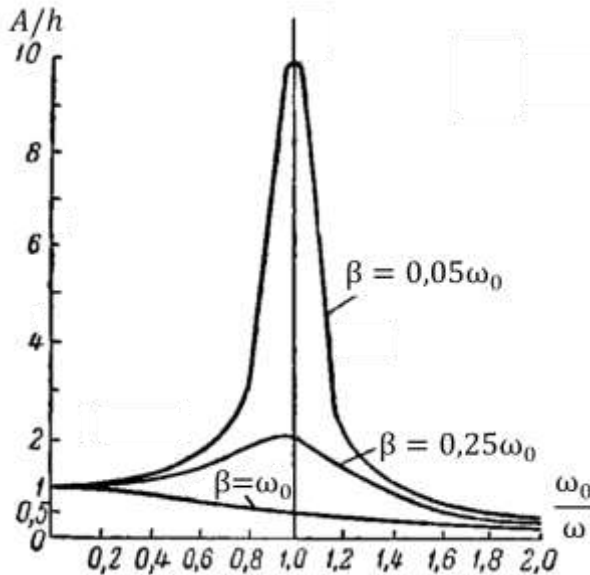
$$\omega^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2$$

теңлиги орынланғанда минимум болады.

резонанс жиілігі $\omega_{рез}$ ға жақынласқада фазасы бойынша артта қалып үлкейеді. Резонанс жағдайында, яғни $\omega = \omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 + 2\beta^2}$ теңлігі орынлы болғанда, мәжбүрий тербелістердің фазасы (6)-формула бойынша

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{\omega_0^2 + 2\beta^2}}{\beta}$$

түріндегі теңліктің тийкарында анықланады.



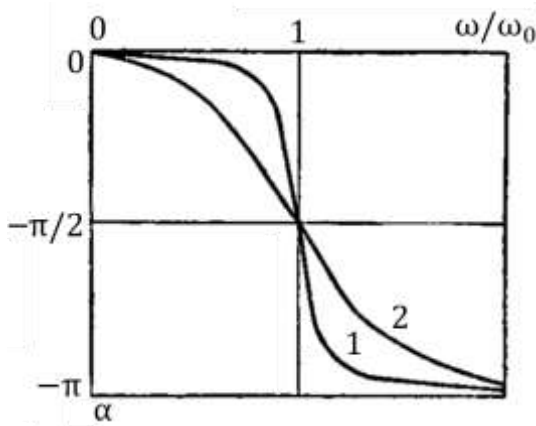
256-сүрет.
Сөниў коэффициентлериниң ҳәр қыйлы мәнислери ушын мәжбүрий тербеліслердиң амплитудасының мәжбүр етиўши күштиң жиілигине ғәрезлиги.

Өткір резонанс β шамасының мәнісі киши мәнісінде жүзеге келеди хәм сонлықтан $\operatorname{tg} \alpha$ ушын жуўық түрде

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega_0}{\beta}$$

аңлатпасын жазыўға болады. ω_0/β қатнасының мәнісі үлкен сан болғанлықтан α ның шамасы $-\pi/2$ ге жақын. $\omega = \omega_0$ теңлігі ушын фаза $\alpha = -\pi/2$. $\omega > \omega_0$ теңсізлігі орынланатуғын жағдайларда, α мүйештиң тангенсі оң, демек $\alpha < -\pi/2$, яғни фаза бойынша артта қалып және үлкейеді. Мәжбүр етиўши күштиң ω жиілігі меншикли тербеліслер жиілігі ω_0 дан көп есе үлкен болған жағдай ушын α фазасы теріс болып қалып $-\pi$ шамасына ұмтылады. α ның ω/ω_0 қатнасынан ғәрезлігінің графиги β ның еки мәнісі ушын 257-сүретте көрсетілген: 1-иймеклик β ның киши шамасына (әстелик пенен сөниў), ал 2-иймеклик болса β шамасының үлкен мәнісине сәйкес келеди (үлкен тезлик пенен сөниў).

Резонанстың қасында, яғни $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ теңлігі орынланғанда, максималлық теріс аўысыўдан максималлық оң аўысыўға шекемги аралықлардағы қозғалыстың барысында күш оң мәніске ийе, ал, кери бағыттағы аўысыўда күштиң мәнісі теріс. Сонлықтан күш үзликсіз түрде тербелістің амплитудасын үлкейтиўге тырысады. Сыртқы күштиң барлық жұмысы тербелісти сөндириўши сүйкеліс күшин жеңиў ушын жұмсалып боламан дегенше тербелістің амплитудасының үлкейиўи орын алады. Бундай жағдайда қәлиплескен мәжбүрий тербеліслердиң амплитудасының мәнісі пайда болады.



257-сүрет.

Мәжбүрий тербелістердің фазасы менен
мәжбүр етіуші күштің жийилигі
арасындағы байланыс.

Фазалар айырмасы $-\frac{\pi}{2}$ шамасына тең болғанда, яғни резонанс жийилигіне жақын жийиликте сыртқы күштердің жұмысы максималлық болады. Фазалар айырмасының басқаша айырмасында күштің бір бөлімі тезлендіріуші тәсірге, ал екінші бөлімі қозғалысқа қарсылық көрсетеді. $\alpha = 0$ ямаса $\alpha = -\pi$ теңдіктерін орынланғанда күш дәйірдің ярымында қозғалысты тезлетеді, ал дәйірдің екінші ярымында қозғалысты әстелендіреді, яғни ұлыұма қеш қандай жұмыс іслемейді.

Жоқарыда айтылған жағдайлардан мынадай әхмийетлі жүймақларды шығарамыз: резонанс областының сыртында сыртқы күш жәдә аз жұмыс іслейді, ал резонанс областында болса жұмыстың шамасы кескин үлкейеді. Өткір резонанс орын алған жағдайда бұл эффект айқын түрде көрінеді. Бұндай жағдайда β киши мәніске ийе қам 257-сүреттен көриніп тұрғанындай, α шамасының $\alpha = 0$ шамасынан $\alpha = -\pi$ шамасына жақын мәніске өзгеріуі үшін ω жийилигінің ω_0 жийилигінен азмаз ғана киши мәнісінен ұсы ω_0 жийилигінен азмаз ғана үлкен мәнісіне өзгеріуі жеткілікті. Бұндай мәністе күш пенен кери бағытқа аүйсыұдың арасындағы фазалар айырмасының $\omega_0 \cong \omega_{rez}$ шамасынан өткен моментте қарама-қарсы тәрепке қарай өзгеретуғынлығы қакқында гәп етіуге болады.

Резонанс қубылысы көп ғана физикалық процесслерде қам техникада айрықша орын ийелейді. Айрым жағдайларда техникада резонанс қубылысы зыянлы қубылыслардың қатарына киреді. Мысал ретінде серпимлі тербеліслерді жүзеге келтіретуғын стендке бекитілген эксцентрикке ийе болған моторды қараймыз. Айланыұдың салдарынан мотор стендті қалтырататуғын қам оны мәжүрий тербеліс қалына алып келетуғын дәйірлі күшті пайда етеді.

Резонанс жүзеге келгенде мотор стендке әдеуір энергияны береді, қам пайда болған мәжбүрий тербелістің амплитудасының стендтің беккемлігі үшін қәуіпті болған шамаларға шекем үлкейіуі мүмкін. Мотордың айланыұ санының бұннан кейінгі өсіуінде стендтің қалтырауы менен күштің фазалары арасындағы айырма өзгереді, нәтижеде мотордың стендке беретуғын энергиясының шамасы кемейеді. Соның нәтижесінде мотордың айланыуының тезлігі және де үлкейеді. Бұндай қал зыянлы болады, себебі ол мотордың бузылыуына алып келіуі мүмкін.

Параметрлік резонанс деп аталатуғын резонанс резонанстың айрықша түрі болып табылады. Системадағы тербеліслер тек жоқарыда көріп өтілген мәжбүрлеуші күштердің тәсірінің нәтижесінде ғана пайда болып қалмастан, ал системаның еркін тербеліслерде тұрақлы болып қалатуғын параметрлерден бирінің дәйірлік өзгерісінің ақыбетінен де жүзеге келіуі мүмкін. Мысалы, механикалық системада тербеліслер системаның инерция моментінің, өлшемлерінің, системаның керіліуінің қ.т.б. дың өзгеріуінің нәтижесінде пайда болыуы мүмкін. Тербеліслердің максималлық амплитудасы параметрдің өзгеріуінің жийілігі ν_p менен меншікті тербеліслердің

орташа жийилигі $\bar{v}_0$ арасында белгили болған қатнас орын алғанда, атап айтқанда $\frac{v_p}{v_0} = 2k$ қатнасы орын алғанда (k арқалы пүтин сан белгиленген), яғнай $\frac{v_p}{v_0}$ қатнасының мәніси 2, 1, 1/2, 1/3 ғ.т.б. шамалардың бирине тең болғанда тербеліслердің максималлық амплитудасы орнайды.

Параметрдің өзгеріуі қаншама күшли хәм системаның энергиясының жоғалыуы қанша дәрежеде киши болса (сүйкеліс, қарсылық) параметрлик резонанстың пайда болыу шараяты жеңил орынланады. $\frac{v_n}{\varphi} = 2$ шәрти орынланғанда параметрлик резонанс жийи пайда болады. Параметрлик резонансқа ең әпиұайы мысал әткөншек ушып атырған адамлар болып табылады. Егер адамлар өзлери отырған ұсы әткөншекти оның меншикли тербеліс жийилигиндей жийилик пенен тарбесике келтириуге тырысқан жағдайларда параметрлик резонанс орын алады. Әткөншек физикалық маятниктің бир түри болып табылады хәм ондағы адамлардың отырыуы хәм тұрыуы менен маятниктің келтирилген ұзынлығының шамасы дәүйрли түрде өзгеріске ұшырайды. Параметрлик резонанстың және бир мысалы сыпатында тардың керилиуін дәүйрли түрде өзгергенде тербеліслердің қозыуын көрсетиуге болады. Егер тарды керийдің жийилигі тардың меншикли тербеліслеринің еки еселенген жийилигине жақын болған жағдайларда күшли көлденең тербеліслер пайда болады (сыртқы күшлер тардың өзинің бағытында тәсир ететугын болса да). Параметрлик резонанстың ақыбетінде жүзеге келетугын тербеліслердің зыянлы болып шығыуы да мүмкин. Мысалы, айланатугын бөлімлери бар болған машиналарда бундай тербеліслер подшипниклердің қыйрауына алып келеди.

Мәжбүрий тербеліслерге тийісли мысалларды таллаймыз.

Мысал. Массасы 400 г болған дене пружинаға асып қойылған. Пружина 40 Г күштің тәсирінде 1 см ге созылады. Тербелиуши дененің сөниуінің логарифмлик декременти $\lambda = 1,57$. Егер мәжбүрлеуши күштің амплитудасы $H = 200$ Г шамасына тең болса, резонанс жүзеге келген ұақыттағы тербеліслердің дәүйринің шамасы анықлансын.

Шешими. Сөниу киши болғанда $\omega \cong \omega_0$ шәрти орынланады хәм логарифмлик декременти $\lambda = \frac{2\pi}{\omega} \beta \cong \frac{2\pi}{\omega_0} \beta$ шамасына тең болады. (8)-формуладағы β ның орнына оның λ арқалы аңлатылған жүйік түрдегі шамасын қойып резонанс жийилигі үшін төмендегидей аңлатпаға ийе боламыз:

$$\omega_{rez} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^2};$$

Бундай жағдайда

$$\omega_{rez} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1,57}{\pi} \right)^2} \cong 0,94 \omega_0;$$

Буннан

$$T_{rez} = \frac{1}{0,94} T_0$$

ямаса

$$T_{rez} = 1,07 T_0$$

теңліклерине ийе боламыз. Бұл теңлікте T_{rez} арқалы резонанс жүз бергендегі дәүйр, T_0 арқалы пружинаға илдирилген жүктің меншикли тербелісинің дәүйри белгиленген. Мысалдың шәртинде берілген мағлұматларға тийкарланып:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\pi}} = 2\pi \sqrt{\frac{400}{40 \cdot 981}} \text{сек} \cong 0,63 \text{ сек}$$

шамасын аламыз. Демек, дәүйрдің шамасы

$$T_{rez} = 1,07 \cdot 0,63 \text{ сек} \cong 0,67 \text{ сек}$$

мәнісине жеткенде резонанс пайда болады.

(9)-формуладағы h орнына оның $\frac{H}{m}$ шамасын хәм β орнына оның логарифмлик декременти арқалы аңлатылатуғын аңлатпасын қойсақ, төмендеги аңлатпаға ийе боламыз:

$$a_{rez} = \frac{\frac{H}{m}}{\omega_0^2 \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2}}.$$

Буннан берилген сан мәнислеринен пайдаланып резонанслық амплитуданың $a_{rez} \cong 10sm$ шамасына тең болатуғынлығын көремиз.

§ 104. Гармоникалық емес тербелмели процессларди гармоникалық тербелислердин жәрдемінде көрсетиў. Биз ұсы ўақытқа шекем тийкарыннан әпиўайы гармоникалық тербелмели қозғалысларды үйрендик. Бул қозғалыста тербеліўши ноқаттың тең салмақлық қалынан аўысыўы x төмендегише аңлатылатуғын еди:

$$x = a \cos(\omega t + \alpha) \quad (1)$$

Бул аңлатпаның орнына

$$x = a \sin(\omega t + \alpha') \quad (1a)$$

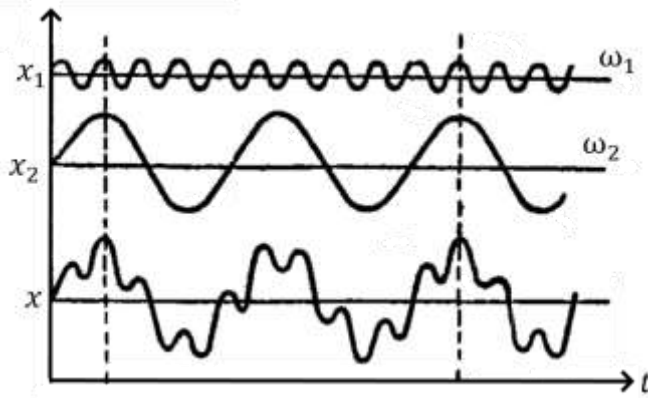
аңлатпасын да жазыўымыз мүмкин. Бул аңлатпаларда a арқалы тербелислердин амплитудалары, α хәм α' арқалы дәслепки фазалар белгиленген. Графикалық усылды бундай тербелис синусоиданың жәрдемінде сүүретленеди.

Бирақ биз көрип жүрген тербелислер дәл синусоидалық тербелислерге азы-кемли ұқсас болаўы мүмкин. Себеби ҳәр қандай ҳақыйқый тербелислер сөниўши тербелислер болып табылады (102-параграфқа қараңыз). Усының менен бир қатарда тербелислер қурамалырақ характерге ийе болады. Бирақ, усындай жағдайдың орын алыўына қарамастан, гармоникалық тербелислерди үйрениў үлкен әҳимийетке ийе. Себеби қәлеген қурамалы болған тербелисти гармоникалық тербелислердин қосындысы сыпатында қараўға болады.

Биз жоқарыда (100-параграфқа қараңыз) бир түүрының бойында жүз беретуғын хәм бирдей ω_1 жийиликке ийе болған x_1 хәм x_2 гармоникалық тербелмели қозғалысларын қосқанда алынатуғын қосынды қозғалыстың да гармоникалық тербелмели қозғалыс болатуғынлығын көрген едик. Бирақ ҳәр қыйлы жийиликке ийе болған еки гармоникалық тербелмели қозғалысы қосқанда қосынды тербелис қурамал характерге ийе болады. 258-сүүреттеги жоқарыдағы қатарда жийилиги ω_1 хәм амплитудасы a_1 болған гармоникалық тербелмели қозғалыс графикалық сүүретленген (ордината көшери бойында x_1 аўысыўлары, ал абсцисса көшери бойында ўақыт қойылған). Ортадағы қатарда ω_2 жийиликке ийе болған x_2 гармоникалық тербелиси сүүретленген. ω_2 ниң мәниси ω_1 дың мәнисинен 4,5 есе үлкен ал амплитудалар арасындағы қатнас $a_2 = 2,5a_1$ шамасындай. Ең төменги қатарда жоқарыдағы еки тербелистең қосындысынан ибарат болған тербелис сүүретленген. Ыақыттың ҳәр бир моментиндеги ноқаттың бул қурамалы тербелисиндеги аўысыўы x төмендегидей қосындыға тең:

$$x = x_1 + x_2.$$

Мәселени кери түрде қойып, қурамалы тербелисти алып, оның қандай гармоникалық тербелмели қозғалысларға ажыратыў мүмкинлигин үйрениўимизге болады. Егер 258-сүүреттиң төменги қатарында сүүретленген қурамалы тербелис берилген болса, оны сол 258-сүүреттиң жоқарысындағы еки жолында сүүретленген гармоникалық тербелислерге ажыратыўға болады.



258-сүрет.

ω_1 хәм ω_2 жийиликлерине ий еки гармоникалық тербелмели қозғалыстың қосылыуы.

Биз, 100-параграфтағы биение деп аталатуғын құбылыс пенен танысқан едик. Бул процесстиң мәнісін мыныдан ибарат: бир-бирине жақын ω_1 хәм ω_2 жийиликлерге ийе болған $x_1 = a_1 \cos(\omega_1 t + \alpha)$ хәм $x_2 = a_2 \cos(\omega_2 t + \alpha)$ еки тербелісті қосқанда жийилигі $\omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ шамасына хәм амплитудасы

$$a = \left| 2a_1 \cos \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right| \quad (2)$$

шамасына тең тербеліс алынады.

Керісінше, биз, амплитудасы (2)-нызамлық менен өзгеріуші құрамалы тербелісті жийилигі ω_1 хәм ω_2 болған еки таза гармоникалық тербелмели қозғалысқа жайыу мүмкін деп айта аламыз.

Тап сол сыяқлы, амплитудасы басқа бир ызамлылық бойынша (тербелістің дәуініне салыстырғанда) әстелик пенен өзгеретуғын басқа бир құрамалы тербелісті көз алдымызға келтиріуіміз мүмкін. Бұндай тербелісті *модуляцияланған тербеліс* деп атайды. Модульленген тербеліс гармоникалық тербелмели қозғалыс болып табылмайды, бірақ оны бир неше гармоникалық тербелмели қозғалыстарға жайыу мүмкін. Мысал ретінде тербелістің амплитудасы

$$a = a_1 + a_2 \cos \omega t$$

ызамлық бойынша өзгеретуғын

$$x = a \cos \omega_0 t$$

тербелісті аламыз. Бул аңлатпаларда a_1 хәм a_2 арқалы тұрақлылар белгіленген хәм $a_2 \ll a_1$, $\omega \ll \omega_0$ теңсізліклерін орынланады деп есаплаймыз. Бул ызамлық ўақыттың өтіуі менен a амплитудасының $a_1 + a_2$ хәм $a_1 - a_2$ шамаларының арасында өзгеретуғынлығын аңғартады. Амплитуда a ның ұсы максималлық хәм минималлық мәнісін x ушын жазылған аңлатпаға қоямыз:

$$x = (a_1 + a_2 \cos \omega t) \cdot \cos \omega_0 t = a_1 \cos \omega_0 t + a_2 \cos \omega_0 t \cdot \cos \omega t.$$

Әпйайыластырудың нәтижесінде бул аңлатпаны

$$x = a_1 \cos \omega_0 t + \frac{a_2}{2} \cos(\omega_0 + \omega)t + \frac{a_2}{2} \cos(\omega_0 - \omega)t. \quad (3)$$

түріндегі аңлатпаға алып келеміз. Демек, бир қарап атырған модульленген тербелісті жийиликлері ω_0 , $\omega_0 + \omega$, $\omega_0 - \omega$ хәм амплитудалары a_1 , $\frac{a_1}{2}$, $\frac{a_2}{2}$ шамаларына тең болған үш гармоникалық тербелмели қозғалысқа жайыу мүмкін екен.

Еки гармоникалық тербелістің қосылыуының нәтижесі олардың жийиликлерінен, амплитудаларынан хәм басланғыш фазаларынан ғәрезли болады. Жийиликтің, фазаның хәм амплитудалардың мәнісін бойынша хәр қыйлы болған қосынды тербелістерді пайда етіу мүмкін. Үш хәм оннан да көп санлы гармоникалық қозғалыстарды қосқанда алынған тербелістердің характери оннан да құрамаласады. Керісінше, жүдә құрамалы характерге ийе болған тербелістерді хәр қыйлы болған амплитуда хәм жийиликлерге ийе

болған көп санлы гармоникалық тербелістерге жайыуға болады.

Тригонометриялық қатарлар теориясында дәйіри 2π шамасына тең болған

$$x = F(\omega t)$$

функциясын төмендегідей Фурье қатары⁵² деп аталатынын шексіз көп санлы қосылушылардан тұратуғын тригонометриялық қатар түрінде жазыудың мүмкін екенлігі дәлліктелген:

$$x = A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t + \dots + B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \dots \quad (4)$$

Берілген $F(\omega t)$ функциясы үшін $A_0, A_2, A_3, \dots$ және $B_1, B_2, B_3, \dots$ коэффициенттерінің мәнісі белгілі болған формулалардың жәрдемімен табылады.

Жұп функция үшін, яғни аргументтің белгісі қарама-қарсыға белгіге өзгергенде мәнісі өзгермейтуғын:

$$F(-\omega t) = F(\omega t)$$

функция үшін барлық $B_1, B_2, B_3, \dots$ коэффициенттері нөлге тең. Сондықтан бұндай жағдайда қатар

$$x = A_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + A_3 \cos 3\omega t + \dots$$

түрінде жазылады.

Тақ функция үшін, яғни аргументтің белгісі өзгергенде өзінің белгісін өзгертетінуғын

$$F(-\omega t) = -F(\omega t)$$

функция үшін барлық $A_0, A_2, A_3, \dots$ коэффициенттері нөлге тең, сондықтан жұп функцияны

$$x = B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \dots \quad (6)$$

түрінде жазады.

Солдай етип, ұлыма айтқанда хәр қандай дәйірлі тербелісті математикалық түрде $\omega, 2\omega, 3\omega$ х.т.б. жиіліктерге ий болған гармоникалық тербелістердің қосындысы түрінде көрсетіуге болады екен.

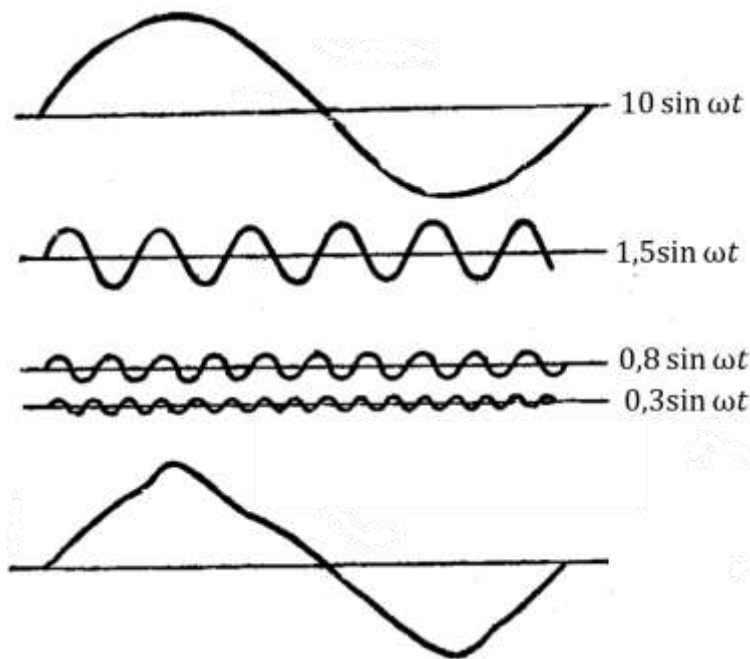
259-сұреттің төменінде дерлік сынық сызық түріндегі тербеліс көрсетілген; ал, жоқарыда болса сол тербеліс жайылатуғын төрт синусоида келтірілген. Бұл жайыу аналитикалық түрде былайынша жазылады:

$$x = 10a \sin \omega t - 1,5a \sin 3\omega t + 0,6a \sin 5\omega t - 0,3a \sin 7\omega t. \quad (7)$$

Бұл жайыуда $B_1 = 10a, B_3 = -1,5a, B_5 = 0,6a, B_7 = 0,3a$. Басқа барлық B_i коэффициенттері нөлге тең.

⁵² Дирихле шарттері деп аталатынын шарттерді қанаатландыратуғын $y = F(x)$ түріндегі хәм $-l$ ден $+l$ ге шекемгі интервалда берілген ықтыярлы түрде берілген қалеген функцияны төмендегідей қатар түрінде жазыуға болады:

$$y = A_0 + A_1 \cos \frac{\pi x}{l} + A_2 \cos \frac{2\pi x}{l} + A_3 \cos \frac{3\pi x}{l} + \dots + B_1 \sin \frac{\pi x}{l} + B_2 \sin \frac{2\pi x}{l} + B_3 \sin \frac{3\pi x}{l} + \dots \quad (4a)$$



259-сүрөт. Құрамалы тербелмели қозғалысты бир қатар гармоникалық тербелмели қозғалыстарға жайыу.

Амплитудалары нолге тең болмаған жийириклерди хәм сол жийириклерге сәйкес келетуғын амплитудаларды жазыу арқалы құрамалы тербелести Фурье қатарына жайыудың нәтижесин көрсетиуге болады. Бундай жазыуды графикалық жоллар менен әмелге асыру қолайлы: абсцисса көшери бойында жийириклар шкаласы алынады хәм абсциссалар көшериниң сәйкес нокатларында вертикаль бағытта ұзындықлары белгили болған масштабта амплитуданы сәулелендиретуғын сызықлар өткериледи. Бундай графикти берилген тербелестиң *спектри* деп аталады. 260-сүретте 258-сүреттиң төменги қатарында сүретенген құрамалы тербелестиң спектри сүретенген. Бул тербелести жийириктери ω_1 хәм $\omega_2 = \frac{\omega_1}{4,5}$, амплитудалары a_1 хәм $2,5a_1$ шамаларына тең болған еки синусоидаға жайыуға болады. Бул сызықлардың екншисиниң ұзындығы бириншисиниң ұзындығынан 2,5 есе үлкен.

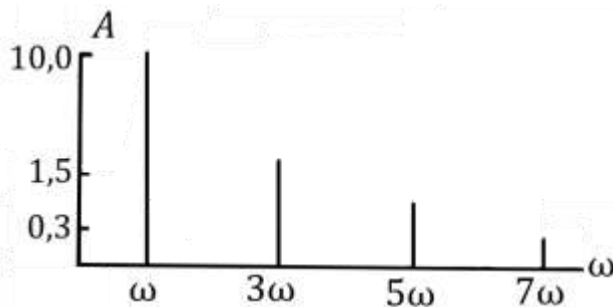


260-сүрет.
258-сүретте көрсетилген құрамалы тербелестиң спектри.

261-сүретте 259-сүреттеги құрамалы тербелестиң спектри сүретенген. (7)-жайыуға сәйкес бул спектр жийириктери ω , 3ω , 5ω хәм 7ω шамаларына тең болған төрт сызықтан тұрады; бул сызықлардың ұзындығы базы бир масштабта ұзындықтың 10; 1,5; 0,6 хәм 0,3 бирликлерине тең.

Құрамалы тербелислерди жоқарыда көрсетилгендей спектрлардың жәрдемінде көрсетиу қосылатуғын тербелислер хәкқында толық болған мағлыұматларды бере алмайды. Бул жағдайда гармоникалық тербелислердің тек жийириктери менен амплитудалары ғана анықланып, олардың басланғыш фазалары хәкқында мағлыұматлар болмайды. Бирақ, көп жағдайларда жийирик хәм амплитудаларды билиудиң өзи толық жеткиликли болады.

Биз ұсы ұақытқа шекем дәйирли характерге ийе болған құрамалы тербеліслерди гармоникалық тербеліслердің қосындысына жайыұды көрдик. Бирақ қозғалыс тербелмели болса да, дәйирли характерге ийе болмаұы мүмкин. Мысалы ретинде 254-сұўретте көрсетилген сөниұши тербелісти көрсетиўге болады мүмкин. Бундай тербелісте тербелістин амплитудасы ұзликсиз түрде кемийеди ҳәм бир рет жүзеге келген қандай да бир қозғалыс ҳалды қайталанбайды. Бундай дәйирли болмаған қозғалысты дискрет $\omega, 2\omega, 3\omega, \dots$ жийиликлерине ийе болған Фурье қатарына жайыұ мүмкин емес. Оны шексиз көп санлы гармоникалық тербелмели қозғалыслардың қатарына жайыұ мүмкин. Бул қатардағы "қоңсылас" тербеліслердің жийиликлериниң бир биринен айырмасы шексиз киши, ал айрым элементлердің тербеліслериниң амплитудаларының арасындағы ΔA_i айырмасы да шексиз киши болады⁵³.



261-сұўрет. 459-сұўретте көрсетилген құрамалы тербелістиң спектри.

Бундай тербеліске графикте айырым сызықлардан ибарат болған спектр ("сызықлы спектр") сәйкес келмейди. Оған ұзликсиз спектр сәйкес келеди. Бул "барлық" жийиликлерге ийе болған тербеліслердің қатнасуғынлығын билдиреди. Ызликсиз спектрди графикалық түрде сұўретлеұ үшін абсцисса көшериниң бойында және ω жийиликлери, ал ордината көшерине $\frac{\Delta A_i}{\Delta \omega_i}$ қатнасының шпмасын қоямыз. Бундай жағдайда бул графикте алынатұғын иймеклик берилген құрамалы тербеліслердің тутас спектриндеги жийиликлар бойынша "амплитудалардың тарқалыұын" сұўретлейди. 262-а сұўретте сөниұши тербеліс және бир рет көрсетилген, ал 262-б сұўретте болса бул тербелістин тутас спектриндеги жийиликлер бойынша "амплитуданың тарқалыұы" орын алған. Графиктиң сәйкес жийиликлер интервалы $\Delta \omega_i$ шамасына көбейтилген ординаталары тербеліслердің ұсы интервалындағы орташа амплитудасын береді. 256-б сұўреттен көринип тұрғанындай, иймеклик максимумға ийе ҳәм тербелістин сөниұи қаншама әстелик пенен жүзеге келетуғын болса, бул максимум сонша өткир болады.

Басқа дәйирли емес қозғалыслар үшін амплитудалардың жийиликлер бойынша басқаша тарқалыұы орын алатуғын тутас спектр алынады.

Гармоникалық болмаған процесслерди гармоникалық құраұшыға жайыұдың қандай физикалық мәниске ийе екенлигин, яғный бул құраұшыларды (гармоникаларды) тәжирийбеде қалай бақлаұға болатуғынлығын көрейик. Қандай да бир процесс пенен ұақыттың арасындағы ғәрезлик Фурье қатарына жайыұға болатуғын $f(t)$ функциясы менен анықланады деп болжайық. Мейли, бул жайыұ

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t) \quad (8)$$

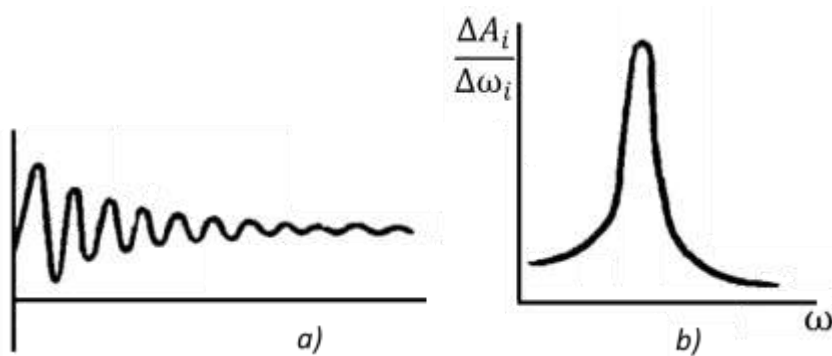
түрине ийе болсын.

Бул теңлемениң шеп ҳәм оң тәреплери математикалық жақтан бирдей, яғный

⁵³ Математикалық жақтан бул жағдай функцияны төмендегидей Фурье интегралы түрінде көрсетиўге сәйкес келеди:

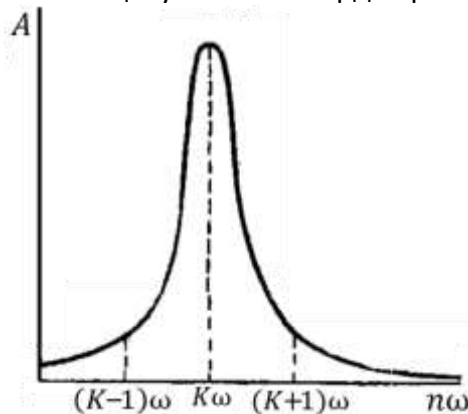
$$F(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} F(\theta) \cos \alpha(\theta - \omega t) d\theta.$$

гармоникалардың жыйнағы менен $f(t)$ функциясының айырмасы жоқ. (8)-қатардың айырым бир ағзасын (гармониканы) регистрациялау үшін тәжірибени сол гармоника сезилетүгіндей етип қойыу керек. Бұл тәжірибени былайынша әмелге асырыуға болады: $f(t)$ функциясы мәжбүрий тербеліске келе алатуғын системаға (резонаторға) тәсір етип мәжбүрий тербелістерін (103-параграфқа қараңыз) пайда ететүгін күшти тәрийиплейди деп болжаймыз. Мейли бұл резонатор (8)-гармоникалық қатардың гармоникаларының биринің $k\omega$ жийилигине тең меншикли тербеліс жийилигине (резонанслық жийилигине) ийе болсын. Егер резонатордың резонанслық иймеклиги қоңсылас гармоникалардың $(k + 1)\omega$ жийиликleri жүдә киши амплитудалар областында жататүгіндей жүдә өткир болса, онда резонатор әмелий жақтан тек $k\omega$ жийилиги менен хәм (8)-жайыудағы $k\omega$ гармоникасының амплитудасына пропорционал тербеліс жасайды. Резонатордың резонанслық жийилигін (настройкасын) өзгертип (8)-аңлатпадағықалған гармоникалардың бақланыуы үшін шараятларды жаратыуға болады.



262-сүрөт.
Сөниўши тербеліс (a)
хәм оның спектріндеги
"амплитуданың
тарқалыуы" (b).

Мине сондай типтеги қубылыслар қандай да бир физикалық процесстин, мысалы жақтылықтың хәм сес толқынларының ямаса электр тербелістеринің спектраллық құрамын анықлаушы әсбапларда орын алады.



263-сүрөт.
Мәжбүрий тербелістердің
амплитудалары.

§ 105. Тербелмели процесслерди комплекс санлардың жәрдемінде көрсетиу.

Комплекс санлар теориясынан комплекс санды $\xi = a \cdot e^{i\varphi}$ (бұл аңлатпада a хәм φ ҳақыйқый санлар, ал e – натурал логарифмлердің тийкары болып табылады, $i = \sqrt{-1}$) басқа $a(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ түрде жазыуға болатүгінлығы белгили. Солай етип

$$\xi = a \cdot e^{i\varphi} = a(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad (1)$$

Буннан ξ комплекс санының затлық бөлимин $|\xi|$ түрінде белгилеймиз хәм оның мәніси былайынша анықланады:

$$|\xi| = a \cos \varphi \quad (2)$$

Соңғы теңдик теппе-теңдик характерине ийе болғанлықтан, ұсыған сәйкес биз $a \cos \varphi$ тригонометриялық функциясының орнына $\xi = a \cdot e^{i\varphi}$ комплекс санының ҳақыйқый

бөлімін алыуымызға болады. Бұндай алмастырыу формаль түрде әмелге асырылады хәм оның өзи бизге хеш қандай жаңалықты бермейди. Бирақ, мәсенениң мәніси төмендегилерден ибарат: егер биз бир қатар ξ комплекс саны менен математикалық әмеллерди орынласақ (қосыу, алыу, көбейтиу, дифференциаллау, интеграллау х.т.б.) хәм оннан кейин оның хәқыйқый бөлімін жормал бөліминен ажыратып алсақ онда сәйкес тригонометриялық функциялардың жәрдемінде исленген әмеллерде алынатуғын нәтийжелерди аламыз. Бұл жағдай бизге тригонометриялық аңлатпалар устинде орынланатуғын жүдә құрамалы болған әмеллерди көрсеткишли функциялар үстинде орынланған жүдә әпиұайы әмеллер менен алмастырыуға мүмкиншилик береді. Демек, жормал дәрежелерге ийе болған көрсеткишли функцияларды оларға сәйкес келетуғын тригонометриялық функциялардың орнына қолланыу есаплау процедураларын орынлау көз-қарасы бойынша әдеуір қолайлы болады.

Жоқарыда көргенимиздей,

$$x = a \cos(\omega t + \alpha)$$

аңлатпасы амплитудасы a , циклик жийилиги ω хәм басланғыш фазасы α болған гармоникалық тербелмели қозғалысты сүүретлейди; t болса берілген басланғыш моменттен баслап есапланған ўақыт болып табылады.

Жоқарыда айтылғанлардың тийкарында тап сол гармоникалық тербеліс

$$\xi = a \cdot e^{i(\omega t + \alpha)} \quad (3)$$

комплекс санының $|\xi|$ хәқыйқый бөлеги менен көрсетиледи.

Биз көп санлы мәселелерди шешкенде амплитуданың квадратын, яғный a^2 шамасын билиўдин жеткилики екенлигин көрдик. Себеби тербелістің энергиясы ұсы a^2 шамасына пропорционал, ал бұндай жағдайда басланғыш фаза α ны билиу хеш қандай қызығыу пайда етпейди. Соның менен бирге a^2 шамасын анықлау ұшын (3)-аңлатпа түріндеги комплекс санның хәқыйқый бөлімін жормал бөліминен ажыратыу отыру шәрт емес, ал, $\xi\xi^*$ аңлатпасын дүзиу жеткилики; бұл көбеймеде ξ^* комплекс саны ξ комплекс санының комплексли түйинлеси болып табылады (Берілген комплекс сандағы барлық жормал i санларының белгисин өзгертип берілген комплекс санға түйинлес болған комплекс санды алатуғынлығын еслетип өтемиз). Хәқыйқатында, (3)-формуланың жәрдемінде берілген ξ комплекс санына түйинлес болған комплекс сан былайынша жазылады:

$$\xi^* = a \cdot e^{-i(\omega t + \alpha)} \quad (3a)$$

$\xi\xi^*$ түріндеги көбеймени дүзип

$$\xi\xi^* = a e^{i(\omega t + \alpha)} \cdot a e^{-i(\omega t + \alpha)} = a^2 \quad (4)$$

аңтпасын аламыз. Демек, $\xi\xi^*$ көбеймеси амплитуданың квадратын береді екен.

(3)-аңлатпаны ұлыұмаластырыу жолы менен a шамасын да комплекс сан деп есаплауға болады. Бұндай жағдайда, әлбетте, ол тербелістің хәқыйқый амплитудасына тиккелей сәйкес келмейди, себеби хәқыйқый амплитуда барлық ўақытта затлық сан болып табылады. Биз дәслепп бұндай "комплекс амплитуда" ның қандай физикалық мәніске ийе екенлигин үйренемиз. Буның ұшын $a = a_0 e^{i\alpha_0}$ деп болжаймыз; бұл аңлатпада a_0 шамасы да α_0 шамасы да хәқыйқый санлар; бұндай жағдайда:

$$\xi = a_0 e^{i\alpha_0} \cdot e^{i(\omega t + \alpha)}$$

ямаса

$$\xi = a_0 e^{i(\omega t + \alpha + \alpha_0)} \quad (4a)$$

Алынған шаманың хәқыйқый бөлімін жолмал бөліминен ажыратып, мынаны аламыз:

$$|\xi| = a_0 \cos(\omega t + \alpha + \alpha_0). \quad (5)$$

Бұл аңлатпада $|\xi|$ шамасы гармоникалық тербелмели қозғалыс болып, оның амплитудасының a_0 хәм басланғыш фазасының $\alpha + \alpha_0$ екенлигин аңғарамыз. Демек, амплитуданың комплекс шама болыуы басланғыш фазаның α_0 шамасына өзгериуіне өзгериуіне сәйкес келеді екен. Бұл жағдайда да $\xi\xi^*$ көбеймесинің затлық амплитуданың

квадратын беретұғынлығына исениўге болады: $\xi \xi^* = a_0^2$.

Гармоникалық тербелмели қозғалысты сұўретлеўде комплекс санлардан пайдаланыўдың қолайлы екенлигин айқынластырыў ушын, бир тўўрының бойында жүз беретұғын хәм жийиликлери бирдей ω болған еки $x_1 = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1)$ хәм $x_2 = a_2 \cos(\omega t + \alpha_2)$ гармоникалық тербелислердың қосылыўы хәққындағы мәселени қарайық. Усы мәселе 100-параграфта амплитуда векторларын қосыў усылы менен шешилген еди. Комплекс санлардан пайдаланып

$$x_1 = a_1 e^{i(\omega t + \alpha_1)}, x_2 = a_2 e^{i(\omega t + \alpha_2)}$$

аңлатпаларды жазамыз.

Косынды тербелис:

$$x = x_1 + x_2 = a_1 e^{i(\omega t + \alpha_1)} + a_2 e^{i(\omega t + \alpha_2)}$$

түринде жазылады.

Оның амплитудасының квадраты болған a^2 шамасын табыў ушын оң тәрепин оның түйинлесине көбейтеміз:

$$a^2 = [a_1 e^{i(\omega t + \alpha_1)} + a_2 e^{i(\omega t + \alpha_2)}][a_1 e^{-i(\omega t + \alpha_1)} + a_2 e^{-i(\omega t + \alpha_2)}]$$

буннан:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_1 a_2 (e^{i(\alpha_2 - \alpha_1)} + e^{-i(\alpha_2 - \alpha_1)})$$

формуласы келип шығады. Бирақ (1)-формула бойынша:

$$e^{i(\alpha_2 - \alpha_1)} + e^{-i(\alpha_2 - \alpha_1)} = 2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

теңлиги орынлы болады. Буннан:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

аңлатпсының орынлы екенлигине көз жеткеремиз. Ал, бул аңлатпа болса 100-параграфтағы (4)-формула менен бирдей.

XII бап

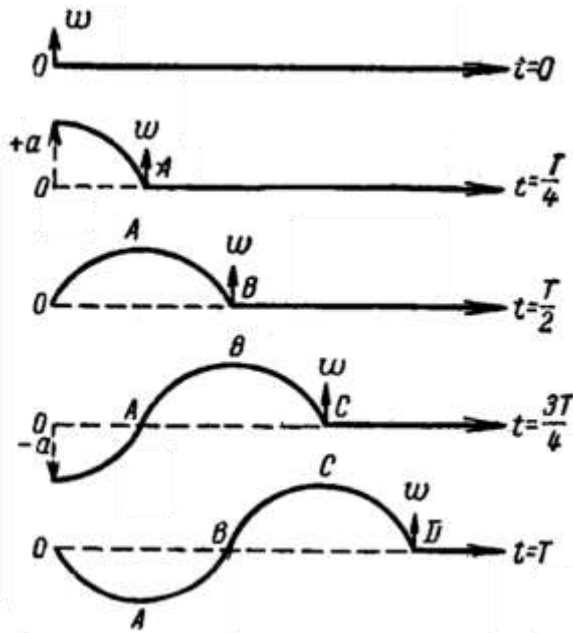
ТОЛҚЫНЛАР

§ 106. Серпимли орталықтағы толқынлардың тақалыўы. Мейли, тербелип тұрған ноқат барлық бөлекшелери бир бири менен байланысly болған орталықта жайласқан болсын. Бундай жағдайда ноқаттың тербелисиниң энергиясының этираптағы ноқатларға берилип, оларды оларды тербелмели қозғалысқа келтире алады. Тербелистиң орталықтағы тарқалыўы процесси *толқын* деп аталады. Сұўға тасты ылақтырсақ, онда сұўдың бетинде толқынлардың пайда болғанлығын көреміз; сұўдың бетине тас түскен орынның этирапы тербеле баслайды, бул тербелис тас түскен орыннан басқа қоңсы орынларға тарқалады хәм сұўдың бетинде толқын пайда болады. Толқынның пайда болыўына және мынадай мысалды келтириўге болады: Бир жип алып, оның ушларының бирин қолымыз бенен ұслап турып силкип тербелтсек, онда тербелис жиптиң бойы менен тарқала баслайды, яғный жиптиң бойы менен толқын тарқалады.

Тербелислер тарқалғанда тербелип тұрған бөлекшелердиң өзлериниң тарқалыўшы тербелмели процесс пенен бирге тарқалмайтуғынлығын, ал олардың өзлериниң тең салмақлық орынларының этирапында тербелисте болатуғынлығын дәрхәл аңғарамыз.

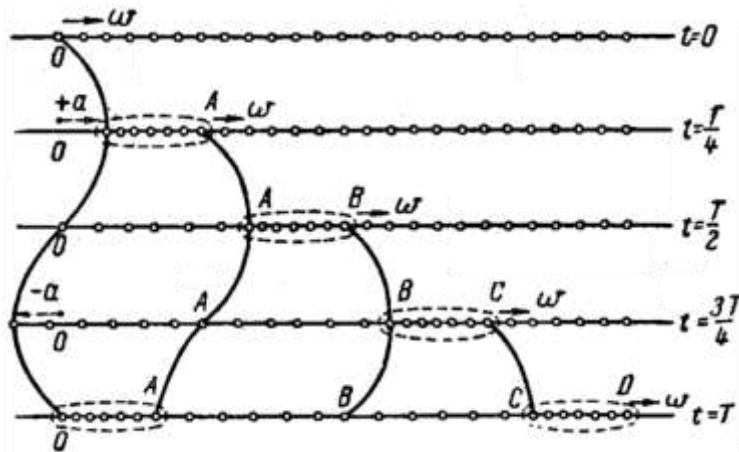
Егер бөлекшелер толқында тербелис тарқалатуғын тўўрының бойында тербелелетуғын болса, онда бундай толқынды *бойлық толқын*, ал егер бөлекшелердиң тербелиў бағыты тербелис тарқалатуғын бағытқа перпендикуляр болса, онда бундай толқынды *көлденең толқын* деп атайды.

264-сұўретте көлденең толқынның тарқалыў схемасы сұўретленген. 264-сұўреттеги бес қатар орталықтағы ўақыттың избе-из моментлериндеги бөлекшелеридиң жайласыўын көрсетеди.



264-сүрөт. Көлденең толқынның тарқалыу схемасы.

Биринши қатар бөлекшелердің басланғыш $t = 0$ моменттегі жағдайына сәйкес келеді; бұл ўақытта барлық бөлекшелер тең салмақтық жағдайында болады, тек ғана ең шеткі O бөлекше жоқарыға қарай w тезлениўин алған. Екинши қатар бөлекшелердің қозғалыс басланғаннан соң шөрек дәўир өткеннен кейин ийелеген жағдайын көрсетеді; O бөлекшесі өзиниң ең бийик аўхалына жеткенде A бөлекшесі енди ғана жоқарыға бағытланған w тезлениўи менен қозғала баслайды. Үшинши қатар қозғалыс басланғаннан кейин ярым дәўир өткеннен кейинги жағдайды сўўретлейди: O ноқаты төменге қарай қозғалып, тең салмақтық жағдайынан еди, A бөлекшесі өзиниң ең бийик аўхалына жеткен, B бөлекшесі болса енди ғана жоқарыға бағытланған w тезлениўин алған. Төртинши сызық қозғалыс басланғаннан төрттен үш дәўир өткен моменттегі жағдайды сәўлелендиреди: O бөлекшесі өзиниң ең төменги жағдайына жеткен, A бөлекшесі болса төменге қарай тең салмақтық жағдайынан өтип атыр хәм B бөлекшесі өзиниң ең бийик жағдайына жеткен; C ноқаты жоқарыға бағытланған w тезлениўине ийе блып атыр. Соңғы, бесинши қатарда қозғалас басланғаннан кейин пүтин бир дәўир өткеннен соңғы жағдай көрсетилген: O бөлекше жоқары қарай және тең салмақтық жағдайынан өтип атыр, A бөлекшесі өзиниң ең төменги жағдайына жеткен, B бөлекшесі төменге қарай тең салмақтық жағдайынан өтип атыр, ал C бөлекшесі өзиниң ең бийик жағдайына жеткен болса, D бөлекше жоқарыға қарай бағытланған w тезлениўин алған. Тербелистиң буннан кейинги тарқалыўын тап ұсындай тәқлетте бақлаўға болады.



265-сүрет. Бойлық толқынның тарқалыу схемасы.

Бойлық толқын үшін дәл сондай схемас 265-сүретте берілген. Бұл жағдайда ағысыу тек бөлекшелердің тарқалыу бағытында болады. 265-сүреттен көринип тұрғанындай, бойлық толқын тарқалғанда бөлекшелер бір бирине жақынласады хәм және бир биринен узақласады, соның нәтийжесинде орталықта қойыұласыұлар (сүретте белгилеп қойылған областлар) хәм сийрексийлер пайда болады; толқынның тарқалыу құбылысы бұл қойыұласыұ хәм сийрексий областларының орын алмасыұларынан ибарат.

Орталықта тарқалыұшы толқынлардың бойлық ямаса көлденең болыұы ұсы орталықтың серпимлилик қәсийетлеринен ғәрезли болады.

Егер орталықтың бир қатламы екнши қатламына салыстырғанда жылжығанда сол жылжыған қатламды тең салмақлық жағдайына қайтарыұға бағытланған серпимли күшлер пайда болса, онда орталықта көлденең толқынлардың тарқалыұы мүмкин (ұлыұма алғанда, қатты денелер сондай орталық болып табылады). Параллель қатламлар бир-бирине салыстырғанда жылжығанда орталықта серпимли күшлер пайда болмаған жағдайларда көлденең толқынлар жүзеге келмейди. Мысалы, сұйықлық хәм газ көлденең толқынлар тарқалмайтуғын орталықлар болып табылады (бұл жуұмақлаұ сұйықлықтың бетине тийисли емес; сұйықлықтың бетинде құрамалы характерге ийе болған колденең толқынлар да тарқала алады: бундай толқынларда бөлекшелер тұйық шеңбер ямаса эллипс тәризли траекториялар бойынша қозғалады). Егер орталықта созыұ хәм қысыұ диформацияларының салдарынан серпимли күшлер пайда болатуғын болса, онда бундай орталықта бойлық толқынлар тарқала алады. Мысалы: сұйықлық пенен газ қысылғанда басымы жоқарылайды, ал бұл басым пайда еткен күшлер қысылыұ деформациясында серпимлилик күшиниң орнын ийелейди. Сұйықлық пенен газде тек бойлық толқынлар ғана тарқалады. Қатты денелерде бойлық толқынлар көлденең толқынлар менен бир қатарда тарқала алады.

Теорияның көрсетиұи бойынша (111-параграфға қараңыз) бойлық толқынлардың тарқалыу тезлиги V орталықтың серпимлилик коэффиценти менен оның тығызлығы ρ ның квадрат түбирине кери пропорционал:

$$V = \sqrt{\frac{1}{\alpha\rho}}.$$

Бұл қатнасты жуұық түрде төмендеги қатнас пенен алмастырыұға боолады:

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

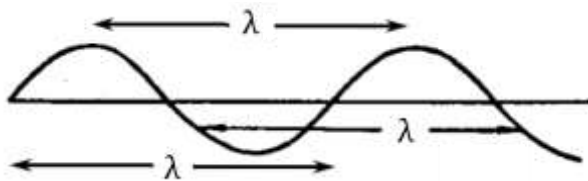
Бұл қатнаста E арқалы орталықтың Юң модули белгиленген.

Көлденең толқынлардың тарқалыу тезлиги жылжыұ модули N ге ғәрезли болады:

$$V = \sqrt{\frac{N}{\rho}}.$$

Тербелистің белгиі болған фазасының бір тербелиу дәуіріндегі жылжыу аралығы *толқын ұзындығы* деп аталады. Толқын ұзындығының шамасын әдетте λ арқалы белгілейді.

266-сұйретте бір-биринен λ ұзындығындай қашықтықта жайласқан бір қатар нүктелер көрсетілген.



266-сұйрет. Бірдей фазада тербелетуғын бір бирине ең жақын екі нүктенің арасындағы қашықтық толқын ұзындығы болған λ шамасын анықтайды.

Сұйреттен *толқын ұзындығының бірдей фазаларда тербелиуші нүктелер арасындағы ең қысқа қашықтық* екенлігі айқын көрініп тұр. Толқынның тарқалуы тезлігі жаққында гәп етілгенде оның *фазалық тезлігі*, яғни тербелістің берілген фазасының тарқалуы тезлігі нәзерде тұтылады; мысалы, $t = 0$ уақыт моментінде 264-сұйреттегі O нүктесі басланғыш фазаға иіе болды (яғни ол тең салмақтық ауысуынан шықты); T уақыты өткеннен кейін уы O нүктесінен λ қашықтықта тұрған D нүктесі басланғыш фазаға иіе болады. Демек дәуір T ға тең уақыт ишінде басланғыш фаза толқын ұзындығы λ шамасына тең аралыққа тарқалды. Буннан фазалық тезлік ушін төмендегідей аңлатпа келип шығады:

$$V = \frac{\lambda}{T}. \quad (1)$$

Тербелислер тарқалатуғын нүкте (тербелислер орайы) тұтас орталықтың ишінде тербеліп тұрған болсын. Орайдан тербелислер барлық тәрептерге тарқалады. Уақыттың қандай да бір моментінде тербелислер жетіп келген *нүктелердің геометриялық орнын толқын фронты* деп атайды. Тап сол сыяқты, орталықтың ишінде *бірдей фазада тербеліп атырған нүктелердің геометриялық орнын* да ажыратып алыуға болады. Бұл нүктелердің жыйнағы *бірдей фазалар бетін* ямаса *толқынлық бетті* пайда етеді. Толқын фронтының толқынлық беттің дара жағдайы екенлігін түсінік. Егер орталық изотроптық болса, онда тербелислер тербелислер орайынан барлық тәрептерге бірдей болып тарқалады; бундай жағдайда толқын фронты да, бірдей фазалар беттері де орайы тербелис орайында жайласқан сфера болып болады. Толқын фронтының радиусының бойы менен белгиі фазаға иіе болған тербелис t уақытының ишінде тарқалатуғын кесінді болады (биз t арқалы орайда жайласқан нүктенің тербелисінің басынан баслап өткен уақытты белгиледік). Бундай жағдайда

$$r = Vt$$

аңлатпасына иіе боламыз. Бұл аңлатпада V арқалы толқынның тарқалуы тезлігі белгіленген.

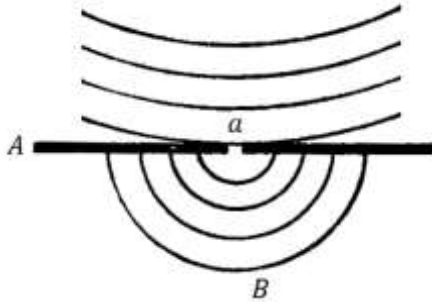
Толқын фронтының формалары толқынлардың типтерін анықтайды, мысалы, фронты тегіс болған толқын тегіс толқын деп аталады ғ.т.б.

Тербелислер тарқалатуғын бағытларды *нурлар* деп атайды. Изотроп орталықтарда нурлар толқын фронтына перпендикуляр болады; толқын фронты сфера тәрізді болғанда нурлардың бағыты радиустардың бағытына сәйкес келеді.

§ 107. Гюйгенс принципі. Белгиі уақыт моментіндегі толқын фронты белгиі болса, онда оған сүйеніп буннан кейінгі уақыт моментіндегі толқын фронтын табыудың

усылын билиўдин ҳәр қыйлы мәселелерди шешиўдеги әҳмийети жүдә үлкен. Усындай усылды 1690-жылы Гюйгенс тапты; оны *Гюйгенс принципи* деп атайды.

Гюйгенс өзиниң принципиниң дұрыс екенлигин қатаң түрде дәлиллеген жоқ; Гюйгенс принципиниң дұрыс екенлиги оның тийкарында алынған нәтийжелердиң тәжирийбелерде алынған нәтийжелер менен салыстырыў жолы менен тастыйықланды. Буннан көп кейин Гюйгенс принципиниң дұрыс екенлиги серпимликтиң улыўмалық теориясына сүйенип дәлилленди.

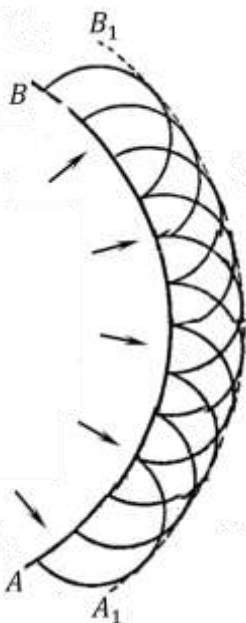


267-сүрөт.

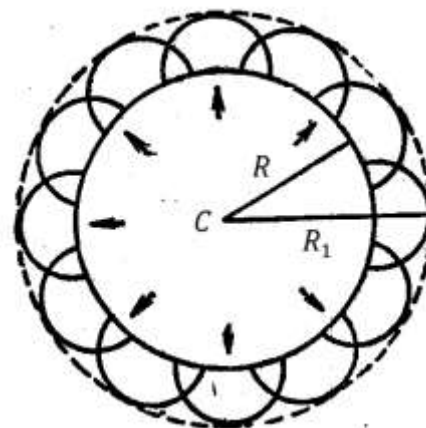
Тосқынлықтағы кишкене саңлақ толқынның жаңа дереги болады.

Гюйгенс усылының идеясын түсинип алыў ушын төмендегидей тәжирийбени қараймыз. Сұдың бетинде ықтыярлы формадағы толқын тарқалып атыр деп болжайық. Бул толқынның жолына толқынды өткермейтуғын A тосқынлығын қоямыз; бул тосқынлықта өлшемлери λ толқын ұзынлығына салыстырғанда киши болған a саңлағы бар болсын (267-сүрөт).

Толқын A тосқынлығына жеткенде онда шағылысады. Тосқынлықтағы a саңлағы төменге қарай тарқалатуғын толқынлардың дереги болып хызмет етеди. Бундай жағдайда дийўалға шекемги толқынның формасының қандай болыўына қарамастан, қынлықтан ярым сақыйна формасындағы B толқынлары тарқала баслайды. Саңлақ жаңа тербелиў орайы болып, оннан тербелислер барлық тәрепке тарқалады. Бул тәжирийбе орталықтың толқын фронты барып жеткен ҳәр бир ноқатын тербелистиң жаңа дереги деп қараў мүмкин деген жуўмаққа алып келеди. Буннан Гюгенс принципиниң мәниси келип шығады. Қандай да бир ўақыт моментинде стрелкалар менен көрсетилген бағыттан келген AB толқын фронты белгили болсын (268-сүрөт). t ўақыт моментине тийисли болған жаңа толқын фронтын қурыў ушын ески фронттың ҳәр бир ноқатын буннан кейин тарқалатуғын тербелислердиң тарқалыў орайы деп қараў керек. Усындай тарқалыў орайлары болған ҳәр бир ноқаттан шыққан толқынлар ушын элементар толқынлық бетлерди сызамыз. Бул бетлер радиусы $r = Vt$ болған ярым сфералық бетлер болып табылады. Барлық элементар толқынлық бетлердиң A_1B_1 орап алыўшы жаңа толқын фронтын береді.



268-сүрөт.
Гюйгенс бойынша
жаңа толқын
фронтын құрыу.

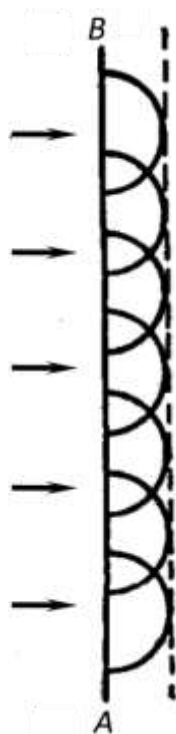


269-сүрөт.
С орайынан тарқалатуғын сфералық
толқын үшін Гюйгенс бойынша
толқын фронтын құрыу.

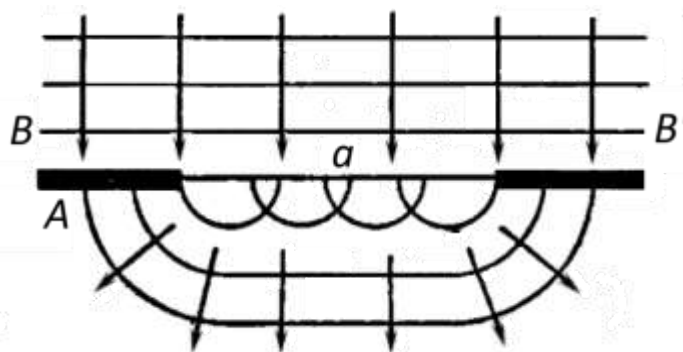
Енди дара жағдайлар үшін толқын бетлерін құрыу үшін Гюйгенс методын пайдаланамыз. Ұақыттың қандай да бір моментінде толқын радиусы R болған сфераның формасына ийе болсын (269-сүрөт) хәм толқын орайдан тарқалып атырған болсын; фронтының хәр бир нокатының этирапында ярым сфера формасындағы элементар толқынлық бетлерди сызамыз. Бұл элементар ярым сфера түріндеги бетлердің ораушысы радиусы $R_1 = R + Vt$ шамасына тең сфералық бет болып табылады. Жоқарыда атап өтилгениндей, нурлар орайдан радиуслар бойлап бағытланған болады. Сфералық толқын тарқалыудың барысында үлкейип барыушы радиусқа ийе сфера формасына ийе болады, радиус дым үлкен болған жағдайда толқын фронтының қалеген бир бөлегин тегис деп есаплауға болады. 270-сүрөтте AB толқынының тегис фронтының бир учатскасы сүрөтленген. Бұл фронттың барлық нокатларын бир биринен ғәрезсиз тербеледи деп есаппа, олардың этирапында элементар ярым сфералар сызғанда, AB тегислигине параллель болған тегислик түріндеги ораушы бет пайда болады. Нурлар, яғный тербеліслер тарқалатуғын бағытлар, фронт тегислигине перпендикуляр тууры болып табылады. Буннан тегис толқынның изотроп орталықта тарқалғанда тегис толқын болып қала береді деген жууаққа келемиз; нурлар бир бирине параллель болған дәстелерден ибарат. Бир текли изотроп орталықта толқын фронты кеңісликте орын алмастырып өз-өзине ұқсас болып қала береді.

Енди, егер тегис толқынның тарқалыу жолында a саңлағына ийе болған A тосқынлығы қойылған болған жағдайда (271-сүрөт) сол тегис толқынының қандай өзгеріслерге ұшырайтуғынлығын қараймыз. BB' тегис фронты A тосқынлығына жетип келип, оның бир бөлеги тосқынлықта шағылысады, ал a саңлағының хәр бир нокаты өз алдына тербеліслердің дереги болады. Хәр бир нокаттың этирапында ярым сфера формасындағы элементар толқынлық бетлер пайда болады; бұл толқынлық бетлердің ораап алыушысы a саңлағынан кейинги толқын фронтын береді. 271-сүрөттен саңлақтың астындағы фронт фронтының тегис емес екенлиги, оның тек орта бөлегинің ғана дәслепки фронтқа параллель болатығынлығы көринип тур; фронттың шетлери иймейген, олардағы нурлар дәслепки бағытларын өзгерткен. Нурлардың *дифракция* деп аталатуғын бундай иймейиуін толық есапқа алыу үшін саңлақтың хәр бир нокатынан келетуғын тербеліслерди олардың фазаларын есапқа алған халда қосыу керек болады. Дифракцияны кейинирек тереңнен үйренемиз. Саңлақ қанша киши болса, нурлардың иймейиуі де соншама күшли болады. Егер a саңлағының өлшеми толқын ұзынлығынан киши болса, онда саңлақ бирлик

тербелиу орайы болып қалады хәм Гюйгенс принципиниң дұрыслығын дәлиллей ушын хызмет ететұғын тәжирийбеде орын алғандай (267-сүўрет), бул деректен ярым сфералық толқын тарқалады.



270-сүўрет.
Тегис толқын
ушын Гюйгенс
қурылмасы.



271-сүўрет.

Тосқынлықтағы саңлақтан кейинги толқынның
орап алыныуы (толқынның дифракциясы).

§ 108. Толқын теңлемеси. Толқын процессин аналитикалық түрде қалайынша тәрийиплеудің мүмкин екенлигин үйренейик.

Дәслепп, биз мысал ретинде түүри мызықты тарқалатуғын, мысалы бир ушы тербелип тұрған жиптиң бойы менен жуўыратуғын толқынларды көз алдымызға елеслетейик. Ноқаттың тең салмақтық жағдайынан аўысыуын x арқалы белгилеймиз. Толқын тарқалып атырған түүри сызықтың бойындағы хәр бир ноқат ушын аўысыу x тың хәр бир ўақыт моментиндеги мәнисин анықласақ, онда толқын процесси анықланған болады. Басқа сөз бенен айтқанда, x ноқатының аўысыуын ўақыттың хәм сол ноқаттың тең салмақтық халындағы координаталарының функциясы сыпатында билиў керек.

Тербелислердиң орайы болған O ноқатын (272-сүўрет) координаталардың басы сыпатында қабыл етемиз. Мейли, O ноқатындағы тербелислер мынадай нызам бойынша тәрийипленетуғын болсын:

$$x = a \cos \omega t. \quad (1)$$

Бул аңлатпада a - тербелислердиң амплитудасы, ω - жийилиги (цикллық), t - тербелиў басланған моменттен баслап есапланған ўақыт.

Ықтыярлы түрде түүри сызықтың бойында жайласқан хәм координаталар басынан y қашықтығында жайласқан A ноқатын аламыз. O ноқатынан шыққан тербелислер A ноқатына

$$\tau = \frac{y}{V} \quad (2)$$

ўақыты өткенен кейин жетип келеди; бул аңлатпада V арқалы толқынның тарқалыу тезлиги белгиленген. Солай етип, A ноқаты O ноқатынан τ ўақыт шамасында кеш тербеле баслайды. Биз қарап атырған түүри сызықтың бойында тарқалып атырған толқынларды сөнбейтуғын толқынлар деп есаппап, толқын A ноқатына жетип келгенинде ол сол ноқатта a амплитудасы хәм ω жийилиги менен тербеле баслайды деп жужмақ шығарамыз.

Демек, A нокатының x тең салмақлық жағдайынан ауысыуы былайынша аңлатылады:

$$x = a \cos \omega t'. \quad (3)$$

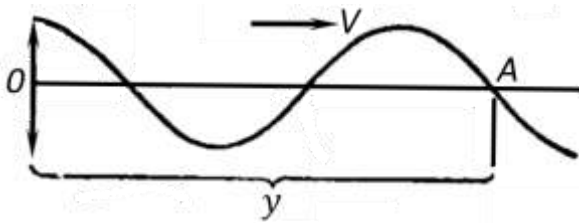
Бұл аңлатпада t' арқалы A нокатының тербеліуі басланғанан моменттен баслап есапланған уақыт белгиленген. Бирақ, жоқарыда көргенимиздей, A нокаты O нокатына салыстырғанда τ уақыт кеш тербеле баслайды хәм сонлықтан $t' = t - \tau$ теңлиги орынлы болады; t' уақытының усы шамасы (3)-аңлатпаға қойсақ:

$$x = a \cos \omega(t - \tau)$$

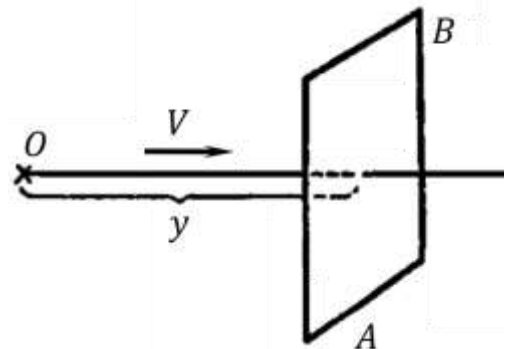
ямаса аңлатпаға τ дың орнына оның (2)-аңлатпа бойынша есапланған мәнисин қойсақ

$$x = a \cos \omega \left(t - \frac{y}{V} \right) \quad (4)$$

теңлемесине ийе боламыз. Бұл теңлемеді нокаттың x ауысыуы уақыт t ның хәм A нокатынан O нокатына шекемги y аралықтың функциясы сыпатында аңлатылыуы болып табылады; OA туйрының бойында тарқалып атырған толқын теңлемеси тап усындай түрде жазылады.



272-сүүрет. Толқын теңлемесин келтирип шығарыуға.



273-сүүрет. Тегис толқын ушын бирдей фазалар тегислиги.

(4)-аңлатпа y көшериниң бағытында тарқалып атырған тегис толқынның теңлемеси болып табылады. Бундай жағдайда y көшериниң бағытына перпендикуляр болған хәр қандай AB тегислиги (273-сүүрет) бирдей фазалар бети болып болады хәм бұл тегисликтің барлық нокатлары белгили t уақыт моментинде бирдей x ауысыуға ийе болады. Бұл ауысыудың шамасы тегисликтің O нокатына шекемги қашықтық y тиң мәниси бойынша анықланады.

Егер биз тарқалып атырған толқынның бағыты қарама-қарсы тәрепте қарай өзгерди деп көз алдымызға келтирсек, онда (4)-аңлатпадағы y тиң орнына $-y$ шамасының қойылыуы керек. Бундай жағдайда бұл толқынның теңлемеси

$$x = a \cos \omega \left(t + \frac{y}{V} \right) \quad (4a)$$

түрине ийе болады.

106-параграфтағы (1)-қатнасты пайдаланып (4)-аңлатпаны өзгертириуге болады; бұл (1)-қатнас бойынша $\frac{\omega}{V} = \frac{2\pi}{VT} = \frac{2\pi}{\lambda}$, (λ арқалы толқынның толқын ұзынлығы белгиленген); Бундай жағдайда

$$x = a \cos \left(\omega t - 2\pi \frac{y}{\lambda} \right)$$

түриндеги теңлемени аламыз. Егер цикллық жиилик ω ның орнына әдеттегидей $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ шамасы қойылса, онда

$$x = a \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{y}{\lambda} \right) \quad (5)$$

теңлемесин аламыз.

Бир түйрінің бойында тарқалып атырған тоқынның (272-сүйрет) мысалында (4)-теңлемеден келип шығатуғын нәтижелерди таллаймыз. Толқынлық процесси еки тәреплеме дәуірлик процесс болып табылады: (4)-формуладағы косинустың аргументи еки өзгеріуші болған t ўақыты менен y координатадан ғәрезли. Солай етип толқын қос дәуірликке ийе болады - кеңіслик хәм ўақыт бойынша. Ўақыттың берилген t моменти ушын (4)-теңлеме бөлекшелердің x аўысыўының координата басына шекемги қашықлықтың функциясы сыпатындағы тарқалыўын анықлайды; жуўырыўшы толқынның тәсиринде тербелетуғын бөлешелер берилген t ўақыт моментинде косинусоиданың бойында жайласады. y тиң белгили болған шамасы менен тәрийипленетуғын белгили бир бөлекше ўақытқа ғәрезли мынадай гармоникалық нызам бойынша тербеледи:

$$x = a \cos \omega \left(t - \frac{y}{V} \right) = a \cos(\omega t - \alpha). \quad (6)$$

Бұл аңлатпада

$$\alpha = \frac{\omega y}{V} = 2\pi \frac{y}{\lambda}.$$

Берилген ноқат ушын α шамасы турақлы болып, ол ноқаттың тербелісинің *басланғыш фазасын* береді.

Координаталар басына шекемги y_1 хәм y_2 қашықлықларда жайласқан еки ноқат ушын фазалар айырмасы:

$$\alpha_2 - \alpha_1 = 2\pi \frac{y_2 - y_1}{\lambda}. \quad (7)$$

формуласының жәрдемінде анықланады. Буннан бир биринен λ қашықлықта жайласқан еки ноқат ушын (яғный, бундай жағдайда $y_2 - y_1 = \lambda$) фазалар айырмасы $\alpha_2 - \alpha_1 = 2\pi$ шамасына тең болады; бұл еки ноқаттың қәлеген t ўақыт моментиндеги x аўысыўларының мәніслери, ұсы аўысыўлардың бағытлары бирдей болады; бундай еки ноқатты *бирдей фазада тербеліуші ноқатлар* деп айтады.

Бир бириннен $y_2 - y_1 = \frac{\lambda}{2}$ қашықлығында, яғный бир биринен ярым толқын ұзынлығына тең қашықлықта жайласқан ноқатлар ушын фазалар айырмасы $\alpha_2 - \alpha_1 = \pi$ шамасына тең. Бундай ноқатлар *қарама-қарсы фазаларда* тербелетуғын ноқатлар болып табылады. Ўақыттың қәлеген моментиндеги бұл ноқатлардың аўысыўларының абсолют мәніслери бирдей, ал белгилери қарама-қарсы болады: егер ноқатлардың бири жоқарыға қарай жылжытуғын болса, онда екінши ноқат төменге қарай жылжыйды хәм керисинше.

Жоқарыда талланған бир түйрінің бойында тарқалыўшы толқынлар ушын дара жағдай болып табылады. Серпимли орталықларда болса басқа түрдеги толқынлардың, мысалы, сфералық толқынлардың бар болыўы мүмкин.

Сфералық толқынларда амплитуда тербеліу дерегине шекемги r қашықлыққа кери пропорционал түрде кемийеди. Аўысыўдың координаталардан хәм ўақыттан ғәрезлиги мынадай түрге ийе:

$$x = \frac{a}{r} \cos \omega \left(t - \frac{r}{V} \right). \quad (8)$$

Ўақыттың қандай да бир моментинде теңдей фазалар бети $r = \text{const}$ теңлемеси бойынша анықланады, яғный теңдей фазалар бети радиусы r ге тең болған сфера болады.

Бундай толқынның "сфералық" деп аталыўы мине ұсыннан келип шыққан.

§ 109. Толқынлардың интерференциясы. Орталықта бир ўақыттың өзінде хәр қыйлы тербеліу орайларынан шығатуғын тербеліслердің тарқалыўы мүмкин.

Егер хәр қыйлы дереклерден шыққан толқынлардың еки системасы кеңісликтің қандай да бир бөлиминде бир бири менен бетлессе хәм буннан кейин тарқалыўын даўам еткенде, онда бетлесиўден кейин олардың екеуи де бир бири менен хеш қашан бетлеспегендей болып тарқалыўын даўам ете береді. Толқынлардың тарқалыўының бир биринен ғәрезсизлик принципін *суперпозиция принципі* деп атайды; бұл принцип

толқынлық процесслеринің тарқалыуында есапқа алыныуы керек болған жүдә әхимийетли принцип болып табылады.

Суўға еки тасты таслап, суперпозиция принципинің жүзеге келиуін тексерип көриўге болады. Таслар түскен орынларда пайда болған дөнгелек толқынлар бир-бири арқалы өтип, ажыралып кеткенен кейин да орайлары таслар түскен орынларда болған дөнгелек фигура түрінде тарқалыуын даўам ете береді. Бул фактти аңғарған Леонардо да-Винчи былайынша жазған еди: "Үлкен хәм тыншылықта тұрған суўдың бетине бир ўақытта еки тасты бир-биринен базы бир қашықтықта тасла. Таслар түскен орынлардың этирапында еки дөнгелек толқынлардың пайда болғанлығын көресең; олар тарқалыудың барысында ушырасады хәм хәр бир группаның дөнгелекleri бир биринің арасыннан өтип кете береді".

Толқынлар бетлескен областта тербелислер бир бирине қосылады, толқынлардың қосылыуы (*интерференциясы*) жүзеге келеді. Буның нәтийжесинде тербелислердің айрым орынларда үлкейиуи, ал айрым орынларда кемеийиуи орын алады. Орталықтың хәр бир ноқатындағы қосынды тербелис сол ноқатқа жетип келген барлық тербелислердің қосындысынан ибарат болады.

Тербелистиң дерекleri бирдей жийилик пенен тербелетуғын, ал тербелислер бирдей бағытта тарқалатуғын және олар бирдей фазаға ямаса тұрақлы фазалар айырмасына ийе болатуғын жағдай айрықша әхимийетке ийе. Бундай дереклер *когерент дереклер* деп аталады. Биз төменде орталықтың хәр бир ноқатындағы қосынды тербелис ўақыт бойынша тұрақлы амплитудаға ийе, ал амплитуданың мәниси орталықтың ноқатынан дерекке шекемги қашықтықтан ғәрезли болатуғын жағдайды қарап өтеміз. Тербелислердің ұсындай болып қосылыуы *когерент дереклердің толқынларының интерференциясы* деп аталады.

Тербелислердің когерент дерекlerini мысал ретинде былайынша пайда етиўге болады: сфералық толқынды тарқататуғын S ноқатлық дерегин аламыз (274-сүўрет). Толқынның жолына BB_1 тосқынлығы қойылған хәм бул тосқынлықта S дерегине салыстырғанда симметриялы жайласқан жүдә киши s_1 хәм s_2 саңлақлары бар. Гюйгенс принци бойынша s_1 хәм s_2 саңлақлары бир биринен ғәрезсиз болған тербелис дерекleri болып табылады, соның менен бирге бул ноқатлар бирдей амплитуда менен хәм бирдей фазада тербеледі. Себеби бул ноқатлардың S дерегине шекемги қашықтықлар бирдей. BB_1 тосқынлығының оң тәрепине қарай еки сфералық толқын тарқалады хәм орталықтың хәр бир ноқатындағы тербелис ұсы еки толқынның қосылыуының нәтийжесинде пайда болады. s_1 хәм s_2 дерекlerden сәйкес r_1 хәм r_2 қашықтықларында жайласқан базы бир A ноқатын аламыз хәм сол ноқаттағы толқынлардың қосылыуын қараймыз. Тербелислер A ноқатына қандай да бир фазалар айырмасы менен жетип келеді хәм бул фазалар айырмасы r_1 хәм r_2 қашықтықларының айырмасынан ғәрезли болады.

s_1 хәм s_2 дерекleri бирдей фазада тербелетуғын болғанлықтан

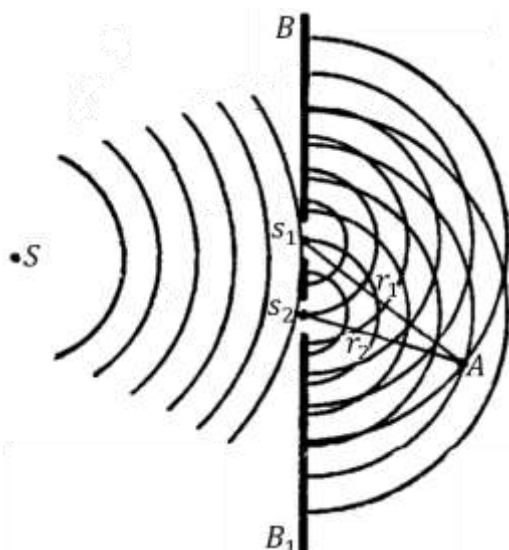
$$x_1 = a_0 \cos \omega t, x_2 = a_0 \cos \omega t$$

түриндеги аңлатпаларды жазыў мүмкин.

Бундай жағдайда s_1 хәм s_2 дерекlerden A ноқатына келип жеткен тербелислерди 108-параграфтағы (8)-формулаға тийкарланып, былайынша жазамыз:

$$x_1 = a_1 \cos 2\pi \left(vt - \frac{r_1}{\lambda} \right), x_2 = a_2 \cos 2\pi \left(vt - \frac{r_2}{\lambda} \right),$$

Бул аңлатпада $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ арқалы тербелистиң жийилиги белгиленген. 108-параграфтағы (8)-аңлатпа бойынша $\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_2}{r_1}$ қатнасы орынлы. Бирақ, $|r_2 - r_1| \ll r_1$ қатнасы орынлы болса, онда жуўық түрде $a_1 \approx a_2$ теңлиги орынланады.



274-сүрөт.
 S_1 хэм S_2 саңлақларынан шыққан еки
 толқынның қосылыўы.

A ноқатындағы қосылыўшы тербелислердиң фазаларының айырмасын былайынша жазыўға болады:

$$\Delta\alpha = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda}. \quad (1)$$

Биз 100-параграфта қосынды тербелистиң амплитудасының қосылыўшы тербелислердиң фазаларының айырмасынан ғарезли болатуғынлығын көрген едик. Соның менен бирге фазалар айырмасы нолге ямаса пүтин сан еселенген 2π ге тең болса, онда амплитуда максималлық мәнисине ийе болады; оның бул максималлық мәниси қосылыўшы тербелислердиң амплитудаларының қосындысына тең болады. Егер фазалар айырмасы π диң тақ сан менен көбеймесине тең болса, онда қосынды амплитуда қосылыўшы тербелислердиң амплитудаларының айырмасына тең болған минималлық мәниске тең болады. Демек, A ноқатында тербелистиң максимумының хэм минимумының алыныўы сол еки тербелистиң усы A ноқатына қандай $\Delta\alpha$ фазалар айырмасы менен жетип келетуғынлығына байланыслы екен. Жоқарыда айтылғанларған байланыслы A ноқатындағы амплитуданың максимум болыўы шәрти былайынша жазылады:

$$\Delta\alpha = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm 2k\pi. \quad (2)$$

Бул аңлатпада $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ Буннан,

$$|r_2 - r_1| = k\lambda \quad (2a)$$

теңлиги орынланғанда амплитуданың максимумының пайда болатуғынлығы, яғный нурлардың жүрислериниң айырмасы нолге ямаса толқын узынлығының пүтин санға көбеймесине тең болған ноқатларда амплитуданың максимумы орынлы болады.

A ноқатындағы амплитуданың минимум болыўы шәрти төмендегилерден ибарат:

$$\Delta\alpha = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm(2k + 1)\pi. \quad (3)$$

Бул аңлатпада $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ Демек, нурлар үшін жүрислер айырмасы мынадай болыўы керек:

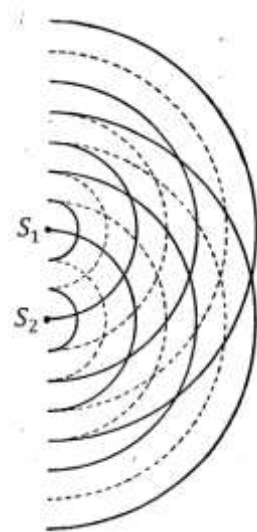
$$|r_2 - r_1| = \pm(2k + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad (3a)$$

яғный нурлардың жүрислер айырмасының шамасы так сан еселенген ярым толқын узынлығына тең болған ноқатларында амплитуда минимум болады.

Фазалар айырмасы $\pm 2k\pi$ менен $\pm(2k + 1)\pi$ шамаларының арасындағы мәнислерге ийе болған ноқатларда (бул жерде k -пүтин сан) тербелислердиң күшейиўи ямаса әззилеўиниң қандай да бир орташаланған эффекти бақланады.

Демек, еки толқынның қосылыўының нәтийжесинде орталықта амплитудасы хәр

қыйлы нокатларда ҳәр қыйлы болған тербелислер пайда болады. Соның менен бирге, ҳәр бир нокатта, усы нокаттан когерент дереклерге шекемги болған қашықлықлардың айырмасына байланысly амплитуданың максимумлық, минимумлық ямаса аралықлық шамалары пайда болады.



275-сүүрет. Толқынлардың интерференциясы.

275-сүүретте интерференцияланыўшы толқынлардың еки системасы сүүретленген; толқынлардың өркешлери тутас сызықлар, ал шуқырлары болса пунктир сызықлар менен сүүретленген.

Өркешлер ямаса шуқырлар ушырасқан орынларда амплитуда максимум болады; өркешлер пенен шуқырлар ушырасқан орынларда амплитуда минималлық мәниске тең. Бундай интерференцияның максимум ҳәм минимумларының жүзеге келиўин суўдың бетиндеги толқынлардың еки системасы тарқалғанда бақлаўға болады.

§ 110. Турғын толқынлар. Еки толқынның интерференциясының нәтийжеси сыпатында бир бирине қарама-қарсы бағытларда тарқалатуғын амплитудалары бирдей болған еки тегис толқынның қосылыўының салдарынан пайда болған *турғын толқынлар* деп аталатуғын толқынларды көрсетиўге болады.

Амплитудалары бирдей болған еки тегис толқын бир бирине қарай, бирейи y көшенинің оң бағытында, екиншисин y көшенинің терис бағытында тарқалады деп болжайық. 276-сүүретте бул толқынлардан бири жиңишке тутас сызық пенен, екиншисин пунктир менен сүүретленген; қосынды толқын жуўан сызықтың жәрдемінде сүүретленген.

Егер координата басы сыпатында қарама-қарсы бағытларда тарқалатуғын толқынлардың фазалары бирдей болған нокат алынса ҳәм ўақытты басланғыш фазалар нолге тең болған моменттен баслап өлшесек, онда еки тегис толқынның ҳәр қайсысының теңдемелерин төмендеги түрде жазыўға болады: y көшенинің оң тәрәпине тарқалыўшы толқын ушын:

$$x_1 = a \cos 2\pi \left(vt - \frac{y}{\lambda} \right)$$

ҳәм y көшенинің терис тәрәпине тарқалыўшы толқын ушын:

$$x_2 = a \cos 2\pi \left(vt + \frac{y}{\lambda} \right).$$

Бул еки толқынның қосылыўы нәтийжесинде

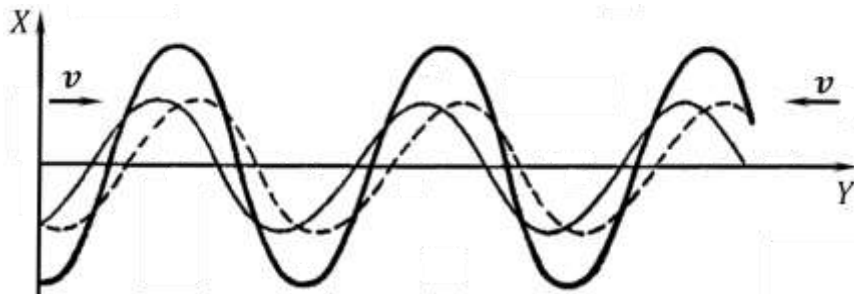
$$x = x_1 + x_2 = a \cos 2\pi \left(vt - \frac{y}{\lambda} \right) + a \cos 2\pi \left(vt + \frac{y}{\lambda} \right)$$

толқыны пайда болады. Қурамалы аргументлердің косинусларының мәнисин ашып ҳәм буннан кейин қысқартырсақ:

$$x = 2a \cos \left(2\pi \frac{y}{\lambda} \right) \cdot \cos 2\pi vt. \quad (1)$$

түріндегі аңлатпаны аламыз.

$\cos 2\pi vt$ көбейтiшисi жийилигi орталықтың ноқатларында қарама-қарсы бағытларда тарқалатуғын толқынлардың v жийилигiне тең болған тербелiслер пайда болатуғынлығын көрсетедi.



276-сүрeт. Қарама-қарсы бағытларда тарқалатуғын еки толқынды қосыў.

Ўақытқа ғәрезли болмаған $2a \cos \left(2\pi \frac{y}{\lambda} \right)$ көбейтiшисi қосынды тербелiстiң A амплитудасын аңлатады; дәлирегi, физикалық мәнисi бойынша амплитуданың оң мәниске ийе болатуғынлығына байланыслы, ол бұл көбейтiшисиниң абсолют шамасына тең:

$$A = \left| 2a \cos \left(2\pi \frac{y}{\lambda} \right) \right|. \quad (2)$$

Солай етип, тербелiстiң амплитудасы орталықтың ноқатларының тұрған орнын анықлайтуғын y ноқатының координаталарынан ғәрезли екен. Пайда болған тербелiстi *тұрғын толқынлар* деп атайды. Белгилi болған ноқатларда тұрғын толқынның амплитудасы қосылатуғын толқынлардың амплитудаларының қосындысына тең. Бундай ноқатларды толқынның *шоғырлары* деп атайды. Қосынды амплитуда нолге тең болған басқа ноқатларды тұрғын толқынлардың *түйинлери* деп атаймыз.

Шоғырлар менен түйинлердиң координаталарын анықлаймыз. (2)-теңлик пенен анықланған амплитуда

$$\left| \cos \left(2\pi \frac{y}{\lambda} \right) \right| = 1$$

болған ноқатларды максималлық мәниске ийе. Усы (2)-аңлатпа бойынша

$$A = 2a.$$

теңликлерине ийе боламыз. Буннан шоғырлардың жайласқан орнын

$$2\pi \frac{y}{\lambda} = \pm k\pi,$$

шәрти бойынша табылады. Бұл аңлатпада $k = 0, 1, 2, \dots$ Демек, шоғырлардың координаталары

$$y = \pm k \frac{\lambda}{2} \quad (3)$$

формуласының жәрдемiнде анықланады екен. Бұл жағдайда да $k = 0, 1, 2, \dots$

Қоңсы шоғырлардың арасындағы қашықлықты анықлаў ушын k ның еки избе из мәнислери ушын (3)-формуладан анықланған y координатасының мәнислериниң айырмасын аламыз:

$$y_{k+1} - y_k = \frac{\lambda}{2},$$

Демек, қоңсы шоғырлардың арасындағы қашықлық тұрғын толқын пайда етiйшиси бир бири менен интерференцияланатуғын толқынлардың ярым толқын ұзынлығына тең.

Әлбетте, шоғырлар бар орынларда қосылатуғын еки толқынның тербелислери бирдей фазада болады.

Түйинлерде қосынды тербелістің амплитудасы нолге тең. Буннан, (2)-формула бойынша, түйинлердің пайда болыу шәртин аламыз:

$$\cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\right) = 0$$

ямаса

$$2\pi\frac{y}{\lambda} = \pm(2k + 1)\frac{\pi}{2}.$$

Демек, түйинлердің координаталары

$$y = \pm(2k + 1)\frac{\lambda}{4} \quad (4)$$

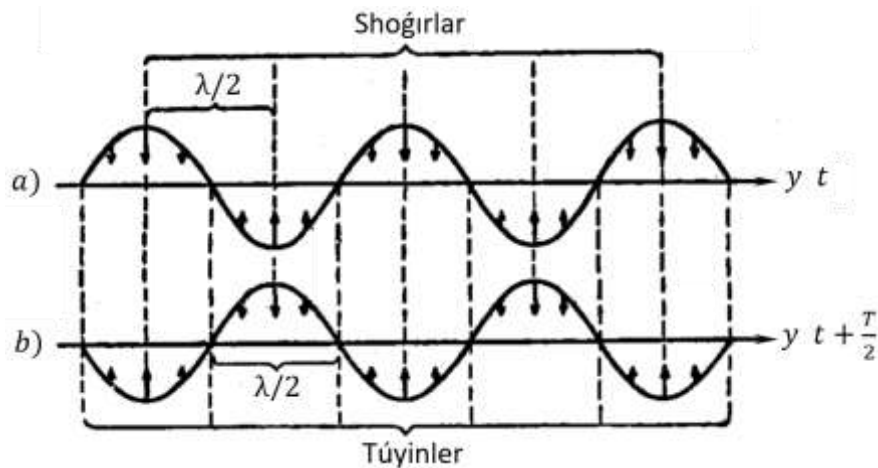
формуласының жәрдемінде табылады екен. Соның менен бирге шоғыр менен оған қоңсы болған түйин арасындағы қашықлық

$$(2k + 1)\frac{\lambda}{4} - k\frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{4}$$

аңлатпасының жәрдемінде анықланады, яғнай түйинлер менен шоғырлар бир-биринен толқын узынлығының төрттен бир шамасына тең қашықлықта жайласқан. Қосылатуғын еки толқындағы тербелислер барлық ўақытта қарама-қарсы фазаларда болатуғын орынларда түйинлер пайда болады.

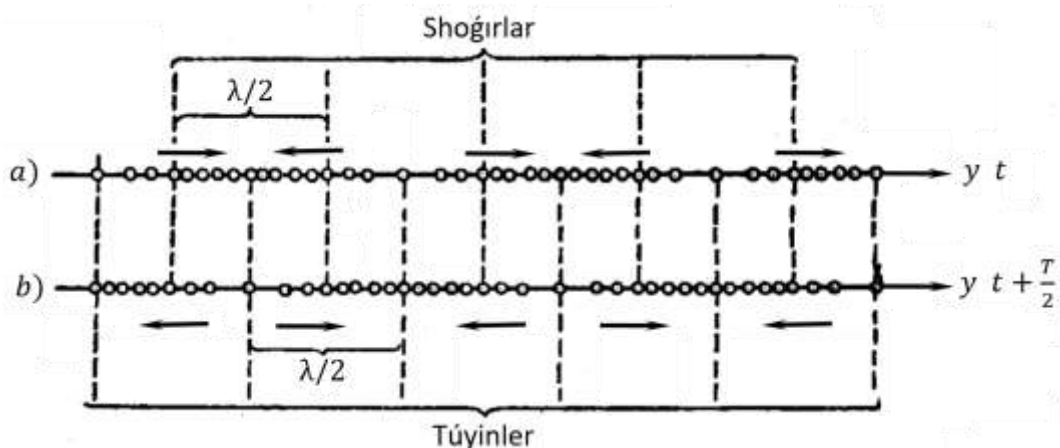
(1)-формула бойынша барлық ноқатлардағы қосынды тербелис ұсы ноқатлардың тұрған орнынан ғәрезсиз болған фазада болатуғындай болып көринсе де ($\cos 2\pi v t$ көбийтиўши y тен ғәрезли емес), түйин арқалы өткенде тербелислердің фазасы қарама-қарсы фазаға өтеди. Бұл амплитуданы анықлайтуғын $\cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\right)$ көбейтиўшисиниң түйиндеги нол арқалы өткенде белгисин өзгертетуғынлығы менен байланыслы. Усы жағдайға байланыслы ўақыттың базы бир моментинде түйинниң бир тәрeпиндеги x аўысыўы оң болатуғын болса, онда сол ўақыт моментинде түйинниң екнши тәрeпинде ол терис мәниске ийе болады.

Ўақыттың берилген моментинде $\cos 2\pi v t$ көбейтиўшиси барлық ноқатлар ұшын бирдей мәниске ийе болғанлықтан *еки түйинниң арасындағы* барлық ноқатлар бирдей фазада тербеледи, яғнай олар максималлық аўысыў ноқатларына бирдей ўақытта жетип келеди, тең салмақлық ҳалына сәйкес келетуғын орын арқалы бир ўақытта өтеди ҳ.т.б. Бир түйинниң еки тәрeпиндеги ноқатлар қарама-қарсы фазаларда тербеледи, яғнай олар ең үлкен, бирақ қарама-қарсы белгиге ийе аўысыўларға бир ўақыттың өзинде ийе болады, тең салмақлық жағдайынан қарама-қарсы бағытлардағы тезликлер менен бир ўақытта өтеди ҳ.т.б. Көлденең тұрғын толқын тарқатып атырған ноқатлардың тербелислериниң схемасы 277-а хәм b сүўретлерде көрсетилген; онда бир-биринен ярым дәўирдің шамасына теңдей айырмаға ийе болған еки ўақыт моментиндеги тербелиўши ноқатлардың орынлары көрсетилген.



277-сүрөт. Көлденең турғын толқынның тербелисler схемасы.

Бойлық турғын толқында нокатлардың аўысыўлары y көшерине параллель болады. 278 a хэм b сүрөтте бойлық турғын толқындағы ўақыттың бир-биринен ярым дәўирге айырмаға ийе еки ўақыт моментиндеги нокатлардың жайласыўы көрсетилген. Биз сүрөтте тербелиўши нокатлардың тезликлери нолге тең болған тўйинлерде орталықтың тығызлығының кескин өзгеретуғынлығын көремиз. Бөлекшелер тўйинге еки тәрeпинен жақынласады хэм оннан еки тәрeпки қарай узақласады.



278-сүрөт. Бойлық турғын толқындағы тербелисlerдин схемасы.

Әдетте, турғын толқынлар алға хэм артқа қарай жуўыратуғын толқынлардың интерференциясыныe себебинен пайда болады. Мысалы, егер арқанның бир ушын беккем етип беккемлеп қойсақ, онда сол орыннан шағылысып қайтқан толқын алға қарай жуўыпатуғын толқын менен интерференцияланып, турғын толқынды пайда етеди. Бундай жағдайда қозғалмайтуғын тўйинлик нокатлар бир биринен жуўырыўшы толқынның ярым толқын ұзынлығындай қашықлықта жайласады; арқанды беккемленген орында, яғный толқынның шағылысыўы орын алатуғын шегарада тўйин пайда болады.

Улыўма айтқанда, шағылысыў шегарасында тўйин ямаса шоғыр пайда болады. Бул орталықлардың тығызлықларының қатнасына байланыслы. Егер толқынды шағылыстыратуғын орталық толқын тарқалып атырған орталықтан тығыз болса, онда шегарада тўйин пайда болады. Егер толқынды шағылыстырыўшы орталықтың тығызлығы толқын таралып атырған орталықтың тығызлығынан кем болса, онда шегарада шоғыр пайда болады.

Тығызырақ орталықта шағылысыўдың нәтийжесинде тўйиннің пайда болыўы

толқынның тығыз орталықта шағылысыуында өзінiнiң фазасын қарама-қарсы фазаға алмастыратуғынлығы себеп болады; бұл ұақытта шегарада қарама-қарсы бағыттағы тербелiслер қосылады хәм соның нәтиьжесинде түйин пайда болады.

Ярым толқын ұзынлығындай қашықлықта фаза қарама-қарсы фазаға өзгеретуғын болғанлықтан, бұл фактти "ярым толқын ұзынлығын жоғалтыу" деп атау қабыл етилген.

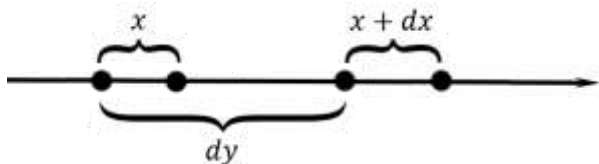
Толқын сийрек орталықтан шағылысқанда шегарада өзiнiң фазасын өзгертпейди, соның ұшын ярым толқын ұзынлығының жоғалыуы орын алмайды. Сол себептен шегарадағы жұтылыушы хәм шағылысыушы толқынлардың фазалары бирдей болады; бұл жерде бирдей фазалы тербелiслердин қосылыуының нәтиьжесинде шоғыр пайда болады.

Толқынның тығыз орталықтың шегарасында шағылысқанда өзiнiң фазасын өзгертиуи менен сийрек орталықтың шегарасында шағылысқанда өзiнiң фазасын сақлауы серпимлилик теориясында еки серпимли орталықтың арасындағы шегарасындағы ұлыұмалық шегаралық шәртлер тийкарында дәлилленеди.

§ 111. Серпимли орталықтағы тербелiслердин тарқалыуының динамикасы. Биз, орталықта тарқала алатуғын толқынлардың типиниң ұсы орталықлардың серпимли қәсийетлерине байланыслы екенлигин жоқарыда қарап өткен едик. Орталықтағы серпимли деформацияларды пайда ететуғын аұысыулар бар болған тербелiслердин типи тарқала алады. Тек ғана қысылыу деформациясы орын алатуғын орталықларда (сұйықлық, газлер) тек бойлық толқынлар ғана тарқалады; ал қысылыу деформациясы да, созылыу деформациясы да орын алатуғын орталықларда бойлық толқынлар да, көлденең толқынлар да тарқала алады. Бизлер хәзиринше тек бойлық толқынды қараймыз.

Тутас орталықта бойлық толқын тарқалып атырған бир түүрының бойында ноқатлардың қатарын аламыз. Усы түүрының бойындағы ноқаттың тең салмақлық аұхалынан аұысыуын x арқалы белгилеймиз. Сол түүры сызық бойындағы ноқатлар арасындағы өлшенген қашықлықларды y арқалы белгилеймиз.

Тең салмақлық аұхалында бир-биринен dy қашықлықта жайласқан еки ноқатты аламыз. Мейли, бұл ноқатлардың өз тең салмақлық аұхалларынан аұысыуын сәйкес x хәм $x + dx$ шамаларына тең (279-сүүрет), демек, бир биринен dy қашықлығында жайласқан ноқатлар dx шамасына жылжыйды.



279-сүүрет. Бойлық толқынның тарқалыу тезлиги ұшын аңлатпаны келтирип шығарыуға.

Аұысыудың өзгериси болған dx шамасының ноқатлар арасындағы дәслепки dy қашықлықлығына қатнасы, яғнай $\frac{dx}{dy}$ шамасын *салыстырмалы деформация* деп атаймыз хәм оны s хәриби менен белгилеймиз. Бундай жағдайда

$$s = \frac{dx}{dy}. \quad (1)$$

$s = \frac{dx}{dy} > 0$ теңсизлиги орынланғанда ноқатлардың арасындағы қашықлық үлкейеди, бұл орталықтың созылыуын аңғартады.

$s = \frac{dx}{dy} < 0$ теңсизлиги орынланғанда ноқатлардың арасындағы қашықлық киширейеди, бұл орталықтың қысылыуына сәйкес келеди.

$$x = a \cos \omega \left(t - \frac{y}{V} \right) \quad (2)$$

түринде жазылған толқын теңлемесин инабатқа алып (бұл аңлатпада ω арқалы цикллық жийилик, V арқалы толқынның тарқалыу тезлиги белгиленген), $\frac{dx}{dy}$ салыстырмалы деформация менен

тербелиуши ноқатлардың $\frac{dx}{dt}$ тезлиги арасындағы байланысты анықлау мүмкін. Ғақықатында да, ноқатлардың тезлигин v ҳәриби арқалы белгилеп,

$$v = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = -a \omega \sin \omega \left(t - \frac{y}{V} \right)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Салыстырмалы деформация s

$$s = x' = \frac{dx}{dy} = \frac{a \omega}{V} \sin \omega \left(t - \frac{y}{V} \right).$$

теңлигиниң жәрдеминде анықланады. Соңғы еки аңлатпаны салыстырып

$$\frac{dx}{dt} = -V \frac{dx}{dy}$$

аңлатпасының орынлы екенлигине көз жеткеремиз. Буннан орталықтың $\frac{dx}{dy}$ деформациясы абсолют шамасы бойынша тербелиуши бөлешелердиң тезлиги ең үлкен болған ноқатларда, яғный ноқатлар тең салмақтық арқалы өткен моментте ең үлкен мәниске ийе болатуғынлығы келип шығады.

(2)-толқын теңлемесинен бизге кейинирек керек болатуғын және бир қатнасты келтирип шығаруға болады. x шамасынан t ўақыт хәм y координата бойынша екинши тәртипли туўындыларды аламыз:

$$\ddot{x} = \frac{d^2 x}{dt^2} = -a \omega^2 \cos \left(t - \frac{y}{V} \right);$$

$$x'' = \frac{d^2 x}{dy^2} = -\frac{a \omega^2}{V^2} \cos \omega \left(t - \frac{y}{V} \right).$$

Буннан

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = V^2 \frac{d^2 x}{dy^2} \quad (3)$$

теңлемесине ийе боламыз. Бұл теңлемеден аўысыўдан ўақыт бойынша алынған екинши тәртипли туўындының аўысыўдан координата бойынша алынған екинши тәртипли туўындыға пропорционал екенлигин көремиз. Бұл теңлемедә толқынның тарқалыў тезлиги V ның квадраты пропорционаллық коэффициенттиң хызметин атқарады.

(3)-теңлемени (2)-аңлатпаны дифференциаллаў жолы менен келтирип шығардық. Керисинше мынадай жуўмақты шығаруға да болады: (2)-косинусоида сәйкес келетуғын таза дәўирли толқын (3)-дифференциаллық теңлемни қанаатландырады.

Бирақ, соны айтып өтиў керек, ғақықатында (3)-дифференциаллық теңлемениң шешимлери тек косинусоида ғана емес, ал басқа да бир қатар басқа функциялар болып табылады. Бұл функциялар ықтыярлы формаға ийе толқынның орталықтағы V тезлик пенен тарқалыўын тәрийиплейди.

Солай етип, (3)-дефференциаллық теңлеме ең улыўма түрде толқынлық процесстиң тарқалыўын тәрийиплейди хәм оны *толқын теңлемеси* деп атайды.

Толқынның серпимли орталықта тарқалыў тезлигин анықлаў ушын Гук ызамамынан пайдаланамыз.

Тутас орталықтағы деформация ушын анықланған Гук ызамамы (89-параграфқа қараңыз) серпимли күштиң орталықтың *салыстырмалы деформациясына* пропорционал болатуғынлығын көрсетеди. Егер, мысалы, dx шамасына созылған ямаса қысылған ұзынлығы dy шамасына хәм кесекесими S ке тең болған тутас орталықтың бир участкасы алынатуғын болса, онда Гук ызамамына сәйкес серпимли күштиң шамасы мынаған тең:

$$f = \frac{1}{\alpha} \frac{dx}{dy} S.$$

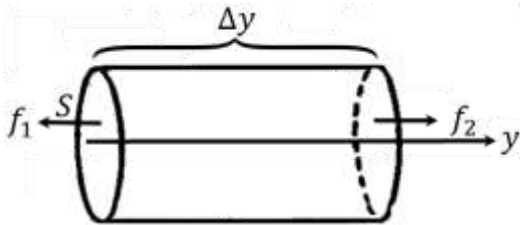
Бұл аңлатпада α арқалы серпимлилик коэффициенти белгиленген.

u көшериниң бағытында бойлық толқын тарқалып атырған тутас орталықта ойымызда айырып алынған участкаға қандай күшлердиң тәсир ететуғынлығын қараймыз. Оның ушын ойымызда қарап атырылған орталықта цилиндрлик көлемди кесип аламыз. Цилиндрдың жасаўшысы u көшерине параллель хәм ұзынлығы Δu , цилиндрдиң кесе-кесиминиң майданы S шамасына тең болсын. Биз

қарап атырған ұақыт моментинде көлемнің бұл участкасы ұсы цилиндрдің тийкарларына түсірилген f_1 хәм f_2 күшлердің тәсиринде созылған болсын (280-сүўрет). Цилиндрдің шеп тәрептеги тийкарын y көшериниң басы сыпатында қабыл етемиз. Бундай жағдайда Гук ызымына сәйкес f_1 күшиниң шамасы мынаған тең:

$$f_1 = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{dx}{dy} \right)_0 S.$$

Бұл аңлатпадағы 0 индекси $\frac{dx}{dy}$ салыстырмалы деформацияның $y = 0$ болған жағдай, яғный цилиндрдің шеп тәрептеги тийкарындағы ноқатлар ұшын есапланғанлығын аңғартады.



280-сүўрет.

Бойлық толқынның тарқалыў тезлигиниң аңлатпасын келтирип шығарыўға.

Тап сол ызым бойынша оң тийкарға түсірилген күш

$$f_2 = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{dx}{dy} \right)_{\Delta y} S,$$

шамасына тең. Бун аңлатпада $\frac{dx}{dy}$ туўындысы оң тәрептеги тийкардың ноқатлары ұшын есапланады.

Қандай да $F(y)$ функциясы болып табылатуғын $\frac{dx}{dy}$ шамасын Маклерон қатарына жайыўға болады:

$$F(y) = F(0) + F'(0)\Delta y + \dots$$

Δy ға салыстырғанда биринши тәртіпли киши шамалар менен шегараланып,

$$\left(\frac{dx}{dy} \right)_{\Delta y} = \left(\frac{dx}{dy} \right)_0 + \left[\frac{d}{dy} \left(\frac{dx}{dy} \right) \right]_0 \Delta y$$

аңлатпасын пайда етемиз.

f_1 хәм f_2 күшлердің бағытлары қарама-қарсы болғанлықтан көлемнің элементине олардың айырмасына тең болған күш тәсир етеди:

$$f = f_2 - f_1 = \frac{1}{\alpha} \left[\left(\frac{dx}{dy} \right)_{\Delta y} - \left(\frac{dx}{dy} \right)_0 \right] S = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{d^2x}{dy^2} \Delta y S.$$

Бұл күштиң тәсиринде көлемнің элементи $\frac{d^2x}{dy^2}$ шамасына тең тезлениў алады; бұл тезлениўдің шамасы Ньютонның екнши ызымына сәйкес тәсир етип атырған күштиң элементтиң массасы m ге қатнасына тең; элементтиң массасы орталықтың ρ тығызлығы менен элементтиң көлеми болған $\Delta y S$ шамасының көбеймесине тең. Демек

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{\alpha \rho \Delta y S} \cdot \frac{d^2x}{dy^2} \Delta y S$$

ямаса

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{\alpha \rho} \frac{d^2x}{dy^2} \quad (4)$$

аңлатпасы орынлы болады.

(4)-формула аўысыўдан ұақыт бойынша алынған екнши тәртіпли туўынды $\frac{d^2x}{dt^2}$ менен аўысыўдан координата бойынша алынған екнши тәртіпли туўынды $\frac{d^2x}{dy^2}$ арасындағы байланысты аңғартады. Бундай байланысты биз (3)-формулада келтирип шығарған едик. Бұл формуладағы V шамасы толқынның тарқалыў тезлиги еди. Бұл еки аңлатпаны салыстырып, биз бойлық толқынның тарқалыў тезлигиниң орталықтың тығызлығы менен серпимилик коэффиценти арқалы былайынша аңлатылатуғынлығын көремиз:

$$V^2 = \frac{1}{\alpha \rho}$$

ямаса

$$V = \sqrt{\frac{1}{\alpha \rho}}. \quad (5)$$

Белгиленип алынған цилиндрлік көлем үшін серпимлилік коэффициенті $\alpha = \frac{1}{E}$, бұл теңлікте E Юң модели болып табылады (89-параграфқа қараңыз); бұл байланыс (5)-формуланьы былайынша жазыуға мүмкіншілік береді:

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (5a)$$

Бирақ, *шекленбеген орталықта* қысылуыда ямаса созылуыда көлемнің хәр бир элементи көлемнің қоңсылас элементлери тәрeпинен қаптал тәрeптен қысылуыға хәм созылуыға ұшырайды. Бұл жағдай α серпимлилік коэффициенті менен Юнг модули арасындағы жүдә құрамалы болған байланыстың бар екенлигин билдиреди. Атап айтқанда, бұл байланыс

$$\alpha = \frac{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)}{(1 - \sigma)E}$$

түрінде жазылады. Бұл аңлатпада σ арқалы Пуассон коэффициенті белгиленген (89-параграфты қараңыз). Усы жағдайға байланысly бойлық толқынлардың тұтас серпимли орталықтағы тарқалыу тезлиги ұшын аңлатпа мынадай түрге ийе болады:

$$V = \sqrt{\frac{(1 - \sigma)}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)} \cdot \frac{E}{\rho}}. \quad (56)$$

Пуассон коэффициентінің мәнісi $\frac{1}{4}$ шамасына жақын болғаны ұшын $\frac{(1 - \sigma)}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)}$ көбейтiушiнiң мәнісi 1 ге жақын болады хәм тұтас орталық ұшын (5a) формуладан жүуық түрде пайдаланыуға болады. Солай етип *бойлық толқынның серпимли орталықта тарқалыу тезлиги Юнг модулының квадрат түбурине тууры пропорционал хәм орталықтың тығызлығының квадрат түбурине керi пропорционал екен.*

Солай етип, көлденең толқынның серпимли орталықта тарқалыу тезлиги

$$V = \sqrt{\frac{N}{\rho}} \quad (6)$$

шамасына тең болады. Бұл аңлатпада N арқалы аұысыу модулы белгиленген.

Бұл формула 106-параграфта келтирилген формалаға сәйкес келеди.

§ 112. Толқынның энергиясы. y көшерінің бағытында тарқалып атырған хәм

$$x = a \cos \left(t - \frac{y}{V} \right) \quad (1)$$

теңлемесі менен берілген толқынды көз алдымызға келтирейік.

Орталықтың бұл толқын тарқалып атырған участкасының энергиясы E_k кинетикалық энергия менен E_p потенциаллық энергияның қосындысынан ибарат. Орталықтың бұл участкасының көлемі τ шамасына тең болсын; оның массасын m арқалы хәм ондағы бөлекшелердің жылжыуының тезлигин v арқалы белгилейік; Бундай жағдайда кинетикалық энергия ұшын аңлатпа

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

түрінде жазылады. $m = \rho \tau$ теңлігінің орынлы екенлігін есапқа алсақ (бұл теңлікте ρ орталықтың тығызлығы) (1)-аңлатпадан тезліктің аңлатпасын тапсақ, онда

$$v = \frac{dx}{dt} = -a \omega \sin \omega \left(t - \frac{y}{V} \right),$$

теңліклеріне ийе боламыз хәм кинетикалық энергия ұшын жазылған аңлатпаны

былайынша көширіп жазамыз:

$$E_k = \frac{1}{2} \rho \tau a^2 \omega^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{y}{V} \right). \quad (2)$$

89-параграфта келтіріліп шығарылған формулаға сәйкес [(6)-формула] $\frac{\Delta L}{L}$ салыстырмалы деформацияға ийе болған қатты дененің потенциаллық энергиясы үшін мынадай аңлатпаны жазамыз:

$$E_p = \frac{1}{2} \left(\frac{ES}{L} \right) \cdot \Delta L^2.$$

E арқалы белгіленген Юң модулинің орнына $\alpha = \frac{1}{E}$ серпимлилік коэффициентін қойып хәм аңлатпаның оң тәрәпин L шамасына көбейтип хәм бөліп

$$E_p = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\alpha} \right) \left(\frac{\Delta L}{L} \right)^2 \cdot LS$$

теңлигин келтіріп шығарамыз. Бұл теңликтегі LS көбеймеси деформацияланып атырған дененің көлеми болған τ шамасына тең. $\frac{\Delta L}{L}$ салыстырмалы деформацияны $\frac{dx}{dy}$ қатнасы арқалы аңлатыўға болады; бұл жағдайда dx арқалы бир биринен dy қашықтықта жайласқан нокатлардың аўысыўларының айырмасы болып табылады. Сонлықтан

$$E_p = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\alpha} \right) \left(\frac{dx}{dy} \right)^2 \tau$$

теңлигинің орынлы екенлигине көз жеткеріўге болады.

$\frac{dx}{dy}$ туўындысының мәнисин (1)-аңлатпа бойынша анықласақ, онда алынған

$$\frac{dx}{dy} = \frac{a\omega}{V} \sin \left(t - \frac{y}{V} \right)$$

теңлигинің жәрдеминде потенциаллық энергияны

$$E_p = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\alpha} \right) \frac{a^2 \omega^2 \tau}{V^2} \sin^2 \omega \left(t - \frac{y}{V} \right) \quad (3)$$

түрінде жазыўға болады.

(2)- хәм (3)-аңлатпаларды салыстырып, кинетикалық энергияның да, потенциаллық энергияның да бирдей фазада өзгеретуғынлығын, яғный олардың максимумға, минимумға бир ўақытта жететуғынлығын көремиз. Буннан толқынның участкасының энергиясының изоляцияланған нокаттың тербеліс энергиясынан кескин айырмаға ийе екенлиги көринип тұр. Айырым нокат тербеліп атырғанда оның кинетикалық энергиясы максимум болғанда потенциаллық энергиясының минимум болады хәм керисинше. Бир нокат тербелгенде энергияның толық запасы тұрақлы болып қалады. Орталықтағы тербеліслерде орталықтың хәр бир бөлими өзинің этирапындағы орталықтың бөлимлеринен ғәрезли хәм, сонлықтан, энергия орталықтың бир бөлиминен екинши бөлиминен өте алады. Сонлықтан, толқын тарқалып атырған орталықтың бөлиминің толық энергиясы тұрақлы болмайды.

(2)- хәм (3)- аңлатпаларды бир бирине қосып, орталықтың көлеминің τ элементіндегі E толық энергияны табамыз:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\alpha V^2} + \rho \right) a^2 \omega^2 \tau \sin^2 \omega \left(t - \frac{y}{V} \right).$$

111-параграфтағы (5)-формула бойынша серпимли орталықтағы толқынлардың тарқалыў тезлигинің

$$V = \sqrt{\frac{1}{\alpha \rho}}$$

формуласының жәрдеминде анықланатуғынлығына байланысly E толық энергияның

аңдатпасын былайынша жазыўға болады:

$$E = \rho a^2 \omega^2 \tau \sin^2 \omega \left(t - \frac{y}{V} \right) \quad (4)$$

Демек, *толқынның участкасының энергиясы тербелиў амплитудасының квадратына, жииликтің квадратына ҳәм орталықтың тығызлығына пропорционал.*

Енди энергияның тығызлығы ε түсинигин киргиземиз; оның шамасы τ көлеминиң бир бирлигиндеги энергияның муғдарына тең:

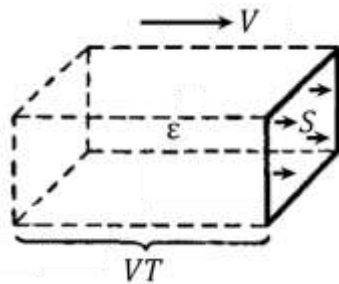
$$\varepsilon = \frac{E}{\tau} \rho a^2 \omega^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{y}{V} \right). \quad (5)$$

Ноқаттағы энергияның шамасының өзгермели болатуғынлығы сыяқлы, берилген ноқаттағы энергияның тығызлығы да өзгермели болады. Ярым дәйир ўақыт өткеннен кейин энергияның тығызлығы өзиниң дәслепке мәнисин қабыл етеди. Синустың квадратының бир дәйир ишиндеги орташа мәниси $1/2$ ге тең болғаны ушын (5)-теңлеме бойынша энергияның тығызлығының орташа мәниси

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2 \quad (6)$$

теңлигиниң жәрдемінде анықланады.

Энергияның орталықтың белгили бир бөлегинде локализацияланған болып қалмайтуғыны, ал орталықта жылысатуғынлығына байланыслы қараў ушын *энергия ағысы* ҳаққындағы түсиникти киргиземиз. Бет арқалы өтетуғын энергияның ағысы деп сол бет арқалы бир бирлик ўақыт ишинде ағып өтетуғын энергияның муғдарына тең болған шамаға айтылады.



281-сүўрет. T ўақыт аралығында S майданы арқалы VTS бағанасының ишиндеги энергия ағып өтеди.

Толқынның тарқалыў тезлиги V ға перпендикуляр болған S бетти алдық деп болжайық; усы бет арқалы T дәйирге тең ўақыт ишинде ағып өткен энергияның муғдары ұлтанының майданы S ҳәм узынлығы VT шамасына тең бағананың ишиндеги энергияға тең болады (281-сүўрет); бул энергияның муғдары бир дәйир ушын алынған орташа энергияның $\bar{\varepsilon}$ тығызлығы менен бағананың VTS көлеминиң көбеймесине тең. Буннан

$$E = \bar{\varepsilon} \cdot VTS.$$

Энергияның орташа ағысы болған $\bar{P}$ шамасын энергияның S бети арқалы ағып өтиўи ушын кеткен T ўақытқа бөлиў арқалы табамыз

$$\bar{P} = \bar{\varepsilon} \cdot VS. \quad (7)$$

(6)-аңлатпадағы $\bar{\varepsilon}$ ниң шамасын бул теңликке қойсақ, онда

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2 VS$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Демек, *тербелислер тарқалып атырған бағытқа перпендикуляр бағытта қойылған бет арқалы өтетуғын энергияның орташа ағысы энергияның орташа тығызлығы менен толқынның тарқалыў тезлиги ҳәм кесе кесим майданының көбеймесине тең.*

Майданның бир бирлиги арқалы ўақыт бирлиги ишинде ағып өтетуғын энергияның муғдары $\bar{U}$ ағыстың энергиясы деп аталады. Анықламасы бойынша $\bar{U} = \frac{\bar{P}}{S}$ теңликтиң орынланатуғын болғналықтан, (7)-формуладан пайдаланып былайынша жазыўға болады:

$$\bar{U} = \bar{\varepsilon} \cdot V, \quad (8)$$

яғнай ағыстың тығызлығы энергияның орташа тығызлығы менен толқынның тарқалыў тезлигиниң

көбеймесине тең.

V тезлик векторлық шама болғаны үшін энергияның ағысының тығызлығын деп толқын тарқалатуын тәрепке бағытланған вектор деп қарауға болады. Бұндай векторды қарау үшін биринші рет Москва университетінің профессоры Н. А. Умов (1845-1915) киргизген хәм ол *Умов векторы* деп аталады.

Егер биз ноқатлық деректен тарқалып атырған сфералық толқынға ийе болсақ, онда энергияның ағысының орташа тығызлығының дерекке шекемги қашықтықтың квадратына кери пропорционал болатуғынлығын көрсетемиз.

Ноқатлық тарқалыу дерегин аламыз хәм орайы сол деректе жайласқан радиусы R шамасына тең болған сфераны сызамыз. Толқын хәм оның менен байланыслы болған энергия радиуслардың бағытында, яғный сфераның берине перпендикуляр бағытта тарқалады. T дәуириниң ишинде сфераның бети арқалы $\bar{P}T$ шамасына тең болған энергия ағып өтеди. Егер бұл энергияны сфера бетиниң шамасына хәм ўақытқа бөлсек, онда ағыстың тығызлығы $\bar{U}$ келип шығады:

$$\bar{U} = \frac{\bar{P} \cdot T}{4\pi R^2 T} = \frac{\bar{P}}{4\pi R^2}.$$

Тербелислер жұтылмайтуғын жағдайда хәм толық қәлиплексен толқынлық процессте энергияның орташа ағысы болған $\bar{P}$ шамасы да тұрақлы болады хәм оның мәниси қандай R радиусқа ийе болған сфераның өткизилиўинен ғәрезсиз. Сонлықтан $\bar{U}$ үшін жазылған қатнас *энергияның ағысының орташа тығызлығының ноқатлық дерекке шекемги қашықтықтың квадратына кери пропорционал екенлигин көрсетеди.*

Жоқарыда корип өтилген қатнас толқын жұтылмайтуғын орталық үшін орынлы; басқа сөзлер менен айтқанда, биз қарап атырған жағдайда толқынлық процесстинң энергиясы энергияның басқа түрлерине айланбайды. Бирақ, ҳақыйқатында, әдетте орталықтағы тербелмели қозғалыстың энергиясының бир бөлеги ишки энергияға айланады. Бұл қәлеген механикалық орталықтағы ишки сүйкелистинң бар болыуы менен байланыслы. Толқынның өзи менен биргеликте алып жүретуғын толық энергиясының муғдары оннан дерекке шекемги болған қашықтықтан ғәрезли болады: толқынлық бет деректен қанша ұзақта жайласқан болса, оның энергиясы да киши болады. Энергияның шамасы амплитуданың квадратына пропорционал болғанлықтан, деректен ұзақласқан сайын тербелислердинң амплитудасы да кемейеди. Амплитуданың кемейиў ызыамын анықлау үшін қалыңлығы dy болған қатламнан өтиўдинң барысында амплитуданың салыстырмалы кемейиўи болған $-\frac{da}{a}$ шамасы қатламның dy қалыңлығына пропорционал болады деп болжаймыз хәм ұсы болжау тийкарында мынадай теңлемени жазамыз:

$$-\frac{da}{a} = \kappa dy,$$

Бұл теңликте κ арқалы орталықтың тәбиятына байланыслы болған тұрақлы шама белгиленген. Бұл аңлатпаны

$$d(\ln a) = -d(\kappa y)$$

түринде көширип жазыуға болады.

Егер еки шаманың дифференциаллары бир бирине тең болса, онда сол шамалардың өзлери бир биринен ықтыярлы аддитив тұрақлы C шамасына айырмаға ийе болады. Сонлықтан

$$\ln a = \ln a_0 - \kappa y$$

теңлигин, ал буннан

$$a = a_0 e^{-\kappa y} \quad (9)$$

нызамына ийе боламыз. a_0 арқалы амплитуданың $y = 0$ теңлиги орынланғандағы мәниси белгиленген бұл аңлатпа y көшери бойында тарқалатуғын толқынның амплитудасының кемейиў ызыамын бередиди.

Жутыўшы орталықтағы *тегис* толқынның теңлемеси (9)-формула тийкарында былайынша жазылады:

$$x = a_0 e^{-\kappa y} \cdot \cos \omega \left(t - \frac{y}{V} \right). \quad (10)$$

Енди қашықтықтың үлкейиўине байланыслы энергияның кемейиў ызыамын анықлаймыз. $y = 0$ теңлиги орынланатуғын ноқаттағы энергияның орташа тығызлығын $\bar{\varepsilon}_0$ арқалы, y қашықтығындағы энергияның орташа тығызлығын $\bar{\varepsilon}_y$ арқалы белгилеймиз. Бұндай жағдайда (6)-

хәм (9)-қатнастар бойынша

$$\overline{\varepsilon}_y = \overline{\varepsilon}_0 e^{-2\kappa y} \quad (11)$$

аңлатпасын аламыз. 2κ шамасын k арқалы белгилеп, соңғы формуланы

$$\overline{\varepsilon}_y = \overline{\varepsilon}_0 e^{-ky}. \quad (11a)$$

түрінде жазамыз. Бұл аңлатпадағы k шамасын *жұтылыу коэффициенті* деп атайды.

§ 113. Доплер құбылысы. Дерек пенен оннан шыққан толқынды регистрациялайтуғын әсбап бир бирине салыстырғанда қозғалатуғын болсын. Усы жағдайға байланысты қозғалатуғын деректен шығып атырған тербелістердің жийилигі менен оларды регистрациялап атырған әсбап қабыл ететуғын жийилик арасында қандай байланыстың бар екенлігі хәққындағы мәселени қараймыз. Деректегі тербелістердің әсбапқа шекем толқынлар түрінде жетип келиуі ушын ушын олардың екеуінің де тутас *серпимли* орталықта жайласқан болыуы керек. А дерегинен дәуір T ға тең тербелістер тарқалады деп болжаймыз, сонлықтан ўақыттың бир бирлігі ишінде шығарылған тербелістер саны $\nu = \frac{1}{T}$ шамасына тең. Мейли, қандай да бир әсбап тербелістерди қабыл етип атырған болсын; ұсы әсбап тәрәпинен ўақыттың бир бирлігі ишінде қабыл етилген тербелістердің санын ν' арқалы белгилеймиз. Әсбап хәм деректің толқын тарқалып атырған орталыққа салыстырғандағы хәр қыйлы қозғалыстарындағы ν' хәм ν арасындағы байланысты үйренемиз. Әпиұайылық ушын, бұл қозғалыстар дерек пенен әсбапты тутастырыушы туұры сызықтың бойында жүзеге келеди деп болжаймыз.

Биз қолланатуғын формулаларда дерек пенен әсбаптың тезликлерин белгисин анықлаудың белгили болған қағыйдасынан пайдаланамиз. Егер дерек әсбапқа жақынласатуғын болса, онда оның орталыққа салыстырғандағы u тезлигин оң, ал егер дерек әсбаптан ұзақласса, онда оның тезлигин терис белгиге ийе деп есаплаймыз. Әсбаптың орталыққа саластырғанда v тезлигинің белгисин анықлауда да ұсыған ұқсас қағыйданы қолланамыз: әсбап дерекке жақынласатуғын болса, онда оның тезлигин оң, ал ұзақласатуғын жағдайда терис деп есаплаймыз. Тербелістердің орталықтағы тарқалыу тезлигин ν арқалы белгилеймиз.

Биринши жағдайды қараймыз: Регистрациялаушы A әсбап пенен B дерек орталыққа салыстырғанда *тынышлықта тур*, яғный $u = 0$; $v = 0$. Егер тербелістер әсбаптың қасынан үзликсиз түрде өтип атырған болса, онда дерек ўақыт бирлігі ишінде неше тербелісти шығарса, онда әсбапта соншама тербелісти қабыл етеди. Толқын ўақыт бирлігі ишінде V аралықты жүрип өтетуғын болғанлықтан, әсбап қабыл еткен тербелістердің саны мынаған тең:

$$\nu' = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{VT} = \frac{1}{T} = \nu.$$

Бұл жағдайда биз тәбийий нәтийжени алдық: ўақыт бирлігі ишінде әсбап қабыл еткен тербелістердің саны ўақыт бирлігі ишіндегі деректен шыққын тербелістердің санына тең.

Екинши жағдай: есапқа алатуғын әсбап орталыққа салыстырғанда v тезлиги менен қозғалады; дерек *тынышлықта тур*, яғный $u = 0$.

Дәслеп, әсбапты дерек тәрәпке қарай қозғалады деп болжаймыз. Бундай жағдайда келисип алынған қағыйдаға сәйкес $v > 0$. Бұл жағдайда әсбаптың қасынан ўақыт бирлігі ишінде өткен толқынлардың саны әсбап толқын тарқалып атырған орталыққа салыстырғанда тыншылықта тұрған жағдайдағыға салыстырғандағы өткен толқынлардың санынан көп болады. Хәқыйқатында да, әсбап толқынға қарсы бағытта қозғалыста болғанлығы себепли бұл жағдай толқынлардың әсбапқа салыстырғанда толқынның V тезлиги менен әсбаптың v тезлигиның қосындысына теңдей болған тезлик пенен қозғалыуына эквивалент болып табылады. Әсбаптың қасынан ўақыттың бир бирлігі

ишінде өткен толқынлардың саны мынаған тең:

$$\nu' = \frac{V + v}{\lambda} = \frac{V + v}{VT}.$$

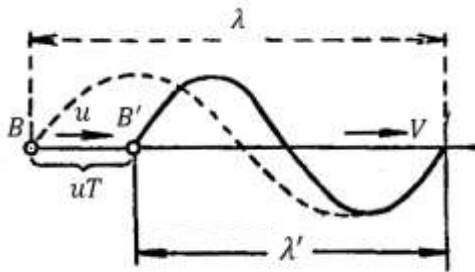
$\frac{1}{T} = \nu$ теңлиги орынла болғанлықтан,

$$\nu' = \left(1 + \frac{v}{V}\right) \nu \quad (1)$$

теңлиги орынлы болады, яғни әсбап қабыл ететұғын толқынлардың саны дерек шығарған толқынлар санының $\left(1 + \frac{v}{V}\right)$ есе үлкен болады.

Егер әсбап деректен ұзақласатуғын болса, онда келісип алынған қағыйдаға сәйкес $v < 0$. Бундай жағдайда да қабыл етилген тербелісдердің саны ν' (1)-формула менен аңлатылады. Бірақ $\frac{v}{V}$ шамасы нолден киши болғанлықтан ν' жийилигі ν жийилигінен киши болады. Демек, әсбап ұақыт бирлиги ишінде қабыл еткен тербелісдердің саны деректен ұақыт бирлиги ишінде шыққан тербелісдердің санынан киши болады.

Әсбап ямаса дерек орталыққа салыстырғанда қозғалғанда әсбап тәрепинен регистрациялаған тербелісдердің санының өзгерісі *Доплер қубылысы* деп аталады.



282-сүрөт.

Дерек толқын тарқалып атырған бағытта қозғалғанда толқын ұзындығының киширейіуі.

Егер әсбаптың ν тезлиги толқынның тезлигине тең болса, онда әсбап толқын менен бирге қозғалады хәм оның ұақыт бирлиги ишінде қабыл еткен тербелісдер саны нолге тең болады. Егер әсбаптың тезлиги толқынлардың телигінен үлкен болса, онда толқынлар әсбаптан артта қалады. Бундай жағдайда әсбап толқынларды оған қарама-қарсы тәрептен келип атыр деп есаплайды.

Енди үшінши жағдайды қараймыз: дерек орталыққа салыстырғанда u тезлиги менен қозғалады; регистрациялаушы әсбап тынышлықта тур (яғни $v = 0$).

Дәслеп деректи әсбап тәрепке қарай қозғалады деп есаплайық: $u > 0$.

Тербелісдердің тарқалыу тезлиги тек орталықтың қасийетлерине ғана байланысly болғанлықтан, деректің орталыққа салыстырғанда қоғалыста болыуына ямаса болмауына қарамастан бир дәуір ишінде тербеліс алға қарай толқын ұзындығы λ шамасына тең аралыққа тарқалады. Бірақ, ұсындай ұақыт ишінде дерек толқынның тарқалыу бағытында uT аралығын жүріп өтеди (282-сүрөт). Усының нәтийжеде толқын ұзындығы

$$\lambda' = \lambda - uT = VT - uT = (V - u)T$$

шамасына тең болады. Демек, толқын ұзындығының қысқарғаны себепли әсбаптың ұақыт бирлигиндеги қабыл еткен тербелісдердің саны артады хәм

$$\nu' = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{(V - u)T}$$

ямаса

$$\nu' = \frac{V}{V - u} \nu \quad (2)$$

шамасына тең болады. Демек, әсбаптың ұақыт бирлиги ишіндеги қабыл еткен тербелісдерінің саны $\frac{V}{V - u}$ есе артады.

Егер дерек эсбаптан ұзақласатуғын болса ($u < 0$), онда толқын ұзынлығы $\Delta\lambda = uT$ шамасына *үлкейген*, соның нәтижесінде эсбап қабыл еткен тербелісдердің саны $\nu' < \nu$ кемейген болар еді.

Төртінші, ең ұлыұмалық жағдайда регистрациялаушы эсбап та, дерек те бір ұақытта толқын тарқалып атырған орталыққа салыстырғанда қозғалады ($u \neq 0, v \neq 0$).

Деректің қозғалысының нәтижесінде оның қасынан өтетұғын толқынның ұзынлығы өзгереді хәм мынаған тең болады:

$$\lambda' = \lambda - uT.$$

Эсбаптың қозғалысының себебинен оның ұақыт бирлиги ишінде қабыл еткен тербелісдердің саны $\frac{V+v}{V}$ есе өзгереді; бұл еки себептің нәтижесінде, эсбап қабыл еткен тербелісдердің саны

$$\nu' = \frac{V+v}{\lambda - uT} = \frac{V+v}{V-v} \cdot \frac{1}{T}$$

ямаса

$$\nu' = \frac{V+v}{V-u} \nu \quad (3)$$

аңлатпаларының жәрдемінде анықланады.

Солай етип, ν' жийилиги эсбаптың орталыққа салыстырғанда тезлиги ν дан хәм деректің орталыққа салыстырғандағы тезлиги u дан ғарезли болады екен.

Егер ν хәм u тезликтери эсбап менен деректі тутастырыушы түүры сызыққа параллель болмаса, онда олардың сол түүры сызықтың бойындағы құраушыларын алыу керек.

Деректің ямаса регистрациялаушы эсбаптың қозғалысына байланысly тербелісдер санының өзгерісін сести қабыл етүү процессінде сезіуіге болады. Сес тербелісдерінің жийилиги оның тонын анықлайды: ұақыт бирлиги ишіндегі тербелісдер саны қанша көп болса, сестің тоны да соншама жоқары болады. Гудок беріп киятырған паравоз бақлаушыға үлкен тезлик пенен жақынласып киятырғанда қабыл етилетуғын сестің бийиклигинің қашықласып баратырған паровоз шығарған сестің бийиклигинен басқаша болатуғынлығын айқын түрде сезіуіге болады.

§ 114. Группалық тезлик. Усы ұақытқа шекем толқынлардың тарқалыу тезлиги хәққында гәп еткенімізде олардың фазалық тезлиги, яғный бирдей фазалар бетінің тарқалыу тезлиги хәққында айтып едик. Тегіс толқынның

$$x = a \cos \omega \left(t - \frac{r}{V} \right) \quad (1)$$

теңлемесіндегі V шамасы фазалық тезлик болып табылады, яғный бир фазада тербеліуші ноқатлардың геометриялық орнынан ибарат болған беттің орталықтағы орын ауыстыру тезлиги болып табылады. Буның дұрыс екенлігін төмендегідей таллаулардан исеніуіге болады.

(1)-аңлатпадағы r шамасы берілген бирдей фазалар бетінің орнын анықлайтуғын тегіс толқынлардың тарқалыу бағытындағы кесінді болып табылады (273-сүүрет). Уақыттың өтүүі менен фазаның тұрақлы болып қалыу шәрті (1)-аңлатпаның косинусының аргументінің тұрақлы болып қалатуғынлығын аңғартады, яғный

$$\omega \left(t - \frac{r}{V} \right) = \text{const.}$$

Цикллық жийилик ω ның тұрақлы шама болғанлығы себепли

$$t - \frac{r}{V} = \text{const}$$

шәртінің орынланыуы керек. Бирдей фазалар бети үшін тұрақлы болған бұл шаманы τ арқалы белгилейміз, яғный

$$t - \frac{r}{V} = \tau.$$

Әлбетте, τ ұақтының t ұақыты есаплана баслайтуғын ұақыт моментінің мәнісі бойынша

анықланатуғынлығы түсиникли. Себеби $r = 0$ үшін $t = 0$ теңлиги орынланғанады деп болжаймыз хәм ұсыған байланыслы t шамасын да нолге тең деп есаплауымыз керек, буннан

$$t - \frac{r}{V} = 0$$

хәм

$$V = \frac{r}{t}$$

теңликтери келип шығады, яғный V шамасы ўақыттың өтиўи менен r кесиндисиниң үлкейиў тезлигине, яғный бирдей фазалар тегислигиниң орын алмастырыў тезлигине тең.

Релей биринши болып толқынлардың фазалық тезлиги менен бир қатарда олардың *группалық тезлиги* ҳаққындағы түсиникти де киргизиў мүмкин екенлигин көрсетип өткен еди. Группалық тезлик косинусоидалық толқынның тарқалыўының фазалық тезлиги олардың жийилигинен ғәрезли болған орталықтағы құрамалы косинусоидалық емес характерге ийе болған толқынға тийисли. Толқынлардың фазалық тезлигиниң олардың жийилигинен ғәрезлиги *толқынлардың дисперсиясы* деп аталады.



283-сүўрет. Тек бир өркеш түриндеги толқын.



284-сүўрет. Косинусоиданың бир бөлими.

Сүўдың бетинде белгили болған бағытта тарқалып атырған өркеш түриндеги толқынды (283-сүўрет) көз алдымызға елеслетейик. 104-параграфта бундай құрамалы тербелисти таза гармоникалық тербелислердиң группасына жайыўдың мүмкин екенлиги көрсетилди. Егер сүўдың бетинде барлық гармоникалық тербелислер бирдей тезлик пенен тарқалатуғын болса, онда олардан құралған құрамалы тербелис те тап сондай тезлик пенен тарқалады. Бирақ, егер айырым косинусоидалық толқынлардың тезликтери хәр қыйлы болса, онда олардың фазаларының арасындағы айырмалар да үзликсиз түрде өзгерип барады хәм сол тербелислердиң қосындысынан пайда болатуғын өркеш те өзиниң формасын үзликсиз түрде өзгертеди. Оның тарқалыў тезлиги қосылыўшы толқынлардың фазалық тезликтериниң ҳеш қайсысына тең болмайды.

Хәр қандай ҳақыйқый толқын идеал болған косинусоидадан айырмаға ийе. Себеби ең болмағанда идеал болған косинусоида ўақыт бойынша шексиз шекем даўам ете береді. Биз жоқарыда 104-параграфта қәлеген сөниўши тербелистиң шексиз көп гармоникалық тербелислердиң қосындысынан ибарат екенлигин көрген едик. Фурье теоремасына сәйкес косинусоиданың қәлеген кесиндисин де (284-сүўрет) ўақыт бойынша шекленбеген шексиз көп санлы идеал косинусоидаларға жайыўға болады. Демек, қәлеген ҳақыйқый толқын шексиз көп болған косинусоиданың қосындысынан - группасынан ибарат болып табылады хәм оның дисперсиялаўшы орталықтағы тезлиги қосылыўшы толқынлардың фазалық тезликтеринен парық қылады. Ҳақыйқый толқынлардың дисперсиялаўшы орталықтағы бундай тарқалыў тезлиги *группалық тезлик* деп аталады. Тек дисперсияға ийе емес орталықта ғана ҳақыйқый толқын өзін пайда еткен косинусоидалық толқынлардың фазалық тезлигине тең тезлик пенен тарқалады.

Группалық тезликтің аналитикалық аңлатпасын келтирип шығарамыз. Әпиўайылық ушын толқынлардың группасы ұзынлығы бир биринен аз шамаға парықланатуғын тек еки толқыннан ғана турады деп болжаймыз:

- 1) толқын ұзынлығы λ болған хәм V тезлиги менен тарқалатуғын толқын;
- 2) толқынның ұзынлығы $\lambda' = \lambda + d\lambda$ болған хәм

$$V' = V + \frac{dV}{d\lambda} d\lambda \quad (2)$$

тезлиги менен тарқалатуғын толқын.

Ўақыттың қандай да бир моменти ушын бул еки толқынның бир бирине салыстырғандағы жайласыўы 285-а сүўретте көрсетилген. A ноқатта хәр еки толқынның өркешлери бир бириниң үстине түседі; қосынды тербелислердиң максимумы ұсы орында жайласқан. Мейли $V' > V$

теңсизлиги орынланатуғын болсын. Бундай жағдайда екінші толқын бірінші толқыннан озып кетеді. Қандай да τ ұақыт өткеннен кейін екінші толқын бірінші толқыннан $d\lambda$ шамасына озып кетеді, нәтижеде бұл екі толқынның өркешлері A нокатында емес, ал B нокатында бетлеседі (285-б сұйрет). Қосынды құрамалы тербелістің максимумының жайласқан орны бірінші толқынға салыстырғанда λ шамасына артта қалады. Буннан, қосынды тербелістердің максимумының орталыққа салыстырғандағы тарқалыу тезлиги бірінші толқынның тарқалыу тезлигінен λ/τ шамасына киши болатуғынлығы келип шығады. Құрамалы тербелістің максимумының міне ұсы тарқалыу тезлиги группалық тезлик болып табылады. Оны U арқалы белгилеп

$$U = V - \frac{\lambda}{\tau} \quad (3)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Екінші толқынның бірінші толқынға салыстырғандағы тезлиги $V' - V$ шамасына тең болғанлықтан

$$\tau = \frac{d\lambda}{V' - V}$$

теңлиги келип шығады. Бұл теңликтегі V' тың орнына (2)-аңлатпадағы шамасын қоямыз хәм

$$\tau = \frac{d\lambda}{\left(V + \frac{dV}{d\lambda} d\lambda\right) - V} = \frac{d\lambda}{dV}$$

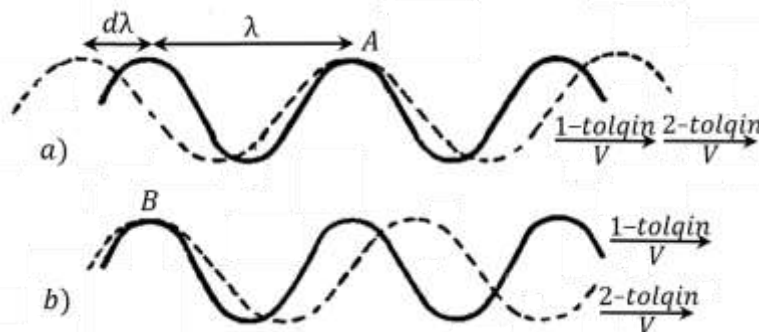
формуласына ийе боламыз. τ үшін анықланған бұл шаманы (3)-аңлатпаға қойсақ, группалық тезлик үшін

$$U = V - \lambda \frac{dV}{d\lambda} \quad (4)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

(4)-формуладан $\frac{dV}{d\lambda}$ шамасы қанша үлкен болса, яғный толқынлардың тарқалыу тезлиги олардың ұзынлығына қанша күшли фәрезли болса, онда U группалық тезликтің V фазалық тезликтен сонша үлкен шамаға парқ қылатуғынлығын аңғарыуға болады. $\frac{dV}{d\lambda} > 0$ теңсизлиги орынланғанда группалық тезлик $U < V$ фазалық тезликтен киши болады, керисинше $\frac{dV}{d\lambda} < 0$ теңлиги орынланғанда группалық тезлик фазалық тезликтен үлкен болады, яғный $U > V$. Солай етип, U группалық тезликтің V фазалық тезликтен киши болыуы да, үлкен де болыуы да мүмкин. Группалық тезлик фазалық тезликтен киши болған жағдайда $\frac{dV}{d\lambda} > 0$ теңсизлиги орынлы, яғный ұзын толқынлар қысқа толқынларға салыстырғанда тез тарқалады. Бундай жағдайда орын алатуғын дисперсияны нормал дисперсия деп атайды.

Дисперсия орын алмайтұғын орталық үшін $\frac{dV}{d\lambda} = 0$ хәм $U = V$, яғный бұл жағдайда группалық тезлик пенен фазалық тезлик бирдей болады.



285-сұйрет. Группалық тезликтің аңлатпасын келтирип шығарыуға.

Группалық тезликті анықлау үшін төмендегидей графикалық ұсылдан пайдаланыу мүмкин. Мейли, AB иймеклиги (286-сұйрет) толқынлардың фазалық тезлиги V менен толқын ұзынлығы λ арасындағы фәрезликти сұйретлейтуғын болсын. λ шамасының берілген мәнисине сәйкес

келетуғын C нокатта CD ұрынбасын жүргиземіз. Бундай жағдайда CF кесиндиси ұшын

$$CF = DF \cdot \operatorname{tg} \alpha = \lambda \operatorname{tg} \alpha$$

таңликлерине ийе боламыз. Бирақ

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dV}{d\lambda}$$

хәм буннан

$$CF = \lambda \frac{dV}{d\lambda}$$

аңлатпаларын аламыз.

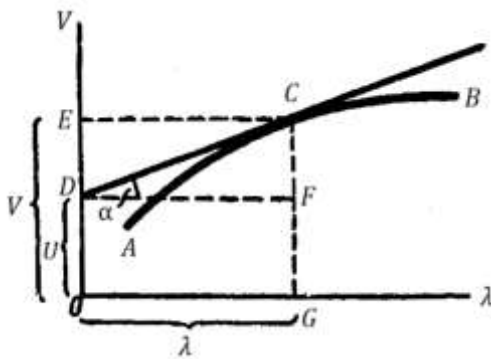
Сүўреттен

$$DO = EO - ED$$

теңлигиниң орынлы екенлигин көрийге болады. Бирақ $EO = V$, ал $ED = CF = \lambda \frac{dV}{d\lambda}$. Бул теңликлерден

$$DO = V - \lambda \frac{dV}{d\lambda}$$

теңлигин аламыз. Бул аңлатпаны (4)-формула менен салыстырып, графиктеги OD кесиндисиниң группалық тезлик U ды тиккелей сүўретлейтуғынлығын көрийге болады.



286-сүўрет.

Группалық тезликти графикалық ұсылда табыў.

286-сүўреттен пайдаланып жоқарыда келтирилген қатнастарды және бир рет келтирип шығарыўға болады: егер λ шамасының үлкейиўи менен толқынның тезлиги V да үлкейетуғын болса (сүўретте дәл ұсы жағдай көрсетилген), онда D нокаты E нокатынан төменде жайласады, демек, группалық тезлик ұшын $U < V$ теңсизлиги орынланады. Толқын ұзынлығы λ үлкейген сайын тезлик V кемейетуғын болса, онда D нокатының E нокатына салыстырғанда жоқарыға шығатуғынлығын аңғарыў қыйын емес; бул $U > V$ қатнасына сәйкес келеди. Егер хәр қыйлы ұзынлықларға ийе болған толқынлар бирдей тезлик пенен тарқалатуғын болса, онда V менен λ арасындағы байланыс графикте λ көшерине параллел тўўры сызық пенен сүўретленеди. Бундай жағдайда E хәм D нокатлары бир нокатта бетлеседи хәм группалық тезлик U менен фазалық тезлик V бирдей болады.

Он үшінші бап

АКУСТИКАЛЫҚ ТЕРБЕЛИСЛЕР

§ 115. Сес тербеліслери хәм олардың тарқалыуы. Хаўада, басқа газлердеги сыяқлы, тербеліслер бойлық толқынлар түрінде тарқалады. Шама менен 1 секундтағы 20 тербелістен 20 000 тербеліске шекемги жийиликлер интервалындағы тербеліслер бизиң еситиў органымыз болған қулағымызға жеткенде сес сезимлерин пайда етеди.

Жийиликтің бирлиги сыпатындағы 1 секундта бир тербеліске сәйкес келетуғын тербелмели процесстиң жийилиги қабыл етилген; жийиликтің бул бирлигин немис физиги Герцтың аты менен *герц (қысқартылған белгиси гц)* деп атайды. Мысалы, 1 секундта 2 тербеліс жүзеге келетуғын тербелмели процесстиң жийилиги 2 гц, ал 1 секундта 10 тербеліс жүзеге келетуғын тербелмели процесстиң жийилиги 10 гц болады.

Солай етип, жийилиги 20 гц тен 20 000 гц ке шекемги интервалдағы тербеліслер сести сезиўди пайда етиў қәсийетине ийе, усы қәсийети бойынша оларды *сес тербеліслери* ямаса *акустикалық тербеліслер* деп аталатуғын арнаўлы группаға ажыратады; бул тербеліслерди қысқа түрде сес деп атайды.

Жоқарыда атап өткендей, 20 гц тен 20 000 гц ке шекемги аралықтағы жийиликлерге ийе болған тербелмели процесслерди ажыратып алыў адамның еситиў органларының тек усындай жийиликке ийе болған тербеліслерди ғана қабыл етиўден ибарат болған физиологиялық қәсийети менен байланыслы. Мысалы, физикалық көз-қарастан 10 гц ямаса 30 000 гц жийилигине ийе тербеліслер менен 20 гц ямаса 20 000 гц жийилигиндеги тербеліслердиң арасында ҳеш қандай айырма жоқ. Сонлықтан физикада, әдетте "сес тербеліслери" деп айтқанда газлерде, сұйықлықларда хәм қатты денелерде толқынлық процесс түрінде тарқалатуғын ямаса денелердиң шекленген областларында пайда болатуғын турғын толқын түріндеги серпимли тербеліслерди түсинеди. Жийилиги 20 000 гц дан үлкен болған серпимли тербеліслерди *ультрасес* деп атаў қабыл қылынған. Жийилиги 20 гц дан киши болған серпимли тербеліслерди *инфрасеслер* деп атайды.

Сес толқынлары тарқалатуғын тийкарғы орталық хаўа болғаны ушын серпимли бойлық толқынлардың газлердеги тарқалыў тезлиги ҳаққындағы мәселени қараймыз.

106-параграфта бойлық серпимли толқынлардың тұтас орталықлардағы тарқалыў тезлигини ушын төмендегидей аңлатпа келтирилген еди:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (1)$$

Бул теңдикте E арқалы орталықтың Юнг модули, ρ арқалы орталықтың тығызлығы белгиленген. Алыңламасы бойынша деформацияланатуғын серпимли стержень ушын Юнг модули

$$E = \frac{p_n}{\frac{\Delta L}{L}}.$$

шамасына тең. Бул аңлатпада p_n - кернеў, яғный сан шамасы бойынша стерженнің кесе-кесиминиң майданының бир бирлигине түсетуғын күшке тең шама; $\frac{\Delta L}{L}$ - салыстырмалы узайыў. Газдиң бағанасы ушын p_n шамасының орнына газдиң қысылыўына алып келетуғын қосымша Δp басымның алыныўы керек. Салыстырмалы сызықлы деформация $\frac{\Delta L}{L}$ шамасын көлемнің салыстырмалы деформациясы $\frac{\Delta V}{V}$ менен алмастырыў мүмкин, себеби, газ бағанасы өзиниң кесе-кесимин өзгермеген ҳалда тек узынлығы бойынша қысылады деп есаплаймыз.

Солай етип,

$$E = \frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}}. \quad (2)$$

Басым хәм көлемнің өзгерислерин шексиз киши деп есаплап, оларды dp хәм dV арқалы белгилеймиз. Соның менен бирге, басым үлкейгенде (яғный, dp оң шама болғанда) көлемнің кемийетуғынлығын, яғный dV шамасының терис мәниске ийе болатуғынлығын есапқа алыўымыз керек. Соның ушын (2)-формуланы былайынша жазамыз:

$$E = -\frac{dp}{\frac{dV}{V}}$$

яғный

$$E = -V \frac{dp}{dV}. \quad (2a)$$

Сестинң тербелислери жүдә үлкен тезлик пенен жүреди. Сонлықтан усы тербелислерге байланыслы болған газдинң қысылыўы менен сийреклесийлерин адиабаталық процесслер деп қараўға болады. Сонлықтан, газдинң ҳалының өзгериси Пуассон формуласын қанаатландырады:

$$pV^\gamma = \text{const.}$$

Бул формуладағы γ газдинң тұрақлы басымдағы хәм тұрақлы көлемдеги жыллылық сыйымлықларының қатнасы болып табылады: $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ (49-параграфқа қараңыз).

Пуассон формуласын дифференциаллап

$$V^\gamma dp + \gamma V^{\gamma-1} p dV = 0$$

хәм буннан

$$\frac{dp}{dV} = -\gamma \frac{p}{V}$$

теңликлерин аламыз. Алынған $\frac{dp}{dV}$ туўындысының бул шамасын (2a) формулаға қоямыз хәм соның салдарынан мынадай формуланы аламыз:

$$E = \gamma p.$$

Ең ақырында E ниң бул шамасын сес тербелислери тезлиги ушын жазылған (1)-аңлатпаға қойып

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \quad (3)$$

формуласына ийе боламыз. Бул аңлатпада ρ тығызлықтың орына оның p басымы бойынша аңлатылған мәнисин, T температураны хәм μ моллик салмағын қойып (45-параграфқа қараңыз)

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}$$

аңлатпасына ийе боламыз. Бул аңлатпадағы R газ тұрақлысы болып табылады; нәтийжеде

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} \quad (4)$$

аңлатпасы пайда болады.

Демек, берилген газдеги сес толқынларының тарқалыў тезлиги T абсолют температураның квадрат түбирине туўры пропорционал хәм газдинң басымы p ға ғарезли емес екен.

Бирдей шараятларда хәр қыйлы газлердеги сестинң тарқалыў тезлиги олардың моллик салмағының квадрат түбирине кери пропорционал.

0°C температурадағы айырым газлердеги сестің тезлигинің мәніслери XX кестеде келтирилген.

XX кесте. 0°C температурадағы газлердеги сестің тезлиги

Газ	Сестің тезлиги, м/сек
Хаўа	331
Кислород	315
Водород	1263
Углекислота	258

Водородтағы сестің тезлигинің ең үлкен шамаға тең болыўы оның моллик салмағының киши болыўы менен байланыслы.

Сес толқынларының атмосферада тарқалыўында атмосферадағы бир текли емесликлердің әҳмийети үлкен. Сестің тезлиги хаўаның температурасы хәм ығаллықтың дәрежеси менен байланыслы. Сес толқынларының тарқалыў тезлигине самал да тәсир етеди. Сес ҳәр қыйлы тезликлер менен тарқалатуғын еки орталықтың шегарасында шағылысады. Сестің бултлардағы хәм думанның шегарасындағы шағылысыўын бақлаўға болады.

Сестің самалға қарсы бағытқа қарағанда самалдың бағытында жақсы еситилетуғынлығы бәршеге мәлим. Бул қубылысқа самалдың тезлигинің өзи емес, ал тезликтің градиенти себеп болады. Себеби самалдың тезлиги әдетте сестің тезлигинен киши болады. Самалдың тезлиги жердің бетине жақын орынлардағы тезлиги жоқарыдағы тезлигине салыстырғанда киши. Соның нәтийжесинде самалға қарсы тарқалатуғын сес нурлары жоқарыға қарай бұрылады. Самалдың бағытына қарсы тарқалатуғын сестің жаман еситилиўине сес толқынларының бақлаўшының басының үстинен өтип кетиўи менен байланыслы.

Хаўаның температурасының градиенти пайда болған жағдайда да тап ұсындай қубылыс жүзеге келеди. Салқын хаўаға салыстырғанда жыллы хаўада сес тез тарқалады. Буннан, егер жердің бетинен узақласқанда температура төменлеп баратуғын болса, онда сестің тезлиги бийикликтің артыўы менен кемийип барады хәм сес толқынлары жоқарыға бұрылады деген жўмақ келип шығады. Бундай жағдай ыссы Қуяшлы күнде пайда болатуғын температуралар градиентине сәйкес келеди; бундай ўақытта жердің бети әдеўир қызған болады. Бундай шараятта сес жақсы еситилмейди. Кеште хаўа ашық болған жағдайда Жердің бети жүдә тез салқынлайды хәм ұсыған сәйкес хаўаның жерге жақын қатламлары да салқынлайды. Хаўаның температурасы бийиклик пенен жоқарылайды, нәтийжеде сестің жоқарыға қарап бағытланған толқынлары төменге қарай бұрылады. Кеште сестің жақсы еситилиўине мине сол жағдай себеп болады.

Ең ақырында, күшли сеслердің, мысалы, партланыў ўақтында пайда болатуғын сеслердің ұзақ аралықларға тарқалыўында тынышлық зоналары деп аталатуғын зоналардың пайда болатуғынлығының атмосфераның бир текли емес болыўы менен түсиндириледі. Партланыўдағы сестің тарқалыўы дым жақын қашықлықларда хәм әдеўир ұзақ қашықлықларда (жүзлеген километрлерде) еситиледи, ал олардың арасында партланыўдың даўысы еситилмейтуғын кеңислик болады.

Сестің тезлиги ұшын жазылған (4)-аңлатпаға жылылық сыйымлықтарының қатнасы $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ киреди. Бул жағдайдан сестің тезлигин өлшеў жолы менен газлер ұшын $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ қатнасының сан мәнісин анықлаўдың мүмкин екенлиги келип шығады.

Газде тарқалатуғын сес толқынының және де айрым характеристикаларына тоқтап өтемиз. Бойлық сес толқыны тарқалып атырған орталықтың ҳәр бир берилген ноқатында

қысылуы менен сийреклесулер бир бирин алмастырып тұрады. Демек, газдың басымы басланғыш басымынан бірде жоқары, бірде төмен болады. Басымның нормал басымнан ең үлкен айырмасын *сестің амплитудасы* деп атайды; бұл амплитуда әдетте *бар* ларда өлшенеді.

Толқындағы бұл қосымша басымның тұрақты түрде тербеліп тұрғанлығы үшін, оның орташа шамасы нөлге тең. Бірақ жүде күшлі толқынлар үшін ағысуының квадратына хәм оннан да жоқары болған дәрежелеріне байланысly болған эффектлерди есапқа алыу керек болады. Бундай тербеліслер сызықты болмаған теңдемелер арқалы тәрийипленеді хәм соның үшін *сызықты болмаған тербеліслер* деп аталады. Сызықты болмаған тербеліслер үшін орташа басым нөлге тең емес. Бундай сес толқынлары тосқынлықта шағылысқанда оған басым түсіреді. Теория сестің бундай басымының

$$p = \frac{1}{2} \bar{\varepsilon}' (\gamma + 1)$$

аңлатпасының жәрдемінде есапланатуғынлығын көрсетеді. Бұл аңлатпада $\bar{\varepsilon}'$ арқалы тосқынлықтың қасында пайда болған тұрғын толқындағы энергияның орташа тығызлығы, γ жыллылық сыйымлықтарының $\frac{c_p}{c_v}$ қатнасы белгиленген.

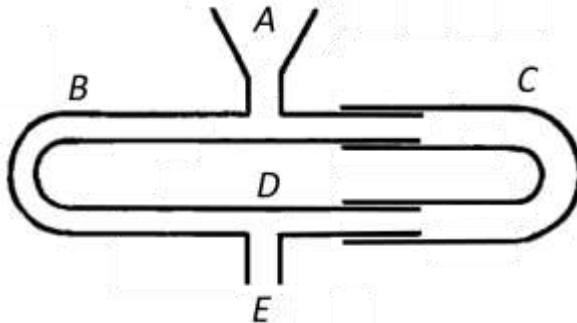
Атақты рус физиги П. Н. Лебедев (1866-1912) сестің басымын өзинің лабораториясында өткерілген экспериментлерде үйренді. Лебедев толқынлардың жұтылуы менен шағылысуы уақытында пайда болатуғын басым қаққындағы мәселени улуыма түрде қойды (III-томға қараңыз).

§ 116. Сес толқынларының интерференциясы. Сес толқынларында 109-параграфта тәрийипленген интерференция қубылысына тән болған қубылысларды табыуға болады. Сестің интерференциясы бойынша ең әпиуайы болған тәжірийбениң схемасы 287-сүүретте көрсетілген найдың жәрдемінде амелге асырылады. Сестің дереги найға орнатылған *A* шаршарының алдына қойылады. Буннан кейитн най тармақланып, *ABD* хәм *ACD* дизелерин пайда етеді. *ACD* дизеси бир биринің ишине киретуғын найлардан ибарат; оны узартуға да, келтертуге де болады. Сес толқынлары найдың *E* ушына еки жол менен *ABD* дизеси хәм *ACD* дизеси бойынша келеді. Дизелердің узынлықлары бирдей болмаған жағдайда *E* ноқатқа еки дize бойынша келген толқынлардың жүрислеринің арасында $r_2 - r_1$ шамасындағы айырма орын алады. Егер бұл айырма жуп сан еселенген ярым толқын узынлығына тең, яғный $r_2 - r_1 = 2k \frac{\lambda}{2}$ теңлиги орынланатуғын болған жағдайда (бұл теңликте k арқалы пүтин сан белгиленген) *E* ноқатындағы сес тек бир дизеден келген сеске салыстырғанда төменлейді. Жүрислер айырмасының шамасы тақ сан еселенген ярым толқын узынлығына тең, яғный $r_2 - r_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$ теңлиги орынланатуғын болса, онда сес әззилейді.

Жоқарыда келтирилген найды берилген деректен шығып атырған сестің толқын узынлығын өлшеу үшін пайдаланыуға болады. Оның үшін сестің бир әззилениуінен кейинги екинши әззилениуін жүзеге келтиру үшін *C* ныйының қанша шамаға жылжытуғынлығын өлшеу керек. Дизениң узынлығының өзгериуі толқын узынлығы λ ны береді. Сес толқынларының узынлығын ұсындай ұсылдың жәрдемінде өлшеу интерференция қубылысына тийкарланған болып, оны *интерференциялық ұсыл* деп атайды. 287-сүүретте көрсетілген най оптикадағы жақтылық толқынларының узынлығын өлшеу үшін қолланылатуғын *интерферометрлердің* ең әпиуайы түри болып табылады.

Әмелде бундай трубадан пайдаланыу жолы менен тек сес толқынларының орта диапазонындағы толқын узынлықларды өлшеу мүмкин. Себеби сес толқынларының диапазонының шетлерине әдеуір узын хәм дым қысқа толқынлар түүры келеді. Қақыйқатында да, сестің тезлиги $V = 331 \text{ m/sec}$ болған қауда $v = 20 \text{ гц}$ жийиликке ие

болған ең қысқа сес толқынларына $\lambda = \frac{331}{20} m = 16,5 m$ толқын ұзындығы, ал $\nu = 2 \cdot 10^4$ гц жиілігіне иіе болған ең қысқа сеске $\lambda = 1,65 m$ толқын ұзындығы сәйкес келеді. Орташа болған $\nu = 500$ гц жиілікке $\lambda = 66,2 m$ шамасындағы толқын ұзындығы жууап береді.



287-сүрөт.

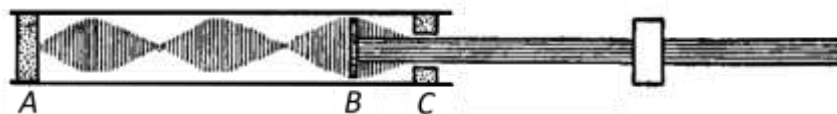
Сестинң инерференциясын бақлау ұшын қолланылатуғын най.

Егер найдың A шаршарына құрамалы сес жиберилсе, жүрислер айырмасы болған r_2 — r_1 шамасы қандай тербеліслер ұшын $\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}$ хәм т.б. шамаларға тең болса, онда сондай толқын ұзындықтарына сәйкес келетуғын тербеліслер әззилейді. Нәтийжеде құрамалы тербеліслердің бир қатар гармоникалық құраушылары түсип қалады хәм құрамалы тербеліслердің характери өзгереді. Сонлықтан най белгили бир жиіликли тербеліслерушын фильтрдің хызметин атқарады.

Жиіликлери менен амплитудалары бирдей болған бир бирине қарама-қарсы бағытта тарқалатуғын еки толқынның интерференциясы интерференцияның дара түри болып табылады. 110-параграфта көрсетилип өтилгениндей, бундай жағдайда турғын толқынлар пайда болады. Турғын толқынның пайда болуын дийуалдағы сес толқынларының шағылысуында тиккелей бақлауға болады. Оның ұшын белгили бир толқын ұзындығына иіе болған тербеліслерди тарқататуғын деректен пайдаланыу керек. Соның менен бирге бул тербеліслердің толқын ұзындығы қоңсылас өркешлердің арасындағы қашықтықтың онша үлкен болмауы ұшын жеткиликли дәрежеде қысқа болуы керек. Басымызды дийуалға жақынластыруу хәм узақластыруу жолы менен тығызлықтың кескин түрде өзгерген, яғнай түйинлер пайда болған орынлардағы сестинң күшейетуғынлығын еситиуге болады.

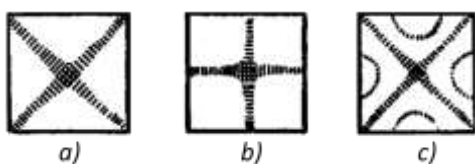
Кундт турғын толқынларды бақлаудың жүдә көргизбели ұсылын ойлап тапты. Шийше найдың еки ұшы A хәм C пробкалары менен тығыз етип бекитиледи (288-сүрөт). C пробкасынғы саңлақтан ортасы арқалы ұсы пробка менен қысып қойылған металл стержень өткизилген. Оның ұшына трубканың ишине еркин кире алатуғын пробкадан соғынған B диски орнатылған. Егер стерженде оны канифоль себилген тери менен сүйкеу жолы менен бойлық тербеліслерди қоздырсақ, онда найдың еки тәрепиндеги ушларында түйинлер пайда болады. Нәтийжеде, егер B арқалы белгиленген диск тербеле баслайды хәм ол найдың ишиндеги хауаны тербелтеди. Най бойынша алға қарай тарқалатуғын толқын найдың A шетінде шағылысып, кейин қарай қайтқан толқын менен интерференцияға ушырайды. Егер найдың ұшына пүтин сан есесленен ярым толқын ұзындығы жайғасатуғын болса, онда найда турғын толқынлар пайда болады хәм найдың ушларында ауысуыдың түйинлери жайласады. B пробкасы шоғарларда жайласқан жағдайда оның майдалары төменге қуйылып түседі. Нәтийжеде B пробкасын жылыстыруу арқалы сол майдалардың пайда болған орынлары бойынша шоғырлар менен түйинлердің пайда болған орынларын тиккелей көриудің мүмкиншилиги пайда болады. Қоңсылас түйинлердің (ямаса шоғырлардың) орынларын өлшеу найда қоздырылған сес

толқынының ярым толқын ұзындығын табыуға мүмкіншилик береді. Нәтижесінде Кундт найы сес толқынларының ұзындығын өлшеуге мүмкіншилик бертуғын әсбап болып табылады.



288-сүррет. Тұрғын толқынларды бақлау бойынша Кунд тәжірибесі.

Түйінлердің хәм дөңліклердің пайда болуыын сес шығаратуғын пластинкаларда да бақлауға болады. Бундай жағдайда биз *түйін сызықтарының* пайда болатуғынлығын көреміз. Бақлау ұшын ортасы бекитилип қойылған латунь пластинка аламыз хәм оны тартқыштың⁵⁴ жәрдемінде тербеліске алып келеміз. Пластинканың бетине азмаз муғдарда құм себиледи. Пластинка тербелгенде шоғарларға сәйкес келетуғын дөңліклердің үстіндегі атылып, түйінлерге сәйкес келетуғын сызықтардың бойында топланады. Пластинканың бетінде құрамалы фигуралар пайда болады хәм бұл фигуралар бойынша тербелістің пластинка бойынша тарқалуыын анықлауға болады. Бир қатар дара жағдайлар ұшын бұл фигуралар 289-сүретте көрсетілген. Тербелістердің көринісі тартқыштың жәрдемінде қозғалысқа келтирилген ноқаттан хәм пластинкаға тийіп тұрған ноқаттан ғарезли болады. Қоздыруы ноқаты шоғыр болып табылады, ал түйінлік сызық бизің бармағымыздың пластинкаға тийіп тұрған шетіне келеді. Басқа сызықтар пластинкада симметриялы түрде жайласқан болады. Егер бармағымызды пластинканың бир мүйешіне тийгизіп, ал тартқышты пластинканың қандай да бир тәрәпинің ортасы арқалы жүргізсек, онда 289-а сүретте көрсетілген фигура пайда болады. Бундай жағдайда түйінлік сызықтар диагональдардың бойында жайласады. Егер биз, керісінше пластинканың қапталдағы бир шетінің ортасына бармағымызды тийгизіп тұрып, пластинканың мүйешіне жақын орында тартқышты сүйкесек, онда екінші фигураның пайда болғанлығын көреміз (289-б сүрет). Бир ұақыттың өзінде пластинканың бир мүйешіне хәм бир тәрәпинің ортасына бармақтарды тийгизіп тұрып, басқа бир тәрәптің ортасы арқалы тартқышты пластинкаға сүйкесек, онда түйінлік сызықтардың жайласуы әдеуір құрамаласады (289-с сүрет).



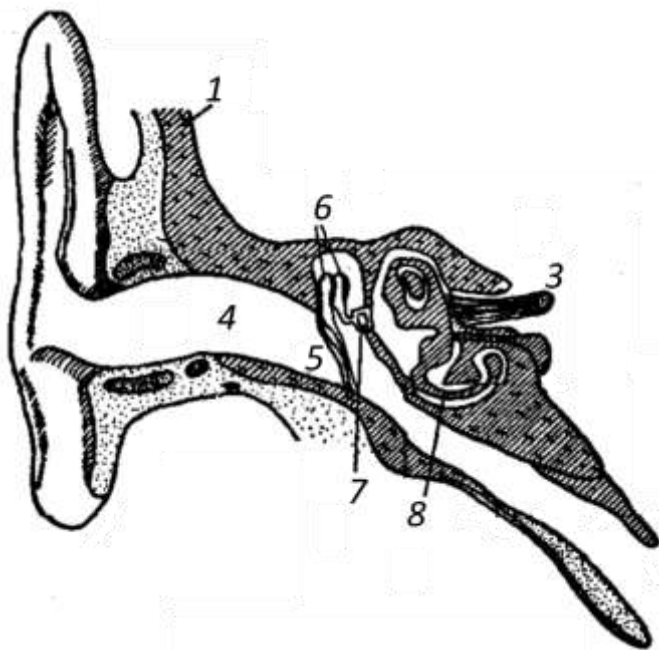
289-сүррет. Түйінлік сызықтар.

Түйінлік сызықтардың көринісін үйреніу телефон хәм басқа да акустикалық әсбаптардағы мембраналардың тербелістерінің характерін анықлауда әмелий жақтан үлкен әхмийетке ийе.

§ 117. Сеслерді қабыл етіу. Адам сеслерді өзінің еситіу органы болған құлағы арқалы қабыл етеді; құлақтың дүзилісінің схемасы 290-сүретте көрсетілген. Бас сүйектің 1 шекесінде улитка деп аталатуғын 2 арнаулы орган жайласқан. Ол үлкен болмаған құйыслық формасына ийе (шама менен 0,2 см³) болып, ол сұйықтық (лимфа) менен толтырылған. Улитканың ишінде ұшларына еситіу нервлерінің ұшлары келип жететуғын талшық тәрізлі 3 кортий органы орналасқан. Талшықтар хәр қыйлы

⁵⁴ Рус тилиндегі тарлы саз әсбаптарының терминологиясында жийи қолланылатуғын "смычок" сөзі рәсімий сөзлік тийкарында "тартқыш" деп аударылды (Аударушылар).

узындықтарға хәр кернеулерге ийе. Усының нәтижесінде оларға хәр қыйлы резонанслық жийиликлер сәйкес келеди. Сес тербелислери 4 еситиу каналы арқалы 5 барабанлық сес тербелислери қулағы 5 ке жетеди. Буннан кейин 6 еситиу бөлими арқалы 7 сопақ формға ийе хәм үлитканың қуыслығына алып келетуғын тесикке (айнаға) бериледи. Белгили болған жийиликлерге ийе болған сестинң тәсиринде кортий⁵⁵ органының белгили бир талшықлары резонанслық тербелиске келип хәм бул тербелисти мийге беретуғын нерв талшықларының ушын қоздырады. Қурамалы сес тәсир еткенде бир неше нерв талшықларының ушлары қозады хәм соның нәтижесінде адам қурамалы сестинң қураушыларын бир биринен айырып қабыл ете алады.



290-сүўрет.
Адамның қулағының кесе-кесими.

Сес толқынларының тарқалыу бағытын анықлау мүмкиншилиги адамда жуп еситиу органының (еки қулақтың) бар екенлиги менен байланысly (*бинаураллық эффект*). Сес толқынларының бағытын сезиу мий орайларының еки қулаққа келип жеткен тербелислердин фазаларының арасындағы айырманы есапқа алыу қабилетине ийе болғанлығы себепли пайда болады. Жүдә жоқары жийиликли сеслер бар болған жағдайдағы сестинң бағытын сезиу еки қулақтағы сестинң амплитудаларының айырмасын сезиудинң салдарынан пайда болады. Субъективли түрде сести қабыл еткенде биз сестинң үш характеристикасын айырамыз: 1) *сестинң бәлентлигин*, 2) *сестинң тембрин*, 3) *сестинң қаттылығы*.

Сестинң бәлентлиги оның жийилиги бойынша анықланады: жийилик қаншама жоқары болса, сес те соншама жоқары болады.

Сестинң тембри тербелислердин характери бойынша анықланады: жүдә сийрек жағдайларда сестинң тербелиси таза гармоникалық тербелислерден ибарат хәм көпшилик жағдайларда сес қурамалы характерге ийе болады (118-параграфқа қараңыз). Тербелистинң усындай қурамы сестинң тембрин анықлайды.

Объектив қаттылық ямаса сестинң күши тарқалып атырған сес толқынларының бағытына перпендикуляр қойылған майданның бир бирлиги арқалы ўақыттың бир бирлиги ишинде ағып өткен энергияның муғдары менен анықланады.

Толқынның ўақыттың бир бирлиги ишинде майданның бир бирлиги арқалы алып өтетуғын энергиясы толқынның амплитудасының квадратына хәм жийиликтинң квадратына

⁵⁵ Кортий органы - ишки қулақтағы еситиу мүшеси (Аўдарыўшылар).

тұйры пропорционал. Буннан берилген бәлентликке ийе болған сестің күшинің амплитуданың квадратына пропорционал екенлиги келип шығады. Бирақ сес күшинің ұсындай жоллар менен объектив түрде бақаланыуы сестің қаттылығын тиккелей сезиуге тийкарланған субъектив бақалауға сәйкес келмейди. Мәселе соннан ибарат, бизиң құлағымыздың хәр қыйлы бәлентликке ийе болған сеслерди, яғный хәр қыйлы жийиликтеги сеслерди сезиуі хәр қыйлы.

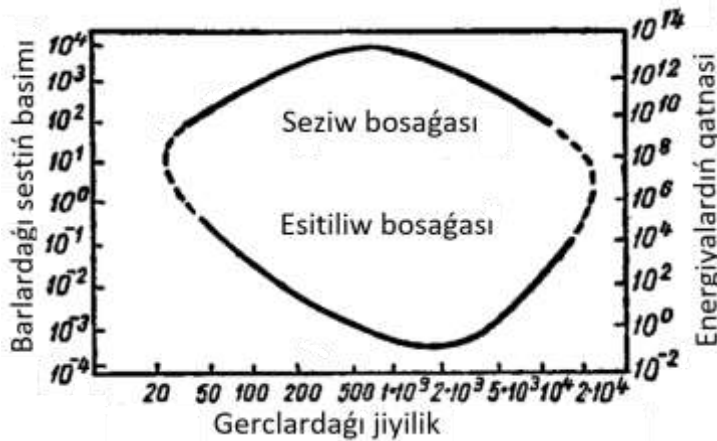
Биз 112-параграфта толқынның тарқалыу бағытына перпендикуляр болған майдан арқалы ұақыттың бирлиги ишинде ағып өтилетуғын энергияның муғдарының $\bar{U}$ арқалы белгиленетуғын Умов векторының жәрдемінде анықланатуғынлығын көрсеттик:

$$\bar{U} = \bar{\varepsilon} V.$$

Бул аңлатпада $\bar{\varepsilon}$ арқалы толқынның энергиясының орташа тығызлығы хәм V арқалы толқынның тарқалыу тезлиги белгиленген. Демек, сестің күши Умов векторының жәрдемінде анықланады екен. Бул жағдайдан сестің күшин объективлик түрдеги өлшеулерде, мысалы, SGS -системасында $эрг/см^2 \cdot сек$ ларда өлшеуге болатуғынлығын көрсетеди. Буның ұшын сестің басымы менен сестің энергиясының орташа тығызлығы $\bar{\varepsilon}$ шамаларының арасындағы ғәрезиликтен пайдаланыу мүмкин. Биз 115-параграфта жеткиликли дәрежедеги қуұатлыққа ийе сес толқынының тосқынлыққа p басымы менен тәсир ететуғынлығын көрсетип өткен едик. Бул басым тосқынлықтың алдында пайда болатуғын тұрғын толқынның энергиясының орташа тығызлығы болған $\bar{\varepsilon}'$ шамасы менен анықланады. Буннан тосқынлыққа тәсир ететуғын p басымын өлшеп, тұрғын толқындағы энергияның орташа тығызлығы $\bar{\varepsilon}'$ ны өлшеу мүмкиншилиги келип шығады. Жұырыушы толқынның энергиясының орташа тығызлығы $\bar{\varepsilon}'$ тұрғын толқындағы энергияның тығызлығы болған ε' шамасынан еки есе киши болады. Бирақ, эксперименталлық көз-қарастан, сестің басымын тиккелей өлшеу әдеуір қыйын мәселелеридиң қатарына киреди. Соның ұшын басқа бир қанша жанапай болған ұсыллардан пайдаланылады. Релей тәрепинен сес толқынының майданда жайласқан дискке түсирилетуғын сестің басымының тәсирінде күш моментинің пайда болатуғынлығы көрсетилди. Бул моментти өлшеу ұшын жүдә жиңишке диск айна жабыстырылған жиңишке сабаққа асып қойылады хәм сол айнада шағылысқан жақтылық дәстесинің ауысыуы бойынша дискти буратуғын күштиң momenti есапланады. Буннан сес толқынындағы энергияның орташа тығызлығының мәниси есапланады хәм Умов векторының шамасы бойынша сестің қаттылығы анықланады. Бирақ бул ұсыл жеткиликли дәрежедени жүдә нәзик болған өлшеулер менен байланысly хәм әмелде тек үлкен қуұатқа ийе болған сеслерди өлшеу ұшын ғана жарайды. Әдетте бундай ұсылдан сеслердиң қаттылығын өлшейтуғын электро-акустикалық әсбапларды (микрофонларды) градуировкалау ұшын пайдаланады.

Сес толқынының сес сезимин пайда ете алыуы ұшын оның күшинің *еситилиу босағасы* деп аталатуғын минималлық шамадан үлкен болыуы керек. Күши еситилиу босағасынан төмен болған сеслерди құлақ қабыл етпейди; сес сезимин пайда етиу ұшын ол дым әззи. Еситилиу босағасы хәр қыйлы жийиликлар ұшын хәр қыйлы. Адамның құлағы жийилиги 1000-3000 $гц$ болған областтағы тербелислерди жүдә жақсы сезеди; бул область ұшын еситилиу босағасы $10^{-8} эрг/см^3 \cdot сек$ шамасына жақын. Құлақтың жийиликлери бул жийиликлерден төмен ямаса жоқары болған сес тербелислерге сезгирлиги кем. Күшинің қандай болыуынан ғәрезсиз жийилиги 20 $гц$ шамасынан киши хәм 20 000 $гц$ шамасынан жоқары болған тербелислердиң адамның құлағы сес сыпатында қабыл етпейди.

Шамасы жүз мыңлаған $эрг/см^3 \cdot сек$ шамасындағы жүдә үлкен күшке ийе болған тербелислерди де сес түрінде қабыл етилмейди: олар құлақта сезилетуғындай басымды пайда етеди хәм бул басым құлақты ауырта баслайды. Усындай аурыу сезими пайда болатуғын сестің күшин *ауырыудың сезилиу босағасы* деп аталады. Хәр қыйлы жийиликлер ұшын ауырыуды сезилиуинің шегарасы хәр қыйлы. Еситилиу шегарасы менен ауырыудың сезилиу босағасы арасында *еситилиу областы* бар болады (291-сүүрет).



291-сүўрет.
Еситилиў областы.

Сестин субъектив қаттылығының шамасын дәл өлшеўдин мүмкиншилиги жоқ. Бирақ сондай болса да, Вебер-Фехнердин психофизикалық нызамына тийкарланып сезиўдин интенсивлигинин шамасын баҳалаўға болады. Бул нызам бойынша сезиўдин интенсивлигинин өзгериўи салыстырылыўи мүмкин болған сезимлерди пайда етиўши тербелислердин энергияларының қатнасының логарифмине тўўры пропорционал. Бул логарифмлик нызамлықтың тийкарында сестин күшинин қаддилеринин шкаласы белгиленеди. Еситилиў шегарасындағы сестин күшинин қадди болған I_0 шамасын нолге тең етип алыў тәбий. Ноллик қадди ушын шәртли түрде $I_0 = 10^{-9} \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{сек}$, яғный 1000 гц жийилик ушын еситилиў шегарасынан төменирек болған қадди қабыл етилген. Сонлықтан, Вебер-Фехнер нызамы бойынша қандай да бир сестин қаттылығы L сестин күши I дин сол күштин еситилиў босағансындағы шамасы I_0 ге қатнасының логарифмине тўўры пропорционал:

$$L = k \lg \frac{I}{I_0}. \quad (1)$$

Бул аңлатпада k - пропорционаллық коэффициент. L шамасын әдетте сес күшинин қадди деп атайды. Егер $k = 1$ деп болжасақ, онда сестин бәлентлигин өлшеў ушын белгили болған бирликти қабыл еткен боламыз; бул бирлик *бел* деп аталады.

Солай етип,

$$L = \lg \frac{I}{I_0} \text{ bel}. \quad (2)$$

Бел бирлиги менен бир қатарда оннан 10 есе киши болған бирлик те пайдаланылады; оны *децибел* деп атайды.

Онда,

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} \text{ decibel}.$$

Әдеттеги сеслер ушын сестин күшинин қаддилеринин жуўық түрдеги мәнислери келтирилген ХХІ кесте сестин қаттылығының характеристикасы ҳаққында айқын болған мағлыўматларды береді. Бирақ, усының менен бир қатрада қулақтың сезгилеринин сестин жийилигинен ғәрезли екенлигин есте сақлаў керек.

XXI кесте. Хәр қыйлы сеслердің қәдди

Сес	Децибеллердегі қәдди	$эрг/(см^2сек)$ бирлигиндегі сестің күши	Барлардағы басымның амплитудасы.
Тыныш әңгимелесіу.	30	$1 \cdot 10^{-6}$	$6,4 \cdot 10^{-3}$
Адымлар (жүриулер).	40	$1 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-2}$
Қатты сөйлеу.	70	$1 \cdot 10^{-2}$	0,4
Адамлар көп болған көшениу шауқымы.	90	1	6,4
Фортиссимо оркестри.	100	$1,10^1$	$2,0 \cdot 10$
3 м қашықтықтағы кишкене самолеттың моторы.	130	$1 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^2$

XXI кестеден әдеттегі сеслерге сәйкес келетуғын энергиялардың дым киши болатуғынлығын көриуимизге болады. Буны иллюстрациялау үшін төмендегидей қызықлы болған мысалды көрсетиу мүмкин: егер 2000 адам бир ярым саат дауаында тоқтаусыз сөйлеп турса, онда олардың сеслериниң энергиясы тек бир стакан сүүды қайнатыуға ғана жетеди екен.

Сестің тембрин объектив түрде характерлеу үшін құрамалы сестің тербелисин гармоникалық құраушыларға жайыу, яғный оның спектрин анықлау керек. Бундай жайыуды резонанс қубылысын пайдаланып орынлауға болады. Егер меншикли тербелислериниң жийиликлери бирдей болған еки камертонды бир биринен қандай да қашықтықта жайластырсақ, онда олардың бириншисинде кушли тербелислер пайда етилген жағдайда, екиншиси де сезилерликтей сес шығара баслайды. Екинши камертонның да сес шығара баслағанына толық исениу үшін биринши каметронның сес шығарыуын қол менен ұслау арқалы кескин түрде тоқтатыу керек болады. Бундай жағдайда екинши екинши камертонның хәлсиз кести шығарып тұрғанлығын еситиуге болады. Егер еки каметронның меншикли тербелис жийиликлери хәр қыйлы болса, онда екинши камертонда қозған сес оннан да әззи болады. Камертонлардың меншикли тербелис жийиликлериниң арасындағы айырма қанша үлкен болса, бул қубылыс соншама хәлсирейди. Меншикли тербелис жийиликлери бирдей болған еки камертонды алған жағдайда биринши камертоннан шыққан сес екинши каметронда мәжбүрий тербелислерди пайда етеди. Резонанс ўақытында мәжбүрий тербелислердиң амплитудасы ең үлкен мәниске ийе болады. Екинши камертонның тербелислериниң сөниуи киши болған жағдайда әмелде резонанс қубылысы еки камертонның меншикли тербелис жийиликлери бирдей болғанда пайда болады хәм соның менен бирге резонанс қубылысы адеуир өткир болады (103-параграфқа қараңыз). Резонансқа тийкарланған халда құрамалы сестің тербелисин былайынша таллауға болады: сөниуи киши болған хәр қыйлы ω_i меншикли тербелис жийиликлерине ийе болған көп санлы камертонларды аламыз. Бундай жағдайда құрамалы сестің құрамында бар болған жийилиги ω_k шамасына тең болған тербелислер меншикли жийилиги тап ұсындай ω_i жийилигине ийе болған камертонның сезилерликтей сес шығарыуына алып келеди.

Сести таллау үшін камертонлардың орнына өзиниң меншикли тербелислериниң жийилиги бар хәм сөниу киши болған қәлеген басқа да системаларды пайдаланыу мүмкин. Сеслерди биринши рет таллаған Гельмгольц ишинде хәуа бар қууыслыққа ийе резонаторлардан пайдаланады. Бундай резонатор жуқа металл сферадан ибарат болып, оның үлкен a хәм киши b тесиги болады (292-сүүретте резонатордың кесе-кесими көрсетилген). Тийкарғы a тесиги резонатордың көлемине сестің кириуи үшін хызмет етеди. Киши b тесиги болса қулаққа салынады (тығылады) хәм тиккелей еситиу арқалы

мәжбүрий тербелісдердің интенсивлігі бағаланады.

Гельмгольц резонаторларының меншікті тербеліс жиілігі ω_0 шамасын жуық түрде

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{d}{V}}$$

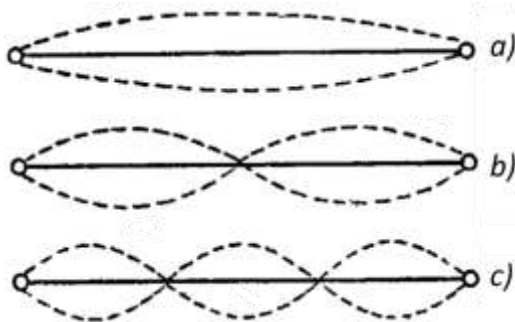
формуласының жәрдеминде есепланады. Бұнда d арқалы a тесігінің диаметрі, ал V арқалы резонатордың ишіндегі қуыслықтың көлемі белгіленген.

Үйрениліп атырған құрамалы сестің тербелісінің құрамына киретуғын қандай да бір әпіұайы тонның жиілігінің шамасы қайсы резонатордың ω_0 тербеліс жиілігіне жақын болса, онда тап сол резонаторда ең күшлі тербелісдер пайда болады.

Солай етип, бір неше резонаторлардың жәрдеминде избе-из "тыңлау" хәм олардың пайда еткен мәжбүрий тербелісдерінің қаттылығын есителиуі бойынша салыстырып құрамалы сес тербелісінің спектрін анықлау мүмкін екен.

Хәзиргі заман техникасы әдеуір жетіліскен электроакустикалық ұсыллардың жәрдеминде сеслердің құрамын анықлаудың мүмкіншілігін береді. Бұл ұсыллар да мәжбүрий тербелісдерді бақлау принципіне тийкарланған.

§ 118. Сеслердің дереклери. Ультрасеслерді алыу. Хәр қандай тербеліуші дене өзін қоршап тұрған орталықтағы серпимлі толқынлардың, яғный сестің дерегі болып болыуы мүмкін. Сестің дереклерін үйрениу громкоговорителлер (репродкторлар) пайдаланылатуғын радио менен дауыс кінолардың рауажланыуында хәм соның менен бирге сазлы әсбаптардың теориясы менен техникасын рауажландырыуда айрықша орынды ийелейді. Бирақ бұндай арнаулы мәселелерде тоқтамай, тек ең әпіұайы сес дереклерін ғана қараймыз.



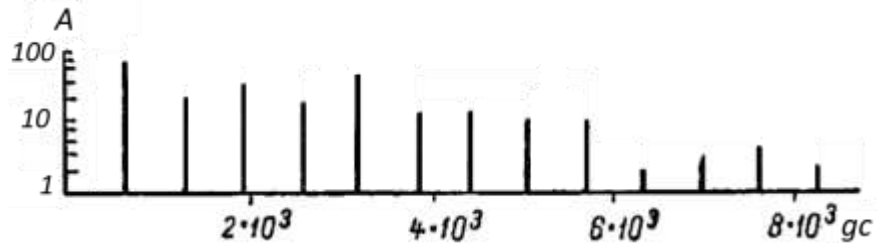
293-сүүрет.

Ушлары бекитілген тарда пайда болатуғын тұрғын толқынлар.

Екі ушы беккемленген ұзынлығы l болған тарды аламыз. Бұндай тарда тербелісдерді қоздарса, онда тұрғын толқынлар пайда болады. Беккемленген орынларда, яғный тардың ушларында түйінлер жайласады; тардың ортасында шоғырлар пайда болады (293-а сүүрет). Бұл тербеліске тербелістің белгілі бір ω_1 жиілігі сәйкес келеді. Бирақ, ұсы тұрғын толқын менен бирге тарда үш түйінлі тұрғын толқынның да пайда болыуы мүмкін: тардың ушларында екі түйін хәм тардың ортасында және бір түйін жайласады (293-б сүүрет). Бұл тербелістің жиілігі ω_2 бирінші тербелістің жиілігі ω_1 ден екі есе үлкен болады. Тап сол сыяқлы, тарда төрт түйінлі хәм $\omega_3 = 2\omega_1$ жиілігіне ийе болған тұрғын толқынлардың да (293-с сүүрет), хәм улыұма түйінлерінің саны $k + 2$ болған (бұл санға тардың ушларындағы түйінлер де киреді) $\omega_k = (k + 1)\omega_1$ жиілігіне ийе тұрғын толқынлардың да пайда болыуы мүмкін.

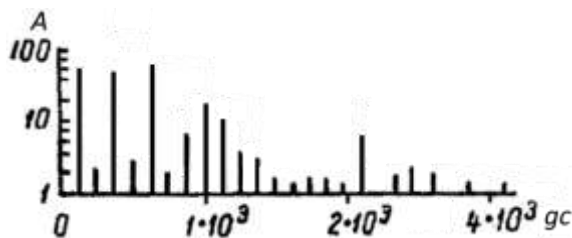
Демек, тар тек ғана *тийкарғы жиілігі* ω_1 болған сес тербелісдерін ғана тарқатып қоймастан, *обертонлар* деп аталатуғын жиіліктері $\omega_k = (k + 1)\omega_1$ шамаларына тең болған сес толқынларын да тарқатады екен (k арқалы пүтин сан белгіленген). Улыұма

айтқанда, тар тербелгенде бир ұақыттың ишинде бир қатар тұрғын толқынлар пайда болады хәм усы жағдайға байланысly тар тийкарғы жийиликтен басқа обертонларды да тарқатады. Обертонлардың күши тийкарғы жийилик пенен тербелістің күшинен киши болады. Бундай группаның тербеліслериниң спектри $\omega_1, 2\omega_1, 3\omega_1, \dots$ жийиликлерине сәйкес келетуғын сызықлардан турады (103-параграфқа қараңыз).

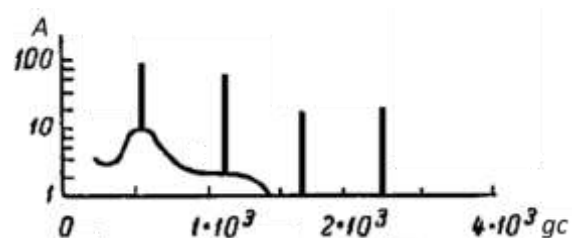


294-сүүрет. Тийкарғы тоны 640 гц болған скрипканың акустикалық спектри.

294-сүүретте тийкарғы тоны 640 гц болған скрипканың *акустикалық спектри* көрсетілген. 295-сүүретте тийкарғы тоны 64 гц болған кларнеттиң спектри, 296-сүүретте болса роялдың спектри көрсетілген (тийкарғы тоны 256 гц); бұл ең соңғы сүүретте сызықлы спектр менен бир қатарда тутас спектр областының да бар екенлигин аңғарыўға болады.



295-сүүрет. Тийкарғы тоны 64 гц болған кларнеттиң акустикалық спектри.



296-сүүрет. Тийкарғы тоны 256 гц болған роялдың акустикалық спектри.

Шаўқымларға тутас акустикалық спектрлер ғана тән.

Мысал ретинде 297-сүүретте бунзен горелкасының шаўқымының спектри келтирилген.

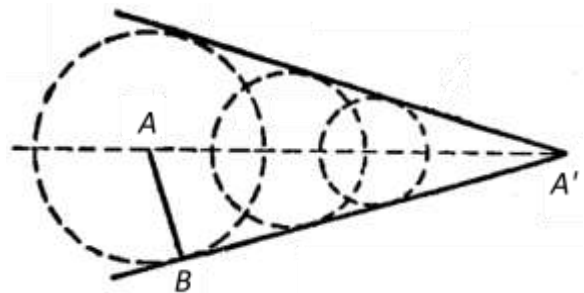
Сестің қаттылығы сести шығарыўшы системаның тербеліслердің амплитудасынан ғарезли. Бирақ айрым жағдайларда сестің дерегиндеги тербеліслердің амплитудалары үлкен болған жағдайда да сестің күши үлкен болмайды. Мысалы, тарды керип, оның ушларын еки қысқыш пенен қысып қойған жағдайларда оннан шыққан сес күшли болмайды. Сондай-ақ, камертонды қолда ушлап тұрып урған жағдайда да сес дерлик еситилмейди. Бундай жағдайда тербеліўши тар ямаса камертонның аяғы қоңсылас ҳаўада туйық болған қуйын тәризли ағысты ғана жүзеге келтиреди хәм бойлық толқынның пайда болыўы ушын зәрүрли болған ҳаўаның қысылыўы менен сийрексийин пайда етпейди. Тербеліўши система менен ҳаўаның арасындағы байланыс әззи хәм сонлықтан система әззи нұрландырады. Толқынлардың тарқалыўын күшейтиў ушын қуйынлық қозғалыслардың пайда болыўын қийынластыратуғын шараятларды пайда етиў керек. Усы жағдайларға байланысly шығаратуғын даўысының күшли болыўы ушын камертонларды ағаш қутының үстине бекитеди; тап сол сыяқлы саз әсбапларында да (скрипкаларда, виолончеллерде) тарларды декалар деп аталатуғын ағаштан исленген бетлерге беккемлейди. Деканы оның әтирапында ҳаўаның туйық ағыслары пайда болмайтұғындай етип соғады. Тардың тербеліслери деканның үлкен бетине бериледи хәм соның салдарынан оның әтирапында қысылыў хәм сийрексий толқынлары пайда болып, күшли

сес қоздырылады. Роялдың қақпағы да дәл ұсы жағдайға сәйкес келеді.

Системаларды резонанс халына алып келгендеги сестің қаттылығының үлкейіуі де нурлардырыўдың үлкейіуі менен түсиндириледі. Бундай тажирийбе ең әпиўайы түрде былайынша орынланады: Сес шығарып турған камертон (298-сүүрет) ишине азмаз сүү қуйылған ұзын жиңишке ыдыстың үстине жайластырылады. Егер ыдыстағы сүүдің қәдди әстелик пенен көтерілетуғын болса, онда ўақыттың қандайда бир моментинде сестің күши әдеўир көтеріледі. Бул қубылыс төмендегише түсиндириледі. Ыдыстағы сүүдың үстинде жайласқан ҳаўа бағанасының бийиклиги белгили болған шамаға жеткенде ҳаўаның тербелислери менен камертонның тербелислери резонансқа келеді хәм сестің амплитудасы жүдә үлкейеди. Ыдыстың аўзы тәрәпинде қысылыўларменен сийрексийлер избе-из пайда болып турады хәм олар камертонның аяғының әтирапында пайда болатуғын қуйынларды жасырады. Усының нәтийжесинде сестің нурланыўы күшейеди.



298-сүүрет. Сүүдың үстиндеги ҳаўаның бағанасын резонансқа алып келиў.



299-сүүрет. Балластикалық толқынның пайда болыўы.

Ең ақырында, орталықтағы *сестің тарқалыў тезлигинен үлкен тезлик пенен* (хаўада 330 м/сек шамасынан үлкен тезлик пенен) қозғалатуғын денлердің әтирапында пайда болатуғын айрықша болған акустикалық толқынды үйренемиз. Усындай тезлик пенен қозғалатуғын дене орталықта соққы бериў характерине ийе болған хәм *балластикалық толқын* деп аталатуғын толқынды пайда етеді. Орталықтың аўысыўы қозғалыўшы денениң алдында қарай тарқала алмайды хәм пайда болған толқын фронты қозғалыстағы денениң артқы тәрәпинде ғана жайласады. Денениң жүрип өткен хәр бир ноқатын сол орталықтағы сестің тезлиги менен тарқалатуғын сфералық толқынлардың ноқатлық дереги деп қараўға болады. Бул сфералық толқынлардың ораўшысы (299-сүүрет) коныстың фигурасына ийе болады. Ноқат t ўақыты ишинде AA' кесиндисин жүрип өткен болсын; тап сондай ўақыттың ишинде сес толқыны A ноқаты әтирапында $AB = Vt$ қашықлығына тарқалады (V арқалы сестің тезлиги белгиленген). Онда, конустың төбесиндеги φ мүйешиниң мәнисин

$$\sin \varphi = \frac{AB}{AA'} = \frac{V}{v} \quad (1)$$

формуласының жәрдеминде анықлайды (бул формулада v арқалы денениң тезлиги белгиленген). Усындай жағдайдың салдарынан балластикалық толқынның фронты конус формасына ийе болып, бул конустың төбесиндеги мүйеш (1)-формуланың жәрдеминде анықланады. Пайда болатуғын толқын дәўирлик характерге ийе емес. Бирақ ол сестің тезлиги менен тарқалатуғын бир қысылыў областынан ибарат болады. Бундай толқынларды сестің тезлигинен үлкен тезликлер менен ушатуғын хәзирги заман артиллерия снарядлары, реактив снарядлар хәм самолётлар пайда етеді. Олар кескин түрдеги соққы сезимин пайда етеді. Усының менен бир қатарда, снарядтың бетиниң тегис болмағанының салдарынан басқа да тербелислер қоздырылады. Бул тербелислердің

барлығын снаряд ушып өтип кеткеннен кейін ғана сезіу мүмкін. Себеби снарядтың тезлигинің сестің тезлигинен үлкен болғаны ушын, ол сестен озып кетеді.

Ультрасеслерди алыу ушын көпшилик жағдайларда *пъзоэлектриклик эффекттен* (II томға қараңыз) пайдаланады. Пъзоэлектриклик эффект айрым кристаллардағы электр майданында жүзеге келетуғын механикалық деформацияланыудан ибарат қубылыс болып табылады. Ультрасес тербеліслерін пайда етіу ушын кварц кристаллары (пъзокварц) қолланылады. Егер кристаллық көшерлерге салыстырғанда белгили бағытта кесип алынған кварц пластинкасының бетінде метал қаптамасы пайда етилсе хәм ұсы қапламаға өзгермели электр кернеуі түсірилсе пластинка тербеліске келеді. Егер түсірилген электр кернеуінің жийилигинің шамасы пластинканың меншикли механикалық тербеліслерінің жийилигине тең болса, онда кварц пластинкасының тербеліс амплитудасы үлкен болады (резонанс қубылысы). Пластинканың өлшемлерін сәйкес түрде таңлап алыу жолы менен жүз мың герц шамасындағы жийиликке ийе болған ультрасес тербеліслерін пайда етіуге болады.

Ультрасес толқынларының толқын ұзынлықтарының киши болыуына байланысly олардың тосқынлықлар арқалы айланып өтіуі әпиұайы сес толқынларының айланып өтіуіне салыстырғанда әдеуір кем (жүдә аз шамаға дефракцияланады). Бул жағдай ультрасес толқынларының жасқы бағытланған дәстесін пайда етіуге мүмкіншилик береді.

Хәзирги заман техникасында ультрасеслер кеңнен қолланылады. Мысал ретінде сүү астында белгили болған бағытларда сигналлар жиберіуді, сүүдың астындағы затларды табыуды хәм сүүдың тереңлигин анықлауды (*эхолот*) көрсетіуге болады. Белгили түрде кесип алынған бирдей қалыңлықтағы кварц пластинкалары бир бири менен мозайка түрінде жабыстырылады хәм еки қалың полат пластинкалардың арасына жайластырылады. Егер сол пластинкалар арасына тұрақлы емес электр кернеуі түсірилсе, онда бул система ультрасестің күшли дереги бола алады.

Эхолоттың дүзилісінің принципі мыналардан ибарат: Сүүға вертикаль бағытта төменге қарай ультрасестің дерегинен сес нұрлары жибериледи. Бул нұр сүүдың ең түбіне жетип, жерде шағылысады хәм ұсы ультрасес сигналы жиберилген орынға қайтып келеді (жаңғырықты бақлау). Сүүдағы ультрасестің тарқалыу тезлигин, оның қайтадан қайтып келемен дегенше кеткен ұақытты билип, сүүдың тереңлигин есаплау қыйын емес.

Жаңғырықты (эхоны) қабыл етіу де пъзокварцтың жәрдемінде исленеди. Сес тербеліслери қабыллаушы пъзокварцқа жетип келгенде, онда серпимли тербеліслерди қоздырады. Нәтийжеде кварцтың қарама-қарса бетлерінде электр зарядлары пайда болады хәм оларды сәйкес электр аппаратларының жәрдемінде регистрациялауға болады.

Ультрасес толқынлары сүү астында сигнал беріу ушын жүдә қолайлы. Себеби олар сүүда тарқалғанда сезилерликтей дәрежеде жутылмайды, ҳаўада болса ультрасес тез сөнеди хәм сонлықтан оны ҳаўа арқалы сигнал беріу ушын пайдаланыу мақсетке муўапык келмейди.

Хәзирги заман техникасында ультрасеслердің қолланылыуы жүдә хәр қыйлы. Ультрасеслерди металл бұйымлардағы дефектлерди (ультрасес дефектоскопиясы) табыуда, жарықлардың өлшемлерін, қалыңлықларды өлшеуде х.т.б. кеңнен пайдаланылады. Ультрасеслерди пайдаланыудың бир қатар түри ұсы ультрасеслердің өзлери тарқалатуғын орталықта пайда ететуғын механикалық тәсири менен байланысly. Соның менен бир қатарда, ультрасеслердің жәрдемінде металлдардың бетлерін хәм басқа да материалдардың бетлерін қайта ислеуге болады. Мысалы: тесиклерди тесіу, деталларды тазалау х.т.б. операцияларды орынлау мүмкін. Ультрасеслер көп санлы физикалық-химиялық процесслерге хәм химиялық реакциялардың жүріуіне тәсир етеді.

§ 119. Сес толқынларының шағылысыуы хәм жутылыуы. Улыўма айтқанда, сес

толқыны еки орталық арасындағы шегараға жеткенде оның бир бөлими шегарада шағылысады, ал қалған бир бөлими екінши орталыққа сиңип, тарқалыұын даўам етеди. Толқын сол екінши орталықта тарқалғанда тербелис энергиясының энергияның басқа түрлерине айланыуының себебинен хәлсирейди.

Сес толқынларының шағылысыуы менен жутылыуы олардың жабық имаратлардың ишиндеги тарқалыуында айрықша әҳимийетке ийе. Аудиторияларды, концерт залларын, театрларды проекtleуде сес толқынларының дийуаллардан, төбеден х.т.б. көп рет шағылысыуының мүмкиншилигин есапқа алыу зәрүрли. Бул шағылысыулардың бар болыуы имараттың акустикалық қәсийетлерин анықлайды.

Хәзирги ўақытта техниканың *архитектуралық акустика* деп аталатуғын техниканың айрықша тарауы пайда болды.

Орташа үлкенликтеги имаратларда сес толқынлары энергиясын еситилиу шегарасына шекем кемейгенге шекем дийуаллар менен төбеде бир неше жүзлеген рет шағылысады. Үлкен имаратлардағы сестинң дереги өширилгеннен соң да шағылысқан толқынлардың бар болыуының есабынан бир неше секунд даўамында сеслердинң еситилип тұрыуы мүмкин. Жүдә әстелик пенен сөниу имараттың акустикалық қәсийетлерин жаманластырады, хәдден тыс "шүуылдыны" пайда етеди, бир пүтин контекстинң хәр бир жаңа бөлими (мысалы: сөздинң хәр бир жаңа бууыны) еле сөнип үлгермеген алдынғы тербелислер менен қабатласады. Акустикалық көз қарастан қарағанда шағылысқан нұрлардың жүдә тез сөниуи де пайдалы емес - имараттың ишиндеги сеслер дым әззи хәм "ызыңсыз, дууыссыз, гүң" сеске айланады. Сөниудинң белгили бир оптималлық шамасы бар.

Әдетте, имараттың акустикалық қәсийетлерин есаплауда *сес энергиясының қанша ўақыттың ишинде дәслепки шамасының миллионнан бирине тең үлесине шекем* ($W = 10^{-6}W_0$) *киширейетуғынлығы есаплап шығылады*; бул ўақыт *реверберация ўақыты* деп аталады.

Хәр қыйлы жийиликке ийе болған толқынлардың сөниуининң хәр қыйлы болғаны ушын реверберацияны 512 гц жийилиги ушын анықлау қабыл етилген. Имаратлар ушын оптималлық реверберация ўақты хәр қыйлы болады: мысалы, концерт заллары, аудиториялар х.б. ушын оптималлық реверберация ўақты 1 сек шамасындағы ўақыт болып табылады.

Имараттың ишиндеги сестинң энергиясының басланғыш моменттеги тығызлығын W_0 , хәр шағылысу процессиндеги орын алатуғын жутылуыдағы жутылуы коэффициентнинң шамасын α арқалы белгилеймиз; ўақыттың бир бирлиги ишиндеги шағылысулардың саны n болсын. Бундай жағдайда энергияның тығызлығының dt ўақыт ишиндеги кемейиуи dW ушын

$$dW = -\alpha n W dt$$

аңлатпасы орынлы болады.

Бул аңлатпаны былайынша жазамыз:

$$\frac{dW}{W} = -\alpha n dt.$$

Өз гезегинде, бул аңлатпаны

$$d(\ln W) = -d(\alpha n t)$$

түринде жазыу мүмкин.

Бизинң бир неше рет көрсетип өткенимиздей, егер еки шаманың дифференциаллары тең болса, онда сол шамалардың өзлери бир биринен тек аддетив тұрақлы шамаға ғана айырмаға ийе болыуы мүмкин:

$$\ln W = -\alpha n t + C. \quad (1)$$

Биз қойған шәртке байланысly, ўақыт ушын $t = 0$ теңлиги орынланғанда $W = W_0$ теңлиги орынлы болады. Демек:

$$C = \ln W_0.$$

Онда, (1)-теңликти былайынша жазамыз:

$$\ln \frac{W}{W_0} = -\alpha n t,$$

Буннан:

$$W = W_0 e^{-\alpha n t} \quad (2)$$

теңлигиниң орынлы болатуғынлығына көз жеткеремиз. Солай етип, сестинң энергиясының тығызлығы ўақыттың өтиўи менен экспотенциаллық нызам бойынша кемейеди екен.

Толқын барлық бағытларға бирдей болып тарқалады деп болжайық. Бундай жағдайда итималлық теориясы бойынша сес толқынының 1 сек ишиндеги шағылысыўларының санын есаплаўға болады ҳәм өткерилген есаплаўлар мынадай нәтийжени береді:

$$n = \frac{vS}{4V}.$$

Бул қатнаста v арқалы сестинң тезлиги, S арқалы өжирениң ишиниң бети, V арқалы өжирениң көлеми белгиленген. n ниң бул шамасын (2)-аңлатпаға қоямыз:

$$W = W_0 e^{-\alpha \frac{vS}{4V} t}. \quad (3)$$

Буннан сестинң сөниўиниң геометриялық факторлар болған S ҳәм V шамаларынан басқа жутылыў коэффициентини α дан да ғәрезли екенлигин аңғарыўға болады.

Реверберацияның ўақты анықлаў ушын (3)-аңлатпада

$$\frac{W}{W_0} = 10^{-6}$$

теңлиги орынланады деп есаплаймыз. Бундай жағдайда

$$t = -\frac{4V}{\alpha v S} \ln 10^{-6}.$$

Бул аңлатпадағы тезлик v ның орнына сестинң ҳаўадағы тезлигин қоямыз:

$$t = 0,163 \frac{V}{\alpha S}. \quad (4)$$

Төмендеги XXII кестеде 512 гц жийиликтеги сес ушын айырым материаллар ушын жутылыў коэффициентиниң мәнислери келтирилген.

XXII кесте. Шағылысқандағы сес толқынларының жутылыў коэффициентлери

Материаллар	α
Бетон	0,015
Сыбалған гербиш дийўал	0,025
Ағаш қутының үстиндеги ҳәк	0,034
Гилем	0,2
Кийиз	0,78

XXII кестеден ҳәр қыйлы материаллар ушын жутылыў коэффициентиниң α ның мәнислериниң ҳәр қыйлы екенлигин көриўиге болады. Бетон ушын α шамасының мәнисиниң киши болыўының себебинен бетон полға ҳәм дийўалларға ийе болған өжирелердиң ишиндеги "жаңғырықлар" орын алады. Гилемлер, перделер ҳәм басқалар ушын α ның мәнисиниң салыстырмалы үлкен болыўы дийўалларына гилем ҳәм перделер тутылған жайлардың ишинде сеслердиң тез сөниўине себеп болады.