O’zbekstan Respublikası joqarı ha’m orta arnawlı bilim ministrligi

Berdaq atındag’ı
Qaraqalpaq ma’mleketlik universiteti

Ulıwma fizika kafedrası

B.A.Abdikamalov

MEÕANİKA

pa’ni boyınsha lektsiyalar tekstleri

Ma’mleketlik universitetlerdin’ fizika qa’nigeliginin’ 1-kurs studentleri ushın du’zilgen

No’kis 2007

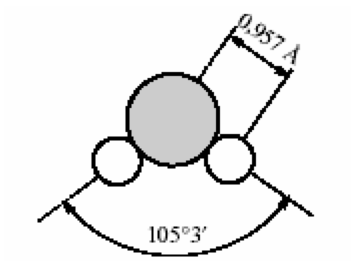
Mazmunı

KİRİSİW

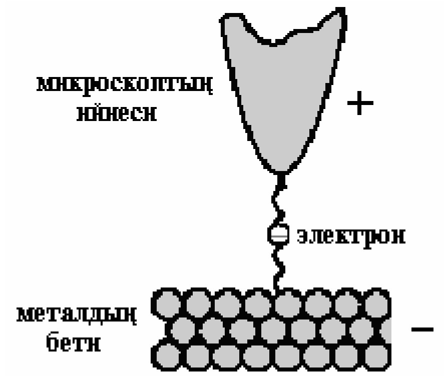
Fizika iliminin’ qanday ilim ekenligine juwap beriw ushın biz «Fizikalıq entsiklopediyalıq so’zlik» ti ashamız ha’m «Fizika» dep atalatug’ın maqalanı oqıymız. Bul jerde bılay jazılg’an «Fizika ta’biyat qubılıslarının’ en’ a’piwayı bolg’an, sonın’ menen birge en’ ulıwmalıq nızamların, materiyanın’ qa’siyetleri menen qurılısın, onın’ qozg’alıs nızamların uyrenetug’ın ilim. Fizikanın’ tu’sinikleri menen nızamları barlıq ta’biyattanıwdın’ tiykarında jatadı. Fizika da’l ilimlerge jatadı ha’m qubılıslardın’ sanlıq nızamlıqların u’yrenedi».

Fizika bizdi qorshap turg’an du’nyanı tu’siniw ha’m ta’riplewge umtılıwlardın’ saldarınan payda boldı. Al bizin’ du’nyamız bolsa og’ada quramalı ha’m qızıqlı: Qu’yash ha’m Ay, ku’ndiz ham tu’n, bultlar, ten’izler, tereklerdin’ shawqımları, samal, tawlar, jer silkiniwleri, jamg’ır, haywanlar ha’m o’simlikler du’nyası, okenlardag’ı tasıwlar menen qaytıwlar, en’ aqırında adam. Adamlar usı du’nyanın’ bir bo’legi retinde usı du’nyanın’ qanday du’ziliske ha’m qa’siyetlerge iye ekenligin biliwge umtıladı. Bul mu’mkin be? Bul sorawg’a mu’mkin dep juwap beriwdin’ durıs ekenligin biz bilemiz. Biz ku’ndelikli ta’jiriybelerden du’nyanın’ biliwge bolatug’ınlıg’ın, bizin’ a’tirapımızda bolıp atırg’an ko’p tu’rli kubılıslardın’ tiykarında jatatug’ın fizikalıq nızamlar haqqında ko’p na’rsenin’ belgili ekenligin bilemiz.

Al biz ne bilemiz? Biz bizdi qorshap turg’an denelerdin’ barlıg’ının’ da **atomlardan** turatug’ınlıg’ın bilemiz. Atomlar du’nyanın’ du’zilisindegi gerbishler bolıp tabıladı. Olar u’zliksiz qozg’alısta boladı, u’lken qashıqlıqlarda bir biri menen tartısadı, al olardı jaqınlatsaq bir biri menen iyterisedi. Atomnın’ o’lshemi shama menen 10^{-8} sm $\approx$ 1 Å (angstrem, eger almanı Jerdin’ u’lkenligindey etip u’lkeytsek, usı almanın’ atomlarının’ o’zlerinin’ u’lkenligi almaday boladı). Suw molekulası N_2O vodorodtın’ eki atomınan ha’m kislorodtı bir atomınan turadı



Suw molekulası



Tunnellik mikroskop. Tunnellik toqtın’ shaması iynenin’ ushı menen bet arasındag’ı qashıqlıqqa baylanıslı.

Atomlardı ko’re alamız ba? Tunnellik mikroskop dep atalıwshı mikroskoptın’ ja’rdeminde 1981-jıllardan baslap ko’re alatug’ın boldıq.

Du’nyanın’ atomlardan turatug’ınlıg’ın biliwden qanday payda alamız? Mısalı qattı, suyıq, gaz ta’rizli zatlardın’ ne sebepli bar ekenligin, sestin’ kanday tezlik penen tarqalatug’ınlıg’ın, samolettın’ nelikten usha alatug’ınlıg’ın, temperaturanın’ ne ekenligin ha’m basqalardı bile alamız ba?

Al atomlardın’ o’zleri nelerden turadı? Bizler atomlardın’ on’ zaryadlang’an yadrodan ha’m onın’ do’gereginde qozg’alıp ju’retug’ın teris zaryadlang’an elektronlardan turatug’ınlıg’ın bilemiz. Elektronnın’ o’lshemleri ha’zirgi waqıtlarg’a shekem o’lshengen joq. Tek g’ana onın’

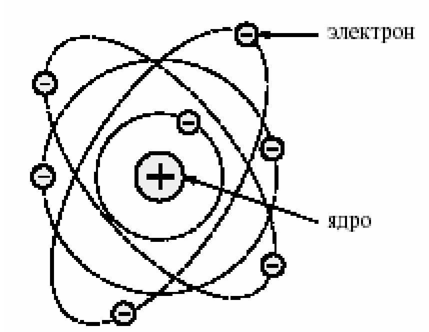
10^{-16} sm den kishi ekenligi belgili. Yadronın' o'lshemleri og'an salıstırg'anda a'dewir u'lken – shama menen 10^{-12} – 10^{-13} sm. O'z gezeginde yadrolar protonlar menen neytronlardan turadı. Atomnın' massasının' derlik barlıg'ı yadroda toplang'an. Elektron bolsa proton yamasa neytronnan derlik 2000 ese jen'il:

$$m_p \approx m_n \approx 1{,}67 * 10^{-28} \text{ g.}$$

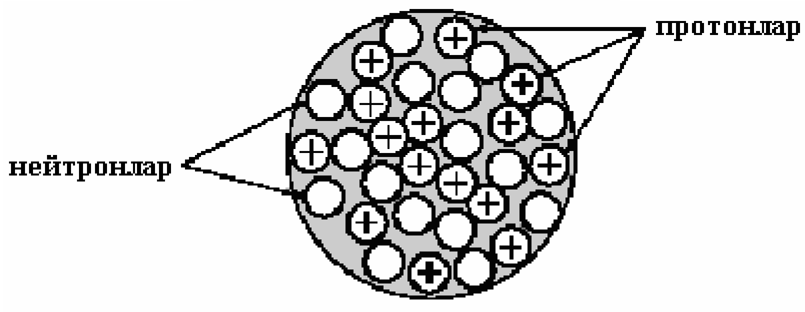
Da'l ma'nisleri:

$$m_e = 9{,}10938188(72)*10^{-25} \text{ g.}$$
$$m_p = 1{,}67262158(13)*10^{-24} \text{ g.}$$
$$m_n = 1{,}67492716(13)*10^{-24} \text{ g.}$$

Bul an'latpalardan neytronnın' massasının' protonnın' massasınan u'lken ekenligi ko'rinip tur. Usıg'an baylanıslı neytron o'zinen o'zi protong'a, elektrong'a ha'm antineytrinog'a ıdıraydı (bul haqqında to'mende ga'p etiledi).



Atomnın' qurılısı.



Yadronın' qurılısı.

Protonlar menen neytronlardın' o'zleri nelerden turadı dep soraw beriw mu'mkin. Juwap belgili. Olar kvarklerden turadı. Al elektron she? Elektron bolsa o'zinen basqa hesh na'rseden turmaydı. Usınday ko'z-qaraslar boyınsha elektron haqıyqıy elementar bo'lekshe bolıp esaplanadı.

Biz usı jerde ha'zirshe neden turadı dep soraw beriwdi toqtatamız. Sebebi usınday sorawlar beriw arqalı adamzat biletug'ın sheklerge tez jetemiz ha'm bunnan keyin «bilmeymen, bilmeymiz» dep juwap beriwge tuwra keledi. Sonlıqtan atomlarg'a qayta kelemiz.

Atom degenimiz boslıq bolıp tabıladı. Eger atom yadrosın almanın' u'lkenligindey etip u'lkeytsek, onda yadro menen og'an jaqın elektron arasındag'ı qashıqlıq 1 km dey boladı. Eger yadro menen elektronlar zaryadlanbag'an bolg'anda atomlar bir biri arqalı biri birine hesh qanday kesentsiz arqayın o'te alg'an bolar edi.

Joqarıda aytılg'anlardın' barlıg'ı qay jerde (qay orında) jaylasqan? A'lbette bizin' A'lemimizde. Ta'biyattıın' barlıq kubılısları ju'zege keletug'ın «U'lken qutını» **A'lem** dep ataymız. A'lemnin' biz baqlay alatug'ın bo'liminin' o'lshemleri 10^{28} sm $\approx 10^{10}$ jaqtılıq jılı (jaqtılıqtın' 1 jıl dawamında o'tken jolının' uzınlıg'ın jaqtılıq jılı dep ataydı). Salıstırıw ushın mınaday shamalardı keltiremiz: Quyash penen Jer arasındag'ı qashıqlıq $1{,}5 \cdot 10^{13}$ sm yamasa 150 mln. km, Jerdin' radiusı bolsa $6{,}4 \cdot 10^{8}$ sm (6400 km). A'lemnin' bizge baqlanıwı mu'mkin bolg'an bo'limindegi protonlar menen neytronlardın' ulıwmalıq sanı shama menen 10^{78}-10^{82} aralıg'ında. Quyashtın' quramında $\approx 10^{57}$, al Jerdin' quramında $\approx 4 \cdot 10^{51}$ proton menen neytron bar. A'lemnin baqlanıwı mu'mkin bolg'an bo'limindegi Quyashtın' massasınday massag'a iye juldızlardın' sanı shama menen 10^{234} ke ten'. En' jen'il juldızlardın' massası Quyashtın' massasının' 0,01 bo'legin quraydı, al massası u'lken juldızlardın' massası Quyashtın' massasınan ju'zlegen ese ulken.

Ha'mme na'rseler de, sonın' ishin de bizler de atomlardan turamız. Tirishilik A'lemdegi en' quramalı qubılıs bolıp tabıladı. Adam en' bir kuramalı tirishilik iyesi bolıp, ol shama menen 10^{16} kletkadan turadı. Al kletka bolsa 10^{12}-10^{14} atomnan turıp, elementar fiziologiyalıq qutısha bolıp tabıladı. Qa'legen tiri organizmnin' kletkasına keminde bir dana DNK nın' (dezoksiribonuklein kislotasının') uzın molekulalıq sabag'ı kiredi. DNK molekulasında 10^{8}-10^{10} atom boladı. Bul atomlardın' bir birine salıstırg'andag'ı da'l jaylasıwı individuumnan individuumga o'tkende o'zgeredi. DNK molekulasın genetikalıq informatsiyalardı alıp ju'riwshi dep atawg'a boladı.

Ta'sirlesiw tu'sinigin atom tu'siniginen ayırıwg'a bolmaydı. Qattı denelerdegi atomlar bir biri menen qalay baylanısqan, ne sebepli Jer Quyashtı taslap ketpey, onın' do'gereginde aylanıp ju'redi (basqa so'z benen aytqanda nelikten alma u'zilip Jerge tu'sedi). Yadrodag'ı on' zaryadlang'an protonlar bir biri menen iyterisetug'ın bolsa da nenin' ta'sirinde tarqalıp ketpeydi? Olardi bir jerde (yadroda) qanday ku'sh uslap turadı?

Usı waqıtlag'a shekem ta'biyatta ta'sirlesiwdin' to'rt tiykarg'ı tu'ri tabılg'an:

elektromagnit,
gravitatsiyalıq,
kushli ha'm
a'zzi.

Birinshi ta'sirlesiw zaryadlang'an bo'leksheler arasındag'ı ta'sirlesiwdi ta'miyinleydi. Eger siz barmag'ınız benen stoldı basatug'ın bolsan'ız, siz elektromagnitlik ta'biyatqa iye bolg'an ta'sirlesiwdi sezesiz. Bunday ta'sirlesiwde tartısıw menen iyterisiw orın aladı.

Gravitatsiyalıq ta'sirlesiw tiykarınan pu'tkil du'nyalıq tartısıw nızamı tu'rinde ko'rinip, barlıq waqıtta da tartısıwdı ta'miyindeyli (gavitatsiyalıq iyterisiw hazirshe baqlang'an joq). Almanın' u'zilip Jerge tu'siwi bug'an da'lil bola aladı. Jer menen Quyash arasındag'ı tartısıw Jerdi Quyash a'tirapındag'ı orbita boyınsha aylanıp ju'riwge ma'jbu'rleydi. Salmaq qushi de juldızlardın' janıwına alıp keletug'ın ku'sh bolıp tabıladı. Bul tartılıs ku'shi atom yadrolarının' bir birine jaqınlawı ushın za'ru'rli bolg'an kinetikalıq energiyanı beredi. Al usı kinetikalıq energiyanın' esabınan termoyadrolıq sintez reaktsiyası baslanadı. Al termoyadrolıq sintez reaktsiyası bolsa A'lemdegi juldızlardın' ko'pshiliginin' energiyalarının' deregi bolıp tabıladı.

Tek qısqa aralıqlarda g'ana ta'sirlesiwdi boldırıwı ku'shli ta'sirlesiwdin' basqa ta'sirlesiwlerden parqı bolıp tabıladı. Onın' ta'sir etiw radiusı shama menen 10^{12}-10^{13} sm ke ten' (yag'nıy atom yadrolarının' o'lshemlerindey aralıqlar). Bul protonlar menen neytronlar (olardı ulıwma tu'rde nuklonlar dep ataydı) arasındag'ı ta'sirlesiw barlıq waqıtta da tartısıw xarakterine iye boladı.

En' aqırg'ı ta'sirlesiw a'zzi ta'sirlesiw bolıp tabıladı. A'zzi ta'sirlesiw arqalı baqlanıwı dım qıyın bolg'an (baska so'z benen aytqanda tuttırmaytug'ın) neytrino zatlar menen ta'sirlesedi. Bul bo'lekshe kosmos ken'liginde qozg'alısı barısında Jer menen soqlıg'ısqanda Jerdi sezbeydi ha'm Jer arkalı o'tip kete beredi. A'zzi ta'sirlesiw ko'rinetug'ın protsesstin' mısalı retinde neytronnın' β-ıdırawın atap o'tiwge boladı. A'zzi baylanıstı esapqa alg'anda neytron turaqlı bo'lekshe emes, al shama menen 15 minut o'tkennen keyin proton, elektron ha'm antineytrinog'a ıdıraydı:

$$n \rightarrow p + e + \overline{\nu}_e .$$

Son'g'ı waqıtları (20-a'sirdin' 60-80 jılları) teoretiklerdin' tırısıwları menen elektromagnit ha'm a'zzi ta'sirlesiwlerdi biriktiriw sa'ti tu'sti. Bul tiykarg'ı ta'sirlesiwlerdin' sanın u'shke kemeytedi. Bul ta'sirlesiwlerdin' salıstırmalı ku'shi to'mendegidey: eger yadrodag'ı nuklonlar (protonlar menen neytronlar) arasındag'ı salıstırmalı ta'sirlesiwdi birge ten' dep alsaq, onda kelesi ku'shke elektromagnit ta'sirlesiw iye bolıp, ol 10^{-2} ge ten', bunnan keyin a'zzi baylanıs ju'redi (10^{-5}). Usınday ma'niste gravitatsiyalıq ta'sirlesiw en' a'zzi baylanıs bolıp tabıladı ha'm onın' salıstırmalıq ma'nisi shama menen 10^{-40} qa iye.

Qu'shli ta'sirlesiwdin' ta'biyatı usı wıqıtlarg'a shekem tolıq tu'sinikli emes bolıp qalmaqta. Durısırag'ı onın' teoriyası usı waqıtlarg'a shekem qurılmag'an. Biraq usıg'an qaramastan adamzat atom bombasın sog'ıp yadrolıq ku'shlerdi paydalanıwdı u'yrendi. Atom bombasın yadro bombası dep atasaq durıs bolg'an bolar edi. Sebebi sol bombanın' partlanıwı yadroda bolatug'ın protsessler – yadrolardın' bo'liniwi ha'm birigiwi menen baylanıslı. Al ta'biyat bolsa bul ku'shlerdi paydalanıwdı a'lle qashan-aq u'yrengen. Quyashtag'ı termoyadrolıq reaktsiyalar Jerdegi jıllılıqtın' deregi bolıp tabıladı.

Ha'zirgi zaman fizikasına kirgizilgen a'hmiyetli tu'siniklerdin' biri **maydan** tu'sinigi bolıp tabıladı. Hesh qanday bo'lekshelerge iye emes, sonlıqtan bos dep esaplanatug'ın ken'islikler shın ma'nisinde «bos» bolıp tabılmaydı. Mısalı bo'lekshelerden bos ken'islikte ha'r qıylı maydanlardın' bolıwı mu'mkin. Usının' mısalı elektromagnitlik maydan bolıp tabıladı. Bul maydanlar o'zlerin payda etken bo'lekshelerden g'a'rezsiz o'zinje jasay aladı. Ha'zir jaqsı belgili bolg'an elektromagnit tolqınları maydannın' jasawının' forması bolıp tabıladı. Bul elektromagnit tolqınları bizin' turmısımızg'a teren'nen endi. Usının' saldarınan radio menen televidenie bizge avtomobil sıyaqlı ta'biyiy bolıp ko'rinedi.

Gravitatsiyalıq tolqınlar eksperimentte ele tabılg'an joq. Biraq Eynshteynnin' ulıwmalıq salıstırmalıq teoriyasına (Eynshteynnin' gravitatsiya teoriyasına) muwapıq bunday tolqınlar ta'biyatta boladı. Shaması, ko'p uzamay gravitatsiyalıq tolqınlar eksperimentte so'zsiz tabıladı.

Jerge qaytıp kelemiz. Jerdegi og'ada ko'p bolg'an qubılıslardı qanday tasirlesiw anıqlaydı degen sorawg'a itibar bereyik. Gravitatsiyalıq ta'sirlesiw en' a'zzi ta'sirlesiw bolıp tabıladı, biraq bul ta'sirlesiw bizin' Jer betinen kosmos ken'isligine ushıp ketpewimizdi ta'miyinleydi. Bunday ma'niste gravitatsiyalıq ta'sirlesiw Jerdin' betinde bizdi, suwdı, hawanı uslap turadı. Jerdegi yadrolıq ta'sirlesiw og'ada ku'shli. Eger onday bolmag'anda usı ta'sirlesiw menen baylanıslı bolg'an og'ada u'lken gigant energiya barlıq tirishilikti joq qılıp jibergen bolar edi.

Solay etip Jerde bolıp atırg'an derlik barlıq protsesslerdi qozg'alısqa keltiretug'ın tiykarg'ı ku'sh elektromanit ta'sirlesiwi ha'm usı ta'sirlesiwdin' saldarınan ju'zege kelgen qubılıslar bolıp tabıladı. Bul ku'shlerdi biliw ximiyalıq reaktsiyalardı, biologiyalıq protseslerdi (demek tirishilikti de), hawa menen suwdın' qozg'alısın, ha'tte jer silkiniwdi de tu'siniwdin' tiykarı bolıp tabıladı. Usı aytılg'anlar ishindegi keyingi u'shewinin' ju'zege keliwinde gravitatsiyalıq ku'shler ahmiyetli orındı iyeleydi (mısalı hawanın' atmosferadag'ı konvektivlik ag'ısların payda etiwde). Al usı aytılg'anlardın' barlıg'ı da atom sıyaqlı kishi bo'lekshelerde yamasa sistemalarda a'hmiyetke iye bolmay qaladı. Bul jerde elektromagnitlik ta'sirlesiw tiykarg'ı orındı iyeleydi.

Elektronlar menen yadro tartısatug'ın bolsa da nelerdin' sebebinen sol elektronlar yadrog'a qulap tu'speydi dep soraw beriledi. Ra'sinda da atomnın' o'lshemin (shama menen 1 angstremge ten') ne anıqlaydı? Usının' sebebin Quyashtın' do'geregindegi Jerdin' aylanıp ju'riwi menen birdey dep oylaw mu'mkin. Jer aylanadı ha'm Quyashqa qulap tu'speydi. Biraq bul jerde bir a'hmiyetli problema tur. Problema sonnan ibarat, tezleniw menen qozg'alıwshı zaryadlang'an bo'lekshe o'zinen elektromagnit tolqını tu'rinde energiyanı nurlandırıwı kerek. Radio esittiriwlerdi, televiziyalıq ko'rsetiwlerdi tarqatıwshı antennalar tap usınday etip sog'ılg'an. Bul antennalar arqalı o'zgermeli toq o'tkeredi ha'm sonlıqtan olar elektromagnit toqınların nurlandıradı. Bul nurlardı bolsa bizler televizorlarımız yamasa radioqabıllag'ıshlarımızdın' ja'rdeminde tutamız. Bul toqınlar o'zleri menen energiya alıp ketedi. Usının' saldarınan elektronnın' aqır-ayag'ında yadrog'a qulap tu'siwi kerek. Biraq bunday kubılıs baqlanbaydı. Atom salıstırmalı tu'rde turaqlı. Bunın' da'lili bizin' du'nyada bar ekenligimiz. Al atomnın' stabilliginin' sebebi nede? Sebep sonnan ibarat, elektronlardın' yadro do'geregindegi qozg'alısların basqaratug'ın nızamlar Jerdin' Quyash do'gereginde aylanıwın basqaratug'ın nızamlar emes. Atomlarda kvant mexanikasının' nızamları hu'kimlik qıladı.

Kvant mexanikası yamasa kvant fizikası XX a'sirdin' en' ullı ilimiy jetiskenliklerinin' biri bolıp tabıladı. Bul ilim mikrodu'nyadag'ı bo'lekshelerdin' (yag'nıy elektron, atom usag'an kishi massag'a iye bo'lekshelerdin' ken'isliktin' kishi uчastkalarındag'ı qozg'alısı) qozg'alıs nızamların ta'ripleydi. Kvant mexanikası o'z ishine dara jag'dayı sıpatında klassikalıq mexanikanı da alatug'ın ulıwmalıq ilim bolıp tabıladı. Al kvant mexanikasının' tiykarg'ı tastıyıqlawı nege alıp kelinedi degen sorawdın' beriliwi mu'mkin. Bul soraw mına jag'dayg'a alıp kelinedi: bo'leksheler bir waqıtta koordinata menen impulstin' anıq ma'nislerine iye bola almaydı. Yag'nıy kvant mexanikasında bo'lekshenin' traektoriyası tu'sinigi bolmaydı. Eger bo'lekshenin' koordinatasındag'ı anıqsızlıq Δx, al onın' impulsının' anıqsızlıg'ı Δr bolsa, onda bul shamalar kvant mexanikasında

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \mathbf{h} / 2$$

ten'sizligi menen sheklengen (bul 1927-jılı V.Geyzenberg ta'repinen ashılg'an). $\mathbf{h}$ arqalı Plank turaqlısı belgilengen.

$$\mathbf{h} = 1{,}054571596(82)*10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}.$$

Anıqsızlıq qatnası dep atalatug'ın bul qatnas bizge bılay deydi: eger elektron yadrog'a qulap tu'sse (yadro ju'da' kishi bolg'anlıqtan) biz onın' koordinatasın bilgen bolar edik ha'm $\Delta x = 0$, al bunday jag'dayda impulstin' anıqsızlıg'ı Δp sheksiz u'lken bolg'an (∞) ha'm sonlıqtan elektron bul jag'dayda tartılıs ku'shlerin jen'ip yadrodan ushıp ketken bolar edi. Al elektrondı lokalizatsiyalawdın' (yag'nıy elektrondı bir orıng'a jaylastırıw haqqında aytılmaqta) mu'mkinshiliginin' joqlıg'ı aqırg'ı esapta elektronnın' haqıyqatında bo'lekshe emes, al tolqın ekenligi menen baylanıslı (ba'ri bir elektrondı bo'lekshe dep esaplag'an qolaylı, biraq bul bo'lekshe o'zin tolqıng'a uqsas etip ko'rsetetug'ınday ayrıqsha qa'siyetlerge iye). Bul tolqındı de Broyl tolqını dep ataydı ha'm onın' tolqın uzınlıg'ı

$$\lambda = \frac{\mathbf{h}}{p}$$

g’a ten’. Bul formulada r arqalı elektronnın’ impulsi belgilengen. Al tolqındı bolsa ken’islikte tolqın uzınlıg’ınan kishi o’lshemlerge shekem lokalizatsiyalawg’a bolmaydı.

Endi atomnın’ o’lshemlerin bahalayıq. Bunın’ ushın $\Delta r \cdot \Delta p \approx \mathbf{h}$ anıqsızlıq printsipinen paydalanamız. Bul an’latpada Δr arqalı elektronnın’ koordinatasının’ anıqsızlg’ı belgilengen, al Δp onın’ impulsının’ anıqsızlıg’ı. Shamasının’ u’lkenligi boyınsha $\Delta r \approx r$ ha’m $\Delta p \approx p$. Bul an’latpalardag’ı r yadrodan elektrong’a shekemgi xarakterli qashıqlıq (yag’nıy atomnın’ u’lkenligi), al p bolsa elektronnın’ impulsinin’ xarakterli ma’nisi. Kulon maydanındag’ı qozg’alısta potentsial energiyanın’ shaması kinetikalıq energiyanın’ shamasına barabar boladı. Sonlıqtan p ha’m r di anıqlaw ushın eki qatnasqa iye bolamız:

$$\begin{cases} \dfrac{e^2}{r} \approx \dfrac{p^2}{2m}, \\ r * p \approx \mathbf{h}. \end{cases}$$

Birinshi an’latpadan $p = \sqrt{2me^2/r}$ ekenligine iye bolamız. Bul shamanı ekinshi ten’lemege qoyıp mınanı alamız:

$$r \approx \frac{\mathbf{h}^2}{2me^2}.$$

Juwıq tu’rde m ≈ 10^{-27} g ha’m e ≈ $5*10^{-10}$ SGSE. Bul shamalardı alıng’an an’latpalarg’a qoysaq

$$r \approx \frac{10^{54}}{10^{-27} \cdot 25 \cdot 10^{-20}} \text{ sm} = \frac{10^{-7}}{25} \text{ sm} = 0{,}4 \overset{0}{A}$$

shamasın alamız. Solay etip anıqsızlıq printsipinin’ arqasında atomnın’ turaqlı ekenligine iye bolamız.

Kvant mexanikası ximiyalıq ha’m biologiyalıq protseslerdi tu’siniw ushın za’ru’rli. Demek kant mexanikası bizin’ du’zilisimizdi tu’siniw ushın za’ru’rli degen so’z. Biraq bul mexanikanı u’yreniw salıstırmalı quramalı bolg’anlıqtan a’piwayı bolg’an klassikalıq mexanikanı u’yreniwden baslaw kerek. Al biz bul kursta bolsa sol klassikalıq mexanikanı u’yrenemiz.

Mexanika denelerdin’ qozg’alısı menen ten’ salmaqlıg’ı haqqındag’ı ilim bolıp tabıladı.

Ulıwma fizika kursının’ «Mexanika» bo’limi boyınsha lektsiyalar O’zbekstan Respublikası universitetlerinin’ fizika qa’nigeligi studentleri ushın du’zilgen oqıw bag’darlaması tiykarında du’zildi. Kurstı u’yreniw barısında studentler noqat kinematikasınan baslap materiallıq noqatlar sisteması kinematikası, dinamikanın’ barlıq tiykarg’ı nızamları ha’m da’stu’rge aylang’an joqarı oqıw orınları mexanikası materialları menen tanısadı.

Kurstı o’tiw barısında salıstırmalıq printsipi menen relyativistlik (jaqtılıqtın’ vakuumdegi tezligindey tezliklerge salıstırarlıqtay u’lken tezliklerdegi) mexanikag’a a’dewir itibar berilgen. Studentler Lorents tu’rlendiriwleri ha’m onnan kelip shıg’atug’ın na’tiyjeler, relyativistlik qozg’alıs ten’lemesi, joqarı tezlikler ushın saqlanıw nızamların tolıg’ıraq u’yrenedi.

Lektsiyalar tekstlerinde za'ru'rli bolg'an formulalar tiykarınan SI ha'm SGS sistemalarında jazılg'an.

Matematikalıq an'latpalardı jazıw kitaplarda qollanılatug'ın shriftlarda a'melge asırılg'an. Vektorlar juwan ha'riplerde jazılg'an. Mısalı **v** tezlik vektorına sa'ykes keletug'ın bolsa, v sol vektordın' san ma'nisin beredi.

Bo'lshek belgisi retinde ko'birek / belgisi qollanılg'an. Biraq tiyisli orınlarda $\frac{1}{\mu}$ yamasa $\frac{1}{2}$ tu'rdegi jazıwlar da paydalanıladı. Sol sıyaqlı tuwındılardı belgilew ushın da eki tu'rli jazıw usılı keltirilgen. Mısalı d/dt yamasa $\frac{d}{dt}$ (dara tuwındılar jag'dayında $\frac{\partial}{\partial t}$) belgileri. Bul jazıwlardın' barlıg'ı da lektsiya tekstlerin oqıwdı jen'illestiriw ushın paydalanılg'an.

Lektsiyalardı du'ziwde tariyxıy a'debiyat ken' tu'rde paydalanıldı. Ma'selen Nyuton nızamları bayan etilgende onın' 1686-jılı birinshi ret jarıq ko'rgen «Natural filosofiyanın' matematikalıq baslaması» («Natural filosofiya baslaması» dep te ataladı) kitabınan alıng'an mag'lıwmatlar paydalanıladı. Sonın' menen birge lektsiya kursı 19-a'sirdin' aqırında jazılg'an Petrograd universiteti professorı O.D.Xvalsonnın' «Fizika kursı» kitabınan mag'lıwmatlar keltirilgen. Bul mag'lıwmatlar fizika ilimine bolg'an ko'z-qaraslardın' qanday o'zgerislerge ushırag'anlıg'ın ayqın sa'wlelendiredi.

Lektsiyalar tekstleri 2007-2008 oqıw jılının' basında u'lken o'zgerislerge ushıradı, ko'pshilik paragraflar tolıqtırıldı, bir qanshaları pu'tkilley jan'adan jazıldı. Sonın' menen birge mexanikadag'ı Lagranj usılı, soqlıg'ısıwlar sıyaqlı paragraflar jan'adan kirgizildi.

Joqarıda aytılg'anlar menen bir qatarda lektsiya tekstlerin tayarlawda son'g'ı waqıtları rawajlang'an eller joqarı oqıw orınları menen kolledjlerinde ken'nen tanılg'an a'debiyatlar da qollanıldı. Olardın' ishinde ekewin atap o'temiz:

1. David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker. Fundamentals of Physics. John Wiley & Sons, İnc. New York Chichester Brisbane Toronto Singapore. 1184 p.

2. Peter J. Nolan. Fundamentals of College Physics. WCB. Wm. C. Brown Publishers. Dubuque, İoma. Melbourne, Australia. Oxford, England. 1070 p.

Sonın' menen birge lektsiyalar testleri tayarlang'anda internet arqalı alıng'an jan'a materiallar da paydalanıldı (mısalı gravitatsiya turaqlısı ushın alıng'an en' keyingi da'l ma'nis).

Lektsiyalar kursın tayarlawda tiykarınan to'mendegi oqıw quralları menen sabaqlıqlar basshılıqqa alındı:

A.N.Matveev. Mexanika i teoriya otnositelnosti. «Vısshaya shkola». Moskva. 1976. 416 s.
İ.V.Savelev. Kurs obщey fiziki. Kniga İ. Mexanika. Moskva. "Nauka". 1998. 328 s.
İ.V.Sivuxin. Kurs fiziki. T. 1. Mexanika. Molekulyarnaya fizika. Spb.: TOO «Mifril», 1996, 304 s.
D.V.Sivuxin. Obщiy kurs fiziki. Tom İ. Mexanika. İzd. «Nauka». Moskva. 1974. 520 s.
S.P.Strelkov. Mexanika. İzd. «Nauka». Moskva. 1975. 560 s.
S.E.Xaykin. Fiziчeskie osnovı mexaniki. İzd. «Nauka». Moskva. 1971. 752 s.

Qosımsha a’debiyatlar:

L.D.Landau, A.İ.Axiezer, E.M.Lifshits. Kurs obщey fiziki. Mexanika i molekulyarnaya fizika. İz. «Nauka». Moskva. 1969. 399 s. (Qaraqalpaqsha awdarması L.D.Landau, A.İ.Axiezer, E.M.Lifshits. Ulıwma fizika kursı. Mexanika ha’m ha’m molekulalıq fizika. B.A’bdikamalov ta’repinen 2002-jılı awdarılg’an. Elektronlıq versiyası universitet kitapxanasında yamasa www.abdikamalov.narod.ru saytında).

D.A.Parshin, G.G.Zegrya. Lektsii po mexanike. Rossiyskaya Akademiya nauk, Fiziko-texniчeskiy institut im. A.F.İoffe, Nauчno-obrazovatelnıy tsentr (İnternetten alıng’an, elektronlıq versiyası universitet kitapxanasında).

Usı lektsiyalar tekstlerin mına adresten alıwg’a boladı: www.abdikamalov.narod.ru

1-§. Fizika iliminin’ ma’seleleri, modelleri ha’m usılları

Fizikanın’ ma’seleleri. Abstraktsiyalar ha’m fizikalıq modellerdin’ sheklengenligi. Fizikanın’ metodları (usılları).

Fizikanın’ ma’seleleri. Ku’ndelikli turmısta ha’m a’meliy xızmet etiw barısında ha’r qıylı fizikalıq obъektler, qubılıslar, situatsiyalar ha’m olar arasındag’ı baylanıslar menen ushırasıwının’ na’tiyjesinde adam o’z sanasında usı obъektlerdin’, qubılıslardın’, situatsiyalardın’, olar arasındag’ı baylanıslardın’ obrazlarınan turatug’ın model payda etedi. Fizikalıq haqıyqatlıqtın’ modelleri adam sanasında sananın’ o’zinin’ qa’liplesiwi menen birgelikte qa’liplesti. Sonlıqtan usı modellerdin’ bazı bir elementleri (mısalı ken’islik ha’m waqıt tu’sinikleri) bizin’ sanamızda teren’nen orın alg’an ha’m geypara filosoflar olardı sananın’ formaları dep esapladı (al shın ma’nisinde sanadag’ı sırtqı du’nya elementlerinin’ sa’wleleniwi bolıp tabıladı). Fizikanı ilim sıpatında u’yreniwde onın’ du’zilislerinin’ modellik xarakterge iye ekenligin umıtpaw kerek. **Fizikanın’ aldında du’nyanın’ qa’siyetlerin en’ tolıq sa’wlelendiretug’ın fizikalıq du’nyanın’ kartinasın du’ziw ma’selesi tur.**

Abstraktsiyalar ha’m fizikalıq modellerdin’ sheklengenligi. Real (haqıyqıy) fizikalıq du’nyada qubılıslar menen predmetler arasındag’ı baylanıslar og’ada ko’p. Bul baylanıslardın’ barlıg’ın praktikalıq jaqtan da, teoriyalıq jaqtan da tolıq qamtıw mu’mkin emes. Sonlıqtan **modeller du’zilgende berilgen (qarap atırılg’an) qubılıslar ushın tek en’ a’hmiyetli qa’siyetler ha’m baylanıslar itibarg’a** alınadı. Usınday sheklengenliktin’ na’tiyjesinde g’ana modeldin’ du’ziliwi mu’mkin. Qarap atırılg’an qubılıs ushın a’hmiyeti kem bolg’an ta’replerdi alıp taslaw fizikalıq izertlewdin’ a’hmiyetli elementlerinin’ biri bolıp esaplanadı. Mısalı Quyash do’geregindegi planetalardın’ qozg’alıs nızamların izertlegende Quyash nurlarının’ basımı menen Quyash samalının’ planetalardın’ qozg’alısına ta’siri esapqa alınbaydı. Al kometalardın’ quyrıqlarının’ payda bolıwı menen formasın izertlegende Quyash nurlarının’ basımı menen Quyash samalı a’hmiyetli anıqlawshı orındı iyeleydi. İzertlew barısında a’hmiyeti og’ada to’men bolg’an qubılıslardı esapqa alıwdın’ na’tiyjesinde ko’plegen ilimpazlardın’ na’tiyjege erise almag’anlıg’ı ken’nen ma’lim.

Tek a’hmiyetlei bolg’an faktorlardı esapqa alıw abstraktsiyalawg’a mu’mkinshilik beredi. Bul jag’dayda qabıl etilgen abstraktsiya ramkalarında (sheklerinde) modeller du’ziledi.

Qolanılatug’ın modeller tek juwıq tu’rde alıng’an modeller bolıp tabıladı. Bul modellerdin’ durıslıg’ına paydalanıp atırg’an abstraktsiya sheklerinde kepillik beriw mu’mkin. Bul sheklerden tısta qabıl alıng’an model qollanıwg’a jaramsız ha’tte aqılg’a muwapıq kelmeytug’ın bolıp ta qaladı.

Sonlıqtan fizikalıq izertlewde qollanılıp atırg’an modeldin’ ha’r bir etapta jaramlı ekenligin tu’siniw u’lken a’hmiyetke iye. **Bul jerde bir fizikalıq obъekttin’ ha’r qıylı situatsiyalarda ha’r qıylı model menen beriliwinin’ mu’mkin ekenligin atap aytamız**. Mısalı Jerdin’ Quyash do’gereginde qozg’alısın izertlegende Jerdi massası Jerdin’ massasınday, onın’ orayında jaylasqan materiallıq noqat tu’rinde qaraw mu’mkin. Eger Jerdin’ do’gereginde qozg’alıwshı Jerdin’ jasalma joldaslarının’ qozg’alısın izertlegende Jer menen jasalma joldas arasındag’ı qashıqlıq u’lken bolg’anda Jerdi materiallıq noqat dep juwıq tu’rde qarasa boladı. Biraq jasalma joldaslardın’ qozg’alısın da’l izertlew ushın Jerdi materiallıq noqat dep qaray almaymız. Sebebi Jer da’l shar ta’rizli emes ha’m onın’ massası ko’lemi boyınsha birdey bolıp bo’listirilgen emes. Na’tiyjede Jer ta’repinen jasalma joldasqa ta’sir etetug’ın tartıw ku’shi materiallıq noqattın’ tartıw ku’shindey bolmaydı.

Fizikanın’ metodları (usılları). Fizika ilimi aldında turg’an ma’sele bizin’ sanamızda sırtqı du’nyanın’ qurılısı menen qa’siyetlerin sa’wlelendiretug’ın modelin du’ziwden ibarat bolg’anlıqtan, bul ma’sele du’nyanı biliw ha’m tu’rlendiriw barısındag’ı adamlardın’ a’meliy xızmetleri protsessinde sheshiliwi kerek. Adam du’nyag’a shıqqanda sırtqı du’nyanın’ modellerinin’ elementleri haqqında hesh na’rse bilmeytug’ın bolıp tuwıladı. Du’nyanın’ modelleri adamzat ta’repinen tariyxtın’ rawajlanıw barısında qa’liplestiriledi. Jeke adam bolsa du’nyanın’ modellerin oqıw ha’m xızmet etiw barısında o’zinin’ sanasının’ elementlerine aylandıradı.

İlimiy izertlewler du’nyanın’ fizikalıq modelin turaqlı tu’rde ken’eytip ha’m teren’lestirip baradı. Bul tek g’ana eksperiment ha’m baqlawlardın’ na’tiyjesinde a’melge asırıladı. **Sonlıqtan fizika eksperimentallıq ilim bolıp tabıladı**. Onın’ modelleri baqlawlar ha’m eksperimentlerde anıqlang’an qa’siyetlerin durıs sa’wlelendiriwi kerek. Sonın’ menen birge fizikanın’ modellerinin’ qollanılıw shegaraları eksperimentlerdin’ ja’rdeminde anıqlanadı.

Solay etip fizikanın’ esperimentallıq metodı to’mendegilerden turadı: Eksperimentler menen baqlawlar na’tiyjeleri boyınsha model du’ziledi. Bul model sheklerinde (ramkalarında) eksperiment penen basqlawlarda tekserilip ko’riletug’ın boljawlar aytıladı. Usının’ na’tiyjesinde modeldin’ durıslıg’ı tekseriledi ha’m gezektegi jan’a boljawlar aytıladı, olar da o’z gezeginde tekseriledi h.t.b.

Fizika iliminde u’lken progress to’mendegidey eki jag’dayda ju’z beredi:

Birinshiden qabıl etilgen model tiykarında ju’rgizilgen boljawlar eksperimentte tastıyıqlanbay qalsa.

Ekinshiden modeli ele du’zilmegen jan’a fizikalıq qubılıslar ashılsa.

Birinshi jag'dayda modeldi durıslaw yamasa onı pu'tkilley basqa model menen almastırıw kerek. Eger modeldin' almastırılıwı tiykarg'ı jag'daylardın' durıslıg'ın qaytadan qarap shıg'ıwdı talap etetug'ın bolsa fizikada revolyutsiyalıq o'zgerisler boldı dep aytıladı. Al ekinshi jag'dayda fizikanın' jan'a tarawı payda boladı.

Birinshi jag'day boyınsha mısal retinde ken'islik ha'm waqıt haqqındag'ı Nyuton modelin qaytadan qarap shıg'ıwdın' za'ru'rliginin' payda bolıwının' na'tiyjesinde salıstırmalıq teoriyasının' payda bolıwın keltiriwge boladı. Al ekinshi jag'day mısalda fizikanın' pu'tkilley jan'a bo'limi (tarawı) bolg'an kvant mexanikasının' payda bolıwın atap o'temiz. Eki jag'dayda da ga'p da'slepki modellerdi biykarlaw haqqında emes, al olardın' qollanılıwının' shekli ekenligi haqqında bolıp atır.

2-§. Fizikalıq shamalar ha'm olardı o'lshew haqqında

Salıstırıw ha'm ayırıw. Salıstırıw ha'm o'lshew. O'lshew. Fizikalıq shama. Fizikalıq shamanın' ma'nisi ha'm o'lshemi. Fizikalıq shamalardın' birlikleri sistemaları. Fizikalıq shamalardın' o'lshemleri. Xalıq aralıq sistema qabıl etilgen waqıttan burın qollanılg'an birlikler sistemaları. Birliklerdin' xalıq aralıq sisteması (Sİ sisteması).

Salıstırıw ha'm ayırıw. Adamzat biliwindegi en' birinshi qa'dem du'nyadag'ı ha'r qanday obъektler arasındag'ı bir birinen o'zgeshelikti ko're biliw ha'm tabıw bolıp tabıladı. Usının' na'tiyjesinde u'yrenilip atırg'an obъektler tanıladı. Biraq obъektlerdi salıstırıw ushın olar arasında qanday da bir ulıwmalıq bar bolg'anda g'ana a'melge asırıw mu'mkin. Sonlıqtan ha'r qanday o'zgeshelikler arasında da belgili bir ulıwmalıqtın' tabılıwı kerek. ***Demek ulıwmalıq ha'm o'zgeshelik arasında ma'lim da'rejede birlik bolıwı sha'rt***. Mısal retinde qawın menen almanı alayıq. Olar o'zlerinin' ren'i, iyisi, u'lkenligi ha'm basqa da qa'siyetleri boyınsha ha'r qanday obъektler bolıp tabıladı. Qawın menen almanı salıstırıw olar arasındag'ı ulıwmalıq boyınsha ju'rgiziliwi mu'mkin. Onday ulıwmalıq, mısalı olar iyelep turg'an ko'lemdi salıstırıw arqalı ju'rgiziledi. Na'tiyjede «qawın almadan u'lken» degen juwmaqqa kelemiz. Al ren'i menen olardı salıstırıw qıyın. Sonın' menen birge iyisi menen de qawın menen shiyeni salıstırıw mu'mkinshiligi joq. Sonlıqtan da biz qawın menen shiye arasında tek g'ana usı ***eki obъekt ushın da ulıwma bolg'an qa'siyet yamasa ko'rsetkish arqalı salıstırıw ju'rgiziw mu'mkin***.

Salıstırıw ha'm o'lshew. «Qawın almadan u'lken» degen juwmaq ha'r birimiz ushın jetkilikli da'rejede tu'sinikli. Bunday salıstırıw tek g'ana sapalıq jaqtan salıstırıw ushın qollanıladı ha'm az mag'lıwmatqa iye. Ma'selen biz qarap atırg'an qawınnın' basqa bir almadan u'lken ekenligin de ko'riw mu'mkin. Biraq hesh waqıtta da qawın bes almadan u'lken degen juwmaq shıg'ara almaymız. Sonlıqtan qawın menen almalar arasındag'ı salıstırıw na'tiyjesinde eki alma arasındag'ı ayırmanı anıqlaw za'ru'rligi kelip shıg'adı. ***Bul na'tiyjesi san menen belgilenetug'ın o'lshew protsedurası arqalı a'melge asırıladı***.

O'lshew. Biz ha'zir ha'r qanday qubılıslardag'ı, obъektlerdegi, predmetlerdegi birdey bolg'an sapanı salıstırıw haqqında ga'p etip atırmız. Mısalı materiallıq denelerdin' en' ulıwmalıq qa'siyeti bolıp olardın' o'lshemleri, al protsessler ushın en' ulıwmalıq - usı protsesslerdin' o'tiw waqıtı bolıp tabıladı. Ayqınlıq ushın o'lshemlerdi alıp qarayıq. Tek g'ana uzınlıqtı o'lshewge itibar beremiz. Uzınlıqtı o'lshewshi deneni sızg'ısh dep atayıq. Usınday eki sızg'ısh o'z ara bılayınsha salıstırıladı: eki sızg'ısh bir birinin' u'stine ushları ten'lestirilip qoyıladı. Bunday eki jag'daydın' bolıwı mu'mkin: sızg'ıshtın' ushları bir birinin' u'stine da'l sa'ykes keledi yamasa sa'ykes kelmey qaladı. Birinshi jag'dayda sızg'ıshlardın' uzınlıqları ten' dep juwmaq shıg'aramız. Al ekinshi jag'dayda bir sızg'ısh ekinshisinen uzın dep esaplaymız.

Fizikalıq qa'siyetlerdi o'lshew dep qa'siyetlerdi salıstırıw sanlardı salıstırıw jolı menen a'melge asırıwg'a alıp keletug'ın usı qa'siyetke belgili bir sandı sa'ykeslendiriw protsedurasın aytamız. Biz joqarıda qarap o'tken mısalda ma'sele ha'r bir sızg'ıshqa onın' uzınlıg'ın ta'ripleytug'ın belgili bir sandı sa'ykeslendiriwden ibarat boladı. Sonlıqtan da bunday jag'dayda berilgen san birqansha sızg'ıshlar ishinde uzınlıg'ı usı sang'a sa'ykes keliwshi sızg'ıshtı ayırıp alıwg'a mu'mkinshilik beredi. Usınday usıl menen anıqlang'an qa'siyet fizikalıq shama dep ataladı. Al fizikalıq shama bolıp tabılatug'ın sandı anıqlaw ushın qollanılg'an protsedura o'lshew dep ataladı.

O'lshew boyınsha en' a'piwayı protsedura to'mendegidey boladı:

Bir neshe sızg'ısh alamız. Solardın' ishindegi en' uzının biz etalon sıpatında qarayıq. Usı etalon sızg'ıshtın' bir ushınan baslap ten'dey aralıqlarda noqatlar belgilep shıg'amız. Al sızg'ıshtın' usı ushındag'ı noqatqa belgili bir san belgileymiz (mısalı nol menen belgileniwi mu'mkin). Bunnan keyin qon'ısı noqattan baslap sızg'ıshtın' ekinshi ushına qarap noqatlardı ıqtıyarlı nızam boyınsha o'siwshi sanlar menen belgilep shıg'amız (mısalı 1, 2, 3 h.t.b. sanlar). A'dette sızg'ıshtag'ı bir birinen birdey qashıqlıqta turg'an noqatlardı shkala dep ataydı. Endi basqa sızg'ıshlardı alıng'an etalon sızg'ısh penen salıstırıw mu'mkinshiligi payda boldı. Na'tiyjede o'lshenip atırg'an ha'r bir sızg'ıshtın' uzınlıg'ı ushın anıq san alınadı. Usınday usıl menen en' ko'p sang'a iye bolg'an sızg'ısh en' u'lken uzınlıqqa, al birdey sanlarg'a iye sızg'ıshlar birdey uzınlıqqa iye dep juwmaq shıg'aramız. Sonın' menen birge sızg'ıshtın' uzınlıg'ına o'lshemleri joq san sa'ykes keledi.

Biz qarap shıqqan usılda uzınlıqtı o'lshegende etalon retinde qabıl etilgen sızg'ıshtag'ı noqatlar sanın qosıp shıg'ıw talap etiledi. Bul bir qansha qolaysızlıqtı tuwdıradı. Sonlıqtan da a'dette qolaylı shkalanı payda etiw ushın to'mendegidey ha'reket etedi. Bazı bir sızg'ısh alınıp, onın' uzınlıg'ın 1 ge ten' dep qabıl etedi. Bul 1 sanın o'lshew birligi dep ataymız. Basqa sızg'ıshlardın' uzınlıqları uzınlıg'ı 1 ge ten' etip alıng'an sızg'ıshtın' uzınlıg'ı menen salıstırıw arqalı anıqlanadı.

Bunday jag'dayda uzınlıq 1 ge ten' etip alıng'an uzınlıq birligi menen salıstırıw arqalı a'melge asırıladı. Al endi o'lshew protsedurasının' ma'nisi salıstırıw ha'm sa'ykes san alıwdan turadı. Usınday jollar menen anıqlang'an sızg'ıshtın' uzınlıg'ı $l = n \cdot l_0$ formulası menen anıqlanadı. Bul formuladag'ı n o'lshemi joq san bolıp, bir birlikke ten' etip alıng'an uzınlıq o'lshenip atırg'an sızg'ıshtın' boyında neshe ret jaylasatug'ınlıg'ın bildiredi. l_0 arqalı qabıl etilgen uzınlıq birligi belgilengen. A'dette bul birlik belgili bir at penen ataladı (biz qarap shıqqan uzınlıqtı anıqlawda santimetr, metr, kilometr ha'm tag'ı basqalar).

Demek fizikalıq qa'siyetti o'lshew ushın shaması 1 ge ten' bolg'an ayqın fizikalıq qa'siyet saylap alınadı. O'lshew ma'selesi fizikalıq shamanın' san ma'nisin anıqlawg'a alıp kelinedi.

Fizikalıq shama. Fizikalıq shamanın' ma'nisi ha'm o'lshemi. Fizikalıq shama dep sanı boyınsha ko'plegen fizikalıq obъektlerge qarata ulıwma, sonın' menen birge ha'r bir obъekt ushın jeke bolg'an fizikalıq obъekttin' (fizikalıq sistemanın', qubılıstın' yamasa protsesstin') qanday da bir qa'siyetinin' ta'riplemesin aytamız.

Fizikalıq shamanın' o'lshemi dep ayqın materiallıq obъektke, sistemag'a, qubılısqa yamasa protsesske tiyisli bolg'an fizikalıq shamanın' sanlıq jaqtan anıq bolıwına aytıladı.

Fizikalıq shamanın’ ma’nisi dep usı shama ushın saylap alıng’an birlikte alıng’an fizikalıq shamanın’ o’lsheminin’ bahası aytıladı. Bul ma’nis esaplawlardın’ yamasa o’lshewlerdin’ ja’rdeminde alınadı.

Fizikalıq parametr dep qarap atırılg’an fizikalıq shamanı o’lshewde usı shamanın’ ja’rdemshi ta’riplemesi tu’rinde qabıl etiletug’ın ma’nisi aytıladı. Ma’selen o’zgermeli toq ushın elektr kernewi o’lshengende toqtın’ jiyiligi kernewdin’ parametri sıpatında qabıl etiledi.

Ta’sir etiwshi fizikalıq shama dep berilgen o’lshew quralları ja’rdeminde o’lshew ko’zde tutılmag’an, biraq o’lshewge na’tiyjelerine usı o’lshew qurallari qollanılg’anda ta’sir etiwshi fizikalıq shamag’a aytıladı.

Additiv shama dep ha’r qanday ma’nisleri o’z ara qosılatug’ın, sanlıq koeffitsientke ko’beytiletug’ın, biri birine bo’linetug’ın fizikalıq shamanı aytamız. Bunday shamalarg’a uzınlıq, massa, ku’sh, basım, waqıt, tezlik ha’m basqalar kiredi.

Additiv emes shama dep sanlıq koeffitsientke ko’beytiw yamasa ma’nisleri biri birine bo’liw fizikalıq ma’niske iye bolmaytuın shamag’a aytıladı. Bunday shamalarg’a Xalıq aralıq praktikalıq (a’meliy) temperaturalıq shkala boyınsha alıng’an temperaturanı, materiallardın’ qarsılıg’ın, vodorod ionlarının’ aktivliligin ha’m basqalardı kirgiziwge boladı.

Fizikalıq shamanın’ birligi dep bir tekli fizikalıq shamalardı sanlıq jaqtan an’latıw ushın qollanılatug’ın 1 ge ten’ bolg’an san shaması berilgen belgili o’lshemdegi fizikalıq shama aytıladı.

Fizikalıq shamanın’ birligi usı shamanın’ o’zinin’ a’wladınan boladı.

To’mendegi kestede bazı bir qashıqlıqlar (uzınlıqlar) haqqında mag’lıwmatlar keltirilgen (10 nın’ da’rejesi aldındag’ı ko’beytiwshinin’ tek pu’tin ma’nisi alınıp juwıq tu’rde berilgen):

Obъektler atları	Qashıqlıq, metrlerde
En’ alıs kvazarg’a shekemgi aralıq (1990-jıl)	$2*10^{26}$
Andromeda dumanlıg’ı	$2*10^{22}$
En’ jaqın juldız (Proksima)	$4*10^{16}$
Quyash sistemasının’ en’ alıs planetası (Pluton)	$6*10^{12}$
Jer sharı radiusı	$6*10^{6}$
Everesttin’ biyikligi	$9*10^{3}$
Usı bettin’ qalın’lıg’ı	$1*10^{-4}$
Jaqtılıq tolqını uzınlıg’ı	$5*10^{-7}$
A’piwiyı virustın’ o’lshemi	$1*10^{-8}$
Vodorod atomı radiusı	$5*10^{-11}$
Protonnın’ radiusı	$\sim 10^{-15}$

Fizikalıq shamalardın’ birlikleri sistemaları. Fizikalıq shamalardın’ birlikleri sisteması dep fizikalıq shamalardın’ berilgen sisteması ushın qabıl etilgen printsiplerge sa’ykes du’zilgen tiykarg’ı ha’m tuwındı fizikalıq shamalardın’ jıynag’ı bolıp tabıladı.

Birlikler sistemasının’ tiykarg’ı birligi retinde berilgen birlikler sistemasındag’ı tiykarg’ı fizikalıq shamanın’ birligi qabıl etiledi.

Fizikalıq shamalardın’ o’lshemleri. Fizikalıq shamanın’ o’lshemleri a’dette da’rejeli bir ag’zalıq tu’rindegi an’latpa bolıp tabıladı. Ma’selen uzınlıqtın’ o’lshemi L, massaniki M ha’m tag’ı basqalar.

Tezlik formulası $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{s}}{dt}$ an’latpasında $d\mathbf{s}$ tin’ ornına uzınlıqtın’ o’lshemi L di, dt nın’ ornına waqıttın’ o’lshemi t nı qoyıp v nın’ o’lshemi retinde to’mendegini alamız

$$[v] = \frac{L}{T} = L\,T^{-1}.$$

Tap sol sıyaqlı $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ formulasına sa’ykes o’lshemlerdi qoyıw arqalı

$$[a] = L\,T^{-2}$$

formulasına iye bolamız. Al ku’sh $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ushın

$$[F] = M \times L \times T^{-2}.$$

Xalıq aralıq sistema qabıl etilgennen burın qollanılg’an birlikler sistemaları:

O’lshewlerdin’ metrlik sisteması uzınlıq birligi metr menen massa birligi kilogramm tiykarg’ı etip alıng’an fizikalıq shamalardın’ birliklerinin’ jıynag’ı bolıp tabıladı[1]. Da’slep Frantsiyada qabıl etilgen bul sistema XİX a’sirdin’ ekinshi yarımına kele xalıq aralıq moyınlawg’a eristi. Biraq metrlik sistema ushın ha’zir qabıl etilgen anıqlamag’a sa’ykes kelmeydi. Sebebi bul sistemag’a tek g’ana sheklengen sandag’ı shamalar kiredi (uzınlıq, massa, waqıt, maydan, ko’lem).

Gauss siteması. Fizikalıq shamalardın’ siteması tu’sinigi birinshi ret 1832-jılı nemets matematigi K.Gauss ta’repinen kirgizildi. Gausstın’ ideyası to’mendegilerden ibarat: Da’slep biri birinen g’a’rezsiz bolg’an bir neshe shama kirgiziledi. Bul shamalar tiykarg’ı shamalar, al olardın’ birlikleri birlikler sistemasının’ tiykarg’ı birlikleri dep ataladı. Sonın’ menen birge tiykarg’ı birlikler fizikalıq shamalar arasındag’ı baylanıslardı ta’riplewshi formulalar ja’rdeminde basqa da shamalardın’ birliklerin anıqlawg’a mu’mkinshilik beredi. Usınday ideya tiykarında Gauss magnitlik shamalardın’ birliklerinin’ sistemasın du’zdi. Bul sistemanın’ tiykarg’ı birlikleri retinde uzınlıq birligi millimetr, massanın’ birligi milligramm, waqıt birligi sekund qabıl etildi. Tiykarg’ı shamalardın’ kishi bolıwına baylanıslı Gauss siteması ken’ tu’rde tarqalmasa da basqa sistemalardı du’ziwde u’lken unamlı ta’sirin jasadı.

SGS siteması. Bul sistema LMT shamaları siteması tiykarında du’zilgen. Uzınlıq birligi retinde santimetr, massa birligi retinde gramm, waqıt birligi retinde sekund qabıl etilgen. Usınday birlikler menen mexanikalıq ha’m akustikalıq shamalardın’ tuwındı birlikleri alınadı. Termodinamikalıq temperatura kelvindi ha’m jaqtılıq ku’shi birligi kandelanı qosıw arqalı SGS siteması jıllılıq ha’m optikalıq shamalarg’a qollanıladı.

MKS siteması. Bul sistemada LMT shamaları siteması tiykarında du’zilgen. Tiykarg’ı birlikleri metr, kilogramm, sekund. Tiykarg’ı birlikler retinde termodinamikalıq temperatura

[1] Da’slep kilogramm massanın’ emes, al salmaqtın’ birligi sıpatında kirgizildi.

kelvindi ha’m jaqtılıq ku’shi birligi kandelanı qosıw arqalı MKS sisteması jıllılıq ha’m jaqtılıq shamalarına qollanıladı.

MTS sisteması. Bul sistemada LMT shamaları sisteması tiykarında du’zilgen. Tiykarg’ı birlikleri metr, tonna, sekund.

MKGSS sisteması. Bul sistema LFT shamaları sisteması tiykarında du’zilgen. Tiykarg’ı birlikleri: metr, kilogramm-ku’sh, sekund. Ha’zirgi waqıtları bul sistema a’hmiyetin tolıg’ı menen jog’alttı.

SGSE elektrostatikalıq birlikler sisteması. SGS sisteması tiykarında elektrlik ha’m magnitlik shamalar sistemaların du’ziwdin’ to’mendegidey eki usılı bar: birinshisi u’sh tiykarg’ı birlikler (santimetr, gramm, sekund) tiykarında, ekinshisi to’rt tiykarg’ı birlikler tiykarında (santimetr, gramm, sekund ha’m elektrlik yamasa magnitlik bir birlik). Birinshi usıl tiykarında birliklerdin’ elektrostatikalıq sisteması (SGSE sisteması), birliklerdin’ elektromagnit sisteması (SGSM sisteması) ha’m birliklerdin’ simmetriyalıq sisteması (SGS sisteması) du’zilgen.

SGSE sistemasın du’ziwde birinshi tuwındı elektrlik birlik retinde Kulon nızamınan kelip shıg’atug’ın elektr zaryadı birligi kiritiledi. Usının’ menen birge absolyut dielektrlik turaqlısı 1 ge ten’ etip alınadı. Na’tiyjede elektromagnit shamaların baylanıstıratug’ın ayırım ten’lemelerde kvadrat tu’bir astında vakuumdegi jaqtılıq tezligi qatnasadı.

Birliklerdin’ elektromagnitlik sisteması (SGSM sisteması). SGSM sistemasın du’ziwde birinshi tuwındı elektrlik birlik retinde Amper nızamınan kelip shıg’atug’ın toq ku’shi birligi kiritiledi. Al absolyut magnit sin’irgishlik o’lshemleri joq shama retinde qaraladı. Na’tiyjede elektromagnit shamaların baylanıstıratug’ın ayırım ten’lemelerde kvadrat tu’bir astında vakuumdegi jaqtılıq tezligi payda boladı.

Birliklerdin’ simmetriyalıq sisteması (SGS sisteması). Bul sistema SGSE ha’m SGSM sistemalarının’ jıynag’ı bolıp tabıladı. Bul eki sistemanın’ kombinatsiyası elektr ha’m magnit shamaların baylanıstırıwshı ayırım ten’lemelerde anıq tu’rde vakuumdegi jaqtılıq tezligi payda boladı.

Birliklerdin’ xalıq aralıq sisteması (SI sisteması). Bul sistema LMTİO’JN shamaları sisteması tiykarında du’zilgen. SI sistemasının’ tiykarg’ı shamaları to’mendegilerden ibarat:

metr (m) - uzınlıq birligi
kilogramm (kg) - massa birligi
sekund (s) - waqıt birligi
amper (A) - toq ku’shi birligi
kelvin (K) - termodinamikalıq temperatura birligi
kandela (kd) - jaqtılıq ku’shi birligi
mol (mol) - zatlardın’ mug’darı birligi

Bul sistema universal bolıp, o’lshewlerdin’ barlıq oblastların o’z ishine qamtıydı. Onın’ jeti tiykarg’ı birligi ja’rdeminde ilim ha’m texnikada qollanılatug’ın qa’legen fizikalıq shamanın’ birliklerin anıqlaw mu’mkin.

§ 3. Ken'islik ha'm waqıt

Ken'islik ha'm geometriya. Geometriya ha'm ta'jiriybe. Materiallıq noqat ha'm materiallıq dene. Noqatlar arasındag'ı aralıq. Absolyut qattı dene. Esaplaw sisteması. Koordinatalar sisteması. Ken'isliktegi o'lshemler sanı. A'hmiyetli koordinatalar sisteması. Koordinatalardı tu'rlendiriw. Vektorlar. Vektorlardı qosıw ha'm vektordı sang'a ko'beytiw. Vektorlardı skalyar ko'beytiw. Vektorlıq ko'beyme. Vektorlardı birlik vektorlar ja'rdeminde ko'rsetiw. Radius-vektor. Waqıt tu'sinigi. Da'wirli protsessler. Saatlardı sinxronizatsiyalaw.

Ken'islik ha'm geometriya. Barlıq materiallıq zatlar belgili bir uzınlıqqa iye, belgili bir ko'lemdi iyeleydi, bir birine salıstırg'anda belgili bir ta'rtipte jaylasadı. Materiallıq denelerdin' bul ulıwmalıq qa'siyeti ko'plegen da'wirler barısında adamlar sanasında ken'islik tu'sinigi tu'rinde qa'liplesti. Bul qa'siyetlerdin' matematikalıq formulirovkası geometriyalıq tu'sinikler sisteması ha'm olar arasındag'ı baylanıslar tu'rinde anıqlandı. Geometriya ilim sıpatında Evklid ta'repinen bunnan 2,5 mın' jıl burın to'mendegidey aksiomalar tu'rinde qa'liplestirildi (bul aksiomalardı biliw fizikler ushın ju'da' paydalı):

İ. Tiyislilik aksiomaları.

1. Qa'legen eki ha'r qıylı A ha'm B noqatlarına usı noqatlar arqalı o'tetug'ın bazı bir a tuwrısı sa'ykes keledi.
2. Qa'legen eki ha'r qıylı A ha'm B noqatlarına usı noqatlar arqalı o'tetug'ın tek bir sızıq sa'ykes keledi.
3. Qa'legen tuwrıg'a en' keminde eki noqat tiyisli boladı. Bir tuwrının' boyında jatpaytug'ın u'sh noqat boladı.
4. Bir tuwrının' boyında jatpaytug'ın qa'legen A, B ha'm C noqatlarına usı noqatlar arqalı o'tiwshi en' keminde bir α tegisligi sa'ykes keledi. Qa'legen tegislikke keminde bir noqat tiyisli boladı.
5. Bir tuwrının' boyında jatpaytug'ın qa'legen u'sh A, B ha'm C noqatlarına usı noqatlar arqalı o'tetug'ın tek bir tegislik tiyisli.
6. Eger a tuwrısının' ha'r qıylı bolg'an eki A ha'm B noqatı α tegisligine tiyisli bolsa, onda usı a tuwrısının' barlıq noqatları da usı tegislikke tiyisli boladı.
7. Eger eki α ha'm β tegislikleri ulıwmalıq A noqatına iye bolatug'ın bolsa, onda olar A dan basqa ja'ne keminde bir B ulıwmalıq noqatına iye boladı.
8. Bir tegislikke tiyisli bolmag'an en' keminde to'rt noqat boladı.

İİ. Ta'rtip aksiomaları.

1. Eger B noqatı A ha'm C noqatları arasında jaylasqan bolsa, onda A, B ha'm C lar bazı bir tuwrının' ha'r qıylı noqatları bolıp tabıladı, sonın' menen birge B noqatı C ha'm A noqatları arasında jaylasqan dep aytıwg'a boladı.
2. AC tuwrısının' boyında jaylasqan ha'r qıylı A ha'm C noqatları ushın en' keminde sonday bir B noqatı tabıladı ha'm C noqatı A menen B arasında jaylasadı.
3. Bir tuwrının' qa'legen u'sh noqatları ishinde tek birewi g'ana qalg'an ekewinin' aralıg'ında jaylasadı.
4. Meyli A, B, C lar bir tuwrıg'a tiyisli emes u'sh noqat, al a bolsa usı u'sh noqattın' hesh qaysısı arqalı o'tpeytug'ın ABC tegisligindegi bazı bir tuwrı bolsın. Onda eger a tuwrısı AB kesindisin kesip o'tetug'ın bolsa, onda ol BC yamasa AC kesindisin so'zsiz kesip o'tedi.

İİİ. Ten'lik (sa'ykes keliw) aksiomaları.

1. Meyli A ha'm B lar bir a noqatının' ha'r kıylı noqatları, al A' bolsa tuwrısının' noqatı bolsın. Onda a' tuwrısında A' tı beriw menen anıqlang'an yarım tuwrılardın' birinde AB kesindisi $A'B'$ kesindisi menen betlesetug'ın, yag'nıy bul kesindiler bir birine ten' bolatug'ın sonday B' noqatı barlıq waqıtta da tabıladı. Bul bılayınsha belgilenedi:

$$AB \equiv A'B'.$$

2. Eger $A'B'$ ha'm $A''B''$ kesindilerinin' ha'r biri AB kesindisine ten' bolsa, onda $A'B'$ kesindisi $A''B''$ kesindisine ten' boladı.

3. Meyli a tuwrısında ulıwmalıq noqatlarg'a iye emes eki AV ha'm VS kesindileri bar bolsın ha'm sol tuwrıda yamasa bazı bir a' tuwrısında ulıwmalıq noqatlarg'a iye emes $A'B'$ ha'm $B'C'$ tuwrıları berilgen bolsın. Onda eger $AB \equiv A'B'$ ha'm $BC \equiv B'C'$ bolsa, onda $AC \equiv A'C'$ ten'ligi orınlanadı.

4. Meyli tegislikte h ha'm k nurları (yarım tuwrıları) arasındag'ı mu'yesh $\angle(\mathrm{h},\mathrm{k})$, a' tuwrısı ha'm og'an sa'ykes keliwshi yarım tegisliklerdin' biri berilgen bolsın. Eger h' belgisi menen belgilengen tuwrı sızıg'ı a' tuwrısının' yarım tuwrılarının' birine sa'ykes kelsin. Bunday jag'dayda $\angle(\mathrm{h},\mathrm{k})$ mu'yeshi $\angle(\mathrm{h}',\mathrm{k}')$ penen betlesiwi, yag'nıy

$$\angle(\mathrm{h},\mathrm{k}) \equiv \angle(\mathrm{h}',\mathrm{k}')$$

bolıwı ushın tek bir k' yarım tuwrısı bar boladı. Qala berse $\angle(\mathrm{h}',\mathrm{k}')$ mu'yeshinin' barlıq ishki noqatları berilgen yarım tegislikte jatadı.

Ha'r bir mu'yesh o'zine ten', yag'nıy ba'rqulla

$$\angle(\mathrm{h},\mathrm{k}) \equiv \angle(\mathrm{h},\mathrm{k})$$

ten'ligi orınlanadı.

5. ABC ha'm $A'B'C'$ u'sh mu'yeshlikleri ushın

$$AB \equiv A'B',\ AC \equiv A'C' \text{ ha'm } \angle BAC \equiv \angle B'A'C'$$

ten'likleri orınlanatug'ın bolsa, onda

$$\angle ABC \equiv \angle A'B'C'$$

ten'ligi de durıs boladı.

İV. U'zliksizlik aksiomaları.

1. Meyli AB ha'm CD eki ıqtıyarlı kesindi bolsın. Onda AB tuwrısında AA_1, A_1A_2, A_2A_3, …, $A_{n-1}A_n$ kesindilerinin' ha'r biri CD kesindisine ten' bolatug'ın A_1, A_2, A_3, …, A_{n-1}, A_n noqatları tabıladı. Qala berse B noqatı A menen A_n nin' aralıg'ında jatadı.

2. To'mendegidey qa'siyetlerge iye a tuwrısı bar boladı: Eger a tuwrısında alıng'an A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, … kesindilerinin' ekinshisinen baslap qalg'anlarının' ba'ri o'zinen aldın'g'ı kesindini o'z ishine alatug'ın bolsa, onda sol a noqatında barlıq kesindiler ushın ulıwmalıq bolg'an noqat tabıladı.

V. Parallellik aksioması.

Meyli a ıqtıyarlı tuwrı ha'm A noqatı usı a tuwrısında jatpaytug'ın noqat bolsın. Onda a tuwrısı ha'm A noqatı arqalı anıqlang'an tegislikte usı A noqatı arqalı o'tetug'ın ha'm a tuwrısın kespeytug'ın tek bir g'ana tuwrı boladı.

Joqarıda keltirilgen bes aksiomalarda du'zilgen geometriyalıq sistema ***Evklid geometriyası*** dep ataladı.

Materiallıq denelerdin' qa'siyeti sıpatında adamnın' sanasında qa'liplesken ken'islik tu'sinigi keyinirek ko'plegen ilimpazlar menen filosoflar ta'repinen materiallıq denelerden tıs o'zinshe bolmısqa iye tu'rde sa'wlelendirile baslandı. Usının' na'tiyjesinde geometriya materiallıq denelerdin' qa'siyetleri haqqındag'ı ilimnen zatlardan tıs jasay alatug'ın ken'isliktin' qa'siyetleri haqqındag'ı ilimge aylandırıldı. İlimpazlar menen filosoflardın' basqa bir bo'legi ken'islik tu'sinigin materiallıq denelerdin' qa'siyetlerinen ayırmadı. Ken'islik tu'sinigine usınday etip eki tu'rli ko'z-qaras penen qaraw ilim tariyxında barlıq waqıtta bir birine qarsı qaratılıp keldi.

Tariyxtan birin' eramızdan burıng'ı V a'sirlerde ha'reket etken pifogorshılardı (Pifogor ta'limatının' ta'repdarları) bilemiz. Olar ken'islikti materiallıq du'nyadan pu'tkilley bo'lek alıp qaradı. Tap sol da'wirlerde o'mir su'rgen Platon A'lemnin' ishinde denelerden tıs boslıq bolmaydı degen ko'z qarasta boldı (biraq Platon boyınsha A'lemnen tıs boslıqtın' bolıwı mu'mkin). Al Aristotel (bizin' eramızdan burıng'ı İV a'sir) denelerden g'a'rezsiz bolg'an ken'isliktin' bolatug'ınlıg'ının maqullamadı.

Oraylıq Aziyada jasag'an ilimpazlarg'a kelsek (mısalı 973-jılı tuwılıp 1048-jılı qaytıs bolg'an a'l-Beruniy), olar ken'eslik ha'm geometriya boyınsha Pifagordın' ko'z-qarasın tolıg'ı menen qabıl etti.

Materiallıq deneler menen ken'isliktin' o'z-ara baylanıslı ekenligi salıstırmalıq teoriyasında tolıq ko'rinisin taptı. Ken'islik ha'm tap sol sıyaqlı waqıt materiyanın' jasaw forması bolıp tabıladı. Sonlıqtan ken'islik te, waqıt ta materiyadan tıs ma'niske iye bolmaydı. Demek ***geometriyalıq qatnaslardın' o'zi aqırg'ı esapta materiallıq deneler arasındag'ı qatnaslar bolıp tabıladı***.

Geometriya ha'm ta'jiriybe. Geometriyalıq tu'sinikler materiallıq deneler arasındag'ı haqıyqıy qatnaslardın' abstraktsiyaları bolıp tabıladı. Sonlıqtan o'zinin' kelip shıg'ıwı boyınsha geometriya ta'jiriybelik ilim bolıp tabıladı. O'zinin' "qurılıs materialı" sıpatında geometriya haqıyqıy du'nyanın' materiallıq obъektlerinin' noqat, sızıq, bet, ko'lem ha'm tag'ı basqalar sıyaqlı ideallastırılg'an obrazların paydalanadı. Usınday obrazlardın' ja'rdeminde haqıyqıy du'nyanın' modeli jaratıladı. Ko'p waqıtlarg'a shekem geometriya menen haqıyqıy du'nya arasındag'ı qatnas haqqındag'ı ma'sele payda bolg'an joq. Sebebi haqıyqıy du'nyanın' aqılg'a muwapıq keletug'ın modeli Evklid geometriyası dep esaplanıp keldi. Biraq biraz waqıtlardın' o'tiwi menen Evklidlik emes bolg'an ha'm bir biri menen qayshı kelmeytug'ın geometriyalardın' bar ekenligi ilimpazlar ta'repinen da'lillendi. Sonlıqtan qaysı geometriyanın' bizdi qorshap turg'an haqıyqıy du'nyanı durıs sa'wlelendiretug'ınlıg'ın ko'rsetiw geometriyalıq na'tiyjelerdi A'lemde orın alg'an jag'daylar menen eksperimenttin' ja'rdeminde salıstırıp ko'riw menen g'ana a'melge asırılıp tekserip ko'riliwi mu'mkin.

Mısalı Evklid geometriyası boyınsha u'sh mu'yeshliktin' ishki mu'yeshlerinin' qosındısı π ge ten' bolıwı kerek. Bunday dep taıstıyıqlawdın' durıslıg'ın ta'jiriybede anıqlawg'a boladı. Haqıyqatında da tuwrı sızıq eki noqat arasındag'ı en' qısqa aralıqqa sa'ykes keledi. Sonlıqtan materiallıq dene menen baylanısqan u'sh noqattı alıp, to'beleri usı noqatlarda jaylasqan u'sh mu'yeshlikti payda etiw mu'mkin. Al usı mu'yeshlerdi o'lshegende usı u'sh mu'yeshtin' de birdey jag'daylarda turg'ın yamasa turmag'anlıg'ı, materiallıq denenin' usı u'sh noqatqa salıstırg'anda o'zgermesligi haqqında sorawlar payda boladı. Sonday-aq uzınlıqtı o'lshew uzınlıq birligi sıpatında qabıl etilgen shama menen salıstırıw bolıp tabıladı. Biraq 1 ge ten' etip qabıl etilgen uzınlıq bir orınnan ekinshi orıng'a ko'shkende turaqlı ma'niske iye bolıp qalama degen soraw ma'niske iye bola ma? Al bul soraw u'lken ha'm qatan' a'hmiyetke iye. Sonlıqtan bir deneni bir birlikke ten' dep qabıl etilgen ekinshi dene menen o'lshew ekinshi deneni birinshi denenin' ja'rdeminde o'lshew menen barabar boladı.

Ha'zirgi waqıtları Evklid geometriyasının' atom yadrosının' o'lshemlerinen on ese kem aralıqlardan (10^{-16} metrden) A'lemnin' o'lshemlerine ten' bolg'an 10^{26} metr (shama menen 10^{10} jaqtılıq jılı) aralıqlarg'a shekemgi o'lshemlerde durıs bolatug'ınlıg'ı da'lillengen. Al salıstırmalıq teoriyası boyınsha 10^{26} metrden u'lken qashıqlıqlarda ken'isliktin' Evklidlik emesligi ko'rine baslaydı.

Materiallıq noqat. Mexinakalıq sistemalardın' modelleri du'zilgende materiallıq noqat tu'sinigi a'hmiyetli abstraktsilardın' biri bolıp tabıladı. **Materiallıq noqat dep o'lshemleri ara qashıqlıqlarına salıstırg'anda salıstırmas kishi bolg'an materiallıq deneni tu'sinemiz**. Shektegi jag'daylarda bul tu'sinik **matematikalıq noqatqa** aylanadı.

Materiallıq dene. Materiallıq dene dep materiallıq noqatlardın' jıynag'ına aytıladı. Bul materiallıq noqatlar bir birinen ayrılatug'ın (mısalı ken'isliktegi jaylasıwı boyınsha) bolıwı kerek. Usıg'an baylanıslı materiallıq denenin' ha'r qıylı noqatlarının' bir birine salıstırg'andag'ı jaylasıwları haqqında aytıw mu'mkin. Ta'jiriybeler bazı bir materiallıq denelerdin' bo'leklerinin' bir birine salıstırg'anda erkinlikke iye ekenligin, olardın' bir birine salıstırg'anda qozg'ala alatug'ınlıg'ın ko'rsetedi. Bunday deneler suyıq deneler bolıp tabıladı. Al attı denelerde bolsa ha'r qıylı bo'limlerdi bir birine salıstırg'anda iyelegen orınlarının' turaqlılıg'ı menen ta'riplendi. İyelegen orınlarının' turaqlılıg'ı denenin' o'lshemlerinin' turaqlı ekenligin aytıwg'a mu'mkinshilik beredi. Na'tiyjede ha'r qıylı qattı denelerdin' o'lshemlerin salıstırıw mu'mkinshiligin alamız ha'm denelerdin' uzınlıqları haqqında sanlıq informatsiyalarg'a iye bolamız.

Noqatlar arasındag'ı aralıq. Joqarıda ga'p etilgenindey materiallıq dene materiallıq noqatlardın' jıynag'ınan turadı. Uzınlıqtın' o'lshem birligin saylap alıw arqalı bir o'lshemli ken'likti, yag'nıy uzınlıqtı o'lshew mu'mkin. Bul sızıqlar materiallıq denenin' noqatları arqalı o'tkerilgen bolıwı mu'mkin. Materiallıq denenin' eki noqatı bir biri menen sheksiz ko'p sızıqlar menen tutastırıwg'a boladı. Bul sızıqlardın' uzınlıqları o'lshenedi. Eger usı sızıqlardı alıp tallasaq, olardın' ishindegi en' uzının ha'm ken' keltesin tabıw mu'mkin. Bul en' kishi uzınlıqqa iye sızıq eki noqat arasındag'ı aralıq (qashıqlıq) dep ataladı, al sızıqtıo' o'zi bolsa tuwrı (tuwrı sızıq) dep ataladı. Noqatlar arasındag'ı aralıq tu'sinigi materiallıq dene tu'sinigi menen tıg'ız baylanıslı. Eger qanday da bir materiallıq denenin' bo'limleri bolıp tabılamytug'ın eki noqat bar bolatug'ın bolsa, bul eki noqat ko'z aldımızg'a keltirilgen materiallıq du'nyanın' eki noqatı bolıp tabıladı.

Absolyut qattı dene. Absolyut qattı dene dep qa'legen eki noqatı arasındag'ı aralıq o'zgermeytug'ın denege aytamız[2].

Esaplaw sisteması. Oyda alıng'an absolyut qattı dene esaplaw sisteması sıpatında qollanıladı. Bul absolyut qattı denege salıstırg'anda u'yrenilip atırg'an izolyatsiyalang'an yamasa denege kiriwshi materiallıq noqattın' awhalı (tegisliktin', ken'isliktin' qay noqatında jaylasqanlıg'ı) anıqlanadı. Esaplaw sisteması barlıq ken'islikti iyeleydi. Ken'isliktin' noqatın ta'riplew degenimiz esaplaw sistemasının' sa'ykes noqatın beriw bolıp tabıladı. U'yrenilip atırg'an materiallıq noqatlardın' awhalı saplaw sistemasının' noqatının' jaylasqan ornı menen anıqlanadı. Sonlıqtan esaplaw sistemasının' noqatlarının' awhalların qalay anıqlaw kerek degen ma'sele payda boladı. Bul koordinatalar sistemasın endiriw menen a'melge asadı.

[2] «Aralıq» ha'm «qashıqlıq» so'zleri birdey ma'niste qollanıladı.

Koordinatalar sisteması. Berilgen esaplaw sistemasında aralıq (qashıqlıq), sızıqlar, tuwrılar, mu’yeshler ha’m tag’ı basqa tu’sinikler anıqlang’an bolsın. Olar arasındag’ı qatnaslardı anıqlaw ma’selesi eksperimentallıq ma’sele bolıp tabıladı. Geypara qatnaslar o’z-o’zinen tu’sinikli, ayqın, da’llilewdi talap etpeytug’ın qatnaslar bolıp tabıladı. Bunday bolg’an qatnaslar (qatnaslar haqqındag’ı anıqlamalar) aksiomalar dep ataladı (mısalı Evklid aksiomaları). Aksiomalardın’ ha’r qıylı sistemaları ha’r qıylı geometriyag’a alıp keledi. Geometriyalardın’ ha’r biri haqıyqıy du’nyada bar bola alatug’ın qatnaslardın’ geometriyalıq modeli bolıp tabıladı. Tek eksperiment g’ana sol geometriyalardın’ qaysısının’ biz jasap atırg’an fizikalıq du’nyanın’ geometriyalıq modeli ekenligin ko’rsete aladı. U’lken qashıqlıqlarda (10^{-16} metrden 10^{25} metr aralıqlarında) Evklid geometriyasının’ u’lken da’llikte durıs ekenligin joqarıda aytıp o’tken edik. Endigiden bılay mexanikanı u’yreniw barısında qaysı geometriyanın’ qollanılıp atırg’anlıg’ı atap aytıp o’tilmese Evklid geometriyası qollanılıp atır dep tu’siniwimiz kerek.

Materiallıq noqat yamasa qattı denelerdin’ qozg’alısın ta’riplew ushın noqatlardın’ awhalın beriw usılın kelisip alıw kerek. Materiallıq noqattın’ «adresinin’» esaplaw sistemasındag’ı oyımızdag’ı noqattın’ «adresi» menen anıqlanatug’ınlıg’ın aytıp edik. Solay etip esaplaw sistemasında ha’r bir noqattın’ «adresin» anıqlaw ma’selesi payda boladı. Sonın’ menen birge ha’r bir noqat basqa noqattikinen basqa anıq «adreske» iye bolıwı kerek. Al ha’r bir «adres» belgili bir noqatqa sa’ykes keliwi kerek. Mısalı ku’ndelikti turmısta ha’r bir u’y adreske iye (ma’mleket, qala, ko’she ha’m tag’ı basqalar). Usınday etip «adresti» beriw u’yler, ma’kemeler, oqıw orınları ha’m basqalar ushın qanaatlanlırarlıq na’tiyje beredi. Biraq bunday etip «adresti» beriw esaplaw sistemasının’ barlıq obъektleri ushın qollanılmaydı. Mısalı ayqın joldın’ boyındag’ı ayqın oyda jıylang’an suwdın’ adresi berilmeydi. Al fizikag’a bolsa oblastlardın’ emes, al noqatlardın’ adresin anıqlaytug’ın sistema kerek. Bunın’ ushın geometriyadan belgili bolg’an koordinatalar sisteması paydalanıladı.

Koordinatalar sistemasın kirgiziw (izertlewler ju’rgiziw ushın a’melge endiriw) esaplaw sistemasındag’ı ha’r qıylı noqatlarg’a «adresler» jazıp shıg’ıwdın’ usılın kelisip alıw degen so’z. Mısalı Jer betindegi noqattın’ «adresi» o’lshemi mu’yeshlik gradus bolg’an sanlar ja’rdeminde beriledi dep kelisip alıng’an. Birinshi sandı ken’lik, al ekinshisin uzınlıq dep ataydı. Jer betindegi ha’r bir noqat meridian menen paralleldin’ kesilisiwinde jaylasadı. Sonlıqtan sol noqattın’ «adresi» palallel menen meridiang’a jazılg’an eki san menen beriledi. Usınday etip «adres» anıqlang’anda bir ma’nislilik ta’miyinleniwi tiyis. Bul ha’r bir meridian menen ha’r bir parallelge anıq bir sannın’ jazılıwı menen a’melge asadı.

Ken’isliktin’ o’lshemler sanı. Biz joqarıda ko’rgen jer betindegi noqattın’ «adresin» anıqlaw ma’selesi sa’ykes eki sandı anıqlaw menen sheshiledi. Bul jerde za’ru’r bolg’an sanlardın’ sanının’ eki bolıwı u’lken a’hmiyetke iye. Sebebi noqattın’ awhalı (turg’an ornı) Jer betinde anıqlanadı. ***Noqattın’ tegisliktegi awhalı eki san ja’rdeminde anıqlanadı. Basqa so’z benen aytqanda tegislik eki o’lshemli ken’islik bolıp tabıladı***.

Biz jasaytug’ın ken’islik u’sh o’lshemli. Bul ha’r bir noqattın’ awhalı u’sh sannın’ ja’rdeminde anıqlanatug’ınlıg’ınan derek beredi.

Ko’p o’lshemli ken’isliktn’ de bolıwı mu’mkin. Eger ken’isliktegi noqattın’ awhalı n dana san menen anıqlanatug’ın bolsa, onda n o’lshemli ken’islik haqqında ga’p etemiz. Fizika iliminde ken’islikke tiyisli bolmag’an o’zgeriwshiler haqqında aytqanda ko’p jag’daylarda usı ken’isliklik emes o’zgeriwshiler ken’isligi haqqında aytıladı. Mısalı fizikada bo’lekshenin’ impulsi a’hmiyetli orın iyeleydi. Sonlıqta bir qansha jag’daylarda impulsler ken’isligi haqqında aytqan qolaylı. Bunday ken’islikke bo’lekshenin’ impulsin ta’ripleytug’ın bir birinen g’a’rezsiz bolg’an shamalardı jazamız («adresti» anıqlaw ushın sonday shamalar qolanıladı). Usınday etip ulıwmalastırılg’an tu’siniklerdi paydalanıw so’zlerdi qollanıwdı kemeytedi, barlıq talqılawlar tu’siniklirek ha’m ko’rgizbelirek boladı.

A’hmiyetli koordinatalar sistemaları. Koordinatalar sistemasının’ og’ada ko’plegen tu’rleri belgili. Biraq solardın’ ishinde a’sirese fizika iliminde en’ a’piwayıları ha’m a’hmiyetlileri qolanıladı. Bunday koordinatalar sistemalarının’ sanı ko’p emes ha’m olar haqqındag’ı mag’lıwmatlar ko’p sanlı kitaplarda berilgen. Solardın’ ishinde fizika ilimin u’yreniw ushın to’mendegi koordinatalar sistemaları este saqlanıwı tiyis:

1). Tegisliktegi koordinatalar sistemaları:

1a). Tuwrı mu’yeshli Dekart koordinatalar sisteması. Noqattın’ awhalı (x, y) eki sanının’ ja’rdeminde beriledi. Bul jerde x ha’m y uzınlıqlar bolıp tabıladı (3-1 a su’wret).

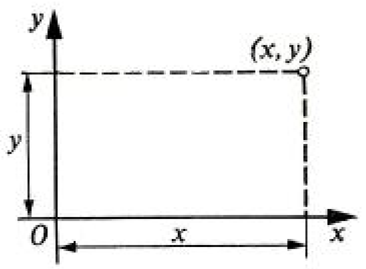
1b). Polyar koordinatalar sistemasında tegislikte noqattın’ awhalın ta’ripleytug’ın eki san (ρ, φ) uzınlıq ρ ha’m mu’yesh φ bolıp tabıladı (3-2 su’wret).

2). Ken’islikte:

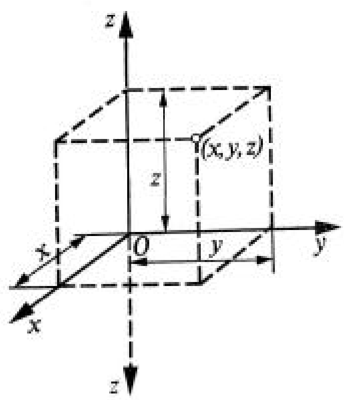
2a). Tuwrı mu’yeshli Dekart koordinatalar sisteması. Bunday jag’dayda noqattın’ ken’isliktegi awhalın ta’ripleytug’ın (x, y, z) shamalarının’ u’shewi de uzınlıqlar bolıp tabıladı (3-1 b su’wret).

Eki tu’rli tuwrı mu’yeshli Dekart koordinatalar sistemasının’ bar ekenligin atap o’temiz. Bunday koordinatalar sistemaların qozg’altıw arqalı bir biri menen betlestiriw mu’mkin emes. Bul sistemalardın’ biri **on’**, al ekinshisi **teris koordinatalar sisteması** dep ataladı. Bunday koordinata sistemaları ko’sherlerinin’ bir birine salıstırg’andag’ı bag’ıtları boyınsha bir birinen ayrıladı. On’ sistemada z ko’sherinin’ bag’ıtı x ha’m y ko’sherlerinin’ bag’ıtlarına salıstırg’anda **on’ vint qa’desi** boyınsha anıqlanadı (su’wrette on’ sistema keltirilgen).

2b). TSilindrlik koordinatalar sistmasındag’ı noqattın’ ken’isliktegi awhalı anıqlanatug’ın u’sh shama bolg’an (ρ, φ, z) lerdin’ ekewi uzınlıq (ρ ha’m z), birewi mu’yesh (φ) bolıp tabıladı (3-3 a su’wrette keltirilgen).

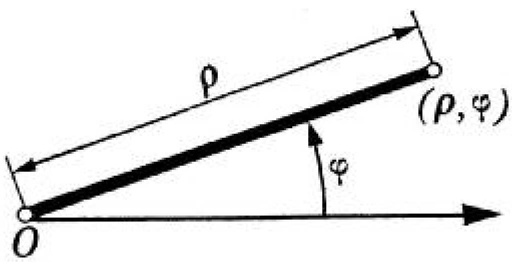


a)

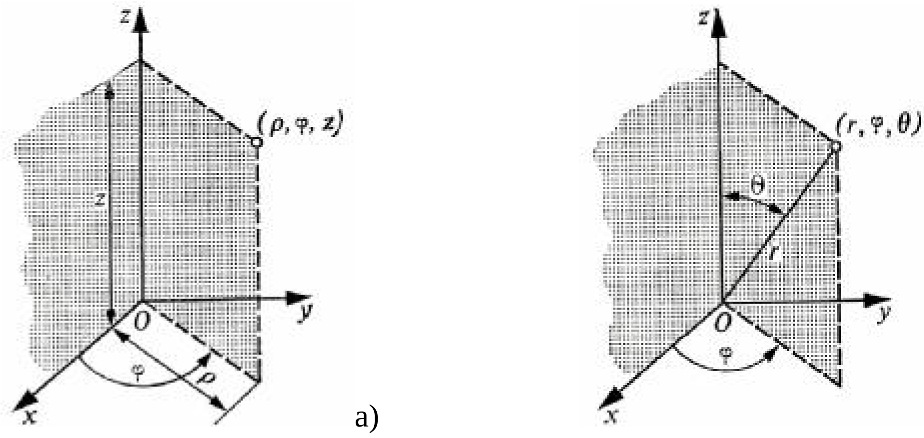


b)

3-1 su’wret. Tuwrı mu’yeshli a) tegisliktegi, b) ken’isliktegi Dekart koordinatalar sistemaları



3-2 su’wret. Polyar koordinatalar sisteması.



a) b)

3-3 su'wret. TSilindrlik (a) ha'm sferalıq (b) koordinatalar sistemaları.

2v). Sferalıq dep atalatug'ın koordinatalar sistemasında noqattın' awhalın anıqlaytug'ın (r, φ, θ) u'sh sanının' birewi uzınlıq (r), al qalg'an ekewi mu'yesh bolıp tabıladı (φ ha'm θ, 3-3 b su'wret).

Koordinatalar sistemalarındag'ı noqattın' awhalın anıqlaytug'ın u'sh san noqattın' koordinataları dep ataladı.

Bir koordinatalar sistemasınan ekinshisine o'tiw. Bir koordinatalar sistemasındag'ı noqattın' koordinataları menen ekinshi koordinatalar sistemasındag'ı sol noqattın' koordinataların baylanıstıratug'ın formulalar koordinatalardı tu'rlendiriw dep ataladı. Usı paragrafta keltirilgen su'wretler ja'rdeminde bir koordinatalar sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına tu'rlendiriw formulaların an'sat keltirip shıg'arıwg'a boladı.

TSilindrlik koordinatalardan Dekart koordinatalar sistemasına o'tiw formulaları

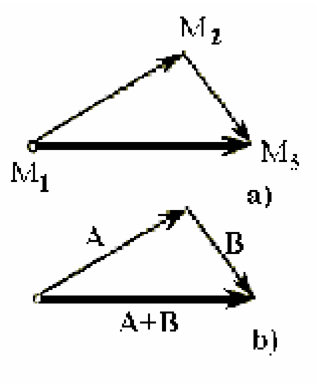
$$x = \rho \cdot \cos\varphi, \quad y = \rho \cdot \sin\varphi, \quad z = z\,.$$

Sferalıq koordinatalardan Dekart koordinatalarına o'tiw

$$x = r \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi, \quad y = r \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi, \quad z = r \cdot \cos\theta\,.$$

Vektorlar. Ko'p fizikalıq shamalar bir sannın' ja'rdeminde beriledi. Bunday shamalar qatarına massa ha'm temperatura kiredi. Bunday shamalar skalyarlar dep ataladı. Al bir qansha fizikalıq shamalardı beriw ushın bir neshe san talap etiledi. Mısalı tezlik tek san shaması boyınsha emes, al bag'ıtı boyınsha da anıqlanadı. Sferalıq koordinatalar sistemasında bag'ıttın' ken'islikte eki sannın', atap aytqanda φ ha'm θ mu'yeshlerinin' ja'rdeminde beriletug'ınlıg'ı ko'rinip tur. Sonlıqtan tezlik u'sh sannın' ja'rdeminde ta'riplenedi. Bunday shamalardı **vektorlar** dep ataymız. Vektordı absolyut ma'nisi ha'm bag'ıtı boyınsha anıqlanadı dep aytadı. **Biraq u'sh san menen anıqlanatug'ın barlıq fizikalıq shamalar vektorlar bolıp tabılmaydı.** Vektor bolıwı ushın bul u'sh san bir koordinatalar sistemasınan ekinshisine o'tkende to'mende keltirilgen bazı bir qa'deler tiykarında tu'rleniwi sha'rt.

Vektorlar basqa oqıwlıqtag'ılar sıyaqlı bul lektsiyalar tekstlerinde juwan ha'ripler menen berilegen. Mısalı **A** vektor, onın' absolyut ma'nisi A yamasa |**A**| tu'rinde belgilengen.



3-4 su'wret. Vektorlardı qosıw. Vektorlardı qosıw qa'desi awısıwlardı qosıwdın' ta'biyiy tu'rdegi ulıwmalastırıwı bolıp tabıladı.

Vektorlardı qosıw ha'm vektordı sang'a ko'beytiw. Vektor tu'sinigin fizikada qollanıwdın' en' a'hmiyetlilerenin' biri bul vektordın' awısıwı bolıp tabıladı. Eger bazı bir materiallıq noqat M_1 awhalınan M_2 awhalına ornın almastıratug'ın bolsın (3-4 su'wret), onın' orın almastırıwı $\overrightarrow{M_1M_2}$ vektorı menen ta'riplenedi. Bul vektor M_1 ha'm M_2 noqatların baylanıstıratug'ın kesindi ja'rdeminde sa'wlelenldiriledi ha'm M_1 den M_2 ge qaray bag'ıtlang'an. Eger bunnan keyin noqat M_2 noqatınan M_3 noqatına orın almastıratug'ın bolsa bul eki orın almasıwdın' izbe-izligi (yamasa bul eki awısıwdın' qosındısı) $\overrightarrow{M_1M_3}$ bir orın almastırıwına ten' boladı ha'm bul bılayınsha jazıladı:

$$\overrightarrow{M_1M_2} + \overrightarrow{M_2M_3} = \overrightarrow{M_1M_3}.$$

Bul formula vektorlardı qosıw qa'desin beredi ha'm ko'pshilik jag'dayda parallelogramm qa'desi dep te ataladı. **Parallelogramm qa'desi boyınsha vektorlardın' qosındısı usı vektorlar ta'repleri bolıp tabılatug'ın parallelogrammnın' diagonalının' uzınlıg'ına ten'**.

Orın almastırıwlır mısalında vektorlardın' qosındısının' orın almastırıwlardın' izbe-izliginen g'a'rezsiz ekenligin ko'riwge boladı. Sonlıqtan

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}.$$

Vektordı on' belgige iye sang'a ko'beytiw vektordın' absolyut shamasın vektordın' bag'ıtın o'zgertpey sol sang'a ko'beytiwge alıp kelinedi. Eger vektordı belgisi teris sang'a ko'beytsek vektordın' bag'ıtı qarama-qarsı bag'ıtqa o'zgeredi.

Vektorlardı skalyar ko'beytiw. Eki $\mathbf{A}$ ha'm $\mathbf{B}$ vektorlarının' skalyar ko'beymesi $(\mathbf{A},\mathbf{B})$ dep vektorlardın' absolyut ma'nislerinin' ko'beymesin sol vektorlar arasındag'ı mu'yeshtin' kosinusın ko'beytkende alınatug'ın sang'a ten' shamag'a aytamız. Yag'nıy

$$(\mathbf{A},\mathbf{B}) = |\mathbf{A}| \cdot |\mathbf{B}| \cdot \cos\left(\widehat{\mathbf{A},\mathbf{B}}\right).$$

Skalyar ko'beyme ushın to'mendegidey qag'ıydalardın' durıs bolatug'ınlıg'ın an'sat tekserip ko'riwge boladı:

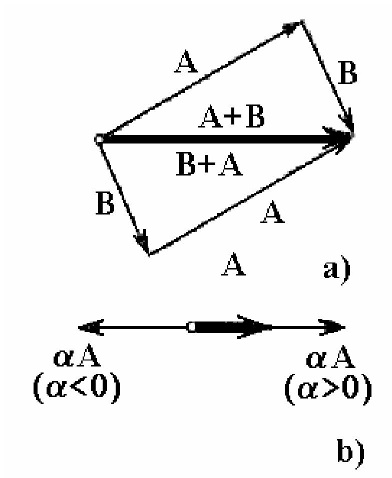
$$(\mathbf{A},\mathbf{B}) = (\mathbf{B},\mathbf{A});$$
$$(\mathbf{A},\mathbf{B}+\mathbf{C}) = (\mathbf{A},\mathbf{B}) + (\mathbf{A},\mathbf{C});$$

$$(\mathbf{A}, \alpha\mathbf{B}) = \alpha(\mathbf{A}, \mathbf{B}).$$

Bul jerde α arqalı ıqtıyarlı san belgilengen (3-5 su'wret).

Vektorlıq ko'beyme. $\mathbf{A}$ ha'm $\mathbf{B}$ vektorlarının' vektorlıq ko'beymesi $[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$ dep to'mendegidey usılda anıqlanatug'ın $\mathbf{D}$ vektorın aytamız (3-6 su'wret):

1. $\mathbf{D}$ vektorı $\mathbf{A}$ ha'm $\mathbf{B}$ vektorları jatırg'an tegislikke perpendikulyar, bag'ıtı eger $\mathbf{A}$ vektorın $\mathbf{B}$ vektorının' u'stine jatqızıw ushın en' qısqa jol boyınsha burg'anda on' burg'ının' jıljıw bag'ıtı menen bag'ıtlas. Solay etip $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{D}$ vektorları bir birine salıstırg'anda on' koordinatalar sistemasının' x, y, z ko'sherlerinin' on' bag'ıtlarınday bolıp bag'ıtlang'an.



3-5 su'wret. Vektorlardı qosıwdın' kommutativliligi (a) ha'm vektordı sang'a ko'beytiw (b).

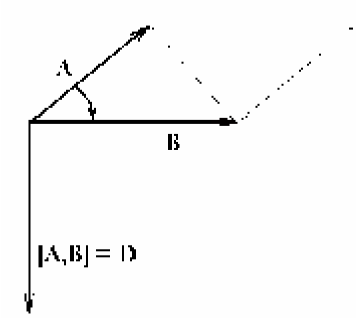
2. Absolyut shaması boyınsha $\mathbf{D}$ vektorı o'z-ara ko'beytiliwshi vektorlarının' absolyut ma'nislerinin' ko'beymesin usı vektorlar arasındag'ı mu'yeshtin' sinusına ko'beytkende alınatug'ın sang'a ten':

$$|\mathbf{D}| = |\mathbf{A}, \mathbf{B}| = |\mathbf{A}||\mathbf{B}| \cdot \sin\left(\mathbf{A} \hat{,} \mathbf{B}\right).$$

Bul jerde $\mathbf{A}$ ha'm $\mathbf{B}$ vektorları arasındag'ı mu'yeshtin' $\mathbf{A}$ dan $\mathbf{B}$ g'a qaray en' qısqa jol bag'ıtında alınatug'ınlıg'ını u'lken a'hmiyetke iye. 3-6 su'wrette vektorlıq ko'beymenin' absolyut ma'nisi o'z-ara ko'beytiliwshi eki vektordan du'zilgen parallelogrammnın' maydanına ten' ekenligi ko'rinip tur.

Vektorlıq ko'beymenin' to'mendegidey qa'siyetlerge iye bolatug'ınlıg'ın an'sat da'lillewge boladı:

$$[\mathbf{A}, \mathbf{B}] = -[\mathbf{B}, \mathbf{A}];$$
$$[\mathbf{A}, \mathbf{B} + \mathbf{C}] = [\mathbf{A}, \mathbf{B}] + [\mathbf{A}, \mathbf{C}];$$
$$[\mathbf{A}, \alpha\mathbf{B}] = \alpha[\mathbf{A}, \mathbf{B}].$$



3-6 su'wret. $[\mathbf{A},\mathbf{B}]=\mathbf{D}$ vektorlıq ko'beymesi.

D vektorı o'z-ara ko'beytiletug'ın vektorlar jatqan tegislikke perpendikulyar bag'ıtlang'an.

Vektorlardı birlik vektorlar ja'rdeminde ko'rsetiw. Vektordın' bag'ıtın **birlik o'lshem birligi joq** vektordın' ja'rdeminde ko'rsetiwge boladı. Qa'legen $\mathbf{A}$ vektorın bılayınsha jazıw mu'mkin:

$$\mathbf{A}=\frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|}|\mathbf{A}|=\mathbf{n}\cdot|\mathbf{A}|=\mathbf{n}\mathbf{A}.$$

Bul jerde $\mathbf{n}=\frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|}$ bag'ıtı $\mathbf{A}$ vektorı menen bag'ıtlas birlik vektor bolıp tabıladı.

Radius-vektor. Noqattın' awhalı sa'ykes koordinatalar sistemasında u'sh sannın' ja'rdeminde anıqlanadı. Ha'r bir noqattı esaplaw bası dep atalıwshı bazı bir noqattan orın almastırıwdın' na'tiyjesinde payda bolg'an punkt dep ko'z aldımızg'a keltiriwimiz mu'mkin. Sol ushın bul noqattı da'slepki noqat (esaplaw bası) penen usı noqattı tutastıratug'ın awısıw vektorı menen ta'riplew mu'mkin. Bul vektor **radius-vektor** dep ataladı. Eger noqattın' awhalı (ken'islikte iyelegen ornı) radius-vektor menen belgilenetug'ın bolsa qanday da bir koordinata sistemasın qollanıwdın' za'ru'rligi jog'aladı. Usınday jollar menen ko'p sanlı fizikalıq qatnaslar a'piwayılasadı ha'm ko'rgizbeli tu'rge enedi. Za'ru'r bolg'an jag'daylarda koordinatalar sistemalarına o'tiw tayar formulalar ja'rdeminde a'melge asırıladı. Mısalı Dekart koordinatalar sistemasında $\mathbf{r}$ radius-vektorın koordinata ko'sherlerine parallel bolg'an u'sh vektordın' ($\mathbf{i}x$, $\mathbf{j}y$, $\mathbf{k}z$ vektorları) qosındısı tu'rinde bılayınsha jazıladı:

$$\mathbf{r}=\mathbf{i}x+\mathbf{j}y+\mathbf{k}z.$$

x, y, z sanları $\mathbf{r}$ radius-vektorının' qurawshıları dep ataladı.

Bir koordinatalar sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına o'tkende radius-vektorlardın' qurawshıları sa'ykes tu'rlendiriwlerge ushıraydı. A'piwayı mısal keltiremiz ha'm bul mısalda bir Dekart koordinatalar sistemasınan ($x\,y\,z$ koordinatalar sisteması) ekinshi Dekart koordinatalar sistemasına ($x'y'z'$ koordinatalar sisteması, bunday eki koordinatalar sisteması bir birine salıstırg'anda burılg'an bolıwı mu'mkin) o'tkendegi tu'rlendiriw formulaların keltiremiz:

$x\,y\,z$ sistemasında vektordı koordinata ko'sherleri bag'ıtında bag'ıtlang'an u'sh $i\mathbf{x}$, $j\mathbf{y}$, $k\mathbf{z}$ vektorlarının' qosındısı tu'rinde bılayınsha jazamız

$$\mathbf{r}=\mathbf{i}x+\mathbf{j}y+\mathbf{k}z.$$

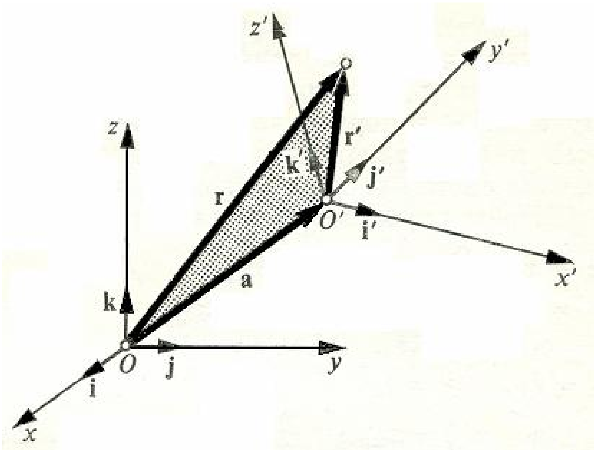
x, y, z shamaları $\mathbf{r}$ radius-vektorının' qurawshıları dep ataladı. Olar $\mathbf{r}$ di ta'ripleytug'ın noqattın' koordinatalarına sa'ykes keledi. $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ vektorları birlik vektorlar bolıp tabıladı. Olar koordinata sistemasının' ortları dep te ataladı.

$\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ birlik vektorları arasında mınaday qatnaslar orın aladı:

$$\mathbf{i}^2+\mathbf{j}^2+\mathbf{k}^2=1,\quad (\mathbf{i},\mathbf{j})=(\mathbf{k},\mathbf{j})=(\mathbf{i},\mathbf{k})=0\,.$$

Vektorlıq ko'beytiwdin' anıqlaması tiykarında tikkeley tabamız:

$$[\mathbf{i},\mathbf{j}]=\mathbf{k},\quad [\mathbf{j},\mathbf{k}]=\mathbf{i},\quad [\mathbf{k},\mathbf{i}]=\mathbf{j},$$
$$[\mathbf{i},\mathbf{i}]=0,\quad [\mathbf{j},\mathbf{j}]=0,\quad [\mathbf{k},\mathbf{k}]=0.$$



3-6 a su'wret. Dekart koordinataların tu'rlendiriw. **a** vektorı shtrixlang'an koordinatalar sistemasının' shtrixlanbag'an koordinatalar sistemasına salıstırg'andag'ı awhalın ta'ripleydi. Al eki koordinata sistemasının' ortları arasındag'ı mu'yeshlerdin' kosinusları usı eki koordinatalar sistemalarının' ken'isliktegi o'z-ara bag'ıtların anıqlaydı.

Dekart koordinataların tu'rlendiriw. Vektorlıq jazıwlardan paydalanıp bir Dekart koordinatalar sistemasınan ekinshisine o'tkendegi tu'rlendiriw formulaların an'sat tabıwg'a boladı. Ulıwma jag'dayda sol eki koordinatalar sisteması koordinata basları boyınsha da, ko'sherlerinin' bag'ıtları boyınsha da sa'ykes kelmeytug'ın bolsın. Bul jag'day 3-6 a su'wrette ko'rsetilgen. $x'\,y'\,z'$ koordinatalar sistemasında bılayınsha jazıw kerek:

$$\mathbf{r}'=\mathbf{i}x'+\mathbf{j}y'+\mathbf{k}z'\,.$$

3-6 a su'wretten $\mathbf{r}$ ha'm $\mathbf{r}'$ vektorları arasında mınaday baylanıstın' orın alatug'ınlıg'ı ko'rinip tur:

$$\mathbf{r}=\mathbf{a}+\mathbf{r}'$$

Tu'rlendiriw formulaların a'piwayılastırıw ushın belgilewler qabıl etemiz:

$$x=x_1,\quad y=x_2,\quad z=x_3,$$
$$x'=x_{1'},\quad y'=x_{2'},\quad z'=x_{3'};$$
$$\mathbf{i}=\mathbf{e}_1,\quad \mathbf{j}=\mathbf{e}_2,\quad \mathbf{k}=\mathbf{e}_3$$
$$\mathbf{i}'=\mathbf{e}_{1'},\quad \mathbf{j}'=\mathbf{e}_{2'},\quad \mathbf{k}'=\mathbf{e}_{3'}$$

$$\cos\left(\mathbf{e}_m,\hat{\ }\mathbf{e}_{n'}\right)=\alpha_{mn'},\quad (m = 1, 2, 3;\ n' = 1', 2', 3').$$

Koordinatalar basları bir noqatta bolg'an ($\mathbf{a}=0$) eki Dekart koordinatalar sistemaları ushın tu'rlendiriw formulaları endi bılayınsha jazıladı:

$$x_1 = \alpha_{11'} x_{1'} + \alpha_{12'} x_{2'} + \alpha_{13'} x_{3'},$$
$$x_2 = \alpha_{21'} x_{1'} + \alpha_{22'} x_{2'} + \alpha_{23'} x_{3'}, \qquad (3.1)$$
$$x_3 = \alpha_{31'} x_{1'} + \alpha_{32'} x_{2'} + \alpha_{33'} x_{3'}.$$

Usı tu'rde tu'rlendiriw formulaların este saqlaw ju'da' an'sat. Fizikalıq shamanın' vektor bolıwı ushın sol u'sh san bir koordinatalar sistemasınan ekinshisine o'tkende (3-1) formula ja'rdeminde tu'rleniwi za'ru'r.

Fizikalıq shamanın' vektor bolıwı ushın bul u'sh san bir koordinatalar sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına o'tkende

$$x_1 = \alpha_{11'} x_{1'} + \alpha_{12'} x_{2'} + \alpha_{13'} x_{3'},$$
$$x_2 = \alpha_{21'} x_{1'} + \alpha_{22'} x_{2'} + \alpha_{23'} x_{3'},$$
$$x_3 = \alpha_{31'} x_{1'} + \alpha_{32'} x_{2'} + \alpha_{33'} x_{3'}.$$

formulalarının' ja'rdeminde tu'rlendiriliwi za'ru'r.

Bazı bir a'hmiyetli juwmaqlar:

Vektorlardı qosıw qa'desi maqsetke muwapıqlıg'ı bir qatar fizikalıq shamalardın' qa'siyetleri boyınsha tastıyıqlanatug'ın anıqlama bolıp tabıladı.

U'sh san menen ta'riplenetug'ın fizikalıq shama ko'pshilik jag'daylarda vektor bolıp tabıladı. Usınday u'sh sannın' vektor bolıwı ushın (durısırag'ı vektordın' qurawshıları bolıwı ushın) bir koordinatalar sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına o'tkende (3.1)-formula boyınsha tu'rleniwi sha'rt.

Radius-vektor qanday da bir koordinatalar sistemasının' bar bolıwınan g'a'rezli emes.

Eger qanday da bir koordinatalar sisteması saylap alınatug'ın bolsa, radius-vektordı usı koordinatalar sistemasında an'latıw mu'mkin.

Anıqlaması boyınsha radius-vektor koordinata basınan baslanadı. Al basqa vektorlardın' bası basqa noqatlarda jaylasıwı mu'mkin.

Waqıt tu'sinigi. Bizdi qorshap turg'an waqıt barqulla o'zgerip turadı. Protsessler bir birinen son' belgili bir izbe-izlikte o'tedi, ha'r bir protsess belgili bir uzaqlıqqa (bunnan bılay waqıt boyınsha uzaqlıq na'zerde tutıladı) iye. O'zgeriwshi, rawajlanıwshı du'nyanın' ulıwmalıq qa'siyeti adamlar sanasında waqıt tu'sinigi tu'rinde qa'liplesken.

Waqıt dep materiallıq protsesslerdin’ anıq uzaqlıqqa iye bolıwın, bir birinen keyin qandayda bir izbe-izlikte ju’zege keliwin, etaplar ha’m basqıshlar boyınsha rawajlanıwın tu’sinemiz.

Solay etip waqıttın’ materiyadan ha’m onın’ qozg’alısınan ajıratılıwı mu’mkin emes. Sol sıyaqlı ken’islikti de waqıttan ajıratıwg’a bolmaydı. Materiallıq protsesslerden tıs ajıratıp alıng’an waqıt mazmung’a iye emes. Tek g’ana ken’islik penen waqıttı bir birine baylanıslı etip qaraw fizikalıq ma’niske iye.

Da’wirli protsessler. Ta’biyatta ju’retug’ın ko’p sanlı protsessler ishinde birinshi gezekte **qaytalanatug’ın protsessler** ko’zge tu’sedi. Ku’n menen tu’nnin’, jıl ma’wsimlerinin’, aspanda juldızlardın’ qozg’alıslarının’ qaytalanıwı, ju’rektin’ sog’ıwı, dem alıw ha’m basqa da ko’p sanlı qubılıslar qaytalanıwshı protsesslerge kiredi. Usı qubılıslardı u’yreniw ha’m salıstırıw materiallıq protsesslerdin’ uzaqlıg’ı ideyasın payda etedi, al uzaqlıqlardı salıstırıw usı uzaqlıqlardı o’lshew ideyasının’ payda bolıwına alıp keledi. Mu’mkin bolg’an protsesslerdi o’lshew usı protsesslerdin’ ishindegi en’ turaqlı tu’rde qaytalanatug’ın protsessti ayırıp alıwg’a mu’mkinshilik beredi. Bul ayırıp alıng’an protsess o’lshew etalonı xızmetin atqaradı.

Da’wirli protsessti o’lshew ushın qabıl etilgen etalon saat dep ataladı.

Saattı qabıl etiw menen birge da’rha’l ha’r qanday esaplaw noqatlarındag’ı saatlar birdey bolıp ju’re me dep soraw beriledi. Bul to’mendegini bildiredi: Meyli bazı bir fizikalıq protsess bir noqattan ekinshi noqatqa informatsiya jetkerip beretug’ın bolsın. Bunday protsessti ***signal*** dep ataymız. Signal bolıp jarq etip jang’an jaqtılıq, mıltıqtan atılg’an oq xızmet etiwi mu’mkin. Bul signallardın’ tarqalıw nızamların anıq bilip otırıwdın’ qa’jeti joq. Tek g’ana signaldı jiberiw, qabıl etiw o’zgermeytug’ın birdey jag’daylarda a’melge asatug’ınlıg’ın biliw kerek. Usınday sha’rtler orınlanatug’ın jag’dayda bir noqattan birdey waqıt aralıqları o’tiwi menen signal jiberip otıramız. Eger ekinshi noqatta usı signallar birinshi noqattag’ıday waqıt aralıqlarında kelip jetetug’ın bolsa eki noqatta da saatlardın’ ju’riw tezligi birdey dep esaplaymız. Bunday salıstırıwlardı qa’legen eki noqatlar arasında ju’rgiziwge boladı. Meyli A menen B noqatlarındag’ı saatlardın’ ju’riw tezlikleri ha’m B menen C noqatlarındag’ı saatlardın’ ju’riw tezlikleri birdey bolıp shıqqan bolsın. Bunday jag’dayda A ha’m C noqatlarındag’ı saatlardın’ da ju’riw tezlikleri birdey dep juwmaq shıg’aramız.

Printsipinde bul ta’jiriybeler eki na’tiyje beredi: 1) qarap atırılg’an sistemanın’ ha’r qanday noqatlarındag’ı saatlardın’ ju’riw tezlikleri birdey yamasa 2) sistemanın’ ha’r qıylı noqatlarındag’ı saatlar ha’r qanday tezliklerde ju’redi. ***Eksperimentler usı eki jag’daydın’ da haqıyqatta da orın alatug’ınlıg’ın ko’rsetedi***. Mısalı etalon sıpatında basım, temperatura ha’m basqa da sırtqı ta’sirlerden g’a’rezsiz bolg’an yadrolıq protsessti qabıl eteyik ha’m joqarıda ga’p etilgen usıl menen bul saatlardın’ ju’riw tezliklerinin’ birdey yamasa birdey emesligin tekserip ko’reyik. Meyli qarap atırılg’an protsesstin’ basında Jer betinen bazı bir biyiklikte turg’an noqattan Jer betindegi tap usınday protsess ju’rip atırg’an ekinshi orıng’a signal jiberilsin. Bul signal Jer betindegi noqatqa bul noqatta protsess baslang’an waqıtta jetip kelgen bolsın. Ekinshi signal birinshi noqattan usı noqattag’ı protsess toqtag’an waqıtta jiberilsin. Birinshi noqattan ekinshi noqatqa signaldın’ qozg’alıw nızamı bizdi qızıqtırmaydı. Bul nızamnın’ barlıq signallar ushın birdey bolıwı sha’rt. Eksperiment ekinshi signaldın’ Jer betindegi noqatqa usı noqatta bolıp atırg’an protsesstin’ tamam bolıw momentinde emes, al erterek keletug’ınlıg’ın ko’rsetedi.

Bul ekspermentallıq situatsiya berilgen esaplaw sistemasındag’ı birden bir waqıttın’ joqlıg’ın, sistemanın’ ha’r bir noqatında waqıttın’ o’tiwinin’ tezliginin’ ha’r qıylı ekenligin ko’rsetedi.

Bunday situatsiya, mısalı, Jer menen baylanısqan esaplaw sistemasında orın aladı. Eger Jer betinde ornatılg'an birinshi saat ekinshisine salıstırg'anda 10 m biyiklikte jaylastırılg'an bolsa, onda bazı bir protsesstin' uzınlıg'ı bir birinen usı waqıt uzınlıg'ının' 10^{-15} ine ten'dey shamag'a ayırıladı. Og'ada az bolg'an bunday ayırma birinshi ret 1960-jılı baqlandı. Bunday az ayırmanı esapqa almaytug'ın bolsaq, Jer menen baylanıslı bolg'an esaplaw sistemasında birden bir waqıt bar dep esaplaymız.

Biz qarap o'tken mısalda saatlardın' ha'r qıylı tezlik penen ju'riwine Jer payda etken gravitatsiyalıq (tartılıs) maydan sebepshi boladı. Biraq tartılıs maydanı birden bir sebep emes. Mısalı esaplaw sisteması aylanbalı qozg'alısta bolıwı mu'mkin. Bunday qozg'alıslar da saatlardın' ju'riw tezliginin' o'zgeriwine alıp keledi.

Saatlardı sinxronizatsiyalaw. Berilgen noqatta o'tiwshi protsesstin' uzaqlıg'ı usı noqatta jaylastırılg'an saattın' ja'rdeminde o'lshenedi. Demek bul jag'dayda bir noqatta jaylasqan protsesslerdin' uzaqlıqları salıstırıladı. Uzaqlıqtı o'lshew bul protsesstin' baslanıwın ha'm aqırın etalon etip qabıl etilgen protsess shkalası boyınsha anıqlawdan turadı. Bul o'lshewlerdin' na'tiyjeleri ha'r qıylı noqatlarda ju'zege keletug'ın protsesslerdin' uzaqlıqların salıstırıwg'a mu'mkinshilik beredi. Biraq bul jag'dayda ha'r bir protsess belgili bir noqatta ju'riwi kerek.

Biraq bir noqatta baslanıp, ekinshi noqatta pitetug'ın protsesste jag'day qalay boladı? Bul protsesstin' uzaqlıg'ı dep neni tu'sinemiz? Qaysı orında turg'an saat penen bunday protsessstin' uzaqlıg'ın o'lsheymiz?

Bunday protsesstin' uzaqlıg'ın bir saatın' ja'rdeminde o'lshewdin' mu'mkin emes ekenligi o'z-o'zinen tu'sinikli. Tek g'ana ha'r qıylı noqatlarda jaylastırılg'an saatlardın' ja'rdeminde protsesstin' baslanın' ha'm pitiw momentlerin belgilep qalıw mu'mkin. Bul belgilew bizge hesh na'rse bermeydi, sebebi ha'r qıylı saatlardag'ı waqıttı esaplawdın' baslang'ısh momenti bir biri menen sa'ykeslendirilmegen (basqa so'z benen aytqanda saatlar sinxronizatsiyalanbag'an).

En' a'piwayı sinxronizatsiya bılay islenedi: barlıq saatlardın' tilleri belgili bir waqıtta belgili bir belgige alıp kelip qoyıladı. Biraq «belgili bir waqıtta» degen so'zdin' ma'nisi ele belgisiz.

Sonlıqtan saatlardı sinxronizatsiyalawg'a belgili bir tu'sinikler arqalı emes, al usı sinxronizatsiya baylanısqan fizikalıq protseduralarg'a su'yenip anıqlama beriw kerek.

En' da'slep ha'r qıylı noqatlarda jaylasqan saatlar arasındag'ı fizikalıq baylanıstı anıqlaw sha'rt. Bunday jag'daylarda ja'ne de signallardı paydalanıwg'a tuwra keledi. Sonlıqtan sinxronizatsiyanı a'melge asırıw ushın signallardın' ha'r qıylı noqatlar arasındag'ı tarqalıw nızamları da belgili bolıwı kerek.

Saatlardı sinxronlastırıw ha'm ha'r qanday fizikalıq signallardın' tarqalıw nızamların u'yreniw bir birin tolıqtırıw jolı menen tariyxıy jaqtan birge alıp barıldı. Bul ma'seleni sheshiwde jaqtılıqtın' tezligi en' a'hmiyetli orındı iyeledi. Sebebi jaqtılıq a'yemgi waqıtlardan baslap ta'biyiy signal bolıp keldi, onın' tezligi basqa belgili bolg'an signallardın' tezliklerine salıstırg'anda sheksiz u'lken dep esaplandı. Sonlıqtan sheksiz u'lken tezlik penen qozg'alıwshı signal ja'rdeminde saatlardı sinxronlastırıw ideyası payda boldı. Bul sinxronlastırıwdı a'melge asırıw ushın da'slep barlıq noqatlarda jaylasqan saatlardın' tilleri birdey awhallarg'a qoyıladı. Keyin bir noqattan barlıq noqatlarg'a qaray jaqtılıq signalları jiberiledi ha'm usı signal kelip jetken waqıt momentlerinde saatlar ju'rgizilip jiberiledi. Bunday etip sinxronlastırıw a'hmiyetke iye. Eger A noqatında jaylasqan saat penen B noqatında jaylasqan saat, B noqatındag'ı saat penen C noqatındag'ı saat sinxronlasqan bolsa, A noqatındag'ı saat penen C noqatındag'ı saat ta sinxronlastqan bolıp shıg'adı. Bul A, B ha'm C noqatlarının' o'z-ara jaylasıwlarına baylanıslı emes.

Saatlardı jaqtılıq signalları ja'rdeminde sinxronlastırıw en' qolaylı usıl bolıp shıqtı. Sebebi

inertsial esaplaw sistemalarındag'ı jaqtılıqtın' tezliginin' jaqtılıq dereginin' de, jaqtılıqtı qabıllawshı du'zilistin' tezligine de baylanıslı emes, ken'isliktin' barlıq bag'ıtları boyınsha birdey ha'm universal turaqlı shama s g'a ten' ekenligin ko'p sanlı eksperimentler da'lilledi.

Bul universal turaqlı shamanın' ma'nisi jaqında 1.1 m/s da'lliginde anıqlandı:

$$c = 299792.4562 \text{ km/s} \pm 1.1\, m/s.$$

Endi sinxronlastırıwdı bılay a'melge asıramız. Baslang'ısh non'qat dep atalatug'ın noqatta saattın' tili 0 ge qoyıladı. Bul saat usı noqattan sferalıq jaqtılıq tolqını tu'rindegi jaqtılıq signalı ketken waqıt momentinde ju'rgizilip jiberiledi. Usı noqattan r qashıqlıqta turg'an ekinshi noqatqa signal $\frac{r}{c}$ waqıt o'tkennen keyin kelip jetedi. Sonlıqtan da ekinshi noqattag'ı saat birinshi noqattan jaqtılıq signalı kelip jetkende $\frac{r}{c}$ nı ko'rsetiwi kerek.

Sorawlar:

1. Ken'isliktin' geometriyalıq qa'siyetleri haqqındag'ı tastıyıqlawlardın' ma'nisi neden ibarat?
2. Anaw yamasa mınaw geometriyanın' haqıyqatlıg'ı yaki jalg'anlıg'ı haqqındag'ı ma'selenin' ma'nisi neden ibarat?
3. Ha'zirgi waqıtları Evklid geometriyasının' durıslıg'ı qanday sheklerde da'lillengen?
4. Absolyut qattı dene degenimiz ne ha'm bul tu'siniktin' geometriyalıq ko'z-qaraslardın' rawajlanıwında tutqan ornı neden ibarat?
5. Waqıt ha'm da'wirli protsessler dep neni tu'sinemiz?
6. Saatlardı sinxronizatsiyalaw za'ru'rliliginin' ma'nisi neden ibarat?

4-§. Materiallıq noqat kinematikası

Mexanika ha'm onın' bo'limleri. Orın almastırıw vektorı. Tezlik. Tezleniw. Noqattın' shen'ber boyınsha qozg'alıwı. Mu'yeshlik tezlik. Orayg'a umtılıwshı tezleniw. Mu'yeshlik tezleniw. Mu'yeshlik tezlik ha'm mu'yeshlik tezleniw vektorları.

Fizikanın' bo'limleri ishinde **mexanika** burınıraq rawajlana basladı. **Mexanika denelerdin' qozg'alısı menen ten' salmaqlıg'ı haqqındag'ı ilim bolıp tabıladı.** Ken'irek ma'niste aytqanda materiyanın' qozg'alısı dep onın' o'zgerisin tu'sinemiz. Biraq mexanikada qozg'alıs haqqında ga'p etilgende qozg'alıstın' en' a'piwayı forması bolg'an bir denenin' basqa denelerge (ekinshi denege) salıstırg'andag'ı orın almastırıwı na'zerde tutıladı. Mexanikanın' printsipleri birinshi ret İ.Nyuton (1643-1727) ta'repinen onın' «Natural filosofiyanın' matematikalıq baslaması» dep atalatug'ın tiykarg'ı miynetinde bayanlandı.

Qozg’alıs degenimiz ne ha’m onı qalayınsha ta’riplew mu’mkin? Bul sorawg’a denelerdin’ qozg’alısın ta’riplewshi kinematika juwap beredi. Qozg’alıs degenimiz denenin’ basqa denelerge salıstırg’andag’ı orın almastırıwı (ken’isliktegi onın’ ornının’ o’zgeriwi) bolıp tabıladı. Solay etip denenin’ qozg’alısın ta’riplewde usı denenin’ orın almastırıwın salıstırıw maqsetinde biz barlıq waqıtta da qanday da bir koordinatalar sistemasın (yamasa esaplaw sistemasın) paydalanamız. Denenin’ qozg’alısı onın’ barlıq noqatlarının’ (denenin’ kishi bo’limlerinin’, da’neshelerinin’) qozg’alısı menen anıqlanadı. Sonlıqtan bizler materiallıq noqattın’ qozg’alısın ta’riplewden baslaymız. Al joqarıda ga’p etilgenindey ***materiallıq noqat dep o’lshemleri esapqa alınbaytug’ın denege aytamız***. Bunday jag’dayda denenin’ massası bir noqatka toplang’an dep esaplanadı.

Materiallıq noqattın’ orın awıstırıwı, tezligi ha’m tezleniwi. Qozg’alıstı ta’riplew degenimiz

$$x_1 = x_1(t), \quad x_2 = x_2(t), \quad x_3 = x_3(t) \qquad (4.1)$$

funktsiyaların biliw degen so’z. Vektorlıq formada

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \qquad (4.2)$$

tu’rinde qozg’alıstı matematikalıq jaqtan ta’ripleymiz.

Qozg’alıstı traektoriya parametrleri menen de ta’riplew mu’mkin.

Orın almasıw vektorı. Bul vektor uzınlıg’ı boyınsha keyingi noqat penen da’slepki noqat arasındag’ı qashıqlıqqa ten’, al bag’ıtı da’slepki noqattan keyingi noqatqa qaray bag’ıtlang’an: $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)$. Bul vektor materiallıq noqattın’ t ha’m $t + \Delta t$ waqıt momentleri arasında bolg’an traektoriyanın’ noqatların tutastıradı.

Tezlik. Tezlik dep waqıt birliginde materiallıq noqattın’ o’tken jolına aytamız. Eger materiallıq noqat Δt waqıtı ishinde $\Delta\mathbf{S}$ jolın o’tken bolsa ortasha tezlik

$$\Delta\mathbf{v} = \frac{\Delta\mathbf{S}}{\Delta t}. \qquad (4.3)$$

Δt waqıtın sheksiz kishireytsek tezliktin’ alıng’an ma’nisi bir zamatlıq tezlik dep ataladı, yag’nıy:

$$\mathbf{v}(t) = \lim_{\Delta t ® 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dr}. \qquad (4.4)$$

Dekart koordinatalar sistemasında

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{i}\, x(t) + \mathbf{j}\, y(t) + \mathbf{k}\, z(t) \qquad (4.5)$$

Demek

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{i}\frac{dx}{dt} + \mathbf{j}\frac{dy}{dt} + \mathbf{k}\frac{dz}{dt} \qquad (4.6)$$

Tezliktin’ qurawshıları:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt},$$

Qozg’alıs traektoriya parametrleri arqalı berilgen jag’dayda traektoriya menen o’tilgen joldın’ waqıtqa g’a’rezliligi belgili boladı. Jol da’slepki dep qabıl etilgen noqattan baslap alınadı. Traektoriyanın’ ha’r bir noqatı s shamasının’ belgili bir ma’nisi menen anıqlanadı. Demek noqattın’ radius-vektorı s tin’ funktsiyası bolıp tabıladı ha’m $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$ ten’lemesi menen beriledi. Olay bolsa

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} \tag{4.7}$$

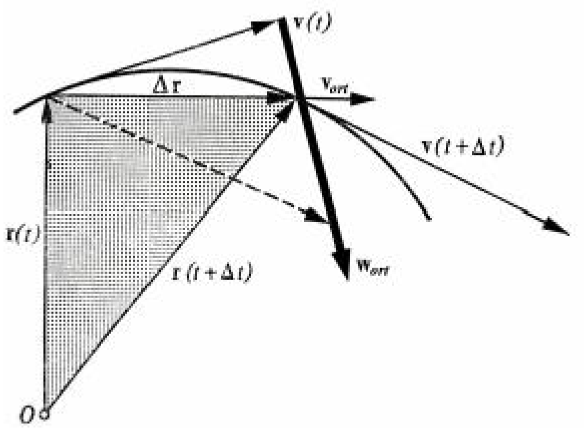
Δs arqalı traektoriya boylap eki noqat arasındag’ı qashıqlıq, $|\Delta \mathbf{r}|$ arqalı usı eki noqat arasındag’ı tuwrı sızıq boyınsha qashıqlıq belgilengen. Eki noqat bir birine jaqınlasqan sayın usı eki shama arasındag’ı ayırma jog’ala baslaydı. Sonlıqtan:

$$\frac{d\mathbf{r}}{ds} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{|\Delta \mathbf{r}|} \cdot \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta s} = \boldsymbol{\tau}. \tag{4.8}$$

Bul jerde $\boldsymbol{\tau}$ arqalı traektoriyag’a urınba bolg’an birlik vektor belgilengen. Anıqlama boyınsha $\frac{d\mathbf{s}}{dt} = \mathbf{v}$ traektoriya boyınsha tezliktin’ absolyut ma’nisi. Sonlıqtan

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\tau} v \tag{4.9}$$

Bul jerde tezliktin’ traektoriyag’a urınba bag’ıtında ekenligi ko’rinip tur.



4-1 su’wret. Orın awıstırıw, tezlik ha’m tezleniw tu’sinigi ushın kerek bolg’an su’wret.

Traektoriyanın’ eki noqatı arasındag’ı ortasha tezlik bag’ıtı boyınsha awısıw vektorına ten’. Ortasha tezlik traektoriyag’a urınba bag’ıtında da emes. O arqalı esaplaw bası belgilengen.

Tezleniw. Tezleniw dep tezliktin’ o’zgeriw tezligine aytamız. t ha’m $t + \Delta t$ waqıt momentlerindegi tezlikler $\mathbf{v}(t)$ ha’m $\mathbf{v}(t + \Delta t)$ bolsın. Demek Δt waqtı ishinde tezlik $\mathbf{v}(t + \Delta t)$ - $\mathbf{v}(t)$ o’cimin aladı. Δt waqtı ishindegi ortasha tezleniw:

$$\mathbf{w}_{ort}(t, t + \Delta t) = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}. \tag{4.10}$$

Ha’r qıylı waqıt aralıqlarındag’ı $\mathbf{v}(t)$ vektorının’ su’wretin bir ulıwmalıq da’slepki noqattan shıg’atug’ın etip salamız. Usı vektordın’ ushı **tezliklerdin’ godografı** dep atalatug’ın iymeklikti sızadı (4-2 su’wrette ko’rsetilgen). Δt waqıtın sheksiz kishireytip tezleniwdi alamız:

$$\mathbf{w} = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}\right) = \frac{d\mathbf{v}}{dt}. \tag{4.1}$$

$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$, $\mathbf{r} = \mathbf{i}\,x + \mathbf{j}\,y + \mathbf{k}\,z$ ekenligin esapqa alıp $\mathbf{w} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$ tezleniwdi

$$\mathbf{w} = \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\mathbf{k} \tag{4.12}$$

tu’rinde ko’rsetiw mu’mkin.

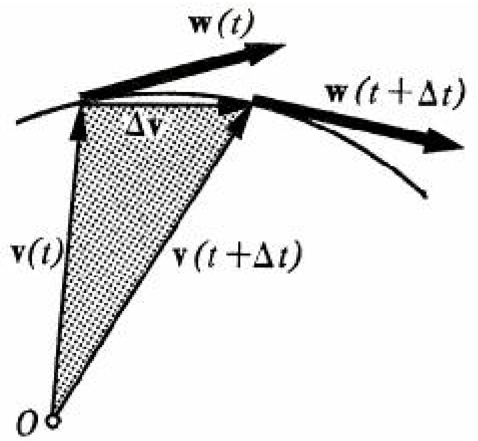
Demek Dekart koordinatalar sistemasında tezleniwdin’ qurawshıları:

$$w_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad w_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad w_y = \frac{d^2z}{dt^2}. \tag{4.13}$$

Endi tezleniwdin’ tezlikke ha’m qozg’alıs traektoriyasına salıstırg’andag’ı bag’ıtın anıqlawımız kerek. 4-2 su’wrette tezleniwdin’ tezlik godografına urınba bag’ıtta ekenligin, biraq onın’ menen qa’legen mu’yesh jasap bag’ıtlanatug’ınlıg’ın da ko’rsetedi. Usı ma’seleni ayqınlastırıw ushın $\mathbf{v} = \tau v$ formulasınan paydalanamız:

$$\mathbf{w} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\boldsymbol{\tau}\mathbf{v}) = \frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt}\mathbf{v} + \boldsymbol{\tau}\frac{d\mathbf{v}}{dt}. \tag{4.14}$$

Bul jerde $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}(s)$ o’tilgen joldın’ funktsiyası bolıp tabıladı. O’z gezeginde s shaması waqıt t nın’ funktsiyası. Sonlıqtan $\frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds}\cdot\frac{ds}{dt}$. $\boldsymbol{\tau}$ vektorı absolyut ma’nisi boyınsha o’zgergen. Bunnan $\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds}$ vektorının’ $\boldsymbol{\tau}$ vektorına perpendikulyar ekenligi ko’rinip tur. $\boldsymbol{\tau}$ vektorı traektoriyag’a urınba bag’ıtında. Demek $\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds}$ vektorı traektoriyag’a perpendikulyar, yag’nıy bas normal dep atalıwshı normal boyınsha bag’ıtlang’an. Usı normal bag’ıtındag’ı birlik vektor **n** arqalı belgilenedi. $\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds}$ vektorının’ ma’nisi $\frac{1}{r}$ ge ten’. Keltirilgen an’latpalardag’ı r bolsa traektoriyanın’ iymeklik radiusı dep ataladı.



4-2 su’wret. Tezlikler godografı.

Belgilenip alıng’an da’slepki noqattan (O noqatı) baslap tezlik vektorının’ aqırg’ı noqatı basıp o’tken noqatlardın’ geometriyalıq ornı bolıp tabıladı.

Traektoriyadan **n** bas normalının’ bag’ıtında r qashıqlıqta turg’an O noqatı traektoriyanın’ iymeklik radiusı dep ataladı. Sonlıqtan

$$\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} = \frac{\mathbf{n}}{r} \qquad (4.15)$$

dep jazıw mu’mkin.

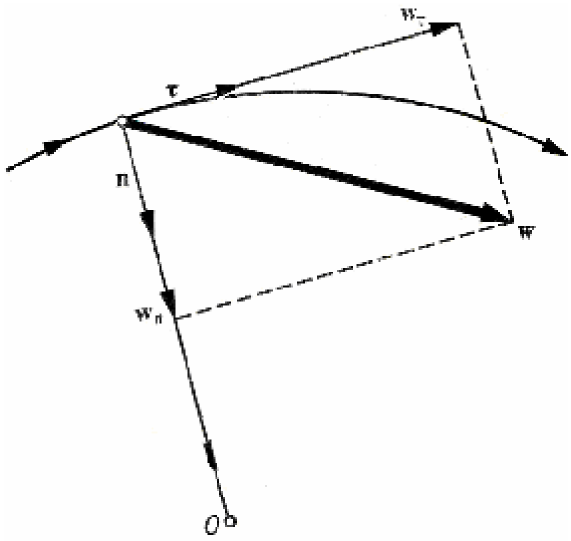
$\frac{ds}{dt} = v$ ekenligin esapqa alıp (4.14) formulasın bılay ko’shirip jazamız:

$$\mathbf{w} = \mathbf{n}\frac{v^2}{r} + \boldsymbol{\tau}\frac{dv}{dt}. \qquad (4.16)$$

Demek tolıq tezleniw o’z-ara perpendikulyar bolg’an eki vektordan turadı: traektoriya boylap bag’ıtlang’an

$$\boldsymbol{\tau}\frac{dv}{dt} = \mathbf{w}_\tau$$

tezleniwi tangensial tezleniw dep ataladı, al ekinshisi traektoriyag’a perpendikulyar ja’ne bas normal boyınsha bag’ıtlang’an tezleniw $\mathbf{w}_n = \mathbf{n}\frac{v^2}{r}$ normal tezleniw dep ataladı.



4-3 su’wret.

Tolıq tezleniwdi ($\mathbf{w}$) qurawshıları bolg’an tangensial ($\mathbf{w}_\tau$) ha’m normal ($\mathbf{w}_n$) qurawshılarg’a jiklew.

Tolıq tezleniwdin’ absolyut ma’nisi

$$w = \sqrt{\mathbf{w}^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{r}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}. \tag{4.17}$$

Endi qozg’alıstın’ en’ a’piwayı tu’rlerinin’ biri bolg’an tuwrı sızıqlı tezleniwshi qozg’alıs haqqında ga’p etemiz. Bunday jag’dayda tezleniwdi bılay jazamız

$$w = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}.$$

Bul jerde v_0 da’slepki tezlik, t_0 da’slepki waqıt (waqıttın’ da’slepki momenti), v waqıt t bolg’an momenttegi tezliktin’ ma’nisi. Bul formuladan

$$v = v_0 + a(t - t_0).$$

Eger $t_0 = 0$ bolsa $v = v_0 + at$.

Tezliktin’ o’simi Δv nın’ belgisi qanday bolsa tezleniwdin’ belgisi de sonday boladı.

Endi ten’ o’lshewli tezleniwshi qozg’alıstag’ı ju’rip o’tilgen joldın’ ma’nisin esaplayıq.

A’piwayılıq ushın $v_0 = 0$ dep esaplayıq. Tezliktin’ o’siwi OA tuwrısı menen sa’wlelendiriledi. Sonlıqtan ju’rip o’tilgen jol OVA u’sh mu’yeshliginin’ maydanına ten’ boladı:

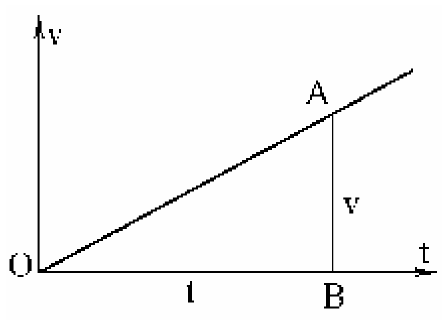
$$OA \cdot \frac{AB}{2} = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{w t^2}{2}.$$

Eger da’slepki tezlik nolge ten’ bolmasa

$$s = v_0 t + \frac{w t^2}{2}.$$

Noqattın' shen'ber boyınsha qozg'alıwı. **Mu'yeshlik tezlik**. Noqattın' shen'ber boyınsha qozg'alısın tsilindrlik koordinatalar sistemasında qarag'an an'sat. Bul jag'dayda koordinata basın shen'berdin' orayına, al x penen y ko'sherlerin usı shen'ber tegisligine jaylastıramız. (x, y) tegisliginde bul polyar koordinatalar sisteması boladı. Shen'berdin' radiusın r arqalı belgileymiz. Traektoriya boyınan A noqatın alıp $s = r\varphi$ dep jaza alamız. Tezliktin' absolyut ma'nisi $v = \frac{ds}{dt} = r\frac{d\varphi}{dt}$. Mu'yeshtin' o'zgeriw tezligi $\frac{d\varphi}{dt}$ mu'yeshlik tezlik dep ataladı ha'm ω ha'ripi menen belgilenedi. **Eger bul tezlik turaqlı bolsa, onda ol aylanbalı jiyilik dep ataladı**. Mu'yeshlik tezlik aylanıw da'wiri T menen bılay baylanısqan:

$$\Omega = \frac{2\pi}{T}. \tag{4.18}$$



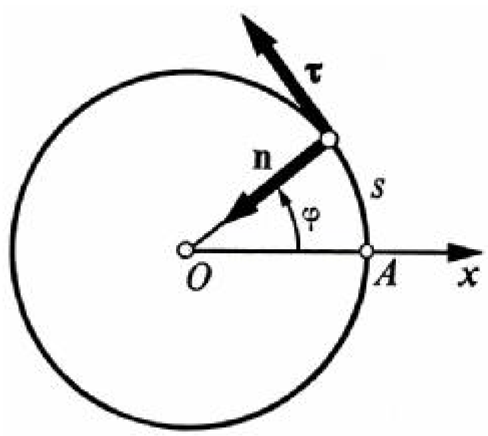
4-4 su'wret.

Ten' o'lshewli tezleniwshi qozg'alısta ju'rip o'tilgen jol OAB u'sh mu'yeshliginin' maydanına ten'.

Orayg'a umtılıwshı tezleniw. Bul jag'dayda normal tezleniw orayg'a umtılıwshı tezleniw dep ataladı. Shen'berdin' barlıq noqatlarının' iymeklik orayları shen'berdin' orayı bolıp tabıladı. İymeklik radiusı shen'berdin' radiusına ten'. Orayg'a umtılıwshı tezleniw $w_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 r$. Bul jerde $v = R\omega$ ekenligi esapqa alıng'an.

Mu'yeshlik tezleniw. $v = R\frac{d\varphi}{dt}$ formulasınan tangensial tezleniwdin'

$$w_t = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = \frac{R}{(d\omega/dt)} = \frac{R}{(d^2\varphi/dt^2)}$$



4-5 su'wret. Shen'ber boyınsha qozg'alıs parametrleri.

ekenligi kelip shıg'adı. $\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt}$ shaması noqattın' mu'yeshlik tezleniwi dep ataladı. Tolıq tezleniwdi bılay jazamız:

$$w = \sqrt{w_n^2 + w_\tau^2} = R\sqrt{\omega^4 + \dot{\omega}^2}. \tag{4.19}$$

Mu'yeshlik tezlik ha'm mu'yeshlik tezleniw vektorları. Shen'ber boyınsha qozg'alıs tek g'ana shen'berdin' radiusı ha'm mu'yeshlik tezlik penen ta'riplenip qoymay, shen'ber jatqan tegisliktin' bag'ıtı menen de ta'riplenedi. Tegisliktin' bag'ıtı usı tegislikke tu'sirilgen normaldın' bag'ıtı menen anıqlanadı. Sonlıqtan shen'ber boyınsha qozg'alıs shen'berdin' orayı boyınsha o'tiwshi ha'm shen'ber tegisligine perpendikulyar sızıq penen ta'riplenedi. Bul sızıq aylanıw ko'sheri bolıp tabıladı.

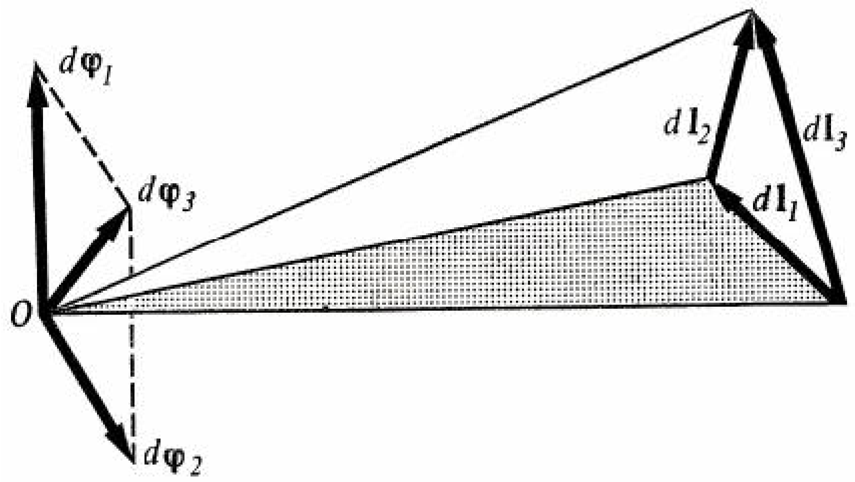
$d\varphi$ shaması elementar mu'yeshlik awısıw dep ataladı. v menen ds qalay baylanısqan bolsa ($\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{s}}{dt}$ formulası na'zerde tutılmaqta) ω menen $d\varphi$ de sonday bolıp baylanısqan $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$. Biraq tezliktin' ta'riplmesi ushın tek onın' shaması emes, al bag'ıtı da kerek. Eger awısıw vektorı $d\mathbf{s}$ arqalı belgilengen bolsa, onda tezlik vektorı ushın an'latpa $\frac{d\mathbf{s}}{dt}$ tu'rine iye boladı.

Elementar mu'yeshlik awısıw $d\varphi$ tek o'zinin' ma'nisi menen g'ana emes, al sol o'zgeris ju'z beretug'ın tegislik penen de ta'riplenedi. Usı tegislikti belgilep alıw ushın dj di usı tegislikke perpendikulyar bolg'an vektor dep qarawımız kerek. Onın' bag'ıtı on' burg'ı qa'desi ja'rdeminde anıqlanadı; eger burg'ını φ din' u'lkeyiw bag'ıtında aylandırsaq, onda burg'ının' (tesiwdegi) qozg'alıs bag'ıtı dj vektorının' bag'ıtına sa'ykes keliwi kerek. Biraq dj di vektor dep esaplaytug'ın bolsa, onda onın' haqıyqatında da vektor ekenligin da'lillewimiz kerek.

Meyli dj_1 ha'm dj_2 arqalı eki mu'yeshlik awısıw belgilengen bolsın. Usı shamalardın' vektorlarday bolıp qosılatug'ınlıg'ın da'lilleymiz. Eger O noqatınan (orayı O noqatı) radiusı bir birlikke ten' bolg'an sfera payda etetug'ın bolsaq usı mu'yeshlerge sferanın' betinde sheksiz kishi $d\mathbf{l}_1$ ha'm $d\mathbf{l}_2$ kishi dog'aları sa'ykes keledi (4-6 su'wrette sa'wlelengen). $d\mathbf{l}_3$ dog'ası bolsa u'sh mu'yeshliktin' u'shinshi ta'repin payda etedi. Sheksiz kishi bolg'an bul u'sh mu'yeshlikti tegis u'sh mu'yeshlik dep esaplawg'a boladı. dj_1, dj_2 ha'm dj_3 vektorları usı u'sh mu'yeshliktin' ta'replerine perpendikulyar bolıp jaylasqan ha'm onın' tegisliginde jatadı. Olar ushın to'mendegidey vektorlıq ten'liktin' orın alatug'ınlıg'ına ko'z jetkeriw qıyın emes:

$$dj_3 = dj_1 + dj_2.$$

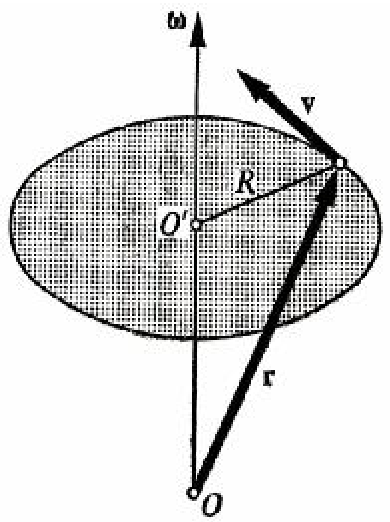
Demek dj_1 ha'm dj_2 shamaları vektorlar bolıp tabıladı eken. Usını da'lillewimiz kerek edi.



4-6 su'wret.

Elementar mu'yeshlik awısıwlardın' (dj_1 ha'm dj_2 eki mu'yeshlik awısıwlarının') vektorlıq shama ekenligin da'lilewdi tu'sindiretug'ın su'wret.

Bul vektorlardı koordinata ko'sherleri boyınsha qurawshılarg'a jiklewimiz kerek. $dj_3 = dj_1 + dj_2$ g'a baylanıslı bul qurawshılar vektordın' qurawshılarınday boladı. Sonlıqtan **elementar mu'yeshlik awısıw vektor bolıp tabıladı dep esaplaymız**.



4-7 su'wret. Radiusı R bolg'an shen'ber boyınsha qozg'alıwshı noqattın' mu'yeshlik tezliginin' vektorı qozg'alıs tegisligine perpendikulyar bag'ıtta bag'ıtlang'an.

Vektor bolıw qa'siyetine tek g'ana elementar (sheksiz kishi) mu'yeshlik awısıwdın' iye bolatug'ınlıg'ın seziwimiz kerek. Shekli mu'yeshke awısıw vektor bolıp tabılmaydı. Sebebi olardı awısıw a'melge asatug'ın tegislikke perpendikulyar bolg'an tuwrılardın' kesindisi dep qarasaq, bul kesindiler parallelogramm qa'desi boyınsha qosılmay qaladı.

Materiallıq noqattın' sheksiz kishi awısıwı dj sheksiz kishi dt waqıt aralıg'ında ju'zege keledi. Sonlıqtan mu'yeshlik tezlik

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{dj}{dt}$$

vektor bolıp tabıladı. Sebebi dj vektor, al dt skalyar shama. w menen dj lardın' bag'ıtları birdey ha'm on' burg'ı qag'ıydası (qa'desi) tiykarında anıqlanadı.

Eger esaplaw basın aylanıw ko'sherinin' ıqtıyarlı noqatına ornalastırsaq (4-7 joqarıdag'ı su'wrette ko'rsetilgen), materiallıq noqattın' tezligin mu'yeshlik tezlik vektorı formulası arqalı an'latıwımız mu'mkin:

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}].$$

Mu'yeshlik tezleniw dep $\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}$ vektorına ataymız. Shen'ber boyınsha qozg'alısta w vektorının' tek ma'nisi o'zgeredi, al bag'ıtı boyınsha o'zgermeytug'ın aylanıw ko'sherine parallel bolıp qaladı. $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ formulasın qollanıp noqattın' tolıq tezleniwin alamız:

$$\mathbf{w} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left[\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}, \mathbf{r}\right] + \left[\boldsymbol{\omega}, \frac{d\mathbf{r}}{dt}\right] = \left[\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}, \mathbf{r}\right] + [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}].$$

Bul jerde $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}$ ekenligi esapqa alıng'an. Biz qarap atırg'an jag'dayda mu'yeshlik tezleniw vektorı $\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}$ aylanıw ko'sherine parallel bolg'anlıqtan joqarıdag'ı formuladag'ı $[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}]$ vektorı traektoriyag'a urınba bag'ıtında bag'ıtlang'an. Demek:

tangensial tezleniw	normal tezleniw	ulıwma tezleniw
$\mathbf{w}_t = \left[\frac{dw}{dt}, \mathbf{r}\right]$	$\mathbf{w}_n = [w, \mathbf{v}]$	$\mathbf{w} = \mathbf{w}_n + \mathbf{w}_t$

Bul formulalar aylanıw ko'sheri ken'islikte bag'ıtın o'zgertpeytug'ın bolg'an jag'daylarda durıs na'tiyje beredi.

Bir qansha mısallar keltiremiz.

Da'slep ten' o'lshewli tezleniwshi qozg'alıstı qaraymız. Biyikligi 20 m bolg'an jaydın' basınan tas tu'sirilgen, onın' da'slepki tezligi nolge ten'. Hawanın' qarsılıg'ın esapqa almay tastın' Jer betine qansha waqıtta kelip jetetug'ınlıg'ın ha'm Jer betine qanday tezlik penen tu'setug'ınlıg'ın esaplaymız.

Bul jag'dayda tastın' tu'siwi erkin tu'siw bolıp tabıladı. Da'slepki tezligi nolge ten' bolg'an denenin' ten' o'lshewli tezleniwshi qozg'alıstında o'tilgen jol $h = \frac{at^2}{2}$ ge ten' (eger da'slepki tezlik v_0 nolge ten' bolmasa $h = v_0 t + \frac{at^2}{2}$). Erkin tu'siwshi dene ushın tezleniw $a = g = 9.81$ m/s^2 shaması ***erkin tu'siw tezleniwi*** dep ataladı. Bul formuladan tastın' tu'siw waqtı

$$t = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

shamasına ten' bolıp shıg'adı. Sonlıqtan $t \approx 2$ s, al aqırg'ı tezlik $v_t = gt = 19.6$ m/s.

Endi vertikal bag'ıtta ılaqtırılg'an denenin' qozg'alısın qaraymız. Meyli vertikal bag'ıtta ılaqtırılg'an dene 30 m biyiklikke ko'terilsin. Usı biyiklikke tastın' qansha waqıtta jetetug'ınlıg'ın ha'm Jer betine qansha waqıttan keyin qaytıp keletug'ınlıg'ın esaplayıq.

Bul jag'dayda

$$h = v_0 t - \frac{g t^2}{2}.$$

30 m biyiklikke ko'terilgen waqıttag'ı tastın' aqırg'ı tezligi nolge ten', yag'nıy

$$v_t = v_0 - g t = 0.$$

Bunnan $v_0 = g t$. Demek $h = g t \cdot t - \frac{g t^2}{2} = \frac{g t^2}{2}$. Sonlıqtan $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Bul na'tiyjeni joqarıdag'ı keltirilgen mısaldag'ı alıng'an na'tiyje menen salıstırsaq joqarıg'ı erkin ko'terilgendegi waqıt penen to'menge erkin tu'skendegi waqıt penen ten' ekenligin ko'remiz. t nın' ma'nisin anıqlag'annan keyin $v_0 = g t = \sqrt{2 h g}$ formulası kelip shıg'adı. Sonlıqtan $v_0 \approx 24.2$ m/s, $t \approx 2.48$ s shamaların alamız.

Endi iymek sızıqlı qozg'alıslardı qarayıq.

Bir dene gorizontqa A mu'yeshin jasap v_0 da'slepki tezligi menen ılaqtırılg'an. Usı denenin' traektoriyasının' tu'rin, denenin' en' joqarıg'a ko'teriliw mu'yeshin ha'm qansha aralıqqa barıp Jer betine tu'setug'ının anıqlayıq.

Ma'seleni bılayınsha sheshemiz:

Su'wretten

$$v_x = v_0 \cos\alpha,$$
$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt$$

ekenligi ko'rinip tur. x ha'm u koordinataları waqıttın' funktsiyaları tu'rinde bılay jazıladı:

$$x = v_0 \cos\alpha \times t,$$
$$y = v_0 \sin\alpha \times t - \frac{g t^2}{2}.$$

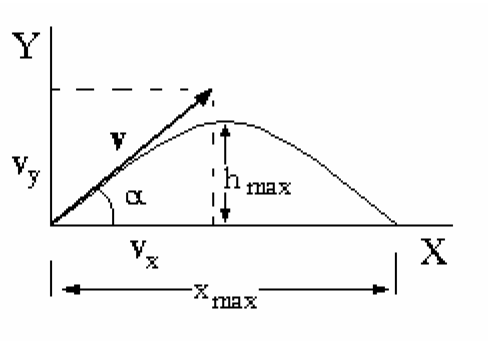
Bul ten'lemeler sistemasınan waqıt t nı alıp taslasaq traektoriya ten'lemesin alamız:

$$y = \mathrm{tg}\alpha \cdot x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} x^2.$$

Alıng'an an'latpalardag'ı x penen x^2 lar aldında turg'an shamalar turaqlı shamalar bolıp tabıladı. Olardı a ha'm b ha'ripleri menen belgilesek

$$y = ax - bx^2$$

ten'lemesi alamız. Bul parabolanın' formulası. Demek Jer betine mu'yesh jasap ılaqtırılg'an denenin' parabola boyınsha qozg'alatug'ınlıg'ın ko'remiz.



4-8 su'wret. Gorizontqa mu'yesh jasap ılaqtırılg'an denenin' qozg'alısı.

Traektoriyasının' en' joqarg'ı noqatında $v_y = 0$. Demek $v_0 \sin a - g t = 0$. Olay bolsa ılaqtırılg'an denenin' ko'teriliw waqtı

$$t' = v_0 \frac{\sin\alpha}{g}.$$

En' joqarı ko'teriliw biyikligi

$$y_{max} = v_0 \sin\alpha \frac{v_0 \sin\alpha}{g} - \frac{g}{2}\left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)^2 = v_0^2 \frac{\sin^2\alpha}{2g}.$$

Dene Jer betine $t = 2t'$ waqtı ishinde kelip tu'sedi. Olay bolsa

$$t = v_0 \frac{\sin\alpha}{g}.$$

Demek

$$x_{max} = v_0 \cos\alpha \cdot t = \frac{v_0 \cos\alpha \cdot v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha.$$

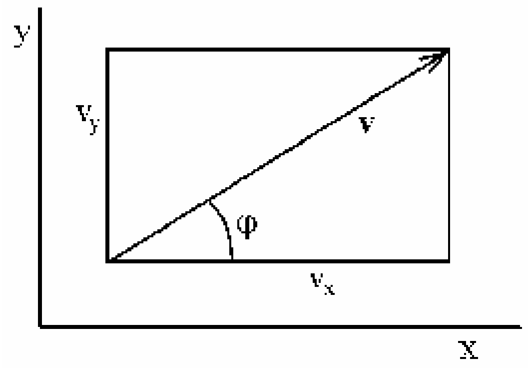
$\sin 2\alpha$ nın' en' u'lken ma'nisi 1 ge ten'. Bul jag'dayda $2\alpha = 90^0$. Demek $\alpha = 45^0$ ta dene en' u'lken qashıqlıqqa ushıp baradı eken.

Tap sonday-aq 2α nın' ha'r qıylı ma'nislerinde x tın' birdey ma'nislerinin' bolıwı mu'mkin. Mısalı $\alpha = 63^0$ penen $\alpha = 27^0$ larda birdey x alınadı.

Ma'sele: Gorizontqa α mu'yeshi jasap ılaqtırılg'an denenin' traektoriyasının' eki noqatının' ja'rdeminde denenin' da'slepki tezligi v menen sol mu'yesh α nın' ma'nisin tabıw.

Berilgenleri: Koordinata x_1 bolg'anda u koordinata u_1 ma'niske, al koordinata x_2 bolg'anda u tin' ma'nisi u_2 bolg'an.

y_{max} menen x_{max}, v_0 ha'm α nin' ma'nislerin tabıw kerek.



4-9 su’wret. Gorizontqa mu’yesh jasap ılaqtırılgan denenin’ traektoriyasın esaplaw ushın du’zilgen sxema.

Sızılmadan

$$v_x = v \cdot \cos\varphi, \quad v_x = v \cdot \sin\varphi$$

Bunnan

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot t \cdot \cos\varphi, \\ y = v_0 \cdot t \cdot \sin\varphi - \dfrac{gt^2}{2}. \end{cases}$$

ten’lemeler sistemasın alamız. Bul ten’lemeler sistemasındag’ı birinshi ten’lemeden

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\varphi}.$$

Bul an’latpanı sistemadag’ı ekinshi ten’lemege qoysaq

$$y = \frac{v_0 \sin\varphi}{v_0 \cos\varphi} x - \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\varphi}$$

ten’lemesin alamız ha’m bul ten’lemeni bılayınsha jazamız:

$$y = \alpha x - \beta x^2.$$

Bul an’latpanı da’slepki an’latpa menen salıstırsaq

$$\alpha = tg\varphi \text{ ha'm } \beta = \frac{g}{2} \frac{1}{v_0^2 \cos^2\varphi}$$

an’latpalarına iye bolamız.

Endi ma’selenin’ sha’rtleri boyınsha to’mendegidey ten’lemeler sistemasın du’zemiz:

$$\begin{cases} y_1 = \alpha x_1 - \beta x_1^2, \\ y_2 = \alpha x_2 - \beta x_2^2. \end{cases}$$

Bul ten'lemelerdin' birinshisin x_1 g'a, al ekinshisin x_2 ge ko'beytemiz ha'm birinshisin ekinshisinen alamız. Sonda:

$$y_1x_2 - y_2x_1 = \beta x_1^2x_2 - \beta x_2^2x_1 = \beta(x_1^2x_2 - x_2^2x_1).$$

Bunnan

$$\beta = \frac{y_1x_2 - y_2x_1}{x_1^2x_2 - x_2^2x_1}.$$

Demek

$$\alpha = \frac{y_1 + \beta x_1^2}{x_1}.$$

Ja'ne $\varphi = \mathrm{arctg}\alpha$ ham $v_0 = \sqrt{\frac{g}{2}\frac{1}{\cos^2\varphi}\frac{1}{\beta}}$.

y_{max} noqatında $\frac{dy}{dx} = 0$. Sonlıqtan $\alpha - 2\beta x = 0$. Demek y_{max} g'a sa'ykes keliwshi x tın' ma'nisi bılayınsha anıqlanadı:

$$x = \frac{\alpha}{2\beta}.$$

Demek $y_{max} = \alpha x - \beta x^2 = \alpha\frac{\alpha}{2\beta} - \beta\frac{\alpha^2}{4\beta^2}$.

Al x_{max} bolsa $x_{max} = 2\frac{\alpha}{2\beta}$.

Solay etip traektoriyanın' eki noqatı boyınsha da'slepki tezlik v_0 di, mu'yesh φ di, y_{max} menen x_{max} shamaların anıqlay aladı ekenbiz.

Tezlik barlıq waqıtta traektoriyag'a urınba bag'ıtında bag'ıtlang'an.

Tezleniw menen tezlik arasındag'ı mu'yesh qa'legen ma'niske iye bolıwı mu'mkin. Yag'nıy tezleniw traektoriyag'a salıstırg'anda qa'legen bag'ıtqa iye boladı.

Tezleniwdin' normal qurawshısı tezliktin' absolyut ma'nisin o'zgertpeydi, al tek onın' bag'ıtın o'zgertedi.

Tezliktin' absolyut ma'nisinin' o'zgerisi tezleniwdin' tangensial qurawshısının' ta'sirinde boladı.

Tek sheksiz kishi mu'yeshlik awısıw vektor bolıp tabıladı. Shekli mu'yeshke aylanıw vektor emes.

Mu'yeshlik tezlik vektor bolıp tabıladı. Sebebi ol vektor bolıp tabılatug'ın elementar mu'yeshlik awısıw ja'rdeminde anıqlanadı. Shekli mu'yeshke burılg'andag'ı ortasha mu'yeshlik tezlik absolyut ma'nisine ha'm bag'ıtına iye bolsa da vektor emes.

Sorawlar:

1. Qozg'alıstı ta'riplewdin' qanday usılların bilesiz?
2. Qozg'alıstı vektorlar arqalı belgilewdin' ha'm vektorlıq jazıwdın' qanday artıqmashları bar?
3. Elementar mu'yeshlik awısıw menen shekli mu'yeshlik awısıwlardın' ayıması nelerden ibarat?
4. Orayg'a umtılıwshı tezleniwdin' fizikalıq ma'nisi neden ibarat?
5. Qanday sebeplerge baylanıslı ortasha mu'yeshlik tezlik vektor bolıp tabılmaydı?

5-§. Qattı denelerdin' qozg'alısı

Erkinlik da'rejesi. Tegis qozg'alıs. Aylanbalı qozg'alıs. Aylanıwdın' bir zamatlıq ko'sheri.

Erkinlik da'rejesi. Qattı dene dep ara qashıqlıqları turaqlı bolatug'ın materiallıq noqatlardın' jıynag'ına aytamız. Sonlıqtan qattı denenin' qozg'alısı onı qurawshı noqatlardın' qozg'alısına alıp kelinedi. Ha'r bir noqattın' qozg'alısı u'sh funktsiyanın' (u'sh koordinatanın') ja'rdeminde beriledi. Sog'an sa'ykes, eger qattı dene N dana materiallıq noqattan turatug'ın bolsa onın' qozg'alısın $3N$ koordinata menen ta'riplew mu'mkin. Biraq sol noqatlar arasındag'ı qashıqlıqlar o'zgermeytug'ın bolg'anlıqtan bul funktsiyalar bir birinen g'a'rezsiz emes. Sonlıqtan qattı denenin' qozg'alısın ta'riplew ushın $3N$ dana ten'lemeni sheship otırıw kerek emes. ***Materiallıq noqatlar sistemasının'* (jıynag'ının') *qozg'alısın ta'ripleytug'ın bir birinen g'a'rezsiz bolg'an funktsiyalar* (**ko'binese parametrler dep ataladı**) *sanı usı sistemanın' erkinlik da'rejesi dep ataladı.***

Materiallıq noqattın' qozg'alısı u'sh parametrdin' ja'rdeminde ta'riplenedi. Sonlıqtan da onın' erkinlik da'rejesi 3 ke ten'. Bir birine baylanıssız qozg'alatug'ın eki materiallıq noqattın' erkinlik da'rejesi 6 g'a ten'. Al usı eki noqat bir biri menen baylanıstırılg'an bolsa, onda usı 6 funktsiya bir birinen g'a'rezsiz bolıp qalmaydı. Olar arasında $l=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$ baylanısı bar. Usı an'latpa ja'rdeminde altı koordinatanın' birewin l arqalı anıqlaw mu'mkin. Demek bir biri menen baylanısqan eki materiallıq noqattan turatug'ın sistemanın' erkinlik da'rejesi 5 ke ten'.

Qattı denelerdin' erkinlik da'rejesi 6 g'a ten'. Sebebi qattı deneni bekkem etip bekitiw ushın bir tuwrının' boyında jatpaytug'ın u'sh noqat kerek. Ha'r qaysısı u'sh koordinatag'a iye. Bul u'sh noqattın' ha'r qaysısın basqaları menen baylanıstıratug'ın u'sh

$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ sıyaqlı ten’lemege iye bolamız. Bul g’a’rezsiz shamalardın’ sanın 6 g’a tu’siredi. Na’tiyjede qattı denenin’ erkinlik da’rejesi $i = 6$ dep juwmaq shıg’aramız.

Noqatqa bekitilgen qattı denenin’ qozg’alısın qaraymız. Onı ta’riplew Eyler mu’yeshelerinin’ ja’rdeminde a’melge asırıladı.

Qattı dene birlik vektorları $\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}'$ bolg’an (x', y', z') koordinatalar sisteması menen qattı etip bekitilgen bolsın. Bul koordinatalar sistemasının’ bası ha’m qozg’alıs qarap atırılg’an (x, y, z) koordinatalar sistemasının’ bası bir noqatta bolsın. Onın’ awhalı (x', y', z') ko’sherlerinin’ (x, y, z) ko’sherlerine salıstırg’andag’ı jaylasıwları menen tolıq anıqlanadı.

5-1 su’wrette Eyler mu’yeshlerinin’ φ, θ ha’m Ψ ekenligi ko’rinip tur. Denenin’ qa’legen qozg’alısın

$$\varphi = \varphi(t), \quad \theta = \theta(t), \quad \Psi = \Psi(t)$$

funktsiyaları ja’rdeminde anıqlaw mu’mkin.

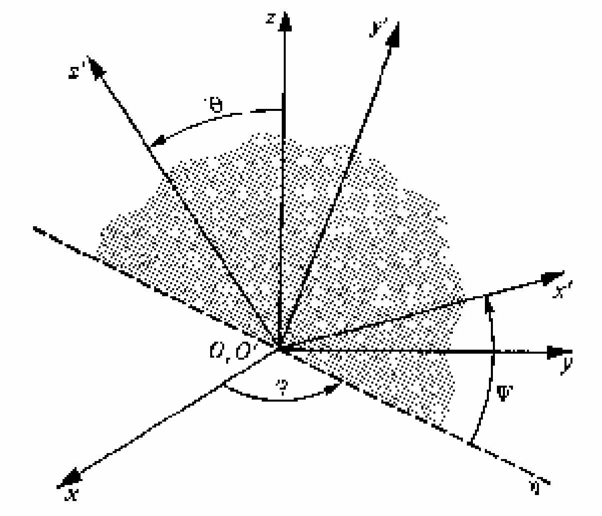
Tegis qozg’alıs. ***Traektoriyalarının’ barlıq noqatları o’z-ara parallel tegisliklerde jatatug’ın qozg’alıs tegis qozg’alıs dep ataladı***. Bunday jag’dayda qattı denenin’ qozg’alısı parallel tegisliklerdin’ birinin’ qozg’alısı ja’rdeminde anıqlanadı. Al bul tegisliktin’ (kese-kesimnin’) awhalı usı kese-kesimde alıng’an eki noqattın’ ja’rdeminde anıqlanadı. Eki noqattın’ tegisliktegi awhalı to’rt parametrdin’ (koordinatanın’) ja’rdeminde anıqlanadı. Usı parametrler arasında noqatlardın’ ara qashıqlıg’ının’ turaqlılıg’ına sa’ykes keletug’ın bir qatnas boladı. Demek bir birinen g’a’rezsiz 3 parametr boladı, yag’nıy erkinlik da’rejesi u’shke ten’.

Aylanbalı qozg’alıs. Aylanbalı qozg’alısta qattı denenin’ eki noqatı barlıq waqıtta qozg’almay qaladı. Usı eki noqat arqalı o’tiwshi tuwrı aylanıw ko’sheri dep ataladı. Ko’sher boyında jatırg’an qattı denenin’ barlıq noqatları qozg’alıssız qaladı. Basqa noqatlar ko’sherge perpendikulyar bolg’an tegislikte de aylanbalı qozg’alıs jasaydı. Bul shen’berlerdin’ orayları ko’sherde jatadı. Qattı denenin’ qa’legen noqatının’ tezligi $\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}]$ ge ten’.

Eger noqattan ko’sherge shekemgi aralıq R ge ten’ bolsa normal, tangensial ha’m tolıq tezleniwler bılay anıqlanadı[3]:

$$w_n = \omega^2 R, \quad w_\tau = \dot{\omega} R, \quad w = R\sqrt{\omega^4 + \dot{\omega}^2}.$$

[3] U’stine noqat qoyılg’an ha’ripler waqıt boyınsha alıng’an tuwındını bildiredi.



5-1 su'wret. Eyler mu'yeshleri eki dekart koordinatalarının' o'z-ara jaylasıwın tolıg'ı menen ta'ripleydi (x', y') tegisligi (x, y) tegisligin η tuwrısı boyınsha kesedi.

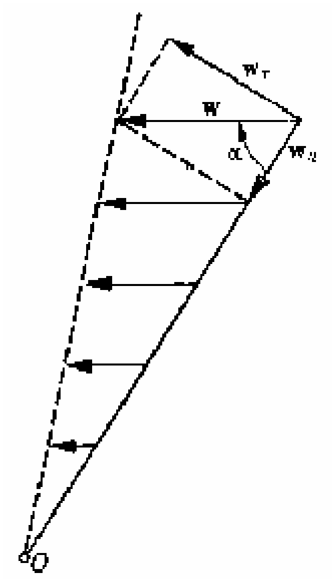
Bul formulalardan qattı denelerdin' aylanıw ko'sherine perpendikulyar bolg'an radiustın' boyında alıng'an noqatlarının' tolıq tezleniwinin' vektorları o'z-ara parallel ha'm aylanıw ko'sherine qashıqlıg'ına proportsional o'sedi (su'wrette ko'rsetilgen). Radiusqa salıstırg'andag'ı tezleniwdin' bag'ıtın ta'ripleytug'ın α mu'yeshi $tg\alpha = \frac{\omega_\tau}{\omega_n} = \frac{\dot{\omega}}{\omega^2}$, yag'nıy **R** ge g'a'rezli emes.

Aylanıw ko'sheri ken'islikte o'zgermey qalatug'ın jag'dayda qattı denenin' noqatlarının' tezleniwi vektorlıq formada $\mathbf{w}_\tau = \left[\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}, \mathbf{r}\right]$, $\mathbf{w}_n = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}]$, $\mathbf{w} = \mathbf{w}_\tau + \mathbf{w}_n$ tu'rinde beriledi (usı paragraftan aldın'g'ı 4-paragraftı qaraw kerek).

Aylanıwdın' bir zamatlıq ko'sheri. Tegis qozg'alısta qattı denenin' awhalı usı qattı denenin' barlıq noqatları parallel qozg'alatug'ın bir kese-kesiminin' awhalı menen tolıq anıqlanadı. Al tegisliktegi bul kese-kesimnin' awhalı (turg'an ornı) usı kese-kesimdegi noqatlardı baylanıstıratug'ın kesindinin' awhalları (turg'an orınları) ja'rdeminde anıqlanadı. Usı kesindinin' bazı bir waqıt ishindegi A_0B_0 awhalınan AB awhalına ko'shiwin (orın almastırıwın) qaraymız (to'mendegi 5-3 su'wrette keltirilgen). Bul awısıwdı eki awısıwg'a jikleymiz:

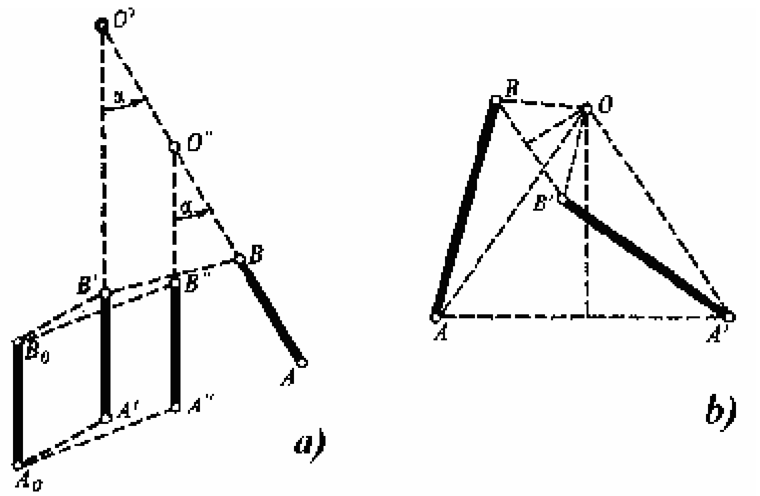
1) A_0B_0 awhalınan AB awhalına ilgerilemeli ko'shiw, bunday jag'dayda sızıq o'z-o'zine parallel qalıp ko'shedi;

2) aylanbalı qozg'alıs, bunday qozg'alıstın' na'tiyjesinde O' noqatı arqalı o'tiwshi, qattı denenin' qozg'alıs bag'ıtına perpendikulyar ko'sher do'gereginde α mu'yeshine burıladı.



5-2 su'wret. Aylanıw ko'sherinen qashıqlag'anda da tolıq tezleniw bag'ıtı boyınsha o'zgermey qaladı, biraq absolyut ma'nisi boyınsha o'sedi.

Orın almastırıwdı bunday etip eki qozg'alısqa bo'liw bir ma'nisli emes: tuwrını A_0B_0 awhalınan A''B'' awhalına ilgerilemeli qozg'alıs penen alıp keliw ha'm α mu'yeshine burıwdı O'' noqatı arqalı o'tiwshi ko'sherdin' do'gereginde burıw mu'mkin.



5-3 su'wret.

Orın almastırıwdı (awısıwdı) ilgerilemeli ha'm aylanbalı dep ekige bo'liw bir ma'nisli emes, al bunday bolıp bo'liwdi sheksiz ko'p usıl menen a'melge asırıw mu'mkin. Biraq barlıq jag'daylarda da aylanıw mu'yeshi bir ma'niske iye.

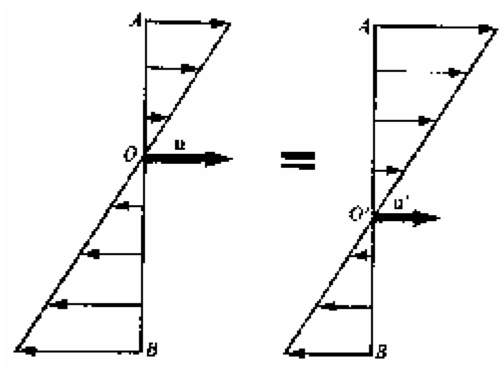
Solay etip **orın almastırıwdı ilgerilemeli ha'm aylanbalı qozg'alıslarg'a bo'liw bir ma'nisli a'melge aspaydı,** biraq **burılıw mu'yeshi α nin' ma'nisi barlıq waqıtta birdey**. dt waqıtı ishinde qattı denenin' barlıq noqatları $d\mathbf{l}$ aralıg'ına ilgerilemeli ja'ne O' noqatı a'tirapında $d\alpha$ elementar mu'yeshlik orın almastıradı. Sonlıqtan barlıq noqatlardın' tezligi eki qosılıwshıdan turadı:

1) ilgerilemeli $\mathbf{v}_0 = \frac{d\mathbf{l}}{dt}$;

2) aylanbalı $\mathbf{v}' = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}]$, bul jerde $\boldsymbol{\omega}_0 = \frac{d\boldsymbol{\alpha}}{dt}$, $\mathbf{r}$ vektorı ushın esaplaw bası aylanıw ko'sheri o'tetug'ın O' noqatı bolıp tabıladı. Bul noqat qattı denenin' noqatlarının' biri bolıp qalıp $\mathbf{v}_0$ ilgerilemeli tezligine iye boladı. Demek

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}].$$

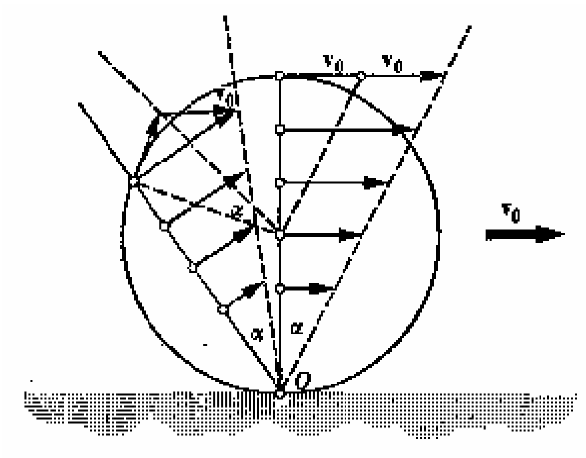
Orın almastırıwdı ilgerilemeli ha’m aylanbalı dep bo’liw bir ma’nisli a’melge asırıwg’a bolmaytug’ınlıg’ına ko’z jetkerdik. Tap sol sıyaqlı tezlikti ilgerilemeli ha’m aylanbalı qozg’alıslar tezlikleri dep qurawshılarg’a jiklew de birma’nisli emes. Bul to’mendegi 5-4 su’wrette keltirilgen.



5-4 su’wret. Qattı denenin’ tezligin ilgerilemeli ha’m aylanbalı qozg’alıslar tezliklerine jiklewdin’ bir ma’nisli emes ekenligin ko’rsetetug’ın su’wret.

Shep ta’reptegi su’wrette qozg’alıs tezligi **u** bolg’an ilgerilemeli ha’m O noqatı do’geregindegi aylanbalı qozg’alıslardan turadı. Al on’ ta’reptegi qozg’alıs tezligi **u**’ bolg’an ilgerilemeli ha’m orayı O’ bolg’an aylanbalı qozg’alıslardan turadı.

Denenin’ ilgerilemeli tezligin o’zgertiw arqalı aylanıw ko’sherinin’ turg’an ornın da o’zgertemiz. Qozg’alıs tegisligine perpendikulyar bolg’an qa’legen ko’sherdin’ aylanıw ko’sheri bolatug’ınlıg’ın ko’rsetiwge boladı. **İlgerilemeli qozg’alıs tezligi nolge ten’ bolg’an ko’sher aylanıwdın’ bir zamatlıq ko’sheri dep ataladı**. Usı momentte **denenin’** barlıq **noqatlarının’ tezligi bir zamatlıq ko’sher do’geregindegi aylanbalı qozg’alıs tezligi sıpatında qaralıwı kerek**. Denenin’ bir zamatlıq ko’sheri boyındag’ı barlıq noqatlarının’ ilgerilemeli qozg’alıs tezligi nolge ten’. Aylanıw ko’sherinin’ boyında ornalasqanlıqtan bul noqatlardın’ aylanbalı tezligi de nolge ten’. Sonlıqtan qattı denenin’ bir zamatlıq ko’sheri boyında ornalasqan barlıq noqatlarının’ tezligi nolge ten’ boladı eken. Eger qaralıp atırg’an qattı dene shekli o’lshemlerge iye bolsa bir zamatlıq aylanıw ko’sheri deneden tısta jaylasqan bolıwı da mu’mkin.



5-5 su’wret. Aylanıwdın’ bir zamatlıq ko’sherin tu’sindiriw ushın arnalg’an sızılma.

Altı erkinlik da’rejesine iye sistemanın’ awhalı (turg’an ornı) koordinatalar dep atalatug’ın altı sandı beri menen anıqlanadı. Olar ıqtıyarlı. Olardın’ bir birinen g’a’rezsi ekenligin tekseriw a’hmiyetke iye. Eyler mu’yeshleri belgili bir qolaylılıqtarg’a iye usıllardın’ biri.

Digirshiktin’ jer menen tiyisken noqatı qozg’almaydı. Avtomobildin’ digirshiginen artqı ta’repke ptaslıqlar sol digirshiktin’ jerge tiyisken

noqatınan joqarıda jaylasqan noqatlar ta’repinen ılaqtılıladı.

Qattı denenin’ ıqtıyarlı qozg’alısın materiallıq noqattın’ qozg’alısı ha’m usı noqat arqalı o’tiwshi bir zamatlıq ko’sher do’geregindegi qozg’alıs sıpatında qaraw mu’mkin.

Sorawlar:

Mexanikalıq sistemanın’ erkinlik da’rejesi qalay anıqlanadı?

Ha’r qanday qozg’alıslarda qattı denenin’ erkinlik da’rejesi qanday ma’nislerge iye boladı?

Eyler mu’yeshlerinin’ geometriyalıq anıqlamaları qanday?

Qattı denenin’ tegis qozg’alısında tezlikti ilgerilemeli ha’m aylanbalı qozg’alıslar tezliklerinin’ qosındısı tu’rinde ko’rsetiwdin’ mu’mkinshiligi qalay da’lillenedi?

Bir zamatlıq aylanıw ko’sheri degenimiz ne? Siz a’piwayı qozg’alıslar jag’daylarında bir zamatlıq ko’sherlerge mısallar keltire alasız ba?

6-§. Nyuton nızamları

Nyuton ta’repinen berilgen anıqlamalar. Massa. İmpuls. İmpulstin’ saqlanıw nızamı. Nyuton nızamların sa’wlelendiretug’ın mısallar.

Dinamikanın’ tiykarg’ı nızamları ushın Nyuton ta’repinen to’mendegidey anıqlamalar usınıldı:

1-anıqlama. Materiyanın’ mug’darı (massa) onın’ tıg’ızlıg’ı menen ko’lemine proportsional tu’rde anıqlanatug’ın o’lshem.

Nyutonnın’ hesh bir anıqlaması usı anıqlamaday da’rejede sıng’a alınbadı. Bul jerde «materiya mug’darı» ha’m «massa» so’zleri birdey ma’niske iye. Nyuton ta’repinen usınılg’an «Materiya mug’darı» termini ilimde ko’p waqıt saqlanbadı ha’m ha’zirgi ilimde «massa» termini menen tolıq almastırılg’an.

Sonın’ menen birge Nyuton zamanında qanday da bir shamanın’ o’lshemin anıqlag’anda usı shamanın’ qanday shamalarg’a proportsional ekenligine tiykarg’ı kewil bo’lingen. Mısalı ha’zirgi waqıtları biz «u’sh mu’yeshliktin’ maydanı onın’ ultanı menen biyikliginin’ yarım ko’beymesine ten’» dep aytamız. Al Nyuton zamanında «u’sh mu’yeshliktin’ maydanı onın’ ultanı menen biyikligine proportsional» dep aytılg’an.

2-anıqlama. Qozg’alıs mug’darı tezlik penen massag’a proportsional etip alıng’an shamanın’ o’lshemi.

Nyuton ta’repinen birinshi bolıp qabıl etilgen «Qozg’alıs mug’darı» tu’sinigi de «Materiya mug’darı» tu’sinigine sa’ykes keledi. Biraq bul tu’sinik ha’zirgi waqıtlarg’a shekem saqlanıp keldi.

3-anıqlama. Materiyanın' o'zine ta'n ku'shi onın' qarsılıq etiw qa'biletligi boladı. Sonlıqtan ayırıp alıng'an qa'legen dene o'zinin' tınıshlıq halın yamasa ten' o'lshewli qozg'alısın saqlaydı.

4-anıqlama. Sırttan tu'sirilgen ku'sh denenin' tınıshlıq halın yamasa ten' o'lshewli tuwrı sızıqlı qozg'alısın o'zgertetug'ın ta'sir bolıp tabıladı.

Qozg'alıstın' birinshi nızamı retinde Nyuton XVİİ a'sirdin' baslarında Galiley ta'repinen ashılg'an inertsiya nızamın qabıl etti.

1-nızam. Qa'legen dene eger de sırttan ku'shler ta'sir etpese o'zinin' tınıshlıq yamasa ten' o'lshewli tuwrı sızıqlı qozg'alıs halın saqlaydı.

Bunday qozg'alıs a'dette erkin qozg'alıs yamasa inertsiya boyınsha qozg'alıs dep ataladı. Erkin qozg'alatug'ın deneni erkin dene dep ataymız.

Erkin denelerdi ta'biyatta tabıw mu'mkin emes. Sonlıqtan bunday tu'sinikti qabıl etiw abstraktsiya bolıp tabıladı.

Nyutonnın' ekinshi nızamı boyınsha

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}. \qquad (6.1a)$$

Bul formuladag'ı m - denenin' massası, $\frac{d\mathbf{v}}{dt}$ - tezleniwi. Bul nızam boyınsha eger $\mathbf{F} = 0$ bolsa $\mathbf{v} = \mathrm{const}$. Usınnan Nyutonnın' birinshi nızamı kelip shıqpay ma degen soraw kelip tuwadı. Bir qatar fizika ilimin u'yreniwshilerde usınday pikirdin' payda bolıwı mu'mkin. Biraq Nyutonnın' birinshi nızamının' o'zinshe g'a'rezsiz nızam ekenligin ha'r qanday inertsial esaplaw sistemaların saylap alıw arqalı ayqın ko'rsetiwge boladı. Sonın' na'tiyjesinde bul nızamnın' g'a'rezsiz ekenligin, qozg'alıslardı dinamikalıq ha'm kinematikalıq ma'niste qaraw ushın qabıl etilgen esaplaw sistemasının' paydalanıwg'a bolatug'ınlıg'ın yamasa bolmaytug'ınlıg'ın bildiretug'ın kriteriyi bolıp sanaladı.

Massa. İmpulstin' saqlanıw nızamı. Qa'legen dene qozg'alısqa keltirilse yamasa onın' tezliginin' shamasın yaki bag'ıtın o'zgerter bolsaq qarsılıq ko'rsetedi. Denelerdin' bul qa'siyetin *inertlilik* dep ataymız. Ha'r qanday denelerde inertlilik ha'r qanday bolıp ko'rinedi. :lken tasqa tezleniw beriw, kishi topqa tap sonday tezleniw beriwden a'dewir qıyın. ***İnertlilik o'lshemi massa dep ataladı***.

Denenin' massasın $\frac{F}{a} = \mathrm{const} = m$ an'latpası arqalı anıqlaymız.

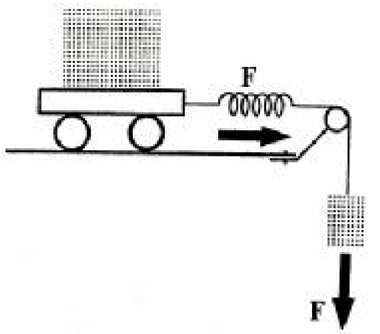
Massa **denenin' inertlilik qa'siyetinin' ta'riplemesinen basqa ma'niske iye emes**. Usıg'an baylanıslı bul massanı geyde **inert massa** dep te ataydı.

XİX a'sirdin' aqırına kele fizika menen shug'ıllanıwshılar denenin' massası menen sol denenin' inertliliginin' bir tu'sinik ekenligin ayqın moyınladı. Bul haqqında O.D.Xvalsonnın' «Fizika kursı» kitabının' İ tomının' sa'ykes paragrafın oqıp iseniwge boladı.

Massanı da'l anıqlaw ushın ***izolyatsiyalang'an*** yamasa ***jabıq sistema*** dep atalıwshı tu'siniklerdi kirgizemiz. Basqa denelerde jetkilikli da'rejede alıslatılg'an, basqa denelerdin' ta'siri joq etilgen deneler sistemasın usınday sistema dep qaraymız. Sistemag'a kiriwshi deneler bir biri menen ta'sirlese aladı. Eki materiallıq noqattan turatug'ın sistemanı qarayıq. Bul noqatlardın' tezlikleri jaqtılıq tezliginen kishi dep esaplaymız. Usı materiallıq noqatlar bir biri menen ta'sir etiskende olardın' tezlikleri o'zgeredi. Yag'nıy

$$m_1\Delta\mathbf{v}_1 = m_1\Delta\mathbf{v}_2\,. \tag{6.1}$$

Bul an'latpadag'ı m_1 ha'm m_2 shamaları turaqlı bolıp qaladı. Usı shamalar 1- ha'm 2-materiallıq noqatlardın' o'z-ara ta'sir etisiw o'zgesheliklerine pu'tkilley baylanıslı emes. Ta'sir etisiw waqtı Δt nı qa'legenimizshe o'zgertiw mu'mkin. Usının' menen birge $\Delta\mathbf{v}_1$ ha'm $\Delta\mathbf{v}_2$ vektorları da o'zgeredi. Biraq m_1 ha'm m_2 koeffitsientleri (da'liregi olar arasındag'ı qatnas) turaqlı bolıp qaladı. Bul na'tiyjeni ta'jiriybenin' juwmag'ı dep qaraw kerek. m_1 ha'm m_2 koeffitsientleri tek g'ana usı 1- ha'm 2-denelerdin' o'zlerine baylanıslı boladı. Olardı massa dep, anıg'ırag'ı 1- ja'ne 2-denelerdin' inertlik massaları dep ataymız.



6-1 su'wret. Tezleniwdin' ku'shten g'a'rezli ekenligin demonstratsiyalaw.

Solay etip eki materiallıq denenin' massalarının' qatnası olar bir biri menen ta'sir etiskende tezlikleri alatug'ın o'simlerdin' minus belgisi menen alıng'an qatnaslarınday boladı eken.

Massalar qatnasınan massanın' o'zine o'tiw ushın ***massa etalonı*** kerek boladı. Bunday jag'dayda barlıq deneler massaları bir ma'niste anıqlanadı. Sonday-aq etalon on' belgige iye bolsa barlıq massalar da on' belgige iye boladı. Fizika iliminde tiykarg'ı birlik retinde ***kilogramm*** qabıl etilgen. Ol Frantsiyadag'ı Sevre qalasındag'ı Xalıq aralıq salmaqlar ha'm o'lshemler byurosında saqlanıp turg'an iridiydin' platina menen quymasınan islengen etalonnın' massasına ten'. Kilogrammnın' mın'nan bir u'lesine gramm dep aytamız.

Ta'jiriybenin' na'tiyjesi bolg'an ja'ne de bir jag'dayg'a dıqqat qoyamız. $\frac{m_2}{m_1}$ qatnasın usı eki denenin' massalarının' qatnasları tu'rinde esaplanıp qoymay, u'shinshi deneni de qollanıw mu'mkin. Bunday jag'dayda usı massalardın' u'shinshi denenin' massasına qatnasın tabamız. Bul qatnaslardı bir birine bo'lsek $\frac{m_2}{m_1}$ qatnası kelip shıg'adı. Eger (6.1) qatnastın' eki ta'repin de ta'sir etisiw waqtı Δt g'a bo'lsek

$$m_1\mathbf{a}_{1ortasha} = -m_2\mathbf{a}_{2ortasha} \tag{6.2}$$

an'latpasın alamız. Al shektegi jag'dayg'a o'tsek

$$m_1\,\mathbf{a}_1 = m_2\,\mathbf{a}_2 \tag{6.3}$$

formulasına iye bolamız.

Bul formula menen massalardın’ qatnasın anıqlaw, usı denelerdin’ ***ortasha*** yamasa ***haqıyqıy tezleniwlerinin’*** qatnasların anıqlawg’a alıp kelinedi.

(6.1) ge basqa tu’r beremiz. $\Delta v_1 = v_1' - v_1$ ha’m $\Delta v_2 = v_2' - v_2$ dep belgileyik. Bunday jag’dayda

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'. \tag{6.4}$$

$m\mathbf{v} = \mathbf{p}$ bolg’an massa menen tezliktin’ ko’beymesinen turatug’ın vektordı materiallıq noqattın’ ***impulsı*** yamasa ***qozg’alıs mug’darı*** dep atayıq. Materiallıq noqatlar sistemasının’ ***impulsı*** yamasa ***qozg’alıs mug’darı*** dep ha’r bir materiallıq noqattın’ impulslarının’ vektorlıq qosındısına ten’ shamanı, yag’nıy

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2. \tag{6.5}$$

shamasına aytamız.

(6.4)-an’latpadan

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}' \tag{6.6}$$

ekenligi kelip shıg’adı. Bul jerde $p = p_1 + p_2$ ha’m $p' = p_1' + p_2'$ - sistema impulsının’ o’z-ara ta’sirlesiwden burıng’ı ha’m keyingi impulsları.

Demek jabıq sistemadag’ı eki materiallıq noqattın’ impulslarının’ qosındısı turaqlı bolıp qaladı eken. Bul awhal ***impulstin’ saqlanıw nızamı*** dep ataladı. Bul nızam relyativistlik emes ha’m relyativistlik jag’daylar ushın da durıs keledi.

Eger materiallıq noqatqa sırttan ta’sirler tu’setug’ın bolsa, onda onın’ impulsı saqlanbaydı. Usıg’an baylanıslı o’z-ara ta’sir etisiwdin’ intensivliligi sıpatında impulsten waqıt boyınsha alıng’an tuwındını alamız $\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \dot{\mathbf{p}}$. Fizikada $\dot{\mathbf{p}}$ ja’rdeminde materiallıq noqattın’ basqa denelerge salıstırg’anda ornı g’ana emes, al onın’ tezliginin’ de anıqlanatug’ınlıg’ı fundamentallıq ma’niske iye. Bul tuwındı materiallıq noqattın’ radius-vektorı $\mathbf{r}$ din’, tezligi $\mathbf{v}$ nın’ funktsiyası bolıp tabıladı ha’m sonın’ menen birge qorshap turg’an materiallıq noqatlardın’ koordinataları menen tezliklerine baylanıslı boladı. Bul funktsiyanı $\mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ dep belgileymiz. Onda

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F}. \tag{6.7}$$

Materiallıq noqattın’ koordinataları menen tezliklerinin’ funktsiyası bolg’an, impulstin’ waqıt boyınsha alıng’an tuwındısına ten’ $\mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ ***ku’sh*** dep ataladı. ***Ku’sh vektor bolıp tabıladı ha’m vektor*** $\mathbf{p}$ ***nı skalyar waqıt*** t ***boyınsha alıng’an tuwındıg’ı ten’***.

Solay etip ***materiallıq noqattın’ impulsınan waqıt boyınsha alıng’an tuwındı og’an ta’sir etiwshi ku’shke ten’***.

Bul jag'day Nyutonnın' ekinshi nızamı dep, al bul nızamnın' matematikalıq an'latpası bolg'an $\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F}$ ten'lemesi ***materiallıq noqattın' qozg'alıs ten'lemesi*** dep ataladı. Relyativistlik emes tezliklerde Nyutonnın' ekinshi nızamı bılay jızılıwı mu'mkin (relyativistlik tezlikler ushın Nyutonnın' ekinshi nızamı haqqında ga'p etiw mu'mkin emes)

$$m\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F} \qquad (6.8)$$

yamasa

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}. \qquad (6.8a)$$

Demek massa menen tezleniwdin' ko'beymesi ta'sir etiwshi ku'shke ten'.

Nyutonnın' u'shinshi nızamı. Eki materiallıq bo'leksheden turatug'ın jabıq sistemanı qaraymız. Bul jag'dayda impulstin' saqlanıw nızamı orınlanadı:

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathrm{const}\,. \qquad (6.9)$$

Bul an'latpanı waqıt boyınsha differentsiallasaq

$$\dot{\mathbf{p}}_1 + \dot{\mathbf{p}}_2 = 0\,. \qquad (6.10)$$

Nyutonnın' ekinshi nızamı tiykarında

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2\,. \qquad (6.11)$$

Bul formuladag'ı $\mathbf{F}_1$ ha'm $\mathbf{F}_2$ materiallıq noqatlar ta'repinen bir birine ta'sir etetug'ın ku'shler. Bul ten'likke ta'jiriybede tastıyıqlang'an faktti qosamız: $\mathbf{F}_1$ ha'm $\mathbf{F}_2$ ku'shleri materiallıq noqatlardı baylanıstıratug'ın sızıq boyınsha bag'darlang'an. Usı aytılg'anlar tiykarında Nyutonnın' u'shinshi nızamına kelemiz:

Eki materiallıq noqatlar arasındag'ı o'z-ara ta'sirlesiw ku'shleri o'z ara ten', bag'ıtları boyınsha qarama-qarsı ha'm usı materiallıq noqatlardı baylanıstıratug'ın sızıqtın' boyı menen bag'darlang'an.

$\mathbf{F}_1$ ha'm $\mathbf{F}_2$ ku'shlerinin' birin ta'sir, al ekinshisin qarsı ta'sir dep ataydı. Bunday jag'dayda u'shinshi nızam bılayınsha aytıladı: ha'r bir ta'sirge shaması jag'ınan ten', al bag'ıtı boyınsha qarama qarsı ta'sir etedi. Ha'r bir «ta'sirdin'» fizikalıq ta'biyatı jag'ınan «qarsı qarap bag'ıtlang'an ta'sirden» parqının' joqlıg'ına ayrıqsha itibar beriw kerek.

Materiallıq noqatlarg'a ta'sir etiwshi ku'shlerdi ***ishki*** ha'm ***sırtqı ku'shler*** dep bo'liw kerek. İshki ku'shler - bul sistema ishindegi materiallıq noqatlar arasındag'ı ta'sir etisiw ku'shleri. Bunday ku'shlerdi $\mathbf{F}_{ik}$ dep belgileymiz. Sırtqı ku'shler - bul sistemanı qurawshı materiallıq noqatlarg'a sırttan ta'sir etiwshi ku'shler.

Nyutonnın' u'shinshi nızamı boyınsha

$$\mathbf{F}_{ik} = -\mathbf{F}_{ki}\,, \qquad (6.11a)$$

yag'nıy $\mathbf{F}_{ik} + \mathbf{F}_{ki} = 0$.

Bunnan sistemadag'ı ishki ku'shlerdin' geometriyalıq qosındısı nolge ten' ekenligi kelip shıg'adı. Bul jag'daydı bılay jazamız:

$$\mathbf{F}_1^{(i)} + \mathbf{F}_2^{(i)} + \mathbf{F}_3^{(i)} + \mathbf{K} + \mathbf{F}_n^{(i)} = 0 \tag{6.12}$$

Bul an'latpadag'ı to'mengi indeks materiallıq noqattın' qatar sanın beredi. (i) indeksi arqalı ku'shlerdin' ishki ku'shler ekenligi belgilengen. Sonlıqtan

$$\frac{d}{dt}\left(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + \mathbf{K} + \mathbf{p}_n\right) = \mathbf{F}_1^{(e)} + \mathbf{F}_2^{(e)} + \mathbf{F}_3^{(e)} + \mathbf{K} + \mathbf{F}_n^{(e)} \tag{6.13}$$

yamasa

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}^{(e)}. \tag{6.14}$$

Bul an'latpadag'ı $\mathbf{p}$ barlıq sistemanın' impulsi, $\mathbf{F}^{(e)}$ barlıq sırtqı ku'shlerdin' ten' ta'sir etiwshisi. Solay etip ***materiallıq noqatlar sistemasının' impulsınan waqıt boyınsha alıng'an tuwındı sistemag'a ta'sir etiwshi barlıq sırtqı ku'shlerdin' geometriyalıq qosındısına ten''.***

Eger barlıq sırtqı ku'shlerdin' geometriyalıq qosındısı nolge ten' bolsa (bunday jag'day jabıq sistemalarda orın aladı) $\frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0$ ha'm $\mathbf{p} = \text{const}$. Demek sırtqı ku'shlerdin' geometriyalıq qosındısı nolge ten' bolsa impuls waqıtqa baylanıslı o'zgermey qaladı eken.

Ku'shler tezleniwden g'a'resiz ta'biyatta bar bolıp tabıladı. Onın' ma'nisin tezleniw arqalı o'lshewge bolatug'ın bolsa da ku'sh tu'sinigin tezleniwge baylanıssız kirgiziw kerek. Biraq usı ko'z-qarasqa qarama-qarsı ko'z qaras ta orın alg'an.

Elektromagnit ta'sirlesiw jag'daylarında Nyutonnın' u'shinshi nızamı orınlanbaydı. Bul nızamdı tuyıq sistemadag'ı impulstin' saqlanıw nızamı sıpatında ko'rsetiwdin' na'tiyjesinde g'ana onın' da'rıslıg'ına ko'z jetkeriw mu'mkin.

7-§. Jumıs ha'm energiya

Jumıs. Energiya. Kinetikalıq ha'm potentsial energiyalar. Quwatlılıq. Konservativlik ha'm konservativlik emes ku'shler. Bir tekli awırlıq maydanındag'ı potentsial energiya. Sozılg'an prujinanın' potentsial energiyası. İshki energiya.

$\mathbf{F}$ ku'shinin' $d\mathbf{s}$ orın almastırıwında islegen jumısı dep ku'shtin' orın almastırıw bag'ıtındag'ı proektsiyası $\mathbf{F}_s$ tin' orın almastırwdın' o'zine ko'beymesine ten' shamanı aytamız:

$$dA = \mathbf{F}_s\, d\mathbf{s} = F\, ds \cos\alpha . \tag{7.1}$$

α arqalı $\mathbf{F}$ penen $d\mathbf{s}$ vektorları arasındag'ı mu'yesh belgilengen. $d\mathbf{s}$ kishi ma'niske iye bolg'anlıqtan dA shaması ***elementar jumıs*** dep te ataladı. Skalyar ko'beyme tu'siniginen paydalanatug'ın bolsaq, onda elementar jumıs ku'sh $\mathbf{F}$ penen orın almastırıw $d\mathbf{s}$ tin' skalyar ko'beymesine ten':

$$dA = (\mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}). \tag{7.2}$$

Orın almastırıw shekli uzınlıqqa iye bolg'an jag'dayda bul joldı sheksiz kishi $d\mathbf{s}$ orın almastırıwlarına bo'lip sa'ykes jumıslardın' ma'nislerin esaplawg'a boladı. Son' ulıwma jumıs esaplang'anda barlıq elementar jumıslar qosıladı. Yag'nıy:

$$A = \int_L (\mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}). \tag{7.3}$$

Bul integral $\mathbf{F}$ ku'shinin' L traektoriyası boyınsha iymek sızıqlı integralı dep ataladı. Anıqlama boyınsha bul integral $\mathbf{F}$ ku'shinin' L iymekligi boyınsha islegen jumısına ten'.

Eger $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ (ku'sh eki ku'shtin' qosındısınan turatug'ın jag'day) bolsa

$$dA = dA_1 + dA_2 . \tag{7.4}$$

Demek eki yamasa birneshe ku'shlerdin' islegen elementar jumısları sol ku'shler islegen elementar jumıslardın' qosındısına ten'. Bunday tastıyıqlaw jumıslardın' o'zleri ushın da orınlanadı:

$$A = A_1 + A_2 . \tag{7.5}$$

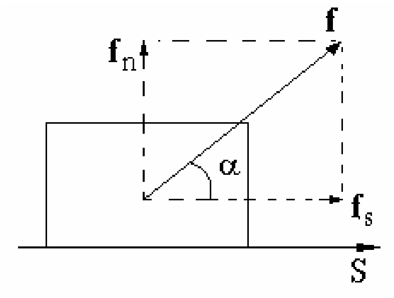
Jumıstın' o'lshem birligi Sİ birlikler sistemasında 1 Dj (Djoul). 1 Dj jumıs 1 nyuton ku'shtin' ta'sirinde 1 m ge orın almastırg'anda islenedi.

1) SGS birlikler sistemasında jumıstın' o'lshem birligi erg (1 dina ku'shtin' 1 sm aralıg'ında islegen jumısı).

$$1 \text{ Dj} = 10^7 \text{ erg}.$$

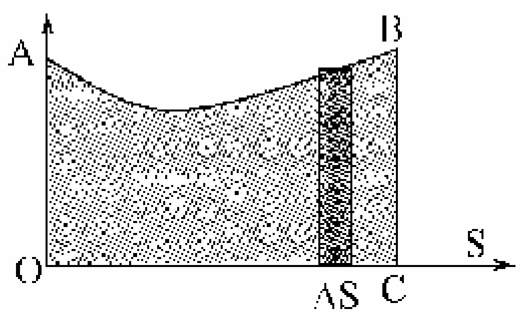
2) MKS sistemasında jumıs birligi etip 1 nyuton ku'shtin' 1 m jol boyında islegen jumısı alınadı. 1 nyuton = 10^5 dina. 1 m = 100 sm. Sonlıqtan jumıstın' usı birligi 10^7 ergke, yag'nıy l djoulg'a ten'.

3) Praktikalıq texnikalıq sistemada jumıs birligi etip 1 kG ku'shtin' 1 m jol boyında islegen jumısı alınadı. Jumıstın' bul birligi kilogrammometr (qısqasha kGm) dep ataladı.



7-1 su'wret. Jumıstı ku'shtin' tek **s** orın almastırıw boyı menen bag'ıtlang'an $\mathbf{f}_s$ qurawshısı g'ana isleydi.

1 kG = 981000 dina, 1 m = 100 sm, sonlıqtan 1 kGm = 9810009100 erg = 9.81*10^7 erg = 9.81 djoul boladı.



7-2 su'wret. Grafik ja'rdeminde ko'rsetkende jumıs OAVS figurası maydanı menen su'wretlenedi.

1 djoul = (1/9.81) kGm = 0.102 kGm.

Bir birlik waqıt ishinde islengen jumıs

$$p = \frac{dA}{dt} \tag{7.6}$$

quwatlılıq dep ataladı.

SGS sistemasındag'ı quwatlılıq birligi etip 1 erg jumıstı 1 s waqıt aralıg'ında isleytug'ın mexanizmnin' quwatlılıg'ı alınadı. Quwatlılıqtın' usı birligi erg/s dep belgilenedi.

Quwatlılıqtın' erg/s birligi menen qatar vatt dep atalatug'ın irilew quwatlılıq birligi de qollanıladı:

1 vatt = 10^7 erg/s = 1 djoul/s.

Sonın' menen birge 1 dj jumıstı 1 s ishinde orınlaytug'ın mexanizmnin' quwatlılıg'ı 1 vt boladı.

100 vatt = 1 gektovatt (qısqasha 1 gvt).
1000 vatt = 1 kilovatt (qısqasha 1 kvt).

MKS sistemasında quwatlılıq birligi etip 1 djoul jumıstı 1 s waqtı ishinde isleytug'ın mexanizmnin' quwatlılıg'ı, yag'nıy 1 vatt alınadı.

Texnikalıq sistemada quwatlılıq birligi etip 1 kGm jumıstı 1 s ishinde isleytug'ın mexanizmnin' quwatlılıg'ı alınadı. Quwatlılıqtın' bul birligi qısqasha kGm/s dep belgilenedi.

Solay etip

1 kGm/s = 9.81 vatt.
1 vatt = (1/9.81) kGm/s = 0.102 kGm/s.

Bunnan basqa «at ku'shi» (a.k.) dep atalatug'ın tariyxıy payda bolg'an quwatlılıqtın' birligi de bar. 1 at ku'shi 75 kGm/s qa ten'. Sonın' menen birge

1 a.k. = 75 kGm/s = 736 vatt = 0.736 kilovatt.

At uzaq waqıt jumıs islegende ortasha 75 kGm/s shamasında quwatlılıq ko'rsetedi. Biraq az waqıt ishinde at bir neshe «at ku'shine» ten' quwatlılıq ko'rsete aladı.

Bizin' ku'nlerimizde jumıstın' to'mendegidey eki birligi jiyi qollanıladı:

a) jumıs birligi etip quwatı 1 gektovatqa ten' mexanizmnin' 1 saatta isleytug'ın jumısı alınadı. Jumıstın' bul birligi gektovatt-saat dep ataladı.

1 gektovatt-saat = 100 vatt*3600 s = $3{,}6 \times 10^5$ djoul.

b) jumıs birligi retinde quwatlılıg'ı 1 kilovatqa ten' mexanizmnin' 1 saatta isleytug'ın jumısı alınadı. Jumıstın' bul birligi kilovatt-saat dep ataladı.

1 kilovatt-saat = 1000 vatt*3600 s = $3{,}6 \times 10^6$ djoul.

(7.3) ke $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$ an'latpasın qoysaq

$$A = \int (\mathbf{v}\, d\mathbf{p}). \tag{7.7}$$

Bul integraldı esaplaw ushın materiallıq bo'lekshenin' tezligi $\mathbf{v}$ menen impulsı $\mathbf{p}$ arasındag'ı baylanıstı biliw kerek. Anıqlama boyınsha $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$.

Bul jerde $d\mathbf{v}$ vektorı $\mathbf{v}$ vektorının' elementar o'simine ten'. Bul o'sim bag'ıtı boyınsha tezlik vektorı menen sa'ykes kelmewi de mu'mkin. Eger v dep $\mathbf{v}$ vektorının' uzınlıg'ın tu'sinetug'ın bolsaq $v^2 = \mathbf{v}^2$ ten'liginin' orınlanıwı kerek. Su'wretten $d\mathbf{v} = \mathbf{AB}$ (vektor), $dv = AC$. Sonday-aq $\mathbf{v}\, d\mathbf{v} = v\, dv$.

$$\mathbf{v}\, d\mathbf{v} = v \cdot AB \cdot \cos\alpha = v \cdot AC = v\, dv.$$

Bul $\mathbf{v}\, d\mathbf{v} = v\, dv$ ekenligi ja'ne bir ret da'lilleydi.

$$A_{12} = m\int vdv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \tag{7.8}$$

Bul an'latpadag'ı v_1 da'slepki ha'm v_2 aqırg'ı tezlikler.

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \tag{7.9}$$

materiallıq noqattın’ kinetikalıq energiyası dep ataladı. Bul tu’siniktin’ ja’rdeminde alıng’an na’tiyje bılay jazıladı:

$$A_{12} = K_2 - K_1. \qquad (7.10)$$

Solay etip orın almastırıwda ku’shtin’ islegen jumısı kinetikalıq energiyanın’ o’simine ten’.

Materiallıq noqatlar sistemasının’ kinetikalıq energiyası dep usı sistemanı qurawshı ha’r bir materiallıq noqattın’ kinetikalıq energiyasının’ qosındısına aytamız. Sonlıqtan eger usı sistema u’stinen ku’sh (ku’shler) jumıs islese ha’m bul jumıs sistemanın’ tezligin o’zgertiw ushın jumsalatug’ın bolsa islengen jumıstın’ mug’darı kinetikalıq energiyanın’ o’simine ten’ boladı.

Eger sistema bir biri menen $\mathbf{F}_1$ ha’m $\mathbf{F}_2$ ku’shleri menen tartısatug’ın eki materiallıq noqattan turatug’ın bolsa, onda bul ku’shlerdin’ ha’r biri on’ jumıs isleydi (iyterisiw bar jag’dayındag’ı jumıslardın’ ma’nisi teris boladı). Bul jumıslar da kinetikalıq energiyanın’ o’simine kiredi. Sonlıqtan qarap atırılg’an jag’daylarda kinetikalıq energiyanın’ o’simi sırtqı ha’m ishki ku’shlerdin’ islegen jumıslardın’ esabınan boladı.

Atom fizikasında energiyanın’ qolaylı birligi ***elektronvolt*** (eV) bolıp esaplanadı. 1 eV energiya elektron potentsialları ayırması 1 volt bolg’an elektr maydanında qozg’alg’anda alg’an energiyasının’ o’simine ten’:

$$1\ \text{eV} = 1.602 * 10^{-12}\ \text{erg.}$$

Sonın’ menen birge u’lken birlikler de qollanıladı:

1 kiloelektronvolt (keV) = 1000 eV.
1 megaelektronvolt (MeV) = 1 000 000 eV = 10^6 eV.
1 gigaelektronvolt (GeV) = 1 000 000 000 eV = 10^9 eV.
1 tetraelektronvolt (TeV) = 10^{12} eV.

Elektron ha’m proton ushın tınıshlıqtag’ı energiya

$$\text{elektron ushın } m_{0e}s^2 = 0.511\ \text{Mev.}$$
$$\text{proton ushın } m_{0r} = 938\ \text{MeV.}$$

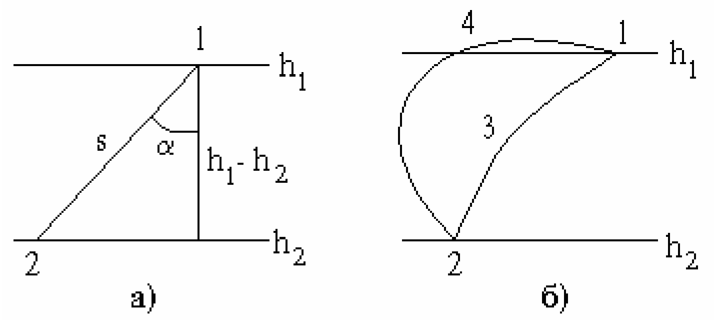
Konservativlik ha’m konservativlik emes ku’shler. Makroskopiyalıq mexanikadag’ı barlıq ku’shler ***konservativlik*** ha’m ***konservativlik emes*** dep ekige bo’linedi. Bir qansha mısallar ko’remiz.

Materiallıq noqat 1-awhaldan 2-awhalg’a (7-3 su’wret) 12 tuwrı sızıg’ı boylap aparılg’anda ku’shtin’ islegen jumısın esaplaymız. Bunday jumısqa qıya tegislik boyınsha su’ykelissiz qozg’alg’anda islengen jumıstı ko’rsetiwge boladı. Jumıs $A_{12} = mgs\cos\alpha$ shamasına ten’ yamasa

$$A_{12} = mg(h_1 + h_2) = mgh_1 + mgh_2. \qquad (7.22)$$

Bul an’latpada h_1 menen h_2 arqalı materiallıq noqat da’slep ha’m aqırında iyelegen biyiklikler belgilengen.

7-3-a) ha'm b) su'wretlerde ko'rsetilgen jag'daylardı talqılap salmaq ku'shinin' islegen jumısının' o'tilgen joldan g'a'rezsiz ekenligin, al bul jumıstın' tek g'ana da'slepki ha'm aqırg'ı orınlarg'a baylanıslı ekenligin ko'riwge boladı.



7-3 su'wret.

Salmaq ku'shinin' jumısının' ju'rip o'tken joldın' uzınlıg'ınan g'a'rezsiz ekenligin ko'rsetetug'ın su'wret.

Ekinshi mısal retinde ***oraylıq ku'shler maydanında*** islengen jumıstı esaplaymız. ***Oraylıq ku'sh*** dep barlıq waqıtta oray dep atalıwshı bir noqatqa qaray bag'darlang'an, al shaması sol orayg'a deyingi aralıqqa baylanıslı bolg'an ku'shti aytamız. Bul oraydı ***ku'shler orayı*** yamasa ***ku'shlik oray*** dep ataydı. Mısal retinde Quyash penen planeta, noqatlıq zaryadlar arasındag'ı ta'sirlesiw ku'shlerin aytıwg'a boladı. Anıqlama boyınsha elementar jumıs $dA = F\,ds\cos\left(\mathbf{F}\,d\mathbf{s}\right)$. Bul jerde $ds\cos\left(\mathbf{F}\,d\mathbf{s}\right)$ elementar orın almasıw $d\mathbf{s}$ vektorının' ının' ku'shtin' bag'ıtındag'ı (radius-vektordın' bag'ıtı menen birdey) proektsiyası. Sonlıqtan $dA = \mathbf{F}(\mathbf{r})\,d\,\mathbf{r}$ jumısı tek g'ana r qashıqlıg'ına g'a'rezli boladı. Sonlıqtan jumıs A_{12} bılay anıqlanadı:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} F(r)dr. \qquad (7.23)$$

Bul integraldın' ma'nisi tek 1- ha'm 2-noqatlar arasındag'ı qashıqlıqlar r_1 ha'm r_2 ge baylanıslı.

Joqarıda keltirilgen mısallardag'ı ku'shler konservativ ku'shler dep ataladı. Bunday ku'shler jag'dayında islengen jumıs jolg'a g'a'rezli bolmay, tek g'ana da'slepki ha'm aqırg'ı noqatlar arasındag'ı qashıqlıqqa baylanıslı boladı. Joqarıda keltirilgen awırlıq ku'shleri menen oraylıq ku'shler konservativ ku'shler bolıp tabıladı.

Konservativ bolmag'an barlıq ku'shler ***konvervativ emes*** ku'shler dep ataladı.

Bir tekli awırlıq maydanındag'ı potentsial energiya. Materiallıq noqat h biyikliginen Jer betine qulap tu'sse awırlıq ku'shleri $A = m\,g\,h$ jumısın isleydi. Biz Jerdin' betindegi biyiklikti $h = 0$ dep belgiledik. Demek h biyikliginde m massalı materiallıq noqat $U = m\,g\,h + C$ potentsial energiyasına iye boladı. S turaqlısının' ma'nisi nollik qa'ddige sa'ykes keletug'ın orınlardag'ı potentsial energiya. A'dette $C = 0$ dep alınadı. Sonlıqtan potentsial energiya

$$U = m\,g\,h \qquad (7.25)$$

formulası menen anıqlanıladı.

Sozılg'an prujinanın' potentsial energiyası. Prujinanın' sozılmastan (qısılmastan) burıng'ı uzınlıg'ın l_0 menen belgileymiz. Sozılg'annan (qısılg'annan) keyingi uzınlıg'ı l. $x = l - l_0$ arqalı prujinanın' sozılıwın (qısılıwın) belgileymiz. Serpimli ku'sh deformatsiyanın' shaması u'lken bolmag'anda serpimli ku'sh $\mathbf{F}$ tek g'ana sozılıw (qısılıw) x qa baylanıslı boladı, yag'nıy $\mathbf{F} = k\mathbf{x}$ (Guk nızamı). Al islengen jumıs

$$A = \int_0^x F dx = k\int_0^x x dx = \frac{1}{2}kx^2. \tag{7.26}$$

Eger deformatsiyalanbag'an prujinanın' serpimli energiyasın nolge ten' dep esaplasaq potentsial energiya:

$$U = \frac{1}{2}kx^2. \tag{7.27}$$

İshki energiya. Joqarıda quramalı sistemanın' qozg'alısı ushın onın' tutası menen alg'andag'ı tezligi tu'siniginin' kirgiziletug'ınlıg'ı tu'sindirilgen edi. Bunday jag'dayda usınday tezlik ushın sistemanın' inertsiya orayının' tezligi alınadı. Bul sistemanın' qozg'alısının' eki tu'rli qozg'alıstan turatug'ınlıg'ın bildiredi: sistemanın' tutası menen alg'andag'ı qozg'alısı ha'm sistemanın' inertsiya orayına salıstırg'andag'ı sistemanı qurawshı bo'lekshelerdin' «ishki» qozg'alısı. Usıg'an sa'ykes sistemanın' energiyası E tutası menen alıng'an sistema ushın kinetikalıq energiya $\frac{MV^2}{2}$ (bul formulada M arqalı sistemanın' massası, al V arqalı onın' inertsiya orayının' tezligi belgilengen) menen sistemanın' ishki energiyası E_{ishki} nın' qosındısınan turadı. İshki energiya o'z ishine bo'lekshelerdin' ishki qozg'alısına sa'ykes keliwshi kinetikalıq energiyanı ha'm olardın' ta'sirlesiwine sa'ykes keliwshi potentsial energiyanı aladı.

$$E = \frac{MV^2}{2} + E_{ishki}.$$

Bul formulanın' kelip shıg'ıwı o'z-o'zinen tu'sinikli, biraq bir usı formulanı tuwrıdan tuwrı keltirip shıg'arıwda da ko'rsetemiz.

Qozg'almaytug'ın esaplaw sistemadag'ı qanday da bir bo'lekshenin' tezligin (i-bo'lekshenin' tezligin) $v_i + V$ dep jaza alamız (V sistemanın' inertsiya orayının' qozg'alıs tezligi, v_i bo'lekshenin' inertsiya orayına salıstırg'andag'ı tezligi). Bo'lekshenin' kinetikalıq energiyası mınag'an ten':

$$\frac{m_i}{2}(v_i + V)^2 = \frac{m_i V^2}{2} + \frac{m_i v_i^2}{2} + m_i(\mathbf{V}\,\mathbf{v}_i).$$

Barlıq bo'leksheler boyınsha qosındı alg'anda bul an'latpanın' birinshi ag'zaları $\frac{MV^2}{2}$ ni beredi (bul jerde $M = m_1 + m_2 + \ldots$). Ekinshi ag'zalardın' qosındısı sistemadag'ı ishki qozg'alıslardın' tolıq kinetikalıq energiyasına sa'ykes keledi. Al u'shinshi ag'zalardın' qosındısı nolge ten' boladı. Haqıyqatında da

$$m_1(\mathbf{V}\,\mathbf{v}_1) + m_2(\mathbf{V}\,\mathbf{v}_2) + \mathbf{K} = V(m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 + \mathbf{K}).$$

Keyingi qawsırma ishindegi qosındı bo'lekshelerdin' sistemanın' inertsiya orayına salıstırg'anlag'ı anıqlama boyınsha nolge ten' tolıq impulsi bolıp tabıladı. En' aqırında kinetikalıq energiyanı bo'lekshelerdin' ta'sirlesiwinin' potentsial energiyası menen qosıp izlep atırg'an formulamızdı alamız.

Energiyanın' saqlanıw nızamın qollanıp quramalı denenin' stabilligin (turaqlılıg'ın) qarap shıg'a alamız. Bul ma'sele quramalı denenin' o'zinen o'zi quramlıq bo'limlerge ajıralıp ketiwinin' sha'rtlerin anıqlawdan ibarat. Mısal retinde quramalı denenin' eki bo'lekke ıdırawın ko'reyik. Bul bo'leklerdin' massaların m_1 ha'm m_2 arqalı belgileyik. Ja'ne da'slepki quramalı denenin' inertsiya orayı sistemasındag'ı sol bo'leklerdin' tezlikleri $\mathbf{v}_1$ ha'm $\mathbf{v}_2$ bolsın. Bunday jag'dayda usı esaplaw sistemasındag'ı energiyanın' saqlanıw nızamı mına tu'rge iye boladı:

$$E_{ishki} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + E_{1ishki} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + E_{2ishki}.$$

Bul jerde E_{ishki} da'slepki denenin' ishki energiyası, al E_{1ishki} ha'm E_{2ishki} denenin' eki bo'leginin' ishki energiyaları. Kinetikalıq energiya barqulla on' ma'niske iye, sonlıqtan jazılg'an an'latpadan

$$E_{ishki} > E_{1ishki} + E_{2ishki}$$

ekenligi kelip shıg'adı. Bir denenin' eki denege ıdırawının' sha'rti usınnan ibarat. Eger da'slepki denenin' ishki energiyası onın' quramlıq bo'limlerinin' ishki energiyalarının' qosındısınan kishi bolsa dene ıdıramaydı.

Sorawlar:

1. Jumıs ha'm energiya arasındag'ı baylanıs neden ibarat?
2. Kishi tezliklerdegi energiya menen relyativistlik energiya arasındag'ı parq nelerden ibarat?
3. Konservativlik ha'm konvservativlik emes ku'shlerge mısallar keltire alasız ba?
4. Awırlıq maydanındag'ı denenin' potentsial energiyasın esaplag'anda h = 0 bolg'an noqattı saylap alıw ma'selesi payda boladı. Bul ma'sele qalay sheshiledi?
5. Sozılg'an prujinanın' potentsial energiyası menen tutas deneni sozg'andag'ı potentsial energiya arasındag'ı baylanıs (yamasa ayırma) nelerden ibarat?

8-§. Mexanikadag'ı Lagranj usılı

Ulıwmalasqan koordinatalar. Lagranjian. En' kishi ta'sir printsipi. Lagranj-Eyler ten'lemeleri.

Ulıwmalasqan koordinatalar. Lagranjian. Sistemanın' erkinlik da'rejesinin' sanı dep sistemanın' halın (awhalın) tolıq ta'riplew ushın za'ru'r bolg'an bir birinen g'a'rezsiz bolg'an koordinatalardın' minimal bolg'an sanına aytadı.

Mısallar:

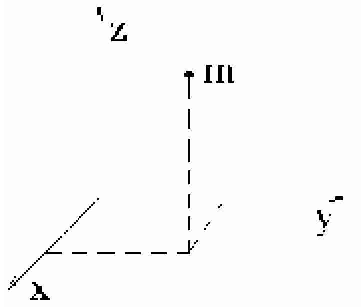
1. Erkin bo'lekshe u'sh erkinlik da'rejesine iye[4]. Onın' iyelep turg'an ornı u'sh koordinatanın' ja'rdeminde anıqlanadı. Usı u'sh koordinata sıpatında x, y, z dekart koordinataların alıw mu'mkin (8-1 su'wret).

2. Bir birinen g'a'rezsiz qozg'alıwshı eki bo'lekshe altı erkinlik da'rejesine iye boladı (8-2 su'wret). Tap sol sıyaqlı N bo'leksheden turatug'ın sistema (gaz) 3N erkinlik da'rejesine iye.

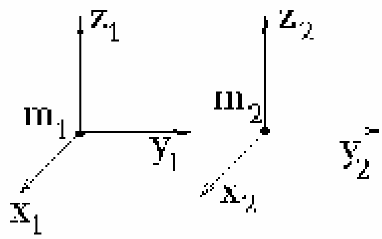
3. Eger usı N bo'lekshe absolyut qattı deneni payda etetug'ın bolsa (yag'nıy usı denenin' qozg'alısında bo'leksheler arasındag'ı qashıqlıqlar o'zgermey qalatug'ın bolsa) bir birinen g'a'rezsiz koordinatalar sanı altıg'a shekem kemeyedi ha'm bunday denenin' awhalı massalar orayı koordinataları ja'ne koordinatalar ko'sherleri do'geregindegi burılıw mu'yeshleri menen beriliwi mu'mkin. Basqa so'z benen aytqanda absolyut qattı dene altı erkinlik da'rejesine iye boladı (8-33 su'wret).

Ulıwma aytqanda bo'lekshenin' (denenin') qozg'alıw erkinligin sheklew arqalı (yag'nıy qanday da bir koordinatanı bekitiw arqalı) biz qarap atırılgan sistemanın' erkinlik da'rejesin kemeyte aladı ekenbiz.

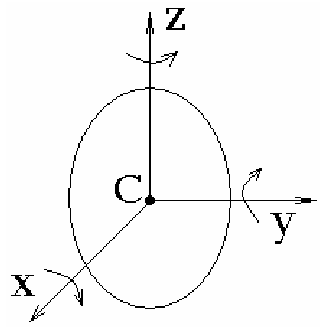
Mısalı berilgen iymeklik boyınsha qozg'alatug'ın bo'lekshe tek bir erkinlik da'rejesine iye boladı. Bul jag'dayda erkinlik da'rejesi belgilenip alıng'an bazı bir noqattan bo'lekshege shekemgi aralıq erkinlik da'rejesi ornın iyeleydi. Ekinshi mısal retinde eki atomlı molekulanı (yag'nıy bir biri menen qattı baylanısqan eki bo'leksheni) ko'rsetiwge boladı. 8-4 su'wrette ko'rsetilgen bunday sistema 5 erkinlik da'rejesine iye (olar $x_c, y_c, z_c, \varphi_x, \varphi_z$ shamaları bolıp tabıladı).



8-1 su'wret. Erkin qozg'alatug'ın bo'lekshenin' erkinlik da'rejesi 3 ke ten'.



8-2 su'wret. Bir biri menen baylanıspag'an eki bo'lekshenin' erkinlik da'rejesi 6 g'a ten'.



8-3 su'wret. Absolyut qattı denen 6 erkinlik da'rejesine iye boladı.

N erkinlik da'rejesine iye sistemanın' bir birinen g'a'rezsiz bolg'an barlıq koordinataların ***ulıwmalasqan koordinatalar*** dep ataymız ha'm olardı q_i ha'ripi menen belgileymiz $(i = 1, 2, 3, ..., N)$.

Ulıwmalasqan koordinatalar qatarına sızıqlı koordinatalar da, mu'yeshlik koordinatalar da kiredi. Mısalı qattı dene ushın (8-4 su'wret) $q_1 = x_c, q_2 = y_c, q_3 = z_c, q_4 = \varphi_x, q_5 = \varphi_y, q_6 = \varphi_z$.

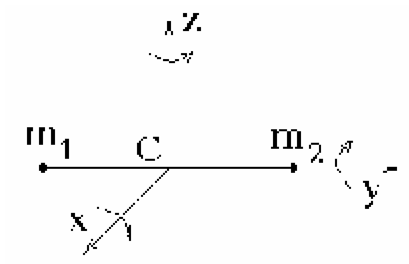
[4] «U'sh erkinlik da'rejesine iye» so'zi «Erkinlik da'rejesinin' sanı u'shke ten'» degen ma'niste aytıladı.

Ulıwmalasqan koordinatalardan waqıt boyınsha alıng'an tuwındılar ***ulıwmalasqan tezlikler*** dep ataladı. Onı bılayınsha jazamız: $\dot{q}_i \equiv \dfrac{dq_i}{dt}$. Ulıwmalasqan tezlikler qatarına $\mathbf{v}_i$ sızıqlı tezlikleri de, ω_i mu'yeshlik tezlikleri de kiredi.

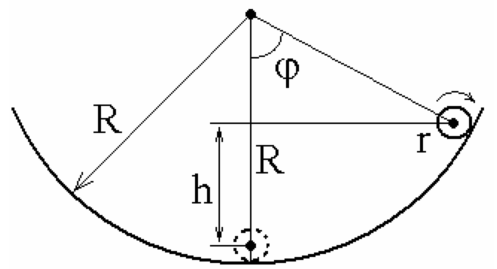
Eske tu'siremiz: bizler usı waqıtqa shekem u'yrengen sistemalar ushın kinetikalıq energiya E_{kin} tek ulıwmalasqan tezliklerden g'a'rezli, al potentsial energiya bolsa tek ulıwmalasqan koordinatalardan g'a'rezli. Mısal retinde tegis qozg'alıstı karaymız. Bul jag'dayda kinetikalıq energiya

$$E_{kin} = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

formulası ja'rdeminde esaplanadı Bul an'latpada I arqalı massası m bolg'an qattı denenin' inertsiya momenti, al ω arqalı onın' mu'yeshlik tezligi, al v_c arqalı usı qattı denenin' ilgerilemeli qozg'alısının' tezligi belgilengen (bul haqqında 20-paragrafta tolıq aytıladı).



8-4 su'wret. Eki atomlı molekulanın' erkinlik da'rejesi 5 ke ten'.



8-5 su'wret. Radiusı R bolg'an tsilindrlik bette su'ykelissiz sırg'anawshı radiusı r bolg'an tutas tsilindr erkinlik da'rejesi 1 ge ten' sistemag'a mısal boladı.

Ekinshi mısal retinde radiusı R bolg'an tsilindrlik bette su'ykelissiz sırg'anawshı radiusı r bolg'an tutas tsilindrdi qaraymız (8-5 su'wret). Bul jag'dayda kinetikalıq energiya

$$E_{kin} = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{3}{4}(R-r)^2\,\dot{\varphi}^2.$$

formulası ja'rdeminde esaplanadı. Biz qarap atırg'an jag'dayda $I = \dfrac{m\,r^2}{2}$ ha'm $v_c = \omega\,r = \dot{\varphi}\,(R-r)$. Potentsial energiya bolsa mu'yeshlik o'zgeriwshi φ den g'a'rezli ha'm to'mendegi an'latpa ja'rdeminde esaplanadı:

$$U = m\,g\,h = m\,g\,(R-r)(1-\cos\varphi).$$

Salıstırmalıq teoriyasında massası m bolg'an erkin bo'lekshenin' Lagranj funktsiyasının'

$$L = -mc^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

ekenligi ha'm onın' $\frac{v^2}{c^2} \to 0$ sheginde $L = \frac{mv^2}{2}$ shamasının' alınatug'ınlıg'ı an'sat da'lillenedi.

Berilgen mexanikalıq sistemanın' Lagranj funktsiyası (yamasa sistemanın' lagranjianı) dep onın' kinetikalıq ha'm potentsial energiyalarının' ayırmasına aytamız, yag'nıy

$$L = E_{kin} - U = E_{kin}(\dot{q}_i) - U(q_i).$$

Bul anıqlamadan lagranjiannın' ulıwmalasqan koordinatalar menen ulıwmalasqan tezliklerdin' funktsiyası ekenligi kelip shıg'adı:

$$L = L(q_i, \dot{q}_i).$$

Mısalı: oraylıq gravitatsiyalıq maydandag'ı bo'lekshe ushın (Kepler ma'selesindegi) lagranjian

$$L = \frac{m v^2}{2} + G\frac{M m}{r}$$

tu'rine iye boladı. Bul an'latpadag'ı $v^2 = \dot{r}^2 + (r\dot{\varphi})^2$, al r menen φ arqalı polyar koordinatalar belgilengen.

En' kishi ta'sir printsipi. Ja'ne bir og'ada a'hmiyetli tu'sinik penen tanısamız. Bul tu'sinikti ***ta'sir*** dep ataymız ha'm onı S ha'ripi ja'rdeminde belgileymiz ha'm ol bılayınsha anıqlanadı:

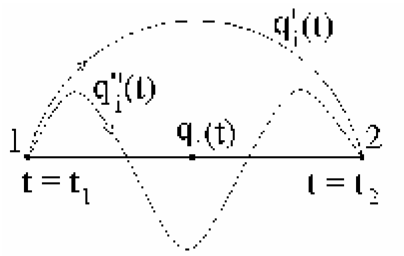
$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q_i(t), \dot{q}_i(t))\, dt = \int_{t_1}^{t_2} L\, dt .$$

Dara jag'dayda erkin materiallıq bo'lekshe ushın ta'sir bılayınsha jazıladı:

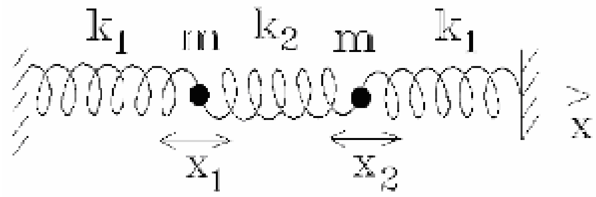
$$S = -mc\int_a^b ds .$$

Bul an'latpadag'ı ds interval dep ataladı ha'm ol haqqında 13-14 paragraflarda tolıq ga'p etiledi.

Ta'sirdin' traektoriyanın' tu'rinen g'a'rezli ekenligi og'ada a'hmiyetli. Bunı bılayınsha tu'sindiremiz:



8-6 su'wret. Sistemanın' $q_i(t_1)$ noqatınan $q_i(t_2)$ noqatına keliwi ha'r qıylı traektoriyalar menen a'melge asıwı mu'mkin.



8-7 su'wret. Eki ju'ktin' terbelis nızamın tabıw ushın arnalg'an su'wret.

Da'slep sistema $q_i(t_1)$, al aqırında $q_i(t_2)$ koordinatasına iye boladı dep esaplayıq (8-6 su'wret). Biraq $q_i(t_1)$ noqatınan $q_i(t_2)$ noqatına sistema ha'r qıylı jollar menen keliwi mu'mkin ha'm S ta'sirdin' ma'nisi de sog'an sa'ykes ha'r qıylı bolg'an bolar edi. Bazı bir x g'a'rezsiz o'zgeriwshisinen g'a'rezli bolg'an f shamasın matematikada $f(x)$ funktsiyası dep ataydı. Al funktsiyanın' tu'rinen g'a'rezli bolg'an F an'latpasın funktsional dep ataydı. ***Solay etip ta'sir sistemanın' traektoriyasınan g'a'rezli bolg'an funktsional bolıp tabıladı eken***.

Eger g'arezsiz o'zgeriwshi shama x sheksiz kishi o'zgeriske iye bolg'an bolsa funktsiya da belgili bir $df = \frac{\partial F(f(x),...)}{\partial x} d(x)$ o'simin aladı. Usıg'an sa'ykes funktsiya sheksiz kishi $\delta f(x)$ o'simin alganda funktsional da to'mendegidey o'sim aladı:

$$\delta F = \frac{\partial F(f(x),...)}{\partial f(x)} \delta f(x)$$

Funktsionaldın' bul o'simi variatsiya dep ataladı.

Biz karap atırg'an jag'dayda qozg'alıs traektoriyasın azmaz o'zgertip [yag'nıy ulıwmalasqan koordinatalardı $\delta q_i(t)$ shamasına o'zgertiw arqalı] ta'sir S tin' variatsiyanın' shaması

$$\delta S = \sum_i \left(\frac{\partial S}{\partial q_i} \delta q_i + \frac{\partial S}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i \right)$$

g'a o'zgeriwin alamız.

Bul formula matematikadag'ı bir neshe o'zgeriwshilerdin' funktsiyasın differentsiallaw qag'ıydasına uqsas.

Endi biz fizikanın' derlik barlıq nızamları kelip shıg'atug'ın ***tiykarg'ı printsipti*** en' kishi ta'sir printsipi dep ataymız ha'm onı bılayınsha jazamız:

En' kishi ta'sir printsipi: sistema barlıq waqıtta da ta'sir funktsionalı minimal ma'niske iye bolatug'ın $q_i(t)$ ***traektoriyası boyınsha qozg'aladı***.

Bul printsip barlıq teoriyalıq fizikanın' tiykarında jatadı. Sonın' menen birge bul printsipti maydannın' klassikalıq ha'm kvant teoriyalarında da sa'tli tu'rde paydalanıw mu'mkin. Usı printsiptin' ja'rdeminde biz izertlenip atırg'an fizikalıq qubılıslar boyınsha na'tiyjelerdi analitikalıq formada (funktsiyalar, formulalar tu'rinde) ala alamız.

Lagranj-Eyler ten’lemeleri. Minimum noqatında (ekstremumda) funktsiyanın’ o’simi nolge ten’, yag’nıy $df = 0$. Tap usı sıyaqlı ta’sirdin’ minimumı onın’ variatsiyasının’ nolge ten’ ekenligin an’g’artadı ($\delta S = 0$).

A’piwayılıq ushın lagranjian L tek ulıwmalasqan koordinata q_i den g’a’rezli dep esaplaymız. Bunday jag’dayda

$$\delta S = \delta\left(\int_{t_1}^{t_2} L\, dt\right) = \int_{t_1}^{t_2}\left(\frac{\partial L}{\partial q}\delta q + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\delta \dot{q}\right) dt = 0$$

Endi

$$\delta \dot{q} = \delta\left(\frac{dq}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\delta q$$

ekenligin esapqa alamız.

Ekinshi qosılıwshını esaplaw ushın bo’leklerge bo’lip integrallaw usılınan paydalanamız:

$$\int_{t_1}^{t_2}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\frac{d}{dt}(\delta q)\, d\,t = \int_{t_1}^{t_2}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\delta q\right) d\,t - \int_{t_1}^{t_2}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right)\delta q\, d\,t\,.$$

Bunday jag’dayda ta’sir variatsiyası mına tu’ske iye boladı:

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2}\left(\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right)\delta q\, d\,t + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\delta q\Bigg|_{t_1}^{t_2} = 0\,. \tag{8.1}$$

Ma’selenin’ sha’rti boyınsha sistemanın’ baslang’ısh ha’m aqırg’ı orınları belgilengen. Sonlıqtan baslang’ısh ha’m aqırg’ı koordinatalardın’ o’zgeriwi mu’mkin emes, yag’nıy $\delta q(t_1) = \delta q(t_2) = 0$. Demek (8.1) degi en’ keyingi qosılıwshı $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\delta q$ nolge ten’ boladı.

Eger lagranjian L ko’p sanlı ulıwmalasqan koordinatalar menen tezliklerge g’a’rezli bolatug’ın bolsa, onda ol ko’p o’zgeriwshilerdin’ funktsiyası sıpatında differentsiallanadı ha’m (8.1)-an’latpada summalaw a’melge asırıladı, yag’nıy

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2}\sum_i\left(\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)\delta q_i\, dt = 0\,.$$

Biraq q_i bolsag’a’rezsiz koordinatalar bolıp tabıladı ha’m olardın’ o’zgerisi δq_i shaması t nın’ qa’legen funktsiyası bolıwı mu’mkin. Sonlıqtan integraldın’ nolge ten’ bolıwı ushın δq_i dın’ qasındag’ı barlıq ko’beytiwshilerdin’ nolge ten’ bolıwı kerek:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0\,.$$

Bul an'latpada $i = 1, 2, \ldots, N$ ha'm ol Lagranj-Eyler ten'lemeleri dep ataladı.

Bul tenlemelerdin' orınlanıwı en' kishi ta'sir printsipi $\delta S = 0$ din' orınlanıwına ekvivalent.

Lagranj-Eyler ten'lemelerinin' ma'nisin tu'sinip alıw ushın aykın mısal keltiremiz. Potentsial energiyası $U(x, y, z)$ bolg'an maydandag'ı bir bo'lekshenin' qozg'alısı ushın bul ten'lemelerdi jazamız:

$$L = E_{kin} - U = \frac{m\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right)}{2} - U(x, y, z)\,.$$

Biz qarap atırg'an jag'dayda $q_1 = x$, $q_2 = y$, $q_3 = z$, al $\dot{q}_1 = v_x$, $\dot{q}_2 = v_y$, $\dot{q}_3 = v_z$ bolg'anlıqtan mısal retinde q_1 koordinatası ushın mınanı alamız:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} - \frac{\partial L}{\partial q_1} = \frac{d}{dt}\left(mv_x\right) + \frac{\partial U}{\partial x} = m\frac{dv_x}{dt} + \frac{\partial U}{\partial x} = 0\,.$$

Biraq $F_x = -\left(\text{grad } U\right)_x = -\frac{\partial U}{\partial z}$ bolg'anlıqtan (bul ku'shtin' x ko'sherine tu'sirilgen proektsiyası), na'tiyjede

$$m\frac{dv_x}{dt} = F_x$$

formulasına iye bolamız ha'm mınaday juwmaq shıg'aramız:

Lagranj-Eyler ten'lemeleri dinamika ten'lemeleri (Nyuton nızamları) bolıp tabıladı. Bul ten'lemeler ta'sirdin' minimallıg'ına alıp keledi.

Nyuton mexanikasının' qozg'alıs ten'lemelerin sheshiwdin' ornına jokarıda quramalı bolıp ko'ringen Lagranj usılın qollanıwdın' nege keregi bar degen ta'biyiy soraw tuwıladı. Bul sorawg'a mınaday juwap beriw kerek:

Quramalı sistemalar u'yrenilgende (izertlengende) bunday sistemalar ushın L di jazıw a'meliy jaqtan a'dewir an'sat. Bunnan keyin lagranj-Eyler ten'lemeleri jazıladı ha'm bul ten'lemeler integrallanadı (sheshiledi).

M ı s a l: 8-7 su'wrette ko'rsetilgen serpimlilik koeffitsientleri k_1 ha'm k_2 bolg'an prujinalarg'a bekitilgen ha'm tek x ko'sheri bag'ıtında qozg'ala alatug'ın eki ju'ktin' terbelis nızamın tabıw kerek bolsın. Bul sistema x_1 ha'm x_2 koordinatalarına sa'ykes keliwshi eki erkinlik da'rejesine iye boladı (x_1 ha'm x_2 koordinataları ha'r bir ju'ktin' ten' salmaqlıq haldan awısıwı bolıp tabıladı). Sonlıqtan sistemanın' lagranjianı

$$L = \frac{m\dot{x}_1^2}{2} + \frac{m\dot{x}_2^2}{2} - \frac{k_1 x_1^2}{2} - \frac{k_1 x_2^2}{2} - \frac{k_2\left(x_1 - x_2\right)}{2}$$

tu'rine iye boladı. Al Lagranj-Eyler ten'lemesi

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{1,2}}-\frac{\partial L}{\partial x_{1,2}}=0$$

mına tu’rge enedi:

$$\begin{cases}\dfrac{d}{dt}(m\,\dot{x}_1)+k_1x_1+k_2(x_1-x_2)=0,\\ \dfrac{d}{dt}(m\,\dot{x}_2)+k_1x_2-k_2(x_1-x_2)=0.\end{cases}\quad\Rightarrow\quad\begin{cases}m\,\ddot{x}_1+(k_1+k_2)x_1-k_2x_2=0,\\ m\,\ddot{x}_2+(k_1+k_2)x_2-k_2x_1=0.\end{cases}$$

Eki u ha’m v jan’a o’zgeriwshilerin kirgizemiz: $u=x_1+x_2$ ha’m $v=x_1-x_2$. Olardı normal terbelisler dep ataymız (normal terbelisler haqqında 29-30 paragraflarda ga’p etiledi). Bunday jag’dayda alıng’an ten’lemelerdi qosıw, ayırıw ha’m qısqartıw arqalı mınag’an iye bolamız:

$$\begin{cases}m\,\ddot{u}+k_1u=0,\\ m\,\ddot{v}+(k_1+2k_2)v=0.\end{cases}\quad\Rightarrow\quad\begin{cases}\dfrac{d^2u}{d\,t^2}+\dfrac{k_1}{m}u=0,\\ \dfrac{d^2v}{d\,t^2}+\dfrac{k_1+2k_1}{m}v=0.\end{cases}$$

Aqırg’ı ten’lemeler erkin garmonikalıq terbelislerdin’ ten’lemeleri bolıp tabıladı. Sonlıqtan u ha’m v lar ushın bizde bar serpimlilik koeffitsientleri paydalanıp to’mendegidey ulıwmalıq formulalardı jazamız:

$$u=A\cos\left(\sqrt{\frac{k_1}{m}}\,t+\varphi_1\right),\quad v=B\cos\left(\sqrt{\frac{k_1+2k_2}{m}}\,t+\varphi_2\right)$$

ha’m en’ keyninde

$$x_{1,2}=\frac{1}{2}(u\pm v)=\frac{1}{2}\left[A\cos\left(\sqrt{\frac{k_1}{m}}\,t+\varphi_1\right)\pm B\cos\left(\sqrt{\frac{k_1+2k_2}{m}}\,t+\varphi_2\right)\right].$$

Bul biz izlegen eki ju’ktin’ terbelis nızamı bolıp tabıladı. Keltirilip shıg’arılg’an formulanı a’dettegi qozg’alıs ten’lemesin sheshiw arqalı alıwdın’ og’ada qıyın ekenligin endi anıq sezemiz.

9-§. Materiallıq noqatlar sistemasının’ qozg’alısı ha’m energiyası

Materiallıq noqattın’ impuls momenti. Materiallıq noqatlar sistemasının’ impulsi ha’m impuls momenti. Materiallıq noqatlardan turatug’ın sistemag’a ta’sir etiwshi ku’sh. Materiallıq noqatlar sistemasının’ qozg’alıs ten’lemesi. Massalar orayı. Materiallıq noqatlar sisteması ushın momentler ten’lemesi. Aylanıwshı qattı denelerdin’ kinetikalıq energiyası. İnertsiya tenzorı ha’m ellipsoidı.

İmpuls momenti. O noqatına salıstırg’andag’ı materiallıq noqattın’ impuls momenti:

$$\mathbf{L} = [\mathbf{R}, \mathbf{p}]. \tag{9.1}$$

Bul anıqlama barlıq (relyativistlik ha’m relyativistlik emes) jag’daylar ushın durıs boladı. Eki jag’dayda da $\mathbf{p}$ impulsı bag’ıtı boyınsha materiallıq noqattın’ tezligi bag’ıtı menen sa’ykes keledi.

Ku’sh momenti. O noqatına salıstırg’andag’ı materiallıq noqatqa ta’sir etiwshi ku’sh momenti dep

$$\mathbf{M} = [\mathbf{R}, \mathbf{F}] \tag{9.2}$$

vektorına aytamız.

Momentler ten’lemesi. İmpuls momenti (9.1) di waqıt boyınsha differentsiallaymız:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \left[\frac{dR}{dt}, \mathbf{p}\right] + \left[\mathbf{R}, \frac{d\mathbf{p}}{dt}\right] \tag{9.3}$$

yamasa

$$\dot{\mathbf{L}} = [\dot{\mathbf{r}}, \mathbf{p}] + [\mathbf{r}, \dot{\mathbf{p}}].$$

$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \mathbf{v}$ bag’ıtı $\mathbf{p}$ impulsı menen sa’ykes keletug’ın tezlik ekenligin esapqa alamız. O’z-ara kolliniar eki vektordın’ vektorlıq ko’beymesi nolge ten’. Sonlıqtan (9.3) tin’ on’ jag’ındag’ı birinshi ag’za $[\dot{\mathbf{r}}, \mathbf{p}]$ nolge ten’, al ekinshi ag’za ku’sh momentin beredi. Na’tiyjede (9.3) momentler ten’lemesine aylanadı:

$$[\mathbf{r}, \dot{\mathbf{p}}] = \dot{\mathbf{L}} = \mathbf{M}.$$

Bul ten’leme materiallıq noqatlar menen denelerdin’ qozg’alısları qaralg’anda u’lken a’hmiyetke iye boladı.

Materiallıq noqatlar sisteması. Materiallıq noqatlar sisteması dep shekli sandag’ı materiallıq noqatlardın’ jıynag’ına aytamız. Sonlıqtan da bul materiallıq noqatlardı nomerlew mu’mkin. Bul noqatlardı $i, j, \mathbf{K}$ ha’m basqa da ha’ripler menen belgilewimiz mu’mkin. Bul sanlar $1, 2, 3, \mathbf{K}, n$ ma’nislerin qabıl etedi (n sistemanı qurawshı bo’leksheler sanı). Bunday jag’dayda, mısalı, $\mathbf{r}_i$, $\mathbf{p}_i$, $\mathbf{v}_i$ shamaları sa’ykes $i-$ bo’lekshenin’ radius-vektorın, impulsın ha’m tezligin beredi. Bunday sistemalarg'a mısal retinde gazdi, Quyash sisteması yamasa qattı deneni ko'rsetiwge boladı. Waqıttın' o'tiwi menen sistemanı qurawshı materiallıq noqatlardın' orınları o'zgeredi.

Sistemanı qurawshı noqatlardın' ha'r birine ta'biyatı ha'm kelip shıg'ıwı jaqınan ha'r qıylı bolg'an ku'shlerdin' ta'sir etiwi mu'mkin. Sol ku'shler sırttan ta'sir etiwshi (sırtqı ku'shler) yamasa sistemanı qurawshı bo'leksheler arasındag'ı o'z-ara ta'sir etisiw bolıwı mu'mkin. Bunday ku'shlerdi ishki ku'shler dep ataymız. İshki ku'shler ushın Nyutonnın' u'shinshi nızamı orınlanadı dep esaplaw qabıl etilgen.

Sistema impulsı: Sistemanın' impulsı dep usı sistemanı qurawshı materiallıq noqatlardın' impulslarının' qosındasına aytamız, yag'nıy

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + \mathbf{K} + \mathbf{p}_n \,. \tag{9.4}$$

Cistemanın' impuls momenti: Baslang'ısh dep qabıl etilgen O noqatına salıstırg'andag'ı sistemanın' impuls momenti dep sol O noqatına salıstırg'andag'ı materiallıq noqatlardın' impuls momentlerinin' qosındısına aytamız, yag'nıy

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{L}_i = \sum_{i=1}^{n} [\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i]. \tag{9.5}$$

Sistemag'a ta'sir etiwshi ku'sh momenti: O noqatına salıstırg'andag'ı sistemag'a ta'sir etiwshi ku'shtin' momenti dep sol O noqatına salıstırg'andag'ı noqatlarg'a ta'sir etiwshi momentlerdin' qosındısına ten', yag'nıy

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{M}_i = \sum_{i=1}^{n} [\mathbf{r}_i, \mathbf{F}_i]. \tag{9.6}$$

Nyutonnın' u'shinshi nızamına sa'ykes ishki ku'shler momentleri birin biri joq etedi. Sonlıqtan keyingi ten'lemenin' on' ta'repi birqansha a'piwayılasadı. Usı jag'daydı da'lillew ushın sistemanın' $i -$ noqatına ta'sir etiwshi ku'shti $\mathbf{F}_i$ arqalı, al usı ku'sh sırttan ta'sir etiwshi ku'sh bolg'an $\mathbf{F}_{isirtqi}$ dan ha'm qalg'an barlıq bo'leksheler ta'repinen tu'setug'ın ku'shten turadı dep esaplayıq. $i -$ noqattan $j -$ noqatqa ta'sir etiwshi ishki ku'shti $\mathbf{f}_{ij}$ dep belgileyik. Sonday jag'dayda tolıq ku'shti

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{isirtqi} + \sum_{j \neq i} \mathbf{f}_{ij} \,. \tag{9.7}$$

tu'rinde jazamız.

Summadag'ı $j \neq i$ ten'sizligi $j = i$ bolmag'an barlıq jag'daylar ushın qosındının' alınatug'ınlıg'ın bildiredi. Sebebi noqat o'zi o'zine ta'sir ete almaydı. Keyingi an'latpanı aldın'g'ı an'latpag'a qoyıp ku'sh momentinin' eki qosılıwshıdan turatug'ınlıg'ın ko'remiz:

$$\mathbf{M} = \sum_{i} [\mathbf{r}_i, \mathbf{F}_{isirtqi}] + \sum_{i,j} [\mathbf{r}_i, \mathbf{f}_{ij}]. \tag{9.8}$$

Alıng'an an'latpadag'ı ekinshi summanın' nolge ten' ekenligin ko'rsetiw mu'mkin. Nyutonnın' u'shinshi nızamına muwapıq $\mathbf{f}_{ij}+\mathbf{f}_{ji}=0$. Su'wrette ko'rsetilgen sızılmag'a muwapıq i ha'm j noqatlarına ta'sir etiwshi ku'shlerdin' O noqatlarına salıstırg'andag'ı momentlerin esaplaymız. Bul noqatlardı tutastıratug'ın $\mathbf{r}_{ij}$ vektorı i noqatınan j noqatına qarap bag'ıtlang'an. O noqatına salıstırg'andag'ı $\mathbf{f}_{ij}$ ha'm $\mathbf{f}_{ji}$ momentleri

$$\mathbf{M}'=\lfloor \mathbf{r}_i,\mathbf{f}_{ji}\rfloor+\lfloor \mathbf{r}_j,\mathbf{f}_{ij}\rfloor. \tag{9.9}$$

shamasına ten'. $\mathbf{f}_{ij}=-\mathbf{f}_{ji}$, $\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j=\mathbf{r}_{ij}$ ekenligin ja'ne $\mathbf{r}_{ji}$ ha'm $\mathbf{f}_{ji}$ vektorlarının' o'z-ara parallelligin esapqa alıp

$$\mathbf{M}'=\lfloor \mathbf{r}_i,\mathbf{f}_{ij}\rfloor-\lfloor \mathbf{r}_j,\mathbf{f}_{ji}\rfloor=\lfloor \mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j,\mathbf{f}_{ji}\rfloor=\lfloor \mathbf{r}_{ji},\mathbf{f}_{ji}\rfloor=0$$

ekenligine iye bolamız. Solay etip (9.8) an'latpasının' on' ta'repindegi ekinshi qosındıda ishki ta'sirlesiw ku'shlerinin' barlıg'ının' qosındısının' o'z-ara qısqaratug'ınlıg'ın ha'm qosındının' barlıg'ının' nolge ten' bolatug'ınlıg'ına iye bolamız. Tek sistemanın' ayırım noqatlarına tu'sirilgen sırtqı ku'shlerdin' momentlerinin' qosındısına ten' birinshi ag'za g'ana qaladı. Sonlıqtan materiallıq noqatlar sistemasına ta'sir etiwshi ku'shlerdin' momentleri haqqında aytqanımızda $\mathbf{F}_i$ ku'shleri dep tek sırtqı ku'shlerdi tu'sinip, (9.6) anıqlamasın na'zerde tutıw kerek.

Materiallıq noqatlar sistemasının' qozg'alıs ten'lemesi. (9.4) an'latpası bolg'an $\mathbf{p}=\sum_{i=1}^{n}\mathbf{p}_i=\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2+\mathbf{p}_3+...+\mathbf{p}_n$ an'latpasınan waqıt boyınsha tuwındı alamız ha'm $i-$ noqattın' qozg'alıs ten'lemesinin' $\frac{d\mathbf{p}_i}{dt}=\mathbf{F}_i$ ekenligin esapqa alg'an halda

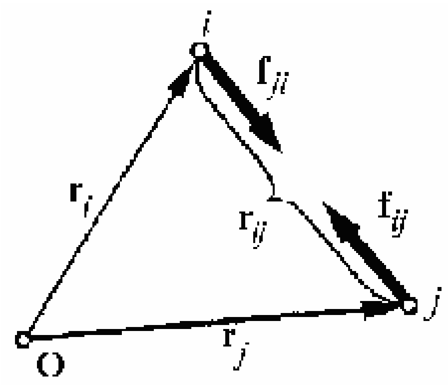
$$\frac{d\mathbf{p}}{dt}=\sum\frac{d\mathbf{p}_i}{dt}=\sum\mathbf{F}_i,\qquad \frac{d\mathbf{p}_i}{dt}=\mathbf{F} \tag{9.10}$$

ekenligine iye bolamız. Bul an'latpada

$$\mathbf{F}=\sum\mathbf{F}_i\,.$$

Demek sistemag'a ta'sir etiwshi ku'shlerdin' momenti haqqında aytılg'anda tek g'ana sırtqı ku'shlerdin' momentlerin tu'siniwimiz kerek boladı.

Alıng'an ag'latpadag'ı $\mathbf{F}$ sistema noqatlarına sırttan tu'sirilgen ku'shlerdin' qosındısı. Bul ku'shti a'dette sırtqı ku'sh dep ataydı. Alıng'an $\frac{d\mathbf{p}}{dt}=\mathbf{F}$ ten'lemesi sırtqı ko'rinisi boyınsha bir materiallıq noqat ushın qozg'alıs ten'lemesine $\left\{\frac{d\mathbf{p}}{dt}=\mathbf{F},\quad \mathbf{p}=m\mathbf{v}\right\}$ uqsas. Biraq sistema ushın impuls $\mathbf{p}$ nı alıp ju'riwshiler ken'islik boyınsha tarqalg'an, $\mathbf{F}$ ti qurawshı ku'shler de ken'islik boyınsha tarqalg'an. Sonlıqtan noqat ushın alıng'an ten'leme menen sistema ushın alıng'an ten'lemelerdi tek g'ana relyativistlik emes jag'daylar ushın salıstırıw mu'mkin.



9-1 su'wret. i ha'm j noqatlarına tu'sirilgen ishki ku'shlerdin' momenti.

Nyutonnın' u'shinshi nızamına sa'ykes bul moment nolge ten'.

Massalar orayı. Relyativistlik emes jag'daylarda massa orayı tu'siniginen paydalanıwg'a boladı. Da'slep impuls ushın relyativistlik emes jag'daylar ushın jazılg'an impulstan paydalanayıq.

$$\mathbf{p} = \sum m_{0i}\,\mathbf{v}_i = \sum m_{0i}\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \frac{d}{dt}\sum m_{0i}\,\mathbf{r}_i = m\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{m}\sum m_{0i}\,\mathbf{r}_i\right] \tag{9.11}$$

Bul an'latpadag'ı massa $m = \sum m_{0i}$ dep noqatlardın' massası alıng'an.

$$\mathbf{R} = \frac{1}{m}\sum m_{0i}\,\mathbf{r}_i$$

radius-vektorı sistemanın' massalar orayı dep atalatug'ın noqattı beredi. $\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \mathbf{V}$ usı noqattın' (massalar orayıın') qozg'alıs tezligi. Demek sistemanın' impulsı keyingi an'latpanı esapqa alg'anda bılay jazıladı:

$$\mathbf{p} = m\frac{d\mathbf{R}}{dt} = m\mathbf{V} \tag{9.12}$$

ha'm sistemanın' massası menen onın' massalar orayının' qozg'alıs tezliginin' ko'beymesine ten'. Sonlıqtan da massalar orayının' qozg'alısı materiallıq noqattın' qozg'alısına sa'ykes keledi.

Joqarıdag'ılardı esapqa alg'an halda sistemanın' qozg'alıs ten'lemesi bılay jazamız:

$$m\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{F} \tag{9.13}$$

Alıng'an an'latpa materiallıq noqat ushın alıng'an qozg'alıs ten'lemesine ekvivalent. Ayırma sonnan ibarat, bul jag'dayda massalar massa orayına toplang'an, al sırtqı ku'shlerdin' qosındısı bolsa sol massa orayına tu'sedi dep esaplanadı.

Materiallıq noqatlar sisteması ushın momentler ten'lemesi. (9.5) te berilgen $\mathbf{L} = \sum_{i=1}^{n}\mathbf{L}_i = \sum_{i=1}^{n}[\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i]$ an'latpasın waqıt boyınsha differentsiallasaq materiallıq noqatlar sisteması ushın momentler ten'lemesin alamız:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt}=\sum\left[\frac{\mathbf{r}d\mathbf{r}_i}{dt},\mathbf{r}_i\right]+\sum\left[\mathbf{r}_i,\frac{d\mathbf{p}_i}{dt}\right]=\sum[\mathbf{v}_i,\mathbf{p}_i]+\sum[\mathbf{r}_i,\mathbf{F}_i]=0+\sum\mathbf{M}_i=\mathbf{M} \tag{9.14}$$

Demek

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt}=\mathbf{M}.$$

$\mathbf{M}$ nin’ sistemag’a ta’sir etiwshi sırtqı ku’shler momenti ekenligin umıtpaymız.

Materiallıq noqattın’ impuls momenti menen **sektorlıq tezlik arasındag’ı baylanıs. Maydanlar teoreması**. Materiallıq noqattın’ impuls momentin qaraymız. t waqıt momentinde bul materiallıq noqattın’ awhalı $\mathbf{r}$ radius-vektorı menen anıqlanatug’ın bolsın. Sheksiz kishi dt waqıtı ishinde radius-vektor $\mathbf{v}\,dt$ o’simin aladı. Sonın’ menen birge radius-vektor sheksiz kishi u’sh mu’yeshlikti basıp o’tedi. Usı u’sh mu’yeshliktin’ maydanı $d\mathbf{S}=\frac{1}{2}[\,R\mathbf{v}]dt$. Sonlıqtan $\dot{\mathbf{S}}=\frac{dS}{dt}$. Bul shama waqıt birligindegi radius-vektordın’ basıp o’tetug’ın maydanına ten’ ha’m ***sektorlıq tezlik*** dep ataladı. Anıqlama boyınsha $\mathbf{L}=m[\mathbf{r},\mathbf{v}]$ bolg’anlıqtan $\mathbf{L}=2m\dot{\mathbf{S}}$. Relyativistlik tezliklerde m turaqlı, sonlıqtan da impuls momenti sektorlıq tezlik $\dot{\mathbf{S}}$ ke proportsional.

Eger materiallıq noqatqa ta’sir etiwshi ku’sh oraylıq ha’m onın’ bag’ıtı O polyusı arqalı o’tetug’ın bolsa $\mathbf{L}$ vektorı waqıt boyınsha o’zgermeydi. Sog’an sa’ykes relyativistlik emes tezliklerde sektorlıq tezlik $\dot{\mathbf{S}}$ te o’zgermeydi. Bul jag’dayda impuls momentinin’ saqlanıw nızamı maydanlar nızamına o’tedi:

$$\dot{\mathbf{S}}=\text{const.} \tag{9.15}$$

Bul nızamnan eki juwmaq kelip shıg’adı.

Birinshiden $\mathbf{r}$ ha’m $\mathbf{v}$ vektorları jatatug’ın tegislik $\dot{\mathbf{S}}$ vektorına perpendikulyar. Bul vektorlardın’ bag’ıtı o’zgermeytug’ın bolg’anlıqtan sol tegisliktin’ o’zi de o’zgermeydi. Demek ***oraylıq ku’shler maydanında qozg’alatug’ın materiallıq noqattın’ traektoriyası tegis iymeklik*** bolıp tabıladı.

Ekinshiden $\dot{\mathbf{S}}$ vektorı uzınlıg’ının’ turaqlılıg’ınan ***birdey waqıt aralıqlarında radius-vektor birdey maydanlardı basıp o’tetug’ınlıg’ı kelip*** shıg’adı. Bul jag’daydı a’dette ***maydanlar nızamı*** dep ataydı. Maydan tek g’ana shaması menen emes al ken’isliktegi orientatsiyası menen de ta’riplenedi. Sonlıqtan da maydanlar nızamına ken’irek mazmun beriw kerek.

Qozg’almaytug’ın ko’sherge salıstırg’andag’ı impuls momenti menen ku’sh momenti. $\frac{d\mathbf{L}}{dt}=\mathbf{M}$ ten’lemesi to’mendegidey u’sh skalyar ten’lemelerge ekvivalent:

$$\frac{dL_x}{dt}=M_x^{sirt},\quad \frac{dL_y}{dt}=M_y^{sirt},\quad \frac{dL_z}{dt}=M_z^{sirt}. \tag{9.16}$$

Bul ten'lemeler $\frac{d\mathbf{L}}{dt}=\mathbf{M}$ ten'lemesinen Dekart koordinatalar sistemasının' ko'sherlerine proektsiyalar tu'siriw jolı menen alınadı. «Sırt» indeksi ku'sh momentin esaplag'anda ishki ku'shler momentlerinin' dıqqatqa alınbaytug'ınlıg'ın an'g'artadı. Sonlıqtan da momentler ten'lemesindegi **M** sırtqı ku'shlerdin' momentin beredi. L_x ha'm M_x lar X ku'sherine salıstırg'andag'ı impuls momenti ha'm ku'sh momenti dep ataladı.

Ulıwma bazı bir X ko'sherine salıstırg'andag'ı L_x ha'm M_x impuls ha'm ku'sh momenti dep **L** menen **M** nin' usı ko'sherge tu'sirilgen proektsiyasın aytamız. Sonın' menen birge O koordinata bası usı ko'sherdin' boyında jatadı dep esaplanadı.

$\frac{d\mathbf{L}_x}{dt}=\mathbf{M}_x$ ***ten'lemesi qozg'almaytug'ın X ko'sherine salıstırg'andag'ı momentler ten'lemesi*** dep ataladı. Qanday da bir qozg'almaytug'ın ko'sherge salıstırg'andag'ı ku'sh momenti nolge ten' bolg'an jag'dayda sol ko'sherge salıstırg'andag'ı impuls momenti turaqlı bolıp qaladı. Bul ***qozg'almaytug'ın ko'sherge salıstırg'andag'ı impuls momentinin' saqlanıw nızamı*** bolıp tabıladı (ken'isliktin' izotroplılıg'ının' na'tiyjesi).

Qozg'almaytug'ın ko'sher do'geregindegi aylanıw ushın impuls momenti ten'lemesi. İnertsiya momenti. Ko'sherge salıstırg'andag'ı momentler ten'lemesin aylanbalı qozg'alıstı qarap shıg'ıwg'a qollanamız. Qozg'almaytug'ın ko'sher retinde aylanıw ko'sherin saylap alıw mu'mkin. Eger materiallıq bo'lekshe radiusı **r** bolg'an shen'ber boyınsha qozg'alsa, onın' O aylanıw ko'sherine salıstırg'andag'ı impuls momenti $L=mvr$. Meyli ω aylanıwshın' mu'yeshlik tezligi bolsın. Onda $L=mr^2\omega$. Eger O ko'sherinin' do'gereginde materiallıq noqatlar sisteması birdey mu'yeshlik tezlik penen aylanatug'ın bolsa, onda $L=\sum mr^2\omega$. Summa belgisinen ω nı sırtqa shıg'arıw mu'mkin. Bunday jag'dayda

$$L=I\omega \tag{9.17}$$

ha'm

$$I=\sum mr^2 .$$

I ***shaması ko'sherge salıstırg'andag'ı sistemanın' inertsiya momenti dep ataladı***. Keyingi ten'leme sistema aylang'anda ko'sherge salıstırg'andag'ı impuls momenti inertsiya momenti menen mu'yeshlik tezliginin' ko'beymesine ten'.

O'z gezeginde $\frac{d}{dt}(I\omega)=M$. ***Qozg'almaytug'ın ko'sher do'gereginde aylanbalı qozg'alıs dinamikasının' bul tiykarg'ı ten'lemesindegi*** M aylanıw ko'sherine salıstırg'andag'ı sırtqı ku'shler momenti. Bul ten'leme materiallıq noqattın' qozg'alısı ushın Nyuton ten'lemesin eske tu'siredi. Massanın' ornında inertsiya momenti İ, tezliktin' ornına mu'yeshlik tezlik, al ku'shtin' ornında ku'sh momenti tur. İmpuls momenti L di ***ko'pshilik jag'daylarda sistemanın' aylanıw impulsı*** dep ataydı.

Eger aylanıw ko'sherine salıstırg'andag'ı ku'shler momenti $\mathbf{M}=0$ ***bolsa aylanıw impulsı*** $I\Omega$ ***saqlanadı***.

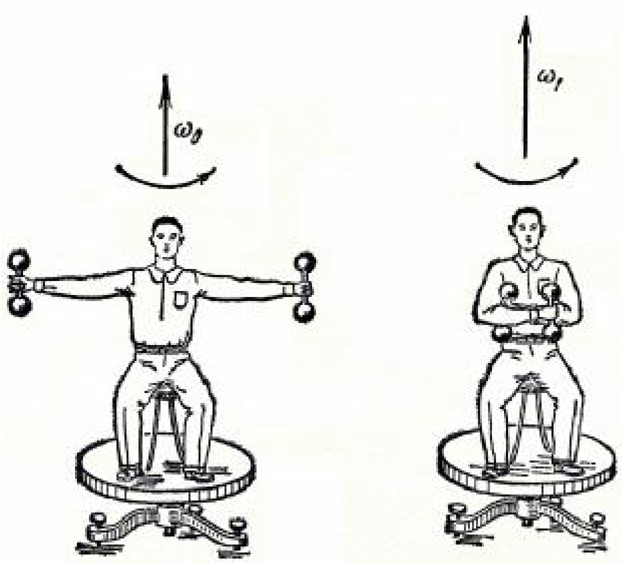
A'dette qattı deneler ushın I turaqlı shama. Sonlıqtan bunday sistemalar ushın

$$I\frac{d\omega}{dt} = M \qquad (9.18)$$

Demek qattı denenin’ qozg’almaytug’ın ko’sherge salıstırg’andag’ı inertsiya momenti menen mu’yeshlik tezleniw $\frac{d\omega}{dt}$ din’ ko’beymesi sol ko’sherge salıstırg’andag’ı sırtqı ku’shlerdin’ momentine ten’.

Aylanıw impulsının’ saqlanıw nızamına mısallar.

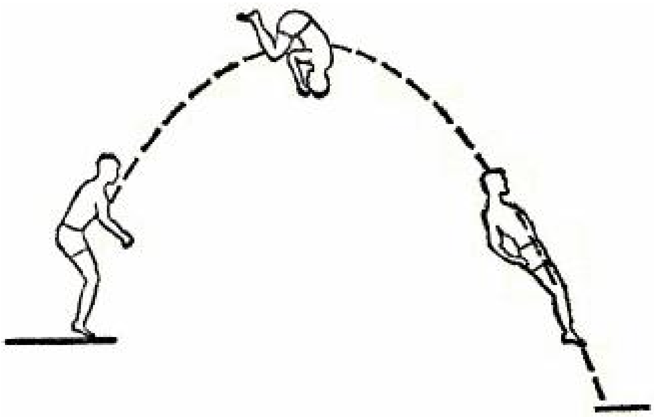
1. Jukovskiy (1847-1921) otırg’ıshı (9-2 su’wret).
2. Balerina menen muz u’stinde sırganawshı figurashının’ pirueti.
3. Sekiriwshi ta’repinen orınlang’an salto (9-3 su’wret).



9-2 su’wret. Jukovskiy otırg’ıshı.

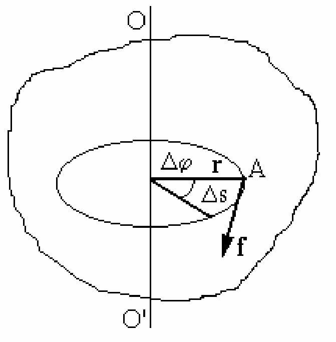
Gyuygens-Shteyner teoreması: **Qanday da bir ko’sherge salıstırg’andag’ı denenin’ inertsiya momenti usı denenin’ massa orayı arqalı o’tiwshi parallel ko’sherge salıstırg’andag’ı inertsiya momentine** ma^2 **shamasın qosqang’a ten’** (a arqalı ko’sherler arasındag’ı aralıq belgilengen). Yag’nıy $I_A = I_C + ma^2$.

Aylanıwshı qattı denelerdin’ kinetikalıq energiyası. Qattı dene jıljımaytug’ın OO' ko’sheri do’gereginde aylanıp φ mu’yeshine burılg’andag’ı ku’shler momenti M nin’ islegen jumısın anıqlayıq (9-4 su’wrette ko’rsetilgen). Qattı denege **f** ku’shi tu’sirilsin. Bul ku’sh o’zi tu’sirilgen traektoriyag’a urınba bag’ıtında bag’ıtlang’an, al OO’ ko’sherine salıstırg’andag’ı momenti $\mathbf{M} = \mathbf{f}\,\mathbf{r}$ bolsın.



9-3 su'wret. Sekiriwshi ta'repinen orınlang'an salto.

Dene $\Delta\varphi$ mu'yeshine burılg'anda ku'sh tu'sirilgen A noqatı Δs dog'ası uzınlıg'ına jıljıydı. Sonda **f** ku'shinin' islegen jumısı $\Delta A = f \cdot \Delta s$ shamasına ten' boladı. $\Delta s = r \cdot \Delta\varphi$. Demek $\Delta A = \mathbf{f}\ \mathbf{r}\ \Delta\varphi$. $\mathbf{f}\ \mathbf{r} = \mathbf{M}$ bolg'anlıqtan $\Delta A = M \cdot \Delta\varphi$. Solay etip dene $\Delta\varphi$ mu'yeshine burılg'anda islengen jumıs san jag'ınan ku'sh momenti menen buralıw mu'yeshinin' ko'beymesine ten' bolatug'ınlıg'ın ko'remiz.



9-4 su'wret. Ku'shler momenti M nin' islegen jumısın esaplawg'a arnalg'an su'wret.

Eger **M** turaqlı shama bolatug'ın bolsa dene shekli φ mu'yeshine burılg'anda islenetug'ın jumıs

$$A = M \cdot \varphi$$

shamasına ten' boladı.

Endi berilgen ω mu'yeshlik tezligi menen qozg'almaytug'ın ko'sher do'gereginde aylanatug'ın qattı deneni qarayıq. Onın' i – elementinin' kinetikalıq energiyası:

$$\Delta E_{kin} = \frac{\Delta m_i\ v_i^2}{2}.$$

Bul an'latpada Δm_i denenin' i-elementinin' massası, v_i onın' sızıqlıq tezligi. $v_i = r_i\omega$ bolg'anlıqtan

$$\Delta E_{kin} = \frac{\Delta m_i\ r_i^2\ \omega^2}{2}.$$

Denenin' aylanbalı qozg'alısının' kinetikalıq energiyası onın' jeke elementlerinin' kinetikalıq energiyalarının' qosındısına ten':

$$E_{kin} = \sum \frac{\Delta m_i \, r_i^2 \, \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum \Delta m_i \, r_i^2 .$$

$\sum \Delta m_i \, r_i^2 = I$ shamasınıń denenin' inertsiya momenti ekenligin esapqa alsaq

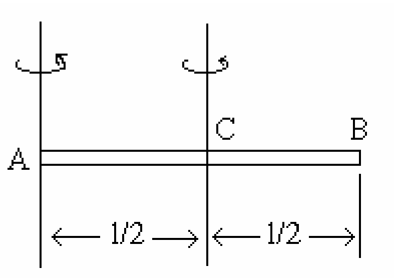
$$E_{kin} = \frac{I \, \omega^2}{2}$$

an'latpasın alamız.

Demek qozg'almaytug'ın ko'sher do'gereginde aylanıwshı qattı denenin' kinetikalıq energiyası formulası materiallıq noqattın' ilgerilemeli qozg'alısının' kinetikalıq energiyası formulasına uqsas eken. İlgerilemeli qozg'alıstag'ı massa m nin' ornına aylanbalı qozg'alısta inertsiya momenti İ keledi.

Ha'r qanday denelerdin' inertsiya momentlerin esaplaw.

1. ***Jin'ishke bir tekli sterjennin' perpendikulyar ko'sherge salıstırg'andag'ı inertsiya momenti***.



9-5 su'wret.

Jin'ishke bir tekli sterjennin' perpendikulyar ko'sherge salıstırg'andag'ı inertsiya momentin esaplawg'a arnalg'an su'wret.

Meyli ko'sher sterjennin' sheti bolg'an A arqalı o'tsin (9-5 su'wret). İnertsiya momenti $I = k\,m\,l^2$, l arqalı sterjennin' uzınlıg'ı belgilengen. Sterjennin' orayı C massa orayı da bolıp tabıladı. Gyuygens-Shteyner teoreması boyınsha $I_A = I_C + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$. Bul jerde I_C inertsiya momentin uzınlıqları $l/2$ ha'm ha'r qaysısının' massası $m/2$ bolg'an eki sterjennin' inertsiya momentlerinin' qosındısı sıpatında qaraw mu'mkin. Demek inertsiya momenti $k\frac{m}{2}\left(\frac{l}{2}\right)^2$ shamsına ten'. Sonlıqtan $I_C = km\left(\frac{l}{2}\right)^2$. Bul an'latpanı aldın'g'ı an'latpag'a qoysaq

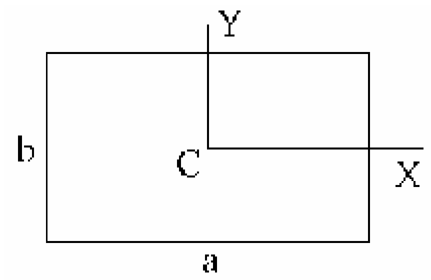
$$kml^2 = km\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

Bul an'latpadan $k = \frac{1}{3}$. Na'tiyjede

$$I_A = \frac{1}{3} ml^2, \qquad I_C = \frac{1}{12} ml^2.$$

An'latpalarına iye bolamız.

2. ***Tuwrı mu'yeshli plastinka ha'm tuwrı mu'yeshli parallelepiped ushın inertsiya momenti*** (9-6 su'wret).



9-6 su'wret.

Tuwrı mu'yeshli plastinka ha'm tuwrı mu'yeshli parallelepiped ushın inertsiya momentin esaplaw ushın arnalg'an su'wret.

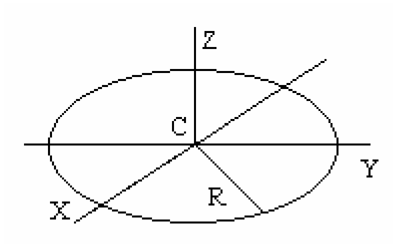
Meyli X ha'm Y koordinatalar ko'sherleri C plastinkanın' ortası arqalı o'tetug'ın ha'm ta'replerine parallel bolsın. Bul jag'dayda da joqarıdag'ı jag'day sıyaqlı $\left[I_c = \frac{1}{12}\,m\,l^2\right]$

$$I_x = \frac{1}{12}b^2, \quad I_y = \frac{1}{12}a^2.$$

Z ko'sherine salıstırg'andag'ı plastinkanın' inertsiya momenti

$$I_z = \frac{m}{12}\left(a^2 + b^2\right).$$

3. ***Sheksiz juqa do'n'gelek saqıyna (shen'ber) ushın inertsiya momenti*** (9-7 su'wret).



9-7 su'wret.

Sheksiz juqa do'n'gelek saqıyna (shen'ber) ushın inertsiya momentin esaplawg'a arnalg'an su'wret.

İnertsiya momenti Z ko'sherine salıstırg'anda

$$I_Z = mR^2$$

bolıwı kerek (R saqıyna radiusı). Simmetriyag'a baylanıslı $I_x = I_y$. Sonlıqtan $I_x = I_y = \frac{1}{2}mR^2$.

4. ***Sheksiz juqa diywalı bar shardın' inertsiya momenti***. Da'slep massası m bolg'an, koordinataları x, y, z bolg'an materiallıq noqattın' tuwrı mu'yeshli koordinatalar sisteması ko'sherlerine salıstırg'andag'ı inertsiya momentin esaplayıq (9-8 su'wrette ko'rsetilgen).

Bul noqattın' X, Y, Z ko'sherlerine shekemgi qashıqlıqlarının' kvadratları sa'ykes $y^2 + z^2$, $z^2 + x^2$ ha'm $x^2 + y^2$qa ten'. Usı ko'sherlerge salıstırg'andag'ı inertsiya momentleri

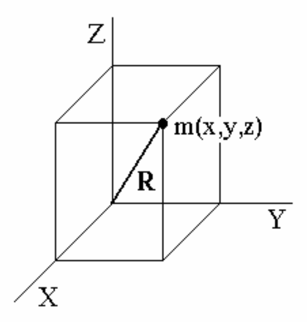
$$I_x = m\left(y^2 + z^2\right),$$
$$I_y = m\left(z^2 + x^2\right),$$
$$I_z = m\left(x^2 + y^2\right).$$

shamalarına ten'. Bul u'sh ten'likti qosıp $I_x + I_y + I_z = 2m\left(x^2 + y^2 + z^2\right)$ ten'ligin alamız. $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ ekenligin esapqa alsaq $I_x + I_y + I_z = 2\Theta$ ekenligine iye bolamız Bul jerde Θ arqalı massası m bolg'an materiallıq noqattın' noqatqa salıstırg'andag'ı inertsiya momenti belgilengen.

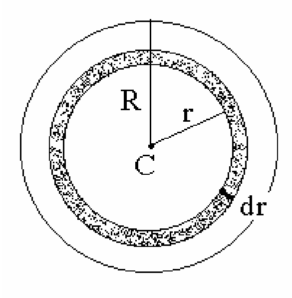
Endi da'slep shardın' orayına salıstırg'andag'ı inertsiya momenti Θ nı tabamız. Onın' ma'nisi $\Theta = mR^2$ ekenligi tu'sinikli. $I_x + I_y + I_z = 2\Theta$ ten'liginen paydalanamız ha'm $I_x = I_y = I_z = I$ dep belgileymiz. Na'tiyjede juqa shardın' orayınan o'tetug'ın ko'sherine salıstırg'andag'ı inertsiya momenti ushın

$$I = \frac{2}{3} mR^2$$

formulasın alamız.



9-8 su'wret. Sheksiz juqa diywalg'a iye shardın' inertsiya momentin esaplawg'a

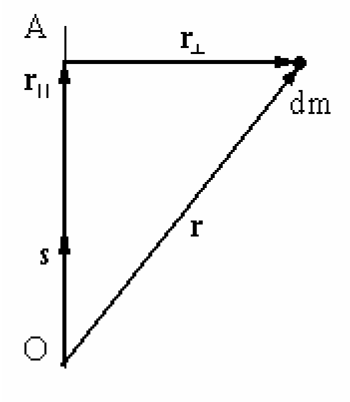


9-9 su'wret. Tutas bir tekli shardın' inertsiya momentin esaplawg'a

5. ***Tutas bir tekli shardın' inertsiya momenti***. Tutas birtekli shardı ha'r qaysısının' massası dm bolg'an sheksiz juqa qatlamlardın' jıynag'ı dep qarawg'a boladı (9-9 su'wrette ko'rsetilgen). Bir tekli bolg'anlıqtan $dm = m\frac{dV}{V}$, al $dV = 4\pi r^2\, dr$ sferalıq qatlamnın' ko'lemi, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Joqarıda keltirilip shıg'arılg'an $I = \frac{2}{3} m R^2$ formulasın paydalanamız. Bunday jag'dayda $dI = \frac{2}{3} dm\, r^2 = 2m\, r^4 \frac{dr}{R^3}$. Bul an'latpanı integrallap bir tekli tutas shardın' inertsiya momentin alamız:

$$I = \frac{2}{5} mR^2.$$

İnertsiya tenzorı ha'm ellipsoidı. Bazı bir ıqtıyarlı OA ko'sherine salıstırg'andag'ı qattı denenin' inertsiya momenti İ di esaplaymız (9-10 sızılmadan paydalanamız). Ko'sher koordinata bası O arqalı o'tedi dep esaplaymız. Koordinatalardı x, y, z yamasa x_1, x_2, x_3 dep belgileymiz (eki tu'rli bolıp belgilew sebebi keyinirek ma'lim boladı). Sonlıqtan



9-10 su'wret.

Qattı denenin' inertsiya momentin esaplawg'a arnalg'an su'wret.

$$x_1 \equiv x, \quad x_{12} \equiv y, \quad x_3 \equiv z$$

dm massalı denenin' radius-vektorı eki qurawshıg'a jikleymiz. Sonda

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_\perp + \mathbf{r}_{||}. \tag{9.19}$$

İnertsiya momentinin' anıqlaması boyınsha

$$\mathbf{I} = \int r_\perp dm = \int (r^2 - r_\parallel^2) dm. \tag{9.20}$$

OA bag'ıtındag'ı birlik vektordı $\mathbf{s}$ arqalı belgilesek, onda

$$\mathbf{r}_{||} = (\mathbf{r}\ \mathbf{s}) = x\mathbf{s}_x + y\mathbf{s}_y + z\mathbf{s}_z.$$

Bunnan basqa

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

Bul jag'daydı ha'm $xs_x^2 + ys_y^2 + zs_z^2 = 1$ ekenligin esapqa alıp

$$I = I_{xx}s_x^2 + I_{yy}s_y^2 + I_{zz}s_z^2 + 2I_{xy}s_x s_y + 2I_{xz}s_x s_z + 2I_{yz}s_y s_z. \tag{9.21}$$

Bul jerde I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, $I_{xy} \equiv I_{yx}$, $I_{xz} \equiv I_{zx}$, $I_{yz} \equiv I_{zy}$ turaqlı shamalar bolıp

$$\begin{aligned}
I_{xx} &= \int (y^2 + z^2) dm, \\
I_{yy} &= \int (z^2 + x^2) dm, \\
I_{zz} &= \int (x^2 + y^2) dm, \\
I_{xy} \equiv I_{yx} &= \int xy\, dm, \\
I_{yz} \equiv I_{zy} &= \int yz\, dm, \\
I_{zx} \equiv I_{xz} &= \int xz\, dm.
\end{aligned} \tag{9.22}$$

an'latpaları ja'rdeminde anıqlanadı. Bul alıng'an shamalar ushın basqasha belgilew qollanamız (x tın' ornına 1, y tin' ornına 2, z tin' ornına 3 sanları jazıladı, mısalı $I_{xy} = I_{12}$, $I_{yz} = I_{23}$ ha'm tag'ı basqalar. Sonda alıng'an tog'ız shama inertsiya momenti tenzorın payda etedi:

$$\begin{matrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{matrix} \quad \text{yamasa} \quad \begin{matrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{matrix} \qquad (9.23)$$

Bul tenzor ***denenin' O noqatına salıstırg'andag'ı inertsiya tenzorı*** dep ataladı. Bul ***tenzor simmetriyalı***, yag'nıy $I_{ij} = I_{ji}$. Sonlıqtan (9.23) tenzorı altı qurawshı ja'rdeminde tolıg'ı menen anıqlanadı. Bul formulanı qısqasha ha'm simmetriyalı tu'rde bılayınsha jazıw mu'mkin:

$$I = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} I_{ij} s_i s_j . \qquad (9.24)$$

Eger qanday da bir koordinata sisteması ushın inertsiya tenzorının' barlıq altı qurawshısı belgili bolsa, onda (9.21) yamasa (9.24) formulaları ja'rdeminde O koordinata bası arqalı o'tetug'ın qa'legen ko'sherge salıstırg'andag'ı denenin' inertsiya momentin esaplawg'a boladı. Al koordinata basınan o'tpeytug'ın qa'legen ko'sherge salıstırg'andag'ı denenin' inertsiya momentin Gyuygens-Shteyner teoreması ja'rdeminde esaplanadı.

(9.23) yamasa (9.24) formullarin geometriyalıq jaqtan su'wretlewge boladı. Eger koordinata ko'sherlerin barlıq mu'mkin bolg'an bag'ıtlarg'a qaray ju'rgizip, ko'sherlerge $r = 1/\sqrt{I}$ ma'nislerin qoyamız. Usınday kesindilerdin' geometriyalıq ornı bazı bir ekinshi ta'rtipli betti payda etedi ha'm onı ***inertsiya ellipsoidı*** dep ataymız. Endi onın' ten'lemesin tabamız.

Usı bette jatatug'ın noqattın' radius-vektorı $\mathbf{r} = \mathbf{s}/\sqrt{I}$ an'latpası ja'rdeminde anıqlanadı. Al bul noqattın' koordinatası $x_i = s_i/\sqrt{I}$ ge ten'. Usı qatnaslardın' ja'rdeminde (9.24) dan s_i lardı alıp taslasaq biz izlep atırg'an bettin' ten'lemesin alamız:

$$\sum \sum I_{ij} x_i x_j = 1 . \qquad (9.25)$$

Bul ekinshi ta'rtipli bettin' ten'lemesi bolıp tabıladı. **s** vektorının' bag'ıtının' qanday bolıwına baylanıssız inertsiya momenti I ha'm radius-vektor **r** din' uzınlıqları shekli bolg'anlıqtan alıng'an figura ***ellipsoid*** bolıp tabıladı. bul ellipsoidtı oray bolıp tabılatug'ın O noqatına salıstırgandag'ı **denenin' inertsiyasının' ellipsoidı** dep ataladı. O koordinata basın ko'shirgende denenin' inertsiyasının' ellipsoidı da o'zgeredi. Eger O koordinata bası sıpatında denenin' massalar orayı saylap alıng'an bolsa, onda ellipsoid ***oraylıq ellipsoid*** dep ataladı.

A'lbette ha'r qanday tenzor sıyaqlı inertsiya tenzorı da koordinata basın ha'm koordinata ko'sherlerinin' bag'ıtın saylap alıwg'a baylanıslı boladı. Usının' na'tiyjesinde inertsiya tenzorın bas ko'sherlerge alıp keliwge boladı ha'm sonda tenzor

$$\begin{matrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{matrix}$$

tu’rine enedi (eger $I_x = I_y = I_z$ sha’rti orınlansa ellipsoid sferag’a aylanadı).

10-§. Galileydin’ salıstırmalıq printsipi ha’m Galiley tu’rlendiriwleri

Galileydin’ salıstırmalıq printsipi. Koordinatalardı geometriyalıq jaqtan almastırıw. Ha’r qanday esaplaw sistemaları arasındag’ı fizikalıq o’tiwler. İnertsial esaplaw sistemaları.

Koordinatalardı tu’rlendiriw ma’selesi a’dette geometriyalıq ma’sele bolıp tabıladı. Mısalı Dekart, polyar, tsilindrlik, sferalıq ha’m basqa da koordinatalar sistemaları arasında o’z-ara o’tiw a’piwayı matematikalıq tu’rlendiriw ja’rdeminde a’melge asırıladı. Bul haqqında «Ken’islik ha’m waqıt» dep atalatug’ın 1-2 paragrafta tolıq aytılıp o’tildi.

Koordinatalardı fizikalıq tu’rlendiriw. Ha’r qıylı esaplaw sistemaları baylanısqan ha’r qıylı materiallıq deneler bir birine salıstırg’anda qozg’alısta bolıwı mu’mkin. Ha’r bir esaplaw sistemasında o’z koordinata ko’sherleri ju’rgizilgen, al sol sistemalardın’ ha’r qıylı noqatlarındag’ı waqıt sol noqat penen baylanısqan saatlardın’ ja’rdeminde o’lshenetug’ın bolsın. Bir birine salıstırg’anda qozg’alısta bolatug’ın esaplaw sistemalarındag’ı koordinatalar menen waqıt qalayınsha baylanısqan degen soraw kelip tuwadı. **Qoyılg’an sorawg’a juwaptın’ tek geometriyalıq ko’z-qarastın’ ja’rdeminde beriliwi mu’mkin emes. Bul fizikalıq ma’sele**. Bul ma’sele ha’r qıylı sistemalar arasındag’ı salıstırmalı tezlik nolge ten’ bolg’anda ha’m sol esaplaw sistemaları arasındag’ı fizikalıq ayırma jog’alg’anda (yag’nıy bir neshe sistemalar bir sistemag’a aylang’anda) g’ana geometriyalıq ma’selege aylanadı.

İnertsial esaplaw sistemaları ha’m salıstırmalıq printsipi. Qattı denenin’ en’ a’piwayı bolg’an qozg’alısı onın’ ilgerilemeli ten’ o’lshewli tuwrı sızıqlı qozg’alısı bolıp tabıladı. Usı jag’dayg’a sa’ykes esaplaw sistemasının’ en’ a’piwayı salıstırmalı qozg’alısı ilgerilemeli, ten’ o’lshewli ha’m tuwrı sızıqlı qozg’alısı bolıp tabıladı. Sha’rtli tu’rde sol sistemalardın’ birewin qozg’almaytug’ın, al ekinshisin qozg’alıwshı sistema dep qabıl etemiz. Ha’r bir sistemada dekart koordinatalar sistemasın ju’rgizemiz. K qozg’almaytug’ın esaplaw sistemasındag’ı koordinatalardı (x,y,z) dep, al qozg’alıwshı K’ sistemasındag’ı koordinatalardı (x’,y’,z’) ha’ripleri ja’rdeminde belgileymiz. Qozg’alıwshı sistemadag’ı shamalardı qozg’almaytug’ın sistemadag’ı shamalar belgilengen ha’riplerdin’ ja’rdeminde shtrix belgisin qosıp belgileymiz dep kelisip alamız. Endi bir birine salıstırg’anda qozg’alıwshı ha’r bir esaplaw sistemasında fizikalıq qubılıslar qalay ju’redi degen a’hmiyetli sorawg’a juwap beriwimiz kerek.

Bul sorawg’a juwap beriwimiz ushın sol esaplaw sistemalarındag’ı fizikalıq qubılıslardın’ o’tiwin u’yreniiwimiz kerek. Ko’p waqıtlardan beri Jerdin’ betine salıstırg’anda ten’ o’lshewli tuwrı sızıqlı qozg’alatug’ın koordinatalarg’a salıstırg’andag’ı mexanikalıq qubılıslardın’ o’tiw izbe-izligi boyınsha sol qozg’alıs haqqında hesh na’rseni aytıwg’a bolmaytug’ınlıg’ı ma’lim boldı. Jag’ag’a salıstırg’anda tınısh qozg’alatug’ın korabldin’ kabinaları ishinde mexanikalıq protsessler jag’adag’ıday bolıp o’tedi. Al, eger Jer betinde anıg’ıraq ta’jiriybeler o’tkerilse Jer betinin’ juldızlarg’a salıstırg’andag’ı qozg’alısının’ bar ekenligi ju’zege keledi (mısalı Fuko mayatnigi menen o’tkerilgen ta’jiriybe). Biraq bul jag’dayda Jer betinin’ juldızlarg’a salıstırg’andag’ı tezligi emes, al tezleniwi anıqlanadı. Al **ko’p sandag’ı ta’jiriybeler qozg’almaytug’ın juldızlarg’a salıstırg’anda, yag’nıy bir birine salıstırg’anda**

ten’ o’lshewli tuwrı sızıq boyınsha qozg’alatug’ın barlıq esaplaw sistemalarında barlıq mexanikalıq qubılıslar birdey bolıp o’tedi. Usının’ menen birge tartılıs maydanı esapqa almas da’rejede kishi dep esaplanadı. Nyutonnın’ inertsiya nızamı orınlanatug’ın bolg’anlıqtan bunday esaplaw sistemaların inertsiyalıq esaplaw sistemaları dep ataladı.

Galiley ta’repinen birinshi ret usınılg’an barlıq inertsiyalıq esaplaw sistemalarında mexanikalıq qubılıslar birdey bolıp o’tedi (barlıq mexanikalıq nızamlar birdey tu’rge iye boladı) degen tastıyıqlaw **Galileydin’ salıstırmalıq printsipi** dep ataladı.

Erterek waqıtları ko’pshilik avtorlar usı ma’seleni tu’sindirgende «Galileydin’ salıstırmalıq printsipi» tu’siniginin’ ornına «Nyuton mexanikasındag’ı salıstırmalıq printsipi» degen tu’sinikten paydalandı (mısalı O.D.Xvolson).

Keyinirek basqa da ko’pshilik, sonın’ ishinde elektromagnitlik qubılıslar u’yrenilgennen keyin bul printsiptin’ qa’legen qubılıs ushın orın alatug’ınlıg’ı moyınlana basladı. Sonlıqtan barlıq inertsial esaplaw sistemalarında barlıq fizikalıq qubılıslar birdey bolıp o’tedi (barlıq fizikalıq nızamlar birdey tu’rge iye boladı) dep tastıyıqlaytug’ın salıstırmalıq printsipi arnawlı salıstırmalıq teoriyasının’ salıstırmalıq printsipi yamasa a’piwayı tu’rde salıstırmalıq printsipi dep ataladı. Ha’zirgi waqıtları bul printsiptin’ mexanikalıq ha’m elektromagnit qubılısları ushın da’l orınlanatug’ınlıg’ı ko’p eksperimentler ja’rdeminde da’lillendi. Sog’an qaramastan **salıstırmalıq printsipi postulat bolıp tabıladı**. Sebebi ele ashılmag’an fizikalıq nızamlar, qubılıslar ko’p. Sonın’ menen birge fizika ilimi qanshama rawajlang’an sayın ele ashılmag’an jan’a mashqalalardın’ payda bola beriwi so’zsiz. Sonlıqtan salıstırmalıq printsipi barqulla postulat tu’rinde qala beredi.

Salıstırmalıq printsipi sheksiz ko’p sanlı geometriyası Evklidlik bolg’an, birden-bir waqıtqa iye esaplawlar sistemaları bar degen boljawg’a tiykarlang’an. Ken’islik-waqıt boyınsha qatnaslar ha’r bir esaplaw sistemasında birdey, bul belgisi boyınsha koordinatalar sistemalarının’ bir birinen parqı joq. Usınday boljawdın’ durıslıg’ı ko’p sanlı eksperimentlerde tastıyıqlang’an. Ta’jiriybe bunday sistemalarda Nyutonnın’ birinshi nızamının’ orınlanatug’ınlıg’ın ko’rsetedi. Sonlıqtan bunday sistemalar inertsiallıq sistemalar dep ataladı. Bunday sistemalar bir birine salıstırg’anda ten’ o’lshewli tuwrı sızıq boyınsha qozg’aladı.

Biz ha’zir anıqlıq ushın arnawlı salıstırmalıq teoriyasının’ salıstırmalıq printsipi haqqında onın’ avtorı A.Eynshteynnin’ 1905-jılı jarıq ko’rgen «Qozg’alıwshı deneler elektrodinamikasına» atlı maqalasınan u’zindi keltiremiz:

«Usıg’an usag’an mısallar ha’m Jerdin’ «jaqtılıq ortalıg’ına» salıstırg’andag’ı tezligin anıqlawg’a qaratılg’an sa’tsiz tırısıwlar tek mexanikada emes, al elektrodinamikada da qubılıslardın’ hesh bir qa’siyeti absolyut tınıshlıq tu’sinigine sa’ykes kelmeydi dep boljawg’a alıp keledi. Qala berse (birinshi da’rejeli shamalar ushın da’lillengenligindey) mexanikanın’ ten’lemeleri durıs bolatug’ın barlıq koordinatalar sistemaları ushın elektrodinamikalıq ha’m optikalıq nızamlar da durıs boladı. Bul boljawdı (onın’ mazmunın biz bunnan bılay «salıstırmalıq printsipi» dep ataymız) biz tiykarg’a aylandırmaqshımız ha’m bunnan basqa usıg’an qosımsha birinshi qarag’anda qarama-qarsılıqqa iye bolıp ko’rinetug’ın ja’ne bir boljaw, atap aytqanda jaqtılıq boslıqta onı nurlandıratug’ın denenin’ qozg’alıs halınan g’a’rezsiz barlıq waqıtta da belgili bir V tezligi menen tarqaladı dep boljaymız».

Galiley tu’rlendiriwleri. Qozg’alıwshı koordinatalar sisteması qozg’almaytug’ın koordinatalar sistemasına salıstırg’anda ha’r bir waqıt momentinde belgili bir awhalda boladı[5]. Eger koordinatalar sistemalarının’ basları t = 0 waqıt momentinde bir noqatta jaylasatug’ın bolsa, t waqıttan keyin qozg’alıwshı sistemanın’ bası x = vt noqatında jaylasadı. Sonlıqtan da, eger qozg’alıs tek x ko’sherinin’ bag’ıtında bolg’anda

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t. \qquad (10.4)$$

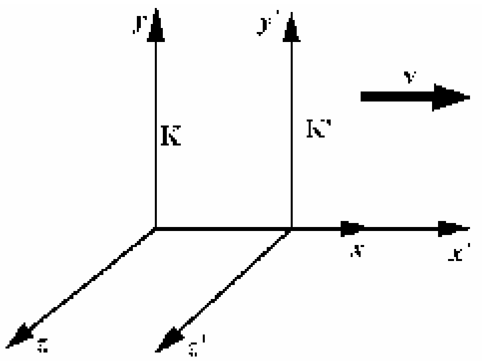
Bul formulalar Galiley tu’rlendiriwleri dep ataladı.

Eger shtrixları bar koordinatalar sistemasınan shtrixları joq sistemag’a o’tetug’ın bolsaq tezliktin’ belgisin o’zgeritwimiz kerek. Yag’nıy v = - v. Sonda

$$x = x' + vt, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'. \qquad (10.5)$$

formulaların alamız.

(10.5) (10.4) ten ten’lemelerdi sheshiw jolı menen emes, al (10.4) ke salıstırmalıq printsipin qollanıw arqalı alıng’anlıg’ına itibar beriw kerek.



10-1 su’wret. Shtrixlang’an ha’m shtrixlanbag’an koordinatalar sistemalarının’ bir birine salıstırg’andag’ı qozg’alısı. X ha’m X’ ko’sherlerin o’z-ara parallel etip alıw en’ a’piwayı jag’day bolıp tabıladı.

Koordinatalar sistemasın burıw yamasa esaplaw basın o’zgertiw arqalı koordinatalar sistemasının’ ju’da’ a’piwayı tu’rdegi o’z-ara jayg’asıwların payda etiwge boladı.

11-§. Tu’rlendiriw invariantları

Koordinatalardı tu’rlendirgende ko’pshilik fizikalıq shamalar o’zlerinin’ san ma’nislerin o’zgertiwi kerek. Ma’selen noqattın’ ken’isliktegi awhalı (x, y, z) u’sh sanının’ ja’rdeminde anıqlanadı. A’lbette ekinshi sistemag’a o’tkende bul sanlardın’ ma’nisleri o’zgeredi.

---

[5] Birinshiden awhalda boladı dep aytılg’anda qozg’alıwshı koordinatalar sistemasının’ ken’isliktegi belgili bir orındı iyeleytug’ınlıg’ı inabatqa alınadı. Ekinshiden «koordinatalar sisteması» ha’m «esaplaw sisteması» tu’sinikleri bir ma’niste qollanılıp atır.

Eger fizikalıq shama koordinatalardı tu'rlendirgende o'z ma'nisin o'zgertpese, onday shamalar saylap alıng'an koordinatalar sistemalarına g'a'rezsiz bolg'an obъektiv a'hmiyetke iye boladı. Bunday shamalar tu'rlendiriw invariantları dep ataladı.

İnvariant shamalar to'mendegiler bolıp tabıladı:

Uzınlıq

$$l=\sqrt{(x_2^{'}-x_1^{'})^2+(y_2^{'}-y_1^{'})^2+(z_2^{'}-z_1^{'})^2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2} \quad (11.1)$$

Galiley tu'rlendiriwine qarata invariant.

Bir waqıtlılıq tu'siniginin' absolyutligi. (11.1) menen (11.2) degi keyingi ten'likke itibar bersek $(t=t')$ eki koordinatalar sistemasında da saatlar birdey tezliklerde ju'retug'ınlıg'ına iye bolamız. Demek bir sistemada belgili bir waqıt momentinde ju'z beretug'ın waqıyalar ekinshi sistemada da tap sol waqıt momentlerinde ju'z beredi. Sonlıqtan saylap alıng'an sistemadan g'a'rezsiz eki waqıyanın' bir waqıtta ju'z bergenligin tastıyıqlaw absolyut xarakterge iye boladı.

Waqıt intervalının' invariantlılıg'ı. $t=t'$ waqıttı tu'rlendiw formulasının' ja'rdeminde waqıt intervalın tu'rlendiriw mu'mkin. Meyli qozg'alıwshı sistemada t_1' ha'm t_2' waqıt momentlerinde eki waqıya ju'z bersin. Usı eki waqıya arasındag'ı interval

$$\Delta t = t_2 - t_1. \quad (11.2)$$

Qozg'almaytug'ın esaplaw sistemasında bul waqıyalar $t_1=t_1'$ ha'm $t_2=t_2'$. waqıt momentlerinde bolıp o'tti. Sonlıqtan

$$\Delta t = t_1 - t_1' = t_2 - t_2' = \Delta t'. \quad (11.3)$$

Demek waqıt intervalı Galiley tu'rlendiriwlerinin' invariantı bolıp tabıladı.

Nyuton ten'lemelerinin' Galiley tu'rlendiriwlerine qarata invariantlılıg'ı. **Tezliklerdi qosıw ha'm tezleniwdin' invariantlılıg'ı**. Shtrixları bar esaplaw sistemasında materiallıq noqat qozg'alatug'ın, al koordinatalar waqıtqa g'a'rezliligi

$$x'=x'(t'),\quad y'=y'(t'),\quad z'=z'(t') \quad (11.4)$$

formulaları menen berilgen bolsın. Bunday jag'dayda tezliktin' qurawshıları

$$u_x'=\frac{dx'}{dt'},\quad u_y'=\frac{dy'}{dt'},\quad u_z'=\frac{dz'}{dt'}. \quad (11.5)$$

Qozg'almaytug'ın esaplaw sistemasına kelsek

$$\begin{aligned} &x(t) = x'(t') + vt',\quad z(t) = z'(t'),\\ &y(t) = y'(t'),\qquad t = t', \end{aligned} \quad (11.6)$$

al tezliktin' qurawshıları mına ten'likler menen beriledi:

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v\frac{dt'}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v\frac{dt'}{dt'} = u_x' + v,$$
$$u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} = \frac{dy'}{dt'} = u_y', \qquad (11.7)$$
$$u_y = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = \frac{dz'}{dt'} = u_z'$$

formulaları menen anıqlanadı.

Bul formulalar klassikalıq relyativistlik emes mexanikanın' tezliklerdi qosıw formulaları bolıp tabıladı.

Keyingi formulalar ja'rdeminde biz tezleniw ushın an'latpalar alıwımız mu'mkin. Olardı differentsiallaw arqalı ha'm $dt = dt'$ dep esaplasaq

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt'^2}, \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y'}{dt'^2}, \qquad \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z'}{dt'^2}. \qquad (11.8)$$

ekenligine iye bolamız. Bul formulalar tezleniwdin' Galiley tu'rlendiriwlerine qarata invariant ekenligi ko'rsetedi.

Demek Nyuton nızamları Galiley tu'rlendiriwlerine qarata invariant eken.

Tu'rlendiriw invariantları koordinatalar sistemaların saylap alıwg'a baylanıslı emes, al u'yrenilip atırg'an obъektlerdegi en' a'hmiyetli haqıyqıy qa'sietlerin ta'ripleydi.

12-§. Jaqtılıq tezliginin' shekliligi

Jaqtılıq haqqındag'ı ko'z-qaraslardın' rawajlanıwı. Jaqtılıqtın' tezligin Rëmer ta'repinen o'lshew. Du'nyalıq efir tu'sinigi. Maykelson-Morli ta'jiriybesi. Fizo ta'jiriybesi. Galiley tu'rlendiriwlerinin' sheklengenligi.

Galiley tu'rlendiriwlerinin' durıs-nadurıslıg'ı eksperimentte tekserilip ko'riliwi mu'mkin. Galiley tu'rlendiriwleri boyınsha alıng'an tezliklerdi qosıw formulasının' juwıq ekenligi ko'rsetildi. Qa'teliktin' tezlik joqarı bolg'an jag'daylarda ko'p bolatug'ınlıg'ı ma'lim boldı. Bul jag'daylardın' barlıg'ı da jaqtılıqtın' tezligin o'lshew barısında anıqlandı.

Jaqtılıqtın' tezligi haqqındag'ı ko'z-qaraslardın' rawajlanıwı:

A'yemgi da'wirlerdegi oyshıllardın' pikirleri boyınsha:

Platon (b.e.sh. 427-347) - ko'riw nurları teoriyasın qolladı. Bul teoriya boyınsha ko'zden nurlar shıg'ıp, predmetlerdi barıp «barlastırıp ko'rip» ko'zge qaytıp keledi ha'm usının' na'tiyjesinde biz ko'remiz.

Demokrit (b.e.sh. 460-370) - atomistlik teoriya ta'repinde bolıp, onın' ta'limatı boyınsha ko'zge bo'lekshelerden turatug'ın jaqtılıq nurları kelip tu'sedi ha'm sonın' saldarınan ko'riw sezimleri payda boladı.

Aristotel (b.e.sh. 384-322) Demokritke sa'ykes pikirde boldı.

Bul eki tu'rli ko'z qaraslar Evklid (b.e.sh. 300-jıllar) ta'repinen biri birine ekvivalent etildi. Ol jaqtılıqtın' tuwrı sızıqlı tarqalıw ha'm shag'ılısıw nızamların ashtı. Evklid geometriyası dep atalatug'ın geometriyanın' tiykarın quraytug'ın onın' postulatları 2-paragrafta berildi.

Jan'a fizikanın' tiykarın salıwshı Galiley (1564-1642) jaqtılıqtın' tezligi shekli dep esapladı. Tezlikti o'lshew boyınsha ol qollang'an a'piwayı usıllar durıs na'tiyje bere almadı. R.Dekart (1596-1650) bolsa pu'tkilley basqasha ko'z-qarasta boldı. Onın' pikirinshe jaqtılıq sheksiz u'lken tezlik penen taralatug'ın basım.

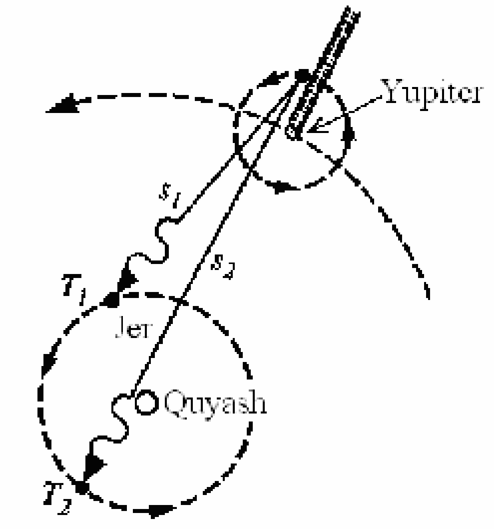
Grimaldi (1618-1660) ha'm Guk (1625-1695) jaqtılıqqa tolqınlıq ko'z-qarasta qaradı. Olardın' pikirinshe jaqtılıq bir tekli ortalıqtag'ı tolqınlıq qozg'alıs.

Jaqtılıqtın' tolqınlıq teoriyasının' tiykarın salıwshı Xristian Gyuygens (1629-1695) bolıp tabıladı.

İ.Nyuton (1643-1727) «a'ytewir oylardan gipoteza payda etpew» maqsetinde jaqtılıqtın' ta'biyatı haqqında shın kewli menen pikir aytpadı. Biraq ol jaqtılıqtın' korpuskulalıq teoriyasın ashıq tu'rde qabıl etti.

Jaqtılıqtın' tezligin Rëmer ta'repinen o'lshew. Jaqtılıqtıı tezligi birinshi ret 1676-jılı Rëmer ta'repinen o'lshendi. Sol waqıtlarg'a shekem YUpiter planetasının' joldaslarının' aylanıw da'wirinin' Jer YUpiterge jaqınlasqanda kishireyetug'ının, al Jer YUpiterden alıslag'anda u'lkeyetug'ınlıg'ın ta'jiriybeler anıq ko'rsetti. 12-1 su'wrette YUpiterdin' bir joldasının' tutılıwdın keyingi momenti ko'rsetilgen. YUpiterdin' Quyash do'geregin aylanıp shıg'ıw da'wiri Jerdin' Quyash do'geregin aylanıp shıg'ıw da'wirinen a'dewir u'lken bolg'anlıg'ına baylanıslı YUpiterdi qozg'almaydı dep esaplaymız. Meyli bazı bir t_1 momentinde YUpiterdin' joldası sayadan shıqsın ha'm Jerdegi bag'lawshı ta'repinen $T_1 = t_1 + \frac{s_1}{c}$ waqıt momentinde belgilensin. Bul jerde s_1 baqlaw waqtındag'ı Jer menen joldastın' sayadan shqqan jerine shekemgi aralıq. YUpiterdin' joldası ekinshi ret sayadan shıqqan waqıttı Jerdegi baqlawshı $T_2 = t_2 + \frac{s_2}{c}$ waqıt momentinde baqladım dep belgilep qoyadı. Sonlıqtan Jerdegi baqlawshı YUpiterdin' joldası ushın aylanıw da'wirine

$$T_{baql} = T_2 - T_1 = T_{haqiyqiy} + \frac{s_2 - s_1}{c}$$



12-1 su’wret. Jaqtılıq tezligin Rëmer boyınsha anıqlawdın’ sxeması.

shamasın aladı. Bul jerde $T_{haqiyqiy} = t_2 - t_1$. Demek ha’r qanday $s_2 - s_1$ lerdin’ bolıwının’ na’tiyjesinde joldastın’ YUpiterdi aylanıw da’wiri ha’r qıylı boladı. Biraq ko’p sanlı o’lshewlerdin’ na’tiyjesinde (Jer YUpiterge jaqınlap kiyatırg’anda alıng’an ma’nisler «-» belgisi menen alınadı ha’m barlıq s ler bir birin joq etedi) usı ha’r qıylılıqtı joq etiw mu’mkin.

$T_{haqiyqiy}$ shamasın bile otırıp keyingi formula ja’rdeminde jaqtılıqtın’ tezligin anıqlaw mu’mkin:

$$c = \frac{s_2 - s_1}{T_{baql} - T_{haqiyqiy}}. \tag{12.1}$$

s_2 ha’m s_1 shamaları astronomiyalıq baqlawlardan belgili.

Na’tiyjede Rëmer s = 214 300 km/s na’tiyjesin aldı.

1727-jılı Bradley jaqtılıqtın’ aberratsiyası qubılısın paydalanıw jolı menen alıng’an na’tiyjenin’ da’lligin joqarılattı.

Nyutonnın’ jeke abırayı jaqtılıqtın’ korpuskulalardın’ ag’ımı degen pikirdi ku’sheytti. Gyuygenstin’ jaqtılıqtın’ tolqın ekenligi haqqındag’ı ko’z-qarası ta’repdarlarının’ bar bolıwına qaramastan ju’z jıllar dawamında jaqtılıqtın’ tolqın ekenligi dıqqattan sırtta qaldı. 1801-jılı YUng interferentsiya printsipin keltirip shıg’ardı. Al 1818-jılı Frenel korpuskulalıq teoriyag’a ku’shli soqqı berdi. Ol jaqtılıqtın’ tolqınlıq qa’siyeti haqqındag’ı ko’z-qarastan difraktsiya ma’selesin sheshti. Korpuskulalıq teoriya ko’z-qarasınan bul ma’selelerdi sheshiw mu’mkin emes bolıp shıqtı. Sonlıqtan 1819-jıldan keyin jaqtılıq belgili bir ortalıqta tarqalatug’ın tolqın sıpatında qarala basladı. Korpuskulalıq teoriya fizikadan waqıtsha tolıq qısıp shıg’arıldı.

Ba’rshege ma’lim, tolqınnın’ payda bolıwı ha’m tarqalıwı ushın belgili bir tutas serpimli ortalıq kerek. Mısalı ses tolqınlarının’ tarqalıwı ushın hawa yamasa tutas qattı dene, suwdın’ betinde payda bolg’an tolqınlardın’ tarqalıwı ushın suwdın’ o’zi kerek. Sonlıqtan jaqtılıqtın’ ken’islikte tarqalıwı ushın sa’ykes ortalıq talap etiledi. Sol da’wirlerde du’nyanı tolıq qamtıp turatıg’ın sonday ortalıq bar dep boljandı ha’m onı «Du’nyalıq efir» dep atadı. Usının’ na’tiyjesinde derlik ju’z jıl dawamında sol efirdi tabıw, usı efirge salıtırg’anda basqa denelerdin’ tezligin anıqlaw (du’nyanı toltırıp tınıshlıqta turg’an efirge salıstırg’andag’ı tezlikti absolyut tezlik dep atadı) fizika iliminde baslı ma’selelerdin’ biri dep esaplandı. Al usınday efir teoriyasın do’retiwge, efir ha’m onın’ fizikalıq qa’siyetleri haqqında gipotezalar usınıwda XİX a’sirdin’ ko’p sandag’ı belgili ilimpazları qatnastı.

Mısallar keltiremiz.

1. Gerts gipotezası: efir o’zinde qozg’alıwshı deneler ta’repinen tolıg’ı menen alıp ju’riledi, son’lıqtan qozg’alıwshı dene ishindegi efirdin’ tezligi usı denenin’ tezligine ten’.

2. Lorents (H.A.Lorentz) gipotezası: efir qozg’almaydı, qozg’alıwshı denenin’ ishki bo’limindegi efir bul qozg’alısqa qatnaspaydı.

3. Frenel ha’m Fizo gipotezası: efirdin’ bir bo’limi qozg’alıwshı materiya ta’repinen alıp ju’riledi.

4. Eynshteyn gipotezası (O.D.Xvolson boyınsha Eynshteyn ha’m Plank gipotezası) boyınsha hesh qanday efir joq.

Eynshteyn gipotezası keyinirek payda bolg’anlıqtan (19-a’sirdin’ bası) da’slepki waqıtları turg’an efirge salıstırg’andag’ı jaqtılıqtın’ tezligin anıqlaw mashqalası pisip jetti. Tınısh turg’an «Du’nyalıq efir» ge salıstırg’andag’ı qozg’alıs absolyut qozg’alıs bolıp tabıladı. Sonlıqtan o’tken a’sirdin’ (19-a’sir) 70-80 jıllarına kele «Absolyut qozg’alıstı», «Absolyut tezliklerdi» anıqlaw fizika ilimindegi en’ a’hmiyetli mashqalalarg’a aylandı.

Payda bolg’an pikirler to’mendegidey:

1. Jer, basqa planetalar qozg’almay turg’an du’nyalıq efirge salıstırg’anda qozg’aladı. Bul qozg’alıslarg’a efir ta’sir jasamaydı (Lorentstin’ pikirin qollawshılar).

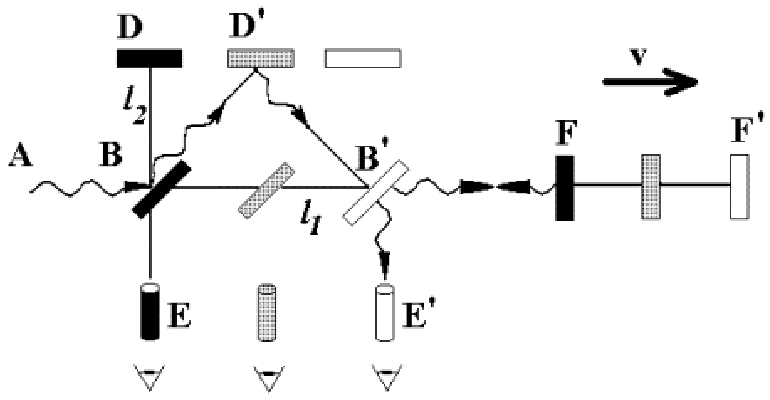
2. Qozg’alıwshı denenin’ a’tirapındag’ı efir usı dene menen birge alıp ju’riledi. (Frenel ta’limatın qollawshılar).

Bul ma’selelerdi sheshiw ushın 1881-jılı Maykelson (Miche1son’a), 1887-jılı Maykelson Morli (Mor1ey) menen birlikte, 1904-jılı Morli ha’m Miller (Mi11er) interferentsiya qubılısın baqlawg’a tiykarlang’an Jerdin’ absolyut tezligin anıqlaw boyınsha tariyxıy ta’jiriybeler ju’rgizdi. Maykelson, Morli ha’m Millerler Lorents gipotezası (efirdin’ qozg’almaslıg’ı) tiykarında Jerdin’ absolyut tezligin anıqlawdı ma’sele etip qoydı. Bul ta’jiriybeni a’melge asırıwdın’ ideyası interferometr ja’rdeminde biri qozg’alıs bag’ıtındag’ı, ekinshisi qozg’alıs bag’ıtına perpendikulyar bag’ıttag’ı eki joldı salıstırıw bolıp tabıladı. İnterferometrdin’ islew printsipi, sonın’ ishinde Maykelson-Morli interferometri ulıwma fizika kursının’ «Optika» bo’liminde tolıq talqılanadı (12-2 su’wret).

Biraq bul tariyxıy ta’jiriybeler ku’tilgen na’tiyjelerdi bermedi: Orınlang’an eksperimentten Jerdin’ absolyut tezligi haqqında hesh qanday na’tiyjeler alınbadı. Jıldın’ barlıq ma’wsiminde de (barlıq bag’ıtlarda da) Jerdin’ «efirge» salıstırg’andag’ı tezligi birdey bolıp shıqtı.

Ta’jiriybeler basqa da izertlewshiler ta’repinen jaqın waqıtlarg’a shekem qaytalanıp o’tkerilip keldi. Lazerlardin’ payda bolıwı menen ta’jiriybelerdin’ da’lligi joqarılatıldı. Ha’zirgi waqıtları «efir samalı» nın’ tezliginin’ (eger ol bar bolsa) 10 m/ s tan kem ekenligi da’lillendi.

Maykelson-Morli ha’m «efir samalı» nın’ tezligin anıqlaw maqsetinde o’tkerilgen keyingi ta’jiriybelerden to’mendegidey na’tiyjelerdi shıg’arıw mu’mkin:



12-2 su'wret. Efirge baylanıslı bolg'an koordinatalar sistemasındag'ı Maykelskon-Morli ta'jiriybesinin' sxeması. Su'wrette interferometrdin' efirge salıstırg'andag'ı awhallarının' izbe-izligi ko'rsetilgen.

1. Ylken massag'a iye deneler o'z a'tirapındag'ı efirdi tolıg'ı menen birge qosıp alıp ju'redi (demek Gerts gipotezası durıs degen so'z). Sonlıqtan usınday deneler a'tirapında «efir samalı» nın' baqlanbawı ta'biyiy na'rse.

2. Efirde qozg'alıwshı denelerdin' o'lshemleri turaqlı bolıp qalmaydı. Bul jag'dayda Gerts gipotezasın durıs dep esaplay almaymız.

Al efirdin' bir bo'limi (bir bo'limi, al tolıg'ı menen emes) Jer menen birge alıp ju'rile me? degen sorawg'a juwap beriw ushın 1860-jılı Fizo ta'repinen ta'jiriybeler ju'rgizildi.

Fizo ta'jiriybesinin' ideyası qozg'alıwshı materiallıq denedegi (mısalı suwdag'ı) jaqtılıqtın' tezligin o'lshewden ibarat (12-3 su'wret). Meyli usı ortalıqtag'ı jaqtılıqtın' tezligi $u'=\frac{c}{n}$ (n ortalıqtın' sınıw ko'rsetkishi) bolsın. Eger jaqtılıq tarqalatug'ın ortalıqtın' o'zi v tezligi menen qozg'alatug'ın bolsa qozg'almaytug'ın baqlawshıg'a salıstırg'andag'ı jaqtılıqtın' tezligi $u'\pm v$ g'a ten' bolıwı tiyis. Bul an'latpada + belgisi ortalıq penen jaqtılıq bir bag'ıtta qozg'alatug'ın jag'dayg'a tiyisli. O'zinin' ta'jiriybesinde Fizo ortalıqtın' qozg'alıw bag'ıtındag'ı ha'm bul bag'ıtqa qarama-qarsı bolg'an bag'ıttag'ı jaqtılıqtın' tezliklerin salıstırdı.

Ortalıqtın' qozg'alıw bag'ıtındag'ı $\left(u^{(+)}\right)$ ha'm bul bag'ıtqa qarama-qarsı bag'ıttag'ı (u') jaqtılıqtın' tezlikleri bılay esaplanadı:

$$u^{(+)} = u'+kv, \qquad u^{(-)} = u'-kv.$$

Bul an'latpalardag'ı k eksperimentte anıqlanıwı kerek bolg'an koeffitsient. Eger $k=1$ bolsa tezliklerdi qosıwdın' klassikalıq formulası orınlı boladı. Eger $k \neq 1$ bolıp shıqsa bul klassikalıq formula durıs na'tiyje bermeydi.

l arqalı suyıqlıqtag'ı jaqtılıq ju'rip o'tetug'ın uzınlıqtı belgileyik. t_0 arqalı suyıqlıq arqalı o'tken waqıttı esaplamag'anda jaqtılıqtın' eksperimentallıq du'zilis arqalı o'tetug'ın waqtın belgileymiz. Bunday jag'dayda eki nurdın' (birewi suyıqlıqtın' qozg'alıw bag'ıtında, ekinshisi og'an qarama-qarsı) eksperimentallıq du'zilis arqalı o'tiw waqtı to'mendegidey an'latpalar ja'rdeminde esaplanadı:

$$t_1 = t_0 + \frac{l}{u'+kv}, \qquad t_2 = t_0 + \frac{l}{u'-kv}.$$

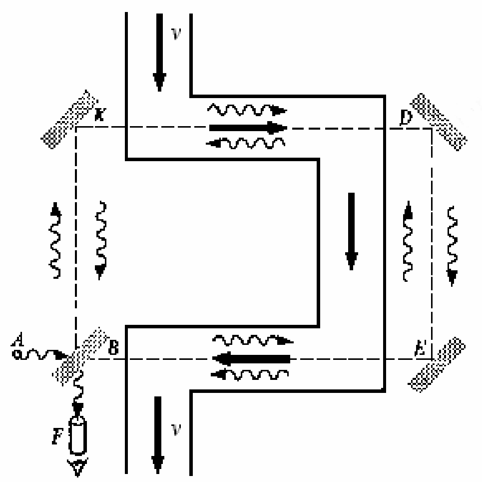
Bul an’latpalardan eki nurdın’ ju’risleri arasındag’ı ayırma waqıt boyınsha to’mendegi formulalar boyınsha esaplanatug’ınlıg’ı kelip shıg’adı:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2\,l\,kv}{u'^2 - k^2v^2}.$$

İnterferentsiyalıq jolaqlar boyınsha ju’risler ayırmasın o’lshep, l, v, u' lardın’ ma’nislerin qoyıp keyingi formuladan k nı anıqlaw mu’mkin. Fizo ta’jiriybesinde

$$k = \frac{1}{n^2}$$

ekenligi ma’lim bolg’an. Suw ushın n = 1,3. Demek k = 0,4 ekenligi kelip shıg’adı. Sonlıqtan $u^{(+)} = u'+kv$, $u^{(-)} = u'-kv$ formulalarınan $u = u'\pm 0{,}4v$ an’latpası kelip shıg’adı (klassikalıq fizika boyınsha $u = u'\pm v$ bolıp shıg’ıwı kerek edi). Na’tiyjede Fizo ta’jiriybesinde tezliklerdi qosıw ushın tezliklerdi qosıwdın’ klassikalıq formulasınan paydalanıwg’a bolmaytug’ınlıg’ı da’lillenedi. Sonın’ menen birge bul ta’jiriybeden qozg’alıwshı dene ta’repinen efir jarım-jartı alıp ju’riledi degen juwmaq shıg’arıwg’a boladı ha’m deneler ta’repinen a’tirapındag’ı efir tolıq alıp ju’riledi degen gipoteza (Gerts gipotezası) tolıg’ı menen biykarlanadı.



12-3 su’wret. Fizo ta’jiriybesinin’ sxeması.

Fizo ta’jiriybesinin’ juwmaqları baspadan shıqqannan keyin eki tu’rli pikir qaldı:

1. Efir qozg’almaydı, yag’nıy ol materiya qozg’alısına pu’tkilley qatnaspaydı.

2. Efir qozg’alıwshı materiya ta’repinen alıp ju’riledi, biraq onın’ tezligi qozg’alıwshı materiyanın’ tezliginen o’zgeshe boladı.

A’lbette, ekinshi gipotezanı rawajlandırıw ushın efir menen qozg’alıwshı materiyanı baylanıstıratug’ın qanday da bir jag’daydı qa’liplestiriw kerek boladı.

Fizo jasag’an da’wirde bunday na’tiyje tan’lanıw payda etpedi. Sebebi joqarıda ga’p etilgenindey Fizo ta’jiriybesi o’tkerilmesten a’dewir burın Frenel qozg’alıwshı materiya ta’repinen efir tolıq alıp ju’rilmeytug’ınlıg’ı haqqında boljaw aytqan edi. A’lbette Frenel qozg'alıwshı materiya efirdi qanshama alıp ju'redi degen sorawg'a juwap bergen joq. Usının' na'tiyjesinde joqarıda aytıp o'tilgen Frenel ha'm Fizo gipotezası payda boldı.

Albert Eynshteyn o'zinin' 1920-jılı jarıq ko'rgen «Efir ha'm salıstırmalıq teoriyası» maqalasında bılay dep jazadı:

«Jaqtılıqtıq qa'siyetleri menen materiallıq denelerde tarqalatug'ın serpimli tolqınlar qa'siyetleri arasındag'ı uqsaslıqtın' bar ekenligi anıq ko'ringenlikten XİX a'sirdin' birinshi yarımında efir gipotezası qaytadan ku'shli tu'rde qollap-quwatlana basladı. Jaqtılıqtı inert massag'a iye ha'm A'lemdi tolıg'ı menen toltırıp turatug'ın serpimli ortalıqtag'ı terbelmeli protsess dep qarawdın' durıslıg'ı gu'man payda etpedi. Og'an qosımsha jaqtılıqtın' polyarizatsiyası usı ortalıqtın' qattı denelerdin' qa'siyetlerine uqsaslıg'ın keltirip shıg'ardı. Sebebi suyıqlıqta emes, al qattı denelerde g'ana ko'ldenen' tolqınlar tarqala aladı. Solay etip bo'leksheleri jaqtılıq tolqınlarına sa'ykes kishi deformatsiyalıq qozg'alıs penen qozg'ala alatug'ın «kvaziserpimli» jaqtılıq efiri haqqındag'ı teoriyag'a kelip jetti.

Qozg'almaytug'ın efir teoriyası dep te atalg'an bul teoriya keyinirek Fizo ta'jiriybesinde tirek taptı. Bul ta'jiriybeden efirdin' qozg'alısqa qatnaspaydı dep juwmaq shıg'arıwg'a boladı. Fizo ta'jiriybesi arnawlı salıstırmalıq teoriyası ushın da fundamentallıq a'hmiyetke iye. Jaqtılıqtın' aberratsiyası qubılısı da tap sonday bolıp kvaziqattı efir teoriyasının' paydası ushın xızmet etti».

A.Eynshteyn 1910-jılı jarıq ko'rgen «Salıstırmalıq printsipi ha'm onın' saldarları» miynetinde Fizo ta'jiriybesinin' jıldın' ha'r qıylı ma'wsimlerinde qaytalang'anlıg'ın, biraq barlıq waqıtları da birdey na'tiyjelerge alıp kelgenligin atap o'tedi. Sonın' menen birge Fizo ta'jiriybesinen qozg'alıwshı materiya ta'repinen Gerts gipotezası jarım-jartı alıp ju'riletug'ını kelip shıg'atug'ınlıg'ı, al basqa barlıq ta'jiriybelerdin' bul gipotezanı biykarlaytug'ınlıg'ı aytılg'an.

Tek salıstırmalıq teoriyası payda bolg'annan keyin g'ana ***Fizo ta'jiriybesinin' tezliklerdi qosıwdın' klassikalıq formulasının' ha'm Galiley tu'rlendiriwlerinin' durıs emes ekenliginin' da'lilleytug'ın ta'jiriybe ekenligi anıqlandı***.

Solay etip jaqtılıqtın' tezligi haqqındag'ı ko'z-qaraslar 200-300 jıllar dawamında u'lken o'zgerislerge ushıradı ha'm o'tken a'sirdin' aqırında onın' turaqlılıg'ı haqqında pikirler payda bola basladı.

Jaqtılıqtın' vakuumdegi tezliginin' turaqlılıg'ı (jaqtılıq tezliginin' derektin' yamasa jaqtılıqtı qabıl etiwshinin' tezligine baylanıssızlıg'ı) ko'p sanlı eksperimentallıq jumıslardın' ta'biyiy juwmag'ı bolıp tabıladı. Maykelson-Morli ha'm Fizo ta'jiriybeleri tariyxıy jaqtan birinshi ta'jiriybeler boldı. Keyin ala bul ta'jiriybeler basqa da ta'jiriybeler menen tolıqtırıldı. Biraq sog'an qaramastan jaqtılıq tezligin turaqlı dep tastıyıqlaw tuwrıdan-tuwrı eksperimentallıq tekseriwler mu'mkinshilikleri sheklerinen shıg'ıp ketetug'ın postulat bolıp tabılatug'ınlıg'ın umıtpawımız kerek.

Eger ju'rip baratırg'an poezdda ha'r bir sekundta bir retten mıltıq atılıp tursa (poezddag'ı mıltıq atıwdın' jiyiligi 1 atıw/s), poezd jaqınlap kiyatırg'an platformada turg'an baqlawshıg'a mıltıq dawıslarının' jiyiligi ko'birek bolıp qabıl etiledi (w>1 **atıw/s). Al poezd alıslap baratırg'an jag'dayda platformada turg'an baqlawshıg'a mıltıq dawısları siyreksiydi**

(w<1 atıw/s).

Maykelson-Morli ta'jiriybesinde birdey uzınlıqtag'ı «iyinlerdi» alıw mu'mkinshiligi bolg'an joq. Sebebi «iyinlerdi» birdey etip alıw uzınlıqtı metrdin' millionnan bir u'lesindey da'llikte o'lshewdi talap etedi. Bunday da'llik Maykelson-Morli zamanında bolg'an joq.

Jaqtılıqtın' tezligi onın' deregi menen jaqtılıqtı qabıllawshının' tezliginen g'a'rezli emes.

Barlıq eksperimentallıq mag'lıwmatlar tiykarında biz mınaday juwmaqqa kelemiz: Eger qanday da bir inertsiallıq esaplaw sistemasında noqatlıq derekten shıqqan jaqtılıq tolqınının' frontı sferalıq bolsa, onda sol tolqın frontı qa'legen inertsial esaplaw sistemasında turg'an baqlawshı ushın da sferalıq boladı.

13-§. Lorents tu'rlendiriwleri

Tiykarg'ı printsipler. Koordinatalardı tu'rlendiriwdin' sızıqlılıg'ı. y ha'm z ushın tu'rlendiriwler. x penen t ushın tu'rlendiriw. Bir waqıtlılıqtın' salıstırmalılıg'ı. İntervaldın' invariantlılıg'ı. Ken'islikke megzes ha'm waqıtqa megzes intervallar. Qozg'alıstag'ı saatlardın' ju'riw tempi. Menshikli waqıt. Tezliklerdi qosıw. Tezleniwdi tu'rlendiriw.

Tiykarg'ı printsipler. Galiley tu'rlendiriwleri u'lken tezliklerde durıs na'tiyjelerdi bermeydi. Bul tu'rlendiriwlerden jaqtılıq tezliginin' turaqlılıg'ı kelip shıqpaydı, inertsial koordinatalar sistemasındag'ı koordinatalar menen waqıt arasındag'ı baylanıslardı durıs sa'wlelendirmeydi. Sonlıqtan eksperimentattıq faktlerdi durıs sa'wlelendiretug'ın, jaqtılıqtın' tezlilginin' turaqlılıg'ına alıp keletug'ın tu'rlendiriwlerdi tabıw kerek. Bul tu'rlendiriwler Lorents tu'rlendiriwleri dep ataladı. Bul tu'rlendiriwlerdi ***salıstırmalıq printsipi*** ha'm ***jaqtılıqtın' tezliginin' turaqlılıq printsipi*** tiykarında keltirilip shıg'ıw mu'mkin.

Koordinatalardı tu'rlendiriwdin' sızıqlılıg'ı. Ken'isliktegi burıwlar ha'm koordinatalar basın jılıstırıw jolları menen ju'rgiziletug'ın geometriyalıq tu'rlendiriwler ja'rdeminde kozg'alıwshı koordinatalar sistemasının' bag'ıtların 10-1 su'wrette ko'rsetilgendey jag'dayg'a alıp keliw mu'mkin. Tezlikler klassikalıq (11.7) formula boyınsha qosılmaytug'ın bolg'anlıqtan bir koordinatalar sistemasındag'ı waqıt tek ekinshi koordinata sistemasındag'ı waqıt penen anıqlanbastan, koordinatalardan da g'a'rezli boladı. Sonlıqtan ulıwmalıq jag'daylarda tu'rlendiriwler to'mendegidey ko'riniske iye boladı:

$$x' = \Phi_1(x, y, z, t), \quad y' = \Phi_2(x, y, z, t), \quad z' = \Phi_3(x, y, z, t), \quad t' = \Phi_4(x, y, z, t). \tag{13.1}$$

Bul an'latpalardın' on' ta'repinde tu'rin anıqlaw za'ru'r bolg'an geypara Φ_i funktsiyaları tur.

Bul funktsiyalardın' ulıwma tu'ri ken'islik penen waqıttın' qa'siyetleri menen anıqlanadı. Biz saylap alg'an esaplaw sistemasındag'ı noqatlar bir birinen ayırılmaydı dep esaplaymız.

Demek koordinata basın ken'isliktin' qa'legen noqatına ko'shiriwge boladı. Usınday jag'dayda qa'legen geometriyalıq obъektler arasındag'ı barıq geometriyalıq qatnaslar o'zgerissiz qalıwı kerek. Bul qa'siyet ***ken'isliktin' bir tekliligi*** dep ataladı (ken'isliktin' qa'sietinin' bir noqattan ekinshi noqatqa o'tkende o'zgermey qalıwı). Sonın' menen birge ha'r bir noqatta koordinata ko'sherlerin ıqtıyarlı tu'rde bag'ıtlaw mu'mkin. Bul jag'dayda da qa'legen geometriyalıq obъektler arasındag'ı barıq geometriyalıq qatnaslar o'zgerissiz qaladı. ***Bul ken'isliktin' qa'siyetinin' barlıq bag'ıtlar boyınsha birdey ekenligi bildiredi. Bunday qa'siyetti ken'isliktin' izotroplılıg'ı dep ataymız***.

İnertsial esaplaw sistemalarındag'ı bir tekliligi menen izotroplılıg'ı ken'isliktin' en' baslı qa'siyetlerinin' biri bolıp tabıladı.

Waqıt ta bir teklilik qa'siyetke iye. Fizikalıq jaqtan ol to'mendegidey ma'niske iye:

Meyli belgili bir fizikalıq situatsiya bazı bir waqıt momentinde payda bolsın. Waqıttın' bunnan keyingi momentlerinde situatsiya rawajlana baslaydı. Meyli usınday situatsiya basqa bir waqıt momentinde payda bolsın. Bul jag'dayda da tap birinshi jag'daydag'ıday bolıp situatsiya rawajlanatug'ın bolsa waqıt bir tekli dep esaplanadı. Solay etip ***waqıttın' bir tekliligi dep fizikalıq situatsiyanın' qaysı waqıt momentinde payda bolg'anlıg'ına g'a'rezsiz birdey bolıp rawajlanıwına ha'm o'zgeriwine aytamız***.

Ken'islik penen waqıttın' bir tekliliginen (13.1) an'latpasının' sızıqlı bolıwının' kerek ekenligi kelip shıg'adı. Da'lillew ushın x' tın' sheksiz kishi o'simi dx' tı qaraymız. Bul o'zgeriske shtrixı joq sistemada sheksiz kishi dx, dy, dz ha'm dt o'simleri sa'ykes keledi. Matematikada ken'nen belgili bolg'an tolıq differentsial formulası ja'rdeminde x, y, z, t shamalarının' o'zgeriwlerine baylanıslı bolg'an dx' tı esaplaymız:

$$dx' = \frac{\partial\Phi_1}{\partial x}dx + \frac{\partial\Phi_1}{\partial y}dy + \frac{\partial\Phi_1}{\partial z}dz + \frac{\partial\Phi_1}{\partial x}dt \qquad (13.2)$$

an'latpasın alamız. Ken'islik penen waqıttın' bir tekliliginen bul matematikalıq qatnaslar ken'isliktin' barlıq noqatlarında ha'm barlıq waqıt momentlerinde birdey bolıwı kerek. Sonlıqtan $\frac{\partial\Phi_1}{\partial x}$, $\frac{\partial\Phi_2}{\partial y}$, $\frac{\partial\Phi_3}{\partial z}$, $\frac{\partial\Phi_4}{\partial t}$ shamaları waqıttan da, koordinatalardan da g'a'rezsiz, yag'nıy turaqlı sanlar bolıwı sha'rt. Sonlıqtan Φ_1 funktsiyası

$$\Phi_1(x, y, z, t) = A_1x + A_2y + A_3z + A_4t + A_5 \qquad (13.3)$$

tu'rinde bolıwı kerek. Bul formuladag'ı A_1, A_2, A_3 ha'm A_4 shamaları turaqlılar. Solay etip $\Phi_1(x, y, z, t)$ funktsiyası o'zinin' argumentlerinin' sızıqlı funktsiyası bolıp tabıladı. Tap usınday jollar menen ken'islik penen waqıttın' bir tekliliginen Φ_2, Φ_3 ha'm Φ_4 shamalarının' da (13.1) tu'rlendiriwlerinde x, y, z, t lerdin' sızıqlı funktsiyaları bolatug'ınlıg'ın da'lillewge boladı.

y ha'm z ushın tu'rlendiriwler. Ha'r bir koordinatalar sistemasında noqatlar $x = y = z = 0$, $x' = y' = z' = 0$ ten'likleri menen berilgen bolsın. $t = 0$ waqıt momentinde koordinatalar basları bir noqatta turadı dep esaplayıq. Bunday jag'dayda (13.3) tu'rindegi sızıqlı tu'rlendiriwlerde $A_5 = 0$ bolıwı kerek ha'm y ja'ne z ko'sherleri ushın tu'rlendiriwler to'mendegishe jazıladı:

$$y' = a_1x + a_2y + a_3z + a_4t,$$
$$z' = b_1x + b_2y + b_3z + b_4t. \qquad (13.4)$$

(11.7) su’wrette ko’rsetilgendey y ha’m y', z ha’m z' ko’sherleri o’z-ara parallel bolsın. x' ko’sheri barlıq waqıtta x ko’sheri menen betlesetug’ın bolg’anlıqtan $y = 0$ ten’liginen $y' = 0$ ten’ligi, $z = 0$ ten’liginen $z' = 0$ ten’ligi kelip shıg’adı. Yag’nıy qa’legen x, y, z ha’m t ushın mına ten’likler orınlanadı:

$$0 = a_1x + a_3z + a_4t,$$
$$0 = b_1x + b_2y + b_4t. \qquad (13.5)$$

Bul tek

$$a_1 = a_3 = a_4 = 0 \text{ ha'm } b_1 = b_2 = b_4 = 0 \qquad (13.6)$$

ten’likleri orınlang’anda g’ana qanaatlandırıladı. Sonlıqtan y ha’m z ushın tu’rlendiriwler mına tu’rge enedi:

$$y' = ay, \qquad z' = az. \qquad (13.7)$$

Bul an’latpalarda qozg’alısqa qatnası boyınsha y ha’m z ko’sherleri ten’dey huqıqqa iye bolg’anlıqtan tu’rlendiriwdegi koeffitsientlerdin’ de birdey bolatug’ınlıg’ı, yag’nıy $y_3 = b_3 = a$ ten’liklerinin’ orınlanatug’ınlıg’ını esapqa alıng’an. (13.7) degi a koeffitsienti bazı bir masshtabtın’ uzınlıg’ının’ shtrixlanbag’an sistemadag’ıg’a qarag’anda shtrixlang’an sistemada neshe ese u’lken ekenliginen derek beredi. (13.7) ni mına tu’rde ko’shirip jazamız

$$y = \frac{1}{a}y', \qquad z = \frac{1}{a}z'. \qquad (13.8)$$

$\frac{1}{a}$ shaması bazı bir masshtabtın’ shtrixlang’an sistemadag’ıg’a qarag’anda shtrixlanbag’an sistemada neshe ese u’lken ekenliginen ko’rsetedi. Salıstırmalıq printsipi boyınsha eki esaplaw siteması da ten’dey huqıqlı. Sonlıqtan birinshisinen ekinshisine o’tkende de, keri o’tkende de masshtab uzınlıg’ı birdey bolıp o’zgeriwi kerek. Sonlıqtan (13.7) ha’m (13.8) formulalarında $\frac{1}{a} = a$ ten’liginin’ saqlanıwı sha’rt ($a = -1$ bolg’an matematikalıq sheshim bul jerde qollanılmaydı, sebebi y, z ha’m y', z ko’sherlerinin’ on’ bag’ıtları bir biri menen sa’ykes keledi. Demek y, z koordinataları ushın tu’rlendiriwler mına tu’rge iye:

$$y' = y, \quad z' = z. \qquad (13.9)$$

x penen t ushın tu’rlendiriw. y ha’m z o’zgeriwshileri o’z aldına tu’rlenetug’ın bolg’anlıqtan x ha’m t lar sızıqlı tu’rlendiriwlerde tek bir biri menen baylanısqan bolıwı kerek. Onday jag’dayda qozg’almaytug’ı sistemag’a qarag’anda qozg’alıwshı sistemanıq koordinata bası $x = vt$ koordinatasına, al qozg’alıwshı sistemada $x' = 0$ koordinatasına iye bolıwı kerek. Tu’rlendiriwdin’ sızıqlılıg’ına baylanıslı

$$x' = \alpha(x - v\,t). \tag{13.10}$$

Bul an’latpadag’ı α arqalı anıqlanıwı kerek bolg’an proportsionallıq koeffitsient belgilengen.

Qozg’alıwshı esaplaw sistemısında turıp ha’m bul sistemanı qozg’almaydı dep esaplap joqarıdag’ıday talqılawdı dawam ettiriwimiz mu’mkin. Bunday jag’dayda shtrixlanbag’an koordinata sistemasının’ koordinata bası $x' = -vt$ an’latpası ja’rdeminde anıqlanadı. Sebebi shtrixlang’an sistemada shtrixlanbag’an sistema x ko’sherinin’ teris ma’nisleri bag’ıtında qozg’aladı. Shtrixlanbag’an sistemada shtrixlanbag’an sistemanın’ koordinata bası $x = 0$ ten’ligi ja’rdeminde ta’riplenedi. Demek shtrixlang’an sistemadan bul sistemanı qozg’almaydı dep esaplap (13.10) nın’ ornına

$$x = \alpha'(x' + vt') \tag{13.11}$$

tu’rlendiriwine kelemiz. Bul an’latpada da α' arqalı proportsionallıq koeffitsienti belgilengen. Salıstırmalıq printsipi boyınsha $\alpha = \alpha'$ ekenligin da’lilleymiz.

Meyli uzınlıg’ı l bolg’an sterjen shtrixlangan koordinata sistemasında tınıshlıqta turg’an bolsın. Demek sterjennin’ bası menen aqırının’ koordinataları l shamasına ayırmag’a iye boladı degen so’z:

$$x_2' - x_1' = l. \tag{13.12}$$

Shtrixlanbag’an sistemada bul sterjen v tezligi menen qozg’aladı. Sterjennin’ uzınlıg’ı dep qozg’almaytug’ın sistemadag’ı eki noqat arasındag’ı qashıqlıq esaplanadı. Usı eki noqatqa bir waqıt momentinde qozg’alıwshı sterjennin’ bası menen aqırı sa’ykes keledi. t_0 waqıt momentindegi sterjennin’ bası menen aqırın (ushın) belgilep alamız. (13.10) nın’ tiykarında sol x_1' ha’m x_2' noqatları ushın mına an’latpalardı alamız:

$$x_1' = \alpha(x_1 - vt_0), \quad x_2' = \alpha(x_2 - vt_0) \tag{13.13}$$

Demek qozg’alıwshı sterjennin’ uzınlıg’ı qozg’almaytug’ın shtrixlanbag’an sistemada mınag’an ten’:

$$x_2 - x_1 = \frac{x'_2 - x'_1}{\alpha} = \frac{l}{\alpha}. \tag{13.14}$$

Endi meyli sol sterjen shtrixlanbag’an sistemada tınıshlıqta turg’an bolsın ha’m bul sistemada l uzınlıg’ına iye bolsın. Demek sterjennin’ bası menen ushı arasındag’ı koordinatalar l shamasına parıq qıladı degen so’z, yag’nıy

$$x_2 - x_1 = l. \tag{13.15}$$

Qozg’almaytug’ın shtrixlanbag’an sistemada sterjen $-v$ tezligi menen qozg’aladı. Shtrixlang’an sistemada turıp (yag’nıy usı sistemag’a salıstırg’andag’ı) sterjennin’ uzınlıg’ın o’lshew ushın usı sistemadag’ı qanday da bir t_1' waqıt momentinde sterjennin’ bası menen ushın belgilep alıw kerek. (13.11) formulası tiykarında mınag’an iye bolamız:

$$x_1 = \alpha'(x_1' - vt_0'), \quad x_2 = \alpha'(x_2' - vt_0'). \qquad (13.16)$$

Demek qozg'almaydı dep qabıl etilgen shtrixlangan koordinatalar sistemasındag'ı sterjennin' uzınlıg'ı mınag'an ten':

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\alpha'} = \frac{l}{\alpha'}. \qquad (13.17)$$

Salıstırmalıq printsipi boyınsha eki sistema da ten' huqıqlı ha'm bul sistemalardın' ekewinde de birdey tezlik penen qozg'alatug'ın bir sterjennin' uzınlıg'ı birdey boladı. Sonlıqtan (13.14) ha'm (13.17) formulalarda $\frac{l}{\alpha} = \frac{l}{\alpha'}$, yag'nıy $\alpha = \alpha'$ bolıwı kerek. Biz usı jag'daydı da'lillewimiz kerek edi.

Endi jaqtılıqtın' tezliginin' turaqlılıg'ı postulatına kelemiz. Meyli koordinata basları bir noqatta turg'an jag'dayda ha'm saatlar t = t' = 0 waqtın ko'rsetken momentte sol koordinata baslarınan jaqtılıq signalı jiberilgen bolsın. Eki koordinatalar sistemasında da (shtrixlang'an ha'm shtrixlanbag'an) jaqtılıqtın' taralıwı

$$x' = ct', \qquad x = ct \qquad (13.18)$$

ten'likleri menen beriledi. Bul jerde eki sistemada da jaqtılıqtın' birdey tezlikke iye bolatug'ınlıg'ı esapqa alıng'an. Bul an'latpadag'ı ma'nislerdi (13.8) ha'm (13.9) larg'a qoysaq ha'm $\alpha = \alpha'$ ekenligin esapqa alsaq

$$ct' = \alpha t(c - v), \qquad ct = \alpha t'(c + v) \qquad (13.19)$$

an'latpaların alamız. Bul an'latpalardın' shet ta'repin shep ta'repi menen, on' ta'repin on' ta'repi menen ko'beytip $t't$ shamasına qısqartsaq

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (13.20)$$

formulasın alamız. (13.11) den (13.10) an'latpasın paydalanıw arqalı mınag'an iye bolamız

$$v\,t' = \frac{x}{a} - x' = \frac{x}{a} - \alpha\,(x - vt) = \alpha\,v\,t + x\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right). \qquad (13.21)$$

Bunnan (13.20) an'latpasın esapqa alıp

$$t' = \alpha\left\{t + \frac{x}{v}\left(\frac{1}{\alpha^2} - 1\right)\right\} = \frac{t - (x/v)\,x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (13.22)$$

ekenligine iye bolamız.

Endi Lorents tu'rlendiriwlerin an'sat keltirip shıg'aramız. (13.9), (13.10) ha'm (13.22) tu'rlendiriwleri bir birine salıstırg'anda v tezligi menen qozg'alatug'ın sistemalardın' koordinataların baylanıstıradı. Olar Lorents tu'rlendiriwleri dep ataladı. Tu'rlendiriw formulaların ja'ne bir ret ko'shirip jazamız:

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\qquad y'=y,\qquad z'=z,\qquad t'=\frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{13.23}$$

Calıstırmalılıq printsipi boyınsha keri o’tiw de tap usınday tu’rge iye boladı, tek g’ana tezliktin’ belgisi o’zgeredi:

$$x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\qquad y=y',\qquad z=z',\qquad t=\frac{t'+\frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{13.24}$$

Galiley tu’rlendiriwleri Lorents tu’rlendiriwlerinin’ dara jag’dayı bolıp tabıladı. Haqıyqatında da $\frac{v}{c}<<1$ bolg’anda (kishi tezliklerde) Lorents tu’rlendiriwleri tolıg’ı menen Galiley tu’rlendiriwlerine o’tedi. Kishi tezliklerde Galiley tu’rlendiriwleri menen Lorents tu’rlendiriwleri arasındag’ı ayırma sezilerliktey bolmaydı. Sonlıqtan Galiley tu’rlendiriwlerinin’ da’l emes ekenligi ko’p waqıtlarga shakem fiziklerdin’ itibarınan sırtta qalıp ketti.

Ken’isliktin’ bir tekliligi menen izotroplıg’ı onın’ inertsial koordinatalar sistemasındag’ı en’ baslı qa’siyeti bolıp tabıladı.

Waqıttın’ bir tekliligi berilgen fizikalıq waqıyanın’ waqıttın’ qaysı momentinen baslang’anınan g’a’rezsiz birdey bolıp rawajlanıwı ha’m o’zgerisi bolıp tabıladı. Mısalı qanday da bir biyiklikten tas waqıttın’ kaysı momentinen taslang’anlıg’ınan g’a’rezsiz Jerdin’ betine birdey waqıt ishinde birdey tezlik penen qulap tu’sedi.

14-§. Lorents tu’rlendiriwlerinen kelip shıg’atug’ın na’tiyjeler ha’m interval

Bir waqıtlılıqtın’ salıstırmalılıg’ı ha’m sebeplilik. İntervaldın’ invariantlılıg’ı. Ken’islikke megzes ha’m waqıtqa megzes intervallar. Qozg’alıwshı denenin’ uzınlıg’ı. Qozg’alıstag’ı saatlardın’ ju’riw tempi. Menshikli waqıt. Tezliklerdi qosıw. Aberratsiya. Tezleniwdi tu’rlendiriw.

Bir waqıtlılıqtın’ salıstırmalılıg’ı. Koordinata sistemasının’ ***ha’r qanday*** x_1 ***ha’m*** x_2 ***noqatlarında waqıyalar usı sistemanın’ saatı boyınsha bir waqıt momentinde ju’z berse bir waqıtta bolatug’ın waqıyalar dep ataladı***. Ha’r bir noqatta ju’z beretug’ın waqıya sol noqatta turg’an saat ja’rdeminde belgilenedi. Eki waqıya qozg’almaytug’ın koordinatalar sistemasında bir t_0 waqıt momentinde baslandı dep esaplaymız.

Qozg’alıwshı koordinatalar sistemasında bul waqıyalar x_1' ha’m x_2' noqatlarında t_1' ha’m t_2' waqıt momentlerinde baslanadı dep qabıl eteyik. t_1' ha’m t_2' waqıtları qozg’alıwshı sistemadag’ı x_1' ha’m x_2' noqatlarında turg’an saatlardın’ ko’rsetiwi boladı. Shtrixlang’an ha’m shtrixlanbag’an koordinatalar arasındag’ı baylanıs (13.23) Lorents tu’rlendiriwleri ja’rdeminde beriledi:

$$x_1'=\frac{x_1-vt_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\quad x_2'=\frac{x_2-vt_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}},$$
$$t_1'=\frac{t_0-(v/c^2)x_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\quad t_2'=\frac{t_0-(v/c^2)x_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{14.1}$$

Waqıyalar x ko'sherinin' boyında jaylasqan noqatlarda ju'z bergenlikten y ha'm z koordinataları eki koordinata sistemalarında da birdey boladı. (14.1) an'latpalar qozg'alıwshı sistemada bul waqıyalardın' bir waqıt momentinde bolmaytug'ınlıg'ın ko'rsetip tur $(t_2'\neq t_1')$. Haqıyqatında da olar

$$\Delta t'=t_2'-t_1'=\frac{(v/c^2)(x_1-x_2)}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{14.2}$$

waqıt intervalına ayrılg'an. Demek bir koordinatalar sistemasında bir waqıtta ju'z beretug'ın waqıyalar ekinshi sistemada bir waqıtta ju'z bermeydi eken.

Bir waqıtlılıq tu'sinigi koordinatalar sistemasınan g'a'rezsiz absolyut ma'niske iye bolmaydı. Qanday da bir waqıyalardın' bir waqıtta bolg'anlıg'ın aytıw ushın usı waqıyalardın' qaysı koordinatalar sistemasında bolıp o'tkenligin aytıw sha'rt.

Bir waqıtlılıqtın' salıstırmalılıg'ı ha'm sebeplilik. (14.2)-formuladan eger $x_1>x_2$ bolsa, onda x tın' on' bag'ıtına karay qozg'alatug'ın koordinatalar sistemasında $t_2'>t_1'$ ten'sizliginin' orın alatug'ınlıg'ı ko'rinip tur. Al qarama-karsı bag'ıtta qozg'alatug'ın koordinatalar sistemasında bolsa $(v<0)$ $t_2'<t_1'$ ten'sizligi ornı aladı. Solay etip eki waqıyanın' ju'zege keliw izbe-izligi ha'r qıylı koordinatalar sistemasında ha'r qıylı boladı eken. Usıg'an baylanıslı mınaday ta'biyiy soraw tuwıladı: bir koordinatalar sistemasında sebeptin' na'tiyjeden burın ju'zege keliwi, al ekinshi bir koordinatalar sistemasında na'tiyjenin' sebepten keyin ju'zege keliwi mu'mkin be? A'lbette bunday jag'day waqıyalar sebep-na'tiyjelik boyınsha baylanısqan (waqıyanın' bolıp o'tiwi ushın belgili bir sebeptin' orın alıwı kerek) bolıwı kerek dep esaplaytug'ın teoriyalarda bolmaydı: wakıyag'a ko'z-qaraslar o'zgergende de sebep penen na'tiyje arasındag'ı orın almasıwdın' bolıwı mu'mkin emes.

Sebep-na'tiyjelik arasındag'ı baylanıstın' obъektiv xarakterge iye bolıwı ha'm bul baylanıs karap atırılg'an koordinatalar sistemasınan g'a'rezsiz bolıwı ushın ha'r qıylı noqatlarda ju'z beretug'ın waqıyalar arasındag'ı fizikalıq baylanıstı ta'miyinleytug'ın materiallıq ta'sirlesiwlerdin' ha'mmesi de jaqtılıqtın' tezliginen u'lken tezlik penen tarqala almaydı. Basqa so'z benen aytqanda bir noqattan ekinshi noqatqa fizikalıq ta'sir jaqtılıqtın' tezliginen u'lken tezliklerde jetkerilip berile almaydı. Usının' saldarınan waqıyalardın' sebeplilik penen baylanıslı ekenligi obъektiv xarakterge iye boladı: sebep penen na'tiyje orın almasatug'ın koordinatatar sisteması bolmaydı.

İntervaldın' invariantlılıg'ı. Meyli waqıyalar t_1 waqıt momentinde x_1, y_1, z_1 noqatında, al t_2 waqıt momentinde x_2, y_2, z_2 noqatnda ju'z bersin. Usı waqıyalar arasındag'ı interval dep (x_1, y_1, z_1, t_1 ha'm x_2, y_2, z_2, t_2 noqatları arasındag'ı interval dep te ataladı)

$$s^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2-c^2(t_2-t_1)^2 \tag{14.3}$$

shamasına aytamız. Barlıq koordinatalar sistemasında bul shama birdey ma'niske iye boladı ha'm sonlıqtan onı Lorents tu'rlendiriwinin' invariantı dep ataymız. Usı jag'daydı da'lilleymiz ha'm formulanı shtrixlang'an sistema ushın jazamız.

$$x_2 - x_1 = \frac{(x_2' - x_1') + v(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

$$y_2 - y_1 = y_2' - y_1',$$

$$z_2 - z_1 = z_2' - z_1',$$

$$t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1' + \frac{v}{c^2}(x_2' - x_2')}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Bul an'latpalardan

$$\begin{aligned} s^2 &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 = \\ &= (x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_2')^2 - c^2(t_2' - t_1')^2 = s'^2 \end{aligned} \qquad (14.4)$$

Bul an'latpalar intervaldın' invariant ekenligi ko'rsetedi, yag'nıy $s^2 = s'^2 = \text{inv}$.

(14.4) ten' qızıqlı na'tiyje shıg'aramız. Sırttan qarag'anda bul formula to'rt o'lshemli ken'isliktegi koordinataları x_1, y_1, z_1, t_1 ha'm x_2, y_2, z_2, t_2 bolg'an eki waqıya (eki noqat) arasındag'ı qashıqlıqqa usaydı. Eger $c^2(t_2 - t_1)^2$ yamasa $c^2(t_2' - t_1')^2$ shamaları aldındag'ı belgi «+» belgisi bolg'anda (14.4) haqıyqatında da to'rt o'lshemli Evklid geometriyasındag'ı waqıya (eki noqat) arasındag'ı qashıqlıq bolg'an bolar edi. Usı jag'dayg'a baylanıslı to'rtinshi koordinata aldındag'ı belgi minus bolg'an to'rt o'lshemli ken'islik bar dep esaplaymız ha'm bul ken'islikti ko'pshilik fizikler psevdoevklid ken'isligi dep ataytug'ınlıg'ın atap o'temiz.

Eger qarap atırılg'an waqıyalar bir birine sheksiz jaqın jaylassa, onda (14.4) ten'ligi intervaldın' differentsialının' kvadratının' invariantlılıg'ın da'lilleydi:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + -c^2dt^2 = \text{inv}. \qquad (14.5)$$

Ken'islikke megzes ha'm waqıtqa megzes intervallar. Waqıyalar arasındag'ı ken'isliklik qashıqlıqtı l arqalı, al olar arasındag'ı waqıt aralıg'ın t arqalı belgileymiz. Usı eki waqıya arasındag'ı intervaldın' kvadratı $s^2 = l^2 - c^2t^2$ invariant bolıp tabıladı.

Meyli bazı bir koordinatalar sistemasında waqıyalar sebep penen baylanıspag'an bolsın. Bunday jag'dayda sol waqıyalar ushın $l > ct$ ha'm sa'ykes $s^2 > 0$. İntervaldın' invariantlılıg'ınan basqa barlıq koordinatalar sistemalarında da bul waqıyalardın' sebeplilik baylanısı menen baylanıspag'anlıg'ı kelip shıg'adı. A'lbette qarama-qarsı ma'niske iye tastıyıqlaw da haqıyqatlıqqa sa'ykes keledi: eger bazı bir koordinatalar sistemasında waqıyalar bir biri menen sebeplilik penen baylanısqan bolsa ($l < ct, s^2 < 0$), onda ol waqıyalar printsipinde basqa barlıq koordinatalar sistemalarında da belgili bir sebepler menen baylanısqan boladı.

Kvadratı nolden u'lken, yag'nıy

$$s^2 > 0 \qquad (14.6)$$

bolg'an interval ken'islikke megzes interval dep ataladı.

Kvadratı nolden kishi, yag'nıy

$$s^2 < 0 \qquad (14.7)$$

bolg'an interval waqıtqa megzes interval dep ataladı.

Eger interval ken'islikke megzes bolsa, onda eki waqıya bir waqıt momentinde ken'esliktin' eki noqatında ju'z beretug'ın koordinatalar sistemasın saylap alıwg'a boladı $\left(s^2 = l^2 > 0, \quad t = 0\right)$***. Sonın' menen birge usı sha'rt orınlang'anda eki waqıya bir noqatta ju'z beretug'ın koordinatalar sistemasın saylap alıw mu'mkin emes (***Bunday jag'dayda $l = 0$, yag'nıy $s^2 = -c^2t^2$ orın alg'an bolar edi, bul $s^2 > 0$ sha'rtine qayshı keledi***)***.

Eger interval waqıtqa megzes bolsa, onda eki waqıya ken'isliktin' bir noqatında, biraq ha'r qıylı waqıt momentlerinde ju'z beretug'ın koordinatalar sistemasın saylap alıw mu'mkin ($l = 0, \quad s^2 = -c^2t^2 < 0$), Biraq bul jag'dayda usı eki waqıya bir waqıtta ju'zege keletg'uın koordinatalar sistemasın saylap alıw mu'mkin emes (bunday jag'dayda $t = 0$, yag'nıy $s^2 = l^2 > 0$ orınlanıp, $s^2 < 0$ sha'rtine qayshı kelgen bolar edi. Solay etip printsipinde sebeplilik baylanısta tura alatug'ın eki waqıya ushın usı eki waqıya ken'isliktin' bir noqatında waqıt boyınsha birinen son' biri ju'zege keletug'ın koordinatalar sistemasın saylap alıw mu'mkin.

Eki waqıya jaqtılıq signalı menen baylanısatug'ın dara jag'daydın' da orın alıwı mu'mkin. Bunday jag'dayda mınanı alamız:

$$s^2 = 0.$$

Bunday interval jaqtılıqqa megzes interval dep ataladı.

Waqıyalar arasındag'ı intervaldın' waqıtqa megzesligi yamasa ken'islikke megzesligi saylap alıng'an koordinatalar sistemasına baylanıslı emes. Bul waqıyalardın' o'zlerinin' invariantlıq qa'siyeti bolıp tabıladı.

İntervallar boyınsha endi mınaday keste keltiremiz:

Eki waqıya ushın koordinatalar ha'm waqıt arasındag'ı baylanıs	İntervaldın' tipi	Waqıyalar arasındag'ı baylanıstın' xarakteri
$c\lvert\Delta t\rvert < \lvert\Delta x\rvert; \quad \Delta s^2 < 0$	Ken'islikke megzes.	Sebep penen baylanıs joq (sebeplilik joq).
$c\lvert\Delta t\rvert > \lvert\Delta x\rvert; \quad \Delta s^2 > 0$	Waqıtqa megzes.	Sebep penen baylanıstın' orın alıwı mu'mkin.
$c\lvert\Delta t\rvert = \lvert\Delta x\rvert; \quad \Delta s^2 = 0$	Jaqtılıqqa megzes.	Waqıyalardın' jaqtılıq signalı menen baylanısqan bolıwı mu'mkin.

Qozg'alıwshı denenin' uzınlıg'ı. ***Qozg'alıstag'ı sterjennin' uzınlıg'ı dep usı sterjennin' eki ushına sa'ykes keliwshi qozg'almaytug'ın sistemadag'ı usı sistemanın' saatı boyınsha bir***

waqıt momentinde alıng'an eki noqat arasındag'ı qashıqlıqtı aytamız. Solay etip qozg'alıwshı sterjennin' ushları qozg'almaytug'ın sistemada usı sistemanın' saatlarının' ja'rdeminde waqıttın' bir momentinde belgilenip alınadı eken. Al qozg'alıwshı sistemanın' saatları boyınsha belgilenip alıw momentleri basqasha boladı. Qozg'almaytugın sistemada bir waqıt momentinde belgilenip alıng'an eki noqat arasındag'ı qashıqlıq basqa ma'niske iye boladı. Demek, sterjennin' uzınlıg'ı Lorents tu'rlendiriwinin' invariantı bolıp tabılmaydı ha'm ha'r qıylı esaplaw sistemalarında ha'r qıylı ma'niske iye boladı.

Meyli uzınlıg'ı l ge ten' bolg'an sterjen shtrixlang'an koordinatalar sistemasında tınıshlıqta turg'an bolsın ha'm onın' boyı x' bag'ıtına parallel bolsın. Biz bul jerde denenin' uzınlıg'ı haqqında aytkanda usı denenin' tınıshlıqta turg'an koordinatalar sistemasındag'ı uzınlıg'ın aytatug'ınımızdı sezemiz. Sterjennin' ushlarının' koordinataların x_1' ha'm x_2' dep belgileymiz, qala berse $x_2' - x_1' = l$. Bul jerde l shtrixsız jazılg'an. Sebebi l sterjennin' usı sterjen qozg'almay turg'an koordinatalar sistemasındag'ı, basqa so'z benen aytqanda tınısh turg'an sterjennin' uzınlıg'ı bolıp tabıladı.

t_0 waqıt momentinde v tezligi menen qozg'alatug'ın sterjennin' ushlarındag'ı noqatlardı shtrixlanbag'an koordinatalar sistemasında belgilep alamız. Lorents tu'rlendiriwleri formulaları tiykarında

$$x_1' = \frac{x_1 - vt_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad x_2' = \frac{x_2 - vt_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{14.8}$$

an'latpaların jaza adlamız. Bunnan

$$l = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{l'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{14.9}$$

Bul formulada $l' = x_2 - x_1$ arqalı qozg'alıwshı sterjennin' uzınlıg'ı belgilengen. Demek (14.9) dı

$$l' = \frac{l}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{14.10}$$

dep ko'shirip jazıp qozg'alıwshı sterjennin' uzınlıg'ının' qozg'alıs bag'ıtındag'ı uzınlıg'ının' qozg'almay turg'an sterjennin' uzınlıg'ınan kishi ekenligin sezemiz. A'lbette, eger biz usı talqılawlardı tınıshlıqta tur dep qabıl etilgen shtrixlangan koordinatalar sisteması ko'z-qarasında turıp islesekte qozg'alıwshı sterjennin' uzınlıg'ının' (14.10) formulası menen anıqlanatug'ınlıg'ına kelemiz. Bunın' orın alwı salıstırmalıq printsipi ta'repinen talap etiledi.

Eger sterjendi qozg'alıs bag'ıtına perpendikulyar etip y' yaki z' ko'sherleri bag'ıtında ornalastırsaq, onda (14.1) formulasınan sterjennin' uzınlıg'ının' o'zgerissiz kalatug'ınlıg'ın ko'riwge boladı. Solay etip denenin' o'lshemleri salıstırmalı tezliktin' bag'ıtına perpendikulyar bag'ıtlardı o'zgerissiz kaladı.

Mısal retinde Jer sharının' qozg'alıs bag'ıtındag'ı diametrin alıp qaraymız. Onın' uzınlıg'ı 12 mın' kilometrdey, orbita boyınsha tezligi 30 km/s. Bunday tezlikte Jer sharının' diametri 6 sm ge qasqaradı.

Qozg’alıwshı denenin’ o’lshemlerinin’ qozg’alıs bag’ıtında o’zgeretug’ınlıg’ı haqqındag’ı batıl usınıs birinshi ret bir birinen g’a’rezsiz Fitjerald (Fitzgera1d) ha’m Lorentts (1orentz) ta’repinen berildi. Olar qa’legen denenin’ qozg’alıs bag’ıtındag’ı sızıqlı o’lshemleri tek usı qozg’alısqa baylanıslı o’zgeredi dep boljadı. Bul boljaw durıs bolıp shıqtı ha’m Maykelson ta’jiriybesinin’ ku’tilgen na’tiyjelerdi bermewinin’ sebebin tolıq tu’sindirdi.

Qozg’alıstag’ı saatlardın’ ju’riw tempi. Meyli qozg’alıwshı koordinatalar sistemasının’ x_0' noqatında t_1' ha’m t_2' waqıt momentlerinde eki waqıya ju’z bergen bolsın. Usı eki waqıyalar arasındag’ı waqıt intervalları qozg’alıwshı sistemada $\Delta t' = t_2' - t_1'$, al tınıshlıqta turg’an sistemada $\Delta t = t_2 - t_1$ bolsın. Lorents tu’rlendiriwleri tiykarında

$$t_1 = \frac{t_1' + (v/c^2)x_0'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad t_2 = \frac{t_2' + (v/c^2)x_0'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{14.11}$$

ten’liklerine iye bolamız. Bunnan to’mendegi kelip shıg’adı:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{14.12}$$

Solay etip qozg’alıwshı saatlar menen o’lshengen waqıyalar arasındag’ı waqıt intervalı

$$\Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2} \tag{14.13}$$

tınıshlıqta turg’an saatlar menen o’lshengen waqıtqa qarag’anda kem bolıp shıg’adı. Demek ***tınıshlıqta turg’an saatlardın’ ju’riwine qarag’anda qozg’alıstag’ı saatlardın’ ju’riw tempi kem boladı***.

Menshikli waqıt. Qozg’alıwshı noqat penen baylanıslı saat penen (noqat penen birge qozg’alatug’ın) o’lshengen waqıt bul noqattın’ menshikli waqıtı dep ataladı. (14.13) te sheksiz kishi waqıt intervalına o’tiw ha’m onı bılayınsha jazıw mu’mkin:

$$d\tau = dt\sqrt{1 - v^2/c^2}\ . \tag{14.14}$$

Bul an’latpada $d\tau$ arqalı kozg’alıwshı noqattın’ menshikli waqıtının’ differentsialı, dt arqalı qarap atırılg’an noqat berilgen waqıt momentinde v tezligine iye bolatug’ın inertsiallıq koordinatalar sistemasındag’ı waqıttın’ differentsialı belgilengen. $d\tau$ dın’ qozg’alıwshı noqat penen baylanısqan ha’r qıylı saattlardın’ ko’rsetiwlerinin’ o’zgerisi, al dt bolsa qon’ısılas ken’isliklik noqatta jaylasqan qozg’almaytug’ın koordinatalar sistemasının’ ha’r qıylı saatlarının’ ko’rsetiwleri ekenligin sezemiz.

Biz joqarıda intervaldın’ kvadratının’, intervaldın’ differentsialının’ invariant ekenligin ko’rdik [(14.5)-formula]. Usıg’an baylanıslı $dx^2 + dy^2 + dz^2 = d\mathbf{r}^2$ shamasının’ da qon’ısılas eki noqat arasındag’ı ken’isliklik qashıqlıqtın’ differentsialının’ da invariant ekenligin sezemiz. Sonlıqtan ha’zir g’ana eske alıng’an infarianttın’ differentsialı ushın jazılg’an (14.5)-formulanın’ to’mendegidey etip tu’rlendiriliwi mu’mkin:

$$\frac{ds}{i} = c\,dt\sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)^2} = c\,dt\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \tag{14.15}$$

Bul formulada intervalı esaplanıp atırg'an waqıyalar sıpatında qozg'alıwshı noqattın' birinen son' biri izbe-iz keletug'ın eki awhalı alıng'an ha'm onın' tezliginin' kvadratının'

$$v^2 = \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)^2$$

ekenligi esapqa alıng'an.

$$d\,s^2 = d\,\mathbf{r}^2 - c^2\,t^2 = (-1)\left(c^2\,t^2 - d\,\mathbf{r}^2\right)$$

ekenligin inabatqa alatug'ın bolsaq, onda jormal san $i = \sqrt{-1}$ din' qalay payda bolg'anlıg'ın an'g'arıw mu'mkin.

(14.15) penen (14.14) ti salıstırıw menshikli waqıttın' differentsialı $d\tau$ dın' intervaldın' differentsialı arqalı bılayınsha an'latılatug'ınlıg'ın ko'rsetedi:

$$d\tau = ds / ic\,. \tag{14.16}$$

(14.5) ten ko'rinip turg'anınday, intervaldın' differentsialı invariant bolıp tabıladı. Jaqtılıqtın' tezligi turaqlı shama bolg'anlıqtan (14.16) dan ***menshikli waqıt Lorents tu'rlendiriwlerine qarata invariant*** dep juwmaq shıg'arıwg'a boladı.

Bul pu'tkilley ta'biyiy na'rse. Sebebi menshikli waqıt qozg'alıwshı noqat penen baylanısqan koordinatalar sistemasında anıqlanadı ha'm qaysı koordinatalar sistemasında menshikli waqıttın' anıqlang'anlıg'ı a'hmiyetke iye bolmaydı.

Tezliklerdi qosıw. Meyli qozg'alıwshı koordinatalar sistemasında materiallıq noqattın' qozg'alısı

$$x' = x'(t'),\quad y' = y'(t'),\quad z' = z'(t'), \tag{14.17}$$

al tınıshlıqta turg'an sistemada bolsa

$$x = x(t),\quad y = y(t),\quad z = z(t) \tag{14.18}$$

funktsiyaları menen berilgen bolsın. Qozg'alıwshı ha'm qozg'almaytug'ın sistemalardag'ı materiallıq noqattın' tezliginin' to'mende keltirilgen qurawshıları arasında baylanıstı tabıwımız kerek:

$$u_x' = \frac{dx'}{dt'},\quad u_y' = \frac{dy'}{dt'},\quad u_z' = \frac{dz'}{dt'}. \tag{14.19}$$

$$u_x = \frac{dx}{dt},\quad u_y = \frac{dy}{dt},\quad u_z = \frac{dz}{dt}. \tag{14.20}$$

(13.24) formulasınan mınag'an iye bolamız:

$$dx = \frac{dx' + v\,dt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},\quad dy = dy'\quad dz = dz', \tag{14.21}$$

$$dt = \frac{dt' + \frac{v}{c^2}dx'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{dt'(1 + \frac{vu_x'}{c^2})}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Differentsiallardın’ bul ma’nislerin (13.21) den (14.20) g’a qoysaq ha’m (14.19) dı esapqa alsaq to’mendegilerdi tabamız:

$$u_x = \frac{u_x' + v}{1 + vu_x'/c^2},$$
$$u_y = \frac{u_y'\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + vu_x'/c^2}, \qquad (14.22)$$
$$u_z = \frac{u_z'\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + vu_x'/c^2}.$$

Bul salıstırmalıq teoriyasının’ tezliklerdi qosıw formulaları bolıp tabıladı. Shtrixlang’an sistema koordinatalarınan shtrixlanbag’an sistema koordinatalarına da o’tiw mu’mkin. Bunday jag’dayda v tezligi $-v$ menen, shtrixlang’an shamalar shtrixlanbag’an shamalar, shtrixlang’anları shtrixlanbag’anları menen almastırıladı. Bul formulalardan, mısalı, jaqtılıq tezliginin’ turaqlılıg’ı kelip shıg’adı. Usı jag’daydı da’lilleymiz. Meyli (14.22) de $u_y' = u_z' = 0$, $u_x' = c$ bolsın. Onda

$$u_x = \frac{u_x' + v}{1 + u_x'v/c^2} = \frac{c + v}{1 + cv/c^2} = c, \quad u_y = 0, \quad u_z = 0. \qquad (14.23)$$

Aberratsiya. Meyli shtrixlang’an koordinatalar sistemasında y' ko’sheri bag’ıtında jaqtılıq nurı tarqalatug’ın bolsın. Bunday jag’dayda

$$u_x' = 0, \; u_y' = c, \; u_z' = 0.$$

Qozg’almaytug’ın esaplaw sisteması ushın to’mendegini alamız:

$$u_x = v, \quad u_y = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\, c, \quad u_z = 0$$

shamaların alamız. Demek qozg’almaytug’ın koordinatalar sistemasında jaqtılıq nurı nın’ bag’ıtı menen y ko’sheri bag’ıtı o’z-ara parallel bolmay, olar bir birine salıstırganda qanday da bir β mu’yeshine burılg’an bolıp shıg’adı. Bul mu’yeshtin’ ma’nisi

$$tg\beta = \frac{u_x}{u_y} = \frac{v}{c \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (14.24)$$

Eger $\frac{v}{c} << 1$ bolsa, onda (14.24) klassikalıq fizika beretug’ın $tg\,\beta = \frac{v_\perp}{c}$ formulası menen betlesedi. Biraq (14.24) tin’ ma’nisi pu’tkilley basqasha. Klassikalıq fizikada mına jag’daylardı bir birinen ayırıw kerek: qozg’alıwshı derek – qozg’almaytug’ın baqlawshı, qozg’almaytug’ın derek – qozg’alıwshı baqlawshı. Al salıstırmalıq teoriyasında bolsa tek derek penen baqlawshının’ bir birine salıstırg’andag’ı qozg’alısı g’ana a’hmiyetke iye boladı.

Tezleniwdi tu’rlendiriw. Meyli shtrixlang’an sistemada materiallıq noqat, qurawshıları ω_x', ω_y', ω_z' bolg’an tezleniw menen qozg’alısın. Tezligi usı waqıt momentinde nolge ten’ bolsın. Sonlıqtan shtrixlang’an koordinatalar sistemasında noqattın’ qozg’alısı to’mendegidey formulalar ja’rdeminde ta’riplenedi:

$$\frac{du_x'}{dt'}=\omega_x', \quad \frac{du_y'}{dt'}=\omega_y', \quad \frac{du_z'}{dt'}=\omega_z', \quad ,u_x'=u_y'=u_z'=0. \tag{14.25}$$

Shtrixlanbag’an koordinitalar sistemasındag’ı noqattın’ qozg’alısın izertleymiz. Tezlikti (14.22) den tabamız:

$$u_x=v, \quad u_y=0, \quad u_z=0. \tag{14.26}$$

Shtrixlanbag’an koordinatalar sistemasındag’ı tezleniw:

$$\omega_x=\frac{du_x}{dt}, \quad \omega_y=\frac{du_y}{dt}, \quad \omega_z=\frac{du_z}{dt}. \tag{14.27}$$

dt, du_x, du_y, du_z shamaları (14.21)-(14.22) formulalar ja’rdeminde anıqlanadı. Differentsiallardı esaplap bolg’annan keyin g’ana tezlikler $u_x'=u_y'=u_z'=0$ dep esaplaw mu’mkin. Mısalı du_x ushın

$$du_x=\frac{d\,u_x'}{1+v\,u_x'/c^2}-\frac{(u_x'+v)(v/c^2)d\,u_x'}{(1+v\,u_x'/c^2)^2}=\frac{d\,u_x'}{(1+v\,u_x'/c^2)^2}\left(1+\frac{v\,u_x'}{c^2}-\frac{v\,u_x'}{c^2}-\frac{v^2}{c^2}\right)= \tag{14.28}$$

$$=\frac{1-v^2/c^2}{(1+v\,u_x'/c^2)^2}d\,u_x'.$$

Bunnan (14.21) di esapqa alıw menen

$$\omega_x=\frac{du_x}{dt}=\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}\frac{du_x'}{dt'}=\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}\omega_x'. \tag{14.29}$$

Bul formulada (14.25) ke sa’ykes $u_x'=0$ dep esaplang’an.

Usınday jollar menen du_y ha’m du_z differentsialları esaplanadı. Solay etip to’mendegidey tezleniwdi tu’rlendiriw formulaların alamız:

$$\begin{aligned}\omega_x&=\sqrt[3]{1-v^2/c^2}\cdot\omega_x',\\ \omega_y&=\sqrt{1-v^2/c^2}\cdot\omega_y',\\ \omega_z&=\sqrt{1-v^2/c^2}\cdot\omega_z'.\end{aligned} \tag{14.30}$$

Shtrixlanbag'an sistemada noqat **v** tezligi menen qozg'aladı. Sonlıqtan keyingi formulalar to'mendegi ma'nisti an'g'artadı:

Qozg'alıwshı materiallıq noqat penen usı noqat tınıshlıqta turatug'ın inertsial koordinatalar sistemasın baylanıstırıw mu'mkin. Usınday koordinatalar sisteması alıp ju'riwshi koordinatalar sisteması dep ataladı. Eger usı koordinatalar sistemasında noqat tezleniw menen qozg'alsa, onda bul noqat basqa da qa'legen koordinatalar sistemasında tezleniw menen qozg'aladı. Biraq tezleniwdin' ma'nisi basqa sistemada basqa ma'niske, biraq barlıq waqıtta da kishi ma'niske iye boladı. Qozg'alıs bag'ıtında tezleniw qurawshısı $\sqrt[3]{1-v^2/c^2}$ ko'beytiwshisine proportsional kishireyedi (v tezleniw qarap atırılg'an sistemadag'ı tezlik). Tezlikke perpendikulyar bag'ıttag'ı tezleniwdin' ko'ldenen' qurawshısı $\sqrt{1-v^2/c^2}$ ko'beytiwshisine proportsional bolg'an kemirek o'zgeriske ushıraydı. Bul xaqqında basqa paragraflarda da ga'p etiledi.

Salıstırmalıq teoriyası sebeplilik printsipin da'lillemeydi. Bul teoriya sebeplilik printsipi barlıq koordinatalar sistemasında orın aladı dep esaplaydı. Usı jag'day tiykarında fizikalıq ta'sirlerdin' tarqalıw tezligine shek qoyıladı.

Lorents tu'rlendiriwleri tek inertsial esaplaw sistemalarında durıs na'tiyje beredi. Sonlıqtan Jer sharın batıstan shıg'ısqa ha'm shıg'ıstan batısqa qarap qozg'alg'an jag'daylardag'ı saatlardın' ju'riw tempin salıstırg'anda Jerdin' beti menen baylanısqan qoordinatalar sistemasın paydalanıwg'a bolmaydı.

Sorawlar:

1. Qozg'alıwshı denelerdin' uzınlıg'ın anıqlaw klassikalıq mexanikada ha'm salıstırmalıq teoriyasında ayırmag'a iye me?

2. Qozg'alıwshı denelerdin' uzınlıg'ının' qısqaratug'ınlıg'ın tastıyıqlawdın' fizikalıq ma'nisi nelerden ibarat?

3. Jer sharın batıstan shıg'ısqa ha'm shıg'ıstan batısqa qarap qozg'alg'an jag'daylardag'ı saatlardın' ju'riw tempin salıstırg'anda Jerdin' beti menen baylanısqan qoordinatalar sistemasın paydalanıwg'a bolmaytug'ınlıg'ın qalay da'lillewge boladı?

4. Egizekler paradoksının' ma'nisi neden ibarat ha'm bul paradoks qalay sheshiledi?

15-§. Saqlanıw nızamları

İnvariantlılıq ha'm saqlanıw nızamları. Nëter teoreması. Saqlanıw nızamlarının' orın alıwına alıp keletug'ın sebepler. Qozg'alıs ten'lemeleri ha'm saqlanıw nızamları. Saqlanıw nızamlarının' matematikalıq ma'nisi. İmpulstin' saqlanıw nızamı. İmpuls momentinin' saqlanıw nızamı. Energiyanın' saqlanıw nızamı. Ku'shtin' jumısı. Potentsial ku'shler.

Eger fizikalıq nızamlar bazı bir tu'rlendiriwlerde o'zlerinin' formaların o'zgertpeytug'ın bolsa, onda bunday nızamlar sol tu'rlendiriwlerge qarata invariant dep ataladı.

Mısalı klassikalıq mexanikanın' nızamları Galiley tu'rlendiriwlerine qarata invariant: $t' = t$, $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{v}_0 t$.

Qa'legen inertsial esaplaw sistemasına o'tkende Nyuton nızamları, lagranjian 1 ha'm ta'sir S o'zgermey kaladı.

1918-jılı nemis matematigi Emmi Nëter keyinirek Nëter teoreması dep atala baslag'an fizikanın' fundamentallıq teoremasının' bar ekenligin taptı ha'm onın' mazmunı mınalardan ibarat[6]:

Teoriyanın' yamasa ta'sir S tin' ha'r bir invariantlıg'ına bazı bir saqlanatug'ın fizikalıq shama sa'ykes keledi (ha'm kerisinshe, eger bazı bir fizikalıq shama saqlanatug'ın bolsa, onda fizikalıq nızamlar qanday da bir tu'rlendiriwlerde o'zgermey qaladı). O'zgerissiz saqlanatug'ın shamalardın' sanı tu'rlendiriw parametrlerinin' sanına ten'.

Nëter teoremasın bazı bir mısallarda ko'rsetemiz.

1. Ken'isliktin' bir tekliligi – ***koordinata bası ken'islikte o'zgertilip qoyılg'anda fizikanın' nızamları o'zgermeydi***. Fizikalıq shamanı o'lsheytug'ın a'sbaptı ken'isliktin' bir noqatınan ekinshi noqatına ko'shirip qoyg'anda o'lshewdin' na'tiyjeleri o'zgerissiz qaladı (eger barlıq fizikalıq sharayatlar usı noqatlarda birdey bolatug'ın bolsa).

Barlıq noqatlardın' radius-vektorların birdey qılıp sheksiz kishi turaqlı $\delta\mathbf{r} = \delta\boldsymbol{\varepsilon}$ shamasına jılıstırsaq, onda $\mathbf{r}_i' = \mathbf{r}_i + \delta\boldsymbol{\varepsilon}$ boladı (15-1 su'wret). Bul koordinata basın O noqatın O' noqatına ko'shirgenge ten'. Bunday o'zgerislerde bo'lekshelerdin' tezliklerinin' o'zgermey qalatug'ınlıg'ı o'z-o'zinen tu'sinikli.

Ta'sir S tin' invariantlılıg'ınan lagranjian 1 din' de o'zgerissiz qalıwı kerek. Bul jag'dayda $q_i = x_i, \quad y_i, \quad z_i$ bolg'anlıqtan

$$\delta L = \sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial x_i}\delta x_i + \frac{\partial L}{\partial y_i}\delta y_i + \frac{\partial L}{\partial z_i}\delta z_i \right) \equiv \sum_i \frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}_i}\delta\mathbf{r}_i = 0.$$

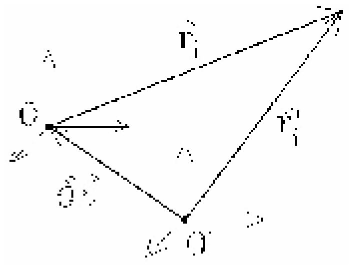
Bul an'latpada $\mathbf{r}_i$ vektorı boyınsha alıng'an dara tuwındı arqalı mına gradient belgilengen:

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\partial L}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial L}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial L}{\partial z}\mathbf{k}.$$

[6] Emmi Nëter ashqan teoreması menen o'zinin' atın tariyxta qaldırg'an en' ullı hayal-qızlar qatarına kirdi.

Tap sol sıyaqlı

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} = \frac{\partial L}{\partial v_x}\mathbf{i} + \frac{\partial L}{\partial v_y}\mathbf{j} + \frac{\partial L}{\partial v_z}\mathbf{k}.$$



15-1 su’wret. Esaplaw sistemasın $\delta \mathbf{r} = \delta \boldsymbol{\varepsilon}$ shamasına jılıstırıw.

15-2 su’wret. Esaplaw sistemasın $\delta\varphi$ mu’yeshine burıw.

Lagranj-Eyler ten’lemesin

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}_i} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i} = 0 \qquad (15.1)$$

tu’rinde jazıp (bul jerde $i = 1, 2, \ldots, N$)

$$\delta L = \sum_i \left(\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i} \right) \delta \boldsymbol{\varepsilon} = 0$$

ekenligine iye bolamız. $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ shaması ıqtıyarlı bolg’anlıqtan

$$\frac{d}{dt}\left(\sum_i \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i} \right) = 0.$$

Sonlıqtan $\sum_i \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i} = const$. Biraq

$$L = \sum_i \frac{m\,\mathbf{v}_i^2}{2} - U(\mathbf{r}_i)$$

an’latpasınan

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i} = m_i \mathbf{v}_i$$

ekenligi kelip shıg’adı ha’m sog’an baylanıslı

$$\sum_i m_i \mathbf{v}_i = \text{const} .$$

Juwmaq: ***ken'isliktin' bir tekliliginen impulstin' saqlanıw nızamı bar boladı***. Biraq bir a'hmiyetli eskertiwdi esten shıg'armaw kerek. Joqarıda paydalanılgan tu'rlendiriwler bir birinen g'a'rezsiz u'sh $\delta\varepsilon_x, \delta\varepsilon_y, \delta\varepsilon_z$ parametrlerin o'z ishine qamtıydı. Usıg'an sa'ykes impulstin' saqlanatug'ın p_x, p_y, p_z u'sh proektsiyası bar boladı.

2. **Ken'isliktin' izotroplıg'ı**: ***fizikanın' nızamları esaplaw sistemasın turaqlı mu'yesh $\delta\varphi$ ge burg'anda o'zgerissiz kaladı*** (o'lsheytug'ın a'sbaptı o'lshew na'tiyjelerin o'zgertpey burıwg'a boladı, usı jag'dayda basqa fizikalıq sharayatlardın' o'zgermey qalıwı kerek, 15-2 su'wret).

Esaplaw sistemasın $\delta\varphi$ shamasına burıp qoysaq i-bo'lekshenin' radius-vektorı $\delta\mathbf{r}_i = [\delta\varphi, \mathbf{r}_i]$ shamasına, al onın' tezligi $\delta\mathbf{v}_i = [\delta\varphi, \mathbf{v}_i] = \frac{d}{dt}\delta\mathbf{r}_i$ shamasına o'zgeredi. Sonlıqtan (15.1)-formuladan mınanı alamız:

$$\delta L = \sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}_i}\delta\mathbf{r}_i + \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\delta\mathbf{v}_i \right) = \sum_i \left(\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\delta\mathbf{r}_i + \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\frac{d}{dt}\delta\mathbf{r}_i \right) = \sum_i \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\delta\mathbf{r}_i \right) =$$

$$= \frac{d}{dt}\sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}[\delta\varphi, \mathbf{r}_i] \right) = 0$$

ha'm usıg'an sa'ykes

$$\sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}[\delta\varphi, \mathbf{r}_i] \right) = \text{const}.$$

Bul an'latpag'a $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i} = m_i \mathbf{v}_i$ ten'ligin qoyıp ha'm vektorlardı tsikllik qayta qoyıw arqalı $\sum_i \delta\varphi[\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i] = \text{const}$ ekenligin tabamız. Bunnan aqırında mınanı alamız:

$$\sum_i [\mathbf{r}_i, m_i \mathbf{v}_i] = \text{const} .$$

Juwmaq: ***ken'isliktin' izotroplıg'ınan impuls momentinin' saqlanıw nızamı kelip shıg'adı.***

Ja'ne bir eskertiwdi qollanamız: usı jag'dayda paydalanılg'an tu'rlendiriw de $\delta\varphi_x, \delta\varphi_y, \delta\varphi_z$ g'a'rezsiz u'sh parametrine iye boladı. Usıg'an u'sh saqlanatug'ın proektsiyalar L_x, L_y, L_z sa'ykes keledi.

3. ***Waqıttın' bir tekliligi – eger waqıttın' baslang'ısh momentin o'zgertse fizikanın' nızamları o'zgermeydi*** (birdey basqa sharayatlar o'zgermey qalatug'ın bolsa keshte o'tkerilgen o'lshewler qanday shamalardı bergen bolsa, azanda o'tkerilgen o'lshewler de sonday shamalardı beredi).

Sa’ykes tu’rlendiriw $t' = t + \delta t$ tu’rinde jazıladı. Kinetikalıq energiya E_{kin} ge de, potentsial energiya U g’a da waqıt anıq tu’rde kirmeydi. Sonlıqtan usı invariantlıqqa sa’ykes keletug’ın saqlanıw nızamın tabıw ushın tag’ı da (15.1) ten’lemesin paydalanıp lagranjiannan tolıq tuwındı alamız:

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}_i}\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \sum_i \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\mathbf{v}_i + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \sum_i \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\mathbf{v}_i\right).$$

$\frac{dL}{dt}$ nı keyingi ten’liktin’ on’ ta’repine o’tkeremiz. Na’tiyjede

$$\frac{d}{dt}\left(\sum_i \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_i}\mathbf{v}_i - L\right) = 0$$

ten’ligin alamız. Yag’nıy

$$\sum_i m_i \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i - L \equiv \sum_i m_i \mathbf{v}_i^2 - E_{kin} + U = const$$

yamasa

$$E_{kin} + U = const.$$

Juwmaq: waqıttın’ bir tekliliginen tolıq mexanikalıq energiyanın’ saqlanıw nızamı kelip shıg’adı.

Kelesi eskertiw: paydalanılgan tu’rlendiriw tek bir t parametrine iye, sonlıqtan ogan tek bir saqlanatug’ın shama – sistemanın’ energiyası sa’ykes keledi.

Solay etip saqlanıw nızamları ha’m biz jasap atırg’an du’nyanın’ dinamikası ken’islik penen waqıttın’ qa’siyetleri menen anıqlanadı eken.

To’mende saqlanıw nızamları haqqında ayqın mısallarda ga’p etiledi.

Saqlanıw nızamlarının’ mazmunı. Joqarıda u’yrenilgen qozg’lıs nızamları printsipinde materiallıq bo’leksheler menen denelerdin’ qozg’alısı boyınsha qoyılg’an barlıq sorawlarg’a juwap bere aladı. Qozg’alıs ten’lemelerin sheshiw arqalı materiallıq bo’lekshenin’ qa’legen waqıt momentinde ken’isliktin’ qaysı noqatında bolatug’ınlıg’ın, usı noqattag’ı onın’ impulsın da’l anıqlaw mu’mkin (qozg’alıs ten’lemelerin sheshiwdin’ ko’p jag’daylarda qıyın ekenligin ha’m sawat penen taqattı talap etetug’ınlıg’ın eske alıp o’temiz). Elektron-esaplaw mashinalarının’ rawajlanıwı menen bunday ma’selelerdi sheshiwdin’ mu’mkinshilikleri joqarıladı.

Biraq barlıq jag’daylarda qozg’alıs ten’lemelerin sheshiw arqalı qoyılg’an ma’selelerdi sheshiw mu’mkinshiligine iye bolmaymız. Meyli bizge sheshiw mu’mkinshiligi joq qozg’alıs ten’lemesi berilgen bolsın. Ma’selen qozg’alıs barısında berilgen dene Jerde qala ma yamasa kosmos ken’isligine jerdi taslap kete alama? degen soraw qoyılsın. Eger usınday jag’dayda biz qozg’alıs ten’lemesin sheshpey-aq denenin’ Jer betinen (mısalı) 10 km den joqarı biyiklikke ko’terile almaytug’ınlıg’ın anıqlay alsaq, bul a’dewir alg’a ilgerilegenlik bolıp tabıladı. Al eger 10 km biyiklikte denenin’ tezliginin’ nolge ten’ bolatug’ınlıg’ı anıqlansa, sonın’ menen birge denenin' 10 km biyiklikke ko'teriliwi ushın qanday baslang'ısh tezlikke iye bolg'anlıg'ı da belgili bolsa onda belgili bir maqsetler ushın bul qozg'alıs haqqında tolıq ma'lim boladı ha'm qozg'alıs ten'lemesin sheshiwdin' za'ru'rligi qalmaydı.

Saqlanıw nızamları qozg'alıs ten'lemelerin sheshiwsiz, protsesslerdin' waqıt boyınsha da'l rawajlanıwın talap etpey qozg'alıstın' ulıwmalıq qa'siyetlerin qarap shıg'ıwg'a mu'mkinshilik beredi. Qozg'alıstın' ulıwmalıq qa'siyetlerin izertlew qozg'alıs ten'lemelerin sheshiw sheklerinde ju'rgiziledi ha'm qozg'alıs ten'lemesine kirgizilgen informatsiyalardan artıq informatsiyalardı bermeydi. Sonlıqtan saqlanıw nızamlarında qozg'alıs ten'lemelerine qarag'anda ko'p informatsiya bolmaydı. Biraq saqlanıw nızamlarında birden ko'rinbeytug'ın jasırın tu'rdegi kerekli bolg'an informatsiyalardın' bolıwı mu'mkin. Sonın' menen birge birqansha jag'daylarda saqlanıw nızamlarının' ja'rdeminde bunday informatsiyalar paydalanıw ushın an'sat tu'rde ko'rinedi. Usı informatsiyanın' a'hmiyetli ta'repi to'mendegilerden turadı: ol ayqın ayırmashılıqlarınan g'a'rezsiz qa'legen ayqın qozg'alıs ushın qollanıladı.

Saqlanıw nızamlarının' ulıwmalıq xarakteri bul nızamlardı qozg'alıs ten'lemeleri bar bolg'an jag'dayda da, joq bolg'an jag'dayda da qollanıwg'a mu'mkinshilik beredi. Saqlanıw nızamların qollanıw ushın ko'pshilik jag'daylarda tek g'ana ku'shlerdin' ta'sir etiw simmetriyasın biliw jetkilikli, al sol ku'shlerdin' ta'sir etiw nızamların biliw sha'rt emes. Usının' saldarınan qozg'alıstın' ju'da' a'hmiyetli bolg'an o'zgesheliklerin ku'shlerdin' ta'sir etiw nızamların bilmey-aq anıqlawg'a boladı.

Ha'r bir fizikalıq shamanın' saqlanıwı ken'islik penen waqıttın' qa'siyetlerinin' tikkeley na'tiyjesi bolıp tabılatug'ınlıg'ın biz joqarıda ko'rdik. Anıqlıq ushın to'mendegi kesteni keltiremiz:

Saqlanıw nızamı	Nızamnın' orın alıwına alıp keletug'ın sebep
Energiyanın' saqlanıw nızamı	Waqıttın' bir tekliligi
İmpulstin' saqlanıw nızamı	Ken'isliktin' bir tekliligi
İmpuls momentinin' saqlanıw nızamı	Ken'isliktin' izotroplılıg'ı

Biraq, mısalı, ken'isliktin' bir tekliliginen energiyanın' saqlanıw nızamı, al ken'isliktin' izotroplılıg'ınan impuls momentinin' saqlanıw nızamı kelip shıqpaydı. Keltirilgen eki nızam da ta'sir etiwshi ku'shler haqqında qosımshalar kiritilgendegi Nyutonnın' ekinshi nızamının' na'tiyjesi bolıp tabıladı. İmpuls penen impuls momentinin' saqlanıw nızamların keltirip shıg'arg'anda ***ku'shler ta'sir menen qarsı ta'sirdin' ten'ligi nızamın* paydalanıw jetkilikli. Demek *Nyutonnın' ekinshi nızamına ken'islik penen waqıttın' simmetriyası qa'siyetin qossaq (atap aytqanda ken'islik penen waqıttın' bir tekliligi, ken'isliktin' izotroplılıg'ı) joqarıda keltirilgen saqlanıw nızamların keltirip shıg'arıwg'a boladı.***

Waqıttın' bir tekliligi haqqında aytqanımızda barlıq waqıt momentlerinin' birdey huqıqqa iye ekenligi na'zerde tutıladı. Ken'isliktin' bir tekliligi ken'islikte ayrıqsha awhallardın' joqlıg'ın bildiredi, ken'isliktin' barlıq noqatları ten'dey huqıqqa iye. Al ken'isliktin' izotroplılıg'ı ken'islikte o'zgeshe qa'siyetke iye bag'ıtlardın' joqlıg'ın bildiredi. Ken'isliktegi barlıq bag'ıtlar da birdey huqıqqa iye.

Solay etip saqlanıw nızamları ten'lemeler sheshiw arqalı emes, sonın' menen birge protsesslerdin' waqıt boyınsha rawajlanıwın teren' tallawsız qozg'alıslardan' ulıwmalıq qa'siyetlerin qarap shıg'ıwg'a mu'mkinshilik beredi. Qozg'alıs ten'lemeleri fizikalıq shamalardın' waqıt boyınsha ha'm ken'isliktegi o'zgeriwin beriwshi ten'lemeler bolıp tabıladı. Bizin' oyımızda sheksiz ko'p sandag'ı fizikalıq situatsiyalar o'tedi. Sonın' menen birge bizdi ayqın waqıt momentinde ju'z beretug'ın situatsiyalardın' birewi emes, al sol qozg'alıstın' ju'riwine alıp keletug'ın situatsiyalardın' izbe-izligi ko'birek qızıqtıradı. Situatsiyalardın' izbe-izligin qarag'anımızda bizdi sol situatsiyalar bir birinen nesi menen ayrılatug'ınlıg'ı g'ana emes, al qanday fizikalıq shamalardın' saqlanatug'ınlıg'ı qızıqtıradı. ***Saqlanıw nızamları bolsa qozg'alıw ten'lemeleri menen ta'riplenetug'ın fizikalıq situatsiyalardın' barısında nelerdin' o'zgermey turaqlı bolıp qalatug'ınlıg'ına*** juwap beredi.

Qozg'alıs ten'lemeleri ha'm saqlanıw nızamları. Qozg'alıs ten'lemeleri fizikalıq shamalardın' waqıt boyınsha ha'm ken'isliktegi o'zgeriwinin' ten'lemeleri bolıp tabıladı. Bizin' ko'z aldımızda fizikalıq situatsiyalardın' sheksiz izbe-izligi o'tedi. Shın ma'nisinde qanday da bir waqıt momentindegi qozg'alıstı o'z ishine almaytug'ın ayqın fizikalıq situatsiya bizdi qızıqtırmaydı. Bizdi (fiziklerdi) sol qozg'alısqa alıp keletug'ın situatsiyalardın' izbe-izligi qızıqtıradı. Al situatsiyalar izbe-izliklerin qarag'anda olardın' ne menen bir birinen ayrılatug'ınlıg'ın biliw menen qatar, olar arasındag'ı ulıwmalıqtı, olarda nelerdin' saqlanatug'ınlıg'ın biliw a'hmiyetke iye. **Saqlanıw nızamları qozg'alıs ten'lemeleri ta'repinen ta'riplenetug'ın fizikalıq situatsiyalardın' ju'zege keliw** i**zbe-izliginde** ne**lerdin' o'zgerissiz, turaqlı bolıp qalatug'ınlıg'ı haqqındag'ı sorawg'a juwap bered**i.

Saqlanıw nızamlarının' matematikalıq ma'nisi. Nyutonnın' to'mendegi bir o'lshemli ten'lemelerin mısal retinde ko'remiz:

$$\text{a)} \qquad m\frac{dv_x}{dt} = F_x,$$

$$\text{b)} \qquad \frac{dx}{dt} = v_x.$$

Materiallıq noqattın' ken'islikte iyelegen ornı qa'legen waqıt momentinde belgili bolsa ma'sele sheshiledi dep esaplanadı. Al ma'seleni sheshiw ushın a) ten'lemeni integrallap v_x tı tabıw kerek, al onnan keyin v_x tın' sol ma'nisin b) g'a qoyıp x(t) nı anıqlaymız.

Ko'pshilik jag'daylarda birinshi integrallaw ulıwma tu'rde islenedi ha'm fizikalıq shamalardın' belgili bir kombinatsiyalarının' sanlıq ma'nisinin' turaqlı bolıp qalatug'ınlıg'ı tu'rinde beriledi. Sonlıqtan da ***mexanikada matematikalıq ma'niste saqlanıw nızamları qozg'alıs ten'lemelerinin' birinshi integralına alıp kelinedi***.

A'dette turaqlı bolıp saqlanatug'ın bir qansha fizikalıq shamalar mexanikadan sırtqa shıg'ıp ketedi; olar mexanikanın' sırtında da a'hmiyetli orın iyeleydi. saqlanatug'ın fizikalıq shamalar fundamentallıq fizikalıq shamalar, al saqlanıw nızamları fizikanın' fundamentallıq nızamları bolıp esaplanadı.

İmpulstin' saqlanıw nızamı. İzolyatsiyalang'an sistema. Sırttan ku'shler ta'sir etpese materiallıq noqat yamasa materiallıq noqatlar sisteması izolyatsiyalang'an dep ataladı.

Sırttan ku'shler ta'sir etpegenlikten $\mathbf{F} = 0$, $\frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0$. Bul ten'lemeni integrallap

$$\mathbf{p} = \text{const}, \quad p_x = \text{const}, \quad p_y = \text{const}, \quad p_z = \text{const}$$

ekenligine iye bolamız. Bul ten'likler impulstin' saqlanıw nızamın an'g'artadı: ***izolyatsiyalang'an sistemanın' impulsı usı sistemanın' ishinde ju'retug'ın qa'legen protsesste o'zgermey qaladı.*** Materiallıq noqat ushın bul nızam ***sırttan ku'shler ta'sir etpegende***

materiallıq noqattın’ tuwrı sızıqlı, ten’ o’lshewli qozg’alatug’ınlıg’ın bildiredi. Relyativistlik emes jag’daylarda materiallıq noqatlar sisteması ushın bul nızam sistemanın’ massa orayının’ tuwrı sızıqlı ten’ o’lshewli qozg’alatug’ınlıg’ın an’latadı.

İmpulstin’ saqlanıw nızamı relyativistlik emes ha’m relyativistlik jag’daylar ushın da orınlanadı.

İmpuls qurawshıları ushın da saqlanıw nızamı bar.

İmpuls momentinin’ saqlanıw nızamı. İzolyatsiyalang’an sistemanı qarawdı dawam etemiz. Bunday sistema ushın sırtqı ku’shlerdin’ momenti **M** nolge ten’ ha’m momentler ten’lemesi $\frac{d\mathbf{N}}{dt} = 0$.

Bul ten’lemeni integrallasaq

$$\mathbf{L} = \text{const}, \quad L_x = \text{const}, \quad L_y = \text{const}, \quad L_z = \text{const} \tag{15.2}$$

ten’lemeler sistemasın alamız.

Bul ten’likler impuls momentinin’ saqlanıw nızamın an’latadı: ***İzolyatsiyalang’an sistema ishindegi qa’legen protsesste sistemanın’ impuls momenti o’zgerissiz qaladı***.

İmpuls momentinin’ ayırım qurawshıları ushın da saqlanıw nızamı orın aladı.

Energiyanın’ saqlanıw nızamı. Ku’shtin’ jumısı. Eger ku’shtin’ ta’sirinde tezliktin’ absolyut shaması o’zgerse ku’sh jumıs isledi dep esaplaydı. Eger tezlik artsa ku’shtin’ jumısı on’, al tezlik kemeyse ku’shtin’ jumısı teris dep qabıl etilgen.

Jumıs penen tezliktin’ o’zgeriwi arasındag’ı baylanıstı anıqlaymız. Bir o’lshemli qozg’alıstı qaraymız. Noqattın’ qozg’alıs ten’lemesi

$$m\frac{dv_x}{dt} = F_x. \tag{15.3}$$

Ten’lemenin’ eki jag’ın da v_x qa ko’beytip,

$$v\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2}\frac{d(v^2)}{dt}$$

ekenligin esapqa alıp

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m\,v_x^2}{2}\right) = F_x v_x \tag{15.4}$$

ten’ligine iye bolamız. Bul ten’liktin’ on’ jag’ının’ $v_x = \frac{dx}{dt}$ ekenligin esapqa alamız ha’m ten’liktin’ eki ta’repine de dt g’a ko’beytemiz

$$d\left(\frac{m\,v_x^2}{2}\right)=F_x dx. \tag{15.5}$$

(15.5)-ten'lemede anıq ma'nis bar. Noqat dx aralıg'ına ko'shirilgende ku'sh $F_x dx$ jumısın isleydi. Na'tiyjede qozg'alıstı ta'ripleytug'ın kinetikalıq energiya $\frac{m\,v_x^2}{2}$ ha'm sog'an sa'ykes tezliktin' absolyut ma'nisi o'zgeredi. $\frac{m\,v_x^2}{2}$ shaması joqarıda ga'p etilgendey ***denenin' kinetikalıq energiyası*** dep atalatug'ınlıg'ın eske tu'siremiz. Dene x_1 noqatınan x_2 noqatına ko'shedi, na'tiyjede onın' tezligi v_{x1} shamasınan v_{x2} shamasına shekem o'zgeredi.

Joqarıda alıng'an ten'lemeni integrallaw arqalı

$$\int_{v_x=v_{x1}}^{v_x=v_{x2}} d\left(\frac{m\,v_x^2}{2}\right)=\int_{x_1}^{x_2} F_x dx \tag{15.6}$$

ten'lemesin alamız.

$$\int_{v_x=v_{x1}}^{v_x=v_{x2}} d\left(\frac{m\,v_x^2}{2}\right)=\frac{m\,v_{x2}^2}{2}-\frac{m\,v_{x1}^2}{2} \tag{15.7}$$

ekenligin esapqa alıp

$$\frac{m\,v_{x2}^2}{2}-\frac{m\,v_{x1}^2}{2}=\int_{x_1}^{x_2} F_x dx \tag{15.8}$$

an'latpasına iye bolamız. Demek materiallıq noqat bir awhaldan ekinshi awhalg'a o'tkende kinetikalıq energiyasının' o'simi ku'shtin' islegen jumısına ten'.

Ku'sh bar waqıtta kinetikalıq energiyanın' ma'nisi o'zgeredi. Kinetikalıq energiya $F_x = 0$ bolg'anda saqlanadı. Haqıyqatında da joqarıda keltirilgen keyingi ten'lemeden

$$\frac{m\,x_{x2}^2}{2}=\frac{m\,x_{x1}^2}{2}=\text{const}. \tag{15.9}$$

Bul kinetikalıq energiyanın' saqlanıw nızamının' matematikalıq an'latpası bolıp tabıladı.

Eger materiallıq noqattın' qozg'alıw bag'ıtı menen ku'sh o'z-ara parallel bolmasa islengen jumıs

$$dA = F\cdot dl\cdot\cos\alpha. \tag{15.10}$$

α arqalı **F** penen d**l** vektorları arasındag'ı mu'yesh belgilengen. İslengen tolıq jumıs

$$A=\lim_{\Delta l_i\to 0}\sum_i(\mathbf{F}_i,d\mathbf{l}_i)=\int_{(x_1)}^{(x_2)}(\mathbf{F},d\mathbf{l}). \tag{15.11}$$

Ulıwmalıq jag'daydı qarag'anımızda $m\frac{dv_x}{dt} = F_x$ ten'lemesinin' ornına

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} \tag{15.12}$$

ten'lemesinen paydalanıwımız kerek. Bunday jag'dayda

$$d\left(\frac{m\,v_0^2}{2}\right) = (\mathbf{F}, d\mathbf{r}) \tag{15.13}$$

dep jaza alamız.

Tezlik ku'shtin' ta'sirinde v_1 den v_2 shamasına shekem o'zgeretug'ın bolsa

$$\frac{m\,v_2^2}{2} - \frac{m\,v_1^2}{2} = \int_{(1)}^{(2)} (\mathbf{F}\ d\mathbf{l}) \tag{15.14}$$

formulasın alamız.

Bul ten'leme energiyanın' saqlanıw nızamın an'latadı.

Potentsial ku'shler. İslegen jumısı tek g'ana traektoriyanın' baslang'ısh ha'm aqırg'ı noqatlarına baylanıslı bolg'an ku'shler potentsial ku'shler dep ataladı. Bunday ku'shlerge, mısalı, tartılıs ku'shleri kiredi. «Potentsial maydan» ha'm «potentsial ku'shler» tu'sinikleri bir ma'niste qollanıladı.

Matematikalıq jaqtan maydan $\int_{(1)}^{(2)} (\mathbf{F}, d\mathbf{l})$ integralı tek g'ana 1- ha'm 2 noqatlarg'a baylanıslı bolg'an maydang'a aytıladı.

Ulıwma jag'dayda potentsial maydan ushın

$$\oint (\mathbf{F}, d\mathbf{l}) = 0.$$

sha'rti orınlanadı.

Usı ten'lemeden kelip shıg'atug'ın tastıyıqlaw to'mendegidey anıqlama tu'rinde beriliwi mu'mkin: ***qa'legen tuyıq kontur boyınsha maydan ku'shi jumısı nolge ten' bolatug'ın maydan potentsial maydan dep ataladı***. Maydannın' potentsiallıg'ı kriteriyi bılayınsha beriledi:

2) ***maydannın' potentsiallıq bolıwı ushın tuyıq kontur boyınsha usı maydan ku'shinin' jumısının' nolge ten' bolıwı za'ru'r ha'm jetkilikli***.

Potentsial maydanda islengen jumıs

$$\grave{0}_{(1)}^{(2)} (F, dl) = -(U_2 - U_1).$$

yamasa

$$\frac{m v_2^2}{2}-\frac{m v_1^2}{2}=-(U_2-U_1).$$

Bul ten'lemeni bılayınsha qaytadan ko'shirip jazıw mu'mkin:

$$\frac{m v_2^2}{2}+U_2=\frac{m v_1^2}{2}+U_1.$$

Demek ulıwma jag'day ushın

$$\frac{m v^2}{2}+U=\text{const}$$

ekenligi kelip shıg'adı. Bul ten'lik energiyanın' saqlanıw nızamı dep ataladı. U potentsial energiya bolıp tabıladı. Sonın' menen birge bul ten'leme energiyanın' bir tu'rden ekinshi tu'rge o'tiw nızamın da beredi.

16-§. Relyativistlik bo'leksheler dinamikası

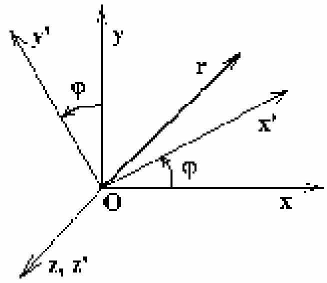
Minkovskiydin' to'rt o'lshemli ken'isligi. To'rt o'lshemli vektorlar. Energiya-impulstin' to'rt o'lshemli vektorı. Relyativistlik bo'lekshenin' qozg'alıs ten'lemesi.

Minkovskiydin' to'rt o'lshemli ken'isligi. Klassikalıq u'sh o'lshemli ken'isliktin' koordinataları usı koordinatalardın' o'zleri arqalı tu'rlenedi. Mısalı Dekart ko'sherlerin xy tegisliginde φ mu'yeshine burg'anda [(16.1) su'wret] koordinatalardı tu'rlendiriw nızamı

$$\begin{aligned} x &= x'\cos\varphi - y'\sin\varphi, \\ y &= x'\sin\varphi + y'\cos\varphi, \\ z &= z'. \end{aligned} \qquad (16.1)$$

tu'rine iye boladı.

(16.1) formulalarg'a waqıt kirmeydi ha'm $t = t'$ sıyaqlı bolıp tu'rlenedi. Al (13.23) – (13.24) Lorents tu'rlendiriwleri bolsa (16.1) tu'rlendiriwlerine uqsas, biraq bul tu'rlendiriwler ken'isliktin' koordinataları menen waqıt momentinin' koordinatasın baylanıstıradı.

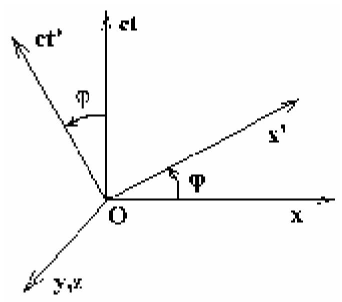


16-1 su'wret. Dekart ko'sherlerin xy tegisliginde φ mu'yeshine burıwdag'ı koordinatalardı tu'rlendiriw.

Anri Puankare (1854-1912) ha’m sa’l keyinirek German Minkovskiy (1864-1909) mınanı ko’rsetti:

Lorents tu’rlendiriwlerin to’rt o’lshemli ken’isliktegi koordinata ko’sherlerinin’ burılıwları tu’rinde qabıl etiw kerek. Bul tu’rlendiriwlerde u’sh x, y, z ken’isliklik koordinatalarg’a waqıtlıq ct koordinatası qosıladı (barlıq koordinatalardın’ o’lshemleri birdey).

Bunlay ken’islik ***to’rt o’lshemli ken’islik-waqıt*** yamasa ***Minkovskiydin’ 4 o’lshemli ken’isligi*** dep ataladı.



16-2 su’wret. Lorents tu’rlendiriwleri to’rt o’lshemli ken’isliktegi koordinatalar ko’sherlerin burıw bolıp tabıladı.

Haqıyqatında da

$$\mathrm{ch}\,\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}, \quad \mathrm{sh}\,\varphi = \frac{v_0/c}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}$$

dep belgilesek ha’m $\mathrm{ch}^2\,\varphi + \mathrm{sh}^2\,\varphi = 1$ ekenligin esapqa alsaq, onda (13.23) – (13.24) Lorents tu’rlendiriwlerin

$$\begin{aligned} ct &= ct'\,\mathrm{ch}\varphi + x'\,\mathrm{sh}\varphi, \\ x &= ct'\,\mathrm{sh}\varphi + x'\,\mathrm{ch}\varphi, \\ y &= y', \quad z = z'. \end{aligned} \tag{16.2}$$

dep jaza alamız. (16.2) formulaları (16.1) formulalarına ju’da’ uqsas ha’m $c\,t$ tegisliginde x ko’sherin bazı bir φ mu’yeshine burıw sıpatında qarawg’a boladı. Bul jerdegi ko’zge taslanatug’ın ayırma sonnan ibirat, (16.1) degi trigonometriyalıq funktsiyalar (16.2) de giperbolalıq funktsiyalar menen almastırılg’an. Bul jag’day

4 o’lshemgi Minkovskiy ken’isliginin’ qa’siyetlerinin’ 3 o’lshemli Evklid ken’isliginin’ qa’siyetlerinen o’zgeshe ekenligin bildiredi.

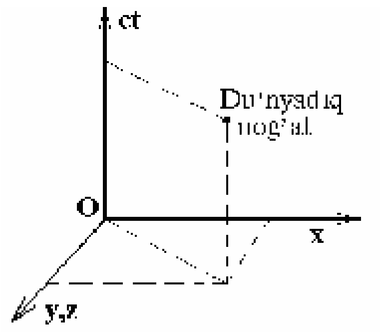
Bunday o’zgesheliktin’ ma’nisin tu’siniw ushın koordinata ko’sherlerin burg’anda qa’legen vektordın’ qurawshılarının’ o’zgeretug’ınlıgın, al bir skalyar shama bolg’an usı vektordın’ uzınlıg’ının’ o’zgermey qalatug’ınlıg’ın eske tu’siremiz. Usıg’an sa’ykes (16.1) tu’rlendiriwlerinin’ ja’rdeminde Dekart ko’sherlerin burg’anda radius-vektordın’ uzınlıg’ı $|r| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}$ shamasının’ o’zgermey qalatug’ınlıg’ına iseniwge boladı.

Biraq Lorents tu’rlendiriwleri bul shamanı o’zgertedi (joqarıda ga’p etilgenindey basqa inertsial esaplaw sistemasında uzınlıqtın’ relyativistlik qısqarıwı orın aladı). Sonlıqtan a’dettegi 3 o’lshemli vektorlar (tezlik, tezleniw, ku’sh, impuls, impuls momenti ha’m basqalar) Minkovskiy ken’isliginin’ vektorları bola almaydı.

Biz intervaldı eske tu’siremiz ha’m mına formulanı jazamız:

$$s^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2. \qquad (16.3)$$

Bul shama Minkovskiy ken’isligindegi 4 o’lshemli radius-vektordın’ kvadratı bolıp tabıladı. Bul vektordın’ proektsiyaları bolg’an ct, x, y, z shamaları bazı bir waqıyanın’ ken’isliklik koordinataları menen sol waqıyaga bolıp o’tken waqıt momentinin’ koordinatası bolıp tabıladı. Demek Minkovskiy ken’isliginde ha’r bir waqıya ***du’nyalıq noqat*** ja’rdeminde belgilenedi. Bul jag’day 16-3 su’wrette keltirilgen.



16-3 su’wret.

Du’nyalıq noqat.

Endi qa’legen shekli o’lshemli ken’isliktegi vektordın’ kvadratının’ qalayınsha jazılatug’ınlıg’ın eske tu’sirip o’temiz. Bunın’ ushın ***ken’isliktin’ mektrikası*** dep atalatug’ın bazı bir simmetriyalı $\|g\|$ matritsası qollanılıp, bul shama sol ken’isliktin’ barlıq geometriyalıq qa’siyetlerin anıqlaydı. Onı bılayınsha jazamız:

$$s^2 = (ct, x, y, z)\begin{pmatrix} g_{ct\,ct} & g_{ct\,x} & g_{ct\,y} & g_{ct\,cz} \\ g_{x\,ct} & g_{x\,x} & g_{x\,y} & g_{x\,z} \\ g_{y\,ct} & g_{y\,x} & g_{y\,y} & g_{y\,z} \\ g_{z\,ct} & g_{y\,x} & g_{y\,y} & g_{y\,z} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \qquad (16.4)$$

$\|g\|$ matritsasın koordinatalar ko’sherlerin sa’ykes tu’rde saylap alıw arqalı diagonallastırıw mu’mkin. δ_{ik} arqalı Kroneker simvolın belgileyik. Eger diagonallastırıwdan keyin ol matritsa $g_{ik} = \delta_{ik}$ tu’rine ense, onda ***ken’islikti tegis yamasa Evklid ken’isligi dep ataymız***. Nyutonnın’ u’sh o’lshemli ken’isligi tegis yamasa Evklid ken’islik bolıp tabıladı[7].

A’lbette Evklid ken’isligi ushın

$$\|g\| = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

---

[7] Biz keyinirek tegis ken’islikte gravitatsiya maydanının’ bolmaytug’ınlıg’ına ko’z jetkeremiz.

Bul matritsa menen qurawshıları ct, x, y, z bolg’an vektorg’a ta’sir etken menen hesh qanday o’zgeris bolmaydı. Haqıyqatında da

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Eger diagonallastırıwdan keyin diagonalda jaylasqan matritsanın’ qurawshıları ha’r qıylı ma’niske iye bolatug’ın bolsa, onda sa’ykes ken’islik ***mayısqan ken’islik*** bolıp tabıladı. (16.3) ha’m (16.4) an’latpaların salıstırıp ko’riwden

$$\|g\| = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad (16.5)$$

ekenligine ko’z jetkeremiz. Usınday metrikag’a iye ken’islik (Minkovskiy ken’isliginin’ usınday metrikag’a iye kenligin umıtpaymız) ***psevdoevklid ken’islik*** dep ataladı. Demek Minkovskiy ken’isligi (ken’islik-waqıtı) psevdoevklid ken’islik bolıp tabıladı.

Eger (16.5) ti qurawshıları ct, x, y, z bolg’an vektorg’a ko’beytsek qurawshıları ct, -x, -y, -z bolg’an vektor alamız.

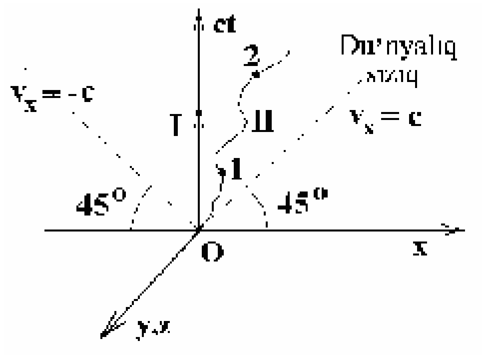
Solay etip arnawlı salıstırmalıq teoriyasında o’z hesh na’rseden g’a’rezsiz bolg’an waqıt ha’m onın’ menen baylanısqa iye emes u’sh o’lshemli ken’islik haqqında ga’p etiwge bolmaydı, al waqıt penen kenisliklik koordinatalar metrikası (16.5) bolg’an birden bir to’rt o’lshemli Minkovskiy ken’islik-waqıtın payda etedi.

Bo’lekshenin’ qozg’alıw protsessin waqıyalardın’ izbe-izligi (du’nyalıq noqatlardın’ izbe-izligi) sıpatında su’wretlep Minkovskiy ken’isligindegi qozg’alıs traektoriyasın alamız[8]. Bul 16-4 su’wrette sa’wlelendirilgen. Bul traektoriya ***du’nyalıq sızıq*** dep ataladı ha’m bo’lekshenin’ qa’legen waqıt momentindegi ken’isliklik koordinataların ko’rsetedi. Usınday ko’z-qarasta du’nyalıq sızıq bo’lekshe bar bolg’an da’wirdegi barlıq tariyxtı sa’wlelendiredi. 16-4 su’wrettegi İ sızıq tınıshlıqta turg’an bo’lekshenin’ du’nyalıq sızıg’ın sa’wlelendiredi[9]. Al İİ sızıqqa baslang’ısh momentte koordinata basında jaylasqan qozg’alıwshı bo’lekshenin’ du’nyalıq sızıg’ı sa’ykes keledi.

---

[8] «Minkovskiy ken’isligi» tu’sinigi «Minkovskiy ken’islik-waqıtı» tu’sinigi menen bir ma’niste qollanıladı.

[9] Demek tınıshlıqta turg’an bo’lekshege to’rt o’lshemli Minkovskiy ken’isliginde ct ko’sherine parallel tuwrı sızıq sa’ykes keledi eken.



16-4 su'wret.

Du'nyalıq sızıq bo'lekshenin' tuwılg'anınan bergi da'wirindegi barlıq tariyxtı sa'wlelendiredi

$\Delta x / \Delta t = v_x < c$ ekenligin na'zerde tutsaq, onda du'nyalıq sızıqtıqtın' Ox, Oy, Oz ko'sherlerine qıyalıg'ının' tangensi 1 den u'lken bolmaytug'ınlıg'ın ko'riwimiz kerek. Eger qıyalıq mu'yeshinin' tangensi 1 den u'lken bolg'anda bo'lekshe jaqtılıqtın' tezliginen u'lken tezlikler menen qozg'alg'an bolar edi.

To'rt o'lshemli vektorlar. Minkovskiy ken'isligindegi qa'legen vektor 4 qurawshıg'a iye boladı. Olardı biz $A_\mu(A_{ct}, A_x, A_y, A_z)$ ha'ripleri ja'rdeminde belgileymiz. Bunday vektorlar ***to'rt o'lshemli vektorlar*** yamasa ***4 vektorlar*** dep ataladı.

Qozg'almaytug'ın K inertsial esaplaw sistemasınan og'an salıstırg'anda Ox ko'sheri boyı menen $\mathbf{v}_0$ tezligi menen qozg'alıwshı K' sistemasına o'tkende A_μ to'rt o'lshemli vektorının' qurawshıları bılayınsha tu'rlendiriledi:

Tuwrı tu'rlendiriwler:

$$A_x = \frac{A'_x + \frac{v_0}{c} A'_{ct}}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}},$$
$$A_y = A'_y, \quad A_z = A'_z, \tag{16.6}$$
$$A_{ct} = \frac{A'_{ct} + \frac{v_0}{c} A'_x}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}.$$

Keri tu'rlendiriwler:

$$A'_x = \frac{A_x - \frac{v_0}{c} A_{ct}}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}},$$
$$A'_y = A_y, \quad A'_z = A_z, \tag{16.7}$$
$$A'_{ct} = \frac{A_{ct} - \frac{v_0}{c} A_x}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}.$$

Bul tu'rlendiriwler Lorents tu'rlendiriwlerine tolıg'ı menen sa'ykes keledi.

Minkovskiy ken'isliginin' ko'sherlerin burg'anımızda 4 vektorlardın' proektsiyaları o'zgeredi. Bunday burıwlar basqa inertsial esaplaw sistemasına o'tiwge ekvivalent. Biraq 4 vektorlardın' kvadratları o'zgermey kaladı, yag'nıy olar ***relyativistlik invariantlar*** bolıp tabıladı. Bunday invariantqa mısal retinde intervaldın' kvadratın ko'rsetiwge boladı.

4 vektordın' kvadratı (16.4) kag'ıydası tiykarında anıqlanadı. Onı ıqshamlı tu'rde bılayınsha jaza alamız:

$$A^2 = \sum_{\mu,\nu} A_\mu g_{\mu\nu} A_\nu \,.$$

Bunnan keyin summa belgisin jazbaymız ha'm A.Eynshteyn ta'repinen usınılg'an mınaday summalaw qag'ıydasınan paydalanamız***: eger bir formulada birdey eki indeks ushırasatugın bolsa, onda bul indeksler boyınsha summalaw ju'rgiziledi***.

Minkovskiy ken'isliginin' metrikası bolg'an (16.5) ti qoyıw arqalı relyativistlik invariant bolg'an barlıq inertsial esaplaw sistemalarında birdey ma'niske iye mınaday skalyar alınadı:

$$A^2 = A_{ct}^2 + A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A'^2_{ct} + A'^2_x + A'^2_y + A'^2_z \,. \tag{16.8}$$

Tap (16.8) sıyaqlı eki 4 vektordın' skalyar ko'beymesi anıqlanadı:

$$A \cdot B = A_\mu g_{\mu\nu} B_\nu = A_{ct} B_{ct} - A_x B_x - A_y B_y - A_z B_z \,. \tag{16.9}$$

Solay etip klassikalıq fizikanın' 3 o'lshemli vektorları 4 vektorlar bolıp tabılmaydı eken ha'm olar ha'tte 4 vektorlardın' ken'isliklik qurawshıları da bola almaydı.

Energiya-impulstin' to'rt o'lshemli vektorı. Nyuton mexanikasının' ten'lemeleri ha'm tiykarg'ı shamaları jaqtılıqtın' tezligine shamalas u'lken tezliklerde u'lken o'zgerislerge ushıraydı. Mısalı biz impuls ushın bergen anıqlama (massa menen tezliktin' ko'beymesi ha'm impuls vektorı menen tezlik vektorının' o'z-ara parallelligi) $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ u'lken tezliklerde orınlanbaydı. Haqıyqatında da jabıq sistemadag'ı tezlikler $\mathbf{v}_i$ lerdin' o'zgeriwi mu'mkin, biraq bunday sistemanın' tolıq impulsi $\mathbf{p} = \sum m_i \mathbf{v}_i$ o'zgermey qaladı. (14.22) tezliklerdi tu'rlendiriw formulaları ja'rdeminde tezliklerdi tu'rlendiriwde basqa inertsial sistemalarda klassikalıq impuls $\mathbf{p}' = \sum m_i \mathbf{v}_i'$ tın' turaqlı bolıp qalmay, basqa ma'niske iye bolatug'ınlıg'ı kelip shıg'adı. Bul jag'day barlıq inertsial esaplaw sistemalarının' ekvivalentliligi postulatına qayshı keledi.

Sonın' menen birge (16.6) yamasa (16.7) ge sa'ykes u'sh qurawshıg'a iye (u'sh o'lshemli) klassikalıq impuls $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ Minkovskiy ken'isliginin' kanday da bir vektorının' qurawshıları da bola almaydı.

Relyativistlik bo'lekshe dep tezligi jaqtılıqtın' tezligi c g'a salıstırg'anda ko'p shamag'a kishi emes bolg'an bo'lekshege aytamız. Solay etip relyativistlik bo'lekshe jag'dayında $v^2/c^2 \to 0$ dep esaplawg'a bolmaydı. Qa'legen relyativistlik bo'lekshe ushın impulstin' 4 vektorın an'sat anıqlawg'a boladı. Bunın' ushın tezliktin' 4 vektorı bolg'an u_μ dı turaqlı ko'beytiwshige ko'beytemiz:

$$p_\mu = m\,c\,u_\mu \,. \tag{16.10}$$

Bul an’latpada m arqalı bo’lekshenin’ massası belgilengen. (16.10) dag’ı jaqtılıqtın’ tezligi c durıs o’lshem alıw ushın jazılg’an. (14.22) formuladag’ı 4 tezliktin’ ken’isliklik qurawshıların qoyg’annan keyin

$$\mathbf{p} = \mathbf{i}p_x + \mathbf{j}p_y + \mathbf{k}p_z = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{16.11}$$

ekenligine iye bolamız $\left[\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\left(\mathbf{i}v_x + \mathbf{j}v_y + \mathbf{k}v_k\right)\right]$. Bul relyativistlik bo’lekshenin’ ken’isliklik koordinatalarda jazılg’an impuls vektorı bolıp tabıladı. Waqıtlıq koordinatag’a baylanıslılıqtı keyinirek ko’remiz. (16.11) den $v^2/c^2 \to 0$ sheginde impulstin’ klassikalıq impuls $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ g’a o’tetug’ınlıg’ı ko’rinip tur.

İmpulsten waqıt boyınsha alıng’an tuwındı bo’lekshege tasir etetug’ın ku’sh bolıp tabıladı. Meyli bo’lekshenin’ tezligi tek bag’ıtı boyınsha o’zgeretug’ın bolsın, yag’nıy bo’lekshege ta’sir etetug’ın ku’sh onın’ tezligine perpendikulyar bolsın. Onda

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\frac{d\mathbf{v}}{dt}.$$

Eger tezlik tek shaması boyınsha o’zgeretug’ın bolsa, onda

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{m}{\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}}\frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

an’latpasın alamız. Biz bul jerde qarap o’tilgen eki jag’dayda ku’sh $\frac{d\mathbf{p}}{dt}$ nın’ tezleniw $\frac{d\mathbf{v}}{dt}$ g’a qatnasının’ ha’r qıylı bolatug’ınlıg’ın ko’remiz.

Endi waqıtlıq qurawshı p_{ct} nın’ ma’nisin anıqlaw qaldı. Bunın’ ushın klassikalıq mexanikadag’ı kinetikalıq energiyanın’ $E_{kin} = \frac{mv^2}{2}$ ha’m bo’lekshege ta’sir etetug’ın ku’shlerdin’ barlıg’ının’ usı bo’lekshenin’ kinetikalıq energiyasın o’zgertiw ushın jumsalatug’ınlıg’ın eske alamız, yag’nıy

$$dE_{kin} = dA$$

yamasa

$$\left(E_{kin}\right)_2 - \left(E_{kin}\right)_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \int_1^2 \sum F\, d\mathbf{r}.$$

Sonın’ menen birge qozg’alıs ten’lemesi bolg’an $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$ an’latpasın paydalanamız. Na’tiyjede relyativistlik emes bo’lekshe ushın

$$dE_{kin} = \mathbf{F}\, d\mathbf{r} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}\mathbf{v}\, dt = \mathbf{v}\, d\mathbf{p}$$

an’latpasına iye bolamız (a’lbette $d\mathbf{r} = \mathbf{v}\, dt$). Relyativistlik bo’lekshenin’ kinetikalıq energiyasının’ o’zgerisi ushın da bul an’latpanı paydalanıwg’a boladı. (16.11) an’latpasınan $d\mathbf{p}$ differentsialın esaplasaq

$$dp = \frac{m\, dv}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + \frac{mv^2\, dv}{c^2\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}}$$

ge iye bolamız. $2\mathbf{v}\, d\mathbf{v} = d\left(v^2\right)$ ekenligin esapqa alamız. Bunnan keyin

$$dE_{kin} = \mathbf{v}\, d\mathbf{p} = \frac{m\, \mathbf{v}\, d\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + \frac{mv^2\, d\left(v^2\right)}{2\, c^2\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}} = \frac{m\, d\left(v^2\right)}{2\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}} = d\left(\frac{m\, c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right).$$

an’latpasına iye bolamız. Tınıshlıqtag’ı bo’lekshe kinetikalıq energiyag’a iye emes ha’m sonlıqtan

$$E_{kin} = \int_0^v d\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) \tag{16.12}$$

$$\text{yamasa}\ E_{kin} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2.$$

Bul relyativistlik bo’lekshenin’ kinetikalıq energiyası bolıp tabıladı.

(16.12) den massası nolge ten’ emes hesh bir bo’lekshenin’ jaqtılıqtın’ tezliginen u’lken tezlik penen qozg’ala almaytug’ınlıg’ı birden kelip shıg’adı. Bunday bo’leksheni jaqtılıqtın’ tezligine ten’dey tezlikke shekem tezletiw ushın sheksiz u’lken jumıs islew kerek. Sonın’ menen birge massag’a iye emes (mısalı fotonlar), al qanday da shekli energiyag’a iye bo’leksheler tek jaqtılıqtın’ tezligi c g’a iye tezlik penen qozg’alıw menen g’ana jasay aladı.

Kishi tezliklerde $\left(v << c\right)$

$$\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

ha’m

$$E_{kin} = mc^2\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - 1\right) = \frac{mv^2}{2},$$

yag’nıy (16.12) formulası bo’lekshenin’ kinetikalıq energiyası ushın jazılg’an klassikalıq an’latpag’a o’tedi.

Kinetikalıq energiya qozg’alıwshı ha’m qozg’almay turg’an bo’lekshenin’ energiyalarının’ ayırmasına ten’. Usınday energiya erkin bo’lekshenin’ tolıq energiyası dep ataladı ha’m

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{16.13}$$

formulası menen anıqlanadı. Bunnan tınıshlıqta turg'an massası nolge ten' emes qa'legen bo'lekshenin' $(v = 0)$ energiyag'a iye bolatug'ınlıg'ı kelip shıg'adı. Bunday energiyanı A.Eynshteyn ***tınıshlıqtag'ı energiya*** dep atadı:

$$E_t = mc^2. \tag{16.14}$$

Biz keyinirek tınıshlıqtag'ı energiyanın' haqıyqatında da bar ekenligin ha'm onın' energiyanın' basqa tu'rlerine o'te alatug'ınlıg'ın ko'remiz.

Erkin bo'lekshenin' tolıq energiyası tınıshlıqtag'ı energiya menen kinetikalıq energiyanın' qosındısınan turadı:

$$E = mc^2 + E_{kin}.$$

(16.10) nın' «waqıtlıq» qurawshısı tolıq energiya menen bılayınsha baylanısqan:

$$p_{ct} = m\,c\,u_{ct} = \frac{mc}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{E}{c}.$$

Basqa so'z benen aytqanda relyativistlik bo'lekshenin' dinamikalıq xarakteristikaların bo'lekshenin' energiyası menen impulsın baylanıstıratug'ın to'rt o'lshemli p_μ vektorın anıqlap, onı bılayınsha jazamız:

$$p_\mu = \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z\right). \tag{16.15}$$

Bul vektordı energiya-impulstin' 4 vektorı dep ataymız.

4 vektordı tu'rlendiriw qag'ıydasınan [(16.7) formulanı qaran'ız] bir inertsial esaplaw sistemasınan ekinshisine o'tkende bo'lekshenin' tolıq energiyası menen impulsin tu'rlendiriw formulaları kelip shıg'adı:

$$E' = \frac{E - v_0 p_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad p'_x = \frac{p_x - E v_0/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad p'_y = p_y, \quad p'_z = p_z,$$

yag'nıy energiya menen impuls bir biri menen baylanısqan ha'm biri arqalı ekinshisi tu'rlenedi eken. Bul vektordın' kvadratı invariant bolıp tabıladı ha'm tu'rlendiriwde ol o'zgermey kaladı:

$$\frac{E^2}{c^2} - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2 = \frac{E'^2}{c^2} - p'^2_x - p'^2_y - p'^2_z = inv.$$

(16.11) ha'm (16.13) formulaların tikkeley qoyıw arqalı

$$\frac{1}{c^2}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)^2-\left(\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)^2=m^2c^2$$

ekenligine iye bolamız. Bunnan

$$E^2-p^2\,c^2=m^2\,c^4.$$

Bul relyativistlik bo'lekshenin' energiyası menen impulsi arasındag'ı baylanıs formulası bolıp tabıladı.

Sol (16.11) ha'm (16.13) formulalarınan erkin relyativistlik bo'lekshenin' tolıq energiyası menen impulsının'

$$\mathbf{p}=\frac{E\mathbf{v}}{c^2} \qquad (16.16)$$

formulası menen baylanısqa iye ekenligin an'law qıyın emes. Al massag'a iye emes bo'leksheler ushın (mısalı fotonlar ushın)

$$E_{foton}=p_{foton}c$$

tu'rine iye boladı.

Relyativistlik bo'lekshenin' qozg'alıs ten'lemesi. Nyuton mexanikasındag'ı denenin' qozg'alıs ten'lemesinin' mına tu'rge iye bolatug'ınlıg'ın eske tu'siremiz:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt}=\mathbf{F}=\sum_i\mathbf{F}_i \qquad (16.17)$$

Bul formulada $\mathbf{F}$ arqalı denege ta'sir etetug'ın ku'shlerdin' vektorlıq qosındısı belgilengen. Bul an'latpag'a sa'ykes qozg'alıstın' relyativistlik nızamın bılayınsha jazamız:

$$\frac{dp_\mu}{ds}=\Im_\mu$$

yamasa (16.18)

$$mc\frac{du_\mu}{ds}=mcw_\mu=\Im_\mu\,.$$

Bul Nyuton ta'repinen usınılg'an (16.17) ten'lemeni almastıratug'ın ***Minkovskiy ten'lemesi*** bolıp tabıladı.

Ku'shtin' 4 vektorı $\Im_\mu$ Minkovskiy ku'shi dep ataladı ha'm a'dettegi ku'shke sa'ykes kelmeydi. Onın' qurawshıların anıqlaw ushın (16.5) energiya-impuls 4 vektorın ha'm interval ushın jazılg'an $ds=c\,d\tau=c\sqrt{1-v^2/c^2}\,dt$ an'latpasın paydalanamız. Nyuton nızamı bolg'an

$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}$ formulasın ja’ne (16.18) degi $\frac{dp_\mu}{ds} = \Im_\mu$ ti esapqa alamız. Sonlıqtan biz dp_μ di tek ds ke bo’liw ha’m onı ku’shtin’ sa’ykes kurawshısı arqalı belgilew g’ana qaladı ha’m

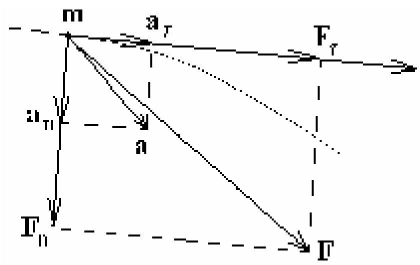
$$\frac{dp_x}{ds} = \Im_x = \frac{1}{c\sqrt{1-v^2/c^2}}\frac{dp_x}{dt} = \frac{F_x}{c\sqrt{1-v^2/c^2}},$$
$$\frac{dp_y}{ds} = \Im_y = \frac{F_y}{c\sqrt{1-v^2/c^2}}, \qquad \frac{dp_z}{ds} = \Im_z = \frac{F_x}{c\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{16.19}$$

an’latpalarına iye bolamız.

Minkovskiy ten’lemesinin’ ken’isliklik qurawshıları belgili qozg’alıs ten’lemesine sa’ykes keledi:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) \tag{16.20}$$

$v^2/c^2 \to 0$ de bul ten’leme (16.7) klassikalıq qozg’alıs ten’lemesine sa’ykes keledi. Biraq relyativistlik bo’lekshe ushın bul ten’leme qızıqlı o’zgesheliklerge alıp keledi.



16-5 su’wret.

Tezleniwlerdin’ ha’m ku’shlerdin’ proektsiyaların tabıwg’a arnalg’an sxema.

Mına tuwındını esaplaw arqalı bo’lekshenin’ traektoriyasına tu’sirilgen urınbanın’ proektsiyasında [(16.5) su’wret]:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = \frac{m}{\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}}\frac{dv}{dt} = \frac{m}{\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}}a_\tau = F_\tau .$$

ekenligin tabamız. Ekinshi ta’repten traektoriyag’a normal bag’ıtlang’an ku’shtin’ qurawshısı jumıs islemeydi ha’m sonın’ saldarınan bo’lekshenin’ tezliginin’ shamasın o’zgertpeydi ha’m $v^2 = const$ bolıp qaladı. Sonlıqtan

$$\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}a_n = F_n .$$

Bunnan mınaday juwmaq shıg’aramız: Relyativistlik bo’lekshenin’ tezleniwinin’ bag’ıtı bo’lekshege ta’sir etetug’ın ku’shtin’ bag’ıtı menen sa’ykes kelmeydi [(16.5) su’wret)]. Ku’shtin’ shamasının’ tezleniwdin’ shamasına qatnası bo’lekshenin’ inertliligin anıqlaytug’ın bolg’anlıqtan ***relyativistlik bo’lekshenin’ inertliligi traektoryag’a urınba bag’ıttag’ı ku’sh ta’sir etkende u’lken, al traektoriyag’a perpendikulyar bag’ıttag’ı ku’sh ta’sir etkende ekishi ma’niske iye boladı***.

Endi ku'shtin' «waqıtlıq» qurawshısı $\Im_{ct}$ nı anıqlaymız. (16.18) ten'lemege sa'ykes ku'shtin' 4 vektorı tezleniwdin' 4 vektorı bolg'an ω_μ ge proportsional. Sonlıqtan tezleniwdin' 4 vektorının' tezliktin' 4 vektorına skalyar ko'beymesi nolge ten' boladı $[(\Im \cdot u) = 0]$. Talqılawlardın' tu'sinikli bolıwı ushın biz tezlik 4 vektorı u_μ din' qurawshıların to'mendegishe jazılatug'ınlıg'ın eske tu'siremiz:

$$u_{ct} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad u_x = \frac{dx/dt}{c \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{v_x}{c \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

$$u_y = \frac{v_y}{c \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad u_z = \frac{v_z}{c \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Endi usı formulalardı paydalanıp, (16.9) ha'm (16.19) dan mınanı alamız:

$$\Im_{ct} = \frac{\Im_x u_x + \Im_y u_y + \Im_z u_z}{u_{ct}} = \frac{\mathbf{F}\,\mathbf{v}}{c^2\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Al a'dettegi skalyar ko'beyme $\mathbf{F}\,\mathbf{v}$ ku'shtin' quwatlılıg'ı bolg'anlıqtan Minkovskiy ten'lemesinin' «waqıtlıq» qurawshısı (16.18) bo'lekshenin' biz tapqan tolıq energiyasının' o'zgerisi menen baylanıslı bolıp shıg'adı:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}.$$

17-§. İnertsial emes esaplaw sistemaları

İnertsial emes esaplaw sistemalarının' anıqlaması. İnertsial emes esaplaw sistemalarındag'ı ken'islik penen waqıt. İnertsiya ku'shleri. Tuwrı sızıqlı qozg'alıwshı inertsial emes esaplaw sisteması. Arba u'stindegi mayatnik. Lyubimov mayatnigi. Salmaqsızlıq.

İnertsial emes esaplaw sistemalarının' anıqlaması. ***Esaplawdın' inertsial emes sisteması dep inertsial esaplaw sistemasına salıstırg'anda tezleniwshi qozg'alatug'ın esaplaw sistemasına*** **aytamız**. Esaplaw sisteması absolyut qattı dep qabıl etilgen dene menen baylanıstırıladı. Qattı denenin' tezleniwshi qozg'alısı ilgerilemeli ha'm aylanbalı qozg'alıslardı o'z ishine qamtıydı. Sonlıqtan en' a'piwayı inertsial emes esaplaw sistemaları bolıp tuwrı sızıqlı tezleniwshi ha'm aylanbalı qozg'alıs jasaytug'ın sistemalar bolıp tabıladı.

İnertsial emes esaplaw sistemalarındag'ı ken'islik penen waqıt. İnertsial esaplaw sistemasında ha'mme baqlawshı ushın ulıwmalıq bolg'an waqıt tu'sinigi joq. Sonlıqtan da bir noqatta baslanıp ekinshi noqatta tamam bolatug'ın waqıyalardın' qansha waqıt dawam etkenligin aytıw anıq emes. Ha'r qanday noqatlardag'ı ornatılg'an saatlardın' ju'riw tezligi ha'r qıylı bolg'anlıqtan usınday protsesslerdin' o'tiw waqtının' uzınlıg'ı da ma'niske iye bolmay shıg'adı. Sonın' menen birge denelerdin' uzınlıqların o'lshew mashqalası da quramalasadı. Mısalı eger ha'r qıylı noqatlardag'ı bir waqıtlıq ma'selesi ele tolıq sheshilmegen bolsa, onda qozg'alıwshı denenin' uzınlıg'ın anıqlaw ogada qıyın boladı.

Eger menshikli waqıttın’ intervalının’ tezleniwdin’ ma’nisinen g’a’rezsiz ekenligin basshılıqqa alatug’ın bolsaq bul qıyınshılıqtı belgili bir da’rejede aylanıp o’tiwge boladı. Biraq bul haqqında biz bul jerde ga’p etpeymiz. Sebebi biz kishi tezliklerdi qaraw menen sheklenemiz ha’m sonlıqtan Galiley tu’rlendiriwlerin paydalanamız. Bunday jag’daylarda inertsial emes sistemalardag’ı ken’islik-waqıtlıq qatnaslar inertsial esaplaw sistemasındag’ı ken’islik-waqıtlıq qatnaslarday dep juwıq tu’rde esaplawg’a boladı.

İnertsiya ku’shleri. İnertsial esaplaw sistemasındag’ı denelerdi tezleniw menen qozg’alıwga alıp keletug’ın birden bir sebep basqa deneler ta’repinen ta’sir etetug’ın ku’shler bolıp tabıladı. Ku’sh barlıq waqıtta materiallıq deneler ta’repinen o’z-ara ta’sir etisiwdin’ na’tiyjesi bolıp tabıladı.

İnertsial emes sistemalarda jag’day basqasha. Bul jag’dayda esaplaw sistemasının’ qozg’alıs halın a’piwayı tu’rde o’zgertiw arqalı deneni tezlendiriw mu’mkin. Mısal retinde tezleniwshi avtomobilge baylanıslı bolg’an inertsial emes esaplaw sisteması alıwg’a boladı. Avtomobildin’ tezligi Jerdin’ betine salıstırg’anda o’zgergende bul esaplaw sistemasında barlıq aspan deneleri sa’ykes tezleniw aladı. A’lbette bul tezleniw barlıq aspan denelerine basqa deneler ta’repinen qanday da bir ku’shtin’ ta’sir etiwinin’ aqıbeti emes. Solay etip inertsial emes esaplaw sistemalarında inertsial esaplaw sistemalarındag’ı belgili bolg’an ku’shler menen baylanıslı bolmag’an tezleniwler orın aladı. Na’tiyjede inertsial emes esaplaw sistemalarında Nyutonnın’ birinshi nızamı haqqında ga’p etiw ma’niske iye bolmaydı. Materiallıq denelerdin’ bir birine ta’siri boyınsha Nyutonnın’ u’shinshi nızamı orınlanadı. Biraq inertsial emes esaplaw sistemalarında denelerdin’ tezleniwleri materiallıq denelerdin’ ta’sirlesiwinin’ «a’dettegidey» ku’shlerdin’ ta’sirinde bolmaytug’ın bolg’anlıqtan Nyutonnın’ u’shinshi nızamı anıq fizikalıq ma’nisin jog’altadı.

İnertsial emes sistemalardag’ı qozg’alıs teoriyasın du’zgende inertsial esaplaw sistemalar ushın payda bolg’an ko’z-qaraslardı pu’tkilley o’zgertiw jolı menen jumıs alıp barıwg’a bolar edi. Mısalı denelerdin’ tezleniwi tek ku’shlerdin’ ta’sir etiwinin’ na’tiyjesinde payda boladı dep esaplamay, al ku’shlerge hesh qanday qatnası joq basqa bir faktorlardın’ na’tiyjesinde payda boladı dep esaplaw mu’mkin. Biraq fizikanın’ rawajlanıw tariyxında basqa jol saylap alıng’an: tezleniw menen a’dettegi ku’shler arasındag’ı qatnas qanday bolatug’ın bolsa ha’zir g’ana aytılg’an basqa bir faktorlardın’ o’zi de tezleniw menen tap sonday qatnastag’ı ku’sh sıpatında qabıl etilgen. Usınday ko’z-qarasta ***inertsial emes esaplaw sistemalarında da inertsial esaplaw sistemalarındag’ıday tezleniwler tek ku’shlerdin’ ta’sirinde ju’zege keledi dep esaplanadı. Biraq bul ko’z-qaras boyınsha ta’sirlesiwdin’ «a’dettegi» ku’shleri menen bir qatar inertsiya ku’shleri dep atalatug’ın ayrıqsha ta’biyatqa iye ku’shler bar dep esaplanadı***. Bunday jag’dayda Nyutonnın’ ekinshi nızamı o’zgerissiz qollanılıp, tek ta’sirlesiw ku’shleri menen bir qatarda inertsiya ku’shlerin esapqa alıw kerek boladı. İnertsiya ku’shlerinin’ bar bolıwı inertsial emes esaplaw sistemalarının’ inertsial esaplaw sistemalarına salıstırg’andag’ı tezleniw menen qozg’alısının’ saldarı bolıp tabıladı. İnertsial emes esaplaw sistemalarındag’ı bar haqıyqıy tezleniwlerdi a’dettegi ta’sirlesiw ku’shleri menen tolıq tu’sindiriw mu’mkin bolmag’an jag’dylarda sol tezleniwlerdi ta’miyinlew ushın inertsiya ku’shleri paydalanıladı. Sonlıqtan inertsial emes sistemalar ushın Nyutonnın’ ekinshi nızamı bılayınsha jazıladı:

$$m\,\mathbf{w}' = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{in}$$

$\mathbf{w}'$ arqalı inertsial emes esaplaw sistemasındag’ı tezleniw, al $\mathbf{F}$ arqalı «a’dettegi» ku’shler, al $\mathbf{F}_{in}$ arqalı inertsiya ku’shi belgilengen.

İnertsiya ku’shlerinin’ haqıyqatında da bar ekenligi. İnertsial emes esaplaw sistemalarındag’ı tezlinewlar qanday da’rejede haqıyqıy bolsa inertsiya ku’shlerinin’ bar ekenligi de tap sonday ma'niste haqıyqat. Bul ku'shler teren'irek ma'niste de haqıyqat: inertsial emes esaplaw sistemalarındag'ı fizikalıq qubılıslardı u'yrengende inertsiya ku'shlerinin' ayqın fizikalıq ta'sirlerin ko'rsetiw mu'mkin. Mısalı poezddın' vagonında inertsiya ku'shleri passajirlerdin jaraqatlanıwına alıp kele aladı. Bunday mısallardı ko'plep keltiriw mu'mkin ha'm bul haqıyqıy na'tiyje bolıp tabıladı.

İnertsial esaplaw sistemasına salıstırg'andag'ı **w** tezleniwdi ***absolyut tezleniw*** dep ataydı. Al inertsial emes esaplaw sistemalarına salıstırg'andag'ı **w'** tezleniwdi ***salıstırmalı tezleniw*** dep ataymız.

İnertsiya ku'shleri tek inertsial emes esaplaw sistemalarında g'ana bar boladı. İnertsial emes esaplaw sistemalardag'ı bunday ku'shlerdi qozg'alıs ten'lemelerine kirgiziw, olardı fizikalıq qubılıslardı tu'sindiriw ushın paydalanıw durıs ha'm za'ru'rli bolıp tabıladı. Biraq inertsial esaplaw sistemalarındag'ı qozg'alıslardı tallawda inertsiya ku'shleri tu'sinigin paydalanıw qa'telik bolıp tabıladı. Sebebi bunday sistemalarda inertsiya ku'shleri pu'tkilley joq.

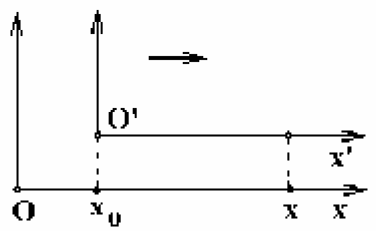
Tuwrı sızıqlı qozg'alıwshı inertsial emes esaplaw sistemaları. Meyli inertsial emes sistema inertsial sistemanın' x ko'sheri bag'ıtında tuwrı sızıqlı qozgalsın (17-1 su'wret). Bul jag'dayda koordinatalar arasındag'ı baylanıstın'

$$x = x_0 + x', \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'. \qquad (17.1)$$

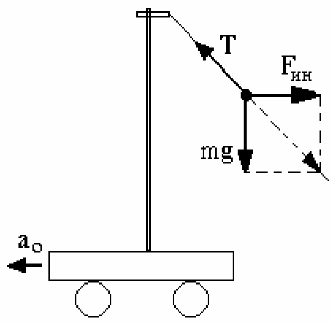
formulaları menen beriletugınlıg'ı o'z-o'zinen tu'sinikli. Bunnan

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx_0}{dt} + \frac{dx'}{dt}, \quad v = v_0 + v', \qquad \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt}, \quad \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt}. \qquad (17.2)$$

Bul formulalarda $v = \frac{dx}{dt}$, $v_0 = \frac{dx_0}{dt}$, $v' = \frac{dx'}{dt}$. ***Bul tezlikler sa'ykes absolyut, ko'shirmeli ha'm salıstırmalı tezlikler dep ataladı***.



17-1 su'wret. Tuwrı sızıqlı qozg'alatug'ın inertsial emes sistema.



17-2 su'wret. İnertsial emes esaplaw sistemasındag'ı mayatniktin' ten' salmaqlıqta turıwı.

(17.2) de tezleniwlerge o'tsek mınalardı tabamız:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv_0}{dt} + \frac{dv'}{dt}, \quad w = w_0 + w'. \qquad (17.3)$$

Bul formulalardag'ı $w = \frac{dv}{dt}$, $w_0 = \frac{dv_0}{dt}$, $w' = \frac{dv'}{dt}$ tezleniwleri sa'ykes ***absolyut, ko'shirmeli ha'm salıstırmalı*** tezleniwler dep ataladı.

$$F_{in} = m\,(w' - w) = -m\,w_0 \tag{17.4}$$

yamasa vektorlıq tu'rde

$$\mathbf{F}_{in} = -m\,\mathbf{w}_0 \tag{17.5}$$

Demek inertsiya ku'shi inertsial emes sistemanın' ko'shirmeli tezleniwine qarama-qarsı bag'ıtlang'an.

Arba u'stindegi mayatnik. Gorizont bag'ıtındag'ı ilgerilemeli tezleniwi $\mathbf{w}_0$ menen qozg'alatug'ın inertsial emes esaplaw sistemasındag'ı mayatniktin' ten' salmaqlıq halın karaymız (gorizont bag'ıtında tezleniwshi qozg'alatug'ın arba u'stindegi mayatnik, 17-2 su'wret). Mayatnikke ta'sir etetug'ın ku'shler su'wrette keltirilgen. Arba u'stindegi mayatniktin' qozg'alıs ten'lemesi

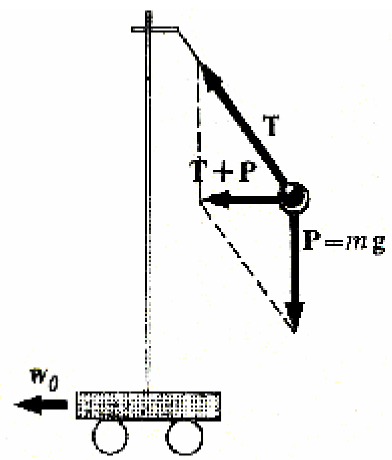
$$m\,\mathbf{w}' = \mathbf{T} + \mathbf{P} + \mathbf{F}_{in} = \mathbf{T} + \mathbf{P} - m\,\mathbf{w}_0 = 0, \tag{17.6}$$

yag'nıy $\mathbf{w}'$. Ja'ne $\mathrm{tg}\,\alpha = w_0 / g$ ekenligi sızılmadan tu'sinikli. Bul jerde α arqalı mayatnik ilinip turg'an jip penen vertikal arasındag'ı mu'yesh belgilengen.

İnertsial koordinatalar sistemasında ta'sir etiwshi ku'shler ha'm qozg'alıs ten'lemesi o'zgeredi (17-3 su'wret). İnertsiya ku'shi bul jag'dayda bolmaydı. Bul jag'dayda keriw ku'shi $\mathbf{T}$ menen salmaq ku'shi $\mathbf{P} = m\,\mathbf{g}$ g'ana bar boladı. Ten' salmaqlıq sha'rti

$$m\,\mathbf{w} = \mathbf{T} + \mathbf{P} = m\,\mathbf{w}_0 \tag{17.7}$$

ten'liginin' orınlanıwın talap etedi. Tap sol sıyaqlı (joqarıda aytıp o'tilgenindey) $\mathrm{tg}\,\beta = w_0 / g$ ekenligi anıq.



17-3 su'wret. İnertsial esaplaw sistemasında $\mathbf{w}_0$ tezleniwi menen qozg'alatug'ın mayatniktin' ten' salmaqlıg'ı.

Lyubimov mayatnigi. Tuwrı sızıqlı qozg'alıwshı inertsial emes sistemalardag'ı qubılıslardı Lyubimov mayatnigi ja'rdeminde ko'rgizbeli tu'rde ko'rsetiw ju'da' qolaylı. Mayatnik u'lken massalı ramkag'a ildirilgen. Al bul ramka bolsa vertikal bag'ıtlawshı tros ja'rdeminde erkin tu'sedi. Ramka qozg'almay turg'anda mayatnik o'zinin' menshikli jiyiligi menen terbeledi (17-4 a su'wret). Ramka terbelistin' qa'legen fazasında erkin tu'sirilip jiberiliwi mu'mkin. Mayatniktin' qozg'alısı terbelistin' qanday fazasında erkin tu'siwdin' baslang'anlıg'ına baylanıslı. Eger erkin tu'siwdin' baslang'ısh momentinde mayatnik maksimal awısıw noqatında jaylasqan bolsa, ol tu'siw barısında ramkag'a salıstırg'andag'ı o'zinin' orın o'zgertpeydi. Al tu'siwdin' baslanıw momentinde mayatnik o'zinin' maksimal awısıw noqatında jaylaspag'an bolsa, ramkag'a salıstırg'anda bazı bir tezlikke iye boladı. Ramkanın' tu'siw barısında tezliktin' ramkag'a salıstırg'andag'ı absolyut ma'nisi o'zgermey qaladı da, onın' ramkag'a salıstırg'andag'ı qozg'alıs bag'ıtı o'zgerip baradı. Na'tiyjede tu'siw barısında mayatnik asıw noqatı do'gereginde ten' o'lshewli aylanbalı qozg'alıs jasaydı.

Lyubimov mayatniginin' qozg'alısın inertsial emes ha'm inertsial koordinatalar sistemasında tallaymız.

Usı qubılıstı ramkag'a baylanslı bolg'an inertsial emes esaplaw sistemasında qaraymız (17-4 b su'wret). Qozg'alıs ten'lemesi to'mendegidey tu'rge iye boladı:

$$m\mathbf{w}' = \mathbf{T} + \mathbf{P} + \mathbf{F}_{in} = \mathbf{T} + mg - mg = \mathbf{T}. \qquad (17.8)$$

Solay etip bul materiallıq noqattın' jiptin' keriw ku'shi ta'sirindegi usı jip bekitilgen noqattın' a'tirapındag'ı qozg'alısı bolıp tabıladı. Qozg'alıs shen'ber boyınsha da'slepki sızıqlı tezliktey tezlik penen boladı. Jiptin' keriw ku'shi mayatniktin' shen'ber boyınsha qozg'alısın ta'miyinlewshi orayg'a umtılıwshı ku'sh bolıp tabıladı. Bul ku'shtin' shaması $\frac{m\mathbf{v}'^2}{l}$ ge ten' (l arqalı mayatnik ildirilgen jiptin' uzınlıg'ı, $\mathbf{v}'$ arqalı ramkag'a salıstırg'andag'ı myatniktin' qozg'alıs tezligi belgilengen).

İnertsial koordinatalar sistemasında inertsiya ku'shleri bolmaydı. 17-4 s su'wrette ko'rsetilgen mayatnikke ta'sir etiwshi ku'shler jiptin' keriw ku'shi menen salmaq ku'shi bolıp tabıladı. Qozg'alıs ten'lemesi bılay jazıladı:

$$m\mathbf{w} = \mathbf{P} + \mathbf{T} = m\mathbf{g} + \mathbf{T} \qquad (17.9)$$

Bul ten'lemenin' sheshimin tabıw ushın mayatniktin' tolıq tezleniwin eki tezleniwdin' qosındısı tu'rinde ko'z aldıg'a keltiremiz: $\mathbf{w} = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2$. Bunday jag'dayda (17.9) eki ten'lemenin' jıynag'ı sıpatında bılayınsha jazıladı:

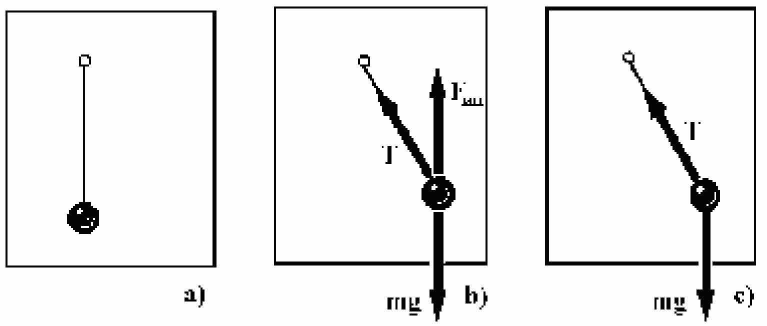
$$m\mathbf{w}_1 = \mathbf{T}, \quad m\mathbf{w}_1 = m\mathbf{g}. \qquad (17.10)$$

Bul ten'lemelerdin' ekinshisi $\mathbf{w}_2 = \mathbf{g}$ sheshimine iye (yag'nıy mayatniktin' erkin tu'siwin ta'ripleydi), al birinshisi bolsa (17.8) ten'lemesine tolıq sa'ykes keledi ha'm asıw noqatı do'geregindegi aylanıwdı ta'ripleydi.

Keltirilgen mısallarda qozg'alıstı tallaw inertsial emes koordinatalar sistemasında da, inertsial koordinatalar sistemasında da a'piwayı ha'm ko'rgizbeli. Sebebi mısallar inertsial emes ha'm inertsial koordinatalar sistemaları arasındag'ı baylanıstı ko'rsetiw ushın keltirilgen edi. Biraq ko'pshilik jag'daylarda ma'selelerdi inertsial emes esaplaw sistemasında sheshiw inertsial esaplaw sistemasında sheshiwge qarag'anda a'dewir jen'il boladı.

Salmaqsızlıq. Lyubimov mayatnigi mısalında erkin tu'siwshi inertsial emes esaplaw sistemasında inertsiya ku'shleri salmaq ku'shin tolıg'ı menen kompensatsiyalaytug'ınlıg'ı anıq ko'rindi. Sonlıqtan qarap o'tilgen jag'dayda qozg'alıs inertsiya menen salmaq ku'shleri bolmaytug'ın jag'daylardag'ıday bolıp ju'redi. Na'tiyjede salmaqsızlıq halı ju'zege keledi. Bul mısal Jer betinde ko'plep qollanıladı (mısalı kosmonavtlardın' trenirovkasında).

Eger lift kabinası erkin tu'rde to'menge qozg'alsa ishinde turg'an adam salmaqsızlıqta boladı. Bunday jag'daydı samolet ishindegi adamlar ushın da ornatıwg'a boladı.



17-4 su'wret. Lyubimov mayatnigine ta'sir etiwshi ku'shler sxeması:a) ten' salmaqlıq halında turg'an mayatnik, b) mayatnik penen baylanısqan inertsial emes esaplaw sistemasındag'ı Lyubimov mayatnigine ta'sir etetug'ın ku'shler, c) inertsial esaplaw sistemasında, bul sistemada mayatnik erkin tu'siw tezleniwi menen tomenge qaray qulaydı.

Kelesi paragrafta salmaqsızlıq qubılısının' gravitatsiyalıq ha'm inert massalardın' birdey ekenliginin' (ekvivalentlik printsipinin') na'tiyjesinde kelip shıg'atug'ınlıg'ı tu'sindiriledi.

İnertsiya ku'shleri tek inertsial emes esaplaw sistemalarında g'ana orın aladı. İnertsial esaplaw sistemalarında hesh qanday inertsiya ku'shleri bolmaydı.

18-§. Gravitatsiyalıq ha'm inert massalar

Gravitatsiyalıq ha'm inert massalar haqqında tu'sinik. Gravitatsiyalıq ha'm inert massalar arasındag'ı baylanıs. Ekvivalentlik printsipi. Qızılg'a awısıw.

Erkin tu'siw barısındag'ı calmaqsızlıq halının' ornawı a'hmiyetli fizikalıq faktor bolıp tabıladı. Bul denenin' inert ha'm gravitatsiyalıq massalarının' bir ekenliginen derek beredi. İnert massa denenin' inertlilik qa'siyetin sıpatlaydı. Gravitatsiyalıq massa bolsa usı denenin' Nyutonnın' nızamı boyınsha basqa deneler menen tartısıw ku'shin ta'ripleydi. Gravitatsiyalıq massa elektr zaryadı sıyaqlı ma'niske iye. Ulıwma aytqanda denenin' inert massası menen gravitatsiyalıq massası bir yamasa bir birine proportsional boladı degen so'z hesh qaydan kelip shıqpaydı (eki fizikalıq shama bir birine proportsional bolg'an jag'dayda o'lshem birliklerin proportsionallıq koeffitsienttin' ma'nisi 1 ge ten' bolatug'ınday etip saylap alıw arqalı ten'lestiriwge boladı). ***İnert ha'm gravitatsiyalıq massalardın' bir birine proportsional ekenligin da'lilleymiz***. Jerdin' gravitatsiyalıq massasın M_g dep belgileyik. Bunday jag'dayda Jer betindegi gravitatsiyalıq massası m_g bolg'an dene menen ta'sirlesiw ku'shi

$$F = G\frac{M_g m_g}{R^2}. \qquad (18.1)$$

R arqalı Jerdin' radiusı belgilengen.

İnert massası m bolg'an dene Jerge qaray g tezleniwi menen qozg'aladı

$$g = \frac{F}{m} = G\,\frac{M_g}{R^2}\,\frac{m_g}{m} = \text{const}\,\frac{m_g}{m}. \qquad (18\text{-}2)$$

Tezleniw g Jer betindegi barlıq deneler ushın birdey bolg'anlıqtan m_g/m qatnası da barlıq deneler ushın birdey boladı. Sonlıqtan inert ha'm gravitatsiyalıq massalar bir birine proportsional dep juwmaq shıg'aramız. Al proportsionallıq koeffitsientin birge ten' dep alıp eki massanı bir birine ten'lestiriwimiz mu'mkin.

İnert ha'm gravitatsiyalıq massalardın' o'z-ara ten'ligi eksperimentte teren' izertlengen. Ha'zirgi waqıtlardag'ı olar arasındag'ı ten'lik 10^{-12} ge ten' da'llikte da'lillendi (Moskva ma'mleketlik universitetinin' fizika fakultetinde professor V.Braginskiy basqarg'an topar alg'an na'tiyje). Yag'nıy

$$\frac{m_g - m}{m_g} \le 10^{-12}.$$

İnert ha'm gravitatsiyalıq massalardın' ten'ligi basqa na'tiyjege alıp keledi: eger esaplaw sisteması inertsial esaplaw sistemasına salıstırg'anda tuwrı sızıqlı ten' o'lshewli tezleniwshi qozg'alatug'ın bolsa bunday sistemadag'ı mexanikalıq qubılıslar gravitatsiya maydanındag'ıday bolıp o'tedi. Bul tastıyıqlawdı barlıq fizikalıq qubılıslarg'a ulıwmalastırıw ***ekvivalentlik printsipi*** dep ataladı.

Ekvivalentlilik printsipi dep bazı bir esaplaw sistemasındag'ı tezleniwdin' bolıwı sa'ykes tartılıs maydanı bar bolıwı menen birdey dep tastıyıqlawdı aytamız. Biz bul haqqında tolıg'ıraq ga'p etemiz.

Tartılıs ku'shinin' usı ku'sh ta'sir etetug'ın bo'lekshenin' massasına proportsionallıg'ı $(\mathbf{F} = m\,\mathbf{g})$ og'ada teren' fizikalıq ma'niske iye.

Bo'lekshe ta'repinen alınatug'ın tezleniw usı bo'lekshege ta'sir etiwshi ku'shti bo'lekshenin' massasına bo'lgenge ten' bolg'anlıqtan gravitatsiyalıq maydandag'ı bo'lekshenin' tezleniwi w usı maydannın' kernewliligi menen sa'ykes keledi:

$$\mathbf{w} = \mathbf{g},$$

yag'nıy bo'lekshenin' massasınan g'a'rezli emes. Basqa so'z benen aytqanda gravitatsiyalıq maydan og'ada a'hmiyetli qa'siyetke iye boladı: bunday maydanda barlıq deneler massalarınan g'a'rezsiz birdey tezleniw aladı (bul qa'siyet birinshi ret Galiley ta'repinen Jerdin' salmaq maydanındag'ı denelerdin' qulap tu'siwin izertlewdin' na'tiyjesinde anıqlandı).

Denelerdin' tap sol sıyaqlı qa'siyetin eger olardın' qozg'alısların inertsial emes esaplaw sisteması ko'z-qarasında qarag'anda sırtqı ku'shler ta'sir etpeytug'ın ken'islikte de baqlag'an bolar edik. Juldızlar aralıq ken'islikte erkin qozg'alatug'ın raketanı ko'z aldımızg'a keltireyik. Bunday jag'daylarda raketag'a ta'sir etetug'ın tartısıw ku'shlerin esapqa almawg'a boladı. Usınday raketanın' ishindegi barlıq deneler raketanın' o'zine salıstırg'anda qozg'almay tınıshlıqta turg'an bolar edi (raketanın' ortasında hesh na'rsege tiymey-aq tınıshlıqta turg'an bolar edi). Eger raketa w tezleniwi menen qozg'ala baslasa barlıq deneler raketanın' artına qaray $-w$ tezleniwi menen «qulap» tu'ser edi. Raketanın' ishindegi deneler raketanın' tezleniwsiz-aq, biraq kernewliligi $-w$ g'a ten' bolg'an gravitatsiyalıq maydanda qozg'alg'anda da $-w$ tezleniwi menen tap joqarıdag'ıday taqlette «qulag'an» bolar edi. Hesh bir eksperiment bizin' tezleniwshi raketada yamasa turaqlı gravitatsiyalıq maydanda turg'anımızdı ayıra almag'an bolar edi.

Denelerdin' gravitatsiyalıq maydan menen inertsial emes esaplaw sistemasındag'ı qa'siyetleri arasındag'ı uqsaslıq ***ekvivalentlik printsipi*** dep atalatug'ın printsiptin' mazmunın quraydı (bul uqsaslıqtın' fundamentallıq ma'nisi salıstırmalıq teoriyasına tiykarlang'an tartılıs teoriyasında tu'sindiriledi).

Joqarıdag'ı bayanlawdın' barısında tartılıs maydanınan erkin bolg'an ken'islikte qozg'alatug'ın raketa haqqında ga'p ettik. Bul talqılawlardı, mısalı, Jerdin' gravitatsiyalıq maydanında qozg'alıwshı raketanı qaraw arqalı dawam ettiriwimiz mu'mkin. Usınday maydanda «erkin» (yag'nıy dvigatelsiz) qozg'alatug'ın raketa maydannın' kernewliligi $\mathbf{g}$ g'a ten' bolg'an tezleniw aladı. Bunday jag'dayda raketa inertsial emes esaplaw sisteması bolıp tabıladı. Bul jag'dayda raketag'a salıstırg'andag'ı qozg'alısqa inertsial emesliktin' ta'sirin tartılıs maydanının' ta'siri kompensatsiyalaydı. Na'tiyjede «salmaqsızlıq» halı ju'zege keledi, yag'nıy raketadag'ı predmetler tartılıs maydanı joq jag'daydag'ı inertsial esaplaw sistemasında qozg'alg'anday bolıp qozg'aladı. Solay etip saylap alıng'an inertsial emes esaplaw sistemasın saylap alıw arqalı (biz qarag'an jag'dayda tezleniw menen qozg'alıwshı raketag'a salıstırg'anda) gravitatsiyalıq maydandı «joq» qılıw mu'mkin. Bul jag'day sol ekvivalentlik printsipinin' basqa aspekti bolıp tabıladı.

Tezleniwshi qozg'alıstag'ı raketanın' ishindegi tartılıs maydanı bir tekli, yag'nıy raketanın' ishindegi barlıq orınlarda kernewlilik $\mathbf{w}$ birdey ma'niske iye. Biraq usıg'an qaramastan haqıyqıy gravitatsiya maydanı barlıq waqıtta bir tekli emes. Sonlıqtan inertsial emes esaplaw sistemalarına o'tiw arqalı gravitatsiyalıq maydandı joq etiw maydan ju'da' kishi o'zgeriske ushıraytug'ın ken'isliktin' u'lken emes bo'limlerinde a'melge asırıladı. Bunday ma'niste gravitatsiyalıq maydan menen inertsial emes esaplaw sistemasının' ekvivalentliligi «jergilikli» («lokallıq») xarakterge iye.

Qızılg'a awısıw. ***Jaqtılıqtın' jiyiliginin' salmaq maydanında o'zgeriwi ekvivalentlilik printsipinen kelip shıg'adı***. Meyli vertikal bag'ıtta jiyiligi ω bolg'an jaqtılıq tarqalatug'ın bolsın. Onın' jiyiligi h biyikliginde qanday boladı degen soraw tuwıladı. Ulıwma ko'z-qaras boyınsha bul sorawg'a juwap beriw mu'mkin emes. Sebebi tartılıs maydanı menen jiyilik arasındag'ı baylanıs belgisiz. Bul sorawg'a ekvivalentlilik printsipi tiykarında juwap beriwge boladı.

Eynshteyn qatnası (formulası) boyınsha foton energiyası massası m bolg'an bo'lekshe energiyasına ten', yag'nıy[10]:

$$mc^2 = \mathbf{h}\omega.$$

Eger jaqtılıq gravitatsiyalıq maydanda tarqalatug'ın bolsa, onın' orın awıstırıwı potentsial energiyanın' o'zgerisi menen (yag'nıy jumıstın' isleniwi menen) baylanıslı boladı. Energiyanın' saqlanıw nızamın jazamız. Eger E arqalı foton energiyasın, al φ_1 menen φ_2 arqalı da'slepki ha'm aqırg'ı orınlardag'ı salmaq ku'shlerinin' potentsialları belgilengen bolsa, onda

[10] Biz foton massag'a iye degen ga'pti aytıp atırg'anımız joq. Foton massag'a iye emes.

$$E = m(\varphi_2 - \varphi_1).$$

$E = \hbar\omega,\ m = \frac{\hbar\omega}{c^2}$. Sonlıqtan

$$\frac{d\omega}{\omega} = \frac{1}{c^2}(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Bul formula qızılg'a awısıwdın' belgili formulası bolıp tabıladı ha'm kishi gravitatsiyalıq potentsialg'a iye orınlardan u'lken gravitatsiyalıq potentsialg'a iye orınlarg'a o'tkende (gravitatsiyalıq maydanda φ din' ma'nisinin' teris ekenligin esapqa alamız) spektr sızıqlarının' qızılg'a awısatug'ınlıg'ın ko'rsetedi.

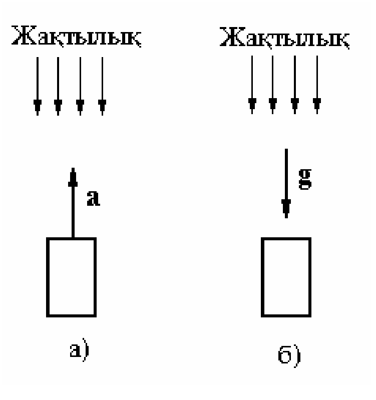
Endi ma'seleni birqansha basqasha qarayıq.

18-1 a su'wretti qaraymız. Baqlawshı inertsial esaplaw sistemasında jaylasqan jag'dayda qabıl etetug'ın jaqtılıg'ının' jiyiligi ν_0 bolatug'ın bolsın. Al eger baqlawshı jaqtılıqtın' tarqalıw bag'ıtına qarama-qarsı bag'ıtta **a** tezleniwi menen qozg'alsa, onda qabıl etiletug'ın jaqtılıqtın' jiyiligi u'lkeyedi (Doppler effekti).

A'piwayı esaplawlar boyınsha jiyiliktin' salıstırmalı o'zgerisi to'mendegi formula boyınsha esaplanadı:

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{v}{c}.$$

Bul an'latpadag'ı v baqlawshının' tezligi. v menen a nın' on' bag'ıtı dep jaqtılıqtın' tarqalıw bag'ıtına qarama-qarsı bag'ıttı qabıl etemiz. Eger baqlawshı t waqıtı dawamında qozg'alatug'ın bolsa, onda v = at. Usı waqıt aralıg'ında jaqtılıq 1 = st = sv/a aralıg'ın o'tedi. Sonlıqtan usı waqıt aralıg'ındag'ı jiyiliktin' o'zgerisi bılayınsha anıqlanadı:



18-1 su'wret. Jaqtılıq ushın Doppler effektin tu'sindiriwshi su'wret.

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{\mathbf{a}l}{c^2}.$$

Endi ma'seleni basqasha qaraymız. Endi baqlawshı qozg'almaytug'ın bolsın (41-b su'wret). Biraq baqlawshı otırg'an jerde kernewliligi **g** bolg'an gravitatsiya maydanı bar bolsın. Eger **g** nı shaması jag'ınan $-\mathbf{w}$ g'a ten' dep alsaq ekvivalentlilik printsipi boyınsha gravitatsiya maydanı da'slepki qarag'an jag'daydag'ıday o'zgeris payda etedi. ***Gravitatsiyalı+q maydan* g *bag'ıtında***

jaqtılıq tarqalatug'ın bolsa jaqtılıq tolqınının' jiyiligi u'lkeyedi, al jaqtılıq qarama-qarsı bag'ıtta tarqalg'an jag'dayda jiyiligi kemeyedi. Eynshteyn ta'repinen birinshi bolıp boljang'an qızılg'a awısıw qubılısının' mazmunı usınnan ibarat boladı. Awısıw

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{\mathbf{g}l}{c^2}$$

formulası ja'rdeminde beriledi.

Ayırma 10 metrge ten' bolg'andag'ı Jer betindegi jiyilik alatug'ın o'sim

$$\Delta\omega = \Delta\nu \cdot 2\pi \approx \frac{10 \cdot 10}{\left(3 \cdot 10^8\right)^2} \approx 10^{-15}\ .$$

Bul ju'da' kishi shama (ju'z million jılda bir sekundtı jog'altqan menen birdey kishi shama) birinshi ret 1960-jılı Messbauer effekti ja'rdeminde g'ana o'lshendi.

Tartılıs maydanı ta'repinen payda etilgen qızılg'a awısıw menen A'lemnin' ken'eyiwi (ken'isliktin' ken'eyiwi) saldarınan payda bolg'an kosmologiyalıq qızılg'a awısıwdı aljastırıwg'a bolmaydı.

Salmaqsızlıq inert ha'm gravitatsiyalıq massalar bir birine ten' bolg'an jag'daylarda ju'zege keledi. Ha'zirgi waqıtları bul ten'lik joqarı da'llikte tekserilip ko'rilgen.

«Qızılg'a awısıw» tu'sinigi eki jag'dayda qollanıladı: bir jag'day - bul nurlanıw deregi qashıqlasıp baratırg'andag'ı Doppler effekti (mısalı uzaq qashıqlıqlardag'ı galaktikalardın' spektrindegi qızılg'a awısıw), ekinshi jag'daydag'ı qızılg'a awısıw - jiyiliktin' o'zgeriwi salmaq ku'shinin' ta'sirinde boladı.

19-§. Qattı deneler dinamikası

Anıqlamalar. Mexanikadag'ı qattı dene. Qattı denenin' qozg'alıs tenlemesi ha'm qattı denenin' ten' salmaqlıqta turıwı. Mu'yeshlik tezlik vektor sıpatında. Aylanbalı qozg'alıslardı qosıw. Eyler teoreması. Qattı denelerdin' ulıwmalıq qozg'alısı.

Mexanikadag'ı qattı dene. Qattı denenin' qozg'alıs tenlemesi ha'm qattı denenin' ten' salmaqlıqta turıwı. Biz joqarıdaqattı denenin' qozg'alısının' nızamları, bul nızamlardı a'piwayı jag'daylarda qollanıw xaqqında ga'p ettik. Bul paragrafta qattı deneler mexanikasının' saylap alıng'an ma'seleleri so'z etiledi.

Mexanikada qattı dene dep materiallıq noqatlardın' o'zgermeytug'ın sistemasına aytadı. Bunday sistema ideallastırılgan sistema bolıp tabıladı. Sebebi bunday denede forma ha'm sog'an sa'ykes materiallıq noqatlar arasındag'ı qashıqlıqlardın' o'zgermey qalıwı kerek. Mexanikada materiallıq noqat degende atomlar yamasa molekulalardı na'zerde tutpaydı, al sol qattı deneni oyımızda jetkilikli da'rejede kishi bolg'ansha bo'ligen makroskopiyalıq bo'lekti tu'sinedi.

Qattı denelerdi atomlardan turadı dep esaplaytug'ın ko'z-qaraslardan qattı denelerdin' materiallıq noqatları arasındag'ı ta'sirlesiw ku'shleri ***elektr ku'shleri*** ekenligi ba'rshege ma'lim. Biraq zatlar atomlardan turadı degen ko'z-qaraslar fenomenologiyalıq mexanika ushın jat ko'z-qaras bolıp tabıladı. Mexanika qattı deneni atomlardan yamasa molekulalardan turatug'ın diskret ortalıq dep qaramaydı, al tutas ortalıq dep qaraydı. Mexanikanın' ko'z-qarasları boyınsha bul ortalıqtın' ha'r qıylı bo'limleri arasında noramal ha'm urınba kernewler tu'rindegi ishki ku'shler ta'sir etedi. Fenomenologiyalıq mexanika olardın' sebebin denelerdin' deformatsiyasında dep esaplaydı. Eger deformatsiyalar denede pu'tkilley bolmaytug'ın bolsa, onda ishki kernewler de bolmaydı. Biraq sırtkı ku'shlerdin' ta'sirinde payda bolatug'ın deformatsiyalar ju'da' kishi bolsa, onda bunday deformatsiyalar bizdi qızıqtırmaydı yamasa olardı esapqa almawg'a boladı. Solay etip sırtqı ku'shlerdin' tasirinde ishki kernewler ha'm basımlar payda bola alsa da, deformatsiyalanıwg'a qa'biletliligi joq denenin' ideallastırılg'an modeline kelemiz. Bunday etip qattı deneni ideallastırıwg'a bola ma yamasa joq pa degen sorawg'a juwap haqıyqıy denelerdin' qa'siyetlerin biliw ja'rdeminde ha'm juwap beriw kerek bolg'an sorawlardın' mazmunını qarap beriledi.

Qattı dene altı erkinlik da'rejesine iye mexanikalıq sistema bolıp tabıladı. Onın' qozg'alısın ta'riplew ushın bir birinen g'a'rezsiz altı sanlıq ten'leme kerek boladı. Olardın' ornına eki vektorlıq ten'lemeni alıw mu'mkin. Olar mınalar:

Massa orayının' qozg'alıs ten'lemesi

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}_{sirtqi}\,. \tag{19.1}$$

ha'm momentler ten'lemesi

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}_{sirtqi}\,. \tag{19.2}$$

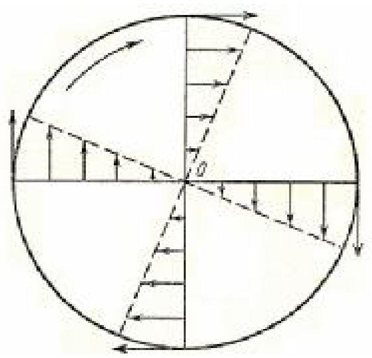
Momentler ten'lemesin qattı denenin' massa orayına salıstırıp yamasa ıqtıyarlı tu'rde alıng'an qozg'almaytug'ın noqatqa salıstırg'anda alıwg'a boladı. Biraq qanday jag'daylar saylap alınbasın, ten'lemeler sanı barlıq waqıtta da erkinlik da'rejeleri sanına ten' bolıwı sha'rt. (19.1) ha'm (19.2) ten'lemelerge tek sırtqı ku'shler kiredi. İshki ku'shler bolsa massalar orayının' qozg'alısına ta'sir ete almaydı ha'm denenin' impuls momentin o'zgerte almaydı. Bul ishki ku'shler tek denenin' materiallıq noqatlardın' bir birine salıstırg'andag'ı ornın yamasa olardın' tezliklerin o'zgertiwi mu'mkin. Biraq absolyut qattı dene ushın bunday o'zgerislerdin' orın alıwı mu'mkin emes. Solay etip ishki ku'shler qattı denenin' qozg'alısına ta'sir ete almaydı.

Eger qattı dene tınıshlıqta turg'an bolsa, onda (19.1) ha'm (19.2) ten'lemeler mına tu'rge o'tedi:

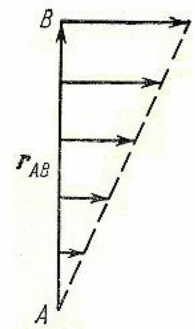
$$\mathbf{F}_{sirtqi} = 0, \qquad \mathbf{M}_{sirtqi} = 0 \tag{19.3}$$

Bul ten’likler qattı denenin’ ten’ salmaqlıqta turıwının’ za’ru’rli bolg’an sha’rtleri bolıp tabıladı. Biraq olar qattı denenin’ ten’ salmaqlıqta turıwının’ jetkilikli sha’rti bola almaydı. (19.3) sha’rtleri orınlang’anda qattı denenin’ massa orayı tuwrı sızıq boylap ıqtıyarlı turaqlı tezlik penen qozg’ala aladı. Sonın’ menen birge dene o’znin’i aylanıw impulsin saqlap aylana aladı. Ten’ salmaqlıq ornag’anda sırtqı ku’shlerdin’ qosındısı $\mathbf{F}_{sirtqi}$ nolge ten’ boladı, al bul ku’shlerdin’ momenti $\mathbf{M}_{sirtqi}$ ten’ salmaqlıq ornag’anda qozg’almaytug’ın koordinata bası O nın’ qaysı orında turg’anlıg’ınan g’a’rezsiz. Sonlıqtan ten’ salmaqlıqqa baylanıslı qa’legen ma’seleni sheshkende koordina bası O nı ıqtıyarlı tu’rde saylap alıw mu’mkin. Bul usıl sheshiw za’ru’r bolg’an ma’selelerdi an’satlastırıw ushın kerek boladı.

Aylanıwdın’ bir zamatlıq ko’sheri. Meyli qattı dene qozg’almaylug’ın ko’sher do’gereginde aylanatug’ın bolsın (19-1 su’wret). Usı denedegi tezliklerdin’ noqatlar boyınsha tarqalıwın izertlew ushın aylanıw ko’sherine perpendikulyar bolg’an tegisliktegi tezliklerdi ko’rip shıqqan maqul boladı. Bul jag’day qattı deneni tegis dep qarawg’a mu’mkinshilik beredi. Tezliklerdin’ tarqalıwı 19-1 su’wrette ko’rsetilgen. Aylanıw ko’sheri o’tetug’ın O noqatı qozg’almaydı. Basqa noqatlardın’ barlıg’ı da O orayı a’tirapında aylanadı. Olardın’ tezlikleri sa’ykes shen’berlerdin’ radiuslarına tuwrı proportsional. Tezliklerdin’ ma’nisleri waqıttın’ o’tiwi menen o’zgeriwi mu’mkin, biraq aylanıw ko’sheri o’zgermey kaladı.



19-1 su’wret. Qattı denedegi tezliklerdin’ noqatlar boyınsha tarqalıwın izertlew ushın arnalg’an sxema.



19-2 su’wret. Denedegi tezliklerdin’ tarqalıwı A noqatı arqalı o’tiwshi qozg’almaytug’ın ko’sher do’gereginde aylang’andag’ı jag’daydag’ıday boladı.

Endi tegis qattı denenin’ ulıwmalıraq qozg’alısın qaraymız. Aylanıw tegisligi denenin’ o’zinin’ tegisligine sa’ykes keledi. Qozg’almaytug’ın aylanıw ko’sheri bar dep boljaw qabıl etilmeydi. Meyli A ha’m V qattı denenin’ eki ıqtıyarlı tu’rde alıng’an noqatı bolsın (19-2 su’wret). Olar arasındag’ı qashıqlıq turaqlı bolıp qaladı. Sonlıqtan $(\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A) = \mathrm{const}$. Bul an’latpanı waqıt boyınsha differentsiallap

$$(\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A)(\dot{\mathbf{r}}_B - \dot{\mathbf{r}}_A) = 0 \ \text{yamasa}\ \ \mathbf{r}_{AB}(\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A) = 0. \qquad (19.4)$$

ten’lemelerin alamız. Bul jerde $\mathbf{r}_{AB} \equiv \mathbf{AB}$.

Meyli biz qarap atırg’an waqıt momentinde tezligi nolge ten’ noqat bolsın. Usı noqattı A noqatı dep qabıl eteyik. Onda usı waqıt momenti ushın B noqatının’ qay orında bolıwına qaramastan

$$\mathbf{r}_{AB}\mathbf{v}_B = 0 \qquad (18.5)$$

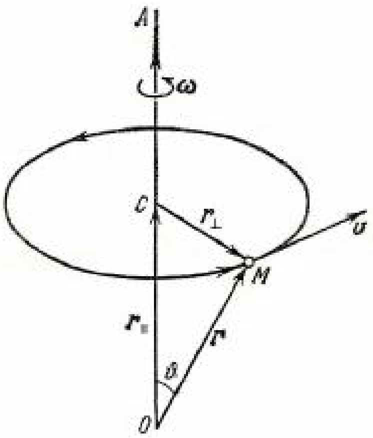
ten'ligin alamız. Eki vektordın' skalyar ko'beymesi nolge ten' degen so'z olardın' o'z-ara perpendikulyar ekenliginen derek beredi. Demek $\mathbf{v}_B$ vektorı orayı A bolg'an shen'berge urınba bag'ıtında bag'ıtlang'an. Bunday jag'day A ha'm B noqatların tutastırıwshı barlıq noqatlar ushın da durıs. Biz qarap atırg'an momentte A noqatı qozg'almay turadı, al $\mathbf{v}_B$ tezliginin' shaması AB aralıg'ına proportsional. Usı tiykarda bılay juwmaq shıg'aramız: ***qarap atırg'an momentte denedegi tezliklerdin' tarqalıwı A noqatı arqalı o'tiwshi qozg'almaytug'ın ko'sher do'gereginde aylang'andag'ı jag'daydag'ıday boladı***. Denenin' usınday qozg'alısı ***bir zamatlıq aylanıs*** dep ataladı. Biz qarag'an jag'dayda bir zamatlıq ko'sher A noqatı arqalı o'tedi. «***Bir zamatlıq***» so'zi berilgen «***waqıt momentinde***» ekenligin bildiredi.

Bir zamatlıq ko'sher tek tezliklerdin' bir zamatlıq tarqalıwın u'yreniw ushın g'ana qollanıladı. Bunday ko'sherdi tezleniwlerdin' yamasa tezliklerdin' waqıt boyınsha alıng'an joqarı ta'rtipli tuwındıların ta'riplew ushın qollanıwg'a bolmaydı.

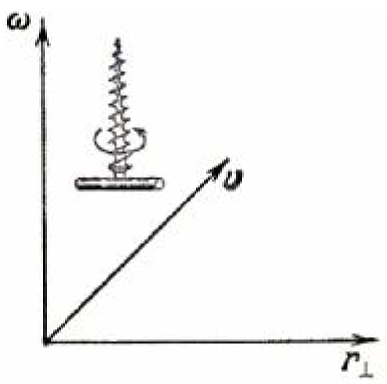
Mu'yeshlik tezlik vektor sıpatında. **Aylanbalı qozg'alıslardı (aylanıslardı) qosıw**. Meyli qattı dene qozg'almaytug'ın ko'sher do'gereginde yamasa OA bir zamatlıq ko'sher do'gereginde $\boldsymbol{\omega}$ mu'yeshlik tezligi menen aylanatug'ın bolsın (19-3 su'wret). Usı denenin' ko'sherden $\mathbf{r}_\perp$ qashıqlıqta turg'an ıqtıyarlı bir M noqatın alamız. Bul noqattın' sızıqlı ha'm mu'yeshlik tezlikleri

$$v = \omega\, r_\perp \qquad (19\text{-}6)$$

qatnası menen baylanısqan.



19-3 su'wret. $\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\omega}$ ha'm $\mathbf{r}_\perp$ vektorları arasındag'ı baylanıstı anıqlawg'a arnalg'an sxema.



19-4 su'wret. Mu'yeshlik tezlik $\boldsymbol{\omega}$ nın' bag'ıtı on' burg'ı qag'ıydası menen anıqlanadı.

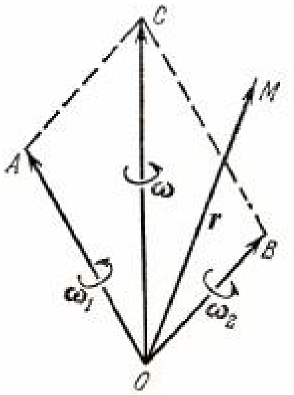
Endi to'mendegidey $\boldsymbol{\omega}$ aksial vektorın kirgizemiz:

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{[\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}]}{\mathbf{r}_\perp^2}. \qquad (19.7)$$

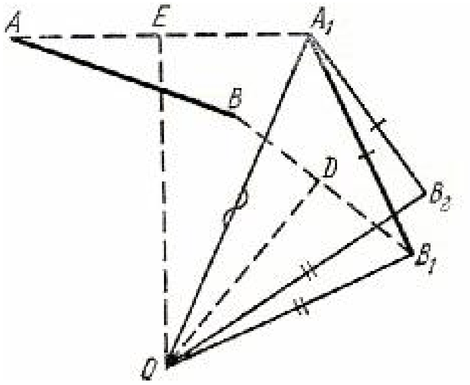
Bul an'latpada $\mathbf{r}_\perp$ arqalı aylanıw ko'sherinen M moqatına ju'rgizilgen vektor belgilengen. (19.7) den $\boldsymbol{\omega}$ aksial vektorının' uzınlıg'ının' aylanıwdın' mu'yeshlik tezligine ten' ekenligi kelip shıg'adı. Al bag'ıtı aylanıw ko'sherinin' bag'ıtı menen sa'ykes keledi. $\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\omega}$ ha'm $\mathbf{r}_\perp$ vektorlarının' o'z-ara jaylasıwların olardı ulıwmalıq bir noqattan baslap qoyatug'ın bolsaq an'sat ko'z aldıg'a keltiremiz (19-4 su'wret). Bul u'sh vektor o'z-ara perpendikulyar. Su'wretten

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}_{\perp}] \tag{19.8}$$

ekenligi ko'rinip tur. Bul formula tezlik $\mathbf{v}$ nın' shamasın gana eses, al onın' bag'ıtın da anıqlaytug'ın bolg'anlıqtan (19.6) formulanın' ulıwmalastırılıwı bolıp tabıladı. $\boldsymbol{\omega}$ vektorı ***mu'yeshlik tezlik vektorı*** yamasa a'piwayı tu'rde ***aylanıwdın' mu'yeshlik tezligi*** dep ataladı. Sonlıqtan mu'yeshlik tezlikti vektor sıpatında qaraw kerek. Onın' bag'ıtı on' burg'ı qag'ıydası ja'rdeminde anıqlanadı (19-4) su'wret). Eger on' burg'ını aylanıw ko'sherine parallel etip jaylastırıp, onı dene aylang'an ta'repke aylandırsaq, onda burg'ının' tesiw bag'ıtı $\boldsymbol{\omega}$ vektorının' bag'ıtın beredi.



19-5 su'wret. Aylanıslardı qosıw.



19-6. Qattı denenin' tegis qozg'alısı.

(19.8)-formulag'a ulıwmaraq ha'm qolaylıraq tu'r beriw mu'mkin. Aylanıw ko'sheri boyında kooridanata bası sıpatında O noqatın alamız (19-3 su'wret). Bunday jag'dayda usı koordinatalar basınan M noqatına o'tkerilgen radius vektor $\mathbf{r}$ di eki vektordın' qosındısı $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\perp} + \mathbf{r}_{||}$ tu'rinde ko'rsetiw mu'mkin. $\mathbf{r}_{||}$ bolsa $\mathbf{r}$ din' aylanıw ko'sheri bag'ıtındag'ı kurawshısı. $[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}_{||}] = 0$. Sonlıqtan

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}]. \tag{19.9}$$

ekenligi alınadı. Bul an'latapadan $v = \omega r \sin\vartheta$ ekenligine iye bolamız. Bul (19.6) g'a sa'ykes keledi. Sebebi $r\sin\vartheta = r_{\perp}$.

$\boldsymbol{\omega}$ nın' eki vektordın' vektorlıq ko'beymesi tu'rinde anıqlang'anlıg'ına baylanıslı vektor ekenligin arnawlı tu'rde da'lillewdin' keregi joq. $\boldsymbol{\omega}$ nın' vektorlıq xarakterde ekenligi koordinatalar sistemasın burg'anda onın' ko'sherlerge tu'sirilgen proektsiyaları bag'ıtlang'an geometriyalıq kesindinin' usının' koordinatalarının' ayırmasınday bolıp tu'rlenedi. Qa'legen vektordın' ustinde islengen matematikalıq operatsiyalarday operatsiyalardı mu'yeshlik tezlikler vektorlarının' u'stinde de islew mu'mkin. Mısalı (dara jag'dayda) $\boldsymbol{\omega}_1$ ha'm $\boldsymbol{\omega}_2$ vektorların parallelogram qag'ıydası boyınsha qosıw mu'mkin. Al eger qosıwdı anaw yamasa mınaw fizikalıq operatsiyalardın' ja'rdeminde anıqlaw kerek bolsa mu'yeshlik tezlikler qalay qosıladı? degen soraw berilse jag'daydan qalay shıg'amız degen soraw tuwıladı. Biz ***aylanıwlardı qosıw*** tu'sinigin kirgizemiz ha'm og'an to'mendegidey ma'nis beremiz: meyli dene bazı bir OA ko'sheri do'gereginde $\boldsymbol{\omega}_1$ mu'yeshlik tezligi menen aylanatug'ın bolsın (19-5 su'wret). Al OA ko'sherinin' o'zi basqa OB ko'sheri do'gereginde $\boldsymbol{\omega}_2$ mu'yeshlik tezligi menen aylanatug'ın bolsın. A'lbette bul jerde ***ga'p relyativistlik emes tezliklerdegi bir zamatlıq aylanıslar haqqında bolıp atırg'anlıg'ın*** atap o'temiz. Birinshi aylanıs (biz qarap atırg'an momentte) OA ko'sheri qozg'almaytug'ın esaplaw sistemasında, al ekinshi aylanıs OB ko'sheri qozg'almaytug'ın (bunda da biz qarap atırg'an momentte) basqa esaplaw sistemasında qaraladı. Aylanbalı qozg'alıslardı qosıw eki aylanıstı qosıw kanday qozg'alısqa alıp keledi? degen sorawg'a juwap beredi. Bul ma'selege juwap beriw ushın sol OA ha'm OB ko'sherleri bir biri menen kesilisetug'ın jag'daydı qaraw menen sheklenemiz.

Bul sorawg'a juwap beriw sa'ykes fizikalıq ma'niste sızıqlı tezliklerdi qosıwg'a alıp kelinedi. Qattı denenin' radius-vektorı $\mathbf{r}$ bolg'an ıqtıyarlı M noqatı birinshi aylanıwdın' na'tiyjesinde $\mathbf{v}_1 = [\boldsymbol{\omega}_1, \mathbf{r}]$ tezligine, al ekinshi aylanıwdın' (OB ko'sheri do'gereginde) na'tiyjesinde $\mathbf{v}_2 = [\boldsymbol{\omega}_2, \mathbf{r}]$ tezligine iye boladı. Na'tiyjede qosındı sızıqlı tezlik

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 == [(\boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_1)\mathbf{r}]$$

ge ten' boladı. Eger

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2 \qquad (19.10)$$

vektorlıq qosındısın matematikalıq ma'niste jazatug'ın bolsaq, onda na'tiyje

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}\,\mathbf{r}] \qquad (19\text{-}11)$$

tu'rinde jazıladı.

Meyli M noqatı $\boldsymbol{\omega}$ vektorı ko'sherinde, yag'nıy $\boldsymbol{\omega}_1$ ha'm $\boldsymbol{\omega}_2$ vektorlarınan jasalg'an parallelogrammnın' diagonalında jatqan bolsın. Bunday jag'dayda $\mathbf{v} = 0$. Bul ko'sherdin' barlıq noqatları biz qarap atırg'an momentte tınıshlıqta turadı. Bul bılayınsha tu'sindiriledi: usı noqatlardın' barlıg'ı da birinshi aylanıwda bir bag'ıtta, al ekinshi aylanıwda qarama-qarsı bag'ıtta qozg'aladı. Qosındı sızıqlı tezlik nolge ten' bolıp shıgadı. Denenin' barlıq basqa noqatları $\boldsymbol{\omega}$ vektorının' ko'sheri do'gereginde ω mu'yeshlik tezligi menen qozg'aladı. Denenin' qa'legen noqatının' bir zamatlıq sızıqlı tezligin (19.6)-formula menen esaplaw mu'mkin. Bul ***qattı denenin' bir zamatlıq qosındı qozg'alısının'*** OC ***bir zamatlıq ko'sheri do'geregindegi aylanıs ekenligin an'latadı***. Ulıwma aytkanda bul ko'sher qattı denenin' o'zine salıstırg'anda da, qozg'alıs qarap atırılg'an esaplaw sistemasına qarata da u'zliksiz orın almastıradı.

Solay etip ***biz*** ω_1 ***ha'm*** ω_2 ***mu'yeshlik tezliklerine iye eki aylanıwdın' bir zamatlıq aylanıw ko'sheri do'geregindegi*** $\omega = \omega_1 + \omega_2$ ***mu'yeshlik tezligi menen aylanıwg'a qosılatug'ınlıg'ın ko'rdik. Waqıttın' ha'r bir momentinde bir zamatlıq ko'sher*** ω_1 ***ha'm*** ω_2 ***vektorlarınan du'zilgen parallelogrammnın' diagonalı boyınsha bag'ıtlang'an. Aylınwlardı qosıw parallelogramm kag'ıydasına bag'ınadı***. Usınday ma'nistegi aylanbalı qozg'alıslardı fizikalıq qosıw matematikalıq qosıw menen birdey eken.

Eyler teoreması. Qattı denelerdin' ulıwmalıq qozg'alısı. Joqarıda biz qattı denenin' tegis qozg'alısın qaradıq. Bunday qozg'alıs ushın Eyler teoremasının' dara jag'dayın ha'm onı da'lillewdi u'yrendik. Qattı denenin' ulıwmalıq qozg'alısı ushın da Eyler teoremasın keltirip shıg'arıw ha'm onı da'lillew tegis qozg'alıstag'ıday jollar menen a'melge asırıladı. Biz onı bılayınsha jazamız.

Eyler teoreması: ***Tegis qozg'alısta qattı dene qa'legen awhaldan basqa awhalg'a bazı bir ko'sher do'geregindegi bir burıwdın' na'tiyjesinde alıp kelinedi***.

Bul teoremanı talqılap ***bir qozg'almaytug'ın noqatqa iye qattı denenin' qa'legen qozg'alısın usı noqat arqalı o'tetug'ın bir zamatlıq ko'sher do'geregindegi aylanıs dep qarawg'a bolatug'ınlıg'ı ko'remiz. Waqıttın' o'tiwi menen bul bir zamatlıq ko'sher denede de, ken'islikte de orın almastıradı*** degen juwmaqqa kelemiz.

Endi qattı denenin' qozg'alısının' en' ulıwmalıq jag'dayın qaraymız. Denede ıqtıyarlı O n'oqatın saylap alamız. Qattı denenin' qozg'alısın O noqatının' tezligine ten' $\mathbf{v}_0$ ilgerilemeli qozg'alısqa ha'm usı noqat arqalı o'tetug'ın bir zamatlıq ko'sher do'geregindegi aylanbalı qozg'alısqa jiklew mu'mkin. Bir zamatlıq aylanıwdın' mu'yeshlik tezligi vektorın $\boldsymbol{\omega}$ arqalı belgilep qattı denenin' basqa bir ıqtıyarlı A noqatının' tezligin bılayınsha jazamız:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}\,]. \tag{19.12}$$

Bul an'latpada $\mathbf{r}$ arqalı O noqatınan A noqatına o'tkerilgen radius-vektor belgilengen (19-7 su'wret). İlgerilemeli qozg'alıstın' tezligi $\mathbf{v}_0$ a'lbette O noqatının' saylap alıng'an ornına g'a'rezli. Biraq ***mu'yeshlik tezlik*** $\boldsymbol{\omega}$ ***qattı denedegi*** O ***noqatının' qaysı orında saylap alıng'anlıg'ınan g'a'rezli emes***. Solay etip ***bul noqattı ko'rsetpey-aq qattı denenin' aylanıwının' mu'yeshlik tezligi haqqında aytıwg'a boladı***. Usı jag'daydı da'lillewimiz kerek.

Basqa bir O' noqatın ıqtıyarlı tu'rde saylap alamız ha'm qattı denenin' aylanısın usı noqatqa tiyisli etemiz. Sa'ykes mu'yeshlik tezlikti $\boldsymbol{\omega}'$ arqalı belgileymiz. Onda da'slepki A noqatının' tezligi $\mathbf{v}$ endi basqasha jazıladı:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{0'} + [\,\boldsymbol{\omega}', \mathbf{r}'\,].$$

Bul an'latpada $\mathbf{r}'$ arqalı O' noqatınan A noqatına o'tkerilgen radius-vektor belgilengen. Ga'p tek bir noqattın' tezligi haqqında bolıp atırg'anlıqtan bul an'latpa (19.12) menen sa'ykes keliwi kerek. Bul

$$0 + [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}\,] = \mathbf{v}_{0'} + [\,\boldsymbol{\omega}', \mathbf{r}'\,]$$

an'latpasın beredi. Bul an'latpag'a $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{R}$ qosındısın qoyamız ($\mathbf{R}$ arqalı $\overrightarrow{O'O}$ vektorı belgilengen). Usının' menen bir qatarda O noqatının' tezligin O' noqatının' tezligi menen onın' a'tirapındag'ı $\boldsymbol{\omega}'$ tezligi menen aylanıw tezligin vektorlıq qosıw arqalı alıw mu'mkin ekenligin dıqqatqa alamız, yag'nıy

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_{0'} + [\,\boldsymbol{\omega}', \mathbf{R}\,].$$

Usı an'latpanı esapqa alıp

$$\mathbf{v}_{0'} + [\,\boldsymbol{\omega}', \mathbf{R}\,] + [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}\,] = \mathbf{v}_{0'} + [\,\boldsymbol{\omega}', (\mathbf{r} + \mathbf{R})\,]$$

an'latpasın yamasa

$$[\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}\,] = [\,\boldsymbol{\omega}', \mathbf{r}\,]$$

ten'ligin alamız.

$\mathbf{r}$ di saylap alıwdın' ıqtıyarlı ekenligine baylanıslı

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}'$$

kelip shıg'adı ha'm biz joqarıda aytqan jag'day usının' menen da'lillenedi.

Endi qattı deneni qozg'almaytug'ın noqattın' do'gereginde aylanadı dep esaplayıq. Usı noqattı koordinata bası O dep qabıl eteyik. Usı denenin' kinetikalıq energiyası a'lbette

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\int \mathbf{v}^2\, dm\,.$$

Bul an'latpadag'ı integrallaw denenin' barlıq massası boyınsha alınadı. $\mathbf{v} = [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}\,]$ formulasınan paydalanıp $\mathbf{v}^2 = (\mathbf{v}\mathbf{v}) = (\,[\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}\,]\mathbf{v})$ dep jaza alamız yamasa ko'beytiwshinin' da'rejesin qaytadan qoyıw arqalı $\mathbf{v}^2 = (\,\boldsymbol{\omega}\,[\,\mathbf{r}, \mathbf{v}\,])$ an'latpası alamız. $\boldsymbol{\omega}$ shaması denenin' barlıq noqatları ushın birdey bolg'anlıqtan

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}\int [\mathbf{r}\,\mathbf{v}]\,dm$$

yamasa

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(\,\mathbf{L}\,\boldsymbol{\omega}). \tag{19.13}$$

Bul an'latpada $\mathbf{L}$ arqalı denenin' O noqatına salıstırgandag'ı impuls momenti belgilengen.

Ulıwma jag'daylarda $\mathbf{L}$ ha'm $\boldsymbol{\omega}$ vektorları arasında belgili bir mu'yesh boladı. Bunın' durıslıg'ına iseniw ushın qozg'almaytug'ın yamasa bir zamatlıq ko'sher do'gereginde aylanatug'ın bir M materiallıq noqattın' mısalında iseniwge boladı. O basın usı ko'sher boyında alamız. Bunday jag'dayda

$$\mathbf{L} = m[\,\mathbf{r}\,\mathbf{v}] = m[\,\mathbf{r}\,[\,\boldsymbol{\omega}\,\mathbf{r}\,]] = m\,r^2\,\boldsymbol{\omega} - m(\,\mathbf{r}\,\boldsymbol{\omega})\mathbf{r}\,.$$

Ulıwma aytqanda son'g'ı qosılıwshı nolge aylanbaydı. Sonlıqtan sol ulıwmalıq jag'daylarda $\mathbf{L}$ ha'm $\boldsymbol{\omega}$ vektorları kollinear emes. Eger O sıpatında M nen aylanıw ko'sherine tu'sirilgen perpendikulyardın' tiykarı alınatug'ın bolg'anda g'ana $\mathbf{L}$ ha'm $\boldsymbol{\omega}$ vektorları kolliniar bolg'an bolar edi. Bul jag'dayda O noqatına salıstırg'andag'ı moment $\mathbf{L}$ aylanıs ko'sherine salıstırg'andag'ı momentke alıp kelinedi. Bul keyingi momentti L_x arqalı belgilep $L = L_x = I\,\omega$ dep jaza alamız. Bul an'latpada I arqalı aylanıw ko'sherine salıstırg'andag'ı noqattın' inertsiya momenti belgilengen. Solay etip keyingi (19.13) formulası

$$E_{kin} = \frac{1}{2}L_x\,\omega = \frac{1}{2}L\,\omega^2$$

formulasına o'tedi. Bul son'g'ı formula tek g'ana bir materiallıq noqat ushın durıs bolıp qoymay, tutas dene ushın da durıs boladı. Sebebi tutas deneni biz bir ko'sherdin' do'gereginde aylanatug'ın materiallıq noqatlar sisteması dep qaray alamız. Solay etip (19.13) formulası burın basqa usıl menen alang'an (mısalı 8-paragraftı qaran'ız)

$$E_{kin} = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{L^2}{2I}$$

formulasına ekvivalent.

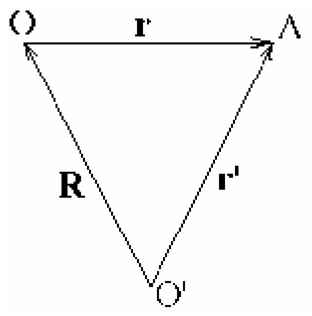
20-§. Giroskoplar

Erkin giroskoptın’ qozg’alısı. Sırtqı ku’shlerdin’ tasirindegi giroskop. Juwıq teoriya.

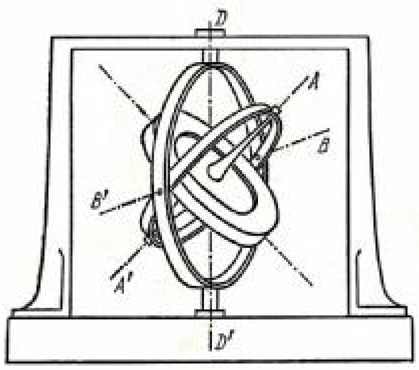
Erkin giroskoptın’ qozg’alısı. Aylanıp turg’an qattı denenin’ aylanıw ko’sheri bag’ıtın saqlaw qa’siyeti, sonday-aq sırttan ta’sir tu’sirilgende denenin’ ko’sheri ta’repinen tirewge ta’sir etiwshi ku’shlerdin’ o’zgeriwi ha’r qıylı texnikalıq maqsetler ushın paydalanıladı. ***Texnikada qollanılatug’ın joqarı tezlik penen aylanatug’ın simmetriyalı deneler a’dette giroskop (zırıldawıq) dep ataladı*** (20-1 su’wret)[11]. Ko’pshilik jag’daylarda giroskop dep aylanıw ko’sheri ken’islikte bag’ıtın o’zgertetug’ın aylanıp turıwshı qattı denege aytamız (giroskop so’zi aylanbalı qozg’alıstı anıqlawshı a’sbap ma’nisin beredi). Giroskoplardın’ tez aylanıwına baylanıslı bolg’an barlıq fizikalıq qubılıslar ***giroskoplıq qubılıslar*** dep ataladı.

Geometriyalıq ko’sherge salıstırg’anda simmetriyag’a iye giroskoplar simmetriyalıq giroskoplar dep ataladı. Bul ko’sherdi ***geometriyalıq ko’sher*** yamasa ***giroskop figurasının’ ko’sheri*** dep ataladı. Simmetriyalıq ha’m simmetriyalıq emes giroskoplar teoriyası bar. Solardın’ ishinde simmetriyalıq giroskoplar teoriyası a’piwayı mazmung’a iye. A’dette giroskop figurasının’ bir noqatı bekitilgen boladı. Bul noqattı giroskoptın’ ***su’yeniw noqatı*** dep ataymız. Ulıwma jag’dayda su’yeniw noqatı dep atalıwı ushın qozg’alıs usı noqatqa salıstırg’anda qaralıwı kerek.

Giroskop ken’islikte erkin tu’rde qozg’alıwı ushın ***kardan asıwı*** kerek (20-1 su’wret).



19-7 su’wret. Qattı denenin’ ulıwmalıq qozg’alısın izertlewge arnalg’an sxema.



20-1 su’wret. Kardan asıwındag’ı giroskop.

Eyler teoremasına muwapıq qozg’almaytug’ın O su’yewi (tirewi) bolg’andag’ı qozg’alısı usı noqat arqalı o’tiwshi bir zamatlıq ko’sher do’geregidegi qozg’alıs dep qarawg’a boladı. $\boldsymbol{\omega}$ arqalı giroskoptın’ bir zamatlıq aylanıw tezligin belgileymiz. O noqatına salıstırg’andag’ı impuls momenti $\mathbf{L}$ arqalı belgilensin. Simmetriyalı giroskop ushın $\boldsymbol{\omega}$ ha’m $\mathbf{L}$ vektorları arasındag’ı baylanıstı tabamız. Eger $\boldsymbol{\omega}$ giroskop figurası ko’sheri bag’ıtında yamasa og’an perpendikulyar

[11] Giroskop so’zi grek tilindegi gyros «aylanamın», skopeo «baqlawshıg’a qarayman» degen ma’nisti an’latıp, bul sozler bizin’ bunnan bılay ju’rgizetug’ın tallawlarımızg’a hesh qanday qatnas jasamaydı.

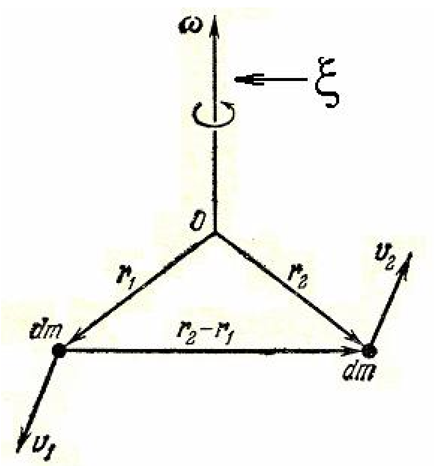
bolsa bul eki vektor ($\mathbf{L}$ ha'm $\boldsymbol{\omega}$) o'z-ara parallel. Bul jag'daydın' durıs ekenligine an'sat tu'rde ko'z jetkeriwge boladı. Giroskop denesin oyımızda birdey bolg'an ha'm giroskop figurası ko'sherine salıstırg'anda simmetriyalı jaylasqan materiallıq noqatlar juplarına bo'lemiz (20-2 ha'm 20-3 su'wretlerde ko'rsetilgen). Usınday jup noqatlardın' O noqatına salıstırg'andag'ı impuls momenti

$$d\mathbf{L} = dm[\mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1] + dm[\mathbf{r}_2, \mathbf{v}_2].$$

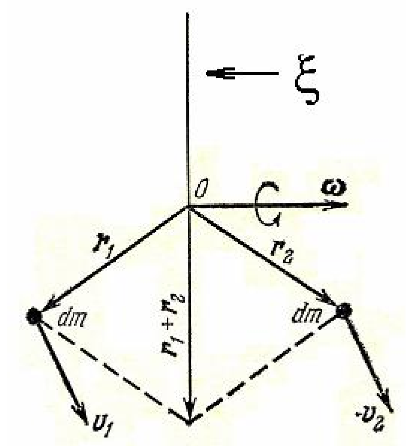
Bul an'latpada dm ha'r bir noqat massası. Eger giroskop o'z figurası ko'sheri do'gereginde aylanatug'ın bolsa (20-2 su'wret) $\mathbf{v}_1$ ha'm $\mathbf{v}_2$ tezlikleri o'z ara ten' ha'm bag'ıtları boyınsha qarama-qarsı. Bul jag'dayda

$$d\mathbf{L} = dm[\mathbf{v}_2(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)].$$

$\mathbf{v}_2$ ha'm $(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$ vektorları aylanıw ko'sherine perpendikulyar. Sonlıqtan $d\mathbf{L}$ vektorı ha'm sonın' menen birge giroskoptın' o'zinin' impuls momenti $\mathbf{L}$ aylanıw ko'sherinin' bag'ıtı menen bag'ıtlas. Shaması boyınsha $\mathbf{L}$ aylanıw ko'sherine salıstırg'andag'ı impuls momentine ten'. Sonlıqtan $\mathbf{L} = I_{||}\boldsymbol{\omega}$, bul jerde $I_{||}$ arqalı giroskoptın' figurası ko'sherine salıstırg'andag'ı inertsiya momenti belgilengen. Eger giroskop o'z figurası ko'sherine perpendikulyar ko'sher do'gereginde aylanatug'ın bolsa (20-3 su'wret) $\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1$, sonlıqtan $d\mathbf{L} = dm[\mathbf{v}_2(\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1)]$. Bul jerde $d\mathbf{L}$ menen $\mathbf{L}$ din' aylanıw ko'sheri boyınsha bag'ıtlang'anlıg'ı ko'rinip tur. Qala berse $\mathbf{L} = I_{\perp}\boldsymbol{\omega}$, bul an'latpada $I_{\perp}$ arqalı giroskoptın' figurasına perpendikulyar ko'sherge salıstırg'andag'ı inertsiya momenti belgilengen.



20-2 su'wret. Giroskoptın' ko'sheri menen aylanıw ko'sheri o'z-ara parallel bolg'an jag'day. ξ arqalı giroskoptın' ko'sheri belgilengen.



20-3 su'wret. Giroskoptın' ko'sheri menen aylanıw ko'sheri o'z-ara perpendikulyar bolg'an jag'day. ξ arqalı giroskoptın' ko'sheri belgilengen.

Al giroskop figurası ıqtıyarlı ko'sher do'gereginde aylanatug'ın bolsa $\boldsymbol{\omega}$ vektorın giroskop ko'sherine parallel bolg'an $\boldsymbol{\omega}_{||}$ ha'm perpendikulyar $\boldsymbol{\omega}_{\perp}$ bolg'an eki qurawshıg'a jikleymiz (20-4 su'wrette ko'rsetilgen). Anıqlama boyınsha impuls momenti giroskoptı qurawshı materiallıq noqatlardın' sızıqlı tezlikleri arqalı an'latıladı. O'z gezeginde bul tezlikler giroskoptın' ha'mme noqatlarında birdey ma'niske iye bolg'an mu'yeshlik tezlik vektorı $\boldsymbol{\omega}$ arqalı esaplanadı. Demek $\mathbf{L}$ vektorı $\boldsymbol{\omega}$ vektorı ja'rdeminde anıqlanadı eken. Olay bolsa $\mathbf{L} = \mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}_{||} + \boldsymbol{\omega}_{\perp})$ dep jazamız yamasa joqarıda aytılg'an sızıqlılıqtı basshılıqqa alsaq

$$\mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}_{||}) + \mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}_{\perp})$$

an'latpasın alamız. Eger giroskop o'z figurası a'tirapında $\boldsymbol{\omega}_{||}$ jiyiligi menen aylansa $\mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}_{||})$ funktsiyası giroskoptın' impuls momentine ten' bolg'an bolar edi. Demek $\mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}_{||}) = \mathrm{I}_{||}\,\boldsymbol{\omega}_{||}$. Tap sol sıyaqlı $\mathbf{L}(\boldsymbol{\omega}_{\perp}) = \mathrm{I}_{\perp}\,\boldsymbol{\omega}_{\perp}$. Na'tiyjede

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_{||}\boldsymbol{\omega}_{||} + \mathbf{L}_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp} \tag{20.1}$$

ten'ligine iye bolamız. Bul formulanı paydalanıp eger $\boldsymbol{\omega}$ vektorı belgili bolsa $\mathbf{L}$ vektorın sxemada (qurılmada) an'sat tabıwg'a boladı (20-4 su'wret). Sol qurılmadan $\mathbf{L}$, $\boldsymbol{\omega}$ vektorlarının' ha'm giroskoptın' ko'sherinin' bir tegislikte jatatug'ınlıg'ı ko'rinip tur. Biraq ulıwma jag'daylarda $\mathbf{L}$ ha'm $\boldsymbol{\omega}$ vektorlarının' bag'ıtları bir birine sa'ykes kelmeydi.

Eger (20.1) ha'm (19.3) formulalarınan paydalanatug'ın bolsaq, onda aylanıp turg'an giroskoptın' kinetikalıq energiyası ushın to'mendegidey eki an'latpa alamız:

$$\mathrm{E}_{kin} = \frac{1}{2}\left(\mathrm{I}_{\perp}\,\omega_{\perp}{}^{2} + \mathrm{I}_{||}\,\omega_{||}{}^{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{L}_{||}^{2}}{\mathrm{I}_{||}} + \frac{\mathrm{L}_{\perp}^{2}}{\mathrm{I}_{\perp}}\right). \tag{20.2}$$

Demek ***simmetriyalıq giroskoptın' kinetikalıq energiyası eki aylanıwshı qozg'alıstın' kinetikalıq energiyalarının' qosındısınan turadı: birinshi aylanıwshı qozg'alıs figura ko'sheri do'geregindegi, al ekinshisi og'an perpendikulyar ko'sher do'geregindegi qozg'alıs bolıp tabıladı***.

A'melde giroskoplar barlıq waqıtta o'zlerinin' figurasının' ko'sheri do'gereginde tez aylandırıladı. Bul tez aylanısqa salıstırg'anda anıw yamasa mınaw sebeptin' saldarınan payda bolatug'ın perpendikulyar ko'sherdin' a'tirapındag'ı aylanıs barlıq waqıtta a'ste aqırınlıq penen boladı. Bunday jag'dayda $\mathbf{L}$ ha'm $\boldsymbol{\omega}$ vektorları bag'ıtları arasındag'ı ayırma ju'da' kishi boladı. Usı bag'ıttın' ekewi de giroskoptın' ko'sherinin' bag'ıtına derlik sa'ykes keledi.

Giroskop figurasının' ko'sherinin' on' bag'ıtı retinde mu'yeshlik tezlik $\boldsymbol{\omega}$ vektorının' bag'ıtı menen sa'ykes keletug'ın yamasa (durısırag'ı) onın' menen su'yir mu'yesh jasaytug'ın bag'ıttı aladı. Eger tirew noqatı O dan giroskoptın' on' bag'ıtına qaray bag'ıtlang'an bir birlik uzınlıqtag'ı OS kesindisin ju'rgizetug'ın bolsaq, onda bul kesindinin' aqırı bolg'an S noqatı ***giroskoptın' to'besi*** dep ataladı. Eger giroskoptın' to'besinin' qozg'alısı ha'm figura ko'sheri do'geregindegi aylanısının' mu'yeshlik tezligi belgili bolsa, onda giroskoptın' qozg'alısı tolıq anıqlang'an dep esaplanadı. Sonlıqtan ***giroskoplar teoriyasının' tiykarg'ı ma'selesi giroskoptın' to'besinin' qozg'alısın ha'm figuranın' ko'sheri a'tirapındag'ı onın' aylanıwshı qozg'alısının' mu'yeshlik tezligin tabıwdan ibarat boladı***.

Giroskop teoriyası tolıg'ı menen momentler ten'lemesine tiykarlang'an:

$$\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{M}. \tag{20.3}$$

Qala berse $\mathbf{L}$ ha'm $\mathbf{M}$ momentleri giroskoptın' su'yenishi O g'a salıstırg'anda alınadı. Eger sırtqı ku'shler momenti $\mathbf{M}$ nolge ten' bolsa giroskop ***erkin giroskop*** dep ataladı. Erkin giroskop ushın $\dot{\mathbf{L}} = 0$ ha'm usıg'an sa'ykes

$$\mathbf{L} \equiv \mathbf{L}_{||}\boldsymbol{\omega}_{||} + \mathbf{L}_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp} = \mathrm{const}. \tag{20.4}$$

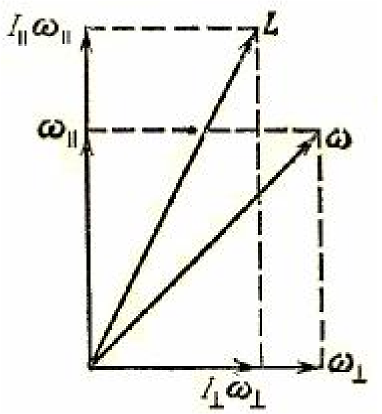
Bul ten'leme giroskoptın' impuls momentinin' saqlanıwın an'latadı. Bul ten'lemege energiyanın' saqlanıw nızamı bolg'an

$$E_{kin} \equiv \frac{1}{2}(\mathbf{L\omega}) = \frac{1}{2}\left(I_{||}\omega_{||}^2 + I_{\perp}\omega_{\perp}^2\right) = \text{const} \qquad (20.5)$$

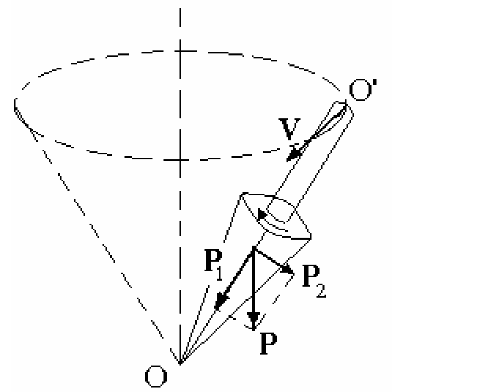
an'latpasın biriktiriw kerek. Bul an'latpa da momentler ten'lemesi $\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{M}$ nin' na'tiyjesi bolıp tabıladı. Eger (20.4) ten'lemesin kvadratqa ko'tersek, onda

$$I_{||}^2\omega_{||}^2 + I_{\perp}^2\omega_{\perp}^2 = \text{const} \qquad (20.6)$$

an'latpasın alamız. Usı ten'lemeden ha'm usı ten'lemenin' aldındag'ı ten'lemeden mınaday juwmaq shıg'aramız: ***erkin giroskop qozg'alg'anda*** $\omega_{||}$ ***ha'm*** $\omega_{\perp}$ ***vektorlarının' uzınlıqları turaqlı bolıp qaladı***. Usının' menen birge ***impuls momentinin' eki qurawshısı bolg'an*** $L_{||} = I_{||}\,\omega_{||}$ ***ha'm*** $L_{\perp} = I_{\perp}\,\omega_{\perp}$ ***shamaları da turaqlı bolıp kaladı***. ***Demek*** $\mathbf{L}$ ***ha'm*** $\boldsymbol{\omega}$ ***vektorları arasındag'ı mu'yesh te turaqlı ma'niske iye boladı*** [bul (20.5) te ko'rinip tur]. $L_{||}$ ha'm $L_{\perp}$ shamalarının' turaqlılıg'ınan $\mathbf{L}$ ***vektrının' bag'ıtı menen giroskop figurasının' ko'sheri arasındag'ı mu'yeshtin' de turaqlı bolatug'ınlıg'ı kelip shıg'adı***. Waqıttın' ha'r bir momentinde giroskop figurasının' ko'sheri bir zamatlıq ko'sher do'gereginde $\boldsymbol{\omega}$ tezligi menen aylanadı. Al jokarıda ko'rgenimizdey $\boldsymbol{\omega}$, $\mathbf{L}$ vektorları giroskop figurasının' ko'sheri menen bir tegislikte jatadı. $\mathbf{L}$ vektorı ken'islikte o'zinin' bag'ıtın o'zgerissiz saqlag'ınlıqtan bir zamatlıq ko'sher usı o'zgermeytug'ın bag'ıt do'gereginde sol $\boldsymbol{\omega}$ mu'yeshlik tezligi menen aylanadı. Bul aytılg'anlardın' barlıg'ı erkin giroskoptın' aylanıwshı qozg'alısının' to'mendegidey kartinasına alıp keledi:



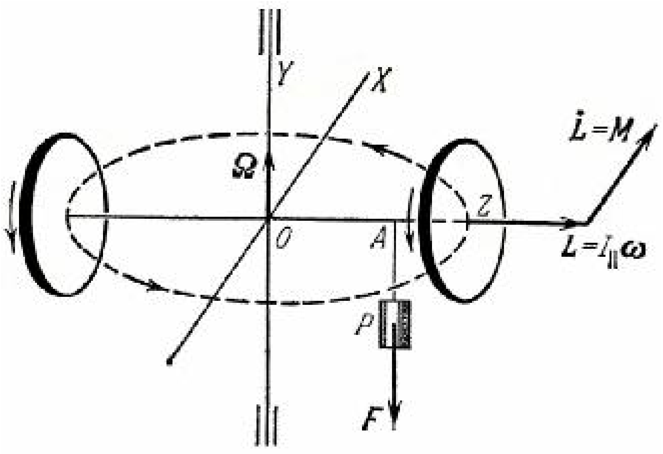
20-4 su'wret. Giroskoptın' ko'sherinin' ıqtıyarlı bag'ıtta bolg'an jag'dayı ushın sızılg'an sxema.



20-5 su'wret. Giroskoptın' pretsessiyası.

Ha'r bir waqıt momentindegi erkin giroskoptın' aylanıwı su'yeniw noqatı arqalı o'tiwshi bir zamatlıq ko'sher do'gereginde aylanıw bolıp tabıladı. Waqıttın' o'tiwi menen bir zamatlıq ko'sher ha'm $\mathbf{L}$ ***vektorı denedegi ornın o'zgertedi ja'ne giroskop figurası ko'sheri do'gereginde*** $\boldsymbol{\omega}$ ***mu'yeshlik tezligi menen konuslıq bet sızadı. Ken'isliktegi*** $\mathbf{L}$ ***vektorının' bag'ıtı turaqlı bolıp qaladı. Giroskop figurasının' ko'sheri ha'm bir zamatlıq ko'sher usı bag'ıt do'gereginde sol mu'yeshlik tezlik penen ten' o'lshemli qozg'aladı. Usınday qozg'alıs giroskoptın' pretsessiyası*** (giroskoptın' erkin pretsessiyası) dep ataladı (20-5 su'wret).

Sırtqı ku'shlerdin' tasirindegi giroskop. Juwıq teoriya. Giroskoptın' qozg'alısının' en' qızıqtı tu'ri ***ma'jbu'riy pretsessiya*** bolıp tabıladı. Bunday ma'jbu'riy pretsessiya sırtqı ku'shlerdin' ta'sirinde ju'zege keledi. Onı an'sat baqlaw mu'mkin bolg'an qurılıstın' sxeması 20-6 su'wrette keltirilgen. Bul giroskop ulıwmalıq ko'sherge erkin tu'rde otırg'ızılg'an eki maxovikten turadı. Giroskop tek o'z figurasının' ko'sheri OZ a'tirapında g'ana emes, al vertikal ha'm gorizont bag'ıtındag'ı OY ha'm OX ko'sherleri do'gereginde de aylanatug'ın qılıp sog'ılg'an. Bunday giroskop haqqında ga'p etkende ol ***u'sh erkinlik da'rejesine*** iye dep aytadı. Giroskop figurasının' ko'sherinin' qanday da bir A noqatına turaqlı $\mathbf{F}$ ku'shin tu'siremiz (mısalı bul noqatqa salmag'ı P bolg'an ju'k ildiremiz). Maxovikler aylanbay turg'an waqıtta a'dettegi qubılıs orın aladı: ju'ktin' salmag'ının' tasirinde on' maxovik to'menge qaray tu'se baslaydı, al shep ta'reptegi maxovik ko'teriledi.



20-6 su'wret. Ulıwmalıq ko'sherge otırg'ızılgan eki maxovikke iye giroskop.

Eger maxovikler bir ta'repke qaray aldın ala aylandırılg'an bolsa, onda qozg'alıs pu'tkilley basqasha ko'riniske iye boladı. Bul jag'dayda on' ta'reptegi maxovik to'menge qaray qozg'almaydı, al OY vertikal ko'sheri do'gereginde turaqlı tezlik penen a'ste aqırın aylana baslaydı. Bunday aylanıstı ***ma'jbu'riy pretsessiya*** dep ataymız. Bunday ma'jbu'riy pretsessiya ***giroskoptın' juwıq teoriyası*** tiykarında an'sat tu'sindiriledi.

A'dette ta'jiriybeler qoyıwshılar yamasa izertlewshiler giroskoplardı olardın' figuraları ko'sherlerinin' do'gereginde tez aylandırıwg'a tırısadı. Biraq basqa da sebeplerdin' na'tiyjesinde giroskop perpendikulyar ko'sher do'gereginde de aylana baslaydı. Tek giroskoplıq effektlerge tiyisli bolg'an effektler usınday qosımsha aylanıslar giroskop figurası ko'sheri do'geregindegi aylanısqa salıstırg'anda ju'da' a'stelik penen bolg'anda jaqsı baqlanadı. Juwıq teoriyada sol qosımsha aylanıslar esapqa alınbaydı. (20.4) formuladag'a ekinshi qosılıwshını taslap, na'tiyjede

$$\mathbf{L} \approx I_{||}\boldsymbol{\omega}_{||} \approx I_{||}\boldsymbol{\omega} \qquad (20.7)$$

an'latpasına iye bolamız. Bunday juwıqlawda $\boldsymbol{\omega}$ ha'm $\mathbf{L}$ vektorları bag'ıtları boyınsha ayrılmaydı, olardın' ekewi de giroskop figurası ko'sheri bag'ıtında bag'ıtlang'an. Sonlıqtan onın' figurası ko'sherinin' qozg'alısı haqqında (20.3)-ten'leme $\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{M}$ menen ta'riplengen $\mathbf{L}$ vektorının' bag'ıtının' o'zgerisi boyınsha ga'p etiw mu'mkin. Eger $\mathbf{L}$ di radius-vektor dep qarasaq, onda $\dot{\mathbf{L}}$ tuwındısı geometriyalıq jaqtan $\mathbf{L}$ vektorının' ushının' qozg'alıs tezligine ten' boladı. Sırtqı ku'sh $\mathbf{F}$ giroskop figurasının' ko'sherine tu'sirilgen dep esaplaymız. Bul ku'shtin' momenti $\mathbf{M} = [\mathbf{a}\,\mathbf{F}]$ shamasına ten' ($\mathbf{a}$ arqalı giroskoptın' tirew noqatınan $\mathbf{F}$ ku'shi tu'sirilgen noqatqa shekemgi aralıq belgilengen). $\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{M}$ ten'lemesine sa'ykes «tezlik» vektorı $\dot{\mathbf{L}}$ giroskop figurası ko'sheri Z ke perpendikulyar. Usınday ku'sh momenti tek $\mathbf{L}$ vektorının' bag'ıtın g'ana o'zgertip, onın' uzınlıg'ın o'zgerte almaydı. Demek eger sırtqı ku'sh $\mathbf{F}$ turaqlı bolsa, onda $\mathbf{L}$ vektorı ha'm sonın' menen birge giroskoptın' ko'sheri OY ko'sheri do'gereginde ten' o'lshewli aylanıwı kerek. Bul aylanıw ***ma'jbu'riy pretsessiya*** bolıp tabıladı. Bul mısaldag'ı pretsesiyanın' mu'yeshlik tezligi vektorı $\boldsymbol{\Omega}$ OY ko'sherine parallel.

Eger 20-6 su'wrettegi maxoviklerdin' birewin bir ta'repke, al ekinshisin tap sonday tezlik penen qarma-qarsı ta'repke qaray aylandırsaq, onda hesh qanday pretsessiya ju'zege kelmeydi. Bul jag'dayda $\mathbf{L}=0$ ha'm ju'ktin' awırlıg'ı P nın' ta'sirinde giroskop gorizont bag'ıtındag'ı OX ko'sherinin' do'gereginde maxovikler aylanbay turg'an waqıttag'ıday bolıp bag'ıtın buradı.

Endi $\mathbf{\Omega}$ vektorının' uzınlıg'ın tabamız. $\mathbf{L}$ vektorı tek pretsessiyanın' mu'yeshlik tezligi $\mathbf{\Omega}$ menen aylanıwdın' saldarınan o'zgeredi. Onın' ushının' sızıqlı tezligi ushın, yag'nıy $\dot{\mathbf{L}}$ tuwındısı ushın $\dot{\mathbf{L}}=[\mathbf{\Omega}\mathbf{L}]$ dep jazıwg'a boladı. Sonlıqtan (20.3)-ten'leme $\dot{\mathbf{L}}=\mathbf{M}$ mınanı beredi:

$$[\mathbf{\Omega}\mathbf{L}]=\mathbf{M}. \qquad (20.8)$$

Bul ten'leme ja'rdeminde pretsessiyanın' mu'yeshlik tezligi $\mathbf{\Omega}$ nı tabıwg'a boladı. Biz qarag'an mısalda $\mathbf{\Omega}$ vektrı giroskop figurası ko'sherine perpendikulyar, sonlıqtan:

$$\Omega=\frac{M}{L}=\frac{M}{L_{||}w} \qquad (20\text{-}9)$$

Giroskop figurası ko'sheri pretsessiya orın alatug'ın ko'sherge qaray en'keygen jag'dayda da (bunın' ulıwmalıq jag'day ekenligin an'g'aramız) $\mathbf{\Omega}$ vektorın an'sat tabıwg'a boladı. Bunın' ushın (20.8) ge $\mathbf{M}=[\mathbf{a}\,\mathbf{F}]=a[\mathbf{s}\,\mathbf{F}]$ an'latpasın qoyamız ($\mathbf{s}$ arqalı giroskop ko'sheri boyındag'ı birlik vektor belgilengen). Juwıq teoriya $\mathbf{L}$ vektorının' ha'm giroskoptın' ko'sherinin' bag'ıtlarındag'ı ayırmalardı esapqa almaytug'ın bolg'anlıqtan $\mathbf{L}=L\mathbf{s}$ dep jaza alamız. Usının' na'tiyjesinde (20.8)

$$L[\mathbf{\Omega}\,\mathbf{s}]=a[\mathbf{s}\,\mathbf{F}]$$

tu'rine tu'rlenedi. Bunnan

$$\mathbf{\Omega}=-\frac{a}{L}\mathbf{F}=-\frac{a}{I_{||}\omega_{||}}\mathbf{F}.$$

Joqarıda aytılg'anlardın' barlıg'ı $\Omega<<\omega$ bolg'an jag'day, yag'nıy tez aylanatug'ın giroskop ushın durıs boladı. ***Eger giroskoptın' figurası a'tirapındag'ı aylanıw tezligi*** ω ***og'an perpendikulyar bolg'an ko'sher do'geregindegi aylanıw tezligi*** $\omega_{\perp}$ ***dan ju'da' u'lken bolsa, onda giroskoptın' aylanıwı tez dep esaplanadı***. Dara jag'dayda giroskoptın' o'zinin' figurası ko'sheri do'geregindegi aylanıw tezligi pretsessiya tezligi Ω dan ju'da' u'lken bolıwı kerek. Texnikada qollanılatug'ın giroskoplar ushın Ω nın' ma'nisi ω nın' ma'nisinen millionlag'an ese kishi boladı.

Qosımshalar: Giroskoplar haqqında «Fizikalıq entsiklopediyalıq so'zlik» ten:

U'sh erkinlik da'rejesine iye tınısh aylanıp turg'an giroskoplardın' ***birinshi qa'siyeti***: giroskop figurası ko'sheri du'nyalıq ken'islikte o'zinin' da'slepki berilgen bag'ıtın turaqlı etip uslap turıwg'a tırısadı. Eger usı ko'sher da'slep qanday da bir juldızg'a qarap bag'ıtlang'an bolsa, onda giroskoptı qa'legen orıng'a ko'shirgende de Jer menen baylanıslı ko'sherlerge salıstırg'andag'ı bag'ıtın ozgertip sol juldızg'a qarap bag'ıtlang'an halın saqlaydı.

Giroskoptın' ***ekinshi qa'siyeti*** onın' ko'sherine giroskoptı qozg'alısqa keltiriwge bag'ıtlang'an ku'sh (yamasa qos ku'sh) ta'sir etkende baqlanadı. Usı ku'shtin' ta'sirinde figurası ko'sheri do'gereginde aylanıp turg'an giroskop ku'shtin' bag'ıtında emes, al usı ku'shtin' bag'ıtına perpendikulyar bag'ıtta awısadı (bul qa'siyet joqarıda aytılg'an pretsessiya bolıp tabıladı).

21-§. Aylanıwshı inertsial emes koordinatalar sistemaları

Koriolis tezleniwi ha'm Koriolis ku'shi. Aylanıwshı koordinatalar sistemasındag'ı inertsiya ku'shleri. Fuko mayatnigi. Giroskoplıq ku'shler.

Koriolis tezleniwi. Tuwrı sızıq boyınsha qozg'alatug'ın inertsial emes sistemalardı qarag'anımızda absolyut, ko'shirmeli ha'm salıstırmalı tezlikler arasındag'ı qatnaslar ja'ne solarg'a sa'ykes tezleniwler arasındag'ı qatnaslar birdey boladı [(17.1), (17.2) an'latpaların qaran'ız]. Al aylanıwshı inertsial emes koordinatalar sistemasında awhallar a'dewir quramalı tu'ske enedi. Ayırma sonnan ibarat, aylanıwshı sistemalardın' ha'r noqatındag'ı ko'shirmeli tezlik ha'r qıylı ma'niske iye bolıp, absolyut tezlik burıng'ıday ko'shirmeli ha'm salıstırmalı tezliklerdin' qosındısınan turadı:

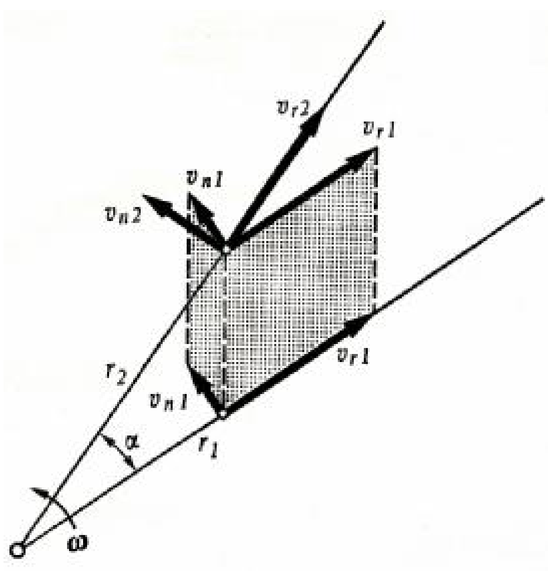
$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'. \tag{21.1}$$

Absolyut tezleniw bolsa bunday a'piwayı tu'rge iye bolmaydı.

Aylanıwshı sistemanın' bir noqatınan ekinshi noqatına ko'shkende noqattın' ko'shirmeli tezligi o'zgeredi. Sonlıqtan ha'tte eger qozg'alıs barısında noqattın' salıstırmalı tezligi o'zgermey qalg'an jag'dayda da noqat ko'shirmeli tezleniwden o'zgeshe tezleniw aladı. Usının' na'tiyjesinde ***aylanıwshı koordinatalar sistemalarındag'ı absolyut tezleniw ushın jazılg'an an'latpada ko'shirmeli ha'm salıstırmalı tezleniwden basqa Koriolis tezleniwi dep atalıwshı tezleniw boladı***:

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_0 + \mathbf{w}' + \mathbf{w}_K \tag{21.2}$$

$\mathbf{w}_K$ arqalı Koriolis tezleniwi belgilengen.



21-1 su'wret. Koriolis tezleniwi inertsial emes sistemanın' ha'r qıylı noqatlarındag'ı ko'shirmeli tezleniwdin' ha'r qıylı bolg'anlıg'ınan payda boladı.

Koriolis tezleniwi ushın an'latpa. Koriolis tezleniwinin' fizikalıq ma'nisin tu'siniw ushın aylanıw tegisligindegi qozg'alıstı qaraymız. Birinshi gezekte bizdi noqattın' radius boylap turaqlı salıstırmalı tezlik penen qozg'alıwı qızıqtıradı. 21-1 su'wrette noqattın' eki waqıt momentindegi awhalı ko'rsetilgen (waqıt momentleri arasındag'ı ayırmanı Δt arqalı belgileymiz). Δt waqıtı ishinde radius $\Delta\alpha = \omega\,\Delta t$ mu'yeshine burıladı. Radius boyınsha tezlik v_r usı waqıt ishinde tek bag'ıtı boyınsha o'zgeredi, al radiusqa perpendikulyar bolg'an v_n tezligi bag'ıtı boyınsha da, absolyut ma'nisi boyınsha da o'zgeriske ushıraydı. Radiusqa perpendikulyar bolg'an tezliktin' qurawshısının' tolıq o'zgerisi

$$\begin{aligned}\Delta v_n &= v_{n2} - v_{n1}\cos\alpha + v_r\,\Delta\alpha = \omega r_1 - \omega r_2\cos\alpha + v_r\,\Delta\alpha \approx \\ &\approx (r_1 - r_2) + v_r\,\omega\Delta t = \omega\,\Delta r + v_r\,\omega\Delta t.\end{aligned} \tag{21.3}$$

Bul jerde $\cos\alpha = 1$ ekenligi esapqa alıng'an. Demek, Koriolis tezleniwi

$$w_K = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \omega\frac{dr}{dt} + v_r\,\omega = 2v_r\,\omega \tag{21.4}$$

tu'rine iye boladı. Bul an'latpa vektorlıq tu'rde bılayınsha jazıladı:

$$\mathbf{w}_K = 2\,[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}'] \tag{21.5}$$

$\mathbf{v}'$ arqalı radius bag'ıtındag'ı salıstırmalı tezlik belgilengen.

Noqat radiusqa perpendikulyar bag'ıtta qozg'alg'anda, yag'nıy qozgalıs shen'ber ta'rizli bolg'anda salıstırmalı tezlik $v' = \omega r$, al qozg'almaytug'ın koordinatalar sistemasındag'ı noqattın' aylanıwının' mu'yeshlik tezligi $\omega + \omega'$, bul qosındıda ω arqalı aylanıwshı koordinatalar sistemasının' mu'yeshlik tezligi belgilengen. Absolyut tezleniw ushın mınaday an'latpa alamız:

$$\omega = (\omega + \omega')^2\;r = \omega^2\;r + \omega'^2\;r + 2\omega\,\omega'\,r\,. \tag{21.6}$$

On' ta'reptegi birinshi ag'za ko'shirmeli tezleniwge, ekinshi ag'za salıstırmalı tezleniwge sa'ykes keledi. Keyingi ag'za $2\omega\,\omega' r$ Koriolis tezleniwi bolıp tabıladı. (21.6) dag'ı barlıq tezleniwler radius boyı menen aylanıw orayına qaray bag'ıtlang'an. (21.6) dag'ı Koriolis tezleniwi bag'ıttı esapqa alg'anda bılayınsha jazıladı:

$$\mathbf{w}_K = 2\,[\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}'\,]. \tag{21.7}$$

Bul an'latpada $\mathbf{v}'$ arqalı usı jag'dayda radiusqa perpendikulyar bag'ıtlang'an salıstırmalı tezlik belgilengen.

Iqtıyarlı tu'rde alıng'an qa'legen tezlik radius boyınsha ha'm radiusqa perpendikulyar bag'ıtlang'an tezliklerdin' qosındısı tu'rinde ko'rsetiledi. Sol eki qurawshı ushın da (21.7) tu'rindegi bir formula durıs boladı. Demek (21.7) tu'rindegi bir formula salıstırmalı tezliktin' ıqtıyarlı bag'ıtındag'ı Koriolis tezleniwi ushın da durıs bolatug'ınlıg'ı kelip shıg'adı.

Tezlik aylanıw ko'sheri bag'ıtında bolg'an jag'dayda hesh kanday Koriolis tezleniwi payda bolmaydı. Sebebi bul jag'dayda traektoriyanın' qon'ısılas noqatları birdey ko'shirmeli tezlikke iye boladı.

Koriolis tezleniwi ushın an'latpanı absolyut tezleniwdi tuwrıdan tuwrı esaplaw arqalı alıwg'a da boladı. Qozg'alıwshı noqattın' radius-vektorı ushın jazılg'an an'latpanı

$$\mathbf{r} = \mathbf{i}'x' + \mathbf{j}'y' + \mathbf{k}'z' \qquad (21.8)$$

tu'rinde jazıp onı t boyınsha differentsiallaymız ha'm kelesi paragrafta keltiriletug'ın $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$ lardın' waqıttan g'a'rezliligin esapqa alamız, na'tiyjede absolyut tezlik ushın mına an'latpag'a iye bolamız:

$$\mathbf{v} = [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}] + \mathbf{v}' = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'. \qquad (21.9)$$

Bul an'latpadag'ı $[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}] = \mathbf{v}_0$ ko'shirmeli tezlik, al

$$\mathbf{v}' = v_x'\mathbf{i}' + v_x'\mathbf{j}' + v_x'\mathbf{k}' \qquad (21.10)$$

tezligi bolsa salıstırmalı tezlik bolap tabıladı. Bunnan absolyut tezleniwdi tabamız:

$$\mathbf{w} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left[\,\boldsymbol{\omega}, \frac{d\mathbf{r}}{d\mathbf{t}}\right] + \frac{d\mathbf{v}'}{dt} = [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v} + \mathbf{v}'] + \mathbf{w}' + [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}'], \qquad (21.11)$$

Bul an'latpanı keltirip shıg'arg'anımızda biz aylanıwdın' mu'yeshlik tezligin turaqlı dep aldıq ha'm

$$\frac{d\,\mathbf{v}'}{d\,t} = \frac{d\,v_x'}{d\,t}\mathbf{i}' + \frac{d\,v_y'}{d\,t}\mathbf{j}' + \frac{d\,v_z'}{d\,t}\mathbf{k}' + v_x'\frac{d\,\mathbf{i}'}{d\,t} + v_x'\frac{d\,\mathbf{j}'}{d\,t} + v_x'\frac{d\,\mathbf{k}'}{d\,t} = \mathbf{w}' + [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}'] \qquad (21.12)$$

ekenligin esapqa aldıq. Sonlıqtan absolyut tezleniw ushın (21.2) bolg'an

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_0 + \mathbf{w}' + \mathbf{w}_K \qquad (21.2)$$

an'latpasına ja'ne iye boldıq. Bul an'latpadag'ı

$\mathbf{w}_0 = [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}_0] = [\,\boldsymbol{\omega}, [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}]\,]$ ko'shirmeli tezleniw,

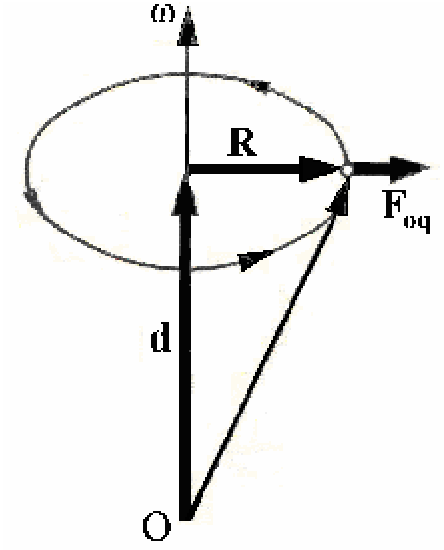
$\mathbf{w}' = \frac{d\,\mathbf{v}'}{d\,t} = \frac{d\,v_x'}{d\,t}\mathbf{i}' + \frac{d\,v_y'}{d\,t}\mathbf{j}' + \frac{d\,v_z'}{d\,t}\mathbf{k}'$ salıstırmalı tezleniw,

$\mathbf{w}_K = \mathbf{w}' + [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}']$ Koriolis tezleniwi.

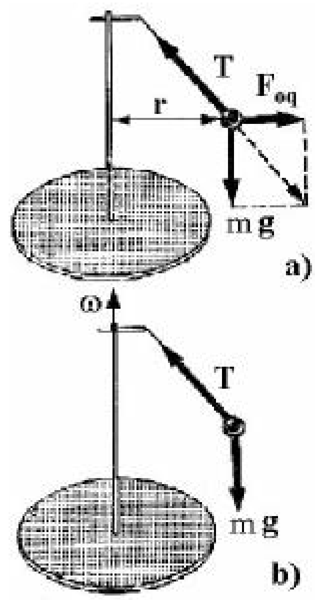
Ko'shirmeli tezleniwdi

$$\mathbf{w}_0 = [\,\boldsymbol{\omega}, [\,\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}]\,] = \boldsymbol{\omega}, (\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}) - \mathbf{r}\,\omega^2 = \omega^2\,(\mathbf{d} - \mathbf{r}) = \omega^2\,\mathbf{R} \qquad (21.13)$$

tu'rinde ko'rsetken maqsetke muwapıq keledi. Bul an'latpadag'ı **R** aylanıw ko'sherine perpendikulyar vektor (21-2 su'wret). Solay etip ***ko'shirmeli tezleniw orayg'a umtılıwshı tezleniw bolıp tabıladı eken*** (aylanıwdın' mu'yeshlik tezligin turaqlı dep esaplag'anımızdı eske tusiremiz).



21-2 su'wret. İnertsiyanın' oraydan qashıwshı ku'shi.



21-3 su'wret. Aylanıwshı esaplaw sistemasındag'ı mayatniktin' ten' salmaqlıg'ı.

Aylanıwshı koordinatalar sistemasındag'ı inertsiya ku'shleri. Biz 18-paragrafta inertsiya ku'shi ushın

$$m\,\mathbf{w}' = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{in}$$

ulıwmalıq formulasın alg'an edik. Endi usı formula ja'rdeminde absolyut tezleniw ushın jazılgan (21.2) ni esapka alıw arqalı aylanıwshı sistemadag'ı inertsiya ku'shleri bolg'an

$$\mathbf{F}_{in} = m\,(\mathbf{w}' - \mathbf{w}) = m\,(-\mathbf{w}_0 - \mathbf{w}_K) = m\,\omega^2\,\mathbf{R} - 2m\,[\omega, \mathbf{v}'] = \mathbf{F}_{oq} + \mathbf{F}_K \quad (21.14)$$

inertsiya ku'shin tabıw mu'mkin. ***Aylanıwshı koordinatalar sistemasındag'ı ko'shirmeli tezlik penen baylanıslı bolg'an ku'sh***

$$\mathbf{F}_{oq} = m\,\omega^2\,\mathbf{R} \quad (21.15)$$

Bul ku'sh aylanıw ko'sherinen radius bag'ıtı boyınsha bag'ıtlang'an. ***Koriolis tezleniwi menen baylanıslı bolg'an inertsiya ku'shi***

$$\mathbf{F}_K = -2m\,[\omega, \mathbf{v}'] \quad (21.16)$$

Koriolis ku'shi dep ataladı.

Aylanıwshı disktegi mayatniktin' ten' selmaqlıg'ı. Mısal retinde aylanıwshı disktegi mayatniktin' ten' salmaqlıq awhalın qarap shıg'amız (21-3 su'wret). İnertsial emes esaplaw sistemasında mayatnikke inertsiyanın' oraydan qashıwshı ku'shi tasir etedi. Ten' salmaqlıq awhalda Koriolis ku'shi bolmaydı ha'm sog'an sa'ykes salıstırmalı tezlik nolge ten' $(v' = 0)$. Qozgalıs ten'lemesi

$$m\,\mathbf{w}' = \mathbf{T} + m\mathbf{g} + \mathbf{F}_{oq} = 0 \quad (21.17)$$

Al inertsial esaplaw sistemasında ten’ salmaqlıqta turg’an mayatniktin’ qozg’alıs ten’lemesi mınaday:

$$m\,\mathbf{w} = \mathbf{T} + m\mathbf{g}. \qquad (21.18)$$

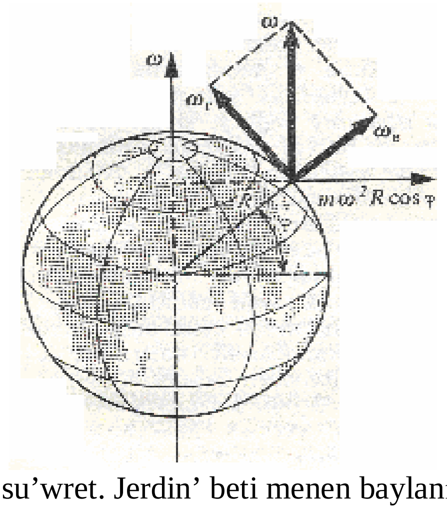
21-3 su’wretten $tg\,\alpha = \omega^2 r/g$, $w = \omega^2 r$ ekenligi tikkeley ko’rinip tur (α arqalı vertikal ha’m mayatniktin’ jibi arasındag’ı mu’yesh belgilengen).

Jerdin’ beti menen baylanısqan inertsial emes koordinatalar sisteması. Jer o’z ko’sheri do’gereginde aylanatug’ın bolganlıqtan onın’ beti menen baylanısqan koordinata sisteması inertsial emes koordinatalar sisteması bolıp tabıladı.

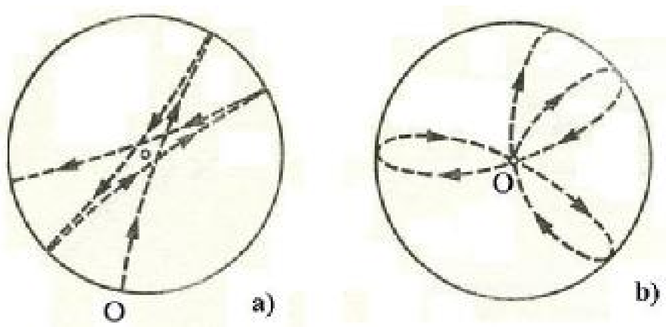
Jer betinin’ qa’legen noqatındag’ı mu’yeshlik tezlikti gorizont ha’m vertikal bag’ıtlardag’ı qurawshılarg’a jiklew mu’mkin (21-4 su’wret): $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_v + \boldsymbol{\omega}_g$. Jer betinin’ φ ken’liginde bul qurawshılar sa’ykes ten’:

$$\omega_v = \omega \cos\varphi,$$
$$\omega_g = \omega \sin\varphi.$$

$m\,\omega^2 R\cos\varphi$ ge ten’ bolg’an (R arkalı Jerdin’ radiusı belgilengen) oraydan kashıwshı ku’sh meridian tegisliginde jatadı. Arqa yarım sharda bul oraydan qashıwshı ku’sh vertikaldan tu’slik ta’repke qaray, al tu’slik yarım sharda bolsa arqag’a qaray tap sonday mu’yeshke en’keygen. Solay etip bul ku’shtin’ vertikal qurawshısı salmaq ku’shin o’zgertedi, al onın’ gorizont bag’ıtındag’ı qurawshısı bolsa jerdin’ betine tu’sirilgen urınba boyınsha meridian bag’ıtında ekvatorg’a qaray bag’ıtlang’an.



21-4 su’wret. Jerdin’ beti menen baylanısqan koordinatalar sisteması.



21-5 su’wret. Fuko mayatniginin’ ushı ta’repinen qaldırılg’an izler (tu’sinikler tekstte beriledi).

Koriolis ku’shi denenin’ salıstırmalıq tezliginen g’a’rezli. Bul tezlikti vertikal ha’m gorizont bag’ıtındag’ı qurawshılarg’a jiklew qolaylı: $\mathbf{v}' = \mathbf{v}_v' + \mathbf{v}_g'$. Bunday jag’dayda Koriolis ku’shi

$$\mathbf{F}_K = -2m\left[\boldsymbol{\omega}_v + \boldsymbol{\omega}_g, \mathbf{v}_v' + \mathbf{v}_g'\right] = -2m\left[\boldsymbol{\omega}_v, \mathbf{v}_g'\right] - 2m\left[\boldsymbol{\omega}_g, \mathbf{v}_v'\right] - 2m\left[\boldsymbol{\omega}_g, \mathbf{v}_g'\right] \qquad (21.19)$$

tu’rinde jazıladı. Bul an’latpada $\left[\boldsymbol{\omega}_v, \mathbf{v}_v'\right] = 0$ ekenligi esapqa alıng’an.

Tezliktin' vertikal bag'ıttag'ı qurawshısı $\mathbf{v}_v'$ Koriolis ku'shinin' meridian tegisligine perpendikulyar bolg'an gorizont bag'ıtındag'ı tegisliktegi $-2m[\boldsymbol{\omega}_g, \mathbf{v}_v']$ qurawshısının' payda bolıwına alıp keledi. Eger dene joqarıg'a qaray qozgalsa, onda ku'sh batıs ta'repke, al denen to'menge qaray qozgalsa shıg'ıs ta'repke qaray bag'ıtlang'an. Sonlıqtan jetkilikli da'rejedegi biyiklikten qulap tu'sken deneler Jerdin' orayına qarap bag'ıtlang'an vertikal bag'ıttan shıg'ıs ta'repke qarap jıljıydı (awısadı). Deneni usınday etip jıljıtatug'ın ku'sh $2m\omega\cos\varphi v_v'$ shamasına ten'.

Tezliktin' gorizont bag'ıtındag'ı qurawshısı $\mathbf{v}_g'$ Koriolis ku'shinin' eki qurawshısının' payda bolıwına alıp keledi. $-2m[\boldsymbol{\omega}_g, \mathbf{v}_g']$ shamasına ten' qurawshı Jerdin' aylanıwının' mu'yeshlik tezliginin' gorizont bag'ıtındag'ı qurawshısınan g'a'rezli ha'm vertikalg'a qaray bag'ıtlang'an. Bul ku'sh $\boldsymbol{\omega}_g$ ha'm $\mathbf{v}_g'$ vektorlarının' bag'ıtlarına baylanıslı deneni Jerge qaray qısadı yamasa Jerdin' betinen qashıqlatıwg'a qaray bag'darlang'an. Deneler jetkilikli da'rejede u'lken qashıqlıqlarg'a ushqanda (mısalı ballastikalıq raketalardın' traektoriyaların esaplag'anda) bul ku'shti dıqqatqa alıw za'ru'r.

Tezliktin' gorizont bag'ıtındag'ı qurawshısı $\mathbf{v}_g'$ menen baylanıslı bolg'an Koriolis ku'shinin' ekinshi qurawshısı $-2m[\boldsymbol{\omega}_v, \mathbf{v}_g']$ shamasına ten'. Bul tezlikke perpendikulyar bolg'an gorizont bag'ıtındıg'ı ku'sh bolıp tabıladı. Eger arqa yarım sharda tezlik bag'ıtında qarasaq, bul ku'sh barlıq waqıtta on' ta'repke qaray bag'ıtlang'an. Usının' na'tiyjesinde arqa yarım shardag'ı da'ryalardın' on' jag'ası shep ta'reptegi jag'asına salıstarg'anda ko'birek degish aladı. Suwdın' qozgalıwshı molekulalarına tu'setug'ın Koriolis ku'shi on' jag'ısqa qaray bag'ıtlang'an tezleniw beredi. Usının' na'tiyjesinde suw jag'ag'a qaray bazı bir tezlik aladı ha'm da'ryanın' on' jag'asına basım tu'siredi.

Waqıttın' o'tiwi menen (ko'p jıllar dawamında) A'miwda'ryanın' shıg'ıs ta'repke qaray jıljıwının', shıg'ıs ta'repte jaylasqan ko'p orınlardın' suw alıwının' sebebi Koriolis ku'shinin' ekinshi qurawshısı bolg'an $-2m[\boldsymbol{\omega}_v, \mathbf{v}_g']$ shamasının' ta'siri bolıp tabıladı.

Koriolis ku'shinin' ekinshi qurawshısı $-2m[\boldsymbol{\omega}_v, \mathbf{v}_g']$ nin' ta'sirinin' en' a'hmiyetli ko'riniwlerinin' biri mayatniktin' terbelis tegisliginin' Jerge salıstırg'andag'ı burılıwı bolıp tabıladı.

Fuko mayatnigi. Koriolis ku'shinin' gorizont boyınsha bag'darlang'an qurawshısı ta'sir etetug'ın mayatnikti qarayıq. Mayatniktin' gorizont bag'ıtındag'ı tegisliktegi proektsiyaları 21-5 su'wrette keltirilgen. Alıng'an iymekliklerdin' ha'r qıylı bolıw sebepleri bto'mendegidey bolıp tu'sindiriledi:

Eger mayatnik ten' salmaqlıq awhalınan awıstırılg'an bolsa ha'm Jer menen birge qozgalatug'ın baqlawshıga salıstırg'anda nollik da'slepki tezlik penen jiberilse, onda ol (mayatnik) ten' salmaqlıq orayına qaray qozg'ala baslaydı. Biraq Koriolis ku'shi onı on' ta'repke qaray awıstıradı ha'm sonlıqtan mayatnik oraylıq noqat arqalı o'tpeydi. Na'tiyjede mayatniktin' materiallıq noqatının' proektsiyası 21-5 a su'wrette ko'rsetilgendey iymeklikler boyınsha qozg'aladı.

Biraq mayatnikti basqa usıl menen qozg'alısqa keltiriw mu'mkin. Bul usılda mayatnikke ten' salmaqlıq halında turg'anda tezlik beriledi. Onın' qozg'alısının' barısı o'zgeredi. Oraydan qashıqlag'anda Koriolis ku'shi mayatnikke on' ta'repke bag'ıtlang'an ku'sh penen ta'sir etedi. Al keyinge qaytarda ku'shtin' bag'ıtı qarama-qarsı bag'ıtqa o'zgeredi ha'm usının' saldarınan mayatnik ten' salmaqlıq noqatı arqalı o'tedi. Na'tiyjede mayatniktin' materiallıq noqatının' proektsiyası 21-5 b su'wrette ko'rsetilgendey iymeklikler boyınsha qozg'aladı.

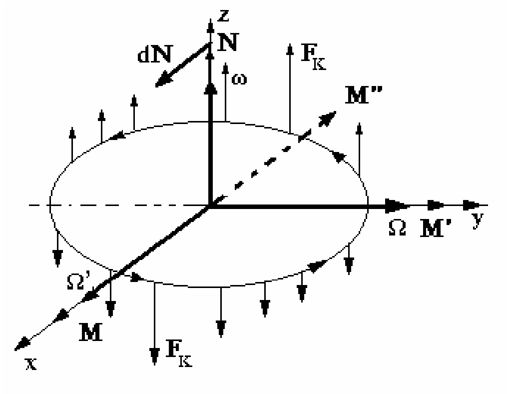
Bir terbelis dawamında mayatniktin' alatug'ın awısıwının' ko'p emes ekenligi ta'biyiy. Sonlıqtan u'lken awıtqıwdı mayatniktin' ko'p sandag'ı terbelisleri barısında alıw mu'mkin.

Fuko mayatniginin' terbelislerin qozg'almaytug'ın juldızlarg'a salıstırgandag'ı inertsial koordinatalar sistemasında da qarap shıg'ıwg'a boladı. Qozgalmaytug'ın juldızlarg'a salıstırg'anda mayatniktin' terbelis tegisligi o'zinin' awhalın o'zgertpeydi. Jerdin' o'z ko'sheri do'gereginde aylanıwınan mayatniktin' terbeliw tegisliginin' awhalı Jerdin' betine salıstırg'anda o'zgeredi. Bul o'zgeris Fuko mayatnigi ja'rdeminde anıqlanadı. Jerdin' polyuslerinde bul o'zgeristi ko'z aldıg'a keltiriw an'sat. Jer betindegi ıqtıyarlı alıng'an orınlarda bunday ta'jiriybelerdi islew biraz qıyınıraq.

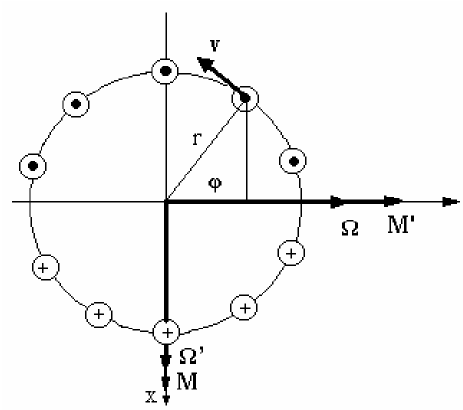
Mayatniktin' terbelis tegisliginin' mu'yeshlik tezligi $\boldsymbol{\omega}_v$. Sonlıqtan Jer sharı polyusında tolıq bir aylanıw bir sutkada, al φ ken'liginde $1/\sin\varphi$ sutkada tolıq bir aylanadı. Al ekvatorda Fuko mayatniginin' terbelis tegisligi aylanbaydı.

Giroskoplıq ku'shler. 21-paragrafta giroskoplardın' qozg'alısı talqılanadı. Biz bul jerde giroskoplıq ku'shler ta'biyatın talqılaymız. Bul ku'shler ta'biyatı jag'ınan Koriolis ku'shleri bolıp tabıladı.

Meyli 21-6 su'wrette ko'rsetilgendey mu'yeshlik tezligi z ko'sheri menen bag'ıtlas bolg'an aylanıwshı disk berilgen bolsın. Disk massası m bolg'an materiallıq noqatlardan tursın. Diskke x ko'sherinin' on' ma'nisleri ta'repine qaray bag'ıtlang'an $\mathbf{M}$ ku'sh momenti tu'sirilsin. Usı momenttin' ta'sirinde disk x ko'sheri do'gereginde bazı bir $\mathbf{\Omega}'$ mu'yeshlik tezligi menen aylana baslaydı. Na'tiyjede qozg'alıwshı noqatlarg'a $\mathbf{F}_K = -2m\left[\mathbf{\Omega}', \mathbf{v}'\right]$ shamasına ten' Koriolis ku'shi ta'sir ete baslaydı. Bul ku'shler u ko'sheri bag'ıtında ku'sh momentin payda etedi. O'z gezeginde bul ku'sh momenti bul ko'sher do'gereginde diskti mu'yeshlik tezligi $\mathbf{\Omega}$ bolg'an tezlik penen aylandıra baslaydı. Usının' na'tiyjesinde $\mathbf{N}$ impuls momenti vektorı $\mathbf{M}$ vektorı bag'ıtında qozg'aladı, yag'nıy sırttan tu'sirilgen momenttin' ta'sirinde giroskoptın' ko'sherindey bolıp pretsessiyalıq qozg'alıs jasaydı. Sonlıqtan da ***giroskoplıq ku'shler Koriolis ku'shleri bolıp tabıladı*** dep juwmaq shıg'aramız.



21-6 su'wret. Giroskoplıq ku'shler Koriolis ku'shlerinin' saldarınan payda boladı.



21-7 su'wret. Koriolis ku'shi momentin esaplawg'a arnalg'an sxema.

Giroskopiyalıq ku'shlerdin' payda bolıwın tolıg'ıraq talqılaw ushın Koriolis ku'shin esaplaymız. 21-7 su'wrette qozg'alıwshı disktin' noqatlarının' z ko'sherinin' on' ta'repindegi tezliklerinin' tarqalıwı ko'rsetilgen. y ko'sherinin' joqarısında disktin' ha'r qıylı noqatlarında

Koriolis ku'shleri sızılmag'a perpendikulyar ha'm bizge qaray bag'ıtlang'an. Al y ko'sherinen to'mende bizden qarama-qarsı ta'repke qaray bag'ıtlang'an. Bunnan keyin $\mathbf{F}_K = -2m\left[\mathbf{\Omega}', \mathbf{v}'\right]$ ha'm $v' = \omega r$ ekenligi esapqa alg'an halda (r, φ) noqatındag'ı Koriolis ku'shi ushın to'mendegi an'latpanı jazamız:

$$\mathbf{F}_K = 2m\,\Omega'\,v'\sin\varphi = 2m\,\Omega'\,\omega\, r\sin\varphi. \tag{21.20}$$

Sonlıqtan Koriolis ku'shinin' y ko'sherine salıstırg'andag'ı momenti ushın usınday formulanı alamız:

$$M_y' = 2m\,\Omega'\,\omega\, r^2 \sin^2\varphi. \tag{21.21}$$

Tolıq bir aylanıw barısındag'ı $\sin^2\varphi$ funktsiyasının' ortasha ma'nisinin' $1/2$ ge ten' ekenligin esapqa alıp $\left(\left\langle \sin^2\varphi\right\rangle = 1/2\right)$

$$\left\langle M_y'\right\rangle = m\,r^2\ \Omega'\,\omega = T\,\Omega' \tag{21.22}$$

ekeligine iye bolamız. Bul an'latpada $m\,r^2 = I$ ekenligi esapqa alıng'an (I arqalı aylanıw ko'sherine salıstırg'andag'ı materiallıq noqattın' inertsiya momenti belgilengen). Al $N = I\,\omega$ sol ko'sherge salıstırg'andag'ı aylanıwshı noqattın' impuls momenti. Eger disktin' barlıq noqatları boyınsha summalasaq, onda (21.22)-formula o'zgermeydi, al $\left\langle M_y'\right\rangle$ degenimizde diskke ta'sir etetug'ın y ko'sherine salıstırg'andag'ı Koriolis ku'shinin' tolıq momentin tu'siniw kerek boladı. Bul jag'dayda N shaması disktin' impuls momentin bildiredi. 21-6 su'wretten ko'rinip turganınday Koriolis ku'shleri x ko'sherine salıstırg'andag'ı ku'shlerdin' momentin payda etedi. Biraq bul momentlerdin' qosındısı nolge ten' ha'm sonlıqtan olardı esapqa almawg'a boladı.

$\left\langle M_y'\right\rangle$ ku'shler momentinin' ta'sirinde disk y ko'sherinin' do'gereginde aylana baslaydı. Joqarıdag'ıday bul aylanıs x ko'sherine salıstırg'andag'ı bag'ıtı da'slep tu'sirilgen ku'shler momentine qarama karsı bolg'an Koriolis ku'shlerinin' momentinin' payda bolıwına alıp keledi. x ko'sherine salıstırg'anda payda bolg'an Koriolis ku'shlerinin' momenti sırttan tu'sirilgen momentke ten' bolg'ansha aylanıwdın' mu'yeshlik tezligi o'sedi. Bunın' ushın (21.22) ge sa'ykes

$$M = N\,\Omega \tag{21.23}$$

ten'liginin' orınlanıwı sha'rt. Bul an'latpada M arqalı x ko'sherine salıstırg'andag'ı sırtqı ku'shlerdin' momenti, Ω arqalı disktin' y ko'sheri do'geregindegi aylanıwının' mu'yeshlik tezligi belgilengen. Solay etip x ko'sherine salıstırg'andag'ı ku'shler momenti usı ko'sher do'gereginde disktin' aylanıwına alıp kelmeydi, al y ko'sheri bo'geregindegi aylanıwdı boldıradı. 21-7 su'wrette ko'rinip turg'anınday $\mathbf{N}$ vektorının' ushı $\mathbf{M}$ vektorının' bag'ıtında qozg'aladı. $\Omega = \dfrac{d\,\alpha}{d\,t}$, $N = N\,d\alpha$ ekenligin esapka alıp (21-6 su'wrette qaran'ız) (21.23)-an'latpanı $M = \dfrac{dN}{d\,t}$ tu'rinde yamasa 21-6 su'wrette ko'rsetilgen vektorlardın' ken'isliktegi bag'ıtların esapqa alıp vektorlıq formada bılayınsha ko'shirip jazıw mu'mkin:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = \mathbf{M}. \qquad (21.24)$$

Bul momentler ten’lemesi bolıp tabıladı. Usı ten’leme ja’rdeminde giroskoplardın’ qozg’alısları tolıq talqılanadı.

Solay etip mınalardı aytıw mu’mkin: ***Giroskoptın’ ko’sherinin’ pretsessiyalıq qozg’alısı Koriolis ku’shlerinin’ ta’sirinde ju’zege keledi. Pretsessiya tolıq ornag’anda giroskoptın’ ko’sherinin’ qozg’alısının’ mu’yeshlik tezligi Koriolis ku’shlerinin’ momentinin’ payda bolıwına alıp keledi. Bul momenttin’ shaması giroskopqa ta’sir etetug’ın sırtqı ku’shlerdin’ momentine ten’, biraq qarama-qarsı bag’ıtlanıp ten’likti saqlap turadı***.

Koriolis ku’shi inertsiya ku’shi sıyaqlı Koriolis tezleniwine qarama-qarsı bag’ıtlang’an ha’m denege ta’sir etedi.

Mu’yeshlik tezleniwdi qurawshılarg’a jiklew sol mu’yeshlik tezliktin’ vektorlıq ta’biyatı menen baylanıslı.

Sorawlar:

1. Aylanıwshı inertsial emes koordinatalar sistemasında qanday inertsiya ku’shleri payda boladı?
2. Koriolis ku’shinin’ payda bolıwına qanday faktorlar alıp keledi?
3. Koriolis ku’shleri jumıs isleyme?
4. Oraydan qashıwshı ku’shler jumıs isleyme?

22-§. Soqlıg’ısıwlar

Soqlıg’ısıw protsesslerinin’ ta’riplemesi. Soqlıg’ısıw protsessin diagrammalar ja’rdeminde su’wretlew. Soqlıwg’ısıwlardag’ı saqlanıw nızamları. Serpimli ha’m serpimli emes soqlıg’ısıwlar. Neytronlardı a’steletiw. Fotonlardın’ jutılıwı ha’m shıg’arılıwı. Tabıldırıq ha’m aktivatsiya energiyası. Elementar bo’leksheler arasındag’ı reaktsiyalar.

Soqlıg’ısıw protsesslerinin’ ta’riplemesi. **Fizikadag’ı soqlıg’ısıw tu’siniginin’ anıqlaması**. Ta’biyatta baqlanatug’ın en’ ulıwmalıq qubılıslardın’ biri materiallıq denelerdin’ bir biri menen ta’sirlesiwi bolıp tabıladı. Bilyard sharları bir birine jaqınlasıp tiyiskende bir biri menen ta’sirlesedi. Usının’ na’tiyjesinde sharlardın’ tezligi, olardın’ kinetikalıq energiyaları ha’m ulıwma jag’dayda olardın’ ishki halı (mısalı temperaturası) o’zgeredi. Sharlardın’ usınday ta’sirlesiwi haqqında aytqanda olardın’ soqlıg’ısıwı dep aytadı.

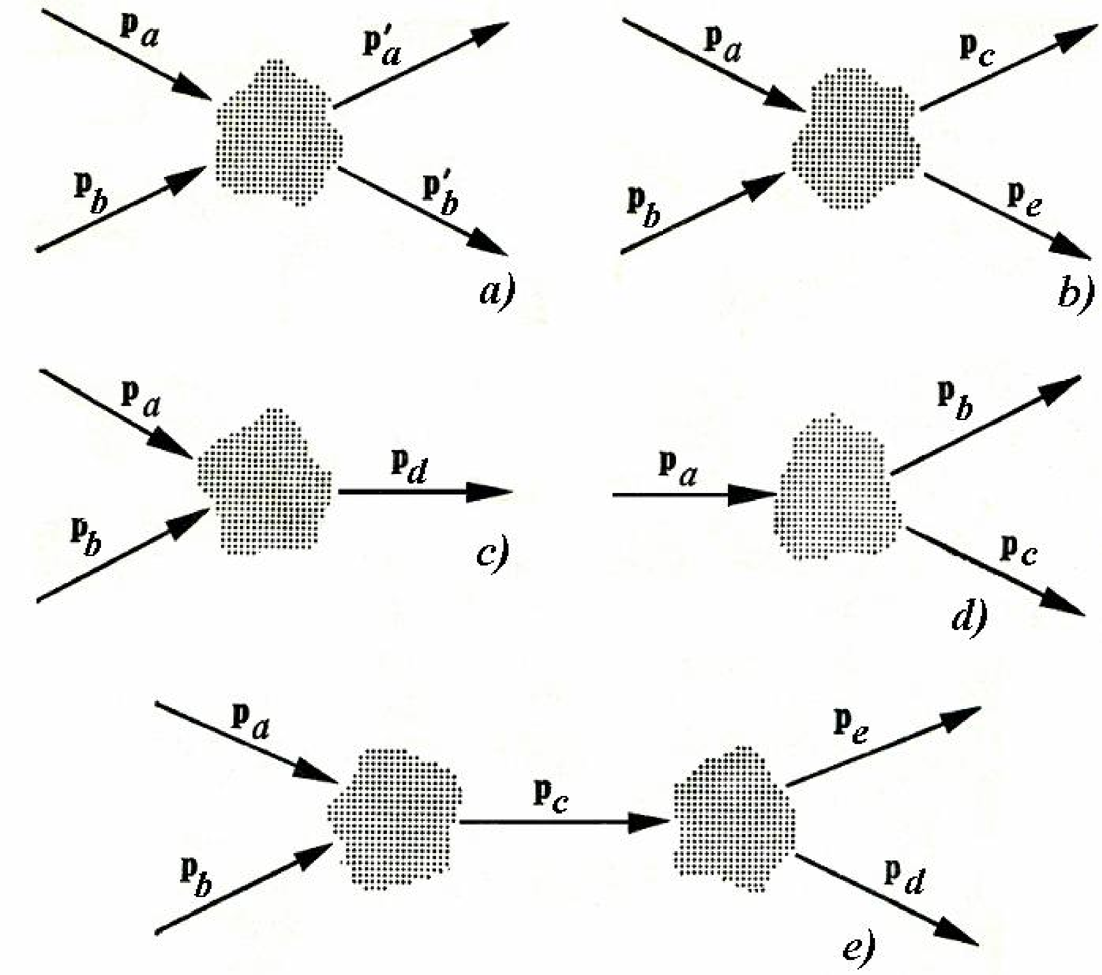
Biraq soqlıg’ısıw tu’sinigi tek materiallıq denelerdin’ tikkeley tiyisiwi menen ju’zege keletug’ın ta’sirlesiwine g’ana tiyisli emes. A’lemnin’ tu’pkirlerinen ushıp kelgen (Quyash sistemasının’ sırtınan) ha’m Quyashqa jaqın aralıqlardan o’tken kometa o’zinin’ tezligin o’zgertedi ha’m basqa bag’ıtta qaytadan A’lemnin’ alıs tu’pkirlerine ushıwın dawam etedi. Bul protsesste ta'sirlesiwdin' tiykarında tartılıs ku'shleri jatadı ha'm Quyash penen kometanın' bir birine tikkeley tiyisiwi orın almasa da soqlıg'ısıw bolıp tabıladı. Biz usı jag'daydı da soqlıg'ısıw dep qaray alıwımızdın' tiykarında Quyash penen kometanın' ta'sirlesiwinin' o'zine ta'n o'zgesheligi sonnan ibarat, usı ta'sirlesiw orın alg'an ken'islik oblastı salıstırmalı tu'rde kishi. Kometanın' tezligi Quyash sisteması oblastı ishinde sezilerliktey o'zgeriske ushıraydı. Bul oblast Jerdegi masshtablarg'a salıstırg'anda ju'da' u'lken, biraq astronomiyalıq masshtablarg'a salıstırg'anda (mısalı jurdızlar arasındag'ı oblastlarg'a salıstırg'anda) ju'da' kishi. Sonlıqtan kometanın' Quyash penen soqlıg'ısıw protsessi mına tu'rge iye boladı: Kometa da'slep og'ada u'lken aralıqlardı Quyash penen ta'sir etispey tuwrı sızıq boyınsha o'tken, bunnan keyin Quyashtın' a'tirapındag'ı ju'zlegen million kilometrler menen o'lshenetug'ın salıstırmalı kishi oblastta kometa menen Quyashtın' o'z-ara ta'sirlesiwi orın aladı. Usının' na'tiyjesinde kometanın' tezligi ha'm basqa da xarakteristikaları o'zgeredi ha'm bunnan keyin kometa A'lemnin' tu'pikirlerine Quyash penen sezilerliktey ta'sirlespey derlik tuwrı sızıqlı orbita boyınsha qaytadan jol aladı.

Ekinshi bir mısal retinde protonnın' atom yadrosı menen soqlıg'ısıwın qarap o'tiwge boladı. Olar arasındag'ı qashıqlıq u'lken bolg'anda proton da, yadro da bir biri menen ta'sirlespey (a'lbette bir birine sezilerliktey ta'sir etpey degen so'z) ten' o'lshewi ha'm tuwrı sızıqlı traektoriyalar boyınsha qozg'aladı. Jetkilikli da'rejede kishi qashıqlıqlarda Kulon ku'shleri sezilerliktey ma'niske jetedi ha'm iyterisiwdin' saldarınan proton menen yadronın' tezlikleri o'zgeredi. Na'tiyjede elektromagnit maydanı kvantlarının' payda bolıwı yamasa olardın' energiyaları jetkilikli mug'darda u'lken bolg'an jag'daylarda basqa bo'lekshelerdin' (mısalı mezonlardın') payda bolıwı yamasa yadronın' bo'liniwi mu'mkin. Sonlıqtan ken'isliktin' salıstırmalı kishi bolg'an oblastında orın alatug'ın usınday ta'sirlesiwdin' saldarınan en' a'piwayı jag'dayda proton menen yadro soqlıg'ısıwdan burıng'ı tezliklerine salıstırg'anda basqa tezlikler menen qozg'alatug'ın boladı, basqa jag'daylarda elektromagnit nurlanıwdın' bir neshe kvantları payda boladı, ulıwmalastırıp aytqanda bazı bir basqa bo'leksheler payda boladı.

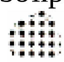
Joqarıda keltirilgen mısallar to'mendegidey anıqlamanı keltirip shıg'arıwg'a mu'mkinshilik beredi:

Soqlıg'ısıw dep eki yamasa onnan da ko'p materiallıq bo'lekshelerdin', basqa da denelerdin' o'z-ara ta'sirlesiwlerine aytamız. Bul ta'sirlesiwler ken'isliktin' salıstırmalı kishi oblastında ha'm salıstırmalı kishi waqıt aralıg'ında bolıp o'tip, ken'isliktin' bul oblastı menen waqıttın' usı aralıg'ının' sırtında sol deneler menen bo'lekshelerdin' da'slepki halları ha'm ta'sirlesiwden keyingi ta'sirlesiw orın almaytug'ın jag'daylardag'ı halları haqqında aytıwg'a boladı.

Mexanikada soqlıg'ısıwg'a qatnasatug'ın deneler, bo'leksheler impulske, impuls momentine ha'm energiyag'a iye boladı ha'm protsesstin' o'zi usı shamalardın' o'zgeriwine alıp keledi. Bo'leksheler energiya ha'm impuls almasadı dep aytıwg'a boladı. Eger soqlıg'ısıwdın' aqıbetinde jan'a bo'leksheler payda bolsa yamasa soqlıg'ısıwg'a shekem bar bolg'an bo'lekshelerdin' bazı birewleri jog'alsa, onda energiya menen impulstı alıp ju'riwshiler almastı dep esaplaymız.



22-1 su’wret. Ҳa’r qıylı soqlıg’ısıw protsesslerinin’ diagrammaları.

Soqlıg’ısıw protsesslerin diagrammalar ja’rdeminde su’wretlew. Ҳa’zirgi waqıtları soqlıg’ısıw protsesslerin diagrammalar tu’rinde ko’rsetiw ken’nen qabıl etilgen (solardın’ biri 22-1 su’wrette keltirilgen). Soqlıg’ısıwg’a qatnasatug’ın bo’leksheler menen deneler olardın’ impulslarının’ vektorları menen sa’wlelendiriledi. Bul diagrammalarda soqlıg’ısıwlar bolıp o’tetug’ın oblast qanday da bir simvollıq su’wretke iye boladı (22-1 su’wrette bul oblast  tu’rinde belgilengen). Bo’lekshelerdin’ soqlıg’ısıwg’a shekemgi impulsleri usı oblastqa qaray, al soqlıg’ısıwdan keyingi impulsleri usı oblasttan sırtqa qaray bag’ıtlanadı. A’lbette soqlıg’ısıw protsesslerinin’ og’ada ko’p sanlı bolg’an tu’rleri bar. 22-1 su’wrette solardın’ ishinde en’ ko’p ushırasatug’ınları ko’rsetilgen. 22-1a su’wret impulsları $\mathbf{p}_a$ ha’m $\mathbf{p}_b$ bolg’an a ha’m b bo’lekshelerinin’ soqlıg’ısıwına sa’ykes keledi. Soqlıg’ısıwdan keyin sol bo’lekshelerdin’ o’zleri qalg’an, biraq olardın’ impulsleri soqlıg’ısıwdın’ na’tiyjesinde $\mathbf{p}_a{}'$ ha’m $\mathbf{p}_b{}'$ shamalarına ten’ bolg’an. Biraq soqlıg’ısıwdın’ na’tiyjesinde a ha’m b bo’lekshelerinin’ ornına eki c ha’m e bo’lekshelerinin’ (22-1 b su’wret) yamasa bir d bo’lekshesinin’ payda bolg’an bolıwı mu’mkin (22-1 c su’wret). Sonın’ menen birge qanday da bir protsesstin’ na’tiyjesinde bo’lekshenin’ ishinde ol basqa eki b ha’m c bo’lekshelerine bo’line aladı (22-1 d su’wret). Barlıq aqılg’a muwapıq keletug’ın soqlıg’ısıw diagrammaların ko’rsetip otırıwdın’ za’ru’rligi joq. Sonlıqtan endi tek bir diagrammanı ko’rsetemiz. Bul diagrammada aralıqlıq xal payda boladı (22-1 e su’wret). Bul jag’dayda soqlıg’ısıw protsessi eki basqıshtan turadı: Soqlıg’ısıwdın’ na’tiyjesinde da’slep a ha’m b bo’lekshelerinen aralıqlıq bo’lekshe dep atalatug’ın c bo’lekshesi payda boladı. Bunnan keyin bul c bo’lekshesi a ha’m d bo’lekshelerine bo’linedi. Ulıwma jag’dayda sol a ha’m d bo’leksheleri da’slepki a ha’m b bo’leksheleri menen birdey bolıwı da, sonın’ menen birge pu’tkilley basqa bo’leksheler de bolıwı mu’mkin. Solay etip bul protsesstin’ en’ keyingi na’tiyjesi 22-1 a ha’m 22-1 b su’wretlerde ko’rsetilgen jag’daylarg’a ekvivalent. Biraq aralıqlıq hallardın’ bar bolıwı protsesstin’ ju’riwine a’dewir ta’sir jasaydı.

Soqlıg’ısıwlardag’ı saqlanıw nızamları. Soqlıg’ısıw protsessleri ko’pshilik jag’daylarda ju’da’ quramalı protsessler bolıp tabıladı. Mısal retinde eki bilyard sharının’ soqlıg’ısıwın qaraymız (22-1 a su’wret). Sharlar bir birine tiyiskende deformatsiya payda boladı. Usının’ na’tiyjesinde kinetikalıq energiyanın’ bir bo’limi deformatsiyanın’ potentsial energiyasına o’tedi. Bunnan keyin serpimli deformatsiya energiyası qaytadan kinetikalıq energiyag’a o’tedi. Biraq bul o’tiw tolıg’ı menen a’melge aspaydı. Qalg’an energiya sharlardın’ ishki energiyasına o’tip, na’tiyjede sharlar qızadı. Usının’ menen sharlardın’ betinin’ absolyut tegis emes ekenligin umıtpawımız kerek ha’m usının’ saldarınan sharlar tiyiskende su’ykelis ku’shleri payda boladı. Bul su’ykelis ku’shleri birinshiden energiyanın’ bir bo’liminin’ ishki energiyag’a aylanıwına (sharlardın’ temperaturalarının’ joqarılawına) alıp keledi, ekinshiden sharlardın’ aylanıwına belgili bir ta’sir etedi. Solay etip ha’tte en’ a’piwayı jag’dayda da soqlıg’ısıw protsessi ju’da’ quramalı protsess bolıp tabıladı dep juwmaq shıg’aramız.

Biraq ***soqlıg’ısıw protsessinde bizdi soqlıg’ısıw protsessinin’ o’zi emes, al soqlıgısıwdın’ na’tiyjesi qızıqtıradı***. Soqlıg’ısıwg’a shekemgi jag’day (hal) ***baslang’ısh***, al soqlıg’ısıwdan keyingi jag’day ***aqırg’ı*** jag’day dep ataladı. Baslangısh ha’m aqırg’ı hallardı ta’ripleytug’ın shamalar arasında ta’sirlesiwdin’ da’l xarakterinen g’a’rezli bolmag’an belgili bir qatnaslar orın aladı. Bul qatnaslardın’ bar bolıwı soqlıg’ısıwg’a qatnasıwshı bo’lekshelerdin’ izolyatsiyalang’an sistemanı payda etetug’ınlıg’ınan ha’m usıg’an baylanıslı olar ushın energiyanın’, impulstin’ ha’m impuls momentinin’ saqlanıw nızamının’ orınlı bolatug’ınlıg’ına baylanıslı. Demek bo’lekshenin’ baslang’ısh ha’m aqırg’ı halların ta’ripleytug’ın shamalar arasındag’ı qatnaslar soqlıg’ısıwda energiyanın’, impulstin’ ha’m impuls momentinin’ saqlanıw nızamları arqalı an’latıladı eken.

Saqlanıw nızamları o’zinshe soqlıg’ısıwdın’ na’tiyjesinde qanday protsesslerdin’ ju’retug’ınlıg’ın ko’rsete almaydı. Biraq soqlıg’ısıwdın’ na’tiyjesinde nenin’ bolıp o’tetug’ınlıg’ı belgili bolsa, onda nenin’ bolatug’ınlıg’ın talqılawdı saqlanıw nızamları a’dewir an’satlastıradı.

Bo’leksheler soqlıg’ısatug’ın oblastta qanday qubılıslardın’ bolıp o’tetug’ınlıg’ı bizdi qızıqtırmaydı. Biz ushın tek bo’lekshelerdin’ soqlıg’ısıwg’a shekemgi ha’m soqlıg’ısıwdan keyingi xarakteristikaları arasındag’ı qanday baylanıstın’ bar ekenligin biliw ma’selesi g’ana a’hmiyetli.

İmpulstin’ saqlanıw nızamı. Ҳa’r qıylı bo’lekshelerdin’ soqlıg’ısıwg’a shekemgi impulslerin $\mathbf{p}_i$ arqalı belgileymiz ($i = 1, 2, 3, ..., n$). Soqlıg’ısıwdan keyingi olardın’ impulsin $\mathbf{p}_j'$ arqalı belgileyik ($j = 1, 2, 3, ..., n$). Jabıq sistemanın’ impulsi saqlanatug’ın bolg’anlıqtan biz

$$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i = \sum_{j=1}^{k} \mathbf{p}_i' \qquad (22.1)$$

Soqlıg’ısıwdan aldın’g’ı ha’m soqlıg’ısıwdan keyingi bo’lekshelerdin’ sanının’ da, sortının’ da ha’r qıylı bolatug’ınlıg’ı o’z-o’zinen tu’sinikli dep esaplaymız.

Energiyanın’ saqlanıw nızamı. Soqlıg’ısıwlar protsesslerine energiyanın’ saqlanıw nızamın qollanıw impulstin’ saqlanıw nızamın qollang’ang’a qarag’anda a’dewir quramalı. Sebebi 15-paragrafta saqlanıw nızamları haqqında ga’p etilgende olar tek mexanikalıq sistemalar ushın qollanıldı. Sonlıqtan relyativistlik emes jag'daylarda kinetikalıq ha'm potentsial energiyalar esapqa alındı, al relyativistlik bo'leksheler dinamikasın qarag'anımızda denelerdin' tınıshlıq energiyası bolg'an $E = mc^2$ shamasının' esapqa alınıwının' kerekligi atap o'tildi. Biraq energiyanın' basqa da tu'rlerinin' bar ekenligin itibarg'a alıw kerek boladı. Mısalı joqarıda aytılg'anday bilyard sharları soqlıg'ısqanda olardın' azmaz da bolsa qızıwı orın aladı. Sonlıqtan soqlıg'ısqannan burıng'ı kinetikalıq energiyalardın' qosındısı soqlıg'ısqannan keyingi kinetikalıq energiyalardın' qosındısına ten' bolmaydı, yag'nıy kinetikalıq energiya saqlanbaydı. Onın' bir bo'limi jıllılıq penen baylanısqan denenin' ishki energiyasına o'tedi. İshki energiyanın' basqa da tu'rleri bar. Shardı qurawshı bo'lekshelerdin' o'z-ara potentsial energiyaları da ishki energiyag'a kiredi. Sonlıqtan soqlıg'ısıw protsessine energiyanın' saqlanıw nızamın qollanıw ushın sol soqlıg'ısıwg'a qatnasatug'ın bo'lekshelerdin' ishki energiyaların da esapqa alıw kerek boladı. Biraq soqlıg'ısıwshı bo'leksheler arasındag'ı potentsial energiyanı esapqa alıwdın' keregi bolmaydı, sebebi baslang'ısh ha'm aqırg'ı hallarda sol bo'leksheler o'z-ara ta'sir etispeydi dep esaplanadı. Bo'lekshelerdin' ishki energiyasın E_{ishki} ha'm denenin' ilgerilemeli qozg'alısının' kinetikalıq energiyasın E_{kin} arqalı belgilesek soqlıg'ısıwdag'ı energiyanın' saqlanıw nızamın bılayınsha jazamız:

$$\sum_{i=1}^{n}\left(E_{ihki,i} + E_{kin,i}\right) = \sum_{j=1}^{k}\left(E'_{ihki,j} + E'_{kin,j}\right). \qquad (22.2)$$

Aylanbalı qozg'alıstın' kinetikalıq energiyasın ishki energiyag'a kirigiziwge bolatug'ınlıg'ın atap o'temiz.

Relyativistlik jag'dayda (22.2)-ten'lemenin' tu'ri a'dewir a'piwayı. Sebebi bunday jag'daydag'ı ***tolıq energiya***

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (16.13)$$

o'z ishine kinetikalıq energiyanı da, ishki energiyanın' barlıq formaları kiretug'ın tınıshlıqtıg'ı energiyanı da aladı. Sonlıqtan relyativistlik jag'dayda (22.2) bılayınsha jazıladı:

$$\sum_{i=1}^{n} E_i = \sum_{j=1}^{k} E'_j \qquad (22.3)$$

Bul an'latpada

$$E_i = \frac{m_i c^2}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}} \qquad (22.3a)$$

Solay etip (22.3a) nı esapqa alıp (22.3) ti bılayınsha ko'shirip jazamız:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}} = \sum_{j=1}^{k} \frac{m'_j}{\sqrt{1 - v'^2_j/c^2}} \qquad (22.4)$$

İmpuls momentinin' saqlanıw nızamı. İmpuls momentinin' saqlanıw nızamın qollang'anda barlıq denelerdin' ha'm bolekshelerdin' ishki impuls momentine iye bola alatug'ınlıg'ın eske alıw kerek. Denelerde impuls momenti aylanıw menen baylanıslı. Al mikrobo’leksheler bolsa (elektronlar, protonlar, neytronlar, basqa elementar bo’leksheler, atom yadroları ha’m tag’ı basqalar) ***spin*** dep atalatug’ın ishki impuls momentine iye boladı. Soqlıg’ısıwlarda bo’lekshenin’ ishki impuls momenti sıpanıda spinnin’ esapqa alınıwı kerek. Eger biz $\mathbf{M}_i$ arqalı soqlıg’ısıwg’a qatnasatug’ın bo’lekshelerdin’ impuls momentin, al $\mathbf{M}_{iski,i}$ arqalı olardın’ ishki momentlerin belgilesek, onda soqlıg’ısıwdag’ı impuls momentinin’ saqlanıw nızamın

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\mathbf{M}_i+\mathbf{M}_{ishki,i}\right)=\sum_{j=1}^{k}\left(\mathbf{M}'_j+\mathbf{M}'_{ishki,j}\right) \qquad (22.5)$$

tu’rinde jaza alamız.

Serpimli ha’m serpimli emes soqlıg’ısıwlar. Ta’sirlesiwdin’ na’tiyjesinde bo’lekshelerdin’ ishki energiyalarının’ o’zgeriwlerie baylanıslı soqlıg’ısıwlar ***serpimli*** ha’m ***serpimli emes*** bolıp ekige bo’linedi.

> ***Eger soqlıg’ısıwg’a qatnasatug’ın bo’lekshelerdin’ ishki energiyaları o’zgermeytug’ın bolsa soqlıg’ısıw serpimli, al ishki energiyaları o’zgerse soqlıg’ısıw serpimli emes dep ataladı***.

Mısalı eger bilyard sharları soqlıg’ısıwdın’ na’tiyjesinde azmaz qızatug’ın bolsa onda soqlıg’ısıw serpimli emes soqlıg’ısıw bolıp tabıladı. Al eger bilyard sharları jetkilikli da’rejede jaqsı serpimli materialdan islengen bolsa (mısalı pil su’yeginen), onda sharlardın’ kızıwın esapqa almawg’a boladı ha’m bul jag’dayda soqlıgısıwdı jetkilikli da’llikte serpimli dep esaplaymız. Geypara jag’daylarda absolyut serpimli soqlıg’ısıwlar haqqında aytadı. Bul jag’dayda soqlıg’ısatug’ın bo’lekshelerdin’ ishki energiyaları absolyut da’l o’zgerissiz kaladı. Sonday-aq absolyut serpimli emes soqlıg’ısıwlar haqqında da ga’p etiledi. Bul jag’dayda bolsa barlıq energiya bo’lekshelerdin’ yamasa denelerdin’ ishki energiyalarına tolıg’ı menen aylanadı. Mısalı jumsaq materialdın islengen massaları ha’m tezliklerinin’ absolyut ma’nisleri birdey bolg’an eki dene tuwrıdan tuwrı soqlıg’ıssa (bunday soqlıg’ısıwdı ***man’lay soqlıg’ısıwı*** dep ataymız) tınısh turg’an bir denege aylanadı. Usınday soqlıg’ısıw absolyut serpimli emes soqlıg’ısıw bolıp tabıladı.

Massalar orayı sisteması. Eger soqlıg’ısıwlardı massalar orayı sistemasında ju’zege keltirsek ma’seleni sheshiw a’dewir an’satlasadı. Bunday sistemada energiyanın’ saqlanıw nızamı (22.3) tu’rinde, al impuls momentinin’ saqlanıw nızamı (22.5) tu’rinde jazıladı. Al anıqlama boyınsha massalar orayı sistemasında bo’lekshelerdin’ impulslerinin’ qosındısı nolge ten’ bolatug’ınlıg’ına baylanıslı impulstın’ saqlanıw nızamı a’dewir a’piwayı tu’rde bılayınsha

$$\sum_{i=1}^{n}\mathbf{p}_i=\sum_{j=1}^{k}\mathbf{p}'_j=0 \qquad (22.6)$$

jazıladı.

Serpimli soqlıg’ısıwlar. **Eki bo’lekshenin’ reliyatvistlik emes jag’daydag’ı soqlıg’ısıwı**. Soqlıg’ısıwg’a shekem bo’lekshelerdin’ birewi (mısalı ekinshisi, yag’nıy $\mathbf{p}_2=0$) tınıshlıqta turatug’ın koordinatalar sistemasın tan’lap alamız. Bunday jag’dayda energiya menen impulstin’ saqlanıw nızamları bılayınsha jazıladı:

$$\frac{p_1^2}{2m_1}=\frac{p_2'^2}{2m_1'}+\frac{p_2'^2}{2m_2}, \qquad (22.7)$$

$$\mathbf{p}_1=\mathbf{p}'_1+\mathbf{p}'_2 \qquad (22.8)$$

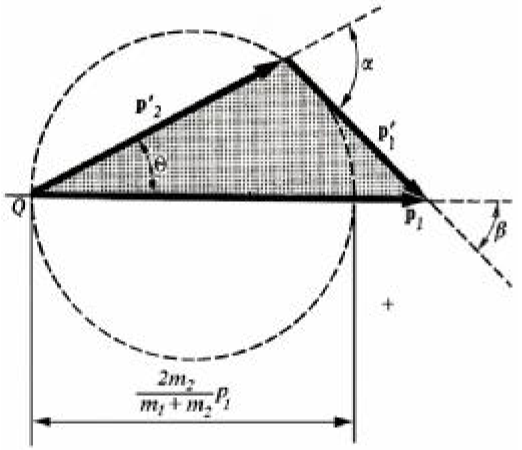
Bul an’latpalarda kinetikalıq energiya impuls arqalı jazılg’an $\left[\frac{mv^2}{2}=\frac{p^2}{2m}\right]$ ha’m soqlıg’ısıwda ishki energiyanın’ o’zgermeytug’ınlıg’ı esapqa alıng’an. (22.8) ten’lemesin $\mathbf{p}'_1=\mathbf{p}_1-\mathbf{p}'_2$ tu’rinde (28.2) ge ko’shirip jazıp

$$\left(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}'_2\right)=\mathbf{p}_1'^2\frac{\left(m_1+m_2\right)}{2m_2} \qquad (22.9)$$

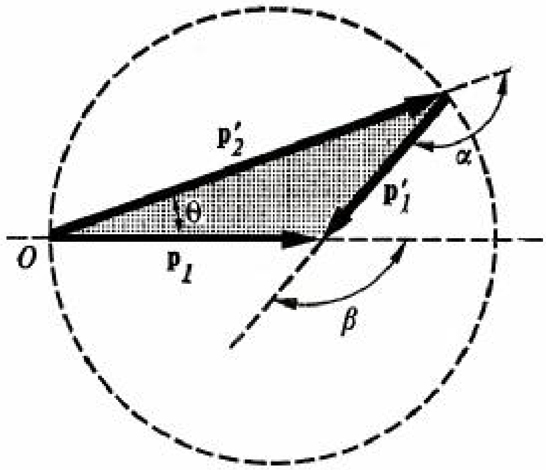
ekenligin tabamız. $\mathbf{p}_1$ menen $\mathbf{p}'_2$ arasındag’ı mu’yeshti θ arqalı belgileymiz. Sonlıqtan $\left(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}'_2\right)=p_1p'_2\cos\theta$. Endi (22.9) dan p'_2 ushın ma’seleni tolıq sheshiwge mu’mkinshilik beretug’ın mınaday an’latpa alamız:

$$p'_2=2\frac{m_2}{m_1+m_2}p_1\cos\theta. \qquad (22.10)$$

Endi na’tiyjeni ta’riplew mu’mkin bolg’an a’piwayı geometriyalıq qurılma du’zemiz. Bazı bir O noqatınan ushıp keliwshi bo’lekshenin’ impulsın su’wretleytug’ın $\mathbf{p}_1$ vektorın ju’rgizemiz (22-2 su’wret). Bunnan keyin radiusı $2\frac{m_2}{m_1+m_2}p_1$ shamasına ten’ ha’m O noqatınan o’tiwshi, orayı $\mathbf{p}_1$ vektorı bag’ıtında ornalasqan shen’ber ju’rgizemiz. Shen’berdin’ diametri bir ta’repi ha’m shen’berdin’ ishinde bolg’an u’sh mu’yeshliktin’ bir mu’yeshi $\pi/2$ ge ten’ bolg’anlıqtan O noqatınan baslanatug’ın ha’m shan’berdin’ boyında pitetug’ın barlıq kesindiler (22.10) dı qanaatlandıradı. Demek bul kesindiler soqlıg’ısqang’a shekem tınıshlıqta turg’an bo’lekshenin’ soqlıg’ısqannan keyingi impulsinin’ ma’nisin beredi. İmpulstin’ saqlanıw nızamı bolg’an (22.8)-ten’lemeden kelip tu’siwshi (tınısh turg’an bo’lekshege kelip soqlıg’ısatug’ın) bo’lekshenin’ impulsinin’ 22-2 su’wrette ko’rsetilgen kurılmanın’ ja’rdeminde berileteug’ınlıgı kelip shıg’adı. Soqlıg’ısıwdan keyin eki bo’lekshenin’ impulsleri arasındag’ı mu’yesh α g’a ten’. β mu’yeshi bolsa soqlıg’ısıwshı bo’lekshenin’ soqlıg’ısqannan keyingi bag’ıtı menen soqlıg’ısqang’a shekemgi bag’ıtı arasındag’ı mu’yesh. Tek geometriyalıq jol menen $\mathbf{p}'_1$ shamasın tabıw da qıyın emes. Solay etip soqlıg’ısıwdı ta’riplewshi barlıq shamalar anıqlandı. 22-2 su’wrette $2\frac{m_2}{m_1+m_2}<1$ bolg’an jag’day (yag’nıy $m_1>m_2$ bolg’an jag’day, ushıp keliwshi bo’lekshenin’ massası tınısh turg’an bo’lekshenin’ massasınan u’lken, tınısh turg’an bo’leksheni endigiden bılay ***nıshana*** dep ataymız) su’wretlengen. 22-2 su’wrette ***soqlıg’ısıwdan keyingi eki bo’lekshenin’ impulsleri arasındag’ı mu’yesh*** α ***shamasının’ ma’nisinin’*** $\pi/2$ ***den*** 0 ***ge shekem o’zgeretug’ınlıg’ı ko’rinip tur.*** $\mathbf{p}'_1$ ***impulsinin’ maksimallıq ma’nisi nıshana soqlıg’ısıwdan keyin ushıp keliwshi bo’lekshenin’ bag’ıtına derlik perpendikulyar bag’ıtta qozg’alg’anda jetisiledi. Sonın’ menen birge ushıp keliwshi bo’lekshenin’ bag’ıtın qa’legen bag’ıtqa o’zgerte almaytug’ınlıg’ın atap o’temiz***. Maksimallıq ma’niske iye β_{max} mu’yeshi bar boladı. Bo’leksheler usı mu’yeshten u’lken mu’yeshke bag’ıtın o’zgerte almaydı. Bul mu’yeshtin’ shaması 22-2 su’wretten tek $\mathbf{p}'_1$ vektorı shen’berge tiyetug’ın jag’dayda g’ana alınatug’ınlıg’ı ko’rinip tur.



22-2 su'wret. Massaları $m_1 > m_2$ bolg'an eki bo'lekshenin' soqlıg'ısıw ma'selesin sheshiwge arnalg'an sxema.



22-3 su'wret. Massaları $m_1 < m_2$ bolg'an eki bo'lekshenin' soqlıg'ısıw ma'selesin sheshiwge arnalg'an sxema.

22-3 su'wrette nıshananın' massası ushıp keliwshi bo'lekshenin' massasınan u'lken bolg'an jag'day ($m_2 > m_1$) sa'wlelengen. Su'wrette ko'rinip turg'anınday ***soqlıg'ısqannan keyingi bo'lekshelerdin' bir birine salıstırg'andag'ı ushıp ketiw bag'ıtları arasındag'ı mu'yesh*** $\pi/2 < \alpha < \pi$ ***sheklerinde o'zgeredi. Kelip soqlıg'ısıwshı bo'lekshenin' bag'ıtın o'zgertiw mu'yeshi*** β ***nolden*** π ***ge shekem, yag'nıy bo'lekshe ko'p mu'yeshke awıtqıw almaydı, al o'zinin' qozg'alıs bag'ıtın qarama-qarsı bag'ıtqa o'zgerte aladı***.

Biz joqarıda qarap o'tken eki jag'dayda da soqlıg'ısıwdın' xarakteristikası θ mu'yeshi boyınsha anıqlanadı eken. Biraq bazı bir ayqın jag'dayda onın' ma'nisi qanday shamag'a ten'? Bul sorawg'a saqlanıw nızamları juwap bere almaydı. Soqlıg'ısıw protsessinde orın alatug'ın barlıq jag'daydar soqlıg'ısıw sha'rtlerine ha'm ta'sirlesiwdin' o'zgesheliklerine baylanıslı boladı. Sonlıqtan ***saqlanıw nızamları soqlıg'ısıw haqqadag'ı ma'seleni tolıq sheshiwge mu'mkinshilik bere almaydı, biraq soqlıg'ısıwdın' tiykargı o'zgesheliklerin tallawg'a ja'rdem beredi***.

Man'lay soqlıg'ısıwı. 22-2 ha'm 22-3 su'wretlerden $\theta = 0$ bolg'anda ***tınısh turg'an bo'lekshenin' en' u'lken bolg'an impuls alatug'ınlıg'ı ko'rinip tur***. Bunday jag'daydag'ı soqlıg'ısıwdı ***man'lay soqlıg'ısıwı*** yamasa ***oraylıq soqqı*** dep ataymız. Bunday soqlıg'ısıwg'a mısal retinde bilyard sharları bir birine qaray olardın' oraylarının tutastırıwshı tuwrı boyınsha qozg'alg'andag'ı soqlıg'ısıwdı ko'rsetiwge boladı (inertsial esaplaw sistemasındag'ı ken'islikte bul sızıq o'zinin' bag'ıtın o'zgertpewi kerek).

Bul jag'dayda (22.10) an'latpasınan

$$\mathbf{p}'_2 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\mathbf{p}_1 \tag{22.11}$$

ekenligi da'rha'l kelip shıg'adı. Ekinshi bo'lekshenin' soqqıdan keyingi kinetikalıq energiyası $E'_{kin,2} = \frac{p'^2_2}{2m_2}$ birinshi bo'lekshenin' soqlıg'ısıwdan burıng'ı kinetikalıq energiyası $E_{kin,1} = \frac{p_1^2}{2m_1}$ arqalı bılayınsha anıqlanadı:

$$E'_{kin,2} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} E_{kin,1} \tag{22.12}$$

Bul an’latpa (22.11)-an’latpadan tikkeley kelip shıg’adı. Bul an’latpadan ***energiyanın’ bir bo’leksheden ekinshi bo’lekshege maksimallıq o’tiwi bo’lekshelerdin’ massaları o’z-ara ten’ bolg’anda (*** $m_1 = m_2$ ***) orın alatug’ınlıg’ı kelip shıg’adı***. Bul jag’dayda

$$E'_{kin,2} = E_{kin,1}, \tag{22.13}$$

yag’nıy birinshi bo’lekshenin’ energiyasının’ barlıg’ı da tolıg’ı menen ekinshi bo’lekshege beriledi. Soqlıg’ısıwdın’ na’tiyjesinde birinshi bo’lekshe toqtaydı. Bul jag’day energiyanın’ saqlanıw nızamı bolg’an (22.13) an’latpasında da, $\mathbf{p}'_2 = \mathbf{p}_1$ tu’rine iye bolatug’ın (22.11)-an’latpadan da, $\mathbf{p}'_1 = 0$ ten’ligine alıp keletug’ın impulstın’ saqlanıw nızamı menen kombinatsiyada da ko’rinip tur.

Soqlıg’ısıwshı bo’lekshelerdin’ massaları bir birinen u’lken ayırmag’a iye bolg’anda bo’lekshelerdin’ birinen ekinshisie o’tetug’ın energiyanın’ mug’darı ju’da’ kishi boladı. (22.12)-an’latpadan mına ten’liklerdin’ orınlı ekenligi kelip shıg’adı:

$$m_1 >> m_2 \text{ bolg'anda } E'_{kin,2} \approx 4\frac{m_2}{m_1}E_{kin,1}, \tag{22.14a}$$

$$m_2 >> m_1 \text{ bolg'anda } E'_{kin,2} \approx 4\frac{m_1}{m_2}E_{kin,1} \tag{22.14b}$$

Bul an’latpalarg’a itibar berip qarasaq olardın’ ekewinde de $E'_{kin,2} << E_{kin,1}$ ekenligi ko’rinip tur. Biraq impulstın’ beriliwin kishi shama dep ayta almaymız. (22.11) den $m_1 >> m_2$ bolg’an jag’dayda (ushıp keliwshi bo’lekshenin’ massası soqlıg’ısıwg’a shekem tınısh turg’an bo’lekshenin’ massasınan salıstırmas da’rejede u’lken) soqlıg’ısıwdan keyin tınısh turg’an bo’lekshenin’ impulsi ushıp kelgen bo’lekshenin’ impulsinen a’dewir kishi boladı. Ҳaqıyqatında da (22.11) an’latpasınan $m_1 >> m_2$ sha’rti orınlang’anda

$$\mathbf{p}'_2 \approx \frac{2m_2}{m_1}\mathbf{p}_1$$

an’latpasın alamız. Biraq bul jag’dayda eki bo’lekshenin’ tezlikleri bir birinen u’lken shamag’a parıq qılmaydı. Sebebi $\mathbf{p}'_2 = m_2\mathbf{v}'_2$ ha’m $\mathbf{p}_1 = m_1\mathbf{v}_1$ ekenligin esapqa alsaq, onda

$$v'_2 = 2v_1$$

ten’liginin’ orınlanatug’ınlıg’ına iye bolamız.

$m_2 >> m_1$ sha’rti orınlang’nada birinshi bo’leksheden ekinshi bo’lekshege impulstin’ beriliwi a’dewir u’lken boladı ($\mathbf{p}'_2 \approx 2\mathbf{p}_1$). Ekinshi bo’lekshenin’ impulsi birinshi bo’lekshenin’ impulsinen eki ese u’lken bolsa da, onın’ tezligi birinshi bo’lekshenin’ tezligine salıstırg’anda og’ada kishi ha’m bılayınsha juwıq tu’rde anıqlanadı:

$$\mathbf{v}'_2 \approx \frac{2m_1}{m_2}\mathbf{v}_1. \tag{22.15}$$

Birinshi bo’lekshenin’ tezliginin’ bag’ıtı soqlıg’ısıwdın’ na’tiyjesinde 180 gradusqa o’zgeredi, al absolyut ma’nisi boyınsha sezilerliktey o’zgeriske ushıramaydı.

Neytronlardın’ a’steleniwi (**neytronlardın’ tezliginin’ kishireyiwi**). Serpimli soqlıg’ısıwdın’ o’zgeshelikleri ilim menen texnikada ken’nen qollanıladı. Mısal retinde neytronlardın’ a’steleniwin qaraymız. Uran yadroları shama menen o’z-ara birdey bolg’an eki bo’lekke bo’lingende bo’liniwdin’ sınıqlarının’ (bo’leklerdin’) kinetikalıq energiyası tu’rinde u’lken energiya bo’linip shıg’adı. Bo’liniw protsessinin’ aqıbetinde bir yamasa bir neshe neytron payda boladı. Uran yadrosının’ bo’liniwinin’ o’zi neytronlardın’ ta’sirinde ju’zege keledi. Uran yadrosı neytron menen soqlıg’ısqanda ko’pshilik jag’dayda serpimli soqlıg’ısıw orın aladı. Biraq ayırım jag’daylarda neytron yadro ta’repinen tutıp alınadı ha’m usının’ saldarınan yadro bo’linedi. Neytronnın’ uran yadrosı ta’repinen tutıp alınıwının’ itimallılıg’ı og’ada kishi. Biraq neytronnın’ energiyasının’ kemeyiwi menen itimallıqtın’ shaması u’lkeyedi. Sonlıqtan jetkilikli da’rejede intensivli bolg’an shınjırlı reaktsiyanı ta’miyinlew ushın, yag’nıy uran yadroları bo’lingende payda bolatug’ın neytronlar basqa yadrolardın’ intensivli tu’rdegi bo’liniwin ta’miyinlew ushın neytronlardın’ kinetikalıq energiyaların kemeytiw za’ru’r. Neytronlardın’ uran yadroları menen ha’r bir man’lay soqlıg’ısıwında (22.14)-formulag’a sa’ykes neytronnan yadrog’a energiyasının’ tek kishi bo’limi (shama menen $2/238$ bo’limi) g’ana beriledi. Energiyanın’ bunday mug’darda beriliwin kishi beriliw dep esaplaymız. Sonın’ menen birge bunday soqlıg’ısıwda neytronlar ja’da’ kishi shamag’a a’stelenedi. A’steleniwdi ku’sheytiw ushın yadrolardın’ bo’liniwi orın alatug’ın atomlıq reaktordın’ zonasına ***a’steletiwshi*** dep atalatug’ın arnawlı zat salınadı. A’lbette a’steletiwshinin’ yadroları jetkilikli da’rejede jen’il bolıwı kerek. Sonlıqtan a’steletiwshi sıpatında grafit ko’birek qollanıladı. Grafittin’ quramına kiretug’ın uglerodtın’ yadrosı neytronnın’ massasınan shama menen 12 ese u’lken. Sonlıqtan neytron menen yadronın’ ha’r bir man’lay soqlıg’ısıwında grafittin’ yadrosına neytronnın’ energiyasının’ shama menen $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ bo’legi o’tedi ha’m usının’ saldarınan a’steleniw protsessi u’lken tezlik penen ju’redi.

Kompton-effekt. Joqarıdag’ı neytronlar menen yadrolardın’ serpimli soqlıg’ısqanınday soqlıg’ısıwdı ko’remiz. Bul jag’dayda biz qarayın dep atırg’an bo’leksheler relyativistlik tezliklerge iye. Eger soqlıg’ısıwshı bo’lekshelerdin’ birin soqlıg’ısıwg’a shekem tınıshlıqta turdı, al ekinshisin relyativistlik tezlikler menen kelip soqlıg’ıstı dep esaplasaq impulstin’ saqlanıw nızamı bolg’an (22.1)-an’latpanın’ tu’ri o’zgermeydi. Biraq energiyanın’ saqlanıw nızamı bolg’an (22.2) –an’latpanın’ ornına

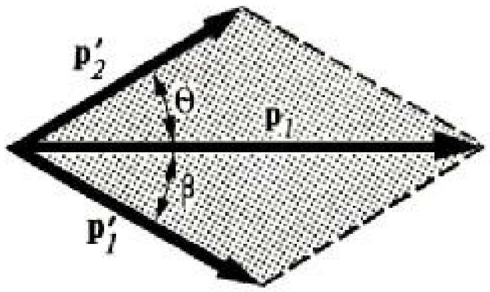
$$\frac{m_1c^2}{\sqrt{1-v_1^2/c^2}}+m_2c^2=\frac{m_1c^2}{\sqrt{1-v_1'^2/c^2}}+\frac{m_2c^2}{\sqrt{1-v_2'^2/c^2}} \qquad (22.16)$$

an’latpasın jazıw kerek boladı. Biz ha’zir bul ten’lemelerdin’ ulıwmalıq jag’daylar ushın sheshimin tabıw menen shug’ıllanbaymız. Sebebi bunday sheshimlerdi izlew ju’da’ quramalı. Biraq biz ha’zir fizika iliminde u’lken orın iyelegen bir ayqın protsessti qaraymız. Bul protsessti fizikada Kompton effekti dep ataydı.

Biz barlıq materiallıq bo’lekshelerdin’ korpuskulalıq (bo’lekshelerge ta’n bolg’an) qa’siyet penen tolqınlıq qa’siyetke iye bolatug’ınlıg’ın bilemiz (bul haqqında kirisiw bo’liminde ga’p etildi). Bir obekttin’ bunday ekilik qa’siyetke iye bolıwın tolqınlıq-korpuskulalıq (tolqınlıq-bo’lekshelik) dualizm dep ataymız. Usının’ na’tiyjesinde bo’lekshe bir jag’daylarda haqıyqatında da bo’lekshe sıpatında, al basqa bir jag’daylarda onı tolqın tu’rinde ko’rinedi. Jaqtılıq tap usınday qa’siyetlerge iye. Jaqtılıqtın’ difraktsiyag’a ushırawı jaqtılıqtın’ tolqın ekenligin da’lilleydi. Biraq fotoeffektte jaqtılıq o’zin bo’lekshelerdin’ ag’ımı tu’rinde ko’rsetedi. Bul bo'lekshelerdi fotonlar dep ataydı. Foton bo'lekshege ta'n bolgan ε energiyasına ha'm $\mathbf{p}$ impulsine iye boladı. Bul shamalar jaqtılıqtın' jiyiligi ω ha'm tolqın uzınlıg'ı λ menen

$$\mathbf{p}=\mathbf{hk}\,, \quad \varepsilon=\mathbf{h}\omega \tag{22.17}$$

an'latpaları arqalı baylanısqan. $|\mathbf{k}|=2\pi/\lambda$, al $\mathbf{h}$ arqalı Plank turaqlısı belgilengen ($\mathbf{h}=1{,}05\cdot10^{-23}$ Dj·s). Fotonnın' tolqın uzınlıg'ı qansha kishi bolsa korpuskulyarlıq qa'siyet anıq ko'rinedi. Tolqın uzınlıg'ı 1 angstremge (1 $\overset{\circ}{\mathrm{A}}$) sa'ykes keletug'ın fotonlardı rentgen kvantları (rentgen nurlarının' uzınlıg'ı shama menen 1 angstremnin' a'tirapında boladı), al tolqın uzınlıg'ı 0,001 $\overset{\circ}{\mathrm{A}}$ bolg'an fotonlardı $\gamma-$kvantları dep ataydı. Rentgen ha'm $\gamma-$kvantlarının' korpuskulyarlıq qa'siyetleri ayqın ko'rinedi. Elektronlar menen soqlıg'ısqanda olar energiyası menen impulsi (22.17)-formulalar menen anıqlanatug'ın bo'leksheler sıpatında ko'rinedi.



22-4 su'wret.

Kompton effektin tu'sindiriwge arnalg'an su'wret.

Tınısh turg'an elektron menen rentgen kvantının' (endigiden bılay tek kvant dep ataymız) soqlıg'ısıwın qaraymız (22-4 su'wret). Kelip soqlıg'ısıwshı kvant soqlıg'ısıwg'a shekem $\mathbf{p}_1=\mathbf{hk}$ impulsine ha'm $\varepsilon_1=\mathbf{h}\omega$ energiyasına iye dep esaplaymız. Elektron menen soqlıg'ısıwdın' na'tiyjesinde β mu'yeshine bag'ıtın o'zgertip $\mathbf{p}'_1=\mathbf{hk}'$ impulsine ha'm $\varepsilon'_2=\mathbf{h}\omega'$ energiyalarına iye boladı. Soqlıg'ısıwdan keyingi elektronnın' energiyası menen impulsı

$$E'_2=\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \text{ ha'm } \mathbf{p}'_2=\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

shamalarına ten' boladı. Soqlıg'ısıwg'a shekem onın' energiyası $E_2=mc^2$ tınıshlıq energiyasına, al impulsi nolge ten' ($\mathbf{p}_2=0$) edi. Joqarıdag'ı an'latpalarda m arqalı elektronnın' massası belgilengen. Biz massanın' relyativistlik invariant ha'm sonın' ushın tezlikten g'a'rezli emes ekenligin inabatqa alamız. Sonın' menen birge ko'plegen kitaplarda orın alg'an «massanın' tezlikten g'a'rezliligi» haqqındag'ı ga'plerdin' durıs emes ekenligin atap o'temiz.

Energiyanın' saqlanıw nızamı (22.16) nı, impulstin' saqlanıw nızamı (22.1) di (2.17) an'latpasın esapqa alıw menen bılayınsha jazamız:

$$\begin{gathered} mc^2+\mathbf{h}\omega=\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}+\mathbf{h}\omega', \\ \mathbf{hk}=\mathbf{hk}+\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \end{gathered} \tag{22.18}$$

Bul an’latpalardı bılayınsha ko’shirip jazamız

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \mathbf{h}(\omega-\omega')+mc^2, \qquad \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \mathbf{h}(\mathbf{k}-\mathbf{k}').$$

ha’m kvadratqa ko’teremiz

$$\frac{m^2c^4}{1-v^2/c^2} = \mathbf{h}^2\left(\omega^2-2\omega\omega'+\omega'^2\right)+m^2c^4+2\mathbf{h}mc^2(\omega-\omega'),$$

$$\frac{m^2v^2c^2}{1-v^2/c^2} = \mathbf{h}^2\left(\omega^2+\omega'^2-2\omega\omega' \cos\beta\right).$$

Ekinshi an’latpanın’ ñ^2 shamasına ko’beytilgenligin an’g’aramız. Alıng’an ten’liklerdin’ shep ta’repinen shep ta’repin, on’ ta’repinen on’ ta’repin alamız:

$$\frac{m^2c^4}{1-v^2/c^2} - \frac{m^2v^2c^2}{1-v^2/c^2} = \mathbf{h}^2\left(\omega^2-2\omega\omega'+\omega'^2\right)+m^2c^4+2\mathbf{h}mc^2(\omega-\omega') - \tag{22.19}$$

$$-\mathbf{h}^2\left(\omega^2+\omega'^2-2\omega\omega' \cos\beta\right).$$

Endi $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{cT}=\frac{\omega}{c}$ ha’m $k'=\frac{2\pi}{\lambda'}=\frac{2\pi}{cT'}=\frac{\omega'}{c}$ ekenligin esapqa alamız (bul an’latpalarda T arqalı jaqtılıq (rentgen yamasa gamma) tolqınının’ terbelis da’wiri belgilengen.

Biraz a’piwayılastırıwdın keyin (22.19) mına tu’rge enedi:

$$\frac{m^2c^4-m^2c^2v^2}{1-v^2/c^2} = \frac{m^2c^4\left(1-v^2/c^2\right)}{1-v^2/c^2} = 2\mathbf{h}^2\omega\omega'(\cos\beta-1)+m^2c^4+2\mathbf{h}mc^2(\omega-\omega').$$

Demek

$$\mathbf{h}\omega\omega'(\cos\beta-1)+mc^2(\omega-\omega')=0$$

ten’lemesine iye bolamız ja’ne $1-\cos\beta = 2\sin^2\frac{\beta}{2}$ ten’liginin’ orın alatug’ınlıg’ın esapqa alamız. Solay etip

$$\frac{c}{\omega'}-\frac{c}{\omega} = \frac{2\mathbf{h}}{mc}\sin^2\frac{\beta}{2} \tag{22.20}$$

formulasın alamız. Tolqın uzınlıg’ı jiyilik penen $\frac{c}{\omega}=\frac{\lambda}{2\pi}$ an’latpası arqalı baylanısqan. Sonlıqtan biz izlegen formulanı mına tu’rde alamız:

$$\Delta\lambda = \lambda'-\lambda = 2\Lambda\sin^2\frac{\beta}{2}. \tag{22.21}$$

Bul an’latpadag’ı $\Lambda = \dfrac{2\pi\mathbf{h}}{m\tilde{n}} = 2{,}42\cdot 10^{-10}$ sm shaması elektronnın’ Kompton tolqın uzınlıg’ı dep ataladı Eger (22.21)-formuladag’ı m nin’ ornına protonnın’ massasın qoysaq, onda protonnın’ Kompton tolqın uzınlıg’ın alamız. Solay etip ***eger foton erkin elektron menen soqlıg’ısatug’ın bolsa, onda onın’ qozg’alıs bag’ıtı β mu’yeshine burıladı, al onın’ impulsi serpimli soqlıg’ıs nızamı boyınsha o’zgeredi, al impulstin’ o’zgerisi (22.21)-formulag’a sa’ykes tolqın uzınlıg’ının’ kishireyiwine alıp keledi*** eken. Rentgen ha’m gamma kvantlarınının’ tolqın uzınlıg’ının’ elektronlar menen ta’sir etiskendegi o’zgerisin eksperimentte o’lshewge boladı. Komptonnın’ baqlawları (22.21)-formulanın’ durıs ekenligin tolıq da’lilledi. Solay etip fotonlardın erkin elektronlar menen soqlıg’ısıwının’ serpimli soqlıg’ısıw ekenligi tolıq tastıyıqlanadı.

Serpimli emes soqlıg’ısıwlar. Serpimli emes soqlıg’ısıwlarda soqlıg’ısıwg’a qatnasatug’ın denelerdin’ yamasa bo’lekshelerdin’ ishki energiyası o’zgeredi. Bul soqlıg’ısıwdın’ na’tiyjesinde denelerdin’ yamasa bo’lekshelerdin’ kinetikalıq energiyasının’ ishki energiyag’a yamasa ishki energiyalın’ kinetikalıq energiyag’a aylanatug’ınlıg’ın bildiredi. İshki energiyası, usıg’an sa’ykes ishki halı o’zgergen dene yamasa bo’lekshe basqa dene yamasa basqa bo’lekshege aylanadı, yaki basqa energiyalıq haldag’ı sol dene yamasa sol bo’lekshe bolıp tabıladı. Sonlıqtan serpimli emes soqlıg’ısıwlarda bo’lekshelerdin’ o’z-ara aylanısları (bir bo’lekshenin’ ekinshi bo’lekshege aylanıwı) orın aladı. Mısalı eger foton atom ta’repinen jutılatug’ın bolsa, onda foton jog’aladı ha’m atom basqa energiyalıq halg’a o’tedi. Ko’p sanlı yadrolıq reaktsiyalar serpimli emes soqlıg’ısıwlarg’a mısal bola aladı.

Eki bo’lekshenin’ serpimli emes soqlıg’ısıwı. Bunday soqlıg’ısıwlardı bo’lekshelerdin’ kinetikalıq energiyaları ishki energiyag’a aylanıwı yamasa ishki energiyalarının’ kinetikalıq energiyag’a aylanıwı kerek. Bul jag’dayda da energiyanın’ saqlanıw nızamı menen impulstın’ saqlanıw nızamı orın aladı. Biraq bul nızamlar kinetikalıq energiyanın’ qanday bo’liminin’ ishki energiyag’a o’tetug’ınlıg’ı yamasa qansha ishki energiyanın’ kinetikalıq energiyag’a aylanatug’ınlıg’ı haqqında mag’lıwmatlardı bere almaydı. Bul soqlıg’ısıwdın’ ayqın o’zgeshelikleri menen baylanıslı. Soqlıg’ısıwdın’ derlik serpimli bolıwı mu’mkin. Bul jag’dayda sol aylanısqa energiyanın’ tek kishi bo’limi g’ana qatnasadı. Sonın’ menen birge soqlıg’ısıwdın’ absolyut serpimli bolıwı mu’mkin. Bunday jag’dayda derlik barlıq kinetikalıq energiya ishui energiyag’a aylanadı.

Endi biz tınıshlıqta turg’an bo’lekshenin’ serpimli qa’siyetin absolyut serpimli haldan absolyut serpimli emes halg’a shekem o’zgerte alamız dep ko’z aldımızg’a keltireyik. Absolyut serpimli emes halda ushıp keliwshi bo’lekshe tınısh turg’an bo’lekshege jabısıp qaladı dep qabıl etemiz. Bunday jag’dayda soqlıg’ısıwdı barlıq «serpimli emes» da’rejelerinde izertley alamız. Absolyut serpimli emes soqqını qaraymız. Bunday jag’dayda slqlıg’ısıwdın’ na’tiyjesinde soqlıg’ısıwshı deneler bir denege birigedi ha’m bir dene sıpatında qozg’aladı. Massası m_2 ge ten’ bolg’an ekinshi dene soqlıg’ısıwg’a shekem tınıshlıqta turdı dep esaplap to’mendegidey saqlanıw nızamların jazıwg’a boladı:

$$E_{ishki,1} + E_{ishki,2} + E_{kin,1} = E'_{ishki,(1+2)} + E'_{kin,(1+2)}, \qquad (22.22)$$

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}'_{(1+2)}. \qquad (22.23)$$

Bul an’latpalarda $E_{ishki,1}$ ha’m $E_{ishki,2}$ arqalı soqlıg’ısıwg’a shekemgi birinshi ha’m ekinshi denelerdin’ ishki energiyaları $E_{kin,1}$ arqalı qozg’alıwshı denenin’ kinetikalıq energiyası, $\mathbf{p}_1$ arqalı onın’ impulsi belgilengen. Al $E'_{ishki,(1+2)}$, $E'_{kin,(1+2)}$ ha’m $\mathbf{p}'_{(1+2)}$ arqalı soqlıg’ısıwdın’ na'tiyjesindegi bir denege aylang'an denenin' sa'ykes ishki energiyası, kinetikalıq energiyası ha'm impulsi belgilengen.

Eger energiya menen tezlik arasındag'ı relyativistlik baylanıstı esapqa almasaq, onda (22.23)-ten'leme soqlıg'ısqanda eki denenin' qosılıwınan payda bolg'an denenin' tezligin anıqlawg'a mu'mkinilik beredi:

$$m\mathbf{v}_1 = (m_1 + m_2)\mathbf{v}_2 . \qquad (22.24)$$

Bunnan

$$\mathbf{v}_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\mathbf{v}_1 . \qquad (22.25)$$

Bu formulalardan ishki energiyag'a aylang'an kinetikalıq energiyanın' (bul shamanı ΔE_{kin} arqalı belgileymiz) ma'nisin esaplaw mu'mkin:

$$\Delta E_{kin} = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)v_2^2}{2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} E_{kin,1} . \qquad (22.26)$$

Eger tınısh turg'an denenin' (bo'lekshenin') massası ju'da' u'lken bolsa ($m_1 << m_2$), onda $\Delta E_{kin} \approx E_{kin,1}$, yag'nıy kinetikalıq energiyanın' derlik barlıg'ı ishkin energiyag'a o'tedi. Usının' menen birge soqlıg'ısıwda eki denenin' qosılıwınan (eki denenin' bir birine jabısıwınan) payda bolgan denenin' tezligi derlik nolge ten' boladı. Al tınısh turg'an denenin' massası kelip soqlıg'ısıwshı denenin' massasınan ju'da' kishi bolsa ($m_1 >> m_2$), onda $\Delta E_{kin} \approx 0$, yag'nıy kinetikalıq energiyanın' ishki energiyag'a sezilerliktey o'tiwi ornı almaydı. Birinshi dene soqlıg'ısıwg'a shekem qanday tezlik penen qozg'alg'an bolsa eki denenin' bir birine qosılıwınan payda bolg'an dene de derlik sonday tezlik penen qozg'aladı.

Fotonnın' jutılıwı. Serpimli emes jutılıwg'a a'dette fotonnın' jutılıwın mısal retinde keltiriwge boladı. Fotonnın' jutılıwı en' ko'p tarqalg'an serpimli emes soqlıg'ısıwlardın' biri bolıp esaplanadı. Bul soqlıg'ısıw 21-1 c su'wrette keltirilgen. Jutılıwg'a (soqlıg'ısıwg'a) shekem atom menen foton bar edi, soqlıg'ısıwdan keyin tek atom qaladı. Jutılıwg'a shekem massası m bolg'an atomdı tınıshlıqta tırdı dep esaplaymız. Usı jag'dayg'a energiya menen impulstin' saqlanıw nızamın qollanamız.

$$mc^2 + \mathbf{h}\omega = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad (22.27)$$
$$\frac{\mathbf{h}\omega}{c} = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} .$$

Fotonnın' energiyası tınısh turg'an atomnın' energiyasınan kishi dep esaplaymız, yag'nıy $mc^2 >> \mathbf{h}\omega$. Bunday jag'dayda ekinshi ten'likten fotondı jutqan atomnın' tezligi v ushın mına an'latpanı alamız:

$$v \approx c\frac{\mathbf{h}\omega}{mc^2} . \qquad (22.28)$$

Solay etip fotondı jutqannan keyin atom $\frac{mv^2}{2}$ kinetikalıq energiyasına iye boladı. Al bul an'latpag'a (22.28) di qoyg'annan keyin kinetikalıq energiya ushın

$$\Delta E_{kin} = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{\hbar^2\omega^2}{mc^2} \tag{22.29}$$

an'latpasına iye bolamız. Demek ***atomda jutılıwının' na'tiyjesinde fotonnın' energiyası tolıg'ı menen atomnın' ishki energiyasına aylanbaydı. Foton energiyası*** $\hbar\omega$ ***shamasının'*** $\frac{1}{2}\frac{\hbar^2\omega^2}{mc^2}$ ***bo'limi atomnın' kinetikalıq energiyasına, al*** $\hbar\omega - \frac{1}{2}\frac{\hbar^2\omega^2}{mc^2}$ ***bo'limi atomnın' ishki energiyasına aylanadı eken***.

Fotonnın' shıg'arılıwı. Fotonnın' shıg'arılıwı da diagramması 21-1 d su'wrette keltirilgen soqlıg'ısıw protsesi bolıp tabıladı (bul protsesste ba'rshege u'yrenshikli bolg'an soqlıg'ısıw orın almaydı, biraq protsess tolıg'ı menen soqlıg'ısıw nızamları ja'rdeminde ta'riplenedi). Bunday protsessti fizikada a'dette ***ıdıraw*** dep ataydı. Foton shıg'arılg'anda atomnın' ishki energiyası o'zgeredi, energiyanın' bir bo'limi foton energiyasına, energiyanın' ekinshi bo'limi atomnın' kinetikalıq energiyasına aylanadı. Atomnın' usı kinetikalıq energiyasın fizikada ***beriliw energiyası*** dep ataydı. Demek fotonnın' energiyası atomnın' ishki energiyasının' o'zgerisi bolg'an ΔE_{ishki} shamasınan kishi boladı eken. Bul shamanı energiya menen impulstin' saqlanıw nızamlarınan tabıwg'a boladı:

$$\begin{aligned} mc^2 &= \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + \hbar\omega, \\ 0 &= \frac{\hbar\omega}{c} + \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \end{aligned} \tag{22.30}$$

Bul jag'dayda da fotonnın' energiyası $\hbar\omega$ tınısh turg'an atomnın' energiyası mc^2 shamasınan kishi dep esaplaymız. Demek $v \approx c\frac{\hbar\omega}{mc^2}$. Bul tezlikke sa'ykes keliwshi atomnın' kinetikalıq energiyası bul jag'dayda da (22.29)-an'latpa ja'rdeminde anıqlanadı eken.

Solay etip **foton shıg'arılg'anda og'an atomnın' barlıq ishki energiyası berilmeydi, tap sol sıyaqlı foton jutılg'anda onın' energiyasının' barlıg'ı atomnın' ishki energiyasına o'tpeydi eken**.

Eger biz ga'p etip atırg'an atom bekitilgen bolsa (qattı denelerdin' quramındag'ı atomlardı bekitilgen atomlar dep atay alamız, sebebi bul jag'dayda foton jutılg'anda yamasa shıg'arılg'anda beriliw energiyası tolıg'ı menen qattı denege beriledi. Al qattı denenin' massası ayırım atomnın' massasınan salıstırmas da'rejede u'lken bolg'anlıqtan beriliw energiyasının' ma'nisi a'melde nolge ten' boladı. Bul jag'day eksperimentte XX a'sirdin' ortalarında Messbauer ta'repinen ashıldı ha'm onın' hu'rmetine Mesbauer effekti dep ataladı).

Elementar bo'leksheler arasındag'ı reaktsiyalar. Joqarıda bo'lekshelerdin' bir birine ko'p sanlı aylanıwlarının' serpimli emes soqlıg'ısıwlarg'a jatatug'ınlıg'ın atap o'tken edik. Fotonlar qatnasatug'ın tap usınday geypara aylanıslardı biz fotonlardın' jutılıwı ha'm shıg'arılıwı mısallarında ha'zir g'ana ko'rdik. Soqlıg'ısıw protsessleri menen baylanıslı bolg'an sonday aylanıslarg'a tiyisli bolg'an ayırım tu'siniklerge toqtap o'temiz.

Tabaldırıq energiya. Meyli a ha'm b bo'leksheleri soqlıg'ısıwdın' aqıbetinde c ha'm d bo'lekshelerine aylanatug'ın bolsın. Soqlıg'ısıwlardı massalar orayı sistemasında talqılaw qabıl etilgen. Bul sistemada impulstin' saqlanıw nızamı bo'lekshelerdin' soqlıg'ısıwdan burıng'ı ha'm soqlıg'ısıwdan keyingi impulslerinin' qosındısının' nolge ten' bolatug'ınlıg'ına alıp keledi. Sonlıqtan bul nızam ha'zir bizdi qızıqtırmaydı. Al energiyanın' saqlanıw nızamı

$$E_{ishki,a} + E_{ishki,b} + E_{kin,a} + E_{kin,b} = E'_{ishki,c} + E'_{ishki,d} + E'_{kin,c} + E'_{kin,d} \tag{22.31}$$

tu'rinde jazılıp, bul an'latpada E_{ishki} arqalı indekste ko'rsetilgen bo'lekshelerdin' ishki energiyası, al E_{kin} arqalı onın' kinetikalıq energiyası belgilengen.

$$Q = E_{ishki,a} + E_{ishki,b} - E'_{ishki,c} - E'_{ishki,d} = E'_{kin,c} + E'_{kin,d} - E_{kin,a} - E_{kin,b} \tag{22.32}$$

shaması ***reaktsiya energiyası*** dep ataladı. Bul shama bo'lekshelerdin' reaktsiyanın' na'tiyjesinde o'zgeriske ushıraytug'ın kinetikalıq energiyasının' qosındısının' o'simine yamasa ishki energiyalarının' o'siminin' keri belgisi menen alıng'an o'simine ten'. Eger reaktsiyanın' na'tiyjesinde payda bolg'an c ha'm d bo'lekshelerdin' kinetikalıq energiyalarının' qosındısı da'slepki a ha'm b bo'lekshelerdin' kinetikalıq energiyalarının' qosındısınan u'lken bolsa bolsa, onda $Q > 0$. Eger $Q < 0$ bolsa reaktsiyanın' na'tiyjesinde payda bolg'an c ha'm d bo'lekshelerdin' ishki energiyalarının' qosındısı reaktsiyag'a shekemgi a ha'm b bo'lekshelerdin' kinetikalıq energiyalarının' qosındısınan u'lken. Solay etip $Q > 0$ sha'rti orınlang'anda ishki energiyanın' kinetikalıq energiyag'a aylanısı, al $Q < 0$ sha'rti ornı alsa kinetikalıq energiya jutıladı ha'm ishki energiyag'a aylaladı.

Meyli $Q > 0$. Bunday jag'dayda qa'legen mug'dardag'ı, sonın' ishinde ju'da' kishi bolg'an kinetikalıq energiyada reaktsiya ju'redi. $Q = 0$ bolg'anda da reaktsiyanın' ju'riwi mu'mkin.

Biraq $Q < 0$ sha'rti orın alganda basqasha jag'day ju'zege keledi. Bul jag'dayda reaktsiyanın' ju'riwi ushın kinetikalıq energiyanın' qosındısının' belgili bir minimumı za'ru'rli boladı. Eger usı minimum bar bolmasa reaktsiya ju'rmeydi. Kinetikalıq energiyanın' bul minimumı absolyut ma'nisi boyınsha $|Q|$ shamasına ten'. Bul shama ***reaktsiyanın' tabıldırıq energiyası*** dep aaladı.

Reaktsiyanın' tabıldırıq energiyası dep reaktsiyanın' ju're alıwı ushın za'ru'rli bolg'an reaktsiyag'a kirisetug'ın bo'lekshelerdin' kinetikalıq energiyasının' minimallıq ma'nisine aytamız.

Aktivatsiya energiyası. $Q > 0$ sha'rti orınlang'anda reaktsiya qa'legen kinetikalıq energiyanın' ma'nisinde ju're alatug'ınlıg'ın biz joqarıda ko'rdik. Biraq bul so'zler reaktsiya haqıyqatında so'zsiz ju'redi degendi an'latpaydı. Mısalı eki protondı bir birine jetkilikli da'rejede jaqınlstırsaq, onda olar ta'sirlese baslaydı. Usının' na'tiyjesinde deytron, pozitron, netrino payda boladı ha'm shaması 1,19 MeV bolg'an energiya bo'linip shıg'adı. Bul reaktsiyada $Q > 0$. Biraq bul reaktsiyanın' baslanıwı ushın on' zaryadqa iye protonlar bir birine jaqındasqanda payda bolatug'ın Kulon iyterilis ku'shin jen'iw kerek boladı. ***Bul jag'dayda reaktsiyanın' ju'riwi ushın protonlar belgili bir mug'dardag'ı kinetikalıq energiyag'a iye bolıwı sha'rt. Bul kinetikalıq energiya reaktsiya ju'rgennen keyin de saqlanadı ha'm tek***

reaktsiyanın' ju'riwin g'ana ta'miyinleydi. Sonlıqtan bul energiyanı aktivatsiya energiyası dep ataydı.

Laboratoriyalıq sistemag'a o'tiw. Aktivatsiya energiyası ha'm tabıldırıq energiya massalar orayı sistemasında anıqlang'an. Soraw beriledi: eger tabıldırıq energiya massalar orayı sistemasında berilgen bolsa, onda onın' laboratoriyalıq sistemadag'ı ma'nisin qalay alıqlaymız? Bul sorawg'a a'lbette «massalar orayı sistemasınan laboratoriyalıq sistemag'a o'tiw kerek» dep juwap beriw kerek.

Usınday o'tiwdi eki bo'lekshenin' soqlıg'ısıw mısalında qaraymız. Ulıwma jag'dayda relyativistlik formulalardı qollanıwdın' kerek ekenligi tu'sinikli. Massalar orayı sistemasına tiyisli bolg'an shamalardı «O» ha'ripi menen, al laboratoriyalıq sistemag'a tiyisli bolg'an shamalardı «L» ha'ripi menen belgileymiz. Meyli laboratoriyalıq sistemada 2-bo'lekshe tınısh tursın, al 1-bo'lekshe og'an kelip urılatug'ın bolsın. Massalar orayı sistemasında bo'leksheler bir birine qaray qozg'aladı. Soqlıg'ısıwdın' saldarınan jan'a bo'lekshelerdin' payda bolıwı menen ju'retug'ın reaktsiyanın' bolıp o'tiwi mu'mkin. Bul payda bolg'an bo'lekshelerdin' massalar orayı sistemasındag'ı energiyası $E_i'^{(O)}$. Bul reaktsiyanın' tabıldırıq energiyası Q g'a, al massalar orayı sistemasında soqlıg'ısıwshı bo'lekshelerdin' energiyası $E_1^{(O)}$ ha'm $E_2^{(O)}$ shamalarına ten'. Bunday jag'dayda massalar orayı sistemasında reaktsiyanın' ju'zege keliw sha'rti (23.32) nin' tiykarında

$$E^{(L)} = E_1^{(O)} + E_2^{(O)} + Q \geq \sum_i E_i'^{O} \qquad (22.33)$$

tu'rine iye boladı. Q tabıldırıq energiyasına iye bolg'an massalar orayı sistemasındag'ı eki bo'leksheni (22.33)-ten'lik ja'rdeminde anıqlang'an $E^{(O)}$ ishki energiyasına iye bir bo'lekshe sıpatında qarawg'a boladı. Laboratoriyalıq sistemag'a o'tkende bul «bo'lekshe» bul sistemadag'ı birinshi bo'lekshenin' impulsine ten' p_1 impulsine ha'm $E^{(O)}$ ishki energiyasına iye boladı. Demek laboratoriyalıq sistemag'a o'tkende (22.33)-ten'liktegi $E^{(O)}$

$$E^{(L)} = \sqrt{c^2 p_1^2 + \left(E^{(O)}\right)^2} \qquad (22.34)$$

energiyasına tu'rlenedi. Ekinshi ta'repten usı eki bo'lekshenin' o'z aldına alıng'an energiyalarının' qosındısı

$$E^{(L)} = \sqrt{c^2 p_1^2 + \left(E_1^{(O)}\right)^2} + E_2^{(O)} \qquad (22.35)$$

tu'rinde beriliwi mu'mkin. Keyingi (22.34)- ha'm (22.35)- ten'liklerden

$$\left(E^{(O)}\right)^2 = \left(E_1^{(O)}\right)^2 + \left(E_2^{(O)}\right)^2 + 2E_2^{(O)}\sqrt{c^2 p_1^2 + \left(E_1^{(O)}\right)^2} \qquad (22.36)$$

ekenligi kelip shıg'adı. Laboratoriyalıq sistemada birinshi bo'lekshenin' kinetikalıq energiyası

$$E_{kin,1}^{(L)} = \sqrt{c^2 p_1^2 + \left(E_1^{(O)}\right)^2} - E_1^{(O)} \qquad (22.37)$$

shamasına ten'. (22.36)-ten'lemeden $\sqrt{c^2 p_1^2 + \left(E_1^{(O)}\right)^2}$ shamasın tawıp ha'm onı (22.37)-ten'lemege qoysaq

$$E_{kin,1}^{(L)} = \frac{\left(E^{(O)}\right)^2 - \left(E_1^{(O)}\right)^2 - \left(E_2^{(O)}\right)^2}{2E_2^{(O)}} - E_1^{(O)} = \frac{\left(E^{(O)}\right)^2 - \left(E_1^{(O)} - E_2^{(O)}\right)^2}{2E_2^{(O)}} \qquad (22.38)$$

(22.38) di paydalanıp (22.34) –an'latpanı

$$E_{kin,1}^{(L)} \geq \frac{\left(\sum E_i'^{(O)}\right)^2 - \left(E_1^{(O)} - E_2^{(O)}\right)^2}{2E_2^{(O)}} \qquad (22.39)$$

tu'rinde ko'rsetiw mu'mkin. Bul tabıldırıq energiyanı laboratoriyalıq sistemada esaplaw ushın izlenip atırg'an ten'sizlik bolıp tabıladı. Bul ten'sizlikti eki proton qatnasatug'ın en' belgili bolg'an reaktsiyalardın' tabıldırıq energiyasın tabıw ushın qollanamız.

π^0 **mezonlardın' tuwılıwının' tabıldırıq energiyası**. Eki proton soqlıg'ısqanda

$$p + p = p' + p' + \pi^0 \qquad (22.40)$$

sxeması boyınsha π^0 mezonlarının' payda bolıwı mu'mkin. Bul an'latpada p' arqalı baska impuls penen energiyag'a iye sol proton belgilengen. Protonnın' menshikli energiyası (tınıshlıqtag'ı energiyası) $E_{proton} = m_{proton}c^2 = 980$ MeV, al π^0 mezonnın' menshikli energiyası $E_{\pi^0} = 135$ MeV. Sonlıqtan (22.39)-ten'sizlik tiykarında reaktsiya energiyasının' to'mendegidey tabıldırıq energiyasın tabamız:

$$E_{kin,1}^{(L)} \geq \frac{\left(2E_{proton} + E_{\pi^0}\right)^2 - \left(2E_{proton}\right)^2}{2E_{proton}} = 280 \text{ MeV}. \qquad (22.41)$$

Proton-antiproton jubının' tuwılıwının' tabıldırıq energiyası. Eki proton soqlıg'ısqanda

$$p + p = p + p + p + \overline{p} \qquad (22.42)$$

sxeması boyınsha proton-antiproton jubı payda boladı. Bul an'latpada $\overline{p}$ arqalı antiprotonnın' belgisi belgilengen. Antiprotonnın' tınıshlıqtag'ı energiyası da protonnın' tınıshlıqtag'ı energiyasınday (sebebi olardın' massaları birdey). Sonlıqtan reaktsiyanın' tabıldırıq energiyası ushın (22.41)-ten'sizligi

$$E_{kin,1}^{(L)} \geq \frac{\left(4E_{proton}\right)^2 - \left(2E_{proton}\right)^2}{2E_{proton}} = 6E_{proton} \approx 6 \text{ GeV}. \qquad (22.43)$$

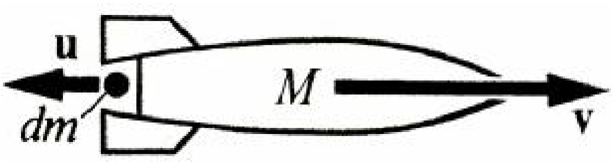
23-§. O’zgermeli massalı denelerdin’ qozg’alısı

Reaktiv qozg’alıs. Мещerskiy ten’lemesi. TSiolkovskiy formulası. Xarakteristikalıq tezlik.

Reaktiv qozg’alıs. Reaktiv dvigatelde janar maydın’ janıp atlıg’ıp shıg’ıwının’ na’tiyjesinde tartıw ku’shi ju’zege keledi. Bul ku’sh reaktsiya ku’shi tu’rinde Nyuton nızamı boyınsha payda boladı. Sonlıqtan payda bolg’an ku’shti reaktiv ku’sh, al dvigateldi reaktiv dvigatel dep ataymız. ***Tartıw payda etetug’ın qa’legen dvigatel ma’nisi boyınsha reaktiv dvigatel bolıp tabılatug’ınlıg’ın*** atap aytıw kerek. Mısalı a’piwayı pa’rrigi bar samolettın’ tartıw ku’shi de reaktiv ku’sh. Bunday samolettın’ tartıw ku’shi pa’rriklerdin’ hawa massasın artqa qaray iyterilgende payda bolatug’ın ku’shke ten’. Bul ku’sh ko’sherleri samoletke bekkem etip bekitilgen pa’rriklerge tu’sedi. Ornınan qozg’alg’an temir jol sostavı da reaktiv tartıwdın’ saldarınan qozg’alısqa keledi. Eger bul qozg’alıstı juldızlar menen baylanısqan inertsial esaplaw sistemasında qaraytug’ın bolsaq, onda reaktiv tartıw relsler menen Jer betinin’ qarama-qarsı ta’repke qaray tezleniwinin’ na’tiyjesinde payda boladı. A’lbette og’ada u’lken massag’a ha’m og’ada kishi tezleniwge iye bolatug’ın bolg’anlıqtan relslerdin’ ha’m Jer betinin’ qozg’alısın seziw mu’mkin emes.

Biraq raketanın’ reaktiv qozg’alısı menen basqa denelerdin’ qozg’alısı arasında u’lken ayırma bar. Raketa janıw produktlarının’ atılıp shıg’ıwınan alg’a qaray iyteriledi. Sonın’ menen birge janbastan burın bul produktlardın’ massası raketanın’ ulıwmalıq massasına kiredi. Basqa mısallarda bunday jag’day bolmaydı. Pa’rrik ta’repinen artqa iyterilgen hawa massası samolettın’ massasına kirmeydi. Sonlıqtan da reaktiv qozg’alıs haqqında ga’p bolg’anda reaktiv dvigatelde bolatug’ın jag’day na’zerde tutıladı. Bul jag’daylar endi o’zgermeli massag’a iye denenin’ qozg’alısının’ dıqqatqa alınatug’ınlıg’ın, sonın’ menen birge tartıw ku’shi raketanın’ o’zine tiyisli bolg’an zatlardın’ janıwınan saldarınan payda bolatug’ınlıg’ınan derek beredi.

Мещerskiy ten’lemesi. Nyutonnın’ u’shinshi nızamının’ en’ ulıwma tu’rdegi ko’riniwi izolyatsiyalang’an sistema ushın impulstın’ saqlanıw nızamında bolıp tabıladı.



23-1 su’wret. Raketadag’ı reaktivlik ku’shlerdin’ payda bolıwın tu’sindiretug’ın su’wret.

Meyli $t = 0$ waqıt momentinde $M(t)$ massasına iye ha’m $\mathbf{v}$ tezligi menen qozg’alatug’ın raketa tezligi $\mathbf{u}$ bolg’an dM' massasın shıg’arg’an bolsın (23-1 su’wret). M ha’m dM' massaları relyativistlik massalar bolıp tabıladı, al tezlikler $\mathbf{v}$ ha’m $\mathbf{u}$ inertsial esaplaw sistemasına qarata alınadı (raketag’a salıstırıp alınbaydı!).

Massanın’ saqlanıw nızamı to’mendegidey tu’rge iye:

$$dM + dM' = 0. \qquad (23.1)$$

Raketanın’ massasının’ kemeyetug’ınlıgı sebepli $dM < 0$ ekenligi anıq. t waqıt momentinde sistemanın’ tolıq impulsı $M\mathbf{v}$ g’a ten’, al $(t + dt)$ waqıt momentinde impuls $(M + dM)(\mathbf{v} + d\mathbf{v}) + \mathbf{u}\,dM'$ shamasına ten’. Sonlıqtan berilgen jabıq sistema ushın impulstın’ saqlanıw nızamı

$$\left(M + dM\right)\left(\mathbf{v} + d\,\mathbf{v}\right) + \mathbf{u}\,dM' = M\mathbf{v} \qquad (23.2)$$

tu'rinde jazıladı. Bul jerde $d\mathbf{v}\,dM$ ko'beymesin kishiligi ekinshi da'rejeli ma'niske ten' dep esaplawg'a boladı. Sonlıqtan onı esapqa almay

$$M\,d\mathbf{v} + \mathbf{v}\,dM + \mathbf{u}\,dM' = 0 \qquad (23.3)$$

ten'ligin shıg'arıw mu'mkin.

$dM + dM' = 0$ ekenligin esapqa alıp qozg'alıs ten'lemesin shıg'aramız:

$$\frac{d}{dt}(M\,\mathbf{v}) = \mathbf{u}\frac{dM}{dt}. \qquad (23.4)$$

Bul ten'leme relyativistlik jag'daylar ushın da, relyativistlik emes jag'daylar ushın da durıs boladı.

Kishi tezlikler jag'dayında tezliklerdi qosıw ushın klassikalıq mexanikanın' tezliklerdi qosıw formulasınan paydalanamız:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}' + \mathbf{v}\,. \qquad (23.5)$$

Bul jerde $\mathbf{u}'$ arqalı raketag'a salıstırg'andag'ı atılıp shıqqan massanın' tezligi belgilengen. (23.5) ti (23.4) ke qoyamız ha'm (23.4) tin' shep ta'repin waqıt boyınsha differentsiallap

$$M\frac{d\,\mathbf{v}}{dt} = (\mathbf{u} - \mathbf{v})\frac{dM}{dt} = \mathbf{u}'\frac{dM}{dt}. \qquad (23.6)$$

ten'lemesin alamız. Bul ten'leme sırttan ku'shler ta'sir etpegen ha'm relyativistlik emes jag'daylar ushın raketanın' qozg'alısın ta'ripleytug'ın Meщerskiy ten'lemesi dep ataladı.

Eger raketag'a sırttan $\mathbf{F}$ ku'shi tu'setug'ın bolsa, onda (23.6)-ten'leme to'mendegidey tu'rge iye boladı:

$$M\frac{d\,\mathbf{v}}{dt} = F + \mathbf{u}'\frac{dM}{dt}. \qquad (23.7)$$

Ҳa'r sekund sayın sarıplanatug'ın janılg'ının' massasın μ arqalı belgileymiz. Sonlıqtan $\mu = -\frac{dM}{dt}$ ha'm Meщerskiy ten'lemesin bılay ko'shirip jazıwg'a boladı:

$$M\frac{d\,\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} - \mu\,\mathbf{u}' \qquad (23.8)$$

$\mu\mathbf{u}'$ shaması reaktiv ku'shke sa'ykes keledi. Eger $\mathbf{u}'$ tezligi $\mathbf{v}$ tezligine qarama-qarsı bag'ıtlangan bolsa raketa tezleniw aladı. Al sol vektorlıq shamalar o'z-ara parallel bolsa, onda raketa tormozlanadı. Eger $\mathbf{u}'$ tezligi $\mathbf{v}$ tezligi menen qanday da bir mu'yesh jasaytug'ın bolsa, onda tezlik absolyut shaması boyınsha da, bag'ıtı boyınsha da o'zgeriske ushıraydı.

TSiolkovskiy formulası. Tuwrı sızıqlı qozg’alıstag’ı raketanın’ tezleniwin qaraymız. Raketa ta’repinen atıp shıg’arılatug’ın gazlerdin’ tezligi turaqlı dep esaplaymız. (23.6)-ten’leme bılay jazıladı:

$$M\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\mathbf{u}'\frac{dM}{dt}. \tag{23.9}$$

Bul formuladag’ı minus belgisi $\mathbf{v}$ menen $\mathbf{u}'$ tezliklerinin’ bag’ıtlarının’ qarama-qarsı ekenliginen kelip shıqqan. v_0 ha’m M_0 arqalı tezleniw almastan burıng’ı raketanın’ tezligi menen massası belgilengen bolsın. Bul jag’dayda (23.9) ten’lemesin bılay jazıp

$$\frac{dM}{M} = -\frac{dv}{u'} \tag{23.10}$$

ha’m integrallap

$$\ln M - \ln M_0 = -\frac{v - v_0}{u'} \tag{23.11}$$

ten’ligin alamız. Bul TSiolkovskiy formulası bolıp tabıladı ha’m ko’binese to’mendegidey tu’rlerde jazadı:

$$v - v_0 = u'\ln\frac{M_0}{M}, \tag{23.12a}$$

$$M = M_0\exp\left(-\frac{v - v_0}{u'}\right). \tag{23.12b}$$

(23-12a) formulası raketanın’ massası M_0 den M ge shekem azayg’anda tezliginin’ qansha o’sim alatug’ınlıg’ın ko’rsetedi. Al (23-12b) formulası bolsa tezligi v_0 den v g’a shekem ko’terilgende raketanın’ massasının’ qansha shamag’a ten’ bolatug’ınlıg’ın beredi. Eger raketa tınıshlıq halınan qozg’ala baslaytug’ın bolsa, onda $v_0 = 0$.

Qanday jag’dayda en’ az mug’dardag’ı janılg’ı ja’rdeminde u’lken tezlik alıw mashqalası a’hmiyetli ma’sele bolıp tabıladı. (23-12a)-formula ***bunın’ ushın gazlerdin’ raketadan atılıp shıg’ıw tezligin*** (u’) ***ko’beytiw arqalı a’melge asırıwg’a bolatug’ınlıg’ın ko’rsetedi***. Biraq janılg’ının’ janıwının’ saldarınan gazlerdin’ raketadan atılıp shıg’ıw tezligi sheklengen. Mısal retinje ximiyalıq janılg’ını qaraymız. Raketa dvigateli ta’repinen artqa qaray shıg’arılatug’ın bo’lekshelerdin’ kinetikalıq energiyası janılg’ı jang’anda ju’retug’ın ximiyalıq reaktsiyanın’ energiyası esabınan payda boladı. Eger janılg’ının’ jıllılıq bergishlik qa’biletliligi Q, al onın’ massası m bolsa, onda janıwdın’ aqıbetinde Qm energiyası bo’linip shıg’adı. Usı energiyanın’ barlıg’ı da raketa soplosınan shıg’ıwshı barlıg’ının’ massalarının’ qosındısı m bolg’an bo’lekshelerdin’ kinetikalıq energiyasına aylanadı dep esaplap energiyanın’ saqlanıw nızamı boyınsha iye bolamız:

$$Qm = mu'^2/2$$

ha’m usıg’an sa’ykes soplodan shıg’ıwshı bo’lekshelerdin’ tezligi

$$u' \approx \sqrt{2Q}$$

shamasına ten' boladı. Biraq bul ma'nisi ju'da' joqarılatılg'an na'tiyje bolıp tabıladı. Sebebi ximiyalıq reaktsiyada (janılg'ının' janıw protsessinde) energiyanın' bir bo'leginin' nurlanıw, raketanın' diywallarının' kızıwı ha'm tag'ı basqalar ushın jumsalatug'ınlıg'ın esapqa alg'anımız joq. Usının' menen birge dvigatelden ushıp shıqqan bo'leksheler bir birine parallel bir ta'repke qaray qozg'almaydı, al bazı bir konus sheklerinde tarqaladı. Bul jag'day u' tın' ma'nisin ja'ne de to'menletedi. Ximiyalıq janılg'ılarda Q dın' shaması ha'r kilogrammg'a bir neshe mın' kilokaloriya a'tirapında (3000 – 10000 $\frac{kkal}{kg}$). Mısalı, eger Q = 8000 kkal/kg bolsa, onda $u' = 4000$ m/s shamasın alamız.

Xarakteristikalıq tezlik. Raketanın' Jerdi taslap ketiwi ushın 11,5 km/s tezlik beriw kerek (ekinshi kosmoslıq yamasa parabolalıq tezlik). TSiolkovskiy formulaların paydalanıp raketanın' massasının' qansha bo'leginin' kosmos ken'ligine ushıp shıg'atug'ınlıg'ın esaplaw mu'mkin. $u' = 4000$ m/s bolg'an jag'dayda $M \approx M_0 \exp(-3) \approx \frac{M_0}{22}$. Demek ekinshi kosmoslıq tezlik alaman degenshe raketanın' da'slepki massasının' shama menen 4 protsenti g'ana qaladı eken (yag'nıy raketanın' massası 22 ese kishireyedi). Al haqıyqatında da raketa biz esaplag'an jag'daydan a'sterek tezlenedi. Bul situatsiyanı quramalastıradı, sebebi janılg'ının' sarıplanıwı artadı. Sonlıqtan janılg'ı janatug'ın waqıttı mu'mkin bolg'anınsha kishireytiw kerek boladı. Bul o'z gezeginde raketag'a tu'setug'ın salmaqtın' artıwına alıp keledi. Na'tiyjede ha'r bir raketa ushın onın' konstruktsiyasının' o'zgesheliklerin esapqa alg'an halda tezleniw o'zgeshelikleri saylap alınadı.

Kosmos ken'isliginen Jerge qaytıp kelgende kosmos korablinin' Jer betine jumsaq tu'rde qonıwı ushın tezlikti 11.5 km/s shamasınan nolge shekem kemeytiw kerek boladı. Usı maqsette dvigateller iske tu'siriledi. Bul 11.5 km/s shaması Jerge qaytıp keliw ushın xarakteristikalıq tezlik bolıp tabıladı. Sonlıqtan Jerden sırtqa shıg'ıp ketiw ha'm keyninen Jerge qaytıp keliw ushın xarakteristikalıq tezlik shama menen 23 km/s ke ten' ($2 \cdot 11{,}5$). Bul jag'dayda (23.12b)-formuladan $M \approx M_0 \exp(-6) \approx \frac{M_0}{500}$ (demek da'slepki massanın' 1/500 bo'legi g'ana qaytıp keledi).

Ay ushın xarakteristikalıq tezlik 5 km/s (yag'nıy Aydın' tartıw ku'shin jen'ip shıg'ıw ushın za'ru'rli bolg'an tezlik). Al Ayg'a barıp qonıw ushın ha'm Jerge qaytıp keliw ushın xarakteristikalıq tezliktin' shaması 28 km/s ge ten' boladı. Bunday jag'dayda raketanın' tek 1/1500 g'ana massası g'ana Jerge qaytıp keledi.

Sorawlar:

1. Eger ishinde suwı bar shelektin' to'meninen tesik tessek usı shelekten to'men qaray suw ag'a baslaydı. Suwı bar ıdısqa ag'ıp atırg'an suw ta'repinen reaktiv ku'sh tu'seme? Ku'sh tu'sedi dep tastıyıqlawdın' qa'te ekenligin tu'sindirin'iz.
2. Reaktiv dvigateldin' tartıw ku'shi qanday faktorlarg'a baylanıslı boladı?
3. Kosmoslıq ushıwdın' xarakteristikalıq tezligi degenimiz ne?

24-§. Awırlıq maydanındag’ı qozg’alıs

Kepler nızamları. Kepler nızamları tiykarında pu’tkil du’nyalıq tartılıs nızamın keltirip shıg’arıw. Gravitatsiya turaqlısının’ sanlıq ma’nisin anıqlaw boyınsha islengen jumıslar. Erkin tu’siw tezleniwin esaplaw. Orbitaları ellips, parabola ha’m giperbola ta’rizli bolg’an qozg’alıslar sha’rtleri. Orbitalardın’ parametrlerin esaplaw. Kosmoslıq tezlikler. Gravitatsiyalıq energiya. Shar ta’rizli denenin’ gravitatsiyalıq energiyası. Gravitatsiyalıq radius. A’lemnin’ o’lshemleri. A’lemnin’ kritikalıq tıg’ızlıg’ın esaplaw.

Daniya astronomı Tixo Bragenin’ (1546-1601) ko’p jıllıq baqlawlarının’ na’tiyjelerin talqılaw na’tiyjesinde Kepler (1571-1630) planetalar qozg’alısının’ emperikalıq u’sh nızamın ashtı. Bul nızamlar to’mendegidey mazmung’a iye:

1) ***ha’r bir planeta ellips boyınsha qozg’aladı, ellipstin’ bir fokusında Quyash jaylasadı;***
2) ***planeta radius-vektorı ten’dey waqıtlar aralıg’ında birdey maydanlardı basıp o’tedi;***
3) ***planetalardın’ Quyash do’geregin aylanıp shıg’ıw da’wirlerinin’ kvadratlarının’ qatnasları ellips ta’rizli orbitalardın’ u’lken yarım ko’sherlerinin’ kublarının’ qatnaslarınday boladı***.

Birinshi eki nızam Kepler ta’repinen 1609-jılı, u’shinshisi 1619-jılı ja’riyalandı. Kepler nızamların itibar menen oqıg’an oqıwshılar olar arasında qanday da bir baylanıstın’ bar ekenligin sezbeydi. Ҳaqıyqatında da joqarıda bayanlang’an u’sh nızam arasında baylanıs bar ma yamasa joq pa degen sorawg’a juwap beriw o’z waqıtında u’lken danıshpanlıqtı talap etti ha’m bul ma’seleni XVII a’sirdin’ ekinshi yarımında İsaak Nyuton sheshti ha’m na’tiyjede pu’tkil ta’biyat tanıw iliminde og’ada ullı orındı iyeleytug’ın pu’tkil du’nyalıq tartılıs nazımın ashtı.

Keplerdin’ birinshi nızamınan planeta traektoriyasının’ tegis ekenligi kelip shıg’adı. Materiallıq noqattın’ impuls momenti menen sektorlıq tezligi arasındag’ı baylanıstan planetanı tuyıq orbita boyınsha qozg’alıwg’a ma’jbu’rleytug’ın ku’shtin’ Quyashqa qarap bag’ıtlang’anlıg’ın an’laymız. Endi usı ku’shtin’ Quyash penen planeta arasındag’ı qashıqlıqqa baylanıslı qalay o’zgeretug’ınlıg’ın ha’m planetanın’ massasına qanday da’rejede yamasa formada g’a’rezli ekenligi anıqlawımız kerek.

A’piwayılıq ushın planeta ellips boyınsha emes, al orayında Quyash jaylasqan shen’ber boyınsha qozg’aladı dep esaplayıq. Quyash sistemasındag’ı planetalar ushın bunday etip a’piwayılastırıw u’lken qa’teliklerge alıp kelmeydi. Planetalardın’ ellips ta’rizli orbitalarının’ shen’berden ayırması ju’da’ kem. Usınday **r** radiuslı shen’ber ta’rizli orbita boyınsha ten’ o’lshewli qozg’alg’andag’ı planetanın’ tezleniwi

$$\mathbf{a}_r = -\omega^2 \mathbf{r} = \frac{4\pi^2}{T^2}\mathbf{r} \qquad (24.1)$$

formulası menen anıqlanadı. Shen’ber ta’rizli orbitalar boyınsha qozg’alıwshı planetalar ushın Keplerdin’ u’shinshi nızamı bılay jazıladı

$$T_1^2 : T_2^2 : T_3^2 \ldots = r_1^3 : r_2^3 : r_3^3 \ldots \qquad (24.2)$$

yamasa

$$\frac{r^3}{T^2} = K .$$

Bul formuladag'ı K Quyash sistemasındag'ı barlıq planetalar ushın birdey bolg'an turaqlı san ha'm ol ***Kepler turaqlısı*** dep ataladı. Ellips ta'rizli orbitalar parametrleri arqalı bul turaqlı bılay esaplanadı:

$$K = \frac{a^3}{T^2}, \tag{24.3}$$

bul an'latpada a arqalı orbitanın' u'lken yarım ko'sheri belgilengen.

Da'wir T nı K ha'm r ler arqalı an'latıp shen'ber ta'rizli orbita boyınsha qozg'alıwg'a sa'ykes tezleniwdi bılay tabamız:

$$a_r = -\omega^2 r = -\frac{4\pi^2}{T^2} r = -\frac{4\pi^2}{r^2} K. \tag{24.4}$$

Olay bolsa planetag'a ta'sir etiwshi ku'sh

$$F = a_r m = -\frac{4\pi^2}{r^2} Km \tag{24.5}$$

ge ten'. Bul jerde m arqalı planetanın' massası belgilengen.

Biz Quyash do'gereginde shen'ber ta'rizli orbita boyınsha aylanıwshı eki planetanın' tezleniwinin' Quyashqa shekemgi aralıqqa keri proportsional o'zgeretug'ınlıg'ın da'lilledik. Biraq Quyash do'gereginde ellips ta'rizli orbita boyınsha qozg'alatug'ın bir planeta ushın bul jag'daydı da'lillegenimiz joq. Bul jag'daydı da'lillew ushın shen'ber ta'rizli orbitalardan ellips ta'rizli orbitalardı izertlewge o'tiw kerek ha'm sol ma'seleni keyinirek sheshemiz. Biraq tek shen'ber ta'rizli qozg'alıslardı qaraw menen shekleniw mu'mkin. Bunın' ushın Quyash ha'm planeta arasındag'ı ta'sirlesiw ku'shi tek olar arasındag'ı bir zamatlıq qashıqlıqtan g'a'rezli, al planetanın' traektoriyasının' formasına baylanıslı emes dep boljaw kerek boladı. Bunday jag'daylarda (24.4) ha'm (24.5) formulaların tek Quyashtan ha'r qıylı qashıqlıqlardag'ı shen'ber ta'rizli orbitalar boyınsha qozg'alatug'ın planetalar ushın g'ana emes, al ellips ta'rizli traektoriya boyınsha Quyashtın' do'gereginde qozg'alatug'ın ayırım bir planetanın' ha'r qıylı awhalları ushın da qollanıwg'a boladı.

Joqarıdag'ı formuladag'ı $4\pi^2K$ proportsionallıq koeffitsienti barlıq planetalar ushın birdey ma'niske iye bolıwı kerek. Sonlıqtan onın' planetalardın' massasına ja'ne basqa da qasiyetlerine baylanıslı bolıwı mu'mkin emes. Bul koeffitsient planetalardı orbitalar boyınsha qozg'alıwg'a ma'jbu'rleytug'ın Quyashtı ta'ripleytug'ın fizikalıq parametrlerge baylanıslı bolıwı sha'rt. Biraq o'z-ara ta'sir etisiwde ***Quyash ha'm planeta birdey huqıqqa iye deneler*** sıpatında orın iyelewi sha'rt. Olar arasındag'ı ayırmashılıq tek ***sanlıq jaqtan*** bolıwı mu'mkin. Al Quyash penen planetalar tek massaları menen parıqlanadı. Ta'sirlesiw ku'shi planetanın' massası m ge proportsional bolg'anlıg'ı ushın bul ku'sh Quyashtın' massası M ge de proportsional bolıwı lazım (yag'nıy $4\pi^2K = GM$, bul an'latpada G arqalı proportsionallıq koeffitsienti belgilengen). Sonlıqtan planetug'a ta'sir etiwshi ku'sh ushın

$$F = G\frac{Mm}{r^2} \tag{24.6}$$

formulasın jaza alamız. Bul formuladag'ı G koeffitsienti Quyashtın' massasınan da, planetalardın' massasınan da g'a'rezsiz bolg'an jan'a turaqlı shama. Alıng'an formulalardı o'z-ara salıstırıw arqalı Kepler turaqlısı ushın

$$K \equiv \frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \tag{24.7}$$

an'latpasın alamız.

Quyash ha'm planetalar tartılıs payda etiwde bir birinen tek sanlıq jaqtan bir fizikalıq parametr, ol da bolsa massaları boyınsha parıqlanadı. Sonlıqtan planetalar, basqa da deneler arasında da o'z-ara tartısıw orın aladı dep boljaw ta'biyiy na'rse. Bunday boljawdı birinshi ret Nyuton usındı ha'm keyinirek ta'jiriybede da'lillendi. Nyuton mazmunı to'mendegidey bolg'an pu'tkil du'nyalıq tartılıs nızamın ashtı:

Qa'legen eki dene (materiallıq noqatlar) bir biri menen massalarının' ko'beymesine tuwrı proportsional, aralıqlarının' kvadratına keri proportsional ku'sh penen tartısadı.

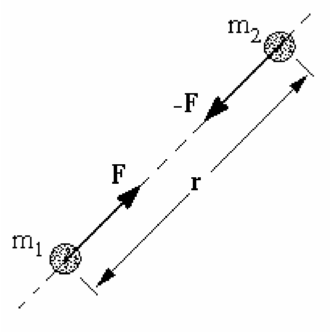
Bunday ku'shler ***gravitatsiyalıq ku'shler*** yamasa ***pu'tkil du'nyalıq tartılıs ku'shleri*** yamasa ***salmaq (awırlıq) ku'shi*** dep ataladı. Joqarıdag'ı formulag'a kiriwshi G proportsionlallıq koeffitsienti barlıq deneler ushın birdey ma'niske iye. Bunday ma'niste bul koeffitsient universal turaqlı bolıp tabıladı. Ҳaqıyqatında da ol ***gravitatsiya turaqlısı*** dep atalatug'ın en' a'hmiyetli du'nyalıq turaqlılır qatarına kiredi.

A'lbette qa'legen ta'sirlesiw bazı bir sa'ykes fizikalıq maydan yamasa materiallıq deneler ta'repinen a'melge asırıladı. ***Gravitatsiyalıq ta'sirlesiwdi ta'miyinleytug'ın maydandı (gravitatsiyalıq ku'shlerdi jetkerip beretug'ın maydandı) gravitatsiya maydanı dep ataymız***. Eynshteynnin' 1915-jılı do'retken ulıwmalıq salıstırmalıq teoriyası ha'zirgi waqıtları ilim menen texnikada ken'nen qollanılıp atırg'an gravitatsiya teoriyası bolıp tabıladı.

Joqarıda keltirilip shıg'arılg'an pu'tkil du'nyalıq tartılıs nızamındag'ı o'z-ara ta'sirlesiwshi deneler noqatlıq dep qaraladı. Fizikalıq jaqtan bul denelerdin' o'lshemlerine salıstırg'anda olar arasındag'ı qashıqlıq a'dewir u'lken degendi an'latadı. Usı jerde «a'dewir u'lken» so'zi fizikanın' barlıq bo'limlerindegidey salıstırmalı tu'rde qollanılg'an. Usınday salıstırıw Quyash penen planetalardın' o'lshemleri menen ara qashıqlıqları ushın durıs keledi. Biraq, mısalı, o'lshemleri 10 sm, ara qashıqlıg'ı 20 sm bolg'an deneler ushın bunday salıstırıw kelispeydi. Onday denelerdi noqatlıq dep qaray almaymız. Bul jag'dayda sol denelerdin' ha'r birin oyımızda ko'lemi sheksiz kishi bolg'an bo'leklerge bo'lip, sol bo'lekler arasındag'ı gravitatsiyalıq ta'sir etisiw ku'shlerin esaplap, keyin bul ku'shlerdi geometriyalıq qosıw (integrallaw) kerek. Materiallıq denenin' sheksiz kishi bo'limi materiallıq noqat sıpatında ayırıp alınıp qaralıwı mu'mkin. Bunday esaplawlardın' tiykarında ***gravitatsiyalıq maydanlardı superpozitsiyalaw printsipi*** turadı. Bul printsip boyınsha qanday da bir massa ta'repinen qozdırılg'an gravitatsiya maydanı basqa da massalardın' bolıw-bolmawına g'a'rezli emes. Bunnan basqa ***bir neshe deneler ta'repinen payda etilgen gravitatsiyalıq maydan olardın' ha'r biri ta'repinen payda etilgen maydanlardın' geometriyalıq qosındısına ten'***. Bul printsip ta'jiriybeni ulıwmalastırıwdın' na'tiyjesinen kelip shıqqan. ***Solay etip***

a) materiallıq denenin' ko'leminin' sheksiz kishi elementi massası denenin' tıg'ızlıg'ı menen ko'lem elementinin' ko'beymesine ten' materiallıq noqat tu'rinde qaraladı eken.

b) bir tekli shar ta'rizli materiallıq denelerdin' tasirlesiwin materiallıq noqatlardın' ta'sir etisiwi sıpatında qarawg'a boladı.



24-1 su’wret. Eki dene arasındag’ı tartılıs ku’shleri bag’ıtın ko’rsetetug’ın su’wret. Bul jerde $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$.

Superpozitsiya printsipin paydalanıw arqalı ***eki bir tekli sharlardın’ massaları olardın’ oraylarında jaylasatug’ın bolg’an jag’daydag’ıday ta’sir etisetug’ınlıg’ın*** (joqarıdag’ı b punkt) an’sat da’lillewge boladı.

Nyuton da’wirinde pu’tkil du’nyalıq tartısıw nızamının’ durıslıg’ı tek g’ana astronomiyalıq baqlawlar ja’rdeminde tastıyıqlandı. Bul nızamnın’ Jer betindegi deneler ushın da durıs ekenligi, sonday-aq gravitatsiya turaqlısının’ ma’nisi juwıq tu’rde 1798-jılı G.Kavendish (1731-1810) ta’repinen da’lillendi ha’m anıqlandı.

Kevendish ta’jiriybesinin’ sxeması 24-2 su’wrette ko’rsetilgen.

Gorozont bag’ıtında qoyılg’an jen’il A sterjeninin’ ushlarına ha’r qaysısının’ massaları 158 kilogrammnan bolg’an M qorg’asın sharları ildirilgen. B noqatında jin’ishke C sımına uzınlıg’ı l bolg’an sterjen bekitilgen. Sterjennin’ ushlarına massaları m ge ten’ bolg’an qorg’asın sharları ildirilgen. Bul sharlardın’ ha’r qaysısının’ massası Kavendish ta’jiriybesinde 730 gramnan bolg’an. A sterjenin burıw arqalı u’lken sharlardı kishi sharlarg’a jaqınlastırg’anda sharlar jup-juptan tartısıp uzınlıg’ı l bolg’an sterjen burıladı. Bunday jag’dayda S sımının’ serpimlilik qa’siyetlerin bile otırıp tartılıs ku’shlerin o’lshewge ha’m gravitatsiya turaqlısı G nın’ ma’nisin esaplawg’a boladı. Na’tiyjede Kavendish

$$G = 6{,}685 \cdot 10^{-8} \quad \frac{sm^3}{g \cdot s^2}$$

shamasın alg’an. Bul shama ha’zirgi waqıtları qabıl etilgen ma’nisinen az parqlanadı.

Gravitatsiya turaqlısının’ ma’nisin o’lshewdin’ basqa usılı 1878-jılı Jolli (1809-1880) ta’repinen usınıldı.

Gravitatsiya turaqlısının’ ha’zirgi waqıtları alıng’an ma’nisi (2000-jıl, Physics News Update, Number 478, İnternettegi adres http://www.hep.net/documents/ news1etters/pnu/):

$$G = 6{,}67390 \cdot 10^{-8} \quad \frac{sm^3}{g \cdot s^2}$$

Bul shama 0.0014 protsentlik qa’telik penen anıqlang’an. Biz gravitatsiya turaqlısının’ ma’nisinin’ og’ada kishi ekenligi ko’rinip tur. Ҳa’r qaysısının’ massası 1 kg bolg’an bir birinen 1 m qashıqlıqta turg’an eki dene $F = 6{,}6739 \cdot 10^{-11}$ $H = 6{,}6739 \cdot 10^{-6}$ dina ku’sh penen tartısadı (24-3 su’wret).

Gravitatsiyalıq tartısıw ku'shin elektr maydanındag'ı ta'sirlesiw menen salıstırayıq. Mısal ushın eki elektrondı alıp qaraymız. Massası m = 9.1 * 10^{-28} *g* = 9.1*10^{-31} k*g*. Olar

$$F_g = G\frac{m^2}{r^2}$$

ku'shi menen tartısadı.

Al elektronlardın' zaryadı e = - 4.803*10^{-10} SGSE birl. = -1.6*10^{-19} K. Demek eki elektron shamısı

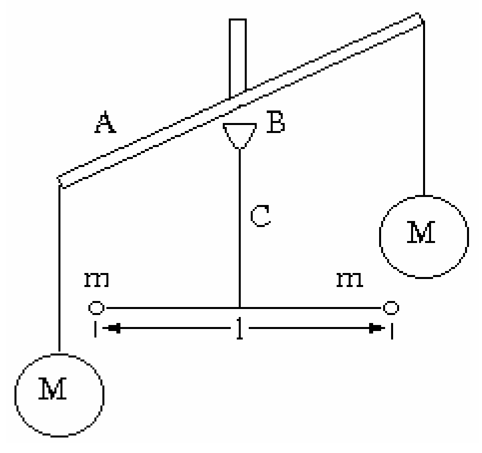
$$F_e = \frac{e^2}{r^2}$$

ge ten' bolg'an Kulon ku'shi menen iyterisedi. Joqarıdag'ı eki formulada da birdey r ler alıng'an. Sonlıqtan

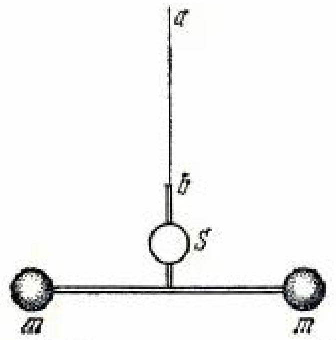
$$\frac{F_g}{F_e} = \frac{G\,m^2}{e^2} \approx 2{,}4\cdot 10^{-43}.$$

Bul og'ada kishi shama. Eki proton ushın $\frac{F_g}{F_e} \approx 8\cdot 10^{-37}$

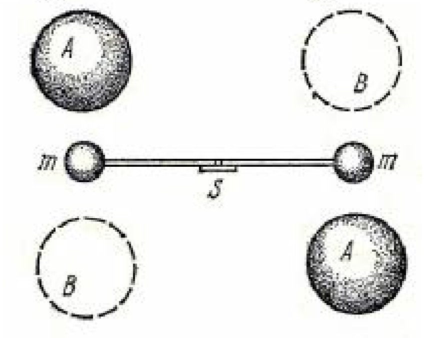
Demek zaryadlang'an bo'leksheler arasındag'ı elektrlik ta'sir etisiw gravitatsiyalıq ta'sir etisiwge salıstırg'anda salıstırmas ese u'lken boladı eken. Sonlıqtan yadrolıq o'lshemlerden u'lken (yadrolıq o'lshemler dep 10^{-13} sm den kishi o'lshemlerdi aytamız), al astronomiyalıq o'lshemlerden kishi bolg'an ko'lemlerde tiykarg'ı orındı elektromagnitlik ta'sirlesiw, al astronomiyalıq qashıqlıqlarda tiykarg'ı orındı gravitatsiyalıq ku'shler iyeleydi. Demek biz kristallardı, ayırım atomlar menen molekulalardı izertlegenimizde gravitatsiyalıq ta'sirlesiwdi pu'tkilley qollanbaymız. Al astronomiyalıq obektler, sonın' menen birge Jerdin' jasalma joldasları haqqında ga'p etkenimizde, kosmoslıq korabllerdin' ushıw traektoriyaların esaplag'anımızda tek gravitatsiyalıq ta'sirlesiwlerdi paydalanamız.



24-2 su'wret. Kavendish ta'jiriybesinin' sxeması



Kavendish ta’jiriybesindegi burılıwshı sterjenge qaptaldan qarag’anda.



Kavendesh ta’jibiybesindige massaları M ha’m m bolg’an qorg’asın sharlardın’ o’z-ara jaylasıwları (to’mennen yamasa jokarıdan qarag’anda).

Gravitatsiya turaqlısı G nın’ ma’nisin anıqlag’annan keyin Jerdin’ massası menen tıg’ızlıg’ın, basqa da planetalardın’ massaların esaplaw mu’mkin. Ҳaqıyqatında da Jer betindegi berilgen zattın’ salmag’ı

$$p = mg = G\frac{mM}{R^2}$$

formulası ja’rdeminde esaplanadı. Bul formulada m arqalı zattın’ massası, g arqalı jer betindegi erkin tu’siw tezleniwi, M arqalı Jerdin’ massası, R arqalı Jerdin’ radiusı belgilengen.

Demek

$$g = G\frac{M}{R^2} = 9.80248077602129\ \frac{m}{s^2}$$

(bul astrofizikalıq kalkulyatrodın’ ja’rdeminde SI sistemasında esaplag’andı) ha’m

$$M = \frac{g\,R^2}{G} = 5{,}946\cdot 10^{24}\quad kg$$

(bul da astrofizikalıq kalkulyator ja’rdeminde esaplag’an) shaması alınadı.

Jerdin’ ko’lemi $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ formulası menen anıqlanadı. Bunday jag’dayda joqarıda alıng’an massanın’ ma’nisin paydalanıp $\rho = \frac{M}{V} = 5{,}5\ \frac{g}{sm^3}$ shamasın alamız. Bul Jerdin’ ortasha tıg’ızlıg’ı bolıp tabıladı.

Quyash penen Jer arasındag’ı qashıqlıqtı R arqalı belgileyik. Bunday jag’dayda usı eki dene arasındag’ı gravitatsiyalıq tartılıs ku’shi

$$F_g = G\frac{M_J\,M_Q}{R^2}.$$

Jerge ta’sir etiwshi orayg’a umtılıwshı ku’shtin’ shaması $F_O = \frac{M_J v^2}{R}$. Bul an’latpada v arqalı Jerdin’ orbita boyınsha qozg’alısının’ (orbitalıq qozg’alısının’) tezligi belgilengen. Jerdin’ Quyash do’gereginde aylanıp shıg’ıw da’wirin T arqalı belgilesek orbitalıq tezliktin’ ma’nisi $v = \frac{2\pi R}{T}$ shamasına ten’ boladı. Sonlıqtan $F_O = \frac{2\pi R M_J}{T}$.

$F_g = F_O$ sha’rtinen Quyashtın’ massası ushın $M_Q = \frac{4\pi^2 R^3}{G\,T^2} \approx 2\cdot 10^{30}$ kg shamasın alamız. Tap sol sıyaqlı Aydın’ da massasın esaplawımız mu’mkin.

Erkin tu’siw tezleniwinin’ ma’nisi R ge g’a’rezli ekenligin joqarıda ko’rdik $\left(g = G\frac{M}{R^2}\right)$. Usıg’an beylanıslı g nın’ Jer betinen biyiklikke baylanıslı qalay o’zgeretug’ınlıg’ın ko’rsetetug’ın keste keltiremiz:

24-1 keste.

Biyiklik, kilometrlerde	g, m/s^2
0	9.83
5	9.81
10	9.80
50	9.68
100	9.53
400[1)]	8.70
35 700[2)]	0.225
380 000[3)]	0.0027

[1)] Jerdin’ jasalma joldasları orbitalarının’ biyikligi.
[2)] Jerdin’ statsionar jasalma joldasının’ biyikligi.
[3)] Jer menen Ay arasındag’ı qashıqlıq.

Endi joqarıda keltirilgen formulalar tiykarında Jerdin’ betindegi gravitatsiyalıq maydanının’ kernewliligi N_0 (maydannın’ berilgen noqatındag’ı bir birlik massag’a iye denege ta’sir etetug’ın ku’shti maydannın’ sol noqatının’ kernewliligi dep ataymız, al kernewlilikti qashıqlıq r ge ko’beytsek potentsial kelip shıg’adı) menen potentsialı φ_0 di tabamız. Joqarıda aytılg’anlarg’a baylanıslı massası m bolg’an denenin’ gravitatsiyalıq maydanının’ r qashıqlıqtag’ı kernewliliginin’ san ma’nisinin’ $H = G\frac{m}{r^2}$ ke ten’, potentsialının’ $\varphi = -G\frac{m}{r}$ ekenligin an’sat keltirip shıg’ara alamız. Al gravitatsiyalıq maydanının’ (qa’legen maydannın’ kernewliligi) kernewliligi dep

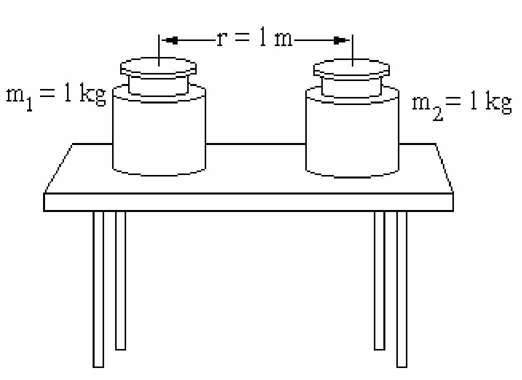
$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{F}}{m}$$

vektorlıq shamasına aytamız. Bul jerde **F** arqalı berilgen noqatqa ornalastırılg’an massası m bolg’an denege ta’sir etiwshi ku’sh belgilengen. Demek Nyutonnın’ ekinshi nızamı boyınsha **N** =

a eken. Jerdin' betinde bul tezleniw erkin tu'siw tezleniwine ten' $(\mathbf{a}=\mathbf{g})$. Solay etip $H_0 = g \approx 9{,}8$ m/s^2. Al gravitatsiya maydanının' Jer betindegi potentsialı

$$\varphi_0 = H_0\, r = -9{,}8\cdot 6{,}4\cdot 10^6 \text{ Dj/kg} = -6{,}2\cdot 10^7 \text{ Dj/kg}.$$

Demek massası 1 kg bolg'an deneni Jerdin' betinen sheksizlikke alıp ketiw ushın $6{,}2\cdot 10^7$ Dj energiya kerek boladı eken



24-3 su'wret.

Gravitatsiya turaqlısının' fizikalıq ma'nisin tu'sindiriwge arnalg'an su'wret.

S.Xoking: Bizin' ha'zirgi teoriyalarımız benen Nyutonnın' tartılıs teoriyası arasında hesh qanday ayırma joq. Ҳa'zirgi teoriyalar tek a'dewir quramalıg'ı menen ayrılıp turadı. Biraq olardın' barlıg'ı da bir na'rseni an'latadı.

Orbitaları ellips, parabola ha'm giperbola ta'rizli bolg'an qozg'alıslar sha'rtleri. Traektoriyası ellips ta'rizli bolg'an planetanın' (Jerdin' jasalma joldasının') qozg'alısı finitlik dep ataladı. Bunday jag'dayda planeta ken'isliktin' sheklengen bo'leginde qozg'aladı. Kerisinshe, parabolalıq ha'm giperbolalıq orbitalar boyınsha planetalar infinitli qozg'aladı. Bul jag'dayda planetalar ken'islikte sheksiz u'lken aralıqlarg'a qashıqlasadı. Sonlıqtan planetalar qozg'alıslarının' finitlik yamasa infinitlik sha'rtlerin anıqlaw za'ru'rligi kelip shıg'adı.

Eger E arqalı planetanın' tolıq energiyası belgilengen bolsa, onda

$$\frac{mv^2}{2} - G\frac{Mm}{r} = E = \text{const}. \tag{24.8}$$

Quyashtı qozg'almaydı dep esaplaymız ha'm sonlıqtan onın' kinetikalıq energiyasın esapqa almaymız. Quyashqa salıstırg'andag'ı planetanın' impuls momentin $\mathbf{L}$ ha'ripi menen belgilesek, onda

$$\mathbf{L} = m\, r^2 \dot{\varphi} = \text{const} \tag{24.9}$$

ekenligine iye bolamız. Bul ten'lemedegi $\dot{\varphi}$ mu'yeshlik tezlikti jog'altıwımız kerek. Bunın' ushın tolıq tezlik v nı radial v_r ha'm azimutal $r\dot{\varphi}$ qurawshılarg'a jikleymiz. Na'tiyjede:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}v_r^2 + \frac{m}{2}r^2\dot{\varphi}^2 = \frac{m}{2}v_r^2 + \frac{L^2}{2mr^2}. \tag{24.10}$$

Endi $\frac{m v^2}{2} - G\frac{M m}{r} = E = const$ ten’lemesi (kinetikalıq ha’m potentsial energiyalarının’ qosındısına ten’ bolg’an tolıq energiyanın’ saqlanıw sha’rti)

$$\frac{m}{2}v_r^2 - G\frac{M m}{r} + \frac{L^2}{2 m r^2} = E = const. \tag{24.11}$$

yamasa

$$\frac{m}{2}v_r^2 + V(r) = E = const.$$

tu’rine enedi. Bul formuladag’ı

$$V(r) = -G\frac{M m}{r} + \frac{L^2}{2 m r^2} \tag{24.12}$$

potentsial energiya bolıp tabıladı. Kinetikalıq energiya $\frac{m}{2}v_r^2 > 0$. Sonlıqtan baylanısqan haldın’ ju’zege keliwi ushın barlıq waqıtta

$$V(r) \leq E$$

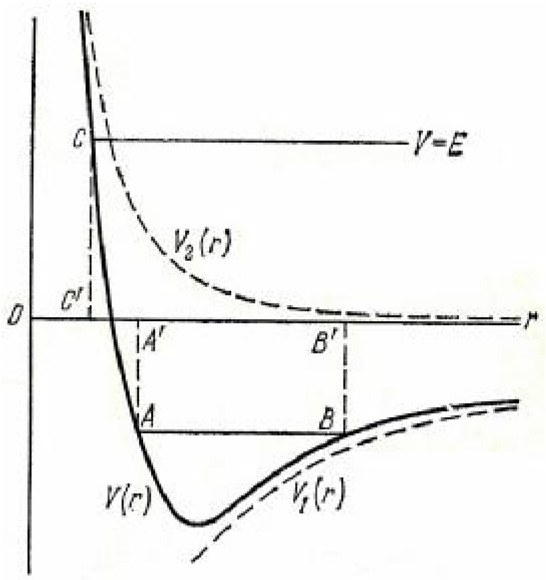
ten’sizliginin’ orınlanıwı kerek.

Joqarıda alıng’an ten’leme radial tezlik bolg’an v_r belgisizine iye boladı. Formal tu’rde bul keyingi ten’lemeni noqattın’ bir o’lshemli bolg’an radial bag’ıttag’ı qozg’alısının’ ten’lemesi dep qarawg’a boladı.

Endi ma’sele $V(r)$ potentsial energiyasına iye bir o’lshemli qozg’alıstın’ finitlik yamasa infinitlik sha’rtlerin tabıwdan ibarat boladı. Sol maqsette

$$V(r) = -G\frac{M m}{r} + \frac{L^2}{2mr^2}, \quad V_1(r) = -G\frac{M m}{r}, \quad V_2(r) = \frac{L^2}{2m\, r^2} \tag{24-13}$$

funktsiyalarının’ grafiklerin qaraymız. L di nolge ten’ emes dep esaplaymız. r shaması nolge umtılg’anda ($r \to 0$) $V_2(r)$ funktsiyası $V_1(r)$ funktsiyasına salıstırg’anda sheksizlikke tezirek umtıladı. Kishi r lerde $V(r)$ funktsiyası o’n’ ma’niske iye boladı ha’m $r \to 0$ sha’rti orınlang’anda sheksizlikke asimptota boyınsha umtıladı. Kerisinshe eki funktsiyanın’ qosındısı (su’wrette tutas sızıq) $r \to \infty$ sha’rti orınlang’anda asimptota boyınsha nolge umtıladı. Na’tiyjede $E > 0$ bolg’an jag’daylarda giperbolalıq, $E = 0$ sha’rti orınlang’anda parabolalıq ha’m $E < 0$ bolg’anda ellips ta’rizli orbita menen qozg’alıstın’ orın alatug’ınlıg’ın da’lillewge boladı.



24-4 su'wret.

Energiyanın' r den g'a'rezliligin ko'rsetetug'ın grafikler.

Demek oraylıq maydanda qozg'alıwshı denelerden' traektoriyaları olardın' energiyasına baylanıslı boladı eken.

Baylanısqan hal tek g'ana baylanıs energiyasının' (potentsial energiyanın') ma'nisi nolden kishi bolg'anda orın aladı. Al baylanıs energiyasının' nolden u'lken ma'nislerine iyterilis ku'shleri sa'ykes keledi.

$r \to \infty$ sha'rti orınlang'anda V(r) = 0, sonlıqtan

$$E = -G\frac{M\,m}{r} + \frac{m\,v^2}{2} = \frac{m}{2}v_\infty^2 .$$

Demek ***giperbolalıq qozg'alısta materiallıq dene sheksizlikke shekli*** v_∞ ***tezligi menen, al parabolalıq qozg'alısta materiallıq dene sheksizlikke nollik tezlik penen jetip keledi*** (sebebi $E = 0$ ten'ligine sa'ykes sa'ykes $v_p = 0$, v_p arqalı parabolalıq tezlik belgilengen). Parabolalıq qozg'alıw ushın materiallıq noqatqa beriliwi kerek bolg'an da'slepki tezlik parabolalıq tezlik dep ataladı.

$$\frac{mv_p}{2} - G\frac{Mm}{r_0} = E = 0 \qquad (24.14$$

ten'lemesinen parabolalıq tezlik ushın

$$v_p = \sqrt{2G\frac{M}{r_0}} \qquad (24.15)$$

an'latpası alınadı.

Parabolalıq tezlik «shen'ber» ta'rizli tezlik v_{sh} menen a'piwayı baylanısqa iye. Quyashtın' do'gereginde shen'ber ta'rizli orbita boyınsha qozg'alatug'ın planeta usınday tezlikke iye boladı.

Radiusı r_0 bolg'an shen'ber ta'rizli orbitanın' ju'zege keliwi ushın $\frac{m v_{sh}^2}{r_0}$ orayg'a umtılıwshı ku'shtin' shaması gravitatsiyalıq tartılıs ku'shi $G\frac{Mm}{r_0^2}$ tin' shamasına ten' bolıwı sha'rt, yag'nıy:

$$\frac{m v_{sh}^2}{r_0} = G\frac{Mm}{r_0^2}.$$

Bunnan

$$v_{sh} = \sqrt{G\frac{M}{r_0}} \qquad (24.6)$$

ekenligin alamız. Demek

$$v_p = v_{sh}\sqrt{2}. \qquad (24.17)$$

Orbitalardın' parametrlerin esaplaw. Planetanın' ellips ta'rizli orbitasının' uzın ha'm kishi ko'sherlerin energiyanın' ha'm impuls momentinin' saqlanıw nızamları ja'rdeminde anıqlaw mu'mkin. Perigeliy P ha'm afeliy A noqatlarında planetalardın' radial tezligi nolge ten'. (24.11) an'latpasında $v_r = 0$ dep esaplap sol noqatlar ushın

$$r^2 + G\frac{Mm}{E}r - \frac{L^2}{2mE} = 0 \qquad (24.18)$$

an'latpasın alamız. $E < 0$ bolg'anda bul ten'leme eki haqıyqıy on' ma'niske iye r_1 ha'm r_2 korenlerine (tu'birlerine) iye boladı. Sol korenlerdin' biri perigeliy R noqatına, ekinshisi A afeliy noqatına sa'ykes keledi. $r_1 + r_2$ qosındısı ellipstin' u'lken ko'sherinin' uzınlıg'ına ten'. Bul uzınlıqtı $2a$ dep belgilep

$$2a = r_1 + r_2 = -G\frac{Mm}{E} = -G\frac{M}{e} \qquad (24.19)$$

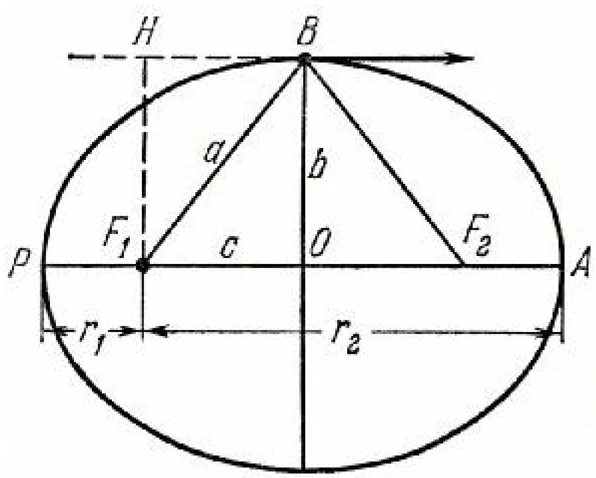
ten'lemesine iye bolamız.

Bul formuladag'ı $e = E/m$ arqalı planetanın' massa birligine sa'ykes keliwshi tolıq energiyası belgilengen. Ellips boyınsha qozg'alıs ushın $e < 0$ bolg'anlıqtan keyingi jazılg'an (24.19)-an'latpa on' ma'niske iye.

Ellips ta'rizli orbitalar belgili bir sha'rtler orınlang'anda shen'ber ta'rizli orbitalarg'a aylanadı. Biz qarap atırg'an jag'daylarda shen'ber ta'rizli orbitalar ellips ta'rizli orbitalardan $r_1 = r_2 = r$ bolg'an jag'dayda alınadı. Bunday jag'dayda $2E = -G\frac{Mm}{r}$ yamasa $2E = U$. Bul an'latpanı $E = U - E$ dep jazıp, $E = E_{kin} + U$ ten'liginen paydalanıp

$$E = -E_{kin} \qquad (24.20)$$

ten'ligin alamız. Demek shen'ber ta'rizli orbita boyınsha qozg'alısta tolıq ha'm kinetikalıq energiyalardın' qosındısı nolge ten'.



24-5 su'wret.

Orbitanın' parametrlerin anıqlaw ushın qollanılatug'ın su'wret.

Endi ellipstin' kishi ko'sheri b nın' uzınlıg'ın tabamız. Bul ma'seleni sheshiw ushın energiyadan basqa planetanın' impuls momenti ha'm onın' sektorlıq tezligi $s = \dot{s}$ nin' shamasın biliw kerek. Tek energiyanın' ma'nisi arqalı kelip shıg'atug'ın ellipstin' u'lken ko'sheri belgili dep esaplaymız. Meyli kishi ko'sherdin' ellips penen kesilesetug'ın noqatlardın' biri B bolsın. Ellipstın' fokusları bolg'an F_1 ha'm F_2 noqatlarınan ellipstin' qa'legen noqatına shekemgi aralıqlardın' qosındısı turaqlı ha'm 2a g'a ten' bolatug'ınlıg'ınan (bul ellipstin' anıqlamasınan kelip shıg'adı: ellips dep fokusları dep atalatug'ın eki noqattan qashıqlıqlarının' qosındısı turaqlı bolıp qalatug'ın noqatlarlın' geometriyalıq ornına aytamız) $F_1B = a$ ekenligi kelip shıg'adı. V noqatındag'ı sektorlıq tezlik

$$s = \frac{1}{2} b v .$$

shamasına ten'. Sebebi b uzınlıg'ı F_1 fokusınan usın noqattın' tezliginin' bag'ıtına tu'sirilgen F_1H perpendikulyarının' uzınlıg'ına ten'. B noqatındag'ı tezlik v energiya ten'lemesi ja'rdeminde anıqlanadı. Bul ten'lemede $r = a$ dep shamalap

$$\frac{v^2}{2} - G\frac{M}{a} = \varepsilon.$$

formulasına iye bolamız. Bul formulag'a $e = E/m$ shamasın qoyamız ha'm

$$b = 2\sigma\sqrt{\frac{a}{GM}}$$

ekenligine iye bolamız.

Kosmoslıq tezlikler. Joqarıda keltirilip o'tilgen finitli ha'm infinitli qozg'alıslar teoriyası Jerdin' jasalma joldaslarının' ushıwı ushın da qollanılıwı mu'mkin.

Jerdin' jasalma joldasının' massasın m al Jerdin' massasın M ha'ripi menen belgileymiz.

Jerdin’ awırlıq (Jerdin’ salmaq) maydanındag’ı jasalma joldastın’ yamasa kosmos korablinin’ (kemesinin’) tolıq energiyası

$$E = \frac{m v^2}{2} - G\frac{M m}{r} \tag{24.21}$$

yamasa

$$E = \frac{m v^2}{2} - m r g\,. \tag{24.22}$$

Eger E nin’ ma’nisi teris bolsa qozg’alıs finitlik boladı ha’m kosmos kemesi ellips ta’rizli orbita boyınsha qozg’aladı. Shen’ber ta’rizli qozg’alısta

$$v_{sh} = \sqrt{G\frac{M}{r}} = \sqrt{g r}. \tag{24.23}$$

Bul an’latpada g Jer betindegi erkin tu’siw tezleniwi, al r Jer sharının’ radiusı bolg’anda alıng’an tezlikti ***birinshi kosmoslıq tezlik*** dep ataymız (shama menen 7,8 km/s shamasına ten’).

Qozg’alıstın’ infinitli bolıwı ushın E nin’ en’ kishi ma’nisi nolge ten’ boladı. Bunday jag’dayda tezligi

$$v_p = \sqrt{2g\,r} = v_{sh}\sqrt{2} \;\approx\; 11{,}2 \text{ km/s}. \tag{24.24}$$

bolg’an parabola ta’rizli orbita boyınsha qozg’alıs orın aladı. Bunday tezlikti ***parabolalıq*** yamasa ***ekinshi kosmoslıq tezlik*** dep ataymız. Parabolalıq tezlik penen qozg’alıwshı kosmos korablinin’ Jerden shaksiz u’lken aralıqqa qashıqlasqandag’ı tezligi da’l nolge ten’ boladı.

$E > 0$ bolsa ha’m kosmos korablinin’ baslang’ısh tezligi parabolalıq tezlikten joqarı bolg’anda ($v_0 > v_p$) qozg’alıs giperbolalıq qozg’alısqa aylanadı.

24-2 keste.

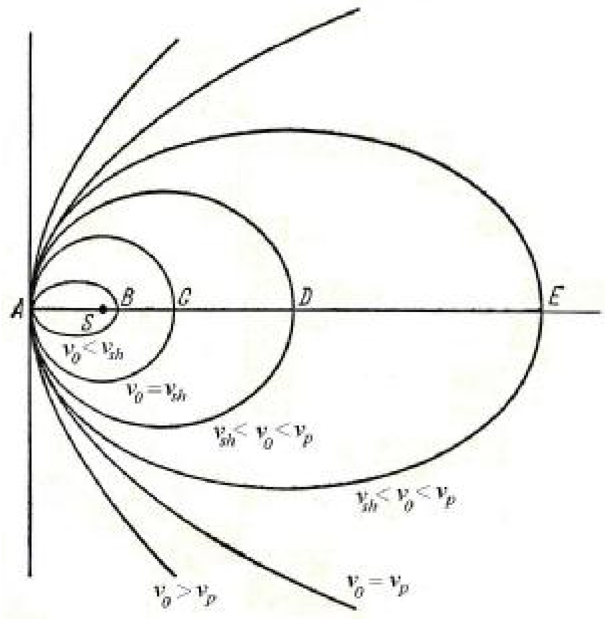
Planetanın’ da’slepki tezligi (v_0) ha’m planetanın’ traektoriyaları

Da’slepki tezlik	Planetanın’ traektoriyası
$v_0 = 0$	Quyash arqalı o’tetug’ın tuwrı sızıq (planeta Kuyashqa qulap tu’sedi).
$v_0 < v_{sh}$	Perigeliyi B noqatında, afeliyi A noqatında bolg’an ellips.
$v_0 = v_{sh}$	Orayı Quyash bolg’an shen’ber.
$v_{sh} < v_0 < v_p$	Perigeliyi A noqatında, afeliyi D noqatında bolg’an ellips.
$v_0 = v_p$	Parabola.
$v_0 > v_p$	Ellips.

Eskertiwler:

Perigeliy – aspan denesinin' (mısalı Jerdin', Quyash do'gereginde aylanatug'ın kosmos korablinin') orbitasının' Quyashqa en' jaqın noqatı (Jer ushın 147 mln km).

Afeliy - aspan denesinin' (mısalı Jerdin', Quyash do'gereginde aylanatug'ın kosmos korablinin') orbitasının' Quyashtan en' qashıq noqatı (Jer ushın 152 mln km).



24-6 su'wret. Noqatlıq denenin' gravitatsiya maydanında qozg'alıstın' mu'mkin bolg'an traektoriyaları (tu'sinikler 24-2 kestede berilgen).

Belgilewler:
v_0 kosmos korablinin' yamasa planetanın' tezligi,
v_{sh} shen'ber ta'rizli orbitag'an sa'ykes keliwshi tezlik,
v_p parabolalıq tezlik,
$v_0 > v_p$ sha'rti giperbolalıq v_g tezligine sa'ykes keledi.

Jer betindegi maydan. Jerdin' radiusın R_0 arqalı (R_0 =6378 km), al Jer betinen massası m bolg'an materiallıq noqatqa shekemgi vertikal bag'ıttag'ı qashıqlıqtı h arqalı belgileyik. $h << R_0$ sha'rti orınlanatug'ın bolsın. Jerdin' orayınan materiallıq noqatqa shekemgi tolıq qashıqlıq $h + R_0$ shamasına ten'. Olay bolsa $F = G\dfrac{Mm}{r^2}$ formulasına sa'ykes

$$F = G\frac{Mm}{(R_0 + h)^2}.$$

A'piwayı algebradan

$$\frac{1}{(R_0 + h)^2} = \frac{1}{R_0^2}\frac{1}{(1 + h/R_0)^2} \approx \frac{1}{R_0^2}\left(1 - 2\frac{h}{R_0} + \mathbf{K}\right)$$

ekenligin bilemiz. Bul an'latpada $\left(\dfrac{h}{R_0}\right)^2$ ha'm usı qatnastın' joqarıraq da'rejeleri esapqa alınbag'an. Sebebi $\dfrac{h}{R_0}$ shamasının' o'zi ju'da' kishi. Mısalı samoletlar ushatug'ın biyiklik bolg'an $h = 20$ km ushın $\dfrac{h}{R_0} \approx 3\cdot 10^{-3}$. Bul shamanın' kvadratı birge salıstırg'anda millionlag'an ese kishi. Ko'pshilik jag'daylarda salmaq ku'shinin' ju'da' kishi shamalarg'a o'zgerislerin esapqa alwdın' keregi bolmaydı. Mısalı 1 km ge shekemgi biyikliklerden dene tu'skende salmaq ku'shinin' o'zgerisi $2\left(\dfrac{h}{R_0}\right) \approx 3\cdot 10^{-4}$ shamasınan da kishi boladı. Usınday da'llikte salmaq ku'shin biyiklikten g'a'rezsiz dep esaplay alamız ha'm joqarıda keltirilgen nomerlenbegen formulalar tiykarında

$$F_0 = G\frac{Mm}{R_0^2} = mg$$

formulası ja'rdeminde esaplawg'a boladı. Bul an'latpadag'ı $g = G\frac{Mm}{R_0^2} = 9{,}8$ m/s^2 Jer betindegi erkin tu'siw tezleniwi bolıp tabıladı. Usınday da'llikte Jer betine jaqın orınlardag'ı salmaq ku'shine baylanıslı bolg'an ko'p sanlı ma'seleler sheshiledi (24-1 kesteni qaran'ız).

Gravitatsiyalıq energiya. Potentsial energiya haqqında joqarıda keltirilgen anıqlama boyınsha bazı bir B noqatında turg'an bo'lekshenin' potentsial energiyası

$$U(B) = \int_{(B)}^{\infty} \mathbf{F}(\mathbf{r})\, d\mathbf{r}$$

an'latpası arqalı beriledi (demek anıqlama boyınsha protentsial energiya dep berilgen B noqatınan bo'eksheni sheksizlikke ko'shirgende islengen jumıstı aytamız). Bul an'latpada jumıstın' shaması B noqatınan baslanıp sheksizlikte tamam bolatug'ın qa'legen jol boyınsha esaplanadı. Sheksizlikte $\mathbf{F}$ ku'shi nolge aylanadı dep qabıl etemiz. Al bo'leksheni bir noqattan ekinshi noqatqa ko'shirgenimizde onın' potentsial energiyası o'zgeredi. Sonın' menen birge onın' kinetikalıq energiyasının' da tap sonday shamag'a o'zgeriwi kerek. Sebebi energiyalardın' qosındısı turaqlı bolıp qalıwı kerek. Sonın' ushın kinetikalıq energiyanı o'zgertetug'ın energiyanın' fizikalıq ma'nisinin' neden ibarat ekenligi, yag'nıy potentsial energiyanı alıp ju'riwshi fizikalıq ortalıqtın' ne ekenligi haqqında soraw payda boladı.

Kinetikalıq energiya denelerdin' qozg'alısının' salıstırmalı tezligi, al potentsial energiya bolsa sol denelerdin' bir birine salıstırg'andag'ı orınları boyınsha alıqlanadı. Bul jag'day potentsial energiyanı alıp ju'riwshi fizikalıq ortalıq denelerdin' o'z-ara jaylasıwları, yag'nıy geometriyalıq qatnaslar emes pe degen oyg'a alıp keledi. Biraq denelerdin' o'z-ara jaylasıwlarındag'ı o'zgerisler bul protsesslerde orın alatug'ın ku'shlerge baylanıslı potentsial energiyanın' pu'tkilley ha'r qıylı shamalardag'ı o'siwlerine yasmasa kemeyiwlerine alıp keledi. Sonlıqtan denelerdin' bir birine salıstırg'andag'ı jaylasıwları potentsial energiyanın' tek o'lshemi g'ana bola aladı. Al onın' fizikalıq alıp ju'riwshisi bolsa ku'shlerdi ju'zege keltiretug'ın ken'isliktin' halı bolıp tabıladı.

Ku'shler ta'sir etetug'ın ken'isliktin' oblastı ku'shler maydanı dep ataladı**. **Sonlıqtan potentsial energiyanı alıp ju'riwshi de ku'shler maydanı bolıp tabıladı ha'm denenin' potentsial energiyası sol maydannın' energiyasının' esabınan ju'zege keledi. Qozg'alıslardag'ı potentsial ha'm kinetikalıq energiyalardın' bir birine aylanıwı mına tu'rde boladı: denenin' kinetikalıq energiyası ha'm potentsial energiya menen tikkeley baylanıspag'an maydan energiyası bar dep esaplaymız. Dene qozg'alg'anda onın' kinetikalıq energiyası ha'm og'an qarama-qarsı bag'ıtta maydannın' energiyası o'zgeredi. YAg'nıy maydan energiyası denenin' kinetikalıq energiyasına o'tedi. Usının' menen birge maydannın' energiyasının' absolyut ma'nisi haqqındag'ı ma'sele ashıq (sheshilmegen) bolıp qaladı. Maydannın' energiyasının' o'zgerisi g'ana baqlanatug'ın fizikalıq shama bolıp tabıladı. Sonlıqtan onın' esaplaw basın saylap alıw ıqtıyarlı tu'rde a'melge asırıladı.

Bo'lekshenin' kinetikalıq energiyası menen potentsial energiyasının' qosındısı shın

ma'nisinde bo'lekshe-maydan sistemasının' energiyası bolıp tabıladı. Kinetikalıq energiya bo'lekshege, al potentsial energiya maydang'a tiyisli.

Bo'lekshe qozg'alg'anda usı bo'lekshe ha'm maydan arasında energiya almasıw orın aladı. Demek maydan materiallıq denelerdin' ta'sir etisiw qubılısının' a'hmiyetli qatnasıwshısı bolıp tabıladı eken.

Gravitatsiyalıq ta'sirlesiwdi payda etetug'ın maydannın' energiyasın gravitatsiyalıq potentsial energiya dep ataymız. Endi onın' ma'nisin esaplaw menen shug'ıllanamız.

Shar ta'rizli denenin' gravitatsiyalıq energiyası. Meyli radiusı R, al massası M bolg'an shar berilgen bolsın. Usı shardı qurawshı bo'lekshelerdin' o'z-ara ta'sirlesiwi gravitatsiya maydanının' energiyası menen baylanıslı. Joqarıda aytqanımızday bunday energiyanı gravitatsiyalıq energiya dep ataymız. ***Gravitatsiyalıq energiyanın' sanlıq ma'nisi sol bo'leklerdi bir birinen sheksiz uzaqlasqan aralıqlarg'a ko'shirgende islengen jumısqa ten'***. Bul jag'dayda biz tek gravitatsiyalıq ku'shlerdi jen'iw ushın islengen jumıstı g'ana qarawımız kerek. Al atomlardı molekulalarda, molekulalardı kattı yamasa suyıq denelerde uslap turıwshı edektromagnit ku'shlerdi esapqa almaymız.

Esaplawlardı an'satlastırıw ushın shar boyınsha massa ten' o'lshewli tarqalg'an dep esaplaymız ha'm bul jag'dayda tıg'ızlıq $\rho = \frac{3}{4}\frac{M}{\pi R^3}$ formulası menen anıqlanadı. Bo'lekshelerdi shardan sharlıq qatlamlardı bo'lip alıp uzaqlastırg'an an'sat boladı. Sheksiz u'lken qashıqlıqlarg'a uzaqlastırılg'an qatlamlar endi uzaqlastırılatug'ın qatlamlarg'a ta'sir etpeydi.

Oraydan qashıqlıg'ı r, qalın'lıg'ı dr bolg'an qatlamdag'ı massa $\rho 4pR^2 dr$ shamasına ten'. Bul qatlamdı uzaqlastırg'anda og'an radiusı r bolg'an shar ta'sir etedi. Qashıqlastırıw jumısı

$$dU_{gr} = -G\frac{\left(\rho\frac{4\pi}{3}r^3\right)\rho 4\pi r^2 dr}{r} = -\frac{G}{r}\frac{4\pi\rho r^3}{3}\rho R\,\pi r^2 dr \tag{24.25}$$

ge ten'. Bul an'latpanı $r = 0$ den $r = R$ ge shekemgi aralıqta integrallap shardın' tolıq gravitatsiyalıq energiyasın alamız:

$$U_{gr} = -G\frac{16\pi^2\rho^2}{3}\int_0^R r^4\,dr = -G\frac{16}{15}\pi^2\rho^2 R^5. \tag{24.26}$$

$r = \frac{M}{\frac{4}{3}pR^3}$ ekenligin esapqa alsaq (massa bo'lingen shardın' ko'lemi)

$$U_{gr} = -\frac{3}{5}\frac{G M^2}{R} \tag{24.27}$$

an'latpası kelip shıg'adı. Bul shardı qurawshı massa elementlerinin' o'z-ara ta'sirlesiwine sa'ykes keliwshi gravitatsiyalıq energiya bolıp tabıladı. Biraq bul an'latpa gravitatsiyalıq maydannın' tolıq energiyasın emes, al shardın' bo'lekshelerdin' o'z-ara ta'sirlesiwine sa'ykes keletug'ın bo'legin beredi. Bul shama shar bolg'andag'ı gravitatsiya maydanının' energiyasının' shar joq waqıttag'ı gravitatsiyalıq maydannın' energiyasınan qansha shamag'a artıq ekenligin ko'rsetedi.

Gravitatsiyalıq radius. M massasına iye denenin' tınıshlıqtag'ı energiyası Mc^2 shamasına ten'. Bir birinen sheksiz qashıqlasqan materiallıq noqatlar jıynalıp usı deneni payda etken jag'dayda sarıp etilgen gravitatsiyalıq maydan energiyası tolıg'ı menen denenin' tınıshlıqtag'ı energiyasına aylang'an joq pa? degen soraw tuwıladı. Materiyanı sharg'a toplag'anda gravitatsiya maydanının' energiyası $U_{gr} = -\frac{3}{5}\frac{G M^2}{R}$ shamasına kemeyedi, al payda bolg'an shar sa'ykes energiyag'a iye bolıwı kerek.

Shardın' radiusın esaplaw ushın gravitatsiyalıq energiyanı tınıshlıq massası energiyasına ten'ew kerek (sanlıq koeffitsientlerin taslap jazamız)

$$G\frac{m^2}{r_g} = Mc^2. \tag{24.28}$$

Bul an'latpadan

$$r_g = G\frac{M}{c^2}. \tag{24.29}$$

Bul shama gravitatsiyalıq radius dep ataladı.

Mısal retinde massası $M = 6 \cdot 10^{24}$ kg bolg'an Jer ushın gravitatsiyalıq radiustı esaplaymız. Na'tiyjede 0,4 sm shamasın alamız. Demek gravitatsiyalıq energiyası tınıshlıq massası energiyasına ten' bolıwı ushın Jerdi diametri shama menen 1 sm bolg'an sharg'a aylang'anday etip qısamız. Al, haqıyqatında Jerdin' diametri shama menen 10^9 sm ge ten'. Alıng'an na'tiyje Jerdin' ulıwmalıq energetikalıq balansında (bul balansqa tınıshlıq massasının' energiyası da kiredi) gravitatsiyalıq energiyanın' esapqa almaslıqtay orındı iyeleytug'ınlıg'ın ko'rsetedi. Tap sonday jag'day Quyash ushın da orınlanadı. Onın' gravitatsiyalıq radiusı 1 km g'ana, al radiusının' ha'zirgi waqıtlarındag'ı haqıyqat ma'nisi 696 mın' kilometrdin' a'tirapında.

A'lemnin' o'lshemleri. Astronomiyada gravitatsiyalıq energiyası tınıshlıq massasının' energiyasına barabar obektler de bar. Sol obektler ishine A'lemnin' o'zi de kiredi.

Baqlaw na'tiyjeleri tiykarında A'lemnin' ortasha tıg'ızlıg'ın tabıw mu'mkin. Xa'zirgi waqıtları ortasha tıg'ızlıq $\rho \approx 10^{-25}$ kg/m^3 = 10^{-28} g/sm^3 dep esaplanadı. Demek A'lem tek protonlardan turatug'ın bolg'anda 1 m^3 ko'lemde shama menen 100 proton bolıp, olar arasındag'ı ortasha qashıqlıq 30 sm ge ten' bolg'an bolar edi.

Endi shardın' ishinde jaylasqan massanın' energiyası gravitatsiyalıq energiyag'a ten' bolatug'ınday etip A'lemnin' radiusın esaplaymız. Shardın' massası M shamasının' $\rho_0 R_0^3$ ko'beymesine proportsional ekenliginen (yag'nıy massa tıg'ızlıq penen ko'lemge tuwrı proportsional) (24.29)-formula bılay jazıladı

$$R_0 \approx G\frac{\rho_0 R_0^3}{c^2}. \tag{24.30}$$

Bul formuladan

$$R_0 \approx \frac{c}{\sqrt{G\,\rho_0}} \approx 10^{26}\ \text{m} = 10^{28}\ \text{sm}. \tag{24.31}$$

Solay etip biz esaplap atırg'an ***A'lemnin' gravitatsiyalıq radiusı ha'zirgi waqıtları A'lemnin' radiusı ushın qabıl etilgen shamag'a ten'*** bolıp shıqtı (bul haqqında to'mende ja'ne de ga'p etiledi). Ulıwmalıq salıstırmalıq teoriyasınan bazı bir sha'rtlerde A'lemnin' o'lshemlerinin' shekli ekenligin tastıyıqlaw barlıq fizikalıq protsessler shekli ko'lemde tuyıqlang'an ha'm sırtqa shıqpaydı degendi an'latadı. Mısalı jaqtılıq nurı bul ko'lemnen shıg'ıp kete almaydı. Sonın' menen birge esaplawlar gravitatsiyalıq radiustın' shamasınan g'a'rezsiz sol radiustın' ishinen sırtqa shıg'a almaytug'ınlıg'ın ko'rsetedi. Radiusı gravitatsiyalıq radiustan kem bolg'an, eksperimentte ele ashılmag'an astronomiyalıq obektler «***qara qurdımlar***» dep ataladı.

Jerdin' «qara qurdım» g'a aylanıwı ushın onın' radiusının' qanday bolıwının' kerekligin esaplayıq. Massası m_2 ge ten' dene qozg'almaydı, al massası m_1 ge ten' dene onın' do'gereginde r radiuslı orbita boyınsha qozg'aladı dep qabıl eteyik. Tartılıs (potentsial) energiyası menen kinetikalıq energiyanı ten'lestirip $\frac{m_1 m_2}{r} = \frac{m_1 v^2}{2}$ ten'ligin alamız.

Eger usı ten'likti Jer ha'm jaqtılıq ushın paydalanatug'ın bolsaq

$$G\frac{m_2}{r} = \frac{c^2}{2}$$

An'latpasına iye bolamız. Bul an'latpada s arqalı jaqtılıq tezligi, m_2 arqalı Jerdin' massası ha'm r Jerdin' radiusı balgilengen. Demek

$$r < 2G\frac{m_2}{c^2}$$

bolıwı kerek. San ma'nislerin orınlarına qoysaq $r \approx 0.8$ sm ekenligine iye bolamız.

Quyashtı qara qurdımg'a aylandırıw ushın onın' radiusın 3 km ge shekem kishireytiw kerek.

Bul na'tiyjelerden «qara qurdımlardın'» tıg'ızlıg'ının' og'ada u'lken bolıwı kerek degen na'tiyje kelip shıqpaydı. Bug'an joqarıda keltirilgen bizin' a'lemimizdin' gigant u'lken bolg'an «qara qurdım» ekenligi da'lil bola aladı.

A'lemnin' kritikalıq tıg'ızlıg'ın esaplaw. Ҳa'zirgi kosmologiyalıq modeller boyınsha A'lemnin' geometriyası onın' tolıq energiyasına baylanıslı. Usıg'an baylanıslı u'sh jag'daydın' orın alıwı mu'mkin:

$\frac{v^2}{2} > G\frac{M}{r}$ Tolıq energiya nolden u'lken, sonlıqtan bul jag'dayda A'lem sheksiz ken'eye beredi (ashıq A'lem). $r \to \infty$ te $v > 0$.

$\frac{v^2}{2} = G\frac{M}{r}$ Tolıq energiya nolge ten', bul jag'dayda da A'lem sheksiz ken'eye beredi (ashıq A'lem). $r \to \infty$ te $v = 0$.

$\frac{v^2}{2} < G\frac{M}{r}$ Tolıq energiya nolden kishi. A'lemnin' ken'eyiwi qısılıwg'a aylanadı (jabıq A'lem). $r \to \infty$ sha'rti orın almaydı.

Biz ken'eyiwshi A'lemde jasap atırmız. Usı A'lemdegi qalegen 1- ha'm 2- noqatları bir birinen usı noqatlar arasındag'ı qashıqlıq r_{12} ge proportsional tezlik v_{12} menen qashıqlasadı. A'lemnin' bunday bir tekli ken'eyiw nızamın Xabbl nızamı dep ataymız. YAg'nıy

$$v_{12} = H \cdot r_{12}.$$

Bul an'latpada H arqalı Xabbl turaqlısı belgilengen. Bul shamanın' ha'zirgi waqıtlardag'ı ma'nisi N $\approx$ 73 ± 8 km/(s*Mpk) $\approx$ $23{,}3 \cdot 10^{-19}$ 1/s.

Olay bolsa

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi}{\pi} \cdot H^2 \cdot \frac{r^2}{2} = GM.$$

Bul an'latpada M arqalı A'lemnin' massası belgilengen. $\rho_{krit} = \frac{M}{V}$ ha'm $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ekenligin esapqa alsaq

$$\rho_{krit} = \frac{M}{V} = \frac{3}{8}\frac{H^2}{\pi G} \approx 8{,}4 \cdot 10^{-30}\ \frac{g}{sm^3} \approx 10^{-29}\ \frac{g}{sm^3}$$

ekenligine iye bolamız.

Kritikalıq tıg'ızlıqtın' bul shaması ha'zirgi waqıtları qabıl etilgen astrofizikalıq na'tiyjelerge sa'ykes keledi (bul haqqında joqarıda ga'p etildi).

Materiallıq denenin' ko'leminin' sheksiz kishi elementi massası usı denenin' tıg'ızlıg'ı menen sheksiz kishi elementtin' ko'leminin' ko'beymesine ten' materiallıq noqat dep qabıl etiledi.

Shar ta'rizli denenin' maydanın materiallıq noqattın' maydanına aralıqtın' kvadratına baylanıslı kemeyetug'ın barlıq ku'shler ushın (sonın' ishinde Kulon nızamı boınsha ta'sir etetug'ın elektrlik ku'shler ushın da) almastırıw mu'mkin (yag'nıy ku'sh aralıqtın' kvadratına kerip proportsional kemeyiwi orın alg'an jag'daylarda).

Salmaq ku'shin esaplag'anda materiallıq denenin' ishindegi quwıslıqtı tutas denedegi «teris belgige iye massa» dep qaraw mu'mkin.

Orbitanın' ha'r bir noqatındag'ı tartılıs ku'shin eki qurawshıg'a jiklew mu'mkin: tezlik bag'ıtındag'ı tangensial ha'm tezlikke perpendikulyar bolg'an normal ku'shler. Tangensial qurawshı planetanın' tezliginin'

absoabsolyut ma'nisin, al normal qurawshı tezliktin' bag'ıtın o'zgertedi.

Oraylıq ku'shler maydanında qozg'alıwshı denenin' orbitasının' forması denenin' tolıq energiyası boyınsha anıqlanadı.

Sorawlar:

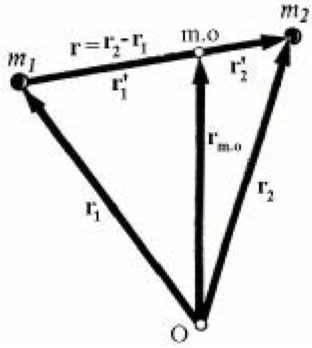
1. Oraylıq ku'shlerdin' barlıq waqıtta potentsial ku'shler ekenligin da'lilley alasızba?
2. Sferalıq jaqtan simmetriyalı shar ta'rizli denenin' gravitatsiyalıq energiyası nege ten'?
3. Gravitatsiyalıq radius degenimiz ne?
4. Jer menen Quyashtın' gravitatsiyalıq radiusları nege ten'?
5. «Qara qurdımlar» degenimiz ne? Usınday obektlerdin' bar ekenligi haqqında da'liller bar ma?
6. Oraylıq maydandag'ı qozg'alıstın' tegis qozg'alıs ekenligi qalay da'lillenedi?
7. Keplerdin' ekinshi nızamı qaysı saqlanıw nızamının' na'tiyjesi bolıp tabıladı?
8. Noqatlıq denenin' tartılıs maydanında qozg'alg'anda materiallıq noqat qanday traektoriyalarg'a iye bolıwı mu'mkin?

25-§. Eki dene mashqalası

Keltirilgen massa. Massalar orayı sistemasına o'tiw. Tasıwlar ha'm qaytıwlar.

Keltirilgen massa. A'dette pu'tkil du'nyalıq tartılıs nızamın talqılag'anda Quyashtı, sol sıyaqlı gravitatsiyalıq maydannın' tiykarg'ı deregi bolg'an u'lken massalı denelerdi qozg'almaydı dep esaplanadı. Bul bir dene mashqalası bolıp tabıladı ha'm a'lbette durıs emes na'tiyjelerge alıp keledi.

Eger eki dene qaralsa, sonday-aq olardın' massası bir birine barabar bolsa, onda ol obektlerdin' hesh birin de qozg'almaydı dep qarawg'a bolmaydı. Mısal retinde qos juldızdı ko'rsetiw mu'mkin. Al Jer menen Aydın' qozg'alısın qarag'anda da Jerdi qozg'almay turg'an obekt dep qaraw a'dewir sezilerliktey qa'telerge alıp keledi. Sonlıqtan da bir biri menen ta'sir etisiwshi eki denenin' de qozg'alısın esapqa alıwg'a tuwrı keledi. Bul eki dene mashqalası dep ataladı.



25-1 su'wret. Eki dene qozg'alısı ma'selesin sheshiwgshe arnalg'an sxema.

O arqalı radius vektorlardı esaplaw bası belgilengen.

Meyli massaları m_1 ha'm m_2 bolg'an eki dene bir biri menen tartısıw ku'shi arqalı ta'sir etisetug'ın bolsın. İnertsial esaplaw sistemasındag'ı olardın' qozg'alıs ten'lemesi to'mendegidey boladı (25-1 su'wret):

$$m_1 \frac{d\mathbf{r}_1^2}{dt^2} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{1}{r}\mathbf{r}, \tag{25.1}$$

$$m_2 \frac{d\mathbf{r}_2^2}{dt^2} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{1}{r}\mathbf{r}.$$

Bul an'latpalarda $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ arqalı o'z ara ta'sir etisiwshi denelerdi tutastıratug'ın ha'm massası m_1 bolg'an deneden massası m_2 bolg'an denege qarap bag'ıtlang'an vektor. Qozg'alıstın' ulıwmalıq xarakterin 9-paragraftag'ı materiallıq noqatlar sisteması qozg'alısın qarag'anımızda ga'p etilgen ko'z-qaraslar boyınsha u'yreniw mu'mkin.

$$\mathbf{r}_{m.o} = \frac{m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2}{m_1 + m_2} \tag{25.2}$$

radius-vektorı menen xarakterlenetug'ın massa orayı tuwrı sızıqlı ha'm ten' o'lshewli qozg'alatug'ınlıg'ı ha'm m_1 menen m_2 massalarının' massa orayı sistemasındag'ı impulslarının' qosındısı nolge ten' ekenligi anıq. Qa'legen inertsiallıq sistemada (sonın' ishinde massa orayı menen baylanısqan sistemada da) bul massalardın' impuls momenti saqlanadı.

Biraq, ***eki dene ma'selesin sheshiw massa orayı menen baylanısqan sistemada emes, al sol eki denenin' birewi menen baylanısqan esaplaw sistemasında sheshken qolaylıraq. Sonın' ushın bul jag'dayda eki dene mashqalası bir dene mashqalasına alıp kelinedi***. Bul maqsette (25.1)-ten'lemelerdi m_1 ha'm m_2 massalarına bo'lemiz ha'm ekinshisinen birinshisin alamız. Bunday jag'dayda

$$\frac{d^2}{dt^2}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}. \tag{25.3}$$

Qawsırma belgisi ishinde turg'an keri massalardı

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \tag{25.4}$$

arqalı belgileymiz. Bul jerdegi μ shaması ***keltirilgen massa*** dep ataladı. Bunday jag'dayda (25.3) bılay jazıladı:

$$\mu\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}. \tag{25.5}$$

Bul bir dene mashqalasının' ten'lemesi bolıp tabıladı. Sebebi ten'lemedigi belgisiz shama tek bir $\mathbf{r}$ vektorı bolıp tabıladı. Bul jag'dayda ta'sir etisiw m_1 ha'm m_2 massaları arasında boladı, al inertsiyalıq qa'siyet keltirilgen massa μ arqalı anıqlanadı. Bir dene ma'selesin sheshkende denelerdin' biri qozg'almaydı, usı dene esaplaw sistemasının' basında jaylasadı dep esaplanadı, al ekinshi denenin' qozg'alısı birinshisine salıstırıw arqalı anıqlanadı.

Massalar orayı sistemasına o'tiw. (25.5) ten'lemesin sheshiwdin' na'tiyjesinde $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ baylanısı alınadı. Bunnan keyin massalar orayı sistemasında eki denenin' de traektoriyasın anıqlawg'a mu'mkinshilik tuwadı. Eger m_1 ha'm m_2 massalarının' radius-vektorların sa'ykes $\mathbf{r}_1'$ ha'm $\mathbf{r}_2'$ arqalı belgilesek, usı vektorlardın' esaplaw bası retinde massalar orayı noqatın alsaq, onda 25-1 su'wrette ko'rsetilgen jag'dayg'a sa'ykes

$$\mathbf{r}_1' = -\frac{m_2}{m_1 + m_2}\mathbf{r}, \qquad \mathbf{r}_2' = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\mathbf{r}. \tag{25.6}$$

Bul an'latpalardın' ja'rdeminde ja'ne $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ g'a'rezliligin bile otırıp $\mathbf{r}_1'(t)$ ha'm $\mathbf{r}_2'(t)$ lardı sızıw mu'mkin. Eki denenin' de traektoriyası massa orayına salıstırg'andag'ıg'a uqsas boladı. Qala berse bul uqsaslıqtın' qatnası massalardın' qatnasına ten'.

Tasıwlar ha'm qaytıwlar. Bir ***tekli emes gravitatsiyalıq maydanda*** qozg'alg'anda deneni deformatsiyalawg'a qaratılg'an ku'shler payda boladı ha'm sog'an sa'ykes deneler deformatsiyalanadı.

Meyli ha'r qaysısının' massası m ge ten' bolg'an ha'm salmag'ı joq prujina menen tutastırılg'an u'sh materiallıq noqat olardın' orayların tutastıratug'ın tuwrı bag'ıtında bir tekli emes tartılıs maydanında erkin qulaytug'ın bolsın. Olarg'a ta'sir etetug'ın salmaq ku'shleri o'z-ara ten' emes. Joqarg'ı noqat to'mengi noqatqa salıstırg'anda kemirek tartıladı. 25-2 su'wrette ko'rsetilgen jag'dayg'a (situatsiyag'a) to'mendegidey jag'day ekvivalent: u'sh denege de ortan'g'ı denege ta'sir etkendey shamadag'ı ku'sh ta'sir etedi, biraq joqarıdag'ı denege joqarıg'a qaray bag'ıtlang'an, al to'mendegi denege to'menge qaray bag'ıtlang'an qosımsha ku'sh ta'sir etedi. Demek prujinanın' sozılıwı tiyis. Demek

bir tekli emes tartılıs maydanı materiallıq deneni usı bir tekli emeslik bag'ıtında sozıwg'a tırısadı.

Ma'selen Quyash Jerdi olardın' orayların tutastıratug'ın tuwrı bag'ıtındı sozadı. Tap sonday effektti Jerde Ay payda etedi. Effekttin' shaması tartılıs ku'shine emes, al usı ku'shtin' o'zgeriw tezligine baylanıslı.

Quyashtın' do'geregindegi planetanın' qozg'alıwı erkin tu'siw (qulaw) bolıp tabıladı. Planeta menen Quyashtın' orayların tutastıratug'ın tuwrıg'a tu'sirilgen perpendikulyarg'a urınba bag'ıtındag'ı tezliginin' bar bolg'anlıg'ı sebepli planeta Quyashqa qulap tu'speydi. Bir aspan denesinin' salmaq maydanında qozg'alatug'ın ekinshi denesine joqarıda ta'riplengendey deformatsiyalawshı ku'sh ta'sir etedi.

Shar ta'rizli denenin' maydanında oraydan r qashıqlıg'ındag'ı tartılıs ku'shi

$$F = -G\frac{Mm}{r^2}$$

qa ten' (24-paragrafta bul xaqqında tolıq bayanlang'anlıg'ın eske tu'siremiz). Bul ku'shtin' qashıqlıqqa g'a'rezli o'zgeriwi ushın tartılıs ku'shi F ten waqıt boyınsha tuwındı alıp

$$\frac{dF}{dr} = 2G\frac{Mm}{r^3}$$

formulasına iye bolamız ($-\frac{1}{x^2}$ shamasınan x boyınsha tuwındı alsaq $\frac{2}{x^3}$ g'a ten' bolatug'ınlıg'ın eske tu'siremiz).

Quyash penen Aydın' Jerdegi tartılıs maydanı ushın

$$2G\frac{M_{Quyash}m_{Jer}}{r^3_{Quyash-Jer}} = 0{,}8\cdot 10^{-13}\ \frac{1}{s^2},$$

$$2G\frac{M_{Ay}m_{Jer}}{r^3_{Ay-Jer}} = 1{,}8\cdot 10^{-13}\ \frac{1}{s^2}.$$

Bul an'latpalardag'ı $r_{Quyash-Jer}$ arqalı Quyash penen Jer arasındag'ı qashıqlıq, r_{Ay-Jer} arqalı Ay menen Jer arasındag'ı qashıqlıq, M_{Quyash}, M_{Ay} ha'm m_{Jer} arqalı Quyashtın', aydın' ha'm Jerdin' massaları belgilengen. Bul formulalardan Ay ta'repten Jerge ta'sir etiwshi «deformatsiyalawshı» ku'shtin' Quyash ta'repten Jerge ta'sir etiwshi «deformatsiyalawshı» ku'shke qarag'anda shama menen eki ese artıq ekenligi ko'rinip tur.

Bul «deformatsiyalawshı» ku'sh Jerdin' qattı qabıg'ın sezilerliktey «deformatsiyalay» almaydı. Biraq Jerdegi okeanlardag'ı suwdın' forması a'dewir o'zgeriske ushıratadı. Tartılıs ku'shinin' bir teksizligi bag'ıtında okean suwının' qa'ddi ko'teriledi, al og'an perpendikulyar bag'ıtta okean suwının' qa'ddi to'menleydi. Jer o'z ko'sheri do'gereginde aylanatug'ın bolg'anlıqtan qa'ddi ko'terilgen ha'm to'menlegen aymaqlar da'wirli tu'rde o'zgeredi. Jag'ıslarda bul qubılıs tasıwlar ha'm qaytıwlar tu'rinde ko'rinedi. Sutka ishinde eki ret tasıw ha'm eki ret qaytıw orın aladı. Eger Jerdin' beti tolıg'ı menen suw menen qaplang'an bolsa esaplawlar boyınsha suwdın' qa'ddi maksimum 56 santimetrge o'zgergen bolar edi. Biraq Jer betindegi qurg'aqshılıqtın' ta'sirinde o'zgeris ha'r qıylı orınlarda nolden 2 metrge shekem o'zgeredi.

Tasıwlar gorizont bag'ıtlarda suwdın' ag'ısına, al bul qubılıs o'z gezeginde su'ykeliske ha'm energiyanın' sarıplanıwına alıp keledi. Demek tasıw su'ykelisinin' ta'sirinde Jerdin' o'z ko'sheri do'gereginde aylanıw tezliginin' kishireyiwi kerek degen so'z. Biraq bul su'ykelis u'lken emes.

Jerdin' tartılıs maydanında qozg'alg'anlıg'ınan payda bolg'an su'ykelis ku'shlerinin' saldarınan Ay barlıq waqıtta da Jerge bir ta'repi menen qarag'an. Bunday qozg'alısta su'ykelis ku'shleri payda bolmaydı.

Tasıw su'ykelisinin' saldarınan Jer o'z ko'sheri do'gereginde bir ret tolıq aylang'anda onın' aylanıw da'wiri $4{,}4\cdot 10^{-8}$ sekundqa u'lkeyedi. Biraq Jer-Ay sistemasında impuls momentinin' saqlanıwı kerek. Jer o'z ko'sheri do'gereginde, sonday-aq Ay Jerdin' do'gereginde bir bag'ıtta aylanadı. Sonlıqtan Jerdin' impuls momentinin' kishireyiwi olardın' ***ulıwmalıq massalar orayı do'gereginde aylanıwındag'ı Jer-Ay sistemasının' impuls momentinin' artıwına alıp keledi***. Jer-Ay sistemasının' impuls momentin M ha'ripi menen belgileymiz:

$$M = \mu v r. \tag{25.7}$$

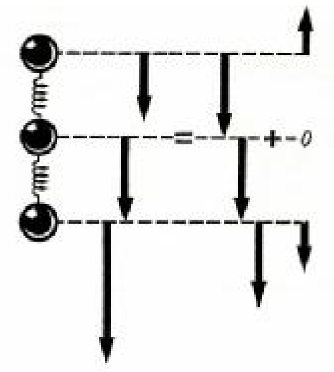
Bul an'latpada μ arqalı (25.4) formula boyınsha esaplang'an keltirilgen massanın' shaması belgilengen, Jer menen Ay arasındag'ı qashıqlıq r ha'ripi menen belgilengen. Olardın' orbitaların shen'ber ta'rizli dep esaplap

$$G\frac{m_{Jer}m_{Ay}}{r^2}=\frac{\mu v^2}{r}. \tag{25.8}$$

(25.7) menen (25.8) den

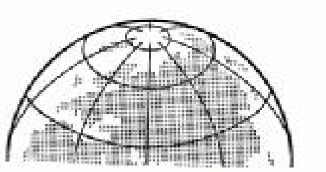
$$r=\frac{M^2}{G\,m_{Jer}m_{Ay}m}; \quad v=\frac{G\,m_{Jer}m_{Ay}}{M} \tag{25.9}$$

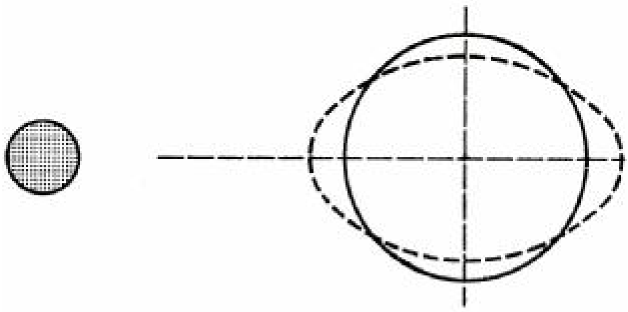
Demek tasıw su'ykelisine baylanıslı ***Jer-Ay sistemasının' impuls momentinin' artıwı*** Jer menen Ay arasındag'ı qashıqlıqtın' u'lkeyiwine alıp keledi ha'm Aydın' Jerdin' do'geregin aylanıp shıg'ıw da'wiri kishireyedi eken. Ҳa'zirgi waqıtları Jer menen Ay arasındag'ı qashıqlıqtın' o'siwi bir sutkada 0,04 sm shamasında. Bul ju'da' kishi shama bolsa da, bir neshe milliard jıllar dawamında Jer menen Ay arasındag'ı qashıqlıq eki esedey shamag'a o'sedi.



25-2 su'wret.

Tasıw ku'shi tartılıs ku'shinin' qashıqlıqqa baylanıslı o'zgeriwine g'a'rezli.





25-3 su'wret. Jer betindegi tasıwlar menen qaytıwlar Aydın' tartılıs maydanı ta'sirinde bolatug'ınlıg'ın ko'rsetiwshi su'wret. Quyashtın' tartılıs maydanı ta'repinen bolatug'ın tasıwlar menen qaytıwlar bunnan shama menen eki ese kishi boladı.

Eki dene mashqalası o'z-ara ta'sirlesiw teoriyası ushın ta'sirlesiwdin' en' a'piwayı ma'selesi bolıp tabıladı. Bir qansha jag'daylarda bul mashqala da'l sheshimge iye boladı. U'sh dene mashqalası birqansha quramalı bolıp, bul mashqala analitikalıq tu'rdegi da'l sheshimlerge iye bolmaydı.

Sorawlar:

1. Ketirilgen massa denelerdin' massasınan u'lken be, kishi me, yamasa sol massalar arasındag'ı ma'niske iye me?

2. Qanday jag'daylarda eki dene mashqalasında ta'sirlesiwshi denelerdin' birin qozg'lmaydı dep qarawg'a boladı?
3. Massalar orayı sistemasında ta'sirlesiwshi bo'lekshelerdin' traektoriyaları qanday tu'rge iye boladı?
4. Keltirilgen massanı o'z ishine alıwshı eki dene mashqalasının' qozg'alıs ten'lemesi qanday koordinatalar sistemasında jazılg'an: inertsial koordinatalar sistemasında ma yamasa inertsial emes koordinatalar sistemasında ma?

26-§. Qattı denelerdegi deformatsiyalar ha'm kernewler

Serpimli ha'm plastik (elastik) deformatsiyalar. İzotrop ha'm anizotrop deneler. Serpimli kernewler. Sterjenlerdi sozıw ha'm qısıw. Deformatsiyanın' basqa da tu'rleri (jıljıw ha'm buralıw deformatsiyaları). Serpimli deformatsiyalardı tenzor ja'rdeminde ta'riplew. Deformatsiyalang'an denelerdin' energiyası.

Biz ku'ndelikli turmısımızda ko'rip ju'rgen denelerdin' barlıg'ı deformatsiyalanadı. Sırttan tu'sirilgen ku'shler ta'sirinde olar formaların ha'm ko'lemlerin o'zgertedi. Bunday o'zgerislerdi deformatsiyalar dep ataymız. A'dette eki tu'rli deformatsiyanı ayırıp aytadı: ***serpimli deformatsiya*** ha'm ***plastik (elastik) deformatsiya***. Serpimli deformatsiya dep ta'sir etiwshi ku'shler jog'alg'annan keyin joq bolıp ketetug'ın deormatsiyag'a aytıladı. Plastik yamasa qaldıq deformatsiya dep ta'sir etiwshi ku'shler jog'alg'annan keyin qanday da bir da'rejede saqlanıp qalatug'ın deformatsiyag'a aytamız. Deformatsiyanın' serpimli yamasa plastik bolıwı tek g'ana deformatsiyalanatug'ın denelerdin' materialına baylanıslı bolıp qalmastan, deformatsiyalawshı ku'shlerdin' shamasına da baylanıslı. Eger tu'sken ku'shtin' shaması ***serpimlilik shegi*** dep atalatug'ın shekten artıq bolmasa serpimli deformatsiya orın aladı. Eger ku'shtin' shaması bul shekten artıq bolsa plastik deformatsiya ju'z beredi. Serpimlik shegi ju'da' anıq bolmag'an shama bolıp ha'r qıylı materiallar ushın ha'r qıylı ma'niske iye.

Qattı deneler ***izotrop*** ha'm ***anizotrop*** bolıp ekige bo'linedi. ***İzotrop*** denelerdin' qa'siyetleri barlıq bag'ıtlar boyınsha birdey boladı. Al anizotrop denelerde ha'r qanday bag'ıtlar boyınsha qa'siyetler ha'r qıylı. Anizotrop denelerdin' en' ayqın wa'killeri ***kristallar*** bolıp tabıladı. Sonın' menen birge deneler ayırım qa'siyetlerine qarata izotrop, al ayırım qa'siyetlerine qarata anizotrop bolıwı mu'mkin.

A'piwayı mısallardı ko'remiz. Sterjennin' deformatsiyalanbastan burıng'ı uzınlıg'ı l_0 bolsın, al deformatsiya na'tiyjesinde onın' uzınlıg'ı l ge jetsin. Demek uzınlıq o'simi $\Delta l = l - l_0$. Bunday jag'dayda

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

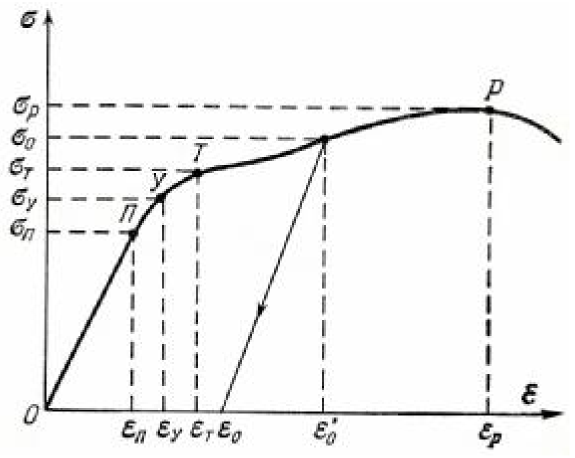
shaması ***salıstırmalı uzayıw*** (uzarıw) dep ataladı. Al sterjennin' kese-kesiminin' bir birligine ta'sir etiwshi ku'shtin' shamasın

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

kernew dep ataymız.

Ulıwma jag'dayda kernew menen deformatsiya arasındag'ı baylanıs 26-1 su'wrette ko'rsetilgen. U'lken emes ku'shlerde kernew σ menen deformatsiya ε o'z-ara proportsional. Usınday baylanıs Π noqatına shekem dawam etedi. Bunnan keyin deformatsiya tezirek o'sedi. T noqatınan baslap derlik turaqlı kernewde deformatsiya ju'redi. Usı noqattan baslanatug'ın deformatsiyalar oblastı ***ag'ıw oblastı*** yamasa ***plastik deformatsiyalar oblastı*** dep ataladı. Bunnan keyin P noqatına shekem deformatsiyanın' o'siwi menen kernew de o'sedi. Aqırg'ı oblastta kernewdin' ma'nisi kishireyip sterjennin' u'ziliwi orın aladı.

Kernewdin' σ_y ma'nisinen keyin deformatsiya qaytımlı bolmaydı. Bunday jag'dayda sterjende ***qaldıq deformatsiyalar*** saqlanadı. $\sigma(\varepsilon)$ baylanısındag'ı $O-\sigma_y$ oblastı berilgen materialdın' ***serpimli deformatsiyalar oblastı*** dep ataladı. $\sigma_п$ menen σ_T shamaları arasındag'ı noqat ***serpimlilik shegine*** sa'ykes keledi. Dene o'zine sa'ykes serpimlilik shegine shekemgi kernewdin' ma'nislerinde serpimlilik qa'siyet ko'rsetedi.



26-1 su'wret.

Deformatsiyanın' kernewge g'a'rezliligin sa'wlelendiriwshi diagramma.

Serpimli kernewler. Deformatsiyag'a ushırag'an denelerdin' ha'r qıylı bo'limleri bir biri menen ta'sirlesedi. Iqtıyarlı tu'rde deformatsiyalang'an deneni yamasa ortalıqtı qarıyıq (26-2 a su'wret). Oyımızda onı I ha'm II bo'limlerge bo'lemiz. Eki bo'lim arasındag'ı shegara tegislik AB arqalı belgilengen. I dene deformatsiyalang'an bolg'anlıqtan II denege belgili bir ku'sh penen ta'sir etedi. Sol sebepli o'z gezeginde II dene de I denege bag'ıtı boyınsha qarama-qarsı bag'ıtta ta'sir etedi. Biraq payda bolg'an deformatsiyanı anıqlaw ushın AB kese-kesimine ta'sir etiwshi qosındı ku'shti bilip qoyıw jetkiliksiz. Usı kese-kesim boyınsha qanday ku'shlerdin' tarqalg'anlıg'ın biliw sha'rt. Kese kesimnen dS kishi maydanın saylap alamız. II bo'limlen I bo'limge ta'sir etiwshi ku'shti $d\mathbf{F}$ arqalı balgileymiz. ***Maydan birligine ta'sir etiwshi ku'sh*** $\frac{d\mathbf{F}}{dS}$ shaması AB ***shegarasında*** I ***bo'limge ta'sir etiwshi kernew dep ataladı***. Usı noqatta II denege ta'sir etiwshi kernew de tap sonday ma'niske, al bag'ıtı jag'ınan qarama-qarsı bag'ıtlang'an boladı.

dS maydanının' bag'ıtın (orientatsiyasın) usı maydanga tu'sirilgen normaldın' bag'ıtı menen beriw mu'mkin. Usı normaldı $d\mathbf{F}$ ku'shi ta'sir etetug'ın bettin' 26-2 su'wrette ko'rsetilgendey etip sırt ta'repinde o'tkeriw sha'rtin qabıl etemiz. Usınday normaldın' birlik vektorın $\mathbf{n}$ arqalı, al sa'ykes kernewdi $\boldsymbol{\sigma}_n$ arqalı belgileymiz. Bunday jag'dayda $\boldsymbol{\sigma}_{-n}$ kernewi I denen menen shegaralasqan II denenin' AB betindegi kernewdi an'g'artadı. $\boldsymbol{\sigma}_n$ vektorın $\mathbf{n}$ normal bag'ıtındag'ı ha'm AB betine tu'sirilgen urınba bag'ıtındag'ı qurawshılarg'a jiklew mu'mkin. Birinshi qurawshını AB betine tu'sirilgen ***normal kernew***, al ekinshi qurawshını kernewdin' AB betine tu'sirilgen ***tangensial kernew*** dep ataymız. Qa'legen vektordag'ı sıyaqlı $\boldsymbol{\sigma}_n$ vektorın da X, Y, Z bag'ıtlarındag'ı u'sh qurawshının' ja'rdeminde ta'ripleymiz. Bul qurawshılardı $\sigma_{nx}, \sigma_{ny}, \sigma_{nz}$ arqalı belgileymiz. Bul an'latpalardag'ı birinshi indeks denenin' dS beti jatqan betine tu'sirilgen sırtqı normaldın' bag'ıtın, al ekenishi indeks $\boldsymbol{\sigma}_n$ kernewi tu'sirilip atırg'an ko'sherdin' bag'ıtın an'g'artadı. Mısal ushın dara jag'dayda $\boldsymbol{\sigma}_x$ shaması sırtqı normalı X ko'sherine parallel bolg'an maydandag'ı kernewdi an'g'artadı. Al $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ shamaları bolsa $\boldsymbol{\sigma}_x$ vektorının' koordinatalar ko'sherlerine tu'sirilgen proektsiyaların bildiredi.

Teorema: ***Iqtıyarlı tu'rde bag'ıtlang'an maydanda alıng'an kanday da bir noqattag'ı kernewdi anıqlaw ushın usı noqat arqalı o'tetug'ın u'sh o'z-ara perpendikulyar maydanshalardag'ı kernewlerdin' ma'nisleri beriw jetkilikli***. Bul aytılg'an jag'day tınıshlıqta turg'an ortalıq ushın da, ıqtıyarlı tu'rde tezleniwshi ortalıq ushın da durıs boladı. Usı teoremanı da'lillew ushın alıng'an ortalıqta jaylasqan joqarıda aytılg'an sol noqatqa koordinata basın ornalastıramız. Bunnan keyin koordinata tegislikleri menen sheklengen ha'm bul tegisliklerdi ABC tegisligi menen kesiwshi $OABC$ sheksiz kishi ko'lem elementin ayırıp alamız (26-2 b su'wret). Meyli $\mathbf{n}$ arqalı u'sh mu'yeshliktin' ABC tegisligine tu'sirilgen sırtqı normal belgilengen bolsın. Bunday jag'dayda ABC qaptalındag'ı ayırıp alıng'an elementke ortalıq ta'repinen ta'sir etetug'ın ku'shtin' shaması $\boldsymbol{\sigma}_n S$ ke ten' boladı (S arqalı usı qaptaldın' maydanı belgilengen). U'sh qaptal batlerine tap sonday etip ta'sir etetug'ın ku'shlerdin' shamaları $\boldsymbol{\sigma}_{-x}S_x$, $\boldsymbol{\sigma}_{-y}S_y$ ha'm $\boldsymbol{\sigma}_{-z}S_z$ shamalarına ten' boladı. Bul an'latpalardag'ı S_x, S_y ha'm S_z ler arqalı usı qaptallardın' maydanları belgilengen. Bul ku'shler menen bir katar sol ayırıp alıng'an elementke ***massalıq*** yamasa ***ko'lemlik*** ku'shler de ta'sir ete aladı (mısalı salmaq ku'shi). Usınday ku'shlerdin' ten' tasir etiwshisin $\mathbf{f}$ arqalı belgileyik. Usı $\mathbf{f}$ ku'shinin' shaması ayırıp alıng'an elementtin' ko'lemine tuwrı proportsional. Eger usı elementtin' massası m ge, al tezleniwi $\mathbf{a}$ g'a ten' bolsa, onda ku'sh ushın

$$m\mathbf{a} = \mathbf{f} + \boldsymbol{\sigma}_n S + \boldsymbol{\sigma}_{-x}S_x + \boldsymbol{\sigma}_{-y}S_y + \boldsymbol{\sigma}_{-z}S_z \tag{26.1}$$

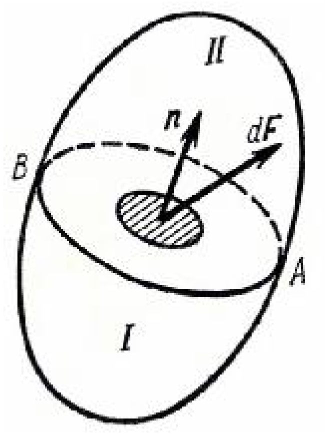
an'latpasın alamız. Usı qatnastı saqlaw menen birge $OABC$ elementin noqatqa alıp kelemiz. Bunday sheklerde $m\mathbf{a}$ menen $\mathbf{f}$ lerdi esapqa almawg'a boladı. Bul shamalar $OABC$ elementinin' ko'lemine proportsional ha'm sonlıqtan elementtin' betine proportsional bolg'an basqa ag'zalarg'a salıstırg'anda ***joqarı ta'rtiptegi*** sheksiz kishi shamalar bolıp tabıladı. Geometriyadan bizge S maydanının' koordinata tegisliklerine tu'sirilgen proektsiyalarnın'

$$S_x = Sn_x,\ S_y = Sn_y,\ S_z = Sn_z$$

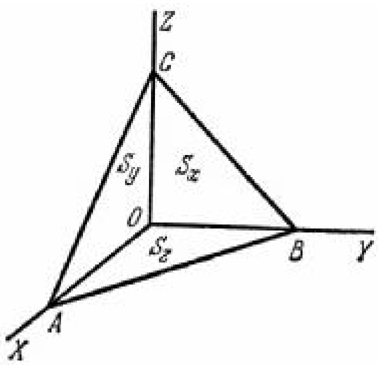
shamalarına ten' bolatug'ınlıg'ın bilemiz. Usılardı biliw menen birge $\boldsymbol{\sigma}_{-x} = -\boldsymbol{\sigma}_x$, $\boldsymbol{\sigma}_{-y} = -\boldsymbol{\sigma}_y$, $\boldsymbol{\sigma}_{-z} = -\boldsymbol{\sigma}_z$ ten'liklerinin' orın alatug'ınlıg'ın da esapqa alamız. Usınday sheklerge o'tiwdin' saldarında mınag'an iye bolamız:

$$\boldsymbol{\sigma}_n = \boldsymbol{\sigma}_x n_x + \boldsymbol{\sigma}_y n_y + \boldsymbol{\sigma}_z n_z . \tag{26.2}$$

X, Y, Z koordinata ko'sherlerin ıqtıyarlı tu'rde alıw mu'mkin bolg'anlıqtan keyingi alıng'an qatnas teoremanın' da'lili bolıp tabıladı.



a)



b)

26-2 su'wret.

a). Iqtıyarlı tu'rde deformatsiyalang'an dene sxeması.

b)

Koordinata tegislikleri menen sheklengen ha'm ABC tegisligi menen kesilisetug'ın OABC sheksiz kishi ko'lem elementi.

Ulıwma jag'dayda d**S** maydanının' bag'ıtın bul maydang'a tu'sirilgen normal **n** arqalı beriw mu'mkin. Bunday jag'dayda kernew d**S** ha'm **n** vektorları arasındag'ı baylanıstı beredi. Eki vektor arasındag'ı baylanıstı vektorlardın' proektsiyaları bolg'an tog'ız shama menen beriw mu'mkin. Bul

$$\begin{matrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{matrix} \qquad (26.3)$$

shamaları bolıp, bul tog'ız shamanın' jıynag'ı ***serpimli kernewler tenzorı*** dep ataladı.

Bul shamalardın' ma'nisi ulıwma jag'daylarda noqattan noqatqa o'tkende o'zgeredi, yag'nıy koordinatalardın' funktsiyası bolıp tabıladı.

(26.3) serpimli kernew tenzorı simmetriyalıq tenzor bolıp tabıladı, yag'nıy

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}, \qquad (i, j = x, y, z) \qquad (26.4)$$

Demek (26.3) din' simmetriyalı ekenligine tog'ız qurawshının' altawı bir birinen g'a'rezsiz bolıp shıg'adı.

X, Y, Z koordinatalarının' bag'ıtların saylap alıw arqalı (26.3) degi barlıq diagonallıq emes ag'zalardı nolge ten' bolatug'ın etip alıwg'a boladı. Bunday jag'dayda serpimli kernew tenzorı

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{vmatrix} \tag{26.5}$$

tu’rine keledi. Bul tu’rdegi tenzordı bas ko’sherlerge keltirilgen tenzor dep ataymız. Sa’ykes koordinatalar ko’sherleri kernewdin’ bas ko’sherleri dep ataladı.

Bir o’lshemli kernew (sızıqlı-kernewli jag’day) bılay jazıladı:

$$\begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Eki ko’sherli kernew (tegis kernewli jag’day) bılayınsha ko’rsetiledi:

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Gidrostatikalıq basım

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix}$$

Sterjenlerdi sozıw ha’m qısıw. 26-3 su’wrette ko’rsetigendey sterjen alıp onın’ ultanlarına sozıwshı ha’m qısıwshı ku’shler tu’siremiz.

Eger sterjen sozılatug’ın bolsa a’dette kernew ***kerim*** dep atalıp

$$T = \frac{F}{S} \tag{26.6}$$

formulası menen anıqlanadı. Eger sterjen qısılatug’ın bolsa kernew basım dep ataladı ha’m

$$P = \frac{F}{S} \tag{26.7}$$

formulası menen anıqlanadı.

Basımdı keri kerim yamasa kerimdi keri basım dep ataw mu’mkin, yag’nıy

$$P = -T\,. \tag{26.8}$$

Sterjennin’ salıstırmalı uzarıwı dep

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \qquad (26.9)$$

shamasına aytamız. Sozıwshı ku'shler ta'sir etkende $\varepsilon > 0$, al qısıwshı ku'shler ta'sir etkende $\varepsilon < 0$.

Ta'jiriybe

$$T = E\frac{\Delta l}{l_0}, \qquad P = -E\frac{\Delta l}{l_0} \qquad (26.10)$$

ekenligin ko'rsetedi. Sterjennin' materialına baylanıslı bolg'an E shaması Yung (1773-1829) moduli dep ataladı. (26.10)-formulalar Guk (1635-1703) nızamın an'latadı. Bıl nızam ta'jiriybede da'l orınlanbaydı. Guk nızamı orınlanatug'ın deformatsiyalar kishi deformatsiyalar dep ataladı. (26.11) te $\Delta l = l_0$ bolg'anda $T = E$. Sonlıqtan Yung modulin strejennin' uzınlıg'ın eki ese arttırıw ushın kerek bolatug'ın kerim sıpatında anıqlaydı. Bunday deformatsiyalar ushın Guk nızamı durıs na'tiyje bermeydi: bunshama deformatsiya na'tiyjesinde dene yaki qıyraydı, yaki tu'sirilgen kernew menen deformatsiya arasındag'ı baylanıs buzıladı.

Endi serpimli deformatsiyalardın' a'piwayı tu'rlerin qarap shıg'amız.

Da'slepki uzınlıg'ı l_0 bolg'an sterjendi qısqanda yamasa sozg'andag'ı deformatsiya bılay esaplanadı:

$$l = l_0 + \Delta l.$$

O'z gezeginde $l = \alpha l_0 \sigma$. Sonlıqtan

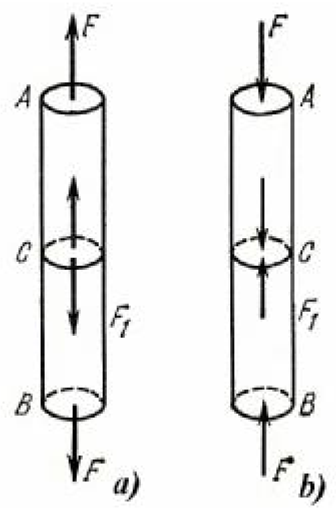
$$l = l_0(1 + \alpha\sigma).$$

Bul formuladan serpimli deformatsiya sheklerinde sterjennin' uzınlıg'ınınn' tu'sken kernew σ g'a tuwrı proportsional o'zgeretug'ınlıg'ın ko'remiz.

Endi ***jıljıw deformatsiyasın*** qaraymız (26-4 su'wret). Bunday deformatsiya urınba bag'ıtındag'ı f_τ ku'shinin' (sog'an sa'ykes urınba kernewdin') ta'sirinde ju'zege keledi.

Jıljıw mu'yeshi ψ kishi ma'niske iye bolg'an jag'dayda bılay jaza alamız:

$$\psi = bb'/d.$$



26-3 su'wret. Sozılıw ha'm qısqarıw deformatsiyaları.

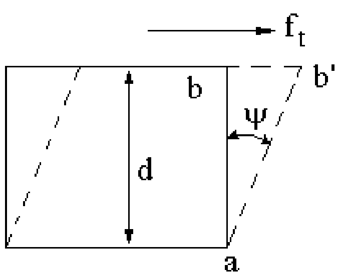
Bul an'latpadag'ı d denenin' qalın'lıg'ı, bb' joqarg'ı qabattın' to'mengi qabatqa salıstırg'andag'ı jıljıwının' absolyut shaması. Bul an'latpada jıljıw mu'yeshi ψ nın' salıstırmalı jıljıwdı sıpatlaytug'ınlıg'ı ko'rinip tur. Sonlıqtan bılay jaza alamız:

$$\psi = n\frac{f_\tau}{S}.$$

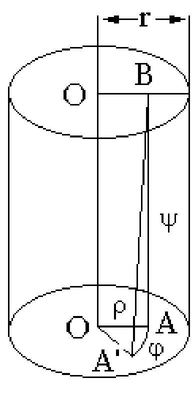
Bul an'latpadag'ı n jıljıw koeffitsienti dep ataladı. Bul koeffitsienttin' ma'nisi deformatsiyalanıwshı denenin' materialına baylanıslı. S arqalı bettin' maydanı, f_τ arqalı sol betke tu'sirilgen ku'sh belgilengen. $\sigma_\tau = \frac{f_\tau}{S}$ kernewin engizip keyingi formulanı bılayınsha ko'shirip jazamız:

$$\psi = n\sigma_\tau.$$

Jıljıw kojffitsienti n ge keri shama bolg'an $N = 1/n$ shamasın jıljıw moduli dep ataymız.



26-4 su'wret. Jıljıw deformatsiyası



26-5 su'wret. Buralıw deformatsiyası

Bir tekli izotroplıq denelerde jıljıw moduli N nin' san ma'nisi shama menen Yung moduli E nin' san ma'nisinin' 0.4 bo'legine ten' boladı.

Endi jıljıw deformatsiyasının’ bir tu’ri bolg’an ***buralıw deformatsiyasın*** qaraymız (26-5 su’wret).

Uzınlıg’ı l, radiusı R bolg’an tsilindr ta’rizli sterjen alayıq (joqarıda 26-5 su’wrette ko’rsetilgen). Sterjennin’ joqarg’ı ultanı bekitilgen, al to’mengi ultanına onı buraytug’ın ku’sh momenti M tu’sirilgen. To’mengi ultanda radius bag’ıtında uzınlıg’ı $OA = \rho$ bolg’an kesindi alayıq. Buraytug’ın momenttin’ ta’sirinde OA kesindisi φ mu’yeshke burıladı ha’m OA' awhalına keledi. Sterjen uzınlıg’ının’ bir birligine sa’ykes keliwshi buralıw mu’yeshi bolg’an φ/l shaması salıstırmalı deformatsiya bolıp tabıladı. Serpimli deformatsiya sheklerinde bul shama buralıw momenti M ge proportsional boladı, yag’nıy

$$\varphi/1 = cM.$$

Bul an’latpadag’ı c proportsionallıq koeffitsienti qarap atırg’an sterjen ushın turaqlı shama. Bul shamanın’ ma’nisi sterjennin’ materialına, o’lshemlerine (uzınlıg’ı menen radiusı) baylanıslı boladı. Sol c shamasın anıqlaw ushın buralıw deformatsiyasın jıljıw deformatsiyası menen baylanıstırayıq.

Sterjendi burg’anda onın’ to’mengi kese-kesimi joqarg’ı kese-kesimine salıstırg’anda jıljıydı. BA tuwrısı buralıp BA' tuwrısına aylanadı. ψ mu’yeshi jıljıw mu’yeshi bolıp tabıladı. $\psi = n\sigma_\tau = \frac{1}{N}\sigma_\tau$ formulası boyınsha jıljıw mu’yeshi mınag’an ten’:

$$\psi = \frac{1}{N}\sigma_\tau.$$

Bul an’latpadag’ı σ_τ shaması dS bettin’ A' noqatındag’ı elementine tu’sirilgen urınba kernew, N jılısıw moduli.

Joqarıdag’ı 26-5 su’wretten $\psi = AA'/1 = \varphi\rho/l$ ekenligi ko’rinip tur. Demek

$$\sigma_\tau = N\psi = N\varphi\rho/1.$$

Bettin’ dS elementine tu’sirilgen ku’sh $\sigma_\tau dS$ ke ten’, al onın’ momenti $dM = \rho\sigma_\tau dS$. Eger φ ha’m ρ polyar koordinatalardı engizsek, onda bet elementinin’ $dS = \rho\, d\rho\, d\varphi$ ekenligin tabamız. Demek

$$dM = \sigma_\tau\, \rho^2 d\rho\, d\varphi = \frac{N\varphi}{l}\rho^3\, d\rho\, d\varphi.$$

Radiusı ρ bolg’an do’n’gelektin’ tutas maydanı boyınsha dM o’simin integrallap, sterjennin’ to’mengi betinin’ barlıq jerine tu’setug’ın M tolıq momentti tabamız:

$$M = \frac{N\varphi}{l}\int_0^{2\pi}\int_{\rho=0}^{r}\rho^3 d\rho d\varphi = \frac{\pi N r^4}{2}\frac{\varphi}{l}.$$

Demek

$$\varphi = \frac{2}{\pi N}\frac{l M}{r^4}.$$

Bul formulanı $\frac{\varphi}{l} = c M$ formulası menen salıstırıp

$$c = \frac{2}{\pi N}\frac{1}{r^4}$$

ekenligi tabamız.

$\varphi = \frac{2}{\pi N}\frac{l \cdot M}{r^4}$ formulasınan $M = \frac{\pi N}{2}\frac{\varphi}{l} r^4$ ekenligi kelip shıg'adı. Sonlıqtan sımdı φ mu'yeshine burıw ushın r din' to'rtinshi da'rejesine tuwrı proportsional, al sımnın' uzınlıg'ı l ge keri proportsional moment tu'siriw kerek dep juwmaq shıg'aramız.

Ulıwma tu'rde deformatsiya bılay ta'riplenedi. Deformatsiyalanbastan burın denede alıng'an bazı bir vektorı **b** deformatsiyalang'annan keyin **b**' vektorına aylanadı, al $x(x, y, z)$ noqatı $x'(x_1', x_2', x_3')$ noqatına aylanadı. A'dette Δu kesindisin x noqatının' awısıwı dep atayıq. U'sh o'lshemli ken'islikte

$$x_i' = x_i + \Delta u_i \qquad (i = 1, 2, 3) \tag{26.11}$$

ekenligin an'sat tu'siniwge boladı.

Qattı denede kishi deformatsiyalarda (u'sh o'lshemli ken'islik, anizotrop ortalıq) awısıwdın' qurawshıları noqattın' da'slepki awhalınan g'a'rezli:

$$\begin{aligned}
\Delta u_1 &= e_{11}x_1 + e_{12}x_2 + e_{13}x_3;\\
\Delta u_2 &= e_{21}x_1 + e_{22}x_2 + e_{23}x_3;\\
\Delta u_3 &= e_{31}x_1 + e_{32}x_2 + e_{33}x_3.
\end{aligned}$$

yamasa

$$\Delta u_i = e_{ij}x_j \tag{26.12}$$

Tog'ız dana e_{ij} koeffitsientleri ***deformatsiya tenzorı*** dep atalatug'ın ekinshi rangalı tenzordı payda etedi.

$\vec{OX}'$ vektorı da x noqatının' da'slepki halının' funktsiyası bolıp tabıladı:

$$x_i' = x_i + e_{ij}x_j \tag{26.13}$$

yamasa

$$x_1' = (1+e_{11})x_1 + e_{12}x_2 + e_{13}x_3,$$
$$x_2' = e_{21}x_1 + (1+e_{11})x_2 + e_{23}x_3,$$
$$x_2' = e_{31}x_1 + e_{32}x_2 + (1+e_{33})x_3.$$

Endi e_{ij} tenzorınının’ fizikalıq ma’nisin tu’sindiremiz. Bunın’ ushın x_1 noqatı X_1 ko’sherinin boyında ornalasqan ha’m deformatsiyanın’ na’tiyjesinde x_1' noqatına jılıstı dep esaplaymız (bunın’ dara jag’day bolıp tabılatug’ınlıg’ın an’lawımız kerek). Bunday jag’dayda

$$x_1' = (1+e_{11})x_1. \tag{26.14}$$

Bunnan

$$e_{11} = \frac{x_1' - x_1}{x_1} \tag{26.15}$$

Demek e_{11} qurawshısı X_1 ko’sheri bag’ıtındag’ı salıstırmalı uzırıwdı beredi eken. Al e_{22} ha’m e_{33} qurawshıları sa’ykes X_2 ha’m X_3 ko’sherleri boyınsha salıstırmalı uzırıwdı (uzayıwdı) beredi.

Endi biz qarap atırg’an noqattın’ X_2 ko’sheri bag’ıtındag’ı awısıwın qarayıq.

$$\Delta u_2 = e_{21}x_1. \tag{26.16}$$

Bunnan

$$e_{21} = \frac{\Delta u_2}{x_1} \approx \operatorname{tg}\vartheta, \tag{26.17}$$

yag’nıy e_{21} qurawshısı X ko’sherine parallel bolg’an sızıqlı elementtin’ Y ko’sheri do’geregindegi aylanıwına sa’ykes keledi.

Denenin’ haqıyqıy deformatsiyasın anıqlaw ushın denenin’ tutası menen aylanıwın alıp taslawımız kerek. Sonın’ ushın e_{ij} tenzorın simmetriyalıq ha’m antisimmetriyalıq bo’leklerge bo’lemiz. YAmasa

$$e_{ij} = \omega_{ij} + \varepsilon_{ij}. \tag{26.18}$$

Tenzordın’ antisimmetriyalıq bo’limi

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2}(e_{ij} - e_{ji}) \tag{26.19}$$

denenin’ tutası menen burılıwın (aylanıwın) beredi.

Tenzordın’ simmetriyalıq bo’limi

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(e_{ij} + e_{ji}\right) \tag{26.20}$$

deformatsiya tenzorının’ o’zi bolıp tabıladı. Bul tenzor bılay jazıladı:

$$\begin{vmatrix} e_{11} & \frac{1}{2}(e_{12}+e_{21}) & \frac{1}{2}(e_{13}+e_{31}) \\ \frac{1}{2}(e_{21}+e_{12}) & e_{22} & \frac{1}{2}(e_{23}+e_{32}) \\ \frac{1}{2}(e_{31}+e_{13}) & \frac{1}{2}(e_{32}+e_{23}) & e_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{vmatrix}. \tag{26.21}$$

Tenzordın’ diagonallıq qurawshıları e_{ii} uzarıw menen qısqarıwg’a sa’ykes keledi. Qalg’an e_{ij} qurawshıları jıljıwg’a sa’ykes keledi.

Mısalı $2\varepsilon_{13}$ qurawshısı deformatsiyag’a shekem X_2 ha’m X_3 ko’sherlerine parallel bolg’an eki element aramsındag’ı mu’yeshtin’ o’zgerisine ten’. Eger usı mu’yesh kishireyse $2\varepsilon_{13}$ deformatsiyasın on’ ma’niske iye deformatsiya dep esaplaw qabıl etilgen. Uzayıw deformatsiyası ushın e_{11}, e_{22} ha’m e_{33} qurawshılarının’ ma’nisleri on’ belgige, al qattı denege gidrostatikalıq basım tu’skende sol e_{11}, e_{22} ha’m e_{33} qurawshıları teris ma’niske iye iye boladı.

Simmetriyalı bolgan deformatsiya tenzorın da to’mendegi sxema boyınsha bas ko’sherlerge keltiriw mu’mkin:

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \varepsilon_{1} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{2} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{3} \end{vmatrix}. \tag{26.22}$$

Endi Guk nızamın bılay jaza alamız:

$$\varepsilon = s\sigma \text{ yamasa } \sigma = c\varepsilon. \tag{26.23}$$

Bul an’latpalardag’ı σ kernew, ε deformatsiya, s penen c shamaları qattı denenin’ serpimli qa’siyetlerin ta’ripleydi. A’dette c shamasın ***qattılıq*** (ja’ne serpimlilik konstantası, qattılıq turaqlısı yamasa serpimli qattılıq turaqlısı atların da qollanıladı) dep, a s shamasın ***berilgishlik*** yamasa ***serpimli modul*** (ja’ne jumsaqlıq turaqlısı, serpimlilik moduli, serpimli berilgishlik atları da qollanıladı) dep ataladı.

Anizotrop deneler ushın Guk nızamı bılayınsha jazıladı:

$$\varepsilon_{ij} = s_{ijkl}\sigma_{kl} \text{ yamasa } \sigma_{ij} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl} \tag{26.24}$$

Bul jag’dayda simmetriyalı ***to’rtinshi rangalı*** s_{ijkl} tenzorı ***serpimli berilgishlik tenzorı***, al c_{ijkl} tenzorı ***serpimli qattılıq tenzorı*** dep ataladı.

Bul tenzorlardın’ simmetriyalılıg’ına baylanıslı 81 koeffitsienttin’ ornına bir birinen g’a’rezsiz 36 koeffitsient qaladı.

Endi deformatsiyalang'an denelerdin' serpimli energiyasın an'sat esaplawg'a boladı. Sterjennin' bir ushına $f(x)$ sozıwshı ku'shin tu'siremiz ha'm onın' ma'nisin $f=0$ den $f=F$ ma'nisine shekem jetkeremiz. Na'tiyjede sterjen $x=0$ den aqırg'ı $x=\Delta x$ shamasına shekem uzaradı. Guk nızamı boyınsha $f(x)=kx$, bul an'latpadag'ı k Yung modulinin' ja'rdeminde an'sat esaplanatug'ın proportsionlallıq koeffitsienti. Sterjendi sozıw barısında islengen jumıs serpimli energiya U dın' o'simi ushın jumsaladı.

$$U=\int_0^{\Delta l} f(x)dx=k\int_0^{\Delta l} xdx=\frac{1}{2}(\Delta l)^2. \tag{26.25}$$

Aqırg'ı halda $x=\Delta l$, $F=F(\Delta l)=k\Delta l$ bolg'anlıqtan

$$U=\frac{1}{2}F\Delta l. \tag{26.26}$$

Endi serpimli energiyanın' ko'lemlik tıg'ızlıg'ın anıqlaymız (qısılg'an yamasa sozılg'an denenin' ko'lem birligindegi serpimli energiyası, onı u arqalı belgileymiz). Bul shama $U=\frac{1}{2}F\Delta l$ shamasın sterjennin' ko'lemi $V=S\cdot l$ ge bo'lgenge ten'. Demek

$$u=\frac{1}{2}F\cdot\Delta l/(S\cdot l)=\frac{1}{2}T\cdot\varepsilon. \tag{26.27}$$

Formulası $\varepsilon=\frac{\Delta l}{l_0}$ tu'rindegi Guk nızamınan paydalanatug'ın bolsaq, onda keyingi formulanı bılayınsha o'zgertiw qıyın emes:

$$u=\frac{1}{2}E\varepsilon^2=\frac{T^2}{2E}=\frac{P^2}{2E}. \tag{26.28}$$

Ko'p sandag'ı ta'jiriybeler sozıwlar yamasa qısıwlar na'tiyjesinde sterjennin' tek g'ana uzınlıqları emes, al kese-kesimlerinin' de o'zgeretug'ınlıg'ın ko'rsetedi. Eger dene sozılsa onın' kese-kesimi kishireyedi. Kerisinshe, eger dene qısılsa onın' kese-kesimi artadı. Meyli d_0 sterjennin' deformatsiyag'a shekemgi qalın'lıg'ı, al d deformatsiyadan keyingi qalın'lıg'ı bolsa, onda $\frac{\Delta d}{d}\approx\frac{\Delta d_0}{d}$ sterjennin' salıstırmalı ko'ldenen' qısılıwı dep ataladı $(\Delta d=d-d_0)$.

$$\frac{\Delta d}{d}\Big/\frac{\Delta l}{l}=\frac{\Delta d}{\Delta l}\Big/\frac{1}{d}=\mu$$

Bul an'latpadag'ı μ Puasson koeffitsienti dep ataladı (ko'pshilik jag'daylarda $\mu\approx\frac{1}{3}$).

Yung moduli E ha'm Puasson koeffitsienti μ izotrop materialdın' serpimli qa'siyetlerin tolıg'ı menen ta'ripleydi.

27-§. Gazler ha'm suyıqlıqlar mexanikası

Gazler ha'm suyıqlıqlardın' qa'siyetleri. Suyıqlıqlardın' statsionar ag'ıwı. Ag'ıs nayı ha'm u'zliksizlik ten'lemesi. Ag'ıstın' tolıq energiyası. Bernulli ten'lemesi. Dinamikalıq basım. Qısılıwshılıqtı dıqqatqa almaslıq sha'rti. Suyıqlıqtın' nay boylap ag'ıwı. Suyıqlıqtın' jabısqaqlıg'ı. Laminar ha'm turbulent ag'ıs. Reynolds sanı. Puazeyl nızamı. Suyıqlıq yamasa gazdin' denelerdi aylanıp ag'ıp o'tiwi. Ag'ıstın' u'ziliwi ha'm iyrimlerdin' payda bolıwı. Shegaralıq qatlam. Man'lay qarsılıq ha'm qanattın' ko'teriw ku'shi. Jukovskiy-Kutta formulası. Gidrodinamikalıq uqsaslıq nızamları.

Qattı deneler ten' salmaqlılıq halda formasın saqlaydı ha'm usıg'an baylanıslı biz qattı deneler ***forma serpimliligine*** iye dep esaplaymız. Suyıqlıqlar bolsa bunday forma serpimliligine iye emes, al olar ushın saqlawg'a umtılatug'ın shama ko'lem bolıp tabıladı. Demek ***olar tek ko'lemlik serpimlilikke iye boladı***. Ten' salmaqlıq halda gaz benen suyıqlıqtag'ı kernew barlıq waqıtta da ta'sir etiwshi maydang'a normal bag'ıtlang'an. Ten' salmaqlıq halda urınba kernewler payda bolmaydı. Sonın' ushın mexanikalıq ko'z-qaraslar boyınsha ***suyıqlıqlar menen gazler ten' salmaqlıqta urınba kernewler payda bolmaytug'ın obektler bolıp tabıladı***.

Sonın' menen birge ten' salmaqlıq halda suyıqlıqlar menen gazlerde normal kernewdin' (P basımının') shaması ta'sir etip turg'an maydanshanın' bag'ıtına baylanıslı emes. Meyli $\mathbf{n}$ vektorı sol maydang'a tu'sirilgen normal bolsın. Kernew maydanshag'a perpendikulyar bolg'anlıqtan $\boldsymbol{\sigma}_n = -P\,\mathbf{n}$ dep jazamız. Sa'ykes koordinatalar ko'sherlerine perpendikulyar kernewlerdi bılay jazamız:

$$\boldsymbol{\sigma}_x = -P_x\mathbf{i}, \quad \boldsymbol{\sigma}_y = -P_y\mathbf{j}, \quad \boldsymbol{\sigma}_z = -P_z\mathbf{k}\,. \tag{27.1}$$

Bul an'latpalardag'ı $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ lar koordinatalıq ortlar. Bul ma'nislerdi (26.2) an'latpasına qoyıp (bul an'latpanın' $\sigma_n = \sigma_x n_x + \sigma_y n_y + \sigma_z n_z$ tu'rine iye ekenligin eske tu'siremiz)

$$P\mathbf{n} = P_x n_x \mathbf{i} + P_y n_y \mathbf{j} + P_z n_z \mathbf{k} \tag{27.2}$$

an'latpasına iye bolamız. Bul qatnastı $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ larg'a ko'beytip

$$P = P_x + P_y + P_z\,. \tag{27.3}$$

ten'liklerin alamız. Bul Paskal nızamı bolıp tabıladı. Onın' ma'nisi: ***ten' salmaqlıq halında normal kernewdin' shaması (**P ***basımının' shaması) ol ta'sir etip turg'an bettin' bag'ıtına g'a'rezli emes***. Basqasha tu'rde Paskal nızamın bılayınsha aytamız:

Suyıqlıq yamasa gaz o'zine tu'sirilgen besımdı barlıq ta'replerge ten'dey etip jetkerip beredi.

Gazler jag'dayında normal kernew barlıq waqıtta gazdın' ishine qaray bag'ıtlang'an (yag'nıy basım tu'rinde boladı). Al suyıqlıqta bolsa normal kernewdin' kerim bolıwı da mu'mkin. Bunday jag'dayda suyıqlıq u'ziliwge qarsılıq jasaydı. Bul qarsılıqtın' ma'nisi a'dewir u'lken shama ha'm ayırım suyıqlıqlarda 1 kvadrat millimetrge bir neshe nyuton ku'shtin' sa'ykes keliwi mu'mkin (bet kerimi haqqında keyinirek tolıq bayanlanadı). Biraq a'dettegi suyıqlıqlardın' barlıg'ı da bir tekli emes. Suyıqlıqlar ishinde gazlerdin' mayda ko'biksheleri ko'plep ushırasadı. Olar suyıqlıqlardın' u'ziliwge bolg'an qarsılıg'ın ha'lsiretedi. Sonlıqtan basım ko'pshilik suyıqlıqlarda kernew basım tu'rine iye ha'm normal kernewdi $+T\mathbf{n}$ arqalı emes (kerim), al $+P\mathbf{n}$ arqalı (basım) belgileymiz. Eger basım kernewge o'tse onın' belgisi teris belgige aylanadı, al bul o'z gezeginde suyıqlıqtın' tutaslıg'ının' buzılıwına alıp keledi. Usınday jag'dayg'a baylanıslı gazler sheksiz ko'p ken'eye aladı, gazler barqulla ıdıstı toltırıp turadı. Suyıqlıq bolsa, kerisinshe, o'zinin' menshikli ko'lemine iye. Bul ko'lem sırtqı basımg'a baylanıslı az shamag'a o'zgeredi. Suyıqlıq erkin betke iye ha'm tamshılarg'a jıynala aladı. Usı jag'daydı atap aytıw ushın suyıq ortalıqtı ***tamshılı-suyıq ortalıq*** dep te ataydı. Mexanikada tamshılı suyıqlıqlardın' ha'm gazlerdin' qozg'alısın qarag'anda gazlerdi suyıqlıqlardın' dara jag'dayı sıpatında qaraydı. Solay etip suyıqlıq dep yaki tamshılı suyıqlıqtı, yaki gazdi tu'sinemiz. ***Mexanikanın' suyıqlıqlardın' ten' salmaqlıg'ı menen qozg'alısın izertleytug'ın bo'limi gidrodinamika dep ataladı***.

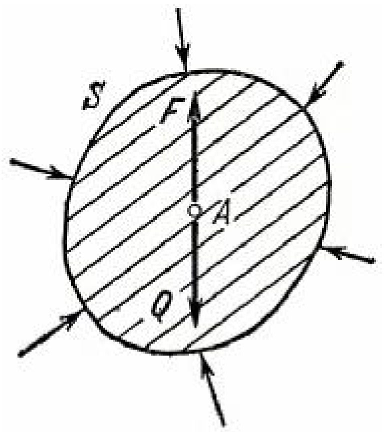
Arximed (bizin' eramızg'a shekemgi shama menen 287-212 jıllar) **nızamı**. Bul nızam gidrostatikanın' tiykarg'ı nızamlarının' biri bolıp, a'dette qozg'almaytug'ın suyıqlıqta ten' salmaqlıqta turg'an deneler ushın qollanıladı ha'm mınaday mazmung'a iye: ***Suyıqlıq o'zine tu'sirilgen denege vertikal bag'ıtta sol dene ta'repinen qısıp shıg'arılg'an suyıqlıqtın' salmag'ına ten' ku'sh penen ta'sir etedi***. Arximed nızamı gazler ushın da orınlanadı. Sonlıqtan onı tolıq etip bılayınsha aytamız:

Suyıqlıq yamasa gaz o'zine tu'sirilgen denege vertikal bag'ıtta sol dene ta'repinen qısıp shıg'arılg'an suyıqlıqtın' yamasa gazdin' salmag'ına ten' ku'sh penen ta'sir etedi.

Arximed nızamının' orınlanıwı ushın denenin' suyıqlıqta ten' salmaqlıq xalda turıwının' za'ru'r ekenligin esapka lasaq Arximed nızamına

Eger suyıqlıqqa batırılg'an dene ten' salmaqlıq halda uslap turılatug'ın bolsa, onda denege qorshag'an suyıqlıqtın' gidrostatikalıq basımınan payda bolatug'ın qısıp shıg'arıwshı kush ta'sir etip, bul ku'shtin' shaması dene ta'repinen qısıp shıg'arılg'an suyıqlıqtın' salmag'ına ten'. Bul kısıp shıg'arıwshı ku'sh joqarı qaray bag'ıtlang'an ha'm dene ta'repinen qısıp shıg'arılg'an suyıqlıqtın' massa orayı arqalı o'tedi.

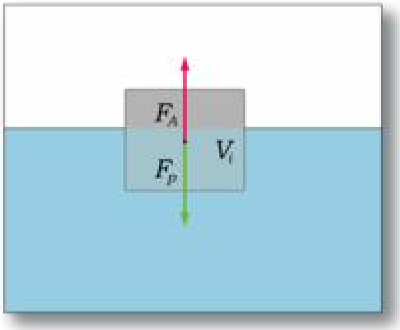
Joqarıda ga'p etilgen jag'day 27-1 su'wrette ko'rsetilgen.



27-1 su'wret.

S betine ta'sir etiwshi gidrostatikalıq basımnın' saldarınan payda bolatug'ın qısıp shıg'arıwshı ku'sh $\mathbf{F}$ tin' shaması S beti menen sheklengen suyıqlıqtın' salmag'ı Q g'a ten' bolıwı, bul ku'shtin' bag'ıtı joqarı qaray bag'ıtlang'an ha'm suyıqlıqtın' ayırıp alıng'an ko'lemindegi massalar orayı A arqalı o'tiwi kerek.

Eger qısıp shıg'arılg'an suyıqlıqtın' yamasa gazdin' salmag'ı denenin' salmag'ınan kishi bolsa dene tolıq batıp ketedi. Mısalı 1 sm^3 temirdin' salmag'ı 7,67 G g'a ten'. Al 1 sm^3 suwdın' salmag'ı 1 G. Sonlıqtan kub yamasa sfera formasındag'ı bir tekli temir suwda batadı ja'ne onın' suw ishindegi salmag'ı 7,67 G – 1 G = 6,67 G g'a ten' boladı (suwg'a batırılg'an temir jen'illeydi). Al eger sol temirdi juqa qan'ıltırg'a aylandırıp ha'm sol qan'ıltırdan qutı sog'ıp alg'an bolsaq, onda qutı salmag'ı 7,67 G g'a ten' suwdı qısıp shıg'aradı ha'm suw betinde qalqıp turadı.



27-2 su'wret.

Eger Arximed ku'shi F_A denenin' salmag'ı F_p ke ten' bolsa dene suw betine qalqıp shıg'adı. $F_A = -F_p$. Sonın' menen birge F_A nın' san shaması V ko'lemindegi suyıqlıqtın' salmag'ına ten'.

Ekinshi mısal retinde hawanı alamız. Onın' salıstırmalı salmag'ı 1,2928 G/litr. salmag'ı 80 kG shıg'atug'ın wlken adam shama menen 76 litr ko'lemge iye (adamnın' ortasha tıg'ızlıg'ın 1,05 g/sm^3 dep esaplaymız). Al 76 litr ko'lemge iye hawanın' salmag'ı $1{,}2928 \cdot 76$ G = 98,5 G. Demek Jer betinde ta'rizide o'lshenip 80 kG shıqqan adamnın' salmag'ı haqıyqatında 80 lG 98,6 G g'a ten' boladı (yag'nıy hawa adamnın' salmag'ın 98,6 G shamasına kishireytedi eken).

U'shinshi mısal retinde suw menen salmag'ı 80 kG shıg'atug'ın, al ko'lemi 76 litr bolg'an adamdı alamız. Bul adam suwg'a su'n'gigende o'zinin' ko'lemine ten' bolg'an 76 litr ko'lemdegi yag'nıy salmag'ı 76 kG bolg'an suwdı qısıp shıg'aradı. Demek suwdın' ishindegi adamnın' salmag'ı tek 80 kG – 76 kG = 4 kG g'ana boladı eken (yag'nıy biz qarag'an jag'dayda suw salmag'ı 80 kG bolg'an adamnın' salmag'ın 76 kG g'a kishireytedi eken).

Suyıqlıq ishindegi basım qısıwdın' saldarınan payda boladı. Urınba kernewlerdin' bolmaytug'ınlıg'ına baylanıslı kishi deformatsiyalarg'a qarata suyıqlıqlardın' serpimli qa'siyetleri tek bir koeffitsient - ***qısılıw koeffitsienti*** menen ta'riplenedi:

$$\gamma = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dP}. \qquad (27.4)$$

Bul shamag'a keri bolg'an

$$K = -V\frac{dP}{dV} \qquad (24.5)$$

shamasın ha'r ta'repleme qısıw moduli dep ataydı. Qısıw protsessinde suyıqlıqtın' temperaturası turaqlı bolıp qaladı dep boljaymız. Temperatura turaqlı bolıp qalatug'ın bolsa (27.4) ha'm (27.5) an'latpalarının' ornına mınaday an'latpalardı jazamız:

$$\gamma_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dP}\right)_{T=const}, \qquad (24.6)$$

$$K_T = -V\left(\frac{dP}{dV}\right)_{T=const}. \qquad (24.7)$$

Bul an’latpalardag’ı γ_T ha’m K_T shamaların sa’ykes ha’r ta’repleme qısıwdın’ izotermalıq koeffitsienti ha’m moduli dep ataydı.

Ten’ salmaqlıq halda suyıqlıqtın’ (yamasa gazdin’) basımı P tıg’ızlıq ρ menen temperatura T g’a baylanıslı o’zgeredi. Basım, tıg’ızlıq ha’m temperatura arasındag’ı

$$P = f(\rho, T) \tag{24.8}$$

qatnası ***hal ten’lemesi*** dep ataladı[12]. Bul ten’leme ha’r qanday zatlar ushın ha’r qanday tu’rge iye boladı. Ten’lemenin’ en’ a’piwayı tu’ri tek siyrekletilgen gaz jag’dayında alınadı.

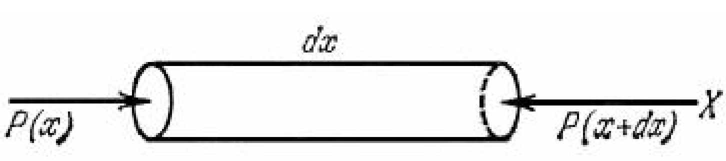
Eger suyıqlıq qozg’alısta bolsa normal ku’shler menen birge urınba bag’ıtlang’an ku’shlerdin’ de payda bolıwı mu’mkin. Urınba ku’shler suyıqlıqtın’ deformatsiyası boyınsha emes, al onın’ tezlikleri (deformatsiyanın’ waqıt boyınsha alıng’an tuwındısı) menen anıqlanadı. Sonlıqtan urınba ku’shlerdi ***su’ykelis ku’shleri*** yamasa ***jabısqaqlıq*** klassına kirgiziw kerek. Olar ***ishki su’ykelistin’ urınba*** yamasa ***jılısıw ku’shleri*** dep ataladı. Bunday ku’shler menen bir qatarda ishki su’ykelistin’ ***normal*** yamasa ***ko’lemlik ku’shlerinin’*** de bolıwı mu’mkin. A’dettegidey basımlarda bul ku’shler qısılıwdın’ waqıt boyınsha o’zgeriw tezligi menen anıqlanadı.

İshki su’ykelis ku’shleri payda bolmaytug’ın suyıqlıqlardı ***ideal suyıqlıqlar*** dep ataymız. İdeal suyıqlıqlar dep a’dette tek P normal basım ku’shleri g’ana bolatug’ın suyıqlıqqa aytamız.

Ayırım deneler tezlik penen bolatug’ın sırtqı ta’sirlerde qattı dene qa’siyetlerine, al kishi tezlikler menen o’zgeretug’ın sırtqı ta’sirlerde jabısqaq suyıqlıqtay qa’siyetlerdi ko’rsetedi. Bunday zatlardı ***amorf qattı deneler*** dep ataymız.

Suyıqlıqlardın’ ten’ salmaqta turıwının’ ha’m qozg’alısının’ tiykarg’ı ten’lemeleri. Suyıqlıqlarg’a ta’sir etetug’ın ku’shler, basqa jag’daylardag’ıday, ***massalıq*** (ko’lemlik) ha’m ***betlik*** bolıp ekige bo’linedi. Massalaıq ku’shler massa m ge ha’m sonın’ menen birge ko’lem elementi dV g’a tuwrı proportsional. Bul ku’shti $\mathbf{f}\,dV$ arqalı belgileymiz ha’m $\mathbf{f}$ ti ku’shtin’ ko’lemlik tıg’ızlıg’ı dep ataymız. Massalıq ku’shlerdin’ a’hmiyetli mısalları bolıp salmaq ku’shleri menen inertsiya ku’shleri sanaladı. Salmaq ku’shi bolg’anda $\mathbf{f} = \rho\mathbf{g}$. Al betlik ku’shler bolsa suyıqlıqtı qorshap turg’an ortalıq arqalı berilip, normal ha’m urınba kernewler arqalı suyıqlıqtın’ ha’r bir ko’lemine beriledi.

Urınba ku’shler joq, tek g’ana normal ku’shler bar bolg’an jag’daydı qaraymız. İdeal suyıqlıqlarda bunday jag’day barqulla orın aladı. Al qalg’an suyıqlıqlarda bul awhal suyıqlıq tınıshlıqta turg’anda, yag’nıy ***gidrostatika*** jag’dayında orın aladı.



27-3 su’wret. Suyıqlıqtın’ qozg’alısı menen ten’ salmaqlılıg’ının’ ten’lemesin keltirip shıg’arıwg’a arnalg’an sxema.

---

[12] Xal ten’lemeleri fizikada og’ada ken’nen qollanıladı. Mısalı termodinamikalıq sistemanın’ (ideal gazdin’, kattı denenin’) hal ten’lemesi, a’dettegi juldızlardın’, neytron yamasa kvark juldızlardın’, pu’tkil A’lemnin’ hal ten’lemeleri boladı.

Suyıqlıqtın’ sheksiz kishi ko’leminin’ dV elementine ta’sir etetug’ın ten’ ta’sir etiwshi basım ku’shin anıqlaymız (27-3 su’wret). Basım ku’shinin’ X ko’sherine tu’setug’ın proektsiyası

$$[P(x) - P(x+dx)]dS \qquad (27.9)$$

Kvadrat skobkadag’ı sheksiz kishi ayırmanı P funktsiyasının’ differentsialı menen almastırıw mu’mkin:

$$P(x+dx) - P(x) = dP_{\substack{y=const,\\ z=const,\\ t=const.}} = \left(\frac{dP}{dx}\right)_{\substack{y=const,\\ z=const,\\ t=const.}} dx. \qquad (27.10)$$

Qosımsha berilgen $y = const$, $z = const$, $t = const$, sha’rtleri $\frac{dP}{dx}$ tuwındısın ha’m dP differentsialın alg’anda bul shamalardın’ turaqlı bolıp qalatug’ınlıg’ın bildiredi. $P(x, y, z, t)$ funktsiyasınan usınday sha’rtler orınlang’andag’ı alıng’an tuwındı ***dara tuwındı*** dep ataladı ha’m $\frac{\partial P}{\partial t}$ yamasa $\partial P/\partial t$ ($\frac{\partial P}{\partial x}$ yamasa $\partial R/\partial x$) dep belgilenedi. Usı belgilewlerdi paydalanıp eger $dS\,dx$ ko’beymesinin’ dV shamasına ten’ ekenligin itibarg’a alsaq, onda esaplanıp atırg’an ku’shtin’ proektsiyası ushın

$$-\frac{\partial P}{\partial x} dS\,dx = -\frac{\partial P}{\partial x} dV \qquad (27.11)$$

an’latpasın alamız. Solay etip proektsiya dV ko’lem elementine tuwrı proportsional ha’m onı $s_x\,dV$ dep belgilew mu’mkin. Bul jerdegi s_x shaması ken’islikte P basımının’ o’zgeriwinen payda bolg’an suyıqlıq ko’leminin’ birligine ta’sir etiwshi ku’shtin’ x qurawshısı bolıp tabıladı. O’zinin’ ma’nisi boyınsha ol dV ko’leminin’ formasına baylanıslı bolıwı mu’mkin emes. Basqa ko’sherler boyınsha tu’setug’ın ku’shtin’ qurawshıların da tabıwımız mu’mkin. Solay etip suyıqlıq ko’leminin’ bir birligine basımnın’ betlik ku’shi ta’repinen payda bolg’an **s** ku’shi ta’sir etedi. Onın’ proektsiyaları

$$s_x = -\frac{\partial P}{\partial x}, \quad s_y = -\frac{\partial P}{\partial y}, s_z = -\frac{\partial P}{\partial z}. \qquad (27.12)$$

Al **s** vektorının’ o’zi

$$\mathbf{s} = -\frac{\partial P}{\partial x}\mathbf{i} - \frac{\partial P}{\partial y}\mathbf{j} - \frac{\partial P}{\partial z}\mathbf{k} \qquad (27.13)$$

yamasa qısqasha tu’rde

$$\mathbf{s} = -\text{grad } P \qquad (27.14)$$

tu’rinde jazıladı. Biz bul jerde mınaday belgilew qabıl ettik:

$$\text{grad } P \equiv \frac{\partial P}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\mathbf{k} \qquad (27.15)$$

Bul vektor P ***skalyarının' gradienti dep ataladı***. Solay etip ***suyıqlıqtın' ko'leminin' elementine ta'sir etiwshi basım ku'shinin' ko'lemlik tıg'ızlıg'ı teris belgisi menen alıng'an*** P ***nın' gradientine ten'***. Bul jerde $\mathbf{s}$ ku'shinin' shemasının' P nın' shamasına emes, al onın' ken'isliktegi o'zgeriwine baylanıslı ekenligi ko'rinip tur.

Ten' salmaqlıq halında $\mathbf{s}$ ku'shi menen massalıq ku'sh $\mathbf{f}$ o'z-ara ten' bolıwı kerek. Bul

$$\operatorname{grad} P = \mathbf{f} \tag{27.16}$$

ten'lemesinin' payda bolıwına alıp keledi. ***Bul ten'leme gidrostatikanın' tiykarg'ı ten'lemesi bolıp tabıladı***. Koordinatalıq tu'rde (formada) bul ten'leme

$$\frac{\partial P}{\partial x} = f_x, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = f_y, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = f_z. \tag{27.17}$$

Endi ideal suyıqlıq gidrodinamikasının' en' tiykarg'ı ten'lemesin de jazıw mu'mkin:

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{f} - \operatorname{grad} P. \tag{27.18}$$

Bul jerde $\frac{d\mathbf{v}}{dt}$ arqalı qarap atırg'an noqattag'ı suyıqlıqtın' tezligi belgilengen. ***Bul ten'leme Eyler ten'lemesi dep ataladı***.

Qısılmaytug'ın suyıqlıqtın' gidrostatikası. Massalıq ku'sh bolmasa (yag'nıy $\mathbf{f} = 0$) onda (27.7) ten'lemesi

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial z} = 0$$

ten'lemesine aylanadı. Demek ten' salmaqlıq xalında basım P suyıqlıq ko'leminin' barlıg'ında birdey boladı degen so'z.

Eger suyıqlıq salmaq maydanında jaylasqan bolsa, onda $\mathbf{f} = m\mathbf{g}$. Z ko'sherinin' bag'ıtın joqarıg'a qaray bag'ıtlang'an dep esaplaymız. Onda suyıqlıqtın' ten' salmaqlıg'ının' tiykarg'ı ten'lemesi

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \tag{27.19}$$

g'a aylanadı. Bul ten'lemelerden mexanikalıq ten' salmaqlıq ornag'anda basımnın' x penen y ten g'a'rezli emes bolatug'ınlıg'ın ko'rsetedi. Basım $z = \text{const}$ bolg'an gorizont bag'ıtındag'ı ha'r bir tegislikte turaqlı bolıp qaladı. Demek gorizont bag'ıtındag'ı tegisliklerdin' ma'nisi ***birdey basımlar tegisligi*** boladı eken. Mısalı suyıqlıqtın' erkin beti barlıq waqıtta da gorizont bag'ıtında. Sebebi bul bet atmosferanın' turaqlı basımında turadı. Demek mexanikalıq ten' salmaqlıqta basım tek z koordinatasınan g'ana g'a'rezli boladı degen so'z. (27.19) dag'ı u'shinshi ten'lemeden mexanikalıq ten' salmaqlıq jag'dayında ρg ko'beymesinin' tek z koordinatasınan g'a'rezli bolıwının' sha'r ekenligi ko'rinedi. Erkin tu'siw tezleniwi g shamasının' x penen y ten g'a'rezsizliginen (biz bul jerde g shamasının' geografiyalıq ken'liq penen uzınlıqtan g'a'rezli ekenligin esapqa almaymız) tıg'ızlıq ρ nın' tek z koordinatasınan g'a'rezli ekenligi kelip shıg'adı. Ҳal ten'lemesi bolg'an (24.8) den basım P ha'm tıg'ızlıq ρ ja'rdeminde suyıqlıqtın' temperaturası T anıqlanadı. Solay etip mexanikalıq ten' salmaqlıqta suyıqlıqtın' basımı, temperaturası ha'm tıg'ızlıg'ı tek z tin' funktsiyaları boladı ha'm x penen y koordinatalarına baylanıslı bola almaydı.

Endi suyıqlıqtı bir tekli ha'm qısılmaydı dep esaplaymız ($\rho = const$). Sonın' menen birge erkin tu'siw tezleniwi bolg'an g shamasın da turaqlı dep qabıl etemiz (g shamasınının' biyiklik z ten g'a'rezliligin esapqa almaymız). Bunday jag'dayda (27.19) ten'lemeler sistemasının' keyingi ten'lemesi an'sat integrallanadı. Usınday integrallawdın' na'tiyjesinde

$$P = P_0 - \rho g z \tag{27.20}$$

formulası alınadı. İntegrallaw turaqlısı bolg'an P_0 suyıqlıqtın' $z = 0$ biyikligindegi basımı, yag'nıy koordinatalar bası suyıqlıqtın' erkin betinde jaylastırılg'an jag'daydag'ı atmosferalıq basım bolıp tabıladı. (27.20) formulası suyıqlıqtın' ıdıstın' tu'bine ha'm diywallarına tu'siretug'ın basımın, sonın' menen birge suyıqlıqqa batırılg'an qa'legen denenin' betine suyıqlıq ta'repinen tu'siriletug'ın basımdı anıqlaydı.

Mısal keltiremiz. Teren'ligi 100 metr bolg'an suwdın' tu'bindegi basımdı anıqlaw kerek bolsın ($z = -100$ m). Suwdın' tıg'ızlıg'ın turaqlı ha'm $\rho = 1$ g/sm^3 qa ten' dep esaplayıq. Olay bolsa $P = P_0 - \rho g z = P_0 + 10$ kG/sm^2. Demek 100 m teren'liktegi suwdın' basımı Jer betindegi suwdın' basımınan 10 kG/sm^2 shamasına artıq boladı eken.

Barometrlik formula. Qısılmaytug'ın suyıqlıq gidrostatikasına itibar beremiz. P basımı tek z ko'sherine baylanıslı bolg'an jag'daydı qaraymız. Bunday jag'dayda

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g. \tag{27.21}$$

Basım P, tıg'ızlıq ρ ha'm T absolyut temperatura arasındag'ı baylanıs Klapeyron (1799-1864) ten'lemesi ja'rdeminde beriledi:

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT \tag{27.22}$$

Bul an'latpada μ arqalı gazdın' molekulalıq salmag'ı belgilengen. R = $8{,}31 \cdot 10^7$ erg*K^{-1}*mol^{-1} = 8.31 Dj*K^{-1}*mol^{-1} shaması universal gaz turaqlısı dep ataladı.

Endi

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{\mu P z}{RT} \tag{27.23}$$

ten'lemesin alamız. Bul ten'lemenin' sheshimi

$$P = P_0 e^{-\frac{\mu g z}{RT}} \tag{27.24}$$

tu'rine iye boladı.

Tap usınday nızam menen gazdın' tıg'ızlıg'ı da o'zgeredi:

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{\mu g z}{RT}} \qquad (27.25)$$

Keyingi eki formula ***barometrlik formulalar*** dep ataladı. Sol formulalardag'ı P_0 ha'm ρ_0 Jer betindegi basım menen tıg'ızlıqqa sa'ykes keledi. Basım menen tıg'ızlıq biyiklikke baylanıslı eksponentsial nızam boyınsha kemeyedi, yag'nıy olardın' ma'nisi

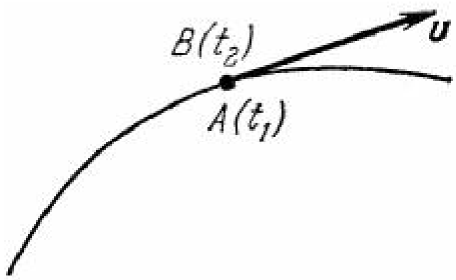
$$h = \frac{RT}{\mu g} \qquad (27.26)$$

biyikligine ko'terilgende $e = 2,71828$ ese kemeyedi. Bul h ***bir tekli atmosfera biyikligi dep ataladı***. $T = 273\,K \approx 0^0 C$ temperaturasında $h \approx 8$ km. Alıng'an h tın' ma'nisin (27.24)-formulag'a qoysaq

$$P = P_0 e^{-z/h}$$

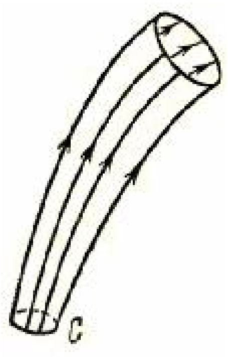
an'latpasın alamız. Bunday tu'rdegi barometrlik formula Jer atmosferasının' ha'r qıylı noqatlarındag'ı basımlar ayırmasın anıqlaw ushın qolaylı. Bunın' ushın usı noqatlardag'ı hawanın' basımı menen temperaturasın biliw kerek.

Suyıqlıqtın' qozg'alısın kinematikalıq ta'riplew. Suyıqlıqtın' qozg'alısın ta'riplew ushın eki tu'rli jol menen ju'riw mu'mkin: Suyıqlıqtın' ***ha'r bir bo'lekshesinin' qozg'alısın*** baqlap barıw mu'mkin. Usınday jag'dayda ha'r bir waqıt momentindegi suyıqlıq bo'lekshesinin' tezligi ha'm turg'an ornı beriledi. Solay etip suyıqlıq bo'lekshesinin' traektoriyası anıqlanadı. Biraq basqasha da jol menen ju'riw mu'mkin. Bul jag'dayda ken'isliktin' ha'r bir noqatında waqıttın' o'tiwi menen ne bolatug'ınlıg'ın gu'zetiw kerek. Usının' na'tiyjesinde ken'isliktin' bir noqatı arqalı ha'r qanday waqıt momentlerinde o'tip atırg'an bo'lekshelerdin' tezlikleri menen bag'ıtları anıqlanadı. Usınday usıl menen ta'riplewdi ju'rgizgenimizde na'tiyjede ***tezlikler maydanı*** alınadı. Ken'isliktin' ha'r bir noqatına tezlik vektorı sa'ykeslendiriledi. Usınday sızıqlar ***toq sızıg'ı*** dep ataladı. Eger waqıttın' o'tiwi menen tezlikler maydanı ha'm sog'an sa'ykes toq sızıg'ı o'zgermese suyıqlıqtın' qozg'alısı ***statsionar qozg'alıs*** dep ataladı. Basqasha jag'dayda suyıqlıqtın' qozg'alısı ***statsionar emes qozg'alıs*** dep ataladı. Statsionar qozg'alısta $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$, al statsionar qozg'alısta $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r})$.



27-3 su'wret.

Tek statsionar ag'ısta g'ana toq sızıqları bo'lekshelerdin' traektoriyalarına sa'ykes keledi.



27-4 su'wret.

Iqtıyarlı tu'rde alıng'an C tuyıq konturındag'ı toq sızıqları.

Statsionar emes qozg'alısta toq sızıqları suyıqlıq bo'lekshelerinin' traektoriyaları menen sa'ykes kelmeydi. Ҳaqıyqatında da traektoriya suyıqlıqtın' tek bir bo'lekshesinin' qozg'alıs barısındag'ı jolın ko'rsetedi. Al toq sızıg'ı bolsa biz qarap atırg'an waqıtta usı sızıqta jaylasqan ***sheksiz ko'p bo'lekshelerdin' qozg'alıs bag'ıtın*** ta'ripleydi. Tek ***statsionar ag'ısta g'ana toq sızıqları bo'lekshelerdin' traektoriyaları menen sa'ykes keledi***. Da'lillew ushın ıqtıyarlı tu'rde alıng'an A bo'lekshesinin' traektoriyasın alamız (27-3 su'wret). Meyli $A(t_1)$ arqalı bo'lekshenin' t_1 waqıt momentindegi ornı belgilengen bolsın. Basqa bir B noqatın alayıq ha'm ol bazı bir t_2 waqıt momentinde t_1 waqıt momentinde A bo'lekshesi iyelegen orındı iyelesin. Qozg'alıs statsionar bolg'anlıqtan $A(t_1)$ noqatı arqalı t_1 waqıt momentinde A bo'lekshesi kanday tezlik penen o'tken bolsa t_2 waqıt momentinde B noqatı tap sonday tezlik penen o'tedi. Demek B noqatının' $A(t_1)$ noqatındag'ı tezligi A noqatının' traektoriyasına urınba bag'ıtta bag'ıtlangan degen juwmaq shıg'aramız. t_2 waqıt momentin ıqtıyarlı tu'rde alatug'ın bolg'anlıqtan A bo'lekshesinin' traektoriyası toq sızıg'ı boıp tabıladı dep juwmaq shıg'aramız.

Iqtıyarlı tu'rde C tuyıq konturın alamız ha'm onın' ha'r bir noqatında waqıttın' bir momenti ushın toq sızıqların o'tkeremiz (27-4 su'wret). Toq sızıqları bazı bir nay betinde jaylasqan bolıp, bul betti ***toq nayı*** dep ataymız. Suyıqlıq bo'lekshelerinin' tezlikleri toq sızıqlarına urınba bag'ıtında bag'ıtlang'anlıqtan suyıqlıq ag'ıwdın' saldarında toq nayının' qaptal beti arqalı o'te almaydı. Suyıqlıq ag'ıp atırg'an qattı materialdan islengen nay kanday bolsa, toq nayı da sonday qa'siyetke iye boladı. Suyıqlıq iyelep turg'an kenislikti usınday toq naylarına bo'liw mu'mkin. Eger toq nayının' kese-kesimi sheksiz kishi bolsa, onda suyıqlıqtın' tezligi naydın' kese-kesiminin' barlıq noqatlarında birdey ha'm naydın' ko'sheri bag'ıtında bag'ıtlang'an boladı.

dt waqıt aralıg'ında naydın' kese-kesimi arqalı o'tken suyıqlıqtın' massası

$$dm = \rho v S dt \qquad (27.27)$$

arqalı naydın' kese-kesimi belgilengen. Statsionar ag'ısta

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 \qquad (27.28)$$

ten'ligi orınlanadı. Suyıqlıq qısılmaytug'ın bolsa $(\rho_1 = \rho_2)$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}. \qquad (27.29)$$

Demek ***naydag'ı*** (qısılmaytug'ın jabısqaq emes) ***suyıqlıqtın' tezligi sol naydın' kese-kesiminin' maydanına keri proportsional*** eken.

Bul ten’lemeni basqasha jazamız. Naydın’ ha’r qıylı kese-kesimi arqalı waqıt birliginde ag’ıp o’tetug’ın qısılmaytug’ın suyıqlıqtın’ mug’darının’ birdey bolatug’ınlıg’ın ko’rdik. (27.28)-formula da usı jag’daydı da’lilleydi ha’m

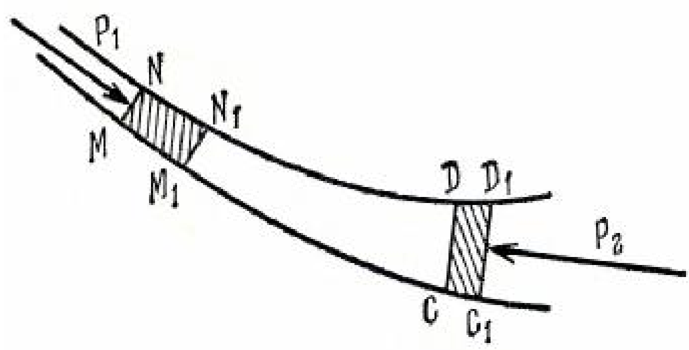
$$\Delta S_1 v_1 = \Delta S_2 v_2$$

ten’lemesin jazıwg’a mu’mkinshilik beredi. Bul ten’lemeden

$$\Delta S \cdot v = const$$

ekenligi kelip shıg’adı. Demek qısılmaytug’ın (sonın’ menen birge jabısqaq emes) ***suyıqlıq ag’ısı tezligi menen suyıqlıq ag’ıwshı tu’tikshenin’ kese-kesiminin’ maydanı turaqlı shama*** boladı eken. Bul ***qatnas ag’ıstın’ u’zliksizligi teoreması*** dep ataladı.

Bernulli ten’lemesi. Ҳaqıyqıy suyıqlıqlar menen gazlerdin’ qozg’alısların u’yreniw fizikanın’ og’ada qıyın ma’selelerinin’ qatarına jatadı. Bul ma’selelerdi sheshiw ushın da’slep ishki su’ykelis ku’shlerin esapqa almaydı. Ko’p jag’daylarda ideal suyıqlıq ushın ma’selelerdi sheshiwge umtıladı. Anıqlaması boyınsha ideal suyıqlıqlarda ishki su’ykeslitin’ urınba ha’m normal bag’ıtlardag’ı ku’shleri payda bolmaydı. İdeal suyıqlıqlardag’ı ta’sir ete alatug’ın birden bir ku’sh normal basım ku’shi P bolıp tabıladı. Qala berse P nın’ shaması suyıqlıqtın’ tıg’ızlıg’ı ha’m temperaturası ja’rdeminde bir ma’nisli anıqlanadı. ma’seleni sheshiwdi a’piwayılastırıw ushın suyıqlıqtı qısılmaydı dep esaplaydı.



27-4 su’wret. Bernulli ten’lemesin keltirip shıg’arıwg’a arnalg’an su’wret.

Qanday da bir konservativ ku’shtin’ (mısalı salmaq ku’shinin’) ta’sirindegi ideal suyıqlıqtın’ statsionar qozg’alısın qaraymız. Bul ag’ısqa energiyanın’ saqlanıw nızamın qollanamız ha’m suyıqlıqtın’ bo’limleri menen sırtqı ortalıq arasındag’ı jıllılıq almasıw orın almaydı dep esaplaymız. Suyıqlıqta sheksiz kishi $MNDC$ noqatları menen sheklengen toq nayın alamız. Usı bo’lim $M_1N_1D_1C_1$ awhalına ko’shsin ha’m bunda islengen jumıstı esaplaymız. MN sızıg’ı M_1N_1 ge ko’shkendegi islengen jumıs $A = P_1 S_1 l_1$ ($l_1 = MM_1$ arqalı ko’shiwdin’ shaması belgilengen). $S_1 l_1 = \Delta V_1$ ko’lemin kirgiziw arqalı jumıstı bılay jazamız: $A_1 = P_1 \Delta V_1$ yamasa $A_1 = P_1 \frac{\Delta m_1}{\rho_1}$. Bul jerde Δm_1 arqalı MNN_1M_1 ko’lemindegi suyıqlıqtın’ massası belgilengen. Usınday tallawlardan keyin

$$A = A_1 - A_2 = \left(\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2}\right) \cdot \Delta m \qquad (27.29)$$

ten’ligin alamız. Bul jumıs suyıqtıqtın’ ayırıp alıng’an bo’limindegi tolıq energiyanın’ o’simi ΔE nin’ esabınan isleniwi kerek. Ag’ıs statsionar bolg’anlıqtan suyıqlıqtın’ energiyası CDD_1C_1

ko'leminde o'zgermeydi. Sonlıqtan ΔE nin' shaması Δm massalı suyıqlıqtın' energiyasının' CDD_1C_1 ha'm MNN_1M awhalları arasındag'ı ayırmasına ten'. Massa birligine sa'ykes keliwshi tolıq energiyanı ε ha'ripi menen belgilep $\Delta E = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\Delta m$ ekenligin tabamız. Bul shamanı jumıs A g'a ten'lestirip ha'm Δm ge qısqartıp

$$\varepsilon_1 + \frac{P_1}{\rho_1} = \varepsilon_2 + \frac{P_2}{\rho_2}. \tag{27.30}$$

an'latpasın alamız. Demek ***ideal suyıqlıqtın' statsionar ag'ısında toq sızıg'ı boyında*** $\varepsilon + \frac{P}{\rho}$ ***shaması turaqlı bolıp qaladı*** eken. YAg'nıy

$$\varepsilon + \frac{P}{\rho} = B = const. \tag{27.31}$$

Bul qatnas ***Daniil Bernulli*** (1700-1782) ***ten'lemesi***, al B shaması bolsa Bernulli turaqlısı dep ataladı. Ol bul jumısının' na'tiyjesin 1738-jılı baspadan shıg'ardı. Usı ten'lemeni keltirip shıg'ararda suyıqlıqtın' qısılmaslıg'ı haqqında hesh na'rse aytılmadı. Sonlıqtan Bernulli ten'lemesi qısılmaytug'ın suyıqlıqlar ushın da durıs bolatug'ınlıg'ı o'z-o'zinen tu'sinikli. Tek gana suyıqlıqtın' ideal suyıqlıq, al ag'ıstın' statsionar bolıwı talap etiledi.

Endi Jer menen tartısıwdı esapqa alıp ten'lemege o'zgerisler kirgizemiz. D.Bernullidin' da'slep Jer menen tartısıwdı esapqa algan xalda (27.31)-ten'lemeni keltirip shıg'arg'anlıg'ın atap o'temiz. Barlıq ε energiyası kinetikalıq ha'm potentsial energiyalardan turatug'ınlıg'ın esapqa alayıq. Sonlıqtan

$$\frac{v^2}{2} + gh + \frac{P}{\rho} = B = const. \tag{27.32}$$

Bernulli turaqlısı V bir toq sızıg'ının' boyında tek birdey ma'niske iye boladı. Biraq bir toq sızıg'ınan ekinshi toq sızıg'ına o'tkende o'zgere aladı. Sonın' menen birge Bernulli turaqlısı barlıq ag'ıs ushın birdey ma'niske iye bolatug'ın jag'daylar da bar. Biz ha'zir usı jag'daylardın' ishinde ju'da' jiyi ushırasatugın bir jag'daydı qarap o'temiz. Meyli suyıqlıqtın' tezligi nolge ten' orınlarda toq sızıg'ı baslanatug'ın ha'm tamam bolatug'ın bolsın. Usınday oblasttag'ı toq sızıg'ının' bir noqatın alamız. Onda (27.31)-ten'lemege $v = 0$ shamasın qoyıwımız kerek. Demek $B = gh + \frac{P}{\rho}$. Biraq suyıqlıq tınıshlıqta turg'an barlıq oblastlarda $gh + \frac{P}{\rho} = const$ ten' salmaqlıq sha'rti orınlanadı. Demek ***Bernulli turaqlısı qarap atırılgan jag'daydag'ı suyıqlıqtın' barlıq ag'ısı ushın birdey ma'niske iye boladı eken***.

Bernulli ten'lemesin basqasha fizikalıq shamalardı qollanıw arqalı jazamız ha'm 27-5 su'wretten paydalanamız. ΔS_1 kese-kesiminen o'tetug'ın suyıqlıqtın' Δm massasının' tolıq energiyası E_1 bolsın, al ΔS_2 kese-kesiminen ag'ıp o'tetug'ın suyıqlıqtın' tolıq energiyası E_2 bolsın. Energiyanın' saqlanıw nızamı boyınsha E_2 - E_1 o'simi Δm massasının' ΔS_1 kese-kesiminen ΔS_2 kese-kesimine shekem qozg'altatug'ın sırtqı ku'shlerdin' jumısına ten' boladı:

$$E_2 - E_1 = A.$$

O’z gezeginde E_1 ha’m E_2 energiyaları Δm massasının’ kinetikalıq ha’m potentsial energiyalarının’ qosındısınan turadı, yag’nıy

$$E_1 = \frac{\Delta m\, v_1^2}{2} + \Delta m\, g h_1,$$

$$E_2 = \frac{\Delta m\, v_2^2}{2} + \Delta m\, g h_2.$$

A jumısının’ ΔS_1 ha’m ΔS_2 kese-kesimleri arasındag’ı barlıq suyıqlıq qozg’alg’anda Δt waqtı ishinde islenetug’ın jumısqa ten’ keletug’ınlıg’ına ko’z jetkiziw qıyın emes. Bunday jag’dayda Δt waqıtı ishinde kese-kesimlerden Δm massalı suyıqlıq ag’ıp o’tedi. Δm massasının’ birinshi kese-kesim arqalı o’tkiziw ushın $v_1\Delta t = \Delta l_1$, al ekinshi kese-kesim arqalı o’tkiziw ushın $v_2\Delta t = \Delta l_2$ aralıqlarına jıljıwı kerek. Bo’linip alıng’an suyıqlıq ushastkalarının’ eki shetinin’ ha’r qaysısına tu’setug’ın ku’shler sa’ykes $f_1 = p_1\Delta S_1$ ha’m $f_2 = p_2\Delta S_2$ shamalarına ten’. Birinshi ku’sh on’ shama, sebebi ol ag’ıs bag’ıtına qaray bag’ıtlang’an. Ekinshi ku’sh teris shama ha’m suyıqlıqtın’ ag’ısı bag’ıtına qarama-qarsı bag’ıtlang’an. Na’tiyjede to’mendegidey ten’leme alınadı:

$$A = f_1\Delta l_1 + f_2\Delta l_2 = p_1\Delta S_1 v_1\Delta t - p_2\Delta S_2 v_2\Delta t.$$

Endi E_1, E_2, A shamalarının’ tabılg’an usı ma’nislerin $E_2 - E_1 = A$ ten’lemesine qoysaq

$$\frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m\, g h_2 - \frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m\, g h_1 = p_1\Delta S_1 v_1\Delta t - p_2\Delta S_2 v_2\Delta t$$

ten’lemesin alamız ha’m onı bılay jazamız:

$$\frac{\Delta m\, v_1^2}{2} + \Delta m\, g\, h_1 + p_1\Delta S_1 v_1\Delta t = \frac{\Delta m\, v_2^2}{2} + \Delta m\, g\, h_2 + p_2\Delta S_2 v_2\Delta t \qquad (27.32a)$$

Ag’ıstın’ u’zliksizligi haqqındag’ı nızam boyınsha suyıqlıqtın’ Δm massasının’ ko’lemi turaqlı bolıp qaladı. YAg’nıy

$$\Delta V = \Delta S_1 v_1\Delta t = \Delta S_2 v_2\Delta t.$$

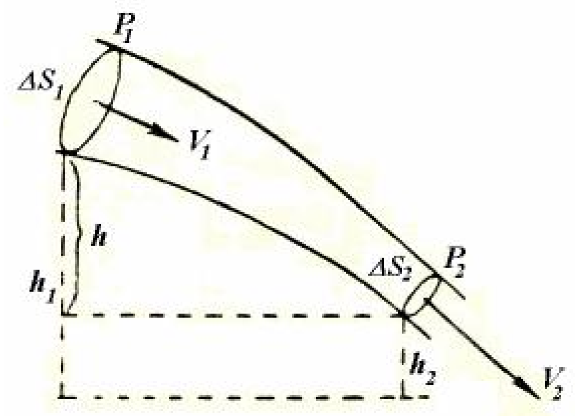
Endi (27.32a) ten’lemesinin’ eki ta’repin de ΔV ko’lemine bo’lemiz ha’m $\dfrac{\Delta m}{\Delta V}$ shamasının’ suyıqlıqtın’ tıg’ızlıg’ı ρ ekenligin esapqa alamız. Bunday jag’dayda

$$\frac{\rho\, v_1^2}{2} + \rho\, g\, h_1 + p_1 = \frac{\rho\, v_2^2}{2} + \rho\, g\, h_2 + p_2 \qquad (27.31a)$$

ten’lemesin alamız. Joqarıda aytılg’anınday bul ten’lemeni en’ birinshi ret usı tu’rde Daniil Bernulli keltirip shıg’ardı.

Suyıqlıq ag’ıp turg’an tu’tikshe gorizontqa parallel etip jaylastırılsa $h_1 = h_2$ ha’m

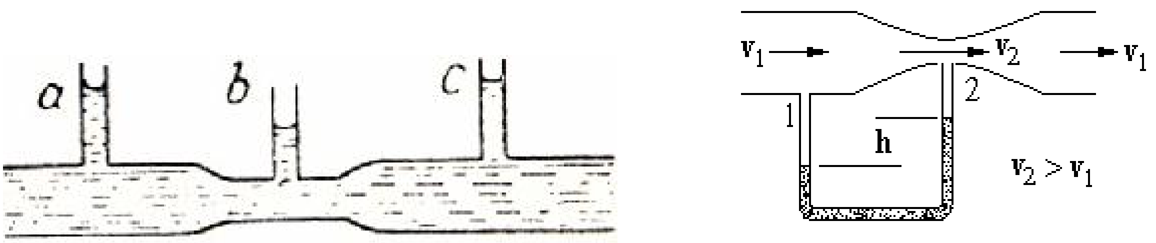
$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 \qquad (27.31b)$$



27-5 su’wret.

Suyıqlıq ag’ısının’ nayı.

(27.31b) formula ha’m ag’ıstın’ u’zliksizligi haqqındag’ı teoremag’a tiykarlanıp suyıqlıq ha’r qıylı kese-kesimge iye gorizont boyınsha jaylastırılg’an nay arqalı aqqanda nay jin’ishkergen orınlarda suyıqlıq tezliginin’ u’lken bolatug’ınlıg’ın, al nay ken’eygen orınlarda basımnın’ u’lken bolatug’ınlıg’ın an’g’arıwg’a boladı. Usı aytılg’anlardın’ durıslıg’ı naydın’ ha’r qıylı ushastkalarına a, b ha’m c manometrlerin ornatıp tekserip ko’riwge boladı (27-8 su’wrette ko’rsetilgen).

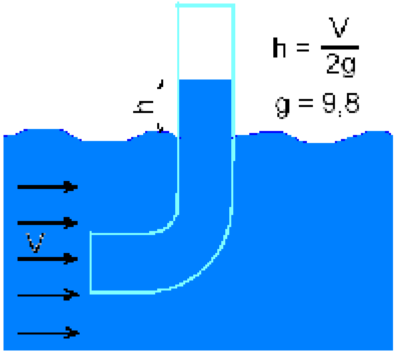


27-6 su’wret. Basımnın’ naydın’ diametrinen g’a’rezliligin ko’rsetiwshi ta’jiriybeler sxemaları

Endi nay arqalı ag’ıwshı suyıqlıqqa qozg’almaytug’ın manometr ornatayıq ha’m onın’ to’mengi tu’tikshesin ag’ısqa qarama-qarsı bag’ıtlayıq (Bul Pito tu’tikshesi 27-7 su’wrette ko’rsetilgen). Bunday jag’dayda tu’tikshe tesigi aldında suyıqlıqtın’ tezligi nolge ten’ boladı. (27.31b) formulasın qollansaq ha’m $v_2 = 0$ dep uyg’arsaq, onda

$$p_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} + p_1$$

ten’ligin alamız. Demek manometr tu’tikshesinin’ tesigin ag’ısqa qarsı qoyg’anımızda o’lshenetug’ın p_2 basımı p_1 basımınan $\frac{\rho v_1^2}{2}$ shamasına artıq boladı eken. Eger p_1 basımı belgili bolsa p_2 basımın o’lshew arqalı ag’ıstın’ v_1 tezligin esaplawg’a boladı. Al $\frac{\rho v_1^2}{2}$ basımın ko’binese ***dinamikalıq basım*** dep te ataydı.



27-7 su'wret.

Pito tu'tikshesi sızılması.

Ag'ıs tezligi joqarı bolg'anda naydın' jin'ishke jerlerindegi basım r nın' ma'nisi teris shama bolıwı mu'mkin. Bul jag'dayda naydın' jin'ishke ushastkalarınan ag'ıp o'tetug'ın suyıqlıq qısıladı. Eger naydın' juwan jerlerindegi basım atmosfera basımına ten' bolsa, naydın' jin'ishke jerlerindegi basım atmosfera basımınan kem boladı. Bul jag'dayda ag'ıs sorıp alıwshı (a'tiraptag'ı hawanı) sorıwshı xızmetin atqaradı. Bir kansha a'sbaplardın' (mısalı pulverizatorlar menen xawanı sorawshı ayırım nassoslardın') jumıs islewi usı kubılıska tiykarlang'an.

Bernulli ten'lemesin paydalanıw arqalı suyıqlıqtın' tesiksheden ag'ıp shıg'ıw tezligin anıqlawg'a boladı. Eger ıdıstın' o'zi ken', al tesikshesi kishi bolsa ıdıstag'ı suyıqtıqtın' tezligi kishi boladı ha'm barlıq ag'ıstı bir ag'ıs tu'tikshesi dep qarawg'a boladı. Basım ıdıstın' to'mengi kese-kesiminde de, joqarg'ı kese-kesiminde de atmosferalıq basım r_0 ge ten' dep esaplaymız. Sonlıqtan Bernulli ten'lemesi bılay jazıladı (27-9 su'wret):

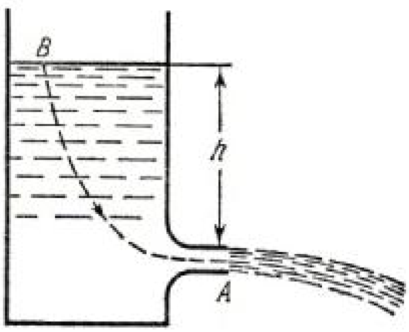
$$\frac{v_1^2}{2} + g(h_1 - h_2) = \frac{v_2^2}{2}.$$

Eger ıdıstag'ı suyıqlıqtın' tezligi $v_1 = 0$ dep esaplansa ha'm $h_1 - h_2 = h$ bolg'an jag'dayda (ıdıstag'ı tesikshe gorizont bag'ıtında tesilgen)

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

shamasına ten' boladı. YAg'nıy suyıqlıqtın' tesikshe arqalı ag'ıp shıg'ıw tezligi dene h biyikliginen erkin tu'skende alatug'ın tezligine ten' boladı eken.

Bernulli ten'lemesi ja'rdeminde ***Torrishelli formulasın*** keltirip shıg'arıw mu'mkin.



27-8 su'wret.

Torishelli formulasın keltirip shıg'arıwg'a arnalg'an su'wret.

Meyli suyıqlıq quyılg'an ıdıstın' to'mengi bo'liminde tesikshe bolsın ha'm bul tesikshe arqalı ag'ıp shıg'ıp atırg'an suyıqlıqtın' tezligin anıqlayıq. Bul jag'dayda Bernulli ten'lemesi

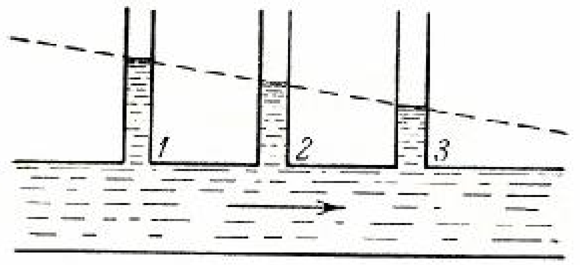
$$\frac{P_0}{\rho} + gh = \frac{P_0}{\rho} + \frac{v^2}{2}. \qquad (27.33)$$

Bul an’latpada h arqalı tesikshe menen suwdın’ qa’ddi arasındag’ı qashıqlıq, P_0 arqalı atmosferalıq basım belgilengen. Joqarıdag’ı ten’lemeden

$$v = \sqrt{2gh} \qquad (27.34)$$

formulasına iye bolamız. Bul formula ***Torishelli formulası*** dep ataladı. Bul formuladan suyıqlıqtın’ tesiksheden ag’ıp shıg’ıw tezligi h biyikliginen erkin tu’skende alıng’an tezlikke ten’ bolatug’ınlıg’ı kelip shıg’adı.

Jabısqaqlıq. Real (haqıyqıy) suyıqlıqlarda normal basımnan basqa suwıqlıqlardın’ qozg’alıwshı elementleri shegaralarında ***ishki su’ykelistin’ urınba ku’shleri*** yamasa ***jabısqaqlıq*** orın aladı. Bunday ku’shlerdin’ bar ekenligine a’piwayı ta’jiriybelerden ko’rsetiwge boladı. Mısalı jabısqaqlıq esapqa alınbay keltirilip shıg’arılg’an Bernulli ten’lemesinen bılayınsha juwmaqlar shıg’aramız: Eger suyıqlıq gorizont boyınsha jatqan, barlıq jerlerinde kese-kesimi birdey bolg’an naydan ag’atug’ın bolsa basımnın’ ha’mme noqatlarda birdey bolıwı sha’rt. Ҳaqıyqatında basım ag’ıs bag’ıtında to’menleydi (27-9 su’wret). Statsionar ag’ıstı payda etiw ushın naydın’ ushlarında turaqlı tu’rde basımlar ayırmasın payda etip turıw kerek. Bul basımlar ayırması su’ykelis ku’shlerin joq etiw ushın za’ru’r.



27-9 su’wret.

Kese-kesimi o’zgermeytugın nay arqalı haqıyqıy suyıqlıq aqqandag’ı jabısqaqlıq ku’shlerinin’ bar ekenligin ko’rsetetug’ın ta’jiriybenin’ sxeması.

Basqa bir mısal retinde aylanıwshı ıdıstag’ı suyıqlıqtın’ qozg’alısın baqlawdan kelip shıg’adı. Eger ıdıstı vetrikal bag’ıttag’ı ko’sher do’gereginde aylandırsaq suyıqlıqtın’ o’zi de aylanısqa keledi. Da’slep ıdıstın’ diywallarına tikkeley tiyip turg’an suyıqlıqtın’ qatlamları aylana baslaydı. Keyin aylanıs ishki qatlamlarg’a beriledi. Solay etip ıdıs penen suyıqlıq birdey bolıp aylanaman degenshe ıdıstan suyıqlıqqa aylanbalı qozg’alıs beriliwin dawam etedi. Usınday beriliwdi qozg’alıs bag’ıtına urınba bolıp bag’ıtlang’an ku’shler ta’miyinleydi. Usınday urınba bag’ıtında bag’ıtlang’an ku’shlerdi ***ishki su’ykelis ku’shleri*** dep ataymız. ***Jabısqaqlıq ku’shleri*** dep atalatug’ın su’ykelis ku’shleri de ayrıqsha a’hmiyetke iye.

İshki su’ykelistin’ sanlıq nızamların tabıw ushın a’piwayı mısaldan baslaymız. Arasında jabısqaq suyıqlıq jaylasatug’ın o’z-ara parallel, sheksiz uzın plastinalardı qaraymız (27-10 su’wret). To’mengi AB plastinası qozg’almaydı, al joqarg’ı CD plastinkası og’an salıstırg’anda v_0 tezligi menen qozg’alsın. CD plastinasınının’ ten’ o’lshewli qozg’alısın ta’miyinlew ushın og’an turaqlı tu’rde qozg’alıs bag’ıtındag’ı **F** ku’shin tu’siriw kerek. Bir orında uslap turıw ushın AB plastinasına da tap usınday, biraq qarama-qarsı bag’ıtlang’an ku’sh tin’ tu’siwi kerek. Nyuton ta’repinen XVII a’sirdin’ ekinshi yarımında usı **F** ku’shinin’ plastinalardın’ maydanı S ke, tezik v_0 ge tuwrı proportsional, al plastinalar arasındag’ı qashıqlıq h qa keri proportsional ekenligin da’lilledi. Demek

$$F = \eta \frac{S v_0}{h}. \qquad (27.35)$$

Bul formulada η ***ishki su'ykelis koeffitsienti*** yamasa ***suyıqlıqtın' jabısqaqlıg'ı*** dep atalıwshı turaqlı shama (koeffitsient). Onın' ma'nisi plastinalardın' materialına baylanıslı bolmay, ha'r qıylı suyıqlıqlar ushın ha'r qıylı ma'nislerge iye boladı. Al berilgen suyıqlıq ushın η nın' ma'nisi birinshi gezekte temperaturag'a g'a'rezli boladı. (27.35) ten jabıskaqlıq CGS sistemasında *g/sm·sek* o'lshem biroigine iye. Bul birlik Puazeyldin' hu'rmetine «puaz» dep ataladı. SI sistemasında jabıskaqlıq *n·sek/m*^{2} o'lshem birligi menen o'lshenedi.

F ku'shinin' ma'nisin o'lshew arqalı ishki su'ykesli koeffitsienti η nın' ma'nisin anıqlaw mu'mkin[13].

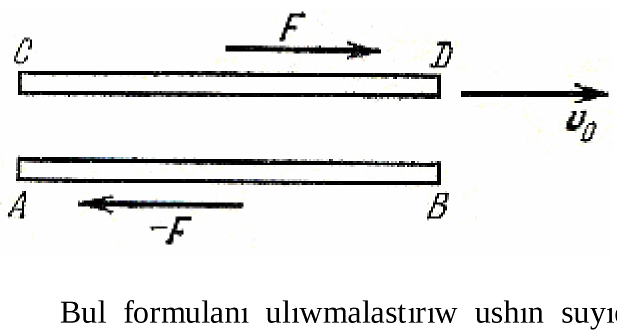
Mısal retinde ayırım suyıqlıqlar ha'm gazler ushın jabıskaqlıq koeffitsientlerinin' ma'nislerin keltiremiz:

Suyıqlıq yamasa gaz	Jabısqaqlıq koeffitsienti (puazlarda)			
	$t = 0^0 C$	$t = 15^0 C$	$t = 99^0 C$	$t = 302^0 C$
Suyıqlıqlar				
Glitserin	46	15	-	-
Suw	$1{,}8 \cdot 10^{-2}$	$1{,}1 \cdot 10^{-2}$	$0{,}29 \cdot 10^{-2}$	-
Sınap	$1{,}7 \cdot 10^{-2}$	$1{,}6 \cdot 10^{-2}$	$1{,}2 \cdot 10^{-2}$	$0{,}9 \cdot 10^{-2}$
Gazler				
Ҳawa	$171 \cdot 10^{-6}$	$181 \cdot 10^{-6}$	$220 \cdot 10^{-6}$	$299 \cdot 10^{-6}$
Suw puwı	$90 \cdot 10^{-6}$	$97 \cdot 10^{-6}$	$131 \cdot 10^{-6}$	-

AB plastinasının' bir orında tınısh turıwı da sha'rt emes. AB plastinası v_1, al CD plastinası v_2 tezligi menen qozg'alatug'ın bolsa **F** ku'shi ushın:

$$F = \eta \frac{S(v_1 - v_2)}{h}. \qquad (27.36)$$

an'lapasın alamız. Bul an'latpanın' durıslıg'ına ko'z jetkeriw ushın AB plastinkası tınıshlıqta turatug'ın esaplaw sistemasına o'tiw jetkilikli.



27-10 su'wret.

Arasında jabısqaq suyıqlıq jaylasqan o'z-ara parallel, sheksiz uzın plastinalardı qaraw ushın arnalg'an su'wret.

Bul formulanı ulıwmalastırıw ushın suyıqlıq X bag'ıtında qozg'aladı dep esaplaymız. Bunday jag'dayda ag'ıs tezligi tek y koordinatasınan g'a'rezli boladı:

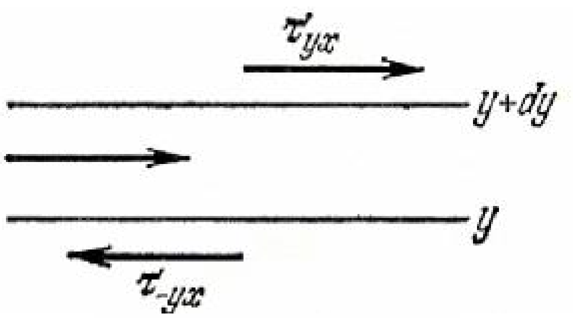
$$v_x = v_x(y), \quad v_y = v_z = 0. \qquad (27.37)$$

[13] Ҳaqıyqatında su'ykelis koeffitsientin a'dette basqa usıllardın' ja'rdeminde anıqlaydı.

Suyıqlıq qatlamın Y qatlamına perpendikulyar bag'ıtta juqa qatlamlarg'a bo'lemiz (27-11 su'wret). Meyli bul tegislikler Y ko'sherin y ha'm $y+dy$ noqatlarında kesip o'tsin. Joqarıda jaylasqan qatlamnın' shegarası maydanının' bir birligine joqarıda jaylasqan qatlamnın' o'zi ta'repinen ta'sir etiwshi urınba ku'shti τ_{yx} arqalı belgileymiz. Bunday jag'dayda

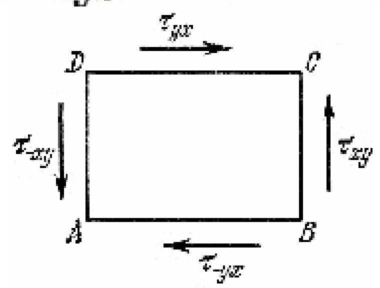
$$\tau_{yx} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \qquad (27.38)$$

Ta'jiriybeler bul formulanın' tek turaqlı tezlik penen bolatug'ın qozg'alıslar ushın g'ana emes, al tezlik v_x tın' shaması waqıtqa g'a'rezli bolg'an jag'daylar ushın da durıs bolatug'ınlıg'ın ko'rsetedi. Qatlamnın' to'mengi shegarasındag'ı urınba kernew τ_{-yx} tın' bag'ıtı τ_{yx} tın' bag'ıtına qarama-qarsı. Qatlamlardın' qalın'lıg'ı dy sheksiz kishi bolg'anlıqtan τ_{yx} tın' absolyut ma'nisi τ_{-yx} tın' absolyut ma'nisinen sheksiz kishi ma'niske parıq qıladı, yag'nıy $\tau_{yx} = -\tau_{-yx}$.



27-11 su'wret.

Joqarıda jaylasqan qatlamnın' shegarası maydanının' bir birligine joqarıda jaylasqan qatlamnın' o'zi ta'repinen ta'sir etiwshi urınba ku'shtin' τ_{yx} ekenligin sa'wlelendiretug'ın su'wret.



27-12 su'wret.

Urınba kernewlerdin' tek ag'ısqa parallel bolg'an tegisliklerde g'ana emes, al ag'ısqa perpendikulyar tegisliklerde de bar bolatug'ınlıg'ın ko'rsetetug'ın su'wret.

Joqarıda ga'p etilgen suyıqlıqtın' parallel ag'ısında qaptalları koordinata ko'sherlerine parallel bolg'an sheksiz kishi ABCD parallelopipedin ayırıp alamız (27-12 su'wret). Qattı denelerdin' mexanikalıq qa'siyetlerin u'yrengenimizde kernewler tenzorının' simmetriyalı ekenligin ko'rgen edik. Sonlıqtan (simmetriyanın' sebebinen) parallelopipedtin' ag'ısqa perpendikulyar bolg'an BC ha'm AD tiykarlarında da urınba kernewlerdin' bar bolıwının' kerekligi kelip shıg'adı. Sonın' menen birge $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y}$. Solay etip ***urınba kernewler tek ag'ısqa parallel bolg'an tegisliklerde emes, al ag'ısqa perpendikulyar tegisliklerde de bar boladı***.

Endi suyıqlıqtı parallel ag'ıs tu'rinde emes, al ıqtıyarlı tu'rde ag'adı dep esaplayıq. Jabısqaqlıq kernewler tenzorının' urınba qurawshıları tek suyıqlıqtın' deformatsiyalanıw tezliginen g'a'rezli dep qabıl etemiz (al deformatsiyanın' o'zinen ha'm onın' waqıt boyınsha alıng'an joqarı tuwındılarınan g'a'rezli dep esaplamaymız). Sızıqlı jaqınlasıw menen sheklenemiz (yag'nıy deformatsiyanın' tezliginin' kvadratın, kubın ha'm onnan da joqarı da'rejelerin kishi shamalar dep sanap esapqa almaymız). Bunday jaqınlasıwda ***urınba kernewler***

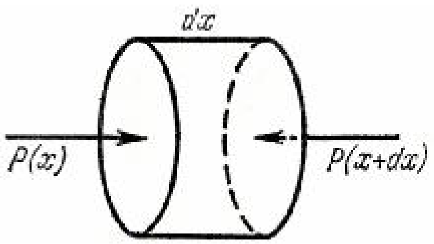
deformatsiyanın' tezlikleri bolg'an $\frac{\partial v_x}{\partial y}$, $\frac{\partial v_y}{\partial x}$, $\frac{\partial v_y}{\partial z}$, $\frac{\partial v_z}{\partial y}$, $\frac{\partial v_z}{\partial x}$, $\frac{\partial v_x}{\partial z}$ ***shamalarınının' sızıqlı, bir tekli funktsiyaları bolıp tabıladı***. Usı altı tuwındının' CD shegarasında tek $\frac{\partial v_x}{\partial y}$ tuwındısı nolge ten' bolmasa, onda X ko'sherinin' boyınsha $\tau_{yx}' = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y}$ urınba kernew ta'sir etken bolar edi. Eger tek $\frac{\partial v_y}{\partial x}$ tuwındısı g'ana nolge ten' bolmasa, onda urınba kernew sol bag'ıtta $\tau_{yx}'' = \eta \frac{\partial v_y}{\partial x}$ shamasına ten' bolg'an bolar edi. Al sol $\frac{\partial v_x}{\partial y}$ ha'm $\frac{\partial v_y}{\partial x}$ tuwındılarının' ekewi de nolge ten' bolmasa, onda CD shegarasındag'ı kernew $\tau_{yx} = \tau_{yx}' + \tau_{yx}'' = \eta \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)$ shamasına ten' bolg'an bolar edi.

Tap usınday talqılawlar na'tiyjesinde to'mendegidey ten'liklerdi alamız:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \eta \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right),$$
$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \eta \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right),$$
$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \eta \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right).$$

Eger suyıqlıq qısılmaytug'ın bolsa bul ten'likler suyıqlıqlardın' qozg'alısının' differentsial ten'lemesin keltirip shıg'arıw ushın tolıq jetkilikli. Al eger suyıqlıq qısılatug'ın bolsa, onda alıng'an an'latpalarda urınba kernewler menen bir qatarda normal kernewler de orın aladı.

Suyıqlıqtın' tuwrı sızıqlı nay arqalı statsionar ag'ısı. Meyli qısılmaytug'ın jabısqaq suyıqlıq radiusı R bolg'an tuwrı mu'yeshli nay arqalı ag'atug'ın bolsın (27-13 su'wret). Toq sızıqları naydın' ko'sherine parallel. Eger ıqtıyarlı sheksiz jin'ishke toq nayın saylap alatug'ın bolsaq, onda qısılmawshılıq sha'rtinen usı toq nayının' barlıq uzınlıg'ı boyınsha ag'ıs tezligi v turaqlı bolıp qalatugınlıg'ına ko'z jetkeriwge boladı (nay boyınsha suyıqlıqtın' tezligi o'zgeriske ushıramaydı). Suyıqlıqtın' tezligi naydın' ko'sherinen qashıqlıq bolg'an r din' o'zgeriwine baylanıslı o'zgeretug'ınlıg'ı tu'sinikli. Solay etip suyıqlıqtın' tezligi radius r din' funktsiyası bolıp tabıladı.



27-13 su'wret.

Nay boyınsha ag'ıwshı jabısqaq suyıqlıqtın' tezliginin' radius r din' funktsiyası ekenligin da'lillew ushın arnalg'an su'wret.

27-13 su'wrette ko'rsetilgendey jag'daydı talqılaymız. Naydın' ko'sheri retinde ag'ıs boyınsha bag'ıtlang'an X ko'sherin alamız. Nayda uzınlıg'ı dx, radiusı r bolg'an sheksiz kishi tsilindrlik bo'limdi kesip alamız. Usı tsilindrlik qaptal betke qozg'alıs bag'ıtında

$dF = 2\pi r l \eta \dfrac{dv}{dr} dx$ ku'shi ta'sir etedi (l arqalı naydın' uzınlıg'ı belgilengen). Sonın' menen birge tsilindrdin' ultanlarına basımlar ayırmasınan payda bolg'an ku'sh ta'sir etedi:

$$dF_1 = \pi r^2 \left[P(x) - P(x + dx) \right] = -\pi r^2 \frac{dP}{dx} dx \,. \tag{27.39}$$

Statsionar ag'ısta bul eki ku'shtin' qosındısı nolge ten' bolıwı kerek. Sonlıqtan

$$2\eta \frac{dv}{dr} = r \frac{dP}{dx} \,. \tag{27.40}$$

Tezlik $v(r)$ ha'm $\dfrac{dv}{dr}$ tuwındısı x tın' o'zgeriwi menen o'zgermey qaladı. Usının' na'tiyjesinde

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{\left(P_1 - P_2\right) r}{2\eta l} \,. \tag{27.41}$$

İntegrallap

$$v = -\frac{\left(P_1 - P_2\right) r^2}{4\eta l} + C \,. \tag{27.42}$$

formulasın alamız. $r = R$ bolg'anda $v = 0$. Sonlıqtan

$$v = -\frac{\left(P_1 - P_2\right)\left(R^2 - r^2\right)}{4\eta\, l} \,. \tag{24.43}$$

Suyıqlıqtın' tezligi truba orayında $(r = 0)$ o'zinin' en' u'lken ma'nisine iye:

$$v_0 = -\frac{\left(P_1 - P_2\right) R^2}{4\eta\, l} \,. \tag{27.44}$$

Endi ***suyıqlıqtın' ag'ıp o'tken mug'darın*** esaplaymız. Bir sekund waqıt dawamında r ha'm $r + dr$ radiusları arasındag'ı saqıyna ta'rizli maydan arqalı ag'ıp o'tken suyıqlıqtın' mug'darı $dQ = 2\pi r\, dr\, \rho\, v$. Bul an'latpag'a v nın' ma'nisin qoyıp ha'm integrallaw arqalı suyıqlıqtın' ag'ıp o'tken mug'darın bilemiz:

$$Q = \pi\rho \frac{P_1 - P_2}{2\eta\, l} \int_0^R \left(R^2 - r^2\right) r\, dr = \pi\rho \frac{\left(P_1 - P_2\right) R^4}{8\eta\, l} \,. \tag{27.45}$$

Demek ***ag'ıp o'tken suyıqlıqtın' mug'darı basımlar ayırması*** $P_1 - P_2$ ***ge, naydın' radiusının' 4-da'rejesine tuwrı, al naydın' uzınlıg'ı menen suyıqlıqtın' jabısqaqlıq koeffitsientine keri proportsional eken***. Bul nızam 1839-jılı Gagen ha'm 1840-jılı Puazeyl (1799-1869) ta'repinen bir birinen g'a'rezsiz ta'jiriybe o'tkeriw jolı menen ashılg'an. Gagen suwdın' nay arqalı qozg'alısın, al Puazeyl bolsa kapillyarlardag'ı suyıqlıqlardın' ag'ısın izertlegen. (27.45)-formula formula ***Puazeyl formulası*** dep ataladı (Puazeyl bul formulanı keltirip shıg'armadı, al ma'seleni tek eksperiment o'tkeriw menen izertledi).

(24.45)-formulanı $Q=\pi\rho R^2\cdot\frac{v_0}{2}$ tu'rinde de jazıw mu'mkin. Eger biz $Q=\pi\rho R^2\cdot\overline{v}$ an'latpası arqalı ag'ıstın' ortasha tezligi $\overline{v}$ tu'sinigin kirgiziw mu'mkin. Usı eki an'latpanı salıstırıw arqalı

$$\overline{v}=\frac{1}{2}v_0$$

ekenligine iye bolamız. v_0 arkalı naydın' da'l ortasındag'ı suyıqlıqtın' tezliginin' belgilengenligin umıtpaymız.

Puazeyl formulası tek ***laminar ag'ıslar*** ushın g'ana durıs boladı. Laminar ag'ısta suyıqlıq bo'leksheleri naydın' ko'sherine parallel bolg'an sızıq boyınsha qozg'aladı. Laminar ag'ıs u'lken tezliklerde buzıladı ha'm ***turbulentlik ag'ıs*** payda boladı.

Ҳa'r sekund sayın naydın' kese-kesimi arqalı alıp o'tiletug'ın ***kinetikalıq energiya***:

$$K=\int_0^R\frac{\rho v^2}{2}2\pi r\,v\,dr \tag{27.46}$$

Bul an'latpag'a v nın' ma'nisin qoyıp ha'm integrallaw na'tiyjesinde alamız:

$$K=\frac{1}{4}Qv_0^2=Q\left(\overline{v}\right)^2. \tag{27.47}$$

Ҳa'r sekund sayın suyıqlıq u'stinen islenetug'ın jumıs basımlar ayırması P_1-P_2 ayırmasına tuwrı proportsional ha'm

$$A=\int v\left(P_1-P_2\right)2\pi r\,dr$$

formulası ja'rdeminde anıqlanadı. YAmasa

$$A=\frac{P_1-P_2}{\rho}\cdot Q \tag{27.48}$$

Shaması usınday bolg'an, biraq belgisi boyınsha teris A' jumıstı ishki su'ykelis ku'shleri orınlaydı. $A'=-Av_0=-\frac{\left(P_1-P_2\right)R^2}{4\eta l}$ formulasınan basımlar ayırmasın tabamız ha'm

$$A'=-\frac{4\eta v_0 l}{\rho R^2}Q. \tag{27.49}$$

Alıng'an formulalar qanday jag'dayda su'ykelis ku'shlerin esapqa almawg'a bolatug'ınlıg'ına (yamasa Bernulli ten'lemesin paydalanıwg'a) juwap beredi. Bunın' ushın jabısqaqlıqqa baylanıslı kinetikalıq energiyanın' jog'alıwı suyıqlıqtın' o'zinin' kinetikalıq energiyasına salıstırg'anda salıstırmas da'rejede az bolıwı kerek, yag'nıy $|A'| << A$. Bul

$$\frac{v_0 R^2}{16\nu l} >> 1 \tag{27.50}$$

ten'sizligine alıp keledi. Bul jerde ν belgisi menen ***kinematikalıq jabısqaqlıq*** belgilengen.

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \tag{27.51}$$

A'dette η shamasın ν shamasınan ayırıp ko'rsetiw kerek bolg'an jag'daylarda η nı ***dinamikalıq jabısqaqlıq*** dep ataydı.

Potentsial ha'm iyrim qozg'alıslar. Suyıqlıqtardın' qozg'alısı haqqında ga'p etilgende qozg'alıslardı ***potentsial*** ha'm ***iyrim*** qozg'alıslarg'a bo'lemiz. Belgilengen waqıt momentindegi suyıqlıqtın' $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ tezlikler maydanın qaraymız. Suyıqlıqta C tuyıq konturı alamız ha'm aylanıp shıg'ıwdın' on' bag'ıtın belgileymiz (27-14 su'wret). Meyli $\boldsymbol{\tau}$ arqalı birlik urınba vektor, $d\mathbf{s}$ arqalı on' bag'ıtta o'tkerilgen kontur uzınlıg'ı elementi belgilengen bolsın. C tuyıq konturı boyınsha alıng'an

$$\Gamma = \oint v_\tau ds = \oint (\mathbf{v}\, d\mathbf{s}) \tag{27.52}$$

integralı C konturı boyınsha ***tezlik vektorının' tsirkulyatsiyası*** dep ataladı. Eger tsirkulyatsiya tuyıq kontur boyınsha nolge ten' bolsa suyıqlıqtın' qozg'alısı ***potentsial qozg'alıs*** dep ataladı. TSirkulyatsiya nolge ten' bolmag'an jag'dayda qozg'alıstı ***iyrimli qozg'alıs*** dep ataymız.

Biz qarap atırg'an jag'daydag'ı suyıqlıq ag'ıp atırg'an ken'isliktin' oblastı ***bir baylanıslı*** dep qabıl etiledi. Bunın' ma'nisi mınadan ibarat: usınday oblasttag'ı qa'legen kontur deformatsiyanın' ta'sirinde ag'ıs ishinde turg'an deneni kesip o'tpesten noqatqa alıp kelinedi. Eger oblast bir baylanıslı bolmasa (mısalı tordın' a'tirapınan ag'ıwshı suyıqlıq) joqarıda keltirilgen anıqlamanı to'mendegidey eskertiwler menen tolıqtırıw kerek boladı. C sıpatında qa'legen konturdı almastan, suyıqlıqtın' shegaralarınan shıg'ıp ketpesten u'zliksiz deformatsiyanın' ta'sirinde noqatqa alıp keliniwi mu'mkin bolg'an ıqtıyarlı tuyıq konturdı alamız. Ag'ıslar ishindegi en' a'hmiyetlisi ***tegis ag'ıs*** dep atalatug'ın haqıyqıy ag'ıslardı ideallastırıw jolı menen alınatug'ın ag'ıs bolıp tabıladı. Meyli ag'ıstın' ishindegi dene sıpatında kese-kesimi ıqtıyarlı bolg'an sheksiz uzın tsilindr alıng'an, al suyıqlıq bolsı usı tsilindrdin' ko'sherine perpendikulyar bag'ıtlang'an bolsın. Bunday jag'dayda sol ko'sherge perpendkulyar bolg'an bir tegisliklerdin' birewindegi ag'ıstı qaraw menen shekleniw mu'mkin. Usınday tegisliktegi ag'ıstı tegis ag'ıs dep ataymız. Ag'ıs ishindegi tsilindrdi o'z ishine qamtımaytug'ın qa'legen kontur boyınsha (mısalı C konturın, 27-15 su'wretti qaran'ız) alıng'an tezliktin' tsirkulyatsiyası nolge aylanatug'ın bolsa ag'ıstı potentsial ag'ıs dep ataymız. Biraq tsilindrdi qorshaytug'ın C konturı boyınsha tsirkulyatsiyanın' nolge ten' bolmawı mu'mkin. Potentsial ag'ısta tsilindrdin' a'tirapın bir ret aylanıp shıg'atug'ın barlıq tuyıq konturlar ushın Γ tsirkulyatsiyasının' bir ma'niske iye bolatug'ınlıg'ın ko'rsetiw qıyın emes. Eger $\Gamma \neq 0$ bolsa, onda tsirkulyatsiya menen potentsial ag'ıs haqqında ga'p etiledi.

Potentsial ag'ıstın' anıqlaması konservativlik ku'shlerdin' anıqlamasına ju'da' uqsas. Sonlıqtan potentsial ag'ısta A ha'm B noqatların tutastırıwshı tuyıq emes sızıq boyı menen alıng'an $\int_{AB}(\mathbf{v}\,d\mathbf{s})$ sızıqlı integralı usı iymekliktin' en' shetki A ha'm B noqatlarınan g'a'rezli bolıp, AB sızıg'ının' formasınan g'a'rezli bolmaydı. Potentsial energiyanı talqılag'andag'ıday talqılap koordinatalardın' funktsiyası bolg'an φ funktsiyasın kirgiziw mu'mkin bolıp, bul funktsiyanın' ja'rdeminde tezlik $\mathbf{v}$ bılayınsha anıqlanadı:

$$\mathbf{v} = \operatorname{grad}\varphi \qquad (27.53)$$

Bul an'latpadag'ı φ funktsiyasın ***tezlikler potentsialı*** dep ataymız.

Potentsial ag'ısqa mısal retinde suyıqlıqtın' turaqlı tezlik penen o'z-ara parallel sızıqlar boyı menen ag'ısın ko'rsetiwge boladı. ***İdeal suyıqlıqtın' konservativlik ku'shler ta'sirinde tınıshlıq halının qa'legen tu'rdegi qozg'ala baslawının' potentsial ag'ıs*** bolıp tabılatug'ınlıg'ın ko'rsetiwge boladı.

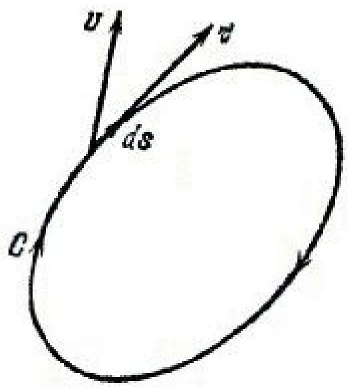
İyrim qozg'alıstın' mısalı retinde suyıqlıqtın' bir tegislikte kontsentrlik shen'berler boyınsha bir ω mu'yeshlik tezligi boyınsha qozg'alıwın ko'rsetiwge boladı (27-14 a su'wret). Bul jag'dayda r radiuslı shen'ber boyınsha tezliktin' tsirkulyatsiyası

$$\Gamma = 2\pi r\, v = 2\pi r^2\omega .$$

Onın' kontur maydanı πr^2 qa qatnası $\frac{\Gamma}{\pi r^2} = 2\omega$, yag'nıy radius r ge baylanıslı emes. Eger aylanıwdın' mu'yeshlik tezligi radius r ge baylanıslı bolatug'ın bolsa, onda $\frac{\Gamma}{\pi r^2}$ qatnasının' ornına onın' $r \to \infty$ bolg'andag'ı shegi beriledi. Bul shek O ko'sherinin' a'trapındag'a suyıqlıq bo'lekshelerinin' aylanıwının' mu'yeshlik tezliktin' ekiletilgen ko'beymesine ten'. Bul shek $\mathbf{v}$ tezliginin' ***quyını*** yamasa ***rotorı*** (da'liregi kontur tegisligine perpendikulyar bolg'an tegislikke tu'sirilgen rotor vektorının' proektsiyası) dep ataladı. Iqtıyarlı qozg'alıs ushın $\mathbf{v}$ tezliginin' rotorı o'zinin' ıqtıyarlı bag'ıtqa tu'sirilgen proektsiyası menen bılayınsha anıqlanadı. Maydanı ΔS ke ten' sırtqı normalı $\mathbf{n}$ bolg'an ıqtıyarlı sheksiz kishi kontur alınadı. $\mathbf{n}$ normalı bag'ıtındag'ı $\operatorname{rot}\mathbf{v}$ vektorının' proektsiyası dep

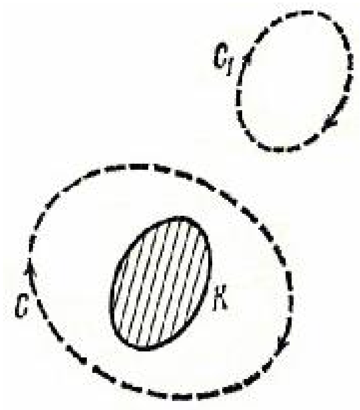
$$\operatorname{rot}_n \mathbf{v} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Gamma}{\Delta S} \qquad (27.54)$$

shamasına aytamız. Bul an'talpada Γ arqalı biz qarap atırg'an kontur boyınsha $\mathbf{v}$ vektorının' tsirkulyatsiyası belgilengen.



27-14 su'wret.

Suyıqlıqta alıng'an C tuyıq konturın ha'm aylanıp shıg'ıwdın' qabıl etilgen on' bag'ıtın sa'wlelendiriwshi su'wret.



27-15 su'wret.

Ag'ıs ishindegi tsilindrdi o'z ishine qamtımaytug'ın qa'legen kontur boyınsha (mısalı C konturı) alıng'an tezliktin' tsirkulyatsiyası nolge aylanatug'ın bolsa ag'ıstı potentsial ag'ıs dep ataymız

Mısal retinde suyıqlıqtın' X ko'sheri bag'ıtındag'ı tegisliktegi ag'ısın alıp qaraymız (27-14 b su'wret). Ag'ıs tezligi ko'ldenen' bag'ıtta $v_x = ay$ nızamı boyınsha o'zgersin. İyrim ta'rizli qozg'alıstın' orın alatug'ınlıg'ına iseniw ushın ta'repleri koordinata ko'sherlerine parallel bolg'an $ABCD$ konturın alamız. Bul kontur boyınsha tezlik tsirkulyatsiyası

$$\Gamma = (x_2 - x_1)(v_1 - v_2) = -a(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$$

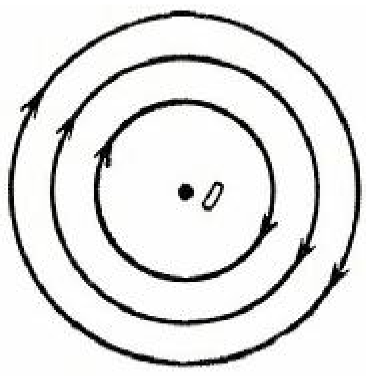
Bul shamanın' kontur maydanı $\Delta S = (x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$ g'a qatnası yamasa $\mathbf{v}$ tezliginin' rotorı

$$\mathrm{rot}_z \mathbf{v} = -a \qquad (27.55)$$

yamasa

$$\mathrm{rot}_z \mathbf{v} = -\frac{\partial v_x}{\partial y}. \qquad (27.56)$$

shamasına ten' boladı. Eger v_x tın' shaması koordinata y ke sızıqlı nızam boyınsha g'a'rezli bolmay, qanday da bir ıqtıyarlı tu'rdegi baylanıska iye bolsa da (27.56)-formula durıs bolıp qaladı. Biraq $\mathrm{rot}_z \mathbf{v}$ tın' shaması y koordinatasının' funktsiyasına aylanadı.

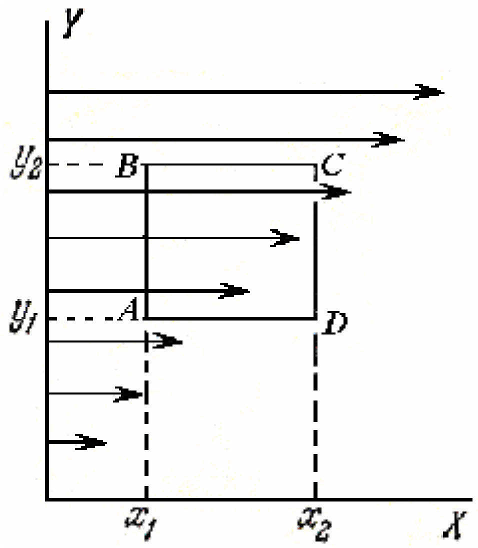


a)

27-16 su'wret.

a)

İyrim qozg'alıstın' mısalı retinde suyıqlıqtın' bir tegislikte kontsentrlik shen'berler boyınsha bir ω mu'yeshlik tezligi boyınsha qozg'alıwın ko'rsetiwge boladı.



b)

b)

Cuyıqlıqtın’ X ko’sheri bag’ıtındag’ı tegis ag’ısı.

Biz joqarıda qarap shıqqan mısalda $\mathbf{v}$ tezligin $\mathbf{v}_1$ ha’m $\mathbf{v}_2$ eki vektorının’ vektorlıq qosındısı tu’rinde ko’rsetiw mu’mkin. Olardın’ qurawshıları

$$v_{1x} = \frac{v_x}{2} = \frac{a}{2}y, \quad v_{2x} = \frac{v_x}{2} = \frac{a}{2}y,$$

$$v_{1y} = -\frac{a}{2}x, \quad v_{2y} = \frac{a}{2}x.$$

$\mathbf{v}_1$ vektorı

$$\mathbf{v}_1 = -\frac{a}{2}[\mathbf{k}\,\mathbf{r}] = \frac{a}{2}y\mathbf{i} - \frac{a}{2}x\mathbf{j}$$

vektorlıq ko’beymesi tu’rinde beriledi. Sonlıqtan $\mathbf{v}_1$ tezligi menen qozg’alıstı Z ko’sherinin’ a’tirapındag’ı $\boldsymbol{\omega} = -\frac{a}{2}\mathbf{k}$ mu’yeshlik tezligi menen bolatug’ın qozg’alıs tu’rinde interpretatsiya qılınadı. Al $\mathbf{v}_2$ nin’ qurawshıları $\varphi = \frac{a}{2}xy$ tezlik potentsiallarınan

$$v_{2x} = \frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad v_{2y} = \frac{\partial\varphi}{\partial y}$$

formulaları ja’rdeminde alınadı. Demek $\mathbf{v}_2$ tezligindegi qozg’alıs potentsial qozg’alıs bolıp tabıladı. tap usınday jollar menen suyıqlıqtın’ ıqtıyarlı qozg’alısın ***aylanbalı*** ha’m ***potentsial ag’ıs*** dep ekige bo’liwge boladı. Sonın’ menen birge aylanıwdın’ mu’yeshlik tezligi ha’m onın’ ken’isliktegi bag’ıtı bir noqattan ekinshi noqatqa o’tkende u’zliksiz tu’rde o’zgere aladı.

Tangentsial u’ziliwdi iyrim ta’rizli ag’ıstın’ mısalı sıpatında ko’rsetiwge boladı. Tangentsial u’ziliw ıdırap iyrim ta’rizli turbulent qozg’alısqa o’tedi.

Shegaralıq qatlam ha’m u’ziliw qubılısı. Reynolds sanının’ u’lken ma’nislerinde su’yirlengen deneler betlerinen qashıq orınlarda jabısqaqlıq ku’shleri hesh qanday a’hmiyetke iye bolmaydı. Bul ko'shlerdin' ma'nisi basımlar ayırmasının' saldarınan payda bolg'an ku'shlerden a'dewir kem. Bul ku'shlerdi esapqa almay ketiwge ha'm suyıqlıqtı ideal dep esaplawg'a boladı. Biraq sol su'yirlengen denelerge tiyip tug'an orınlarda onday emes. Jabısqaqlıq ku'shleri denelerdin' betlerine suwıqlıqtın' jabısıwına alıp keledi. Sonlıqtan deneler betine tikkeley tiyip turg'an orınlarda jabısqaqlıqqa baylanıslı su'ykelis ku'shlerinin' shaması basımlar ayırması ku'shleri menen barabar dep juwmaq shıg'arıwg'a boladı. Usınday jag'daydın' orın alıwı ushın suyıqlıqtın' tezligi deneden alıslaw menen tez o'siwi kerek. Tezliktin' usınday tez o'siwi juqa betke tiyip turg'an ***shegaralıq qatlamda*** orın aladı.

Bul shegaralıq qatlamnın' qalın'lıg'ı δ ayqın tu'rde anıqlang'an fizikalıq shamalar qatarına kirmeydi. Sebebi qatlamnın' anıq shegarası joq. Qatlamnın' qalın'lıg'ı tek g'ana suyıqlıqtın' qa'siyetlerine baylanıslı bolıp qalmay, su'yirlengen denenin' formasına da baylanıslı boladı. Sonın' menen birge shegaralıq qatlam qalın'lıg'ı ag'ıstın' bag'ıtı boyınsha su'yirlengen denenin' aldın'g'ı jag'ınan arqı jag'ına qaray o'sedi. Sonlıqtan δ nın' da'l ma'nisi haqqında aytıwdın' mu'mkinshiligi bolmaydı. Onın' ma'nisin tek bahalaw kerek.

Shegaralıq qatlamnın' qalın'lıg'ın usı qatlamdag'ı jabısqaqlıq ku'shleri menen basım ayırmasınan payda bolg'an ku'shler menen ten'lestirip anıqlaw mu'mkin. Da'slep shegaralıq qatlamdag'ı suyıqlıqtın' bir birlik ko'lemine ta'sir etetug'ın su'ykelis ku'shi $f_{su'yk}$ tin' ma'nisin bahalaymız. Ag'ıs bag'ıtına perpendikulyar bag'ıtta suyıqlıq tezliginin' gradienti shama menen $\frac{v}{\delta}$ g'a barabar. Bir birlik ko'lemge ta'sir etiwshi ku'sh

$$f_{su'yk} \sim \frac{\eta S v/\delta}{S\delta} = \eta \frac{v}{\delta^2}.$$

Endi basımlar ayırmasınan payda bolg'an ku'shtin' shamasın bahalaymız. $f_{bas} = \mathrm{grad}\, P$. Bizdi tek ***ag'ıs bag'ıtındag'ı basımnın' gradienti*** qızıqtıradı. Bernulli ten'lemesinen

$$P = P_0 - \frac{1}{2}\rho v^2.$$

Bunnan

$$\mathrm{grad}\, P = -\frac{\rho}{2}\mathrm{grad}\, v^2.$$

Demek ma'nisi boyınsha f_{bas} ku'shinin' shaması $f_{bas} \sim \frac{\rho v^2}{l}$ shamasınday boladı. Bul an'latpada l arqalı suyıqlıq ag'ısı ishinde turgan denenin' sızıqlı u'lkenligi. Eki $f_{su'yk}$ ha'm f_{bas} ku'shlerin ten'lestirip ha'm a'dettegi arifmetikalıq a'piwayılastırıwdı a'melge asırıp

$$\delta \sim \sqrt{\frac{\eta l}{\rho v}}$$

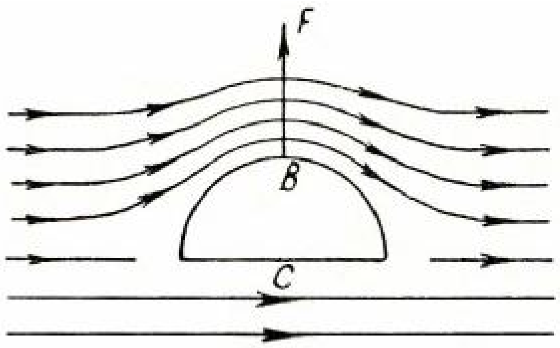
yamasa

$$\delta \sim \frac{l}{\sqrt{\mathrm{Re}}} \tag{27.57}$$

an'latpasın alamız. Mısalı diametri D = 10 sm, hawadag'ı tezligi v = 30 m/s bolg'an shar ushın Reynoldas sanı $Re = \frac{vD}{\nu} = 2\times10^5$ ke ($20^0 C$ temperaturada hawanın' kinematikalıq jabısqaqlıg'ı $\nu = 0{,}15$ sm^2/s), al shegaralıq qatlamnın' qalın'lıg'ı $\delta \sim 0{,}2$ millimetrge ten'.

Reynolds sanının' ma'nisi kishi, shama menen birdin' a'tirapında bolg'an jag'daylarda da $\delta \sim \frac{l}{\sqrt{Re}}$ formulasın keltirip shıg'arg'anda islegen boljawlarımızdı paydalanıwg'a bolmaydı. Biraq bul shegaralıq qatlamnın' o'lshemleri denenin' o'zinin' o'lshemleri menen ten'lesetug'ın jag'dayda da (27.57)-formula sapalıq jaqtan durıs na'tiyjelerdi beredi. Bunda shegaralıq qatlam haqqında aytıw ma'nisin jog'altadı. Shegaralıq qatlam haqqındag'ı ko'z-qaras statsionar laminar ag'ıs ushın da durıs kelmeydi. Bunın' sebebi jabısqaqlıq ku'shleri basım gradientleri menen tek g'ana deninin' a'tirapında emes, al suyıqlıqtın' barlıq ko'leminde ten'lesedi.

Shegaralıq qatlam deneden u'zilmese onda qozg'alıs suyıqlıqtı ideal suyıqlıq dep esaplanıw arqalı u'yreniliwi kerek. Shegaralıq qatlamnın' bar bolıwı denenin' effektivlik o'lshemlerin u'lkeyiwi menen barabar boladı. Suyıqlıq ag'ımına qarsı qarag'an deninin' aldın'g'ı beti usınday qa'siyetke iye. Biraq denenin' art ta'repinde shegaralıq ha'r waqıt ***shegaralıq qatlam dene betinen u'ziledi***. Bul jag'dayda jabısqaqlıq ku'shi tolıq jog'aladı degen ko'z-qaras haqıyqatlıqtan alıs bolg'an na'tiyjelerge alıp keledi. Shegaralıq qatlamnın' u'ziliwi deneni aylanıp o'tiwdi pu'tkilley o'zgertedi.



27-17 su'wret.

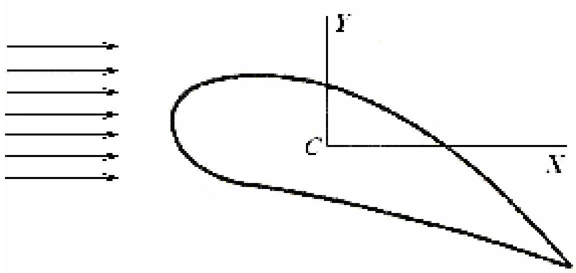
Jabısqaq suyıqlıqtın' simmetriyag'a iye emes deneni orap ag'ıwı. Denege suyıqlıq ta'repinen tu'sirilgen ku'shlerdin' qosındısı nolge ten' emes.

Jabısqaq suyıqlıqtın' simmetriyag'a iye emes deneni orap ag'ıwı. Bul jerde simmetriyag'a iye emes haqqında aytılg'anda suyıqlıqqa salıstırg'andag'ı qozg'alıw bag'ıtındag'ı simmetriya na'zerde tutılg'an. Bul jag'dayda, 27-17 su'wrette ko'rsetilgenindey suyıqlıq ta'repinen tu'sirilgen ku'shlerdin' qosındısı nolge ten' bolmaydı. Su'wrette a'piwayılıq ushın sheksiz uzın yarım tsilindr tu'rindegi dene keltirilgen. Denenin' C tegis betinde ag'ıs sızıqları usı betke parallel boladı, bul betke tu'setug'ın basımdı p g'a ten' dep belgileymiz. B noqatındag'ı basım r dan kem boladı. Sonlıqtan payda bolg'an qosındı ku'sh $F = \sum f_i \neq 0$. Bul ku'sh iyrimsiz ag'ısta ag'ıs sızıqlarına perpendikulyar boladı. İdeal suyıqlıqta bul ku'sh deneni ag'ıs bag'ıtında qozg'altpaydı, onı tek ag'ıs bag'ıtına perpendikulyar emes bag'ıtta jıljıtıwg'a tırısadı.

Jabısqaq suyıqlıq simmetriyasız deneni orap aqqanda denege ag'ıs ta'repinen ta'sir etiwshi ku'shlerdin' qosındsı F ku'shi ag'ıs sızıqlarına perpendikulyar bolmaydı. Bul jag'dayda onı eki qurawshıg'a jikleymiz: birewi ag'ıs bag'ıtında bag'ıtlang'an F_a, al ekinshisi ag'ısqa perpendikulyar bag'ıtlang'an F_p.

Samolet qanaatının’ ko’teriw ku’shi. U’ziliw qubılısı menen ko’teriw ku’shinin’ payda bolıwı tikkeley baylanıslı. Bizdi tiykarınan samolettın’ qanatına ta’sir etetug’ın ko’teriw ku’shi qızıqtıraldı. Biraq basqa formag’a iye deneler ushın da ko’teriw ku’shinin’ payda bolıw mexanizmleri samolettın’ qanatına tasir etetug’ın ko’teriw ku’shinin’ mexanizmi menen birdey bolatug’ınlıgın atap o’tiw kerek. Turaqlı tezlik penen ushıwshı samolettın’ ken’isliktegi orientatsiyası o’zgermeydi dep esaplaymız. Demek bunday ushıwda samoletqa ta’sir etiwshi barlıq ku’shlerdin’ momentleri bir birin ten’lestiredi degen so’z. Samolettın’ impuls momenti bolsa turaqlı bolıp qaladı. A’piwayılıq ushın hawada ten’ o’lshewli qozg’alatug’ın, bag’ıtı sızılmag’a perpendikulyar bag’ıtlang’an ayırım qanattı qaraymız (27-18 su’wret). Qanattın’ uzınlıg’ın sheksiz u’lken dep esaplaymız. Bunday qanat ***sheksiz uzınlıqqa iye qanat*** dep ataladı. Qanat penen baylanısqa esaplaw sistemasına o’tken qolaylı. Sol maqsette qanattın’ S massa orayına koordinata basın ornatamız. Bul esaplaw sistemasının’ inertsial bolatug’ınlıg’ın o’zi-o’zinen tu’sinikli dep esaplaymız

Solay etip biz qanattı qozg’almaydı, al hawanın’ qozg’alısın tegis dep esaplaymız. Ta’sir tiymegen xawa ag’ısı a’lbette ten’ o’lshewli boladı. Ga’plerimizdin’ bir ma’nisli bolıwı ushın to’mende aytılatug’ın barlıq qozg’alıs momentlerin sol C noqatına salıstırıp alamız. Qanattın’ o’zinin’ qozg’alıs mug’darının’ momenti nolge ten’. Sonlıqtan bul haqqında ga’p etpesek te boladı.

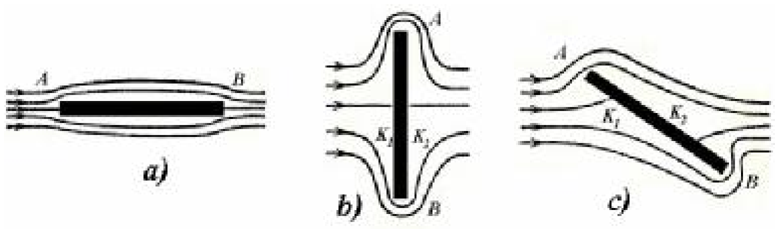


27-18 su’wret.

Ҳawada ten’ o’lshewli qozg’alatug’ın, bag’ıtı sızılmag’a perpendikulyar bag’ıtlang’an samolet qanatının’ su’wreti.

Ko’teriw ku’shinin’ payda bolıwı ushın qanat simmetriyalı bolmawı kerek yamasa qanat qozg’alatug’ın gorizont bag’ıtındag’ı tegislikke qarata simmetriyag’a iye bolmawı sha’rt (bunday simmetriyanı a’dette gorizont bag’ıtındag’ı tegislikke qarata aynalıq simmetriya dep ataymız). Mısalı o’z ko’sheri do’gereginde aylanbaytug’ın do’n’gelek tsilindr jag’dayında ko’teriw ku’shinin’ payda bolıwı mu’mkin emes. Demek biz aytıp atırg’an aynalıq simmetriya joq dep esaplaymız. Endi shegaralıq qatlamda qanattan qashıqlasqan sayın hawa bo’lekshelerinin’ tezligi artatug’ınlıg’ın eske tu’siremiz. Sonın’ saldarınan shegaralıq qatlamdag’ı qozg’alıs iyrimlik qozg’alıs bolıp tabıladı ha’m sog’an sa’ykes aylanıwdı o’z ishine aladı. Qanattın’ u’stinde aylanıw saat strelkasının’ qozg’alıw bag’ıtında, al to’meninde qarama-qarsı bag’ıtta qozg’aladı (eger suyıqlıq ag’ısı soldan on’g’a qaray qozg’alatug’ın bolsa). Meyli qanattın’ to’menindegi shegaralıq qatlamda turg’an hawa massası bir yamasa bir neshe iyrim tu’rinde julıp alınıp ketedi dep esaplaymız. Aylanıwshı qozg’alısqa qatnasqanlıqtan bul massa o’zi menen birge belgili bir impuls momentin alıp ketedi. Biraq hawanın’ ulıwmalıq qozg’alıs momenti o’zgere almaydı. Eger qanattın’ u’stingi ta’repinde shegaralıq qatlamnın’ u’zip alınıwı bolmasa qozg’alıs momentinin’ saqlanıwı ushın qanattın’ sırtı boyınsha ag’ıs saat strelkası bag’ıtında qozg’alıwı kerek. Basqa so’z benen aytqandı qanattın’ sırtı arqalı tiykarg’ı ag’ısqa qosılıwshı saat strelkası bag’ıtındag’ı hawanın’ tsirkulyatsiyası payda boladı. Qanat astındag’ı tezlik kishireyedi, al u’stinde u’lkeyedi. Sırtqı ag’ısqa Bernulli ten’lemesin qollanıwg’a boladı. Bul ten’lemeden tsirkulyatsiya na’tiyjesinde qanattın’ astında basımnın’ ko’beyetug’ınlıg’ı, al u’stinde azayatug’ınlıg’ı kelip shıg’adı. Payda bolg’an basımlar ayırması joqarıg’ı qaray bag’ıtlang’an ko’teriw ku’shi sıpatında ko’rinedi. Al julıp alıng’an iyrimler qanattın’ u’stingi ta’repinde payda bolsa «ko’teriw» ku’shi to’men qaray bag’ıtlanadı.

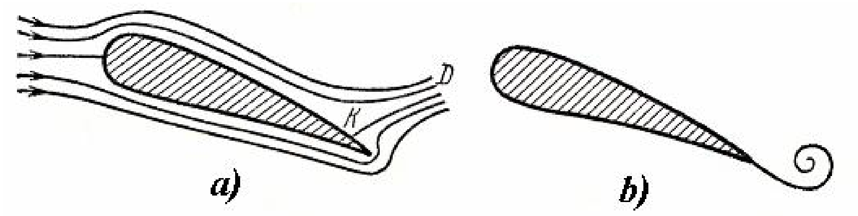
Ma’seleni teren’irek tu’siniw ushın ideal qozg’alıstın’ ag’ısına qoyılg’an juqa plastinkanı qaraymız (27-19 su’wret). Eger plastinka ag’ıs bag’ıtında koyılgan bolsa (27-19 a su’wret) suyıqlıqtın’ tezligi nolge aylanatugın kritikalıq noqatlar plastinkanın’ shetlerindegi A ha’m B noqatlarında jaylasadı. Eger plastinka ag’ısqa perpendikulyar qoyılg’an bolsa, onda sol eki kritikalıq noqat plastinkanın’ ortasına qaray jılısadı, al ag’ıs tezligi plastinkanın’ shetindegi A ha’m B noqatlarında maksimumg’a jetedi (27-19 b su’wret). Eger plastinka ag’ısqa qıyalap qoyılg’an bolsa (27-19 c su’wret), onda K_1 ha’m K_2 kritikalıq noqatları plastinkanın’ orayı menen shetleri arasındag’ı aralıq orınlarg’a iye boladı. Ag’ıs tezligi bul jag’dayda da plastinkanın’ shetlerinde maksimallıq ma’niske iye boladı. Kritikalıq K_2 noqatının’ a’tirapın qaraytug’ın bolsaq tezlik noqattın’ joqarısına salıstırg’anda to’mende u’lkenirek. Sebebi to’mengi ag’ıs alıstinkanın’ A shetine salıstırg’anda plastinkanın’ B shetine a’dewir jaqın jaylasqan. Ag’ıstın’ usınday kartinası baslang’ısh momentte ha’m jabısqaq suyıqlıqtın’ ag’ıwında payda boladı.



27-19 su’wret.

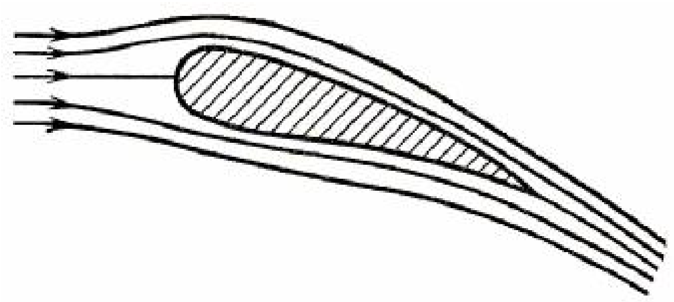
İdeal suyıqlıqtın’ ag’ısına qoyılg’an plastinka.

Samolettın’ qanatı jag’dayında da qanattın’ astındag’ı hawanın’ ag’ısı qozg’alıstın’ basında qanattın’ artqı ushın aylanıp o’tedi ha’m qanattın’ u’stin aylanıp o’tiwshi hawa menen *KD* sızıg’ı boyınsha ushırasadı (27-20 a su’wret). Bul jag’dayda da’slep ayırıp turıw beti payda boladı, al keyin bul bet iyrimge aylanadı ha’m aylanıs saat tili bag’ıtına qarama-qarsı bag’ıtlang’an boladı (27-20 b su’wret). Bul jag’day 27-22 su’wretlerde keltirilgen fotosu’wretlerde de ko’rinip tur. Sol su’wretlerdin’ da’slepki ekewinde (27-22 a ha’m b su’wret) qanat qozg’almaytug’ın esaplaw sistemasındag’ı ag’ıs, al keyingi su’wrette (27-22 c su’wret) ta’sir tiymegen suyıqlıq tınıshlıqta turg’an esaplaw sistemasındag’ı ag’ıs sa’wlelendirilgen. İyrimler qozg’alıs mug’darı momentin alıp ketedi, al qanattın’ a’tirapında saat tili bag’ıtındag’ı tsirkulyatsiya payda boladı. Qanat astındag’ı ag’ıs tezliginin’ u’lkeyiwi, al qanattın’ u’stindegi ag’ıs tezliginin’ kemeyiwi qanattın’ to’mengi shetine jetemen degenshe u’zilis noqatının’ awısıwına alıp keledi (27-21 su’wret). Eger jabısqaqlıq ku’shleri bolmag’anda quyınlardın’ bunnan bılay payda bolıwı orın almag’an ha’m sog’an sa’ykes qanattın’ a’tirapındag’ı tsirkulyatsiya toqtag’an bolar edi. Jıbasqaqlıq ku’shleri awhaldı o’zgertedi. Usının’ na’tiyjesinde qanattın’ a’tirapındag’ı tsirkulyatsiya a’stelik penen toqlaydı. U’ziliw sızıg’ı qanattın’ ushınan joqarı qaray jılısadı, yag’nıy iyrimlerdin’ payda bolıwı ushın ja’ne de sharayatlar tuwıladı. Jan’adan payda bolg’an iyrim tsirkulyatsiyanı ja’ne ku’sheytedi ha’m u’ziliw noqatın qanattın’ ushına qaytarıp alıp keledi. Samolet turaqlı tezlik penen qozg’alg’anda joqarıda ta’riplengen protsess qaytalanatugın xarakterge iye boladı. İyrimler qanattın’ artqı ushınan da’wirli tu’rde u’ziledi ha’m tsirkulyatsiyalın’ turaqlı shamasın tamiyinleydi.



27-20 su’wret. Samolettın’ qanatı jag’dayında da qanattın’ astındag’ı hawanın’ ag’ısı qozg’alıstın’ basında qanattın’ artqı ushın aylanıp o’tedi ha’m qanattın’ u’stin aylanıp o’tiwshi hawa menen KD sızıg’ı boyınsha ushırasadı. Da’slep ayırıp turıw beti payda boladı, al keyin bul bet iyrimge aylanadı ha’m aylanıs saat tili bag’ıtına qarama-qarsı bag’ıtlang’an boladı.

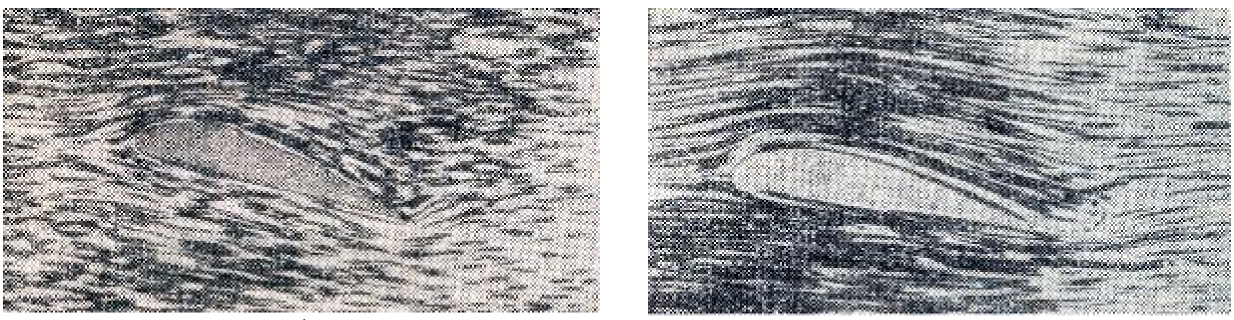
Qo’teriw ku’shinin’ shamasının’ tsirkulyatsiyadan g’a’rezliligi N.E.Jukovskiy ha’m Kutta ta’repinen bir birinen g’a’rezsiz tu’rde tabıldı. Olardın’ formulası sheksiz uzın bolg’an qanatqa arnalgan bolıp, usınday qanattın’ uzınlıq birligine tiyisli bolg’an ko’teriw ku’shinin’ shamasın beredi. Olar formulasın keltirip shıgararda qanat ideal suyıqlıqta ten’ o’lshewli qozgaladı ha’m onın’ a’tirapında turaqlı ma’nistegi tezlik tsirkulyatsiyası ju’zege keledi dep boljadı. Solay etip qanat qozg’almaytug’ın esaplaw sistemasında suyıqlıqtın’ qozg’alısı potentsial, biraq tsirkulyatsiya menen ju’redi. İdeal suyıqlıqta tsirkulyatsiyanın’ ma’nisi ag’ıstın’ tezligi ha’m ataka mu’yeshi menen hesh kanday baylanıspagan a’melde qa’legen ma’niske ten’ bolıwı mu’mkin. Biraq qanday az bolsa da jabıskaqlıq tsirkulyatsiyanın’ shamasının’ sol shamalardan g’a’rezli bolatugınlıgına alıp keledi. Usının’ menen birge tsirkulyatsiyanın’ o’zi jabıskaqlıqqa pu’tkilley g’a’rezli emes bolıp shıg’adı. Sonlıqtan Jukovskiy-Kutta formulası jabısqaqlıqqa iye bolg’an hawa ushın da qanattın’ ko’teriw ku’shine jaqsı jaqınlasıw bolıp tabıladı.



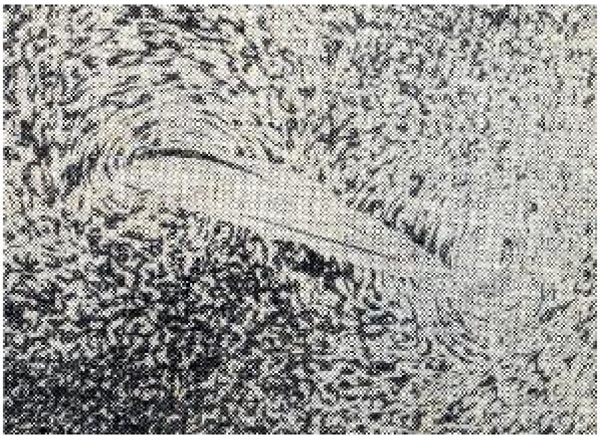
27-21 su’wret.

Qanat astındag’ı ag’ıs tezliginin’ u’lkeyiwi, al qanattın’ u’stindegi ag’ıs tezliginin’ kemeyiwi qanattın’ to’mengi shetine jetemen degenshe u’zilis noqatının’ on’ ta’repke awısıwına alıp keledi.

Endi Jukovskiy-Kutta formulasın keltirip shıg’arıwdın’ en’ a’piwayı usılın keltiremiz. Bul formulanı keltirip shıg’arıw ko’teriw ku’shinin’ payda bolıwı ushın tsirkulyatsiyanın’ a’hmiyetli ekenligin anıq ko’rsetedi.



a) b)



c)

27-22 cu’wret.

Ҳawa ag’ısının’ samolet qanatı a’tirapındag’ı qozg’alısların sa’wlelendiriwshi fotosu’wretler.

Suyıqlıq ag’ısı barlıq ta’replerde sheksizlikke shekem orın aladı dep esaplaymız. Burıng’ıday ta’sir tiymegen ag’ıs gorizont bag’ıtında dep qabıl etemiz: X ko’sheri ag’ıs bag’ıtında, al Y ko’sheri vertikal bag’ıtta X ko’sherine perpendikulyar bolsın. Meyli K qanatı koordinata basında ornalastırılg’an dep qabıl eteyik (27-23-su’wret). Qanattın’ u’stine ha’m astına bir birinen ten’dey qashıqlıqlarda jaylasqan tap sonday bolg’an qanatlardı ornalastıramız. Meyli sol qanatlardın’ ha’r birinin’ a’tirapında K qanatının’ a’tirapında payda bolg’anday tsirkulyatsiyalar payda bolg’an bolsın. Bunday jag’dayda suyıqlıqtın’ ornag’an ag’ısı Y boyınsha da’wirli bolatı. Eger qon’ısılas qanatlar arasındag’ı qashıqlıq sol qanatlardın’ kese-kesiminin’ o’lshemlerinen ju’da’ u’lken bolsa, onda jan’adan qosımsha qanatlardı kirgiziw tek K qanatına tikkeley jaqın orınlarda esapqa almastay da’rejede ag’ıstı o’zgerte aladı. Tek K qanatınan alıs orınlarda g’ana aytarlıqtay o’zgerisler orın aladı. $ABCD$ tuwrı mu’yeshli konturın ju’rgizemiz. Onın’ gorizont bag’ıtındag’ı ta’repleri qon’ısılas qanatlardın’ ortasınan o’tsin. Meyli onın’ uzınlıg’ı AD onın’ biyikliginen sheksiz u’lken bolsın. AB ha’m CD qaptal ba’riplerinde tezlik v gorizont bag’ıtındag’ı tezlik v_∞ penen tsirkulyatsiyanın’ saldarınan payda bolg’an v' tezliktin’ qosındısınan turadı. On’ ma’nistegi tsirkulyatsiya sıpatında saat tili bag’ıtındag’ı tsirkulyatsiyanı alamız. Usınday tsirkulyatsiyada AB ta’repinde v' tezligi joqarıg’a qaray bag’ıtlang’an (ma’nisi on’). Ultanı $ABCD$ bolg’an, al biyikligi su’wret tegisligine perpendikulyar bir birlikke iye tuwrı mu’yeshli parallelopipedtegi suyıqlıqtı qaraymız. dt waqıtı o’tkennen keyin parallelopipedtegi suyıqlıq $A'B'C'D'$ ko’lemine awısıp o’tedi. Onın’ qozg’alıs mug’darı $d\mathbf{I}$ dın’ o’simin esaplaymız. Statsionar ag’ısta bul o’sim dt waqıtı ishinde orın awıstırıw protsessinde suyıqlıqtın’ iye bolg’an qozg’alıs mug’darı menen orın almastırmastan burıng’ı qozg’alıs momentlerinin’ ayırmasına ten’. Su’wrettin’ Y ko’sheri bag’ıtında tolıq da’wirli bolatug’ınlıgın eske alıp $AA'M$ ha’m $BB'N$ ko’lemlerindegi qozg’alıs mug’darlarının’ birdey ekenligin an’g’aramız. MDD' ha’m NCC' ko’lemlerindegi qozg’alıs mug’darları o’z-ara ten’. Eger $CC'D'D$ ko’lemindegi qozg’alıs mug’darınan $AA'B'B$ ko’lemindegi qozg’alıs mug’darın alıp taslasaq izlenip atırg’an $d\mathbf{I}$ o’simin tabamız. Usı ko’lemlerdin’ ha’r biri $l\,v_\infty dt$ shamasına ten’ (l arqalı $AB = CD$ ta’repinin’ uzınlıg’ı belgilengen). Bul ko’lemlerdegi gorizont bag’ıtındag’ı v_∞ tezlikler barlıq ko’lemlerde birdey, al vertikal bag’ıttag’ı v' tezligi belgisi boyınsha ayrıladı. Sonlıqtan qozg’alıs mug’darının’ tek vertikal bag’ıttag’ı qurawshısı g’ana o’sim aladı. Bul osim mınag’an ten’:

$$dI_y = -2l\,v_\infty r\; v'\,dt\,.$$

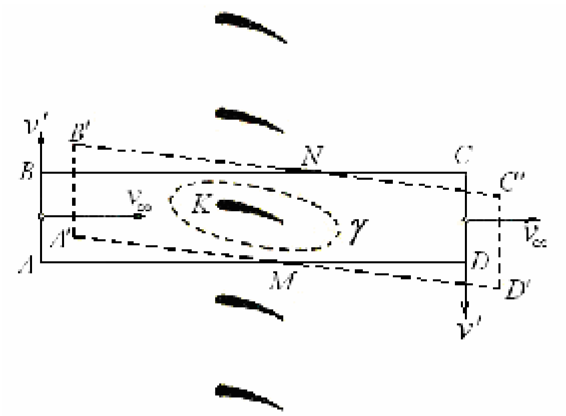
Biraq $2l\,v' = \Gamma$ shaması v' tezliginin’ $ABCD$ konturındag’ı tsirkulyatsiyası bolıp tabıladı. Al AD ha’m BC ta’repleri tsirkulyatsiyag’a hesh qanday u’les qospaydı. Bul ta’replerdegi v' tezliginin’ ma’nisi birdey ha’m $ABCD$ konturı boyınsha olar qarama-karsı bag’ıtlarg’a iye. Usının’ menen birge Γ bolsa tolıq tezlik $v = v_\infty + v'$ nın’ $ABCD$ konturının’ tsirkulyatsiyasının’ ma'nisi bolıp tabıladı. Sebebi turaqlı ag'za v_∞ tsirkulyatsiyag'a hesh kanday u'les qosa almaydı. Solay etip

$$dI_y = -\Gamma r\, v_\infty\, dt\,.$$

Suyıqlıqtın' qozg'alıs mug'darının' o'simi og'an ta'sir etiwshi sırtqı ku'shlerdin' impulsına ten'. Biz qarap atırg'an suyıqlıq massasına $ABCD$ beti boyınsha ta'sir etiwshi basım ku'shlerin itibarg'a almaymız. Sebebi olardın' qosındısı nolge ten'. Sonlıqtan qanat ta'repinen suyıqlıqqa ta'sir etetug'ın tek bir ku'sh qaladı. Bul ku'shtin' shaması belgisi boyınsha ko'teriw ku'shi F_y ke qarama-qarsı. Ku'sh impulsi haqqındag'ı teoremanı qollanıp biz

$$F_y = \Gamma\, r\, v_\infty \tag{27-58}$$

formulasın alamız ha'm bul formulanın' Jukovskiy Kutta formulası dep atalatug'ınlıg'ın atap o'temiz Bul formulanı keltirip shıg'arıw izbe-izliginen Γ shamasının' $ABCD$ konturı boyınsha tsirkulyatsiyanı tu'siniwimizdin' kerekligi kelip shıg'adı. Biraq potentsial ag'ıs ushın tsirkulyatsiya konturı g nı ıqtıyarlı tu'rde ju'rgiziwimiz mu'mkin. Tek g'ana ol K eonturın o'z ishine alıp, basqa konturlardı o'z ishine almawı a'hmiyetli.



27-23 su'wret.

Koordinata basına ornalastırılg'an K qanatı.

Gidrodinamikalıq uqsaslıq nızamları. Qanday da bir deneni yamasa deneler sisteması orap o'tetug'ın suyıqlıq ag'ısın qaraymız. Usının' menen birge sog'an sa'ykes suyıqlıq ta'repinen orap o'tiletug'ın sheksiz ko'p sanlı denelerdi, yamasa bir birine salıstırg'anda tap sonday bolıp ornalaskan denelerdi de qaraw mu'mkin. Usınday eki ag'ıstın' ta ***mexanikalıq jaqtan uqsas bolıwı*** ushın ag'ıs parametrleri ha'm suyıqlıqtı ta'ripleytug'ın turaqlılar (ρ, η ha'm basqalar) qanday sha'rtlerdi qanaatlandırıwı kerek degen soraw beriledi. Eger uqsaslıq bar bolatug'ın bolsa, birinshi sistema ushın ag'ıstı bile otırıp geometriyalıq jaqtan uqsas bolg'an basqa sistemadag'ı ag'ıstın' qanday bolatug'ınlıg'ın boljap beriw mu'mkin. Bul kemelerdi ha'm samoletlardın' konstruktsiyaların anıqlaw protsessinde u'lken a'hmiyetke iye. Ҳaqıyqatında da biz ko'rip ju'rgen korabller menen samoletlardı soqqanda da'slep geometriyalıq jaqtan uqsas, biraq kishireytilgen modelleri sınaqlardan o'tkeriledi. Keyin qayta esaplawlar ja'rdeminde real sistemalardın' qa'siyetleri anıqlanadı. Bunday ma'seleni sheshiwdin' an'sat usılın ***o'lshemler teoriyası*** beredi.

Ma'seleni ulıwma tu'rde shesheyik. Meyli $\mathbf{r}$ ha'm $\mathbf{v}$ bir birine uqsas noqatlardag'ı radius-vektor ha'm suyıqlıqtın' tezligi bolsın, l arqalı ***ta'n o'lshem*** ha'm v_0 arqalı ***ag'ıstın' ta'n tezligi*** belgilengen bolsın (usınday tezlik penen suyıqlıq «sheksizlikten» qarap atırılg'an sistemag'a keledi dep esaplanadı). Bul suyıqlıqtın' qa'siyeti tıg'ızlıq ρ, jabısqaqlıq η ha'm qısılg'ıshlıq penen ta'riyiplensin. Qısılg'ıshlıqtın' ornına sestin' qarap atırılg'an suyıqlıqtag'ı tezligin alıw mu'mkin. Eger salmaq ku'shi a'hmiyetke iye bolsa erkin tu'siwdegi tezleniw g alınadı. Eger suyıqlıqtın' ag'ısı statsionar bolmasa, onda ag'ıs sezilerliktey o'zgeretug'ın ***ta'n waqıt*** τ alınıwı kerek. Sonlıqtan

$$\mathbf{v},\ v_0,\ \mathbf{r},\ l,\ \rho,\ \eta,\ c,\ g,\ \tau$$

shamaları arasında qozg'alıs ten'lemeleri bar bolg'anlıqtan, olar arasında funktsionallıq baylanıstın' orın alıwı kerek. Olardan altı dana o'lshemsiz kombinatsiyalar du'ze alamız. Usıg'an $\frac{\mathbf{v}}{v_0}$, $\frac{\mathbf{r}}{l}$ eki qatnası ha'm o'lshem birligi joq to'rt dana san kiredi:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho l v_0}{\eta} = \frac{l v_0}{\nu}, \tag{27-59a}$$

$$\mathrm{F} = \frac{v_0^2}{gl}. \tag{27-59b}$$

$$\mathrm{M} = \frac{v_0}{c}, \tag{27-59c}$$

$$\mathrm{S} = \frac{v_0 \tau}{l}. \tag{27-59d}$$

O'lshemlik qag'ıydası boyınsha usı o'lshem birligi joq kombinatsiyalardın' biri qalg'anlarının' funktsiyası bolıwı kerek. Mısalı:

$$\frac{\mathbf{v}}{v_0} = f\left(\frac{r}{l}, \mathrm{Re}, \mathrm{F}, \mathrm{M}, \mathrm{S}\right) \tag{27-60}$$

yamasa

$$\mathbf{v} = v_0 f\left(\frac{r}{l}, \mathrm{Re}, \mathrm{F}, \mathrm{M}, \mathrm{S}\right). \tag{27.61}$$

Eki ag'ıs ushın joqarıda keltirilgen altı o'lshem birligi joq kombinatsiyalardın' besewi eki ag'ıs ushın birdey bolsa, onda altınshı kombinatsiya da qalg'anları menen birdey bolıp shıg'adı. Bul ***ag'ıslardın' uqsaslıg'ının' ulıwmalıq nızamı***. Al ag'ıslardın' o'zleri bolsa ***mexanikalıq jaqtan*** yamasa ***gidrodinamikalıq uqsas*** dep ataladı.

(27-59a) ***Reynoldas*** (1842-1912) ***sanı***, (27-59b) ***Frud sanı***, (27-59c) ***Max sanı***, (27-59d) ***Struxal sanı*** dep ataladı. Max penen Struxal sanları fizikalıq jaqtan tu'sindiriwdi talap etpeydi. Al Reynoldas ha'm Frud sanlarının' fizikalıq ma'nislerin tu'sindiriw kerek. Eki sannın' da o'lshem birligi joq ekenligine itibar beriwimiz kerek. Reynoldas sanı kinetikalıq energiyanın' jabısqaqlıqtın' bar bolıwı saldarınan ta'n uzınlıqta jog'alg'an kinetikalıq energiyasına proportsional shama bolıp tabıladı. Ҳaqıyqatında da suyıqlıqtın' kinetikalıq energiyası $E_{kin} \sim \frac{1}{2}\rho v_0^2 l^3$. Jabısqaq kernew $\frac{\eta v_0}{l}$ din' ma'nisin ten maydan l^2 qa ko'beytiw arqalı jabısqaqlıq ku'shin tabamız. Bul ku'sh $\eta v_0 l$ shamasına ten' bolıp shıg'adı. Bul ku'shti ta'n uzınlıqqa ko'beytsek jabısqaqlıq ku'shi jumısın tabamız: $A \sim \eta v_0 l^2$. Kinetikalıq energiyanın' jumısqa qatnası

$$\frac{E_{kin}}{A} \sim \frac{\rho l v_0}{\eta}$$

inertsiya menen jabısqaqlıqtın’ salıstırmalı ornın anıqlaydı eken. Bul Reynolds sanı bolıp tabıladı. ***Reynolds sanının’ u’lken ma’nislerinde inertsiya, al kishi ma’nislerinde jabısqaqlıq tiykarg’ı orındı iyeleydi.***

Sol sıyaqlı ma’niske Frud sanı da iye. ***Ol kinetikalıq energiyanın’ suyıqlıq ta’n uzınlıqtı o’tkendegi salmaq ku’shinin’ jumısına qatnasına proportsional*** shama bolıp tabıladı. Frud sanı qanshama u’lken bolsa salmaqtın’ qasında inertsiyanın’ tutqan ornı sonshama u’lken ekenligin ko’remiz.

28-§. Su’ykelis ku’shleri

Qurg’aq su’yelis. Suyıq su’ykelis. Su’ykelis ku’shlerinin’ jumısı. Suyıq su’ykelis bar jag’daydag’ı qozg’alıs. Stoks formulası. Shekli tezlikke jaqınlasıw.

Qurg’aq su’ykelis. Eger eki dene o’z betleri menen bazı bir basım astında tiyisip turatug’ın bolsa, onda usı tiyisetug’ın betke urınba bag’ıtında kishi ku’sh tu’skeni menen bul deneler bir birine salıstırg’anda qozg’alısqa kelmeydi (28-1 su’wret). Jıljıwdın’ baslanıwı ushın ku’shtin’ ma’nisi belgili bir minimal shamadan asıwı kerek***. Deneler bir biri menen belgili basım menen tiyisip turatug’ın bolsa, onda olardı bir birine salıstırg’anda jıljıtıw ushın usı jıljıwg’a qarsı qartılg’an ku’shten u’lken ku’sh tu’siriw kerek. Bul ku’shler tınıshlıqtag’ı su’ykelik ku’shleri dep ataladı***. Jıljıwdın’ baslanıwı ushın sırtqı tangensial bag’ıtlang’an ku’shtin’ ma’nisi belgili shamadan artıwı kerek. Solay etip tanashlıqtag’ı su’ykelis ku’shi f_{tnsdh}^{max} nolden baslap bazı bir maksimum shaması f_{tnsdh}^{max} ma’nisine shekem o’zgeredi. Bul ku’sh sırttan tu’sirilgen ku’shtin’ ma’nisine ten’. Bag’ıtı boyınsha qarama-qalsı bolıp, sırtqı ku’shti ten’lestiredi. Su’ykelis ku’shi basımg’a, denenin’ materialına, bir birine tiyisip turg’an betlerdin’ tegisligine baylanıslı.

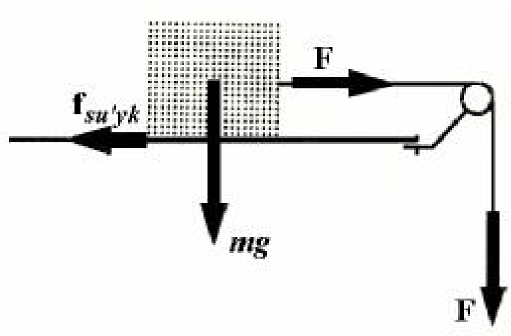
Sırtqı tangensial ku’sh f_{tnsdh}^{max} ten u’lken ma’niske iye bolsa tiyip turg’an betler boyınsha jıljıw baslanadı. ***Bul jag’dayda su’ykelis ku’shi tezlikke qarsı bag’ıtlang’an***. Ku’shtin’ san shaması tegislengen betler jag’dayında kishi tezliklerde tezlikke baylanıslı bolmaydı ha’m f_{tnsdh}^{max} shamasına ten’. Su’ykelis ku’shinin’ tezlikke g’a’rezliligi 28-2 a su’wrette ko’rsetilgen. $v \neq 0$ bolg’an barlıq tezliklerde su’ykelis ku’shi anıq ma’niske ha’m bag’ıtqa iye. $v = 0$ de onın’ shaması bir ma’nisli anıqlanbaydı ha’m sırttan tu’sirilgen ku’shke baylanıslı boladı.

Biraq su’ykelis ku’shlerinin’ tezlikten g’a’rezsizligi u’lken emes tezliklerde baqlanadı. 28-2 b su’wrette ko’rsetilgendey tezlik belgili bir shamag’a shekem o’skende su’ykelis ku’shleri tınıshlıqtag’ı su’ykelis ku’shinin’ shamasına salıstırg’anda kemeyedi, al keyin artadı.

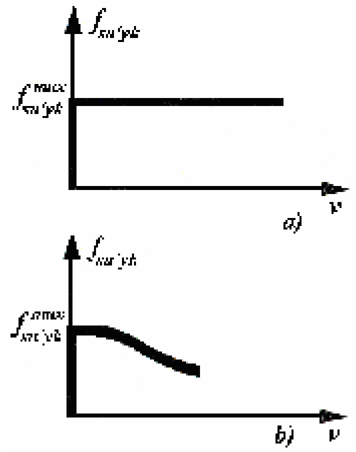
Qarap atırg’an su’ykelis ku’shlerinin’ o’zine ta’n ayırmashılıg’ı sol ku’shlerdin’ bir birine tiyisip turg’an betlerdin’ bir birine salıstırg’andag’ı tezligi nolge ten’ bolg’anda da jog’almaytug’ınlıg’ı bolıp tabıladı. **Usınday su’ykelis qurg’aq su’ykelis dep ataladı**. Joqarıdag’ı 28-1 su’wrette jag’daydag’ı su’ykelis ku’shi

$$f_{su'yk} = k'mg$$

formulası menen beriledi (yag'nıy ***su'ykelis ku'shinin' shaması denenin' salmag'ına tuwrı proportsional***). Bul an'latpada k' arqalı su'ykelis koeffitsienti dep atalatug'ın koeffitsient belgilengen. Bul koeffitsient $\frac{f_{su'yk}}{mg}$ nın' ma'nisi a'dette eksperimentte anıqlanadı.



28-1 su'wret. Qurg'aq su'ykelis.



28-2 su'wret. Qurg'aq su'ykelis ku'shinin' tezlikke baylanıslılıg'ı. Ordinata ko'sherlerine tezlikke qarsı bag'ıtlang'an ku'sh qoyılg'an.

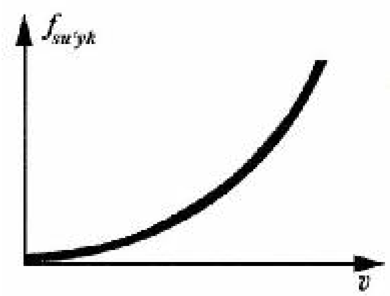
Qurg'aq su'ykelistin' bolıwı bir birine tiyisip turg'an betlerdegi atomlar menen molekulalardın' o'z-ara ta'sirlesiw menen baylanıslı. Al atomlar menen molekulalar bir biri menen ta'biyatı elektromagnit ku'shler menen ta'sirlesedi. Sonlıqtan qurg'aq su'ykelis elektromagnit ta'sirlesiwdin' na'tiyjesinde payda boladı dep juwmaq shıg'aramız.

Suyıq su'ykelis. Eger biri birine tiyip turg'an betlerdi maylasaq, onda jıljıw derlik nolge ten' ku'shlerdin' ta'sirinde-aq a'melge asa baslaydı. Bul jag'dayda, mısalı metaldın' qattı betleri bir biri menen ta'sirlespey, betlerge maylag'ında jag'ılg'an may plenkası ta'sirlesedi. ***Tınıshlıqtag'ı su'ykelis ku'shi bolmaytug'ın bunday su'ykelis suyıq su'ykelis ku'shi dep ataladı***. Gazde yamasa suyıqlıqta metal sharik ju'da' kishi ku'shlerdin' ta'sirinde qozg'ala aladı.

Suyıq su'ykelis ku'shinin' tezlikke g'a'rezliligi 28-3 su'wrette ko'rsetilgen. Ku'shtin' kishi ma'nislerinde su'ykelis ku'shinin' ma'nisi tezlikke tuwrı proportsional, yag'nıy

$$f_{su'yk} = -kv.$$

Bul formulada k arqalı proportsionallıq koeffitsienti belgilengen. Onın' ma'nisi suyıqlıq yamasa gazdin' qa'siyetlerine, denenin' geometriyalıq ta'riplemelerine, denenin' betinin' qa'siyetlerine baylanıslı. v arqalı denenin' tezligi belgilengen.



28-3 su'wret.

$f_{su'yk}$ suyıq su'ykelis ku'shinin' v tezlikke baylanıslılıg'ı. Ordinata ko'sherine tezlikke qarama-qarsı bag'ıtlang'an ku'shler qoyılg'an.

Qattı deneler gazde yamasa suyıqlıqta qozg’alg’anda su’ykelis ku’shlerinen basqa denelerdin’ tezligine qarama-qarsı bag’ıtlang’an ***qarsılıq ku’shleri*** de orın aladı. Bul ku’shler tutas deneler mexanikasında u’yreniledi.

Su’ykelis ku’shlerinin’ jumısı. Tınıshlıqtag’ı su’ykelis ku’shlerinin’ jumısı nolge ten’. Qattı betlerdin’ sırg’anawında su’ykelis ku’shleri orın almastırıwg’a qarsı bag’ıtlang’an. Onın’ jumısı teris belgige iye. Bul jag’dayda kinetikalıq energiya bir biri menen su’ykelisetug’ın betlerdin’ ishki energiyasına aylanadı - onday betler qızadı. Suyıq su’ykeliste de kinetikalıq energiya jallılıq energiyasına aylanadı. Sonlıqtan ***su’ykelis bar bolg’andag’ı qozg’alıslarda energiyanın’ saqlanıw nızamı kinetikalıq ha’m potentsial energiyalardın’ qosındısının’ turaqlı bolıp qalatug’ınlıg’ınan turmaydı***. Su’ykelis barda usı eki energiyanın’ qosındısı kemeyedi. Energiyanın’ ishki energiyag’a aylanıwı a’melge asadı.

Suyıq su’ykelis bar jag’daydag’ı qozg’alıs. Qurg’aq su’ykeliste tezleniw menen qozg’alıs su’ykelis ku’shinnin’ maksimal ma’nisinen artıq bolg’anda a’melge asadı. Bunday jag’daylarda turaqlı sırtqı ku’shtin’ ta’sirinde dene ta’repinen alınatug’ın tezlik sheklenbegen. ***Suyıq su’ykelis bolg’anda jag’day basqasha***. Bunday jag’dayda turaqlı ku’sh penen dene tek g’ana ***sheklik dep atalatug’ın tezlikke*** shekem tezletedi. Usınday tezlikke jetkende $f_{su'yk} = kv$ su’ykelis ku’shi sırttan tu’sirilgen ku’shti ten’lestiredi ha’m dene ten’ o’lshewli qozg’ala baslaydı. Sonlıqtan sheklik tezlik ushın $v_{shek} = \frac{f_{su'yk}}{k}$ formulasın qollanıw mu’mkin.

Stoks formulası. Suyıq su’ykelis ku’shin esaplaw quramalı ma’sele bolıp tabıladı. Su’ykelis ku’shi suyıqlıqta qozg’alıwshı denenin’ formasına ha’m ***suyıqlıqtın’ jabısqaqlıg’ına*** baylanıslı. U’lken emes shar ta’rizli deneler ushın bul ku’sh ***Stoks formulası*** ja’rdeminde anıqlanıwı mu’mkin:

$$f_{su'yk} = 6\pi\mu r_0 v \qquad (28.1)$$

Bul an’latpada r_0 arqalı shardın’ radiusı, μ arqalı jabısqaqlıq koeffitsienti (yamasa dinamikalıq jabısqaqlıq) beliglengen. Xa’r bir suyıqlıq ushın jabısqaqlıq koeffitsientinin’ ma’nisi fizikalıq kestelerden alınadı.

Stoks formulası ko’p jag’daylar ushın qollanıladı. Mısalı, eger ku’sh berilgen, al shekli tezlik ta’jiriybede anıqlang’an bolsa, onda shardın’ radiusın anıqlaw mu’mkin. Eger shardın’ radiusı belgili bolsa, shekli tezlikli anıqlap ku’shti tabadı.

Shekli tezlikke jaqınlaw. Bir o’lshemli ken’islikte su’ykelis ku’shleri bar jag’daylarda denenin’ qozg’alısı

$$m\frac{dv}{dt} = f_0 - kv \qquad (28.2)$$

ten’lemesi menen ta’riplenedi. f_0 ku’shin turaqlı dep esaplaymız. Meyli $t = 0$ waqıt momentinde tezlik $v = 0$ bolsın. Ten’lemenin’ sheshimin integrallaw arqalı tabamız:

$$\int_0^v \frac{dv}{1-(k/f)v} = \frac{f_0}{m}\int_0^t dt, \qquad (28.3)$$

bunnan

$$\frac{f_0}{k} ln\left(1-\frac{k}{f_0}v\right)=\frac{f_0}{m}t.$$

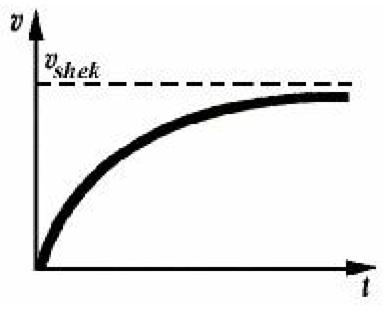
Bul an’latpanı potentsiallag’annan (logarifmdi jog’altqannan) keyin

$$v(t)=\frac{f_0}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right) \tag{28.4}$$

formulasın alamız. Bul baylanıs grafigi 28-4 su’wrette ko’rsetilgen. $v(t)$ tezligi 0 den $v_{shek}=f_0/k$ shamasına shekem eksponentsial nızam boyınsha o’sedi. Eksponenta o’zinin’ ko’rsetkishine ku’shli g’a’rezlilikke iye. Ko’rsetkishtin’ shaması -1 ge jetkende nolge umtılıw orın aladı. Sonlıqtan ko’rsetkish -1 ge ten’ bolaman degenshe o’tken τ waqıtı ishinde tezlik belgili bir shekli ma’nisine iye boladı dep esaplawg’a boladı. Bul shamanın’ ma’nisin $\frac{k\tau}{m}=1$ sha’rtinen anıqlanıw mu’mkin. Bunnan $\tau=\frac{m}{k}$. Shar ta’rizli deneler ushın Stoks formulası boyınsha $k=6\pi\mu r_0$. Shardın’ ko’lemi $\frac{4}{3}\pi r_0^3$ bolg’anlıqtan shekli tezlikke shekem jetiw waqıtı mınag’an ten’ boladı:

$$\tau=\frac{m}{6\pi\mu r_0}=\frac{2}{9}\rho_0\frac{r_0^2}{\mu}. \tag{28.5}$$

Bul an’latpada ρ_0 arqalı denenin’ tıg’ızlıg’ı belgilengen. Glitserin ushın $\mu\approx 14\frac{g}{cm\cdot s}$. Sonlıqtan tıg’ızlıg’ı $\rho_0\approx 8$ g/sm^3, radiusı $r_0\approx 1$ sm bolg’an polat shar $\tau\approx 0{,}13$ s ishinde shekli tezligine jetedi. Eger $r_0\approx 1$ mm bolg’anda waqıt shama menen 100 ese kishireyedi.



28-4 su’wret.

Suyıq su’ykelis orın alg’an jag’daydag’ı tezliktin’ shekli ma’nisine jaqınlasıwı.

Denelerdin’ hawada qulap tu’siwi. Deneler hawada a’dewir u’lken bolg’an tezliklerde qulap tu’skende jabısqaqlıq su’ykelis ku’shleri menen bir qatar aerodinamikalıq sebeplerge baylanıslı kelip shıg’atug’ın ku’shler de orın aladı. Bunday ku’shlerdin’ ta’biyatı tutas deneler mexanikasında tolıg’ıraq u’yreniledi. Biz bul jerde hawanın’ denelerdin’ qozg’alısına qarsılıq jasaw ku’shinin’ tezlikke proportsional ekenligin an’g’aramız. Deneler hawada erkin tu’siw barısında salmaq ku’shinin’ shaması menen hawanın’ qarsılıq ku’shinin’ shaması o’z-ara ten’leskende tezliktin’ sheklik ma’nisi ornaydı. Mısal retinde aerostattan sekirgen parashyutshının’ parashyut ashılaman degenshe erkin tu’siwin qarayıq (biz ha’zir tınısh turg’an aerostattan sekirgen adam haqqında ga’p qılıp atırmız, eger adam ushıp baratırg’an samolettan sekirgende basqa jag'daylar orın alg'an bolar edi). Ta'jiriybeler hawada qulap tu'sip baratırg'an adam ushın tezliktin' sheklik ma'nisinin' shama menen 50 m/s ekenligin ko'rsetedi. Tezliktin' sheklik ma'nisi bolg'an $v_{shek} \approx 50$ m/s shamasın qabıl etemiz (a'lbette bul ma'nis parashyutshının' massasına, adamnın' o'lshemlerine de, adam denesinin' qulap tu'siw bag'ıtına salıstırg'andag'ı jaylasıwına da, atmosferalıq sharayatlarg'a, basqa da sebeplerge baylanıslı ekenligin an'sat an'g'aramız). X ko'sherin joqarı vertikal bag'ıtına qaray bag'ıtlaymız, al koordinata bası bolg'an $x = 0$ noqatın Jer betinin' qa'ddinde alamız. Biz qarap atırg'an jag'daylarda (biz qarap atırg'an tezliklerdin' ma'nislerinde) hawanın' qarsılıg'ı tezlikke proportsional bolg'anlıqtan qozg'alıs ten'lemesin bılayınsha jaza alamız:

$$m\dot{v} = m\ddot{x} = -mg + \kappa v^2. \qquad (28.6)$$

Bul an'latpada κ arqalı su'ykelis koeffitsienti an'latılg'an (a'lbette $\kappa > 0$). Tezliktin' sheklik ma'nisi v_{shek} shaması belgili dep esaplap, usı ma'nis arqalı su'ykelik koeffitsienti κ nı an'latamız. Shekli tezlik penen ju'riwshi ten' o'lshewli qozg'alıs ushın mınag'an iye bolamız:

$$m\ddot{x} = 0 = -mg + \kappa v_{shek}^2.$$

Bunnan $\kappa = \dfrac{mg}{v_{shek}^2}$ shamasın alamız. Bul an'latpanı esapqa alıp (28.6) nı bılayınsha qaytadan jazamız:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{g}{v_{shek}^2}\left(v_{shek}^2 - v^2\right).$$

Alıng'an an'latpanı integrallap

$$\int_0^v \frac{dv}{v_{shek}^2 - v^2} = -\frac{g}{v_{shek}^2}\int_0^t dt$$

ha'm

$$\frac{1}{2v_{shek}} \mathit{ln}\frac{v_{shek}^2 + v^2}{v_{shek}^2 - v^2} = -\frac{g}{v_{shek}^2} t$$

an'latpaların alamız. Eger usı an'latpalardı potentsiallasaq tezlik ushın

$$v = -v_{shek}\frac{1 - \mathit{exp}\left(-2gt / v_{shek}\right)}{1 + \mathit{exp}\left(-2gt / v_{shek}\right)} \qquad (28.7)$$

an'latpasına iye bolamız. Qulap tu'siwdin' da'slepki da'wiri ushın (bul da'wirde $2gt / v_{shek} << 1$) eksponentanı qatarg'a jayıw ha'm qatardın' t boyınsha sızıqlı ag'zası menen shekleniw mu'mkin. Bunday jag'dayda

$$\mathit{exp}\left(-2gt / v_{shek}\right) \approx 1 - 2gt / v_{shek} \qquad (28.8)$$

Demek (28.7) formuladan

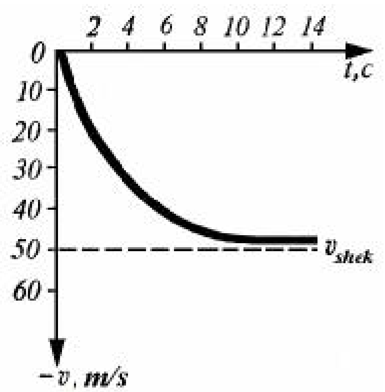
$$v = -gt$$

baylanısın alamız ha’m qulawdın’ da’slepki da’wirlerinde a’dettegi erkin tu’siwdin’ orın alatug’ınlıg’ın ko’remiz. Demek bunday jag’dayda hawanın’ qarsılıg’ı hesh qanday a’hmiyetke iye bolmaydı eken.

Tezliktin’ artıwı menen hawanın’ qarsılıq ku’shinin’ ma’nisi o’sedi ha’m tezliktin’ sheklek ma’nislerine jaqın tezliklerde bul ku’sh anıqlawshı ku’shke aylanadı. Bunday jag’daylarda $2gt / v_{shek} >> 1$ ha’m sonlıqtan (28.7)-formulanın’ bo’limindegi eksponentanı esapqa almawg’a boladı. Sonlıqtan (28.7)-formula mına tu’ske enedi:

$$\frac{v_{shek} - v}{v_{shek}} = exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right). \qquad (28.9)$$

Solay etip $t = 10$ sekundta tezlik tezliktin’ sheklik ma’nisinen shama menen $e^{-4} \approx 1/50$ shamasına, yag’nıy 1 m/s qa parıq qıladı eken. Sonlıqtan parashyutshı sekirgen momentten 10 sekund o’tkennen keyin sheklik tezlikke jetedi dep esaplawg’a boladı. Parashyutshının’ tezliginin’ waqıttan g’a’rezliligi 28-5 su’wrette keltirilgen.



28-5 su’wret.

Parashyutshının’ erkin tu’siwindegi tezliktin’ waqıttan g’a’rezliligi.

(28.7)-an’latpanın’ eki bo’limin de waqıt boyınsha integrallap parashyutshının’ qulap tu’siwdin’ barısında o’tken jolın tabamız:

$$\begin{aligned} \int_0^t v\,dt &= -v_{shek}\int_0^t \frac{1 - exp(-2gt / v_{shek})}{1 + exp(-2gt / v_{shek})}\,dt = \\ &= -v_{shek}\int_0^t \left(1 - \frac{2\,exp(2gt / v_{shek})}{1 + exp(2gt / v_{shek})}\right)dt\,. \end{aligned} \qquad (28.10)$$

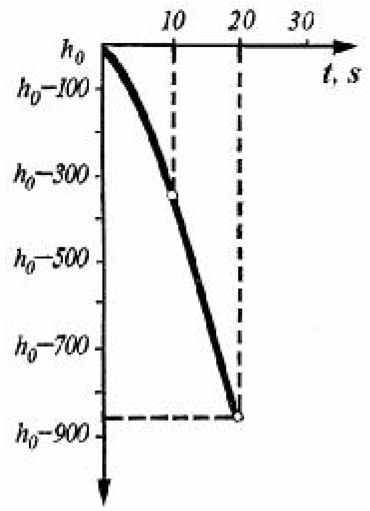
Endi

$$-\frac{2\,exp(2gt / v_{shek})}{1 + exp(2gt / v_{shek})} = \frac{v_{shek}}{2g}\,d\,ln[1 + exp(2gt / v_{shek})] \text{ ha’m } v\,dt = dx$$

ekenligin esapqa alıp (28.10) an’latpasınan

$$h_0 - x = v_{shek}\left[t - \frac{v_{shek}}{g} ln \frac{2}{1 + exp(-2gt / v_{shek})}\right] \qquad (28.11)$$

formulasın alamız. Bul formulada h_0 arqalı parashyutshı qulap tu'se baslaytug'ın biyiklik belgilengen. (28.11) den 10 s waqıt ishinde parashyutshının' shama menen 300 mektr joldı o'tetug'ınlıg'ına iye bolamız. Bunnan keyin parashyut ashılaman degenshe parashyutshı tezliktin' sheklik ma'nisindey turaqlı tezlik penen ten' o'lshewli qozg'aladı (28-6 su'wret).



28-6 su'wret.

Parashyutshının' erkin tu'siwindegi o'tken joldın' waqıttan g'a'rezliligi.

Ashıq parashyut penen erkin tu'siwshi parashyutshının' tezliginin' sheklik ma'nisi 10 m/s shamasınan a'dewir kishi. Sonlıqtan parashyut ashılg'anda parashyutshının' tezligi tezden 50 m/s shamasınan 10 m/s shamasına shekem kishireyedi. Bul qubılıs (parashyutshının' tezliginin' kishireyiwi) u'lken tezleniwdin' payda bolıwı ha'm usıg'an sa'ykes parashyutshıg'a u'lken ku'shtin' ta'sir etiwi menen ju'zege keledi. Bul ku'shlerdin' ta'sir etiwin ***dinamikalıq soqqı*** dep ataydı.

A'dette u'lken tezlikler menen ushıwshı samolettın' tezligi sekundına bir neshe ju'zlegen metrlerge jetedi. Sonlıqtan tınısh turg'ın aerostattan sekirgen parashyutshı haqqında aytılg'anlar bul jag'dayda bir qansha basqasha boladı.

Sorawlar:

Dene qozg'almay turg'anda qurg'aq su'ykelis ku'shi nege ten' ha'm qalay qarap bag'ıtlang'an?

Denenin' tezligi nolge ten' bolg'anda suyıq su'ykelis ku'shi nege ten''?

Qurg'aq su'ykelis ku'shi tezlikke qalay baylanıslı?

Suyıq su'ykelis ku'shi tezlikke qalay baylanıslı?

Ҳawada qulap tu'skende adamnın' shama menen alıng'an shekli tezligi nege ten''?

29-§. Terbelmeli qozg'alıs

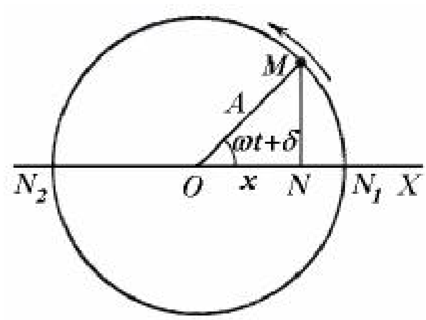
Garmonikalıq terbelisler. Garmonikalıq terbelislerdi kompleks formada ko'rsetiw. Birdey jiyiliktegi garmonikalıq terbelislerdi qosıw. Menshikli terbelis. Da'slepki sha'rtler. Energiya. Terbelislerdin' so'niwi. Ma'jbu'riy terbelisler. Rezonans. Amplitudalıq rezonanslıq iymeklik. Prujinag'a ildirilgen ju'ktin' garmonikalıq terbelisi. Fizikalıq mayatnik.

Biz a'piwayı ***mexanikalıq terbelislerdi*** qaraymız. Tallawlarımızdı materiallıq noqattın' ***terbelmeli qozg'alısının*** baslaymız. Bunday qozg'alısta materiallıq noqat birdey waqıt aralıqlarında bir awhal arqalı bir bag'ıtqa qaray o'tedi.

Terbelmeli qozg'alıslardın' ishindegi en' a'hmiyetlisi ***a'piwayı*** yamasa ***garmonikalıq terbelmeli qozg'alıs*** bolıp tabıladı. Bunday qozg'alıstın' xarakteri to'mendegidey kinematikalıq model tiykarında ayqın ko'rinedi. Radiusı A bolg'an shen'ber boyınsha M geometriyalıq noqatı ω mu'yeshlik tezligi menen ten' o'lshewli qozg'alatug'ın bolsın (29-1 su'wret). Bul noqattın' diametrge, mısalı X ko'sherine tu'sirilgen proektsiyası shetki N_1 ha'm N_2 noqatları arasında terbelmeli qozg'alıs jasaydı. N noqatının' bunday terbelisi a'piwayı yamasa garmonikalıq terbelis dep ataladı. Bunday terbelisti ta'riplew ushın N noqatının' koordinatası bolg'an x tı t waqıttın' funktsiyası sıpatında ko'rsetiwimiz kerek. Meyli waqıttın' baslang'ısh momentinde ($t = 0$ waqıt momentinde) OM radiusı ha'm X ko'sheri arasındag'ı mu'yesh δ bolsın. t waqıttı o'tkende bul mu'yesh ωt o'simin aladı ha'm $\omega t + \delta$ g'a ten' boladı. 29-1 su'wretten

$$x = A\cos(\omega t + \delta) \qquad (29.1)$$

ekenligi ko'rinip tur. Bul formula N noqatının' N_1N_2 diametri boyındag'ı garmonikalıq terbelisin analitikalıq tu'rde ta'ripleydi.



29-1 su'wret.

Garmonikalıq terbelistin' ten'lemesin alıw ushın arnalg'an sızılma.

Joqarıdag'ı (29.1)-formulada A arqalı terbeliwshi noqattın' ten' salmaqlıq Î halınan en' maksimum bolg'an awıtqıwı belgilengen. Bul A shaması ***terbelis amplitudası*** dep ataladı. ω shaması terbelistin' ***tsikllıq jiyiligi*** dep ataladı. $\omega t + \delta$ bolsa terbelisler fazası, al onın' $t = 0$ waqıt momentindegi ma'nisi δ ***baslang'ısh faza*** dep ataladı. Eger baslang'ısh faza $\delta = 0$ bolsa

$$x = A\,cos\,\omega t,$$

al $\delta = -\pi/2$ ma'nisi ornı alsa

$$x = A\,sin\,\omega t.$$

Demek garmonikalıq terbelislerde x abstsissası t waqıttın' sinusoidallıq yamasa kosinusoidallıq funktsiyası boladı. A'dette garmonikalıq terbelmeli qozg'alıstı grafik tu'rinde sa'wlelendiriw ushın gorizont bag'ıtındag'ı ko'sherge t waqıttı, al vertikal bag'ıttag'ı ko'sherge noqattın' awısıwı x tı qoyadı. Bunday jag'dayda da'wirli funktsiya bolg'an ***sinusoida*** alınadı. İymekliktin' forması amplituda A ha'm tsikllıq jiyilik ω nın' ja'rdeminde tolıq anıqlanadı. Biraq onın' iyelep turg'an ornı baslang'ısh faza δ shamasına da g'a'rezli boladı.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{29.2}$$

Waqıtı o'tkennen keyin faza 2π o'simin aladı, terbeliwshi noqat o'zinin' da'slepki qozg'alısı bag'ıtındag'ı halına qaytıp keledi. T waqıtı ***terbelis da'wiri*** dep ataladı.

Terbeliwshi noqattın' tezligin anıqlaw ushın (29.1) den waqıt boyınsha tuwındı alıw kerek. Bul o'z gezeginde

$$v = \dot{x} = -\omega A\, sin(\omega t + \delta). \tag{29.3}$$

an'latpasın beredi. Waqıt boyınsha (29.1) di ekinshi ret differentsiallap tezleniw a ushın

$$a = \ddot{x} = -\omega^2 A\, cos(\omega t + \delta) \tag{29.4}$$

an'latpasına iye bolamız yamasa (29.1) di paydalanıp

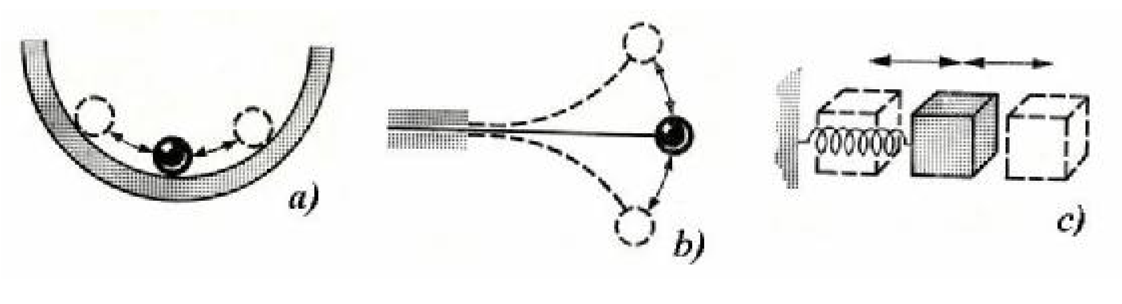
$$a = -\omega^2 x \tag{29.5}$$

formulasın alamız.

Materiallıq noqatqa ta'sir etiwshi ku'sh

$$F = m a = -m \omega^2 x \tag{29.6}$$

formulası menen anıqlanadı. Bul ku'sh awısıw x tın' shamasına proportsional, bag'ıtı barqulla x tın' bag'ıtına qarama-qarsı bag'ıtlang'an (bul minus belgisinin' bar ekenliginen ko'rinip tur). Ku'sh ten' salmaqlıq halına qaray bag'ıtlang'an boladı. Usınday ku'shler materiallıq noqat o'zinin' ten' salmaqlıq halınan kishi shamalarg'a awısqanda payda boladı. 29-2 su'wrette kishi awıtqıwlardag'ı ha'r qıylı sistemalardın' terbelisleri ko'rsetilgen.



29-2 su'wret. Kishi awıtqıwlardag'ı ha'r qıylı sistemalardın' terbelisleri

Prujinag'a bekitilgen ju'ktin' garmonikalıq terbelisleri. Bir ushın bekitilgen, ekinshi ushına massası m bolg'an ju'k ildirilgen spiral ta'rizli prujinanı qaraymız (29-3 su'wret). Meyli l_0 arqalı deformatsiyalanbag'an prujinanın' uzınlıg'ı belgilengen bolsın. Eger prujinanı l uzınlıg'ına shekem qıssaq yamasa sozsaq, onda prujinanı da'slepki ten' salmaqlıq uzınlıg'ına alıp keliwge umtılatug'ın F ku'shi payda boladı. U'lken emes $x = l - l_0$ sozıwlarda ***Guk nızamı*** (1635-1703) orınlı. Bul nızamg'a sa'ykes ku'shtin' shaması prujinanın' uzayıwına tuwrı proportsional: $F = -kx$. Bul formulada k arqalı prujinanın' mexanikalıq qa'siyetlerine g'a'rezli bolg'an proportsionallıq koeffitsienti belgilengen. Bul koeffitsient prujinanan' ***serpimlilik koeffitsienti*** yamasa ***qattılıg'ı*** dep ataladı. Bunday jag'daylarda denenin' qozg'alıs ten'lemesi

$$m\ddot{x} = -kx \qquad (29.7)$$

tu'rinde jazıladı. Minus belgisi ku'shtin' bag'ıtının' awısıw x tın' bag'ıtına qarama-qarsı ekenligin, yag'nıy ten' salmaqlıq xalına qaray bag'ıtlang'anlıg'ın bildiredi.

(29.7)-ten'lemeni keltirip shıg'arg'anımızda denege basqa ku'shler ta'sir etpeydi dep boljadıq. Al endi bir tekli salmaq maydanında prujinag'a ildirilgen denenin' qozg'alısının' de sol ten'lemege bag'ınatug'ınlıg'ın ko'rsetemiz. Bul jag'dayda X arqalı ***pujinanın' uzayıwın***, yag'nıy $X = l - l_0$ shamasın belgileyik. Sonda qozg'alıs ten'lemesi mına tu'rge iye boladı:

$$m\ddot{X} = -kX + mg\,. \qquad (29.8)$$

Meyli X_0 arqalı prujinanın' ten' salmaqlıq halındag'ı uzayıwı belgilengen bolsın. Bunday jag'dayda

$$-kX_0 + mg = 0\,.$$

Bul an'latpadan mg salmag'ın jog'altsaq

$$m\ddot{X} = -k(X - X_0)$$

ten'lemesin alamız. Eger $X - X_0 = x$ dep belgilew qabıl etsek, onda (29.7) ten'lemesi qaytadan alamız. x shaması burıng'ısınsha ju'ktin' ten' salmaqlıq xalınan awısıwın an'g'artadı. Biraq ten' salmaqlıq halı bolsa salmaq ku'shinin' ta'sirinde awısqan boladı. Usının' menen bir qatar salmaq ku'shi ornı alg'anda $-kx$ shamasının' mazmunı o'zgeredi. Endi bul shama prujinanın' keriw ku'shi menen ju'ktin' salmaq ku'shinin' ten' ta'sir etiwshisinin' ma'nisine ten' boladı. Biraq bulardın' barlıg'ı da terbeliwshi protsesstin' matematikalıq ta'repine ta'sir jasamaydı. Sonlıqtan salmaq ku'shi bolmag'an jag'daylardag'ıday talqılawlardı ju'rgize beriw mu'mkin. Endigiden bılay biz usınday jollar menen ju'remiz.

Qosındı ku'sh $F = -kx$ (29.6) dag'ı ku'shtin' tu'rindey tu'rge iye boladı. Eger $m\omega^2 = k$ belgilewin qabıl etsek, onda (29.8) ten'lemesi

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \qquad (29.9)$$

ten'lemesine o'tedi. Bul ten'leme (29.5)-ten'lemege sa'ykes keledi. (29.1) tu'rindegi funktsiya A ha'm δ turaqlılarının' qa'legen ma'nislerindegi usınday ten'lemenin' sheshimi bolıp tabıladı. Bul sheshimnin' ***ulıwmalıq sheshim*** ekenligin, yag'nıy (29.9)-tenlemenin' qa'legen sheshiminin' (29.1) tu'rinde ko'rsetiliwinin' mu'mkin ekenligin da'lilleydi. Xa'r qanday sheshimler tek A ha'm δ turaqlılarının' ma'nisleri boyınsha bir birinen ayrıladı. Usı aytılg'anlardan prujinag'a ildirilgen ju'ktin' tsikllıq jiyiligi

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \tag{29.10}$$

al terbelis da'wiri

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{29.11}$$

bolg'an garmonikalıq terbelis jasaytug'ınlıg'ın bildiredi. Terbelis da'wiri T nın' ma'nisi A amplitudasınan g'a'rezli emes. Bul qa'siyet ***terbelislerdin' izoxronlıg'ı*** dep ataladı. Biraq izoxronlıq Guk nızamı orınlanatug'ın jag'daylarda g'ana orın aladı. Prujinanın' u'lken sozılıwlarında Guk nızamı buzıladı. Bunday jag'daylarda terbelisler de izoxronlıq bolıwdan qaladı, yag'nıy terbelis da'wirinin' amplitudag'a g'a'rezliligi payda boladı.

Terbelistin' amplitudası A menen baslang'ısh fazası δ nın' (29.9)-differentsial ten'lemeden anıqlanıwı mu'mkin emes. Bul turaqlılar baslang'ısh sha'rtlerden anıqlanadı (mısalı daslepki awısıw x yamasa da'slepki tezlik $\dot{x}$ shamaları boyınsha). (29.9)-differentsial ten'leme qa'legen baslang'ısh sha'rtler ushın orınlı boladı. Bul ten'leme biz qarap atırg'an sistemanın' terbeliwinin' barlıq kompleksin ta'ripleydi. Bul kompleksten aykın terbelis A menen δ nı beriw arqalı ayırılıp alınadı.

Denenin' potentsial ha'm kinetikalıq energiyaları mına ten'lemeler ja'rdeminde beriledi:

$$E_{pot} = \frac{1}{2}k x^2, \qquad E_{kin} = \frac{1}{2}m v^2 = \frac{1}{2}m \dot{x}^2 \tag{29.12}$$

Bul energiyalardın' ekewi de waqıttın' o'tiwi menen o'zgeredi. Biraq olardın' qosındısı E nin' shaması turaqlı bolıp qalıwı kerek:

$$E = \frac{1}{2}k x^2 + \frac{1}{2}m \dot{x}^2 = const. \tag{29.13}$$

Eger (29.1)-an'latpadan paydalanatug'ın bolsaq, onda (29.12)-formulalardan mınalarg'a iye bolamız:

$$E_{pot} = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \delta), \qquad E_{kin} = \frac{1}{2}m\,\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \delta)$$

yamasa (29.10) dı itibarg'a alsaq

$$E_{kin} = \frac{1}{2}k\,A^2 \sin^2(\omega t + \delta)$$

Bul formulalardı mına tu'rde de jazıw mu'mkin:

$$E_{pot} = \frac{1}{4}kA^2\,[1 + \cos 2(\omega t + \delta)], \qquad E_{kin} = \frac{1}{4}kA^2\,[1 - \cos 2(\omega t + \delta)].$$

Bul ten'lemeler ***kinetikalıq energiya menen potentsial energiyalardın' o'z aldına turaqlı bolıp qalmaytug'ınlıg'ın, al ulıwmalıq orta*** $\frac{1}{4}kA^2$ ***ma'nisinin' a'tirapında ekiletilgen tsikllıq jiyilik*** 2ω ***penen gramonikalıq terbelis jasaytug'ınlıg'ın ko'rsetedi***. Kinetikalıq energiya maksimum arqalı o'tkende potentsial energiya nolge aylanadı. Al potentsial energiya maksimum arqalı o'tkende kinetikalıq energiya nolge aylanadı. Biraq tolıq energiya $E = E_{pot} + E_{kin}$ turaqlı bolıp qaladı ha'm ol amplituda A menen mınaday baylanısqa iye:

$$E = \frac{1}{2}kA^2. \tag{29.14}$$

Joqarıda aytılg'anlardın' barlıg'ın da bir ***erkinlik da'rejesine iye*** qa'legen mexanikalıq sistemanın' garmonikalıq terbelislerine qollanıwg'a boladı. Bir erkinlik da'rejesine iye mexanikalıq sistemanın' bir zamatlıq awhalı qanday da bir q shaması menen anıqlanadı. Bul shamanı ***ulıwmalasqan koordinata*** dep ataymız. Biz qarap atırg'an jag'dayda ulıwmalasqan koordinatanın' ornın burılıw mu'yeshi, bazı bir sızıq boylap awısıw yamasa basqa shamalar iyelewi mu'mkin. Ulıwmalasqan koordinatanın' waqıt boyınsha alıng'an tuwındısı $\dot{q}$ ***ulıwmalasqan tezlik*** dep ataladı (8-paragaftı qaran'ız). Bir erkinlik da'rejesine iye mexanikalıq sistemanın' terbelislerin u'yrengende baslangısh an'latpalar retinde Nyutonnın' ten'lemesin eme, al ***energiyanın' ten'lemesin*** paydalang'an qolaylı. A'dette bul ten'leme an'sat tu'rde du'ziledi. Sonın' menen birge energiya ten'lemesi ***birinshi ta'rtipli*** differentsial ten'leme bolg'anlıqtan ***ekinshi ta'rtipli*** differentsial ten'leme bolg'an Nyuton ten'lemesinen a'dewir a'piwayı bolıp tabıladı.

Meyli mexankikalıq sistemanın' potentsial ha'm kinetikalıq energiyaları

$$E_{pot} = \frac{\alpha}{2}q^2, \quad E_{kin} = \frac{\beta}{2}\dot{q}^2 \tag{29.15}$$

formulaları menen berilgen bolsın. Bul an'latpalardag'ı α ha'm β lar araqalı on' ma'niske iye turaqlılar belgilengen. Olar sistemanın' parametrleri bolıp tabıladı. Bunday jag'dayda energiyanın' saqlanıw nızamı

$$E = \frac{\alpha}{2}q^2 + \frac{\beta}{2}\dot{q}^2 = const \tag{29.16}$$

ten'lemesi tu'rinde jazıladı. Bul ten'leme (29.13) ten tek belgilewleri boyınsha ayrıladı, al matematikalıq jaqtan qarag'anımızda bunday ayırma hesh qanday a'hmiyetke iye bolmaydı. (29.13) penen (29.16) ten'lemeleri matematikalıq jaqtan birdey bolg'anlıqtan olardın' ulıwmalıq sheshimlerinin' birdey bolatug'ınlıg'ı ba'rshege tu'sinikli boladı. Sonlıqtan ***energiya ten'lemesi*** (29.16) ***tu'rine alıp kelinetug'ın bolsa, onda***

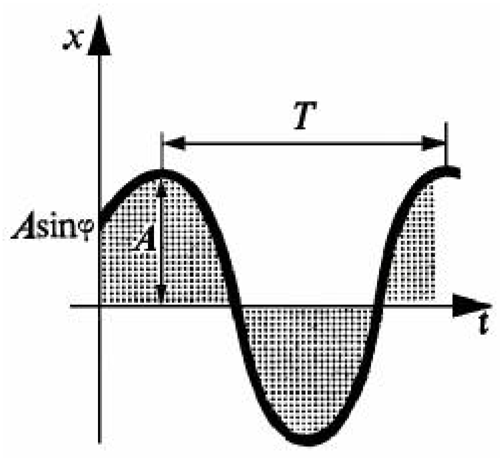
$$q = q_0 \cos(\omega t + \delta)$$

formulasın alamız ha'm q ***ulıwmalasqan koordinatasının' tsikllıq jiyiligi***

$$\omega = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$$

bolg'an garmonikalıq terbelis jasaytug'ınlıg'ın ko'remiz.

Garmonikalıq terbelislerdi kompleks formada ko'rsetiw. Garmonikalıq terbelislerdi u'yrengende terbelislerdi qosıwg'a, bir neshe terbelislerge jiklewge, basqa da a'mellerdi islewge tuwrı keledi. Na'tiyjede (29.13)- ha'm (29.16)-ten'lemelerden a'dewir quramalı bolg'an ten'lemelerdi sheshiw za'ru'rligi tuwıladı. Al eger garmonikalıq terbelislerdi u'yrengende kompleks sanlar teoriyasınan paydalansaq ha'm garmonikalıq terbelislerdi kompleks formalarda ko'rsetsek ma'sele a'dewir jen'illesedi.



29-3 su'wret.

Garmonikalıq funktsiyanın' grafigi.

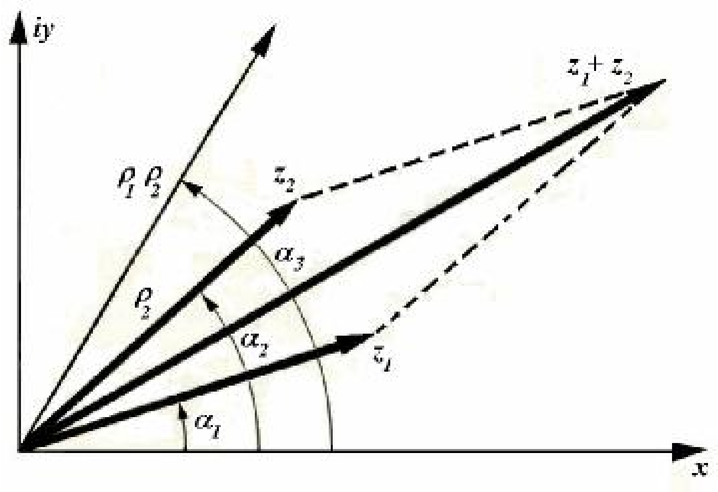
A'dette Dekart koordinatalar sistemasında kompleks sannın' haqıyqıy bo'limi abstsissa ko'sherine, al jormal bo'limi ordinatag'a qoyıladı. Bunnan son' Eyler formulasınan paydalanamız:

$$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha \qquad \left(i^2 = -1\right). \tag{29.17}$$

Bul formula qa'legen $z = x + iy$ kompleks sanın eksponentsial tu'rinde (e sanının' da'rejesi tu'rinde) ko'rsete aladı:

$$z = \rho e^{i\alpha}, \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{y}{x}. \tag{29.18}$$

Bul formulalardag'ı ρ shaması kompleks sannın' moduli, al α fazası dep ataladı.



29-4 su'wret.

Kompleks sanlar menen olar u'stinen islengen a'mellerdi grafikte ko'rsetiw.

Xa’r bir kompleks san z kompleks tegislikte ushının’ koordinataları (xy) bolg’an vektor tu’rinde ko’rsetiliwi mu’mkin. Kompleks san parallelogramm qag’ıydası boyınsha qosıladı. Sonlıqtan da kompleks sanlar haqqında ga’p etilgende vektorlar haqqında aytılg’an jag’daylar menen birdey boladı.

Kompleks sanlardı bir birine kompleks tu’rde ko’beytiw an’sat boladı:

$$z = z_1 \times z_2 = \rho_1 \rho_2 e^{i(\alpha_1+\alpha_2)}, \quad z_1 = \rho_1 e^{i\alpha_1}, \quad z_2 = \rho_2 e^{i\alpha_2}. \tag{28.19}$$

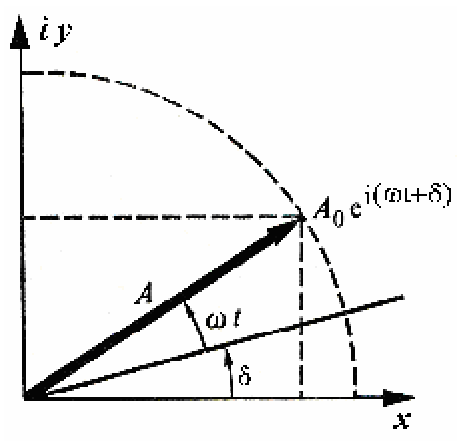
Demek kompleks sanlar ko’beytilgende modulleri ko’teytiledi, al fazaları qosıladı eken.

Endi terbelisti jazıwdın’ $x = A\cos(\omega t + \delta)$ yamasa $x = A\sin(\omega t + \delta)$ tu’rinen endi kompleks tu’rine o’temiz:

$$\tilde{x} = A e^{i(\omega t+\delta)} \tag{29.20}$$

$\tilde{x}$ shaması kompleks san bolıp, ol haqıyqıy fizikalıq awısıwg’a sa’ykes kelmeydi. Awısıwdı $x = A\cos(\omega t + \delta)$ tu’rindegi haqıyqıy san beredi. Biraq usı $\tilde{x}$ shamasının’ sinus arqalı an’latılg’an haqıyqıy bo’limi haqıyqıy garmonikalıq terbelis sıpatında qaralıwı mu’mkin. Sonın’ menen birge $A\cos(\omega t + \delta)$ bolg’an $\tilde{x} = A e^{i(\omega t+\delta)}$ shamasının’ haqıyqıy bo’limi de haqıyqıy garmonikalıq terbelisti ta’ripleydi. Snlıqtan da garmonikalıq terbelisti (29.20) tu’rinde jazıp, za’ru’r bolg’an barlıq esaplawlardı ha’m talqılawlardı ju’rgiziw kerek. Fizikalıq shemalarg’a o’tkende alıng’an an’latpanın’ haqıyqıy yamasa jormal bo’limlerin paydalanıw kerek. Bul jag’day to’mende keltirilgen mısallarda ayqın ko’rinedi.

$\tilde{x} = A e^{i(\omega t+\delta)}$ kompleks tu’rindegi garmonikalıq terbelis grafigi 29-5 su’wrette keltirilgen. Bul formulag’a kiriwshi ha’r qanday shamalar sol su’wrette ko’rsetilgen: A arqalı amplituda, δ arqalı da’slepki faza, $\omega t + \delta$ arqalı terbelis fazası belgilengen. **A** kompleks vektorı koordinata bası do’gereginde saat tilinin’ ju’riw bag’ıtına qarama-qarsı bag’ıtta $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ mu’yeshlik tezligi menen qozg’aladı. T arqalı terbelis da’wiri belgilengen. Aylanıwshı **A** vektorının’ gorizont bag’ıtındag’ı ha’m vertikal ko’sherlerge tu’sirilgen proektsiyası bizdi qızıqtıratug’ın terbelisler bolıp tabıladı.



29-5 su’wret.

Garmonikalıq terbelislerdi kompleks tu’rde ko’rsetiw.

Birdey jiyiliktegi garmonikalıq terbelislerdi qosıw. Meyli ha’r qıylı da’slepki faza ha’m birdey emes amplitudalı birdey jiyiliktegi eki garmonikalıq terbelis berilgen bolsın:

$$x_1 = A_1 \cos\left(\omega t + \delta_1\right), \quad x_2 = A_2 \cos\left(\omega t + \delta_2\right) \tag{29.21}$$

Qosındı terbelis bolg'an $x_1 + x_2$ shamasın tabıw kerek. (29.21) an'latpası tu'rinde berilgen garmonikalıq terbelisler (29.20) tu'rinde berilgen terbelistin' haqıyqıy bo'limin beredi. Sonın' ushın izlenip atırg'an terbelislerdin' qosındısı

$$\tilde{x} = \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 = A_1 e^{i\left(\omega t + \delta_1\right)} + A_2 e^{i\left(\omega t + \delta_2\right)} \tag{29.22}$$

kompleks sanının' haqıyqıy bo'limin quraydı. Qawsırmalardag'ı eki shamanı fektorlıq formada qosqan qolaylı. 29-6 su'wretten

$$A_1 e^{i\delta_1} + A_2 e^{i\delta_2} = A e^{i\delta}, \tag{29.23}$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 = 2A_1 A_2 \cos(\delta_2 - \delta_1), \tag{29.24}$$

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{A_1 \sin\delta_1 + A_2 \sin\delta_2}{A_1 \cos\delta_1 + A_2 \cos\delta_2} \tag{29.25}$$

ekenligi ko'rinip tur. Demek (29.22) nin' ornına

$$\tilde{x} = \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 = A e^{i\left(\omega t + \delta\right)} \tag{29.26}$$

formulasın alamız. Bul an'latpadag'ı A menen δ (29.24)- ha'm (29.25)-formulalar ja'rdeminde anıqlanadı. Bunnan (29.21)-formulalardag'ı garmonikalıq terbelislerdin' qosındısının'

$$x = x_1 + x_2 = A \cos\left(\omega t + \delta\right)$$

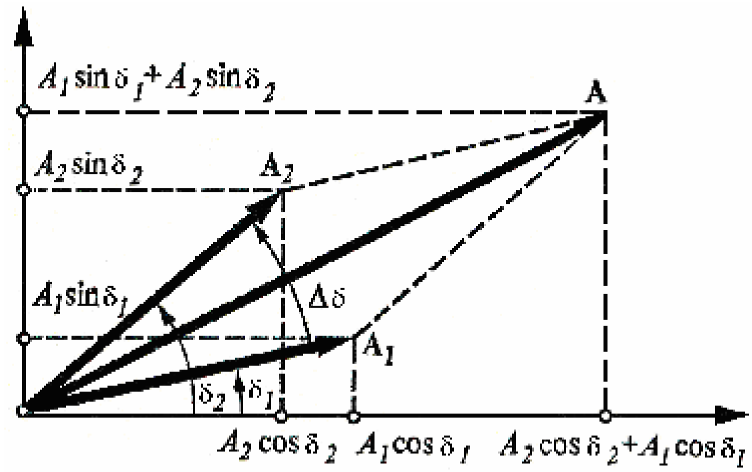
formulası menen beriletug'ınlıg'ı kelip shıg'adı.

Garmonikalıq terbelislerdin' qosındısının' qa'siyetlerin 29-6 su'wretten ko'riwge boladı.

Menshikli terbelisler. Menshikli terbelisler dep tek g'ana ishki ku'shlerdin' ta'sirinde ju'zege ketetug'ın terbelislerge aytamız. Joqarıda ga'p etilgen garmonikalıq terbelisler sızıqlı ostsillyatordın' menshikli terbelisleri bolıp tabıladı. Printsipinde menshikli terbelisler garmonikalıq emes terbelisler de bolıwı mu'mkin. Biraq ten' salmaqlıq haldan jetkilikli da'rejedegi kishi awısıwlarda ha'm ko'pshilik a'meliy jag'daylarda terbelisler garmonikalıq terbelislerge alıp kelinedi.

Sızıqlı ostsillyatordın' menshikli terbelisleri sırtqı ku'shler joq jag'daylarda baqlanadı. Onın' terbelis energiyası saqlanadı ha'm usıg'an baylanıslı amplituda o'zgermeydi. Menshikli terbelisler so'nbeytugın terbelisler bolıp tabıladı.

Da'slepki sha'rtler. Garmonikalıq terbelisler jiyiligi, amplitudası ha'm da'slepki fazası menen tolıq ta'riplenedi. **Jiyilik sistemanın' fizikalıq qa'siyetlerine g'a'rezli**. Prujinanın' serpimli ku'shinin' ta'sirinde terbeletug'ın materiallıq noqat tu'rindegi garmonikalıq ostsillyator mısalında prujinanın' serpimliligi serpimlilik koeffitsienti k, al noqattın' qa'siyeti onın' massası m menen beriledi, yag'nıy $\omega = k / m$.



29-6 su’wret.

Kompleks tu’rde berilgen garmonikalıq terbelislerdi qosıw.

Terbelislerdin’ amplitudası menen **da’slepki fazasın anıqlaw ushın waqıttın’ bazı bir momentindegi materiallıq noqattın’ turg’an ornın** ha’m **tezligin biliw kerek**. Eger terbelis ten’lemesi

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

tu’rinde an’latılatug’ın bolsa, onda $t = 0$ momentindegi koordinata ha’m tezlik sa’ykes

$$x_0 = A\cos\delta, \quad \dot{x}_0 = v_0 = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = -A\omega \sin\delta$$

shamalarına ten’. Bul eki ten’lemeden amplituda menen da’slepki faza esaplanadı:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0}{\omega^2}}, \quad tg\,\varphi = -\frac{v_0}{x_0\omega}.$$

Demek da’slepki sha’rtlerdi bilsek garmonikalıq terbelisllerdi tolıg’ı menen taba aladı ekenbiz (basqa so’z benen aytkanda terbelis ten’lemesin jaza aladı ekenbiz).

Energiya. Potentsial energiya haqqında a’dette ta’sir etiwshi ku’shler potentsiallıq bolg’anda ayta alamız. Bir o’lshemli qozg’alıslarda eki noqat arasında tek birden bir jol bar boladı. Bunday jag’dayda ku’shtin’ potentsiallıg’ı avtomat tu’rde ta’miyinlenedi ha’m tek g’ana koordinatalarg’a g’a’rezli bolsa ku’shti potentsial ku’sh dep esaplawımız kerek. Bul so’zdin’ ma’nisin este tutıw kerek. Mısalı bir o’lshemli jag’dayda da su’ykelis ku’shleri potentsial ku’shler bolıp tabılmaydı. Sebebi bunday ku’shler (demek olardın’ bag’ıtı) tezlikke (yag’nıy bag’ıtqa) g’a’rezli.

Sızıqlı ostsillyator jag’dayında ten’ salmaqlıq halda potentsial energiya nolge ten’ dep esaplaw qolaylı. Bunday jag’dayda $F = -kx$ ekenligin ha’m ku’sh penen potentsial energiyanı baylanıstıratug’ın $F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$, $F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}$, $F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$ farmulaların paydalanıp sızıqlı garmonikalıq ostsillyatordın’ potentsial energiyası ushın to’mendegidey an’latpa alamız:

$$U(x) = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2}.$$

Sonlıqtan energiyanın’ saqlanıw nızamı to’mendegidey tu’rge iye boladı:

$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \text{const} .$$

Energiyanın’ saqlanıw nızamınan eki a’hmiyetli juwmaq shıg’arıwg’a boladı:

1. **Ostsillyatordın’ kinetikalıq energiyasının’ en’ u’lken (maksimallıq) ma’nisi onın’ potentsial energiyasının’ en’ u’lken (maksimallıq) ma’nisine ten’**.

2. **Ostsillyatordın’ ortasha kinetikalıq energiyası onın’ potentsial energiyasının’ ortasha ma’nisine ten’**.

Terbelislerdin’ so’niwi. Su’ykelis ku’shleri qatnasatug’ın terbelisler so’niwshi bolıp tabıladı (29-7 su’wret).

Qozg’alıs ten’lemesin bılay jazamız:

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x} . \tag{29.27}$$

Bul formuladag’ı b su’ykelis koeffitsienti. Bul ten’lemeni bılayınsha ko’shirip jazıw qolaylıraq:

$$m\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{29.28}$$

Bul formulalardag’ı $\gamma = b/2m, \quad \omega_0^2 = k/m$.

Joqarıdag’ı ten’lemenin’ sheshimin

$$x = A_0 e^{i\beta t} \tag{29.29}$$

tu’rinde izleymiz. Bul an’latpadan waqıt boyınsha tuwındılar alamız:

$$\frac{d e^{i\beta t}}{dt} = -i\beta e^{i\beta t}, \quad \frac{d^2 e^{i\beta t}}{dt} = -\beta^2 e^{i\beta t} . \tag{29.30}$$

Bul shamalardı (29.28)-ten’lemege qoyıw arqalı

$$A_0 e^{i\beta t}\left(-\beta^2 + 2i\gamma\beta + \omega_0^2\right) = 0 \tag{29.31}$$

an’latpasın alamız. $A_0 e^{i\beta t}$ ko’beytiwshisi nolge ten’ emes. Sonlıqtan

$$-\beta^2 + 2i\gamma\beta + \omega_0^2 = 0 . \tag{29.32}$$

Bul β g’a qarata kvadrat ten’leme. Onın’ sheshimi

$$\beta = i\gamma \pm \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = i\gamma \pm \Omega . \tag{29.33}$$

O’z gezeginde

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \tag{29.34}$$

β qatnasatug’ın an’latpag’a usı ma’nislerdi qoyıw arqalı

$$x = Ae^{-\gamma t}e^{\pm i\Omega t} \tag{29.35}$$

formulasın alamız. "±" belgisi ekinshi ta’rtipli differentsial ten’lemenin’ eki sheshiminin’ bar bolatug’ınlıg’ına baylanıslı.

U’lken emes su’ykelis koeffitsientlerinde

$$\gamma = \frac{b}{2m} < \omega_0 \tag{29.36}$$

ten’sizligi orınlı boladı. Bul jag’dayda $\omega_0^2 - \gamma^2 > 0$ ha’m sog’an sa’ykes Ω haqıyqıy ma’niske iye boladı. Sonlıqtan $e^{i\Omega t}$ garmonikalıq funktsiya bolıp tabıladı. Ҳaqıyqıy sanlarda (29.35)-funktsiya

$$x = Ae^{-\gamma t}\cos\Omega t \tag{29.37}$$

formulası ja’rdeminde beriledi (sol formulanın’ haqıyqıy bo’limi alıng’an). Bul jiyiligi Ω turaqlı bolg’an, al amplitudası kemeyetug’ın terbelistin’ matematikalıq jazılıwı, sonın’ menen birge bul da’wirlik ha’m garmonikalıq emes terbelis bolıp tabıladı. Alıng’an terbelis amplitudası $Ae^{-\gamma t}$ waqıtqa baylanıslı eksponentsial nızam boyınsha o’zgeredi (29-7 su’wret).

Keyingi (29.37)-formulag’ı amplitudanın’ ornında turg’an ha’m waqıtqa baylanıslı bolg’an $Ae^{-\gamma t}$ shamasın talqılaymız. Bul an’latpadan

$$t = \tau_{so'niw} = \frac{1}{\gamma} \tag{29.38}$$

waqtı ishinde terbelis amplitudasının’ e = 2.7 ese kemeyetug’ınlıg’ı ko’rinip tur. Bul $\tau_{so'niw}$ shaması ***so’niwdin’ dekrementi*** dep ataladı.

Meyli birinshi terbeliste amplituda A_1 ge, al usınnan keyingi terbeliste amplituda A_2 ge ten’ bolsın. Usı terbelisler arasındag’ı waqıt terbelis da’wiri T g’a ten’. Bunday jag’dayda

$$A_1 = A_0e^{-\gamma t}, \quad A_2 = A_0e^{-\gamma(t+T)} \tag{29.39}$$

Eki amplitudanın’ bir birine qatnası

$$A_1/A_2 = e^{\gamma T}. \tag{29.40}$$

Sonlıqtan bir terbelis da’wiri ishindegi terbelisler amplitudasının’ o’zgerisi $\theta = \gamma T$ shaması menen ta’riplenedi eken. Onın’ ma’nisi bolg’an

$$\theta = \ln\frac{A_1}{A_2} \tag{29.41}$$

shamasın ***so'niwdin' logarifmlik dekrementi*** dep ataydı.

Endi N da'wir ishindegi (yag'nıy NT waqıtı ishindegi) terbelis amplitudalarının' o'zgerisin qaraymız. (29.39)-formulalardın' ornına mına formulalardı jazamız:

$$A_1 = A_0 e^{-\gamma t_1}, \quad A_2 = A_0 e^{-\gamma(t_1+NT)} \tag{29.42}$$

Sonlıqtan N da'wir intervalı menen ajıratılg'an amplitudalardın' qatnası

$$A_{N+1} / A_1 = e^{\gamma NT} = e^{N\theta}. \tag{29.43}$$

Eger $N\theta = 1$ bolsa terbelisler amplitudaları e ese kemeyedi. Sonlıqtan ***so'niwdin' lagorifmlik dekrementi*** $\theta = 1/N$ ***dep terbelis amplitudası*** e ***ese kemeyetug'ın da'wirler sanına keri shamanı aytadı ekenbiz***. So'niwdin' lagorifmlik dekrementin usınday etip interpretatsiyalaw so'niwdin' intensivliligi haqqında ko'rgizbeli tu'rdegi ko'z-qarastı payda etedi. Mısalı, eger $\theta = 0{,}01$ bolsa terbelis shama menen 100 terbelisten keyin so'nedi. 10 terbelisten keyin amplituda o'zinin' da'silepki ma'nisinin' onnan birine g'ana o'zgeredi. Al $\theta = 0{,}1$ bolsa terbelisler 10 terbelisten keyin tolıg'ı menen so'nedi.

Ma'jbu'riy terbelisler. Rezonans. Meyli terbeliwshi sistemag'a su'ykelis ku'shleri menen bir qatar sırttan da'wirli

$$F = F_0 \cos\omega t \tag{29.44}$$

nızamı menen o'zgeretug'ın ku'sh ta'sir etsin. Bunday jag'dayda (29.27) qozg'alıs ten'lemesi

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x} + F_0\cos\omega t \tag{29.45}$$

tu'rine enedi. Bul ten'lemenin' eki ta'repin de m ge bo'lip

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t \tag{29.46}$$

ten'lemesin alamız. Bul ten'lemelerdegi γ ha'm ω_0 shamaları so'niwshi terbelislerdi qarag'anımızdag'ı ma'nislerine ten' [(29.28)-formula].

A'lbette sırtqı ma'jbu'rlewshi da'wirli ku'sh ta'sir ete baslag'an momentte ostsillyatordın' terbelmeli qozg'alısı sol momentten burıng'ı terbelmeli qozg'alıs bolıp tabıladı. Biraq waqıttın' o'tiwi menen baslang'ısh sha'rtlerdin' ta'siri ha'lsirey baslaydı ha'm ostsillyatordın' qozg'alısı sırtqı ma'jbu'rlewshi da'wirli ku'shtin' ta'sirindegi terbelmeli qozg'alıw halı ornaydı. Terbelislerdin' ornaw protsessin ***o'tiw rejimi*** dep ataydı.

Ku'sh ta'sir ete baslag'annan keyin $\tau = 1/\gamma$ waqtı o'tkennen keyin terbelis protsessi tolıq qa'lpine keledi. Eger sistema da'slep terbeliste bolmag'an jag'dayda da ***ma'jbu'rlewshi ku'sh ta'sir ete baslag'annan usınday waqıt o'tkennen keyin ma'jbu'riy terbelis statsionar qa'lpine keldi*** dep esaplanadı.

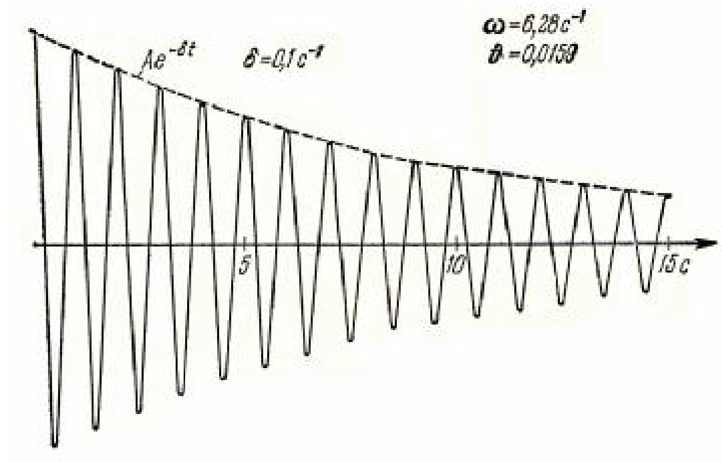
Endi (29.46) ten'lemesin bılayınsha jazamız:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} e^{i\omega t} \tag{29.47}$$

Bul ten'lemenin' sheshimin

$$x = A e^{i\beta t} \tag{29.48}$$

tu'rinde izleymiz. Bul formuladag'ı A ulıwma jag'dayda haqıyqıy shama emes.



29-7 su'wret.

So'niwshi terbelisti grafikalıq sa'wlelendiriw.

Terbelistin' so'niwinin' lagorifmlik dekrementinin' keri shaması amplituda e ese kemeyetug'ın terbelis da'wirleri sanına ten'. Logarifmlik dekrement qanshama u'lken bolsa terbelis sonshama tezirek so'nedi.

Bul an'latpadan waqıt boyınsha birinshi ha'm ekinshi ta'rtipli tuwındılardı alıp ha'm olardı (29.47) ge qoyıp

$$A e^{i\beta t}\left(-\beta^2 + 2i\gamma\beta + \omega_0^2\right) = \frac{F_0}{m} e^{i\omega t} \tag{29.49}$$

ten'ligin alamız. Bul ten'liktin' waqıttın' barlıq momentleri ushın durıs bolıwı, yag'nıy waqıt t bul ten'lemeden alıp taslanıwı kerek. Bul sha'rtten

$$\beta = \omega$$

ekenligi kelip shıg'adı. Na'tiyjede ten'liktin' eki ta'repindegi $e^{i\beta t}$ ha'm $e^{i\omega t}$ ko'beytiwshileri qısqaradı. Keyingi (29.49)-ten'lemeden A nı tabamız:

$$A = \frac{F_0}{m} \frac{1}{-\omega^2 + 2i\gamma\omega + \omega_0^2}$$

Bul an'latpanın' alımın ha'm bo'limin $\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega$ ko'beytip ha'm bo'lip

$$A = \frac{F_0}{m}\frac{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\gamma^2\omega^2}$$

Bul kompleks sandı eksponentalar ja’rdeminde ko’rsetiw qolaylı:

$$A = A_0 e^{i\varphi}, \tag{29.50}$$

$$A_0 = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}, \tag{29.50a}$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{2\gamma\omega}{\omega^2 - \omega_0^2}. \tag{29.50b}$$

Biz qarap atırg’an ten’lemenin’ sheshimi bollg’an (29.48) kompleks tu’rde to’mendegidey bolıp jazıladı:

$$x = A_0 e^{i(\omega t + \delta)}, \tag{29.51}$$

al onın’ haqıyqıy bo’limi

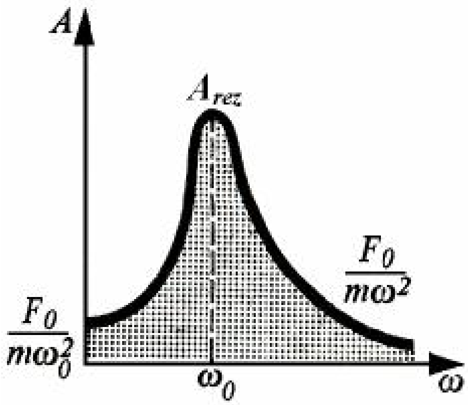
$$x = \cos(\omega t + \delta) \tag{29.52}$$

tu’rinde alınadı. ω arqalı sırtqı ku’shtin’ o’zgeriw jiyiligi, ω_0 arqalı sistemanın’ menshikli jiyiligi belgilengen.

Solay etip sırtqı garmonikalıq ku’shtin’ ta’sirinde grmonikalıq ostsillyator sol ku’shtin’ jiyiligindey jiyiliktegi garmonikalıq terbelis jasaydı. Bul terbelislerdin’ fazası menen amplitudası ta’sir etiwshi ku’shlerdin’ qa’siyetinen ha’m ostsillyatordın’ xarakteristikalarınan g’a’rezli boladı. Ma’jbu’riy terbelislerdin’ fazasının’ ha’m amplitudasının’ o’zgerislerin qarayıq.

Amplitudalıq rezonanslıq iymeklik. Ornag’an ma’jbu’riy terbelislerdin’ amplitudasının’ sırtqı ku’shtin’ jiyiliginen g’a’rezliligin sa’wlelendiretug’ın iymeklik **amplitudalıq rezonanslıq iymeklik** dep ataladı Onın’ analitikalıq an’latpası (29-50a) an’latpası bolıp tabıladı. Al onın’ grafikalıq su’wreti to’mendegi 29-8 su’wrette keltirilgen:

Amplitudanın’ maksimallıq ma’nisi sırtqı ma’jbu’rlewshi ta’sirdin’ jiyiligi ostsillyatordın’ menshikli jiyiliginde (yag’nıy $\Omega \approx \Omega_0$ sha’rti orınlang’anda) alınadı.



29-8 su’wret.

Amplitudalıq rezonanslıq iymeklik. U’lken emes so’niwlerde rezonanslıq jiyilik ω_{rez} tın’ ma’nisi menshikli jiyilik ω_0 din’ ma’nisine jaqın.

Maksimal amplituda menen bolatug'ın terbelisler rezonanslıq terbelisler, al terbelislerdin' $\Omega \approx \Omega_0$ sha'rti orınlang'ansha o'zgeriwi rezonans, bul jag'daydag'ı Ω_0 jiyiligi rezonanslıq jiyilik dep ataladı.

To'mendegidey jag'daylardı qarap o'tken paydalı. Su'ykelis ku'shlerinin' ta'siri kem dep esaplaymız (yag'nıy $\gamma << \omega_0$ dep boljaymız).

l-jag'day. $\omega << \omega_0$ bolg'anda amplituda ushın jazılg'an (29.50a) formuladan

$$A_{0\,stat} \approx \frac{F_0}{m\omega_0^2}. \qquad (29.53)$$

Bul an'latpanın' fizikalıq ma'nisi to'mendegiden ibarat: Sırtqı ku'shtin' kishi jiyiliklerinde ol turaqlı (o'zgermeytug'ın) statikalıq ku'shtey bolıp ta'sir jasaydı. Al ostsillyator bolsa o'zinin' menshikli jiyiligi menen terbele beredi. Al maksimallıq awısıw (amplituda) bolsa (29.53) ke sa'ykes $x_{max} = \frac{F_0}{k} = \frac{F_0}{m\omega_0^2}$ shamasına ten'. Bul an'latpada $k = m\omega_0^2$ arqalı ornına qaytarıwshı ku'sh ushın serpimlilik koeffitsienti belgilengen. $\omega << \omega_0$ sha'rtinen (29.45)-ten'lemedegi tezleniwge baylanıslı bolg'an $\ddot{x}$ ha'm tezlikke sa'ykes keliwshi $2\gamma\dot{x}$ ag'zaları serpimli bolg'an ku'sh penen baylanıslı bolg'an $\omega_0^2 x$ ag'zasınan a'dewir kishi ekenligi kelip shıg'adı. Sonlıqtan qozg'alıs ten'lemesi mına an'latpag'a alıp kelinedi:

$$\omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t.$$

Bul ten'lemenin' sheshimi to'mendegidey tu'rge iye boladı:

$$x = \frac{F_0}{m\omega_0^2}\cos\omega t.$$

Bul ten'leme ku'sh waqıtqa baylanıslı o'zgermey o'zinin' birzamatlıq ma'nisine ten' bolg'andag'ı jag'daydag'ı waqıttın' ha'r bir momentindegi awısıwdın' ma'nisin beredi. Su'ykelis ku'shleri a'hmiyetke iye bolmay qaladı.

2-jag'day. $\omega >> \omega_0$ bolg'anda (29-50a) g'a sa'ykes amplituda ushın $A \approx \frac{F_0}{m\omega^2}$ an'latpasın alamız. Bul an'latpanın' fizikalıq ma'nisi to'mendegidey: Sırtqı ku'sh u'lken jiyilikke iye bolsa $\ddot{x}$ shamasına baylanıslı bolg'an ag'za tezlikke ha'm serpimli ku'shke baylanıslı bolg'an ag'zalardan a'dewir u'lken. Sebebi

$$|\ddot{x}| \approx |\omega^2 x| >> |\omega_0^2 x|;$$

$$|\ddot{x}| \approx |\omega^2 x| >> |2\gamma\dot{x}| \approx |2\gamma\omega x|.$$

Sonlıqtan qozg'alıs ten'lemesi (29.45)

$$\ddot{x} = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

tu'rine iye boladı ha'm onın' sheshimi to'mendegidey ko'riniske iye:

$$x = -\frac{F_0}{m\omega^2}\cos\omega t\,.$$

Bunday jag'dayda terbeliste sırttan ta'sir etetug'ın ku'shke salıstırg'anda serpimlilik ku'shi menen su'ykelis ku'shleri a'hmiyetke iye bolmay qaladı. Sırtqı ku'shler ossillyatorg'a hesh bir su'ykelis yamasa serpimli ku'shler bolmaytug'ınday bolıp ta'sir etedi.

3-jag'day. $\omega \approx \omega_0$. Bul rezonans ju'zege keletug'ın jag'day bolıp tabıladı. Bunday jag'dayda amplituda maksimallıq ma'nisine jetedi ha'm (29.50a) g'a sa'ykes

$$A_{0rez} = \frac{F_0}{m}\frac{1}{2\gamma\omega_0}\,. \tag{29.54}$$

Bul na'tiyjenin' fizikalıq ma'nisi to'mendegidey:

Tezleniwge baylanıslı bolg'an ag'za serpimli ku'shke baylanıslı bolg'an ag'zag'a ten', yag'nıy $\ddot{x} = -\omega^2 x = -\omega_0^2 x$. Bul tezleniwdin' serpimlilik ku'shi ta'repinen a'melge asatug'ınlıg'ın bildiredi. Sırtqı ku'sh penen su'ykelis ku'shi bir birin kompensatsiyalaydı. Qozg'alıs ten'lemesi (29.45) to'mendegidey tu'rge iye boladı:

$$2\gamma\dot{x} = \frac{F_0}{m}\cos\omega_0 t\,.$$

Bul ten'lemenin' sheshimi bılayınsha jazıladı:

$$x = \frac{F_0}{2\gamma m\omega_0}\sin\omega_0 t\,.$$

Qatan' tu'rde aytsaq **amplitudanın' maksimallıq ma'nisi** $\omega = \omega_0$ **ten'ligi da'l orınlang'anda alınbaydı**. Da'l ma'nis (29.50a) an'latpasındag'ı A_0 den ω boyınsha tuwındı alıp, usı tuwındını nolge ten'ew arqalı alınadı. Biraq u'lken bolmag'an su'ykelislerde ($\gamma << \omega_0$ bolg'anda) maksimumnın' $\omega = \omega_0$ den awısıwın esapqa almawg'a boladı.

Rezonans sırtqı ku'shlerden terbeliwshi sistemag'a energiyanın' en' effektiv tu'rde beriliwi ushın sharayat jaratılg'an jag'dayda ju'zege keledi.

Fizikalıq mayatnik. Fizikalıq mayatnik dep qozg'almaytug'ın gorizontal ko'sher do'gereginde terbeletug'ın qattı denege aytamız (29-9 su'wret). Mayatniktin' massa orayı arqalı o'tiwshi vertikal tegislik penen sol ko'sherdin' kesisiw noqatı mayatnikti asıw noqatı (A menen belgileymiz) dep ataladı. Denenin' ha'r bir waqıt momentindegi awhalı onın' ten' salmaqlıq haldan awıtqıw mu'yeshi φ menen anıqlanadı. Bul mu'yesh ulıwmalasqan koordinata q dın' ornın iyeleydi. Terbeliwshi fizikalıq mayatniktin' kinetikalıq energiyası

$$E_{kin} = \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 \tag{29.55}$$

formulası ja'rdeminde anıqlanadı. Bul jerde I arqalı mayatniktin' A ko'sherine salıstırg'andag'ı inertsiya momenti belgilengen. Potentsial energiya $E_{pot} = mgh$. Bul an'latpada h arqalı mayatniktin' massa orayının' (C menen belgileymiz) o'zinin' en' to'mengi awhalınan ko'teriliw biyikligi. C menen A noqatlarının' aralıg'ı a ha'ripi menen belgilensin. Onda

$$E_{pot} = mga(1 - \cos\varphi) = mga\sin^2\frac{\varphi}{2}. \tag{29.56}$$

Kishi mu'yeshlerde sinustı argumenti menen almastırıw mu'mkin. Sonda

$$E_{pot} = mga\,\frac{\varphi^2}{2} \tag{29.57}$$

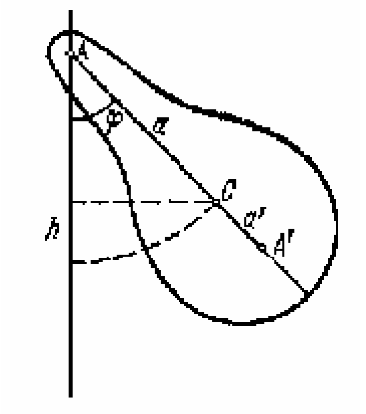
Demek kishi terbelislerde potentsial ha'm kinetikalıq energiyalar sa'ykes $E_{pot} = \frac{\alpha}{2} q^2$, $E_{kin} = \frac{\beta}{2} \dot{q}^2$ ten'lemelerine tu'rine keledi. Bul jerde $\alpha = mga$, $\beta = I$. Usınnan fizikalıq mayatniktin' kishi terbelislerin juwıq tu'rde garmonikalıq terbelis dep qarawg'a boladı degen juwmaq kelip shıg'adı. Jiyiligi

$$\Omega = \sqrt{\frac{mga}{I}}, \tag{29.58}$$

terbelis da'wiri

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}} \tag{29.59}$$

Demek ***fizikalıq mayatniktin' kishi amplitudalardag'ı terbelisi izoxronlı***. U'lken amplitudalarda izoxronlıq buzıladı (awısıw bir neshe graduslardan u'lken bolsa).



29-9 su'wret.

Fizikalıq mayatnik.

Matematikalıq mayatnik fizikalıq mayatniktin' dara jag'dayı bolıp tabıladı. Matematikalıq mayatnik dep massası bir noqatqa toplang'an (mayatniktin' orayında) mayatnikti aytamız. Matematikalıq mayatniktin' mısalı retinde uzılıg'ı l ge ten' jipke asılg'an kishi shardı ko'rsetiwge boladı. Bul jag'dayda $a = l$, $I = ml^2$ bolg'anlıqtan

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,. \qquad (29.60)$$

(29.59) ha’m (29.60) formulaların salıstırıw arqalı fizikalıq mayatniktin’ uzınlıg’ı $l = \frac{I}{ma}$ bolg’an matematikalıq mayatniktey bolıp terbeletug’ınlıg’ın ko’riwge boladı. Sonlıqtan bul $l = \frac{I}{ma}$ uzınlıg’ı fizikalıq mayatniktin’ keltirilgen uzınlıg’ı dep ataladı.

30-§. Tutas ortalıqlar terbelisleri

Sferalıq tolqınlar. Tegis sinusoidalıq ses tolqını. Ses tolqınının’ energiyası. Tolqınlardın’ qosılıwı (interferentsiyası). Turg’ın tolqınlar.

Sferalıq tolqınlar. **S**fera boyınsha tarqalatug’ın tolqınlar sferalıq tolqınlar dep ataladı. Mısalı radio dinamiginen shıqqan ses tolqınları u’lken qashıqlıqlarda sferalıq bet boyınsha tarqaladı. Barlıq noqatları (bo’leksheleri) birdey qozg’alıs jasaytug’ın bir tekli ortalıqtın’ beti ***tolqınlıq bet*** dep ataladı. Sferalıq tolqınnın’ orayında tolqın deregi turatug’ın qa’legen sferalıq beti tolqınlıq bet bolıp tabıladı.

Suw betindegi tastı taslap jibergende payda bolatug’ın **tolqınlar *shen’ber ta’rizli tolqınlar*** dep ataladı.

Tolqınlıq qozg’alıslardın’ a’piwayı tu’ri bir bag’ıtta tarqalatug’ın tolqınlar bolıp tabıladı (nay ishinde bir ta’repke tarqalatug’ın ses tolqınları, sterjen boyınsha tarqalatug’ın serpimli tolqınları). Bunday jag’dayda tolqınlıq bet ***tegis bet*** bolıp tabıladı (nayg’a yaki sterjenge perpendikulyar bet).

Bo’leksheler tolqınnın’ taralıw bag’ıtında terbeletug’ın tolqınlar ***boylıq tolqınlar*** dep ataladı (mısalı ses tolqınları, su’wrette ko’rsetilgendey nay boyınsha terbeliwshi porshen ta’repinen qozdırılg’an tolqınlar). Bo’lekshelerdin’ terbeliwi tolqınnın’ taralıw bag’ıtına perpendikulyar bolatug’ın tolqınlar ko’ldenen’ tolqınlar dep ataladı. Bunday tolqınlarg’a suw betindegi tegis tolqınlar, elektromagnit tolqınları kiredi. Sonday-aq ko’ldenen’ tolqınlar tartılıp qoyılg’an arqan boyınsha da tarqaladı.

Tolqınlardın’ suyıqlıqlarda yamasa gazlerde (hawada) tarqalg’anın qarag’anımızda bul ortalıqlar bo’lekshelerden turadı dep esaplaymız (atom ha’m molekulalar so’zleri bo’leksheler so’zi menen almastırıladı).

Tar boyınsha tarqalatug’ın tolqınlar en’ a’piwayı tolqınlar qatarına kiredi. Usı tolqında tolıg’ıraq qarayıq. «To’menge qaray iymeygen» orın tardın’ boyı boyınsha belgili bir s tezligi menen qozg’aladı. Qozg’alıs barısında bul orın formasın o’zgertpeydi. Tezliktin’ bul shaması tardın’ materialına ha’m tardın’ keriliw ku’shine baylanıslı boladı. ñ shamasın ***tolqınnın’ tarqalıw tezligi*** dep ataymız.

Tegis sinusoidalıq ses tolqını. 30-1 su’wrettegi porshen ses jiyiliklerinde (16 dan 10000 gts shekem) ha’m kishi amplitudalar menen qozg’alatug’ın bolsa onda nayda tarqalatug’ın tolqın tegis tolqın bolıp tabıladı. Porshen Ω jiyiligindegi garmonikalıq terbelis jasasa payda bolg'an tolqın sinusoidallıq tegis tolqın boladı.

Meyli porshen $y_0(t) = A\cos\omega t$ garmonikalıq terbelis jasasın. Porshenge tiyip turg'an gaz molekulaları da usınday terbelis jasay baslaydı. Porshennen x qashıqlıg'ında turg'an bo'leksheler $\tau = \frac{x}{c}$ waqtı o'tkennen keyin keshigip terbele baslaydı. Sonlıqtan bul bo'lekshelerdin' terbelisin bılay jazıwg'a boladı:

$$y(x,t) = A\cos\omega(t-\tau) = A\cos(\omega t - \omega\frac{x}{c}) \tag{30.1}$$

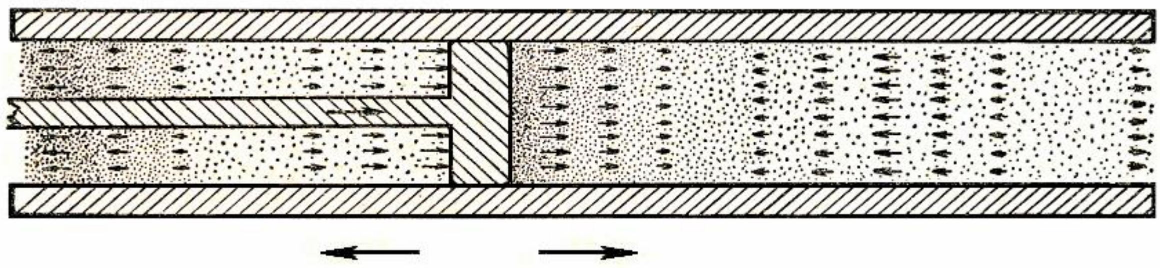
Bul ***juwırıwshı tegis sinusoida ta'rizli tolqınnın' analitikalıq jazılıwı***. $y(x,t)$ koordinata x penen waqıt t nın' funktsiyası bolıp tabıladı. Bul formula tolqın dereginen x aralıg'ında turg'an bo'lekshenin' qa'legen t waqıt momentindegi ten'salmaqlıq haldan awısıwın beredi. Barlıq bo'leksheler jiyiligi ω, amplitudası A bolg'an garmonikalıq qozg'aladı. Biraq ha'r qanday x koordinatalarg'a iye bo'lekshelerdin' terbeliw fazaları ha'r qıylı boladı. ***Tolqın frontının'*** x ko'sherine perpendikulyar tegislik ekenligi anıq.

$$y = A\cos\omega(t + \frac{x}{c}) \tag{30.2}$$

funktsiyası x ko'sherinin' teris ma'nisleri bag'ıtında tarqalatug'ın juwırıwshı sinusoidal tolqındı ta'ripleydi.

Bo'leksheler tezlikleri tolqını to'mendegidey tu'rge iye:

$$v(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega\sin\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right). \tag{30.3}$$



30-1 su'wret. Tutas ortalıqlar terbelislerin sa'wlelendiriwge arnalg'an sızılma.

Birdey fazada terbeletug'ın bir birine en' jaqın turg'an noqatlar aralıg'ı ***tolqın uzınlıg'ı*** dep ataladı. Bir birinen s qashıqlıg'ında turg'an noqatlar terbelisindegi fazalar ayırması

$$\varphi_s = \frac{\omega s}{c} = \frac{2\pi s}{cT} \tag{30.4}$$

an'latpası ja'rdeminde anıqlanadı. Bul jerde $T = 2\pi/\omega$ sinusoidalıq tolqındag'ı noqatlardın' gramonikalıq terbelisinin' jiyiligi. Bunday jag'dayda birdey fazada terbeletug'ın bir birine jaqın noqatlar terebelisindegi fazalar ayırması 2π ge ten' bolıwı kerek, yag'nıy:

$$\varphi_\lambda = 2\pi = \frac{\omega\lambda}{c} = \frac{2\pi\lambda}{cT} \qquad (30.5)$$

Bunnan

$$\lambda = cT \qquad (30.6)$$

Tolqın tarqalg'anda bir bo'leksheden ekinshilerine ***energiya*** beriledi. Sonlıqtan ***tolqınlıq qozg'alıs ken'isliktegi energiyanın' beriliwinin' bir tu'ri bolıp tabıladı***.

Ses tolqınının' energiyası. Bir birlik ko'lemde jaylasqan bo'lekshelerdin' kinetikalıq energiyası (yag'nıy kinetikalıq energiya tıg'ızlıg'ı):

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(\rho_0 + \rho)v^2 \text{ yamasa } E_{kin} \sim \frac{1}{2}\rho_0 v^2. \qquad (30.7)$$

ρ_0 arqalı tolqın kelmesten burıng'ı ortalıqtın' tıg'ızlıg'ı, ρ arqalı tolqınnın' ta'sirinde tıg'ızlıqqa qosılatug'ın qosımsha tıg'ızlıq, v arqalı bo'lekshelerdin' tezligi belgilengen. Biz ρ nı esapqa almaymız. Garmonikalıq tolqınnın' qa'legen noqatındag'ı kinetikalıq energiyanın' tıg'ızlıg'ı:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\rho_0 \omega^2 A^2 \mathit{sin}^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \qquad (30.8)$$

Ko'lem birligindegi qosımsha qısılıwdan payda bolg'an bir birlik ko'lemdegi potentsial energiyanı esaplaymız. Basımnın' o'simin p arqalı belgileymiz. Tınıshlıqtag'ı basım p_0 bolsın. Basım menen ko'lemnin' o'zgerisi adiabata nızamı (adiabatalıq protsess penen) menen baylanıslı:

$$(p_0 + p)(V_0 + V)^\kappa = h_0 V_0^\kappa. \qquad (30.9)$$

Bul jerde V_0 arqalı tınıshlıqtag'ı ko'lem, V arqalı tolqındag'ı bul ko'lemnin' o'siwi belgilengen. Keyingi formulada

$$(V_0 + V)^\kappa = V_0^\kappa\left(1 + \frac{V}{V_0}\right)^\kappa \approx V_0^\kappa\left(1 + \frac{\kappa V}{V_0}\right)$$

ekenligi esapqa alsaq

$$p = -\kappa\frac{p_0 V}{V_0}. \qquad (30.10)$$

Tolqındag'ı ko'lemnin' o'zgerisin tabamız. $S\,dx = V_0$ ko'lemin alamız. Bul an'latpadag'ı S naydın' kese-kesiminin' maydanı. Awısıwdın' saldarınan bo'leksheler

$$V_0 + V = S\left(dx + \frac{\partial y}{\partial x}dx\right) \qquad (30.11)$$

ko'lemin iyeleydi.

Bunnan

$$V=S\frac{\partial y}{\partial x}dx \tag{30.12}$$

(30.12) ni (30.10) g'a qoysaq tolqındag'ı basımnın' o'zgerisin alamız:

$$p=-\kappa\frac{p_0}{V_0}S\frac{\partial y}{\partial x}dx=-\kappa\frac{p_0}{S\,dx}S\frac{\partial y}{\partial x}dx=-\kappa p_0\frac{\partial y}{\partial x}dx\,. \tag{30.13}$$

Bul formula boyınsha basımnın' o'simi $\frac{\partial y}{\partial x}$ tuwındısına tuwrı proportsional, al belgisi boyınsha qarama-qarsı. Sestin' ortalıqtag'ı tezliginin' $c=\sqrt{\kappa\frac{p_0}{\rho_0}}$ ekenligi esapqa alsaq (30.13) ti bılay jaza alamız:

$$p=-\rho_0\,c^2\,\frac{\partial y}{\partial x}\,. \tag{30.14}$$

Demek $y(x,t)=A\cos\omega(t-\tau)=A\cos\left(\omega t-\omega\frac{x}{c}\right)$ tolqınına to'mendegidey basımlar tolqını sa'ykes keledi:

$$p(x,t)=-\rho_0c^2\frac{A\omega}{c}\sin\left(\omega t-\omega\frac{x}{c}\right)=-\rho_0 c\,A\,\omega\sin\left(\omega t-\omega\frac{x}{c}\right). \tag{30.15}$$

Demek basım terbelisi fazası boyınsha barlıq waqıtta da bo'leksheler tezligi terbelisi menen sa'ykes keledi. Berilgen waqıt momentinde kinetikalıq energiyanın' tıg'ızlıg'ı u'lken bolsa qısılıwg'a sa'ykes potentsial energiya da o'zinin' u'lken ma'nisine iye boladı.

Potentsial energiya gazdın' basımın u'lkeytiwge (yamasa kishireytiwge) yaki ko'lemin u'lkeytiw (yaki kishireytiw) ushın islengen jumısqa ten'. Basım menen ko'lem kishi shamalarg'a o'zgergende olar arasında proportsionlallıq orın aladı dep esaplaymız. Sonlıqtan ko'lem birliginin' potentsial energiyası bılay jazılıwı mu'mkin:

$$E_{pot}=-\frac{pV}{2V_0}\,. \tag{30.16}$$

Bul formulag'a (6) nı qoysaq potentsial energiyanın' tıg'ızlıg'ın tabamız:

$$E_{pot}=\frac{1}{2}\rho_0c^2\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2. \tag{30.17}$$

Demek potentsial energiyanın' tıg'ızlıg'ının' o'zgeriw tolqının bılayınsha jazamız:

$$E_{pot} = \frac{1}{2}\rho_0 c^2 \left[\frac{\partial}{\partial x} A\, cos\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right)\right]^2 = \frac{1}{2}\rho_0 A^2\,\omega^2\, sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \qquad (30.18)$$

Eki tu'rli energiyalar ushın alıng'an formulalardı salıstırıp ko'rip qa'legen waqıt momentinde tolqınnın' qa'legen noqatında kinetikalıq ha'm potentsial energiyalardın' tıg'ızlıqları birdey bolatug'ınlıg'ın ko'remiz. Sonlıqtan tolıq energiyanın' tıg'ızlıg'ı

$$E = E_{pot} + E_{kin} = \rho_0 A^2\,\omega^2\, sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \qquad (30.19)$$

Kishi Δt waqıtı ishinde tolqınlıq qozg'alıs $c\cdot\Delta t$ ushastkasına tarqaladı. Usıg'an baylanıslı tolqınnın' taralıw bag'ıtına perpendikulyar qoyılg'an bir birlik maydan arqalı

$$\Delta U = E\,c\,\Delta t \qquad (30.20)$$

energiyası o'tedi. $\Delta U / \Delta t$ shamasın energiya ag'ısı dep ataymız.

$$U = \Delta U / \Delta t = Ec = \rho_0 A^2\,\omega^2\, c\, sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right). \qquad (30.21)$$

Energiya ag'ısın vektor menen ta'ripleydi. Bul vektordın' bag'ıtı tolqınnın' taralıw bag'ıtına sa'ykes keledi. Al san shaması tolqın taralıw bag'ıtına perpendikulyar qoyılg'an bettin' bir birliginen waqıt birliginde ag'ıp o'tken tolqın energiyasının' mug'darına ten'. Bul vektordı ***Umov vektorı*** (Umov-Poynting vektorı) dep ataydı.

Tolqınlardın' qosılıwı (interferentsiyası). Bir ortalıqta bir waqıtta ha'r qıylı terbelis oraylarınan shıqqan tolqınlardın' tarqalıwı mu'mkin.

Ҳa'r tu'rli tolqın dereklerinen tarqalatug'ın tolqınlardın' eki tu'rli sistemaları bir ortalıqqa kelip jetkende qosılıp, keyin qaytadan ajıralıp keteug'ın bolsa, tolqınlardın' eki sisteması da bir biri menen ushırasaman degenshe qanday bolıp tarqalg'an bolsa, ushırasıwdan keyin de sonday bolıp tarqalıwın dawam ete beredi. Tolqınlardın' tarqalıwındag'ı usınday bir birinen g'a'rezsizlik printsipi ***superpozitsiya printsipi*** dep ataladı. Bul printsip tolqınlıq protsesslerdin' basım ko'pshiligine ta'n boladı.

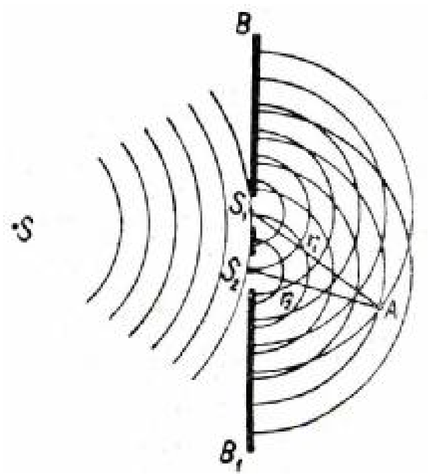
Suwg'a eki tas taslap, superpozitsiya printsipin an'sat baqlawg'a boladı. Taslar tu'sken oranlarda payda bolg'an saqıyna ta'rizli tolqınlar biri ekinshisi arqalı o'tkennen keyin burıng'ısınsha saqıyna ta'rizli bolıp taralıwın dawam etedi, al orayları tas tu'sken orınlar bolıp qaladı.

Tolqınlar bir biri menen qosılg'an orınlarda terbelisler betlesip, tolqınlardın' qosılıw qubılısı ***tolqınlar interferentsiyası*** bolıp tabıladı. Usının' na'tiyjesinde ayırım orınlarda terbelisler ku'sheyedi, al basqa orınlarda terbelisler ha'lsireydi. Ortalıqtın' ha'r bir noqatındag'ı qosındı terbelis usı noqatqa kelip jetken barlıq terbelislerdin' qosındısınan turadı.

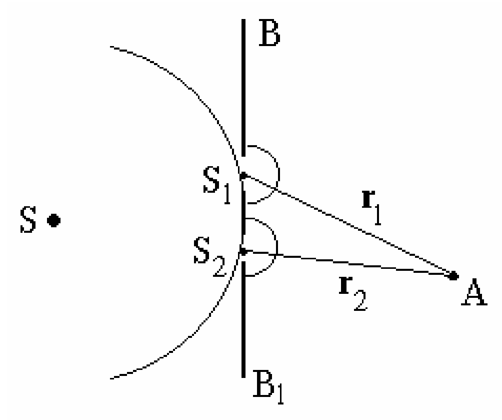
Qosılatug'ın tolqınlar derekleri birdey jiyilik penen terbelip, terbelis bag'ıtları birdey, fazaları da birdey yamasa fazalar ayırması turaqlı bolg'an jag'day ayrıqsha qızıqlı boladı. Bunday tolqın derekleri ***kogerentli*** dep ataladı. Bunday jag'dayda ortalıqtın' ha'r bir noqatındag'ı qosındı terbelistin' amplitudası waqıtqı baylanıslı o'zgermeydi. Terbelislerdin' usılayınsha qosılıwı ***kogerentli tolqın dereklerinen bolg'an interferentsiya*** dep ataladı.

Terbelislerdin' kogerentli dereklerine mısal retinde to'mendegini alıwg'a boladı:

S sferalıq tolqın deregin alayıq (30-2 su'wrette ko'rsetilgen). Tolqınnın' taralıw jolına S ke qarata simmetriyalı S_1 ha'm S_2 san'laqları bar BB_1 ekranı qoyılg'an. Gyuygens printsipi boyınsha S_1 menen S_2 san'laqları da tolqın derekleri bolıp tabıladı. Olardın' S terbelis dereginen qashıqları birdey bolg'anlıqtan, olar birdey amplituda ha'm fazada terbeledi. BB_1 ekranının' on' ta'repinde sferalıq eki tolqın taraladı ha'm usı ortalıqtın' ha'r bir noqatındag'ı terbelis usı eki tolqınnın' qosılıwının' saldarınan payda boladı. S_1 menen S_2 noqatlarınan qashıqlıqları r_l ha'm r_2 bolg'an A noqatındag'ı tolqınlardın' qosılıwın qarayıq. A noqatına jetip kelgen tolqınlar terbelisleri arasında fazalar ayırması bolıp, bul ayırma r_1 ha'm r_2 shamalarına baylanıslı boladı.



30-2 su'wret. S_1 ha'm S_2 san'laqlarınan tarqalatug'ın tolqınlardın' ornalasıwı.



30-3 su'wret. S_1 ha'm S_2 dereklerinen shıqqan tolqınlardın' A noqatındag'ı amplitudasın tabıwg'a arnalg'an su'wret.

Fazaları birdey S_1 menen S_2 dereklerinin' terbelislerin jazıwg'a boladı:

$$x_1 = a_0 \cos\omega t, \quad x_2 = a_0 \cos\omega t.$$

S_1 ha'm S_2 derekerinen A noqatın kelip jetken terbelisler bılayınsha jazıladı:

$$x_1 = a_1 \cos 2\pi\left(\nu t - \frac{r_1}{\lambda}\right), \qquad x_2 = a_2 \cos 2\pi\left(\nu t - \frac{r_2}{\lambda}\right).$$

Bul an'latpada $\nu = \omega / 2\pi$ arqalı terbelisler jiyiligi belgilengen. Anıqlama boyınsha $\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_1}{r_2}$.

Eger $|r_2 - r_1| << r_1$ ten'sizligi orınlansa, juwıq tu'rde $a_1 \approx a_2$ dep esaplawg'a boladı.

Solay etip A noqatında qosılatug'ın terbelislerdin' fazalar ayırması

$$\alpha = 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

ge ten' boladı.

Qosındı terbelistin’ amplitudası qurawshı terbelislerdin’ fazalar ayırmasına baylanıslı boladı, al fazalar ayırması nolge ten’ yamasa 2π ge pu’tin san eseli ma’niske iye bolsa, onda amplituda qurawshı terbelisler amplitudalarının’ qosındısına ten’ maksimum ma’nisine jetedi. Eger fazalar ayırması π ge yamasa taq san eselengen π ge ten’ bolsa, onda amplituda qurawshı amplitudalardın’ ayırmasına ten’, yag’nıy minimum ma’niske iye boladı. Sonlıqtan eki terbelistin’ A noqatına kelip jetken momentte $\Delta\alpha$ fazalar ayırmasının’ qanday bolatug’ınlıg’ına baylanıslı A noqatında ya maksimum, ya minimum terbelis baqlanadı. Usı aytılg’anlar boyınsha A noqatında amplitudanın’ ma’nisinin’ maksimum bolıw sha’rti mınaday boladı:

$$\Delta\alpha = 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm 2k\pi .$$

Bul jerde $k = 0, 1, 2, \ldots$ Demek

$$|r_2 - r_1| = k\lambda$$

bolg’anda terbelisler maksimumı baqlanadı. Demek ***tolqınlar ju’risleri ayırması nolge yamasa tolqın uzınlag’ının’ pu’tin san eselengen ma’nisine ten’ bolatug’ın noqatlarda amplituda maksimum ma’nisine jetedi***.

A noqatında amplituda ma’nisinin’ minimumg’a ten’ bolıw sha’rti to’mendegidey boladı:

$$\Delta\alpha = 2\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm(2k+1)\pi .$$

Bul an’latpada da $k = 0, 1, 2, \ldots$ Demek usı jag’dayda ju’risler ayırması

$$|r_2 - r_1| = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

ge ten’. Demek tolqınlar arasındag’ı ju’risler ayırması yarım tolqınlardın’ taq sanına ten’ bolatug’ın noqatlarda amplituda minimum ma’nisine ten’ boladı.

Fazalar ayırması $\pm 2\pi k$ menen $\pm(2k+1)\pi$ aralıg’ında ma’nislerge ten’ bolsa terbelislerdin’ ku’sheyiw yamasa ha’lsirewinin’ ortasha ma’nisleri baqlanadı.

Usı aytılg’anlar menen birge bir ortalıqta eki tolqınnın’ betlesiwi na’tiyjesinde ha’r qıylı noqatlarda amplitudaları ha’r tu’rli bolatug’ın terbelisler payda boladı. Bul jag’dayda ortalıqtın’ ha’r bir noqatında (noqattın’ kogerentli dereginen qashıqlıqlarının’ ayırmasının’ ma’nisine baylanıslı) amplitudanın’ maksimum yamasa minimum yamasa olardın’ aralıq ma’nisi baqlanadı.

Turg’ın tolqınlar. Turg’ın tolqınlar dep atalatug’ın tolqınlar eki tolqınnın’ interferentsiyasının’ na’tiyjesinde alınadı. Turg’ın tolqınlar amplitudaları birdey, qarama-qarsı bag’ıtlarda tarqalatug’ın eki tegis tolqınnın’ betlesiwinin’ na’tiyjesinde payda boladı.

Amplitudaları birdey bolg’an eki tegis tolqınnın’ birewi y ko’sherinin’ on’ bag’ıtında, ekinshisi y tin’ teris bag’ıtında tarqaladı dep esaplayıq. Qarama-qarsı tarqalatug’ın tolqınlardın’ fazaları birdey bolıp keletug’ın noqattı koordinatalar bası dep alıp ha’m waqıttı da’slepki fazaları nolge ten’ bolatug’ın waqıt momentinen esaplaytug’ın bolsaq usı eki tegis tolqınnın’ ten’lemelerin to’mendegi tu’rde jazıwg’a boladı: y ko’sherinin’ on’ bag’ıtı menen tarqalatug’ın toqın ushın:

$$x_1 = a\,cos\,2\pi\left(\nu t - \frac{y}{\lambda}\right),$$

al y ko’sherinin’ teris bag’ıtı menen tarqalatug’ın tolqın ushın

$$x_2 = a\,cos\,2\pi\left(\nu t + \frac{y}{\lambda}\right).$$

Bul eki tolqındı qossaq

$$x = x_1 + x_2 = a\,cos\,2\pi\left(\nu t - \frac{y}{\lambda}\right) + a\,cos\,2\pi\left(\nu t + \frac{y}{\lambda}\right).$$

Bul ten’leme algebralıq tu’rlendiriwlerden keyin bılay jazıladı:

$$x = 2a\,cos\frac{2\pi y}{\lambda}\,cos\,2\pi\nu t \tag{30.22}$$

Usı eki tolqınnın’ amplitudaları ha’r qıylı bolsın ha’m olardı A ha’m B arqalı belgileyik. Bunday jag’dayda to’mendegilerdi alamız:

y ko’sherinin’ on’ bag’ıtında tarqalatug’ın tolqın ushın:

$$x_1 = A\,cos\,\omega\left(t - \frac{y}{c}\right). \tag{30.23}$$

Al og’an qarama-qarsı bag’ıtta tarqalatug’ın tolqın ushın:

$$x_1 = A\,cos\,\omega\left(t + \frac{y}{c}\right). \tag{30.24}$$

Eki tolqınnın’ qosılıwınan payda bolg’an tolqın:

$$x = x_1 + x_2. \tag{30.25}$$

x_2 tolqının eki juwırıwshı tolqınnın’ qosındısı tu’rinde bılay jaza alamız:

$$x_2 = A\,cos\,\omega\left(t + \frac{y}{c}\right) + (B - A)cos\,\omega\left(t + \frac{y}{c}\right). \tag{30.26}$$

Bunday jag’dayda

$$x = x_1 + x_2 = A\cos\omega\left(t - \frac{y}{c}\right) + A\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right) + (B - A)\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right) = \qquad (30.27)$$
$$= 2A\cos\left(\omega\frac{y}{c}\right)\cos\omega t + (B - A)\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right).$$

Na'tiyjede alıng'an tolqın to'mendegidey eki tolqınnın' qosındısınan turadı:

$2A\cos\left(\omega\frac{y}{c}\right)\cos\omega t$ ***turg'ın tolqın*** dep ataladı.

$(B - A)\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right)$ ***juwırıwshı tolqın*** dep ataladı.

$B = A$ bolg'an jag'dayda qosındı tolqın tek turg'ın tolqınnan turadı. Bul sha'rtke ayrıqsha a'hmiyet beriw kerek. Sebebi qosılıwshı tolqınlar amplitaları o'z-ara ten' bolmasa turg'ın tolqın (bir orındag'ı terbelisler) alınbaydı, al bul jag'dayda juwırıwshı tolqıng'a iye bolamız.

Qosılıwshı eki tolqınnın' amplitudaları birdey bolatug'ın jag'daydı qarawdı dawam etemiz. (30.22) degi $\cos 2\pi\nu t$ ko'beytiwshisi ortalıq noqatlarında jiyiligi qarama-qarsı tarqalatug'ın tolqınlardın' jiyiligindey terbelistin' payda bolatug'ınlıg'ın ko'rsetedi. Waqıtqı g'a'rezli emes $2a\cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\right)$ ko'beytiwshisi qosındı terbelistin' A amplitudasın ta'ripleydi. Da'lirek aytqanda tek on' shama bolıp qalatug'ın amplituda usı ko'beytiwshinin' absolyut ma'nisine ten':

$$A = \left|2a\cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\right)\right| \qquad (30.28)$$

(30.28) den amplitudanın' ma'nisinin' y koordinatasına g'a'rezli bolatug'ınlıg'ı ko'rinip tur. Bul payda bolg'an terbelisti ***turg'ın tolqın*** dep ataymız. Turg'ın tolqınnın' amplitudası belgili bir noqatlarda qurawshı terbelisler amplitudalarının' qosındısına ten' boladı. Bunday noqatlar turg'ın tolqınlardın' ***shog'ırları*** dep ataladı. Basqa noqatlarda qosındı amplituda nolge ten'. Usınday noqatlar turg'ın tolqınlardın' ***tu'yinleri*** dep ataladı.

Shog'ırlar menen tu'yinler noqatlarının' koordinataların anıqlayıq. (30.28) boyınsha

$$\left|2a\cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\right)\right|$$

bolatug'ın noqatlarda amplituda maksimal ma'nislerge jetedi. Bul noqatlarda (30.28) boyınsha $A = 2a$.

Demek shog'ırlardın' geometriyalıq ornı

$$\left|2\pi\frac{y}{\lambda}\right| = \pm k\pi$$

sha'rti menen anıqlanadı ($k = 0, 1, 2, \ldots$). Olay bolsa shog'ırlardın' koordinataları

$$y = \pm k\frac{\lambda}{2} \tag{30.30}$$

ge ten' boladı ($k = 0, 1, 2, \mathbf{K}$).

Eger k nın' qon'sılas eki ma'nisi ushın y tin' (30-30) formula boyınsha anıqlanatug'ın eki ma'nisinin' ayırmasın alsaq, onda qon'ısılas eki shog'ır arasındag'ı qashıqlıq bılay esaplanadı:

$$y_{k+1} - y_k = \frac{\lambda}{2},$$

yag'nıy qon'ısılas eki shog'ır arası interferentsiya na'tmiyjesinde berilgen turg'ın tolqın payda bolatug'ın tolqınlar uzınlıg'ının' yarımına ten' boladı. Shog'ırlar payda bolatug'ın orınlarda eki tolqınnın' terbelislerinin' bir fazada bolatug'ınlıg'ı so'zsiz.

Tu'yinlerde qosındı terbelistin' amplitudası nolge ten'. Sonlıqtan (30.28)-formula boyınsha tu'yinnin' payda bolıw sha'rti mınaday boladı:

$$cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\right) = 0 \text{ yamasa } 2\pi\frac{y}{\lambda} = \pm(2k+1)\frac{\pi}{2}.$$

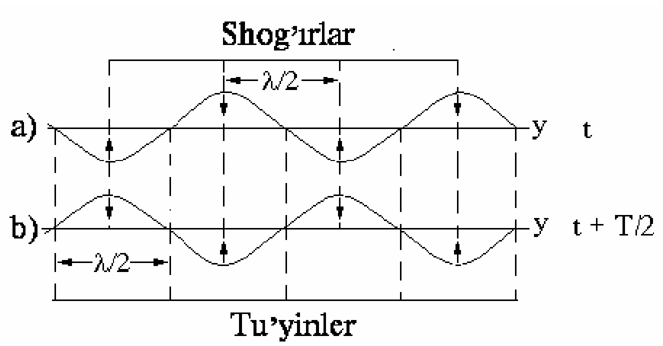
Olay bolsa tu'yinlerdin' koordinataları

$$y = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{4}$$

shamasına ten' boladı. demek tu'yinnin' en' jaqın jatqan shog'ırdan qashıqlıg'ı mınag'an ten':

$$(2k+1)\frac{\lambda}{4} - k\frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{4},$$

yag'nıy tu'yinler menen shog'ırlar arası tolqın uzınlıg'ının' sheregine ten' bolatug'ınlıg'ın ko'remiz. Eki tolqınlag'ı terbelisler qarama-qarsı fazalarda ushırasatug'ın orınlarda tu'yinler payda boladı.



30-4 su'wret.

Garmonikalıq terbelislerdi qosıw ushın arnalg'an su'wret.

Turg'ın tolqındı kompyuterler ja'rdeminde baqlaw qızıqlı na'tiyjelerdi beredi.

To'mende eki tolqınnın' qosılıwınan payda bolatug'ın juwırıwshı ha'm turg'ın tolqınlardı kompyuter ekranına shıg'arıw ushın tolqin programması keltirilgen:

```
program tolqin;
uses crt, Graph;
const q=1.4; a1=50;  a2=100; nj=0.01;
var
        z, t, gd, gm :   integer;
        x1, x2, x3, x5 :   real;
        color:   word;
begin
      gd:=detect;  initgraph(gd,gm,' ');       SetLineStyle(0,0,1);       color:=GetMaxColor;
      SetLineStyle(0,0,1);
        for z:=0 to 300 do begin;
        for t:=0 to 400 do begin;
x1:=a1*cos(2*pi*nj*(t+z)); x2:=a2*cos(2*pi*nj*(t-z));    x3:=x1+x2;
line (10,250,600,250); putpixel (round(10+t*q),round(250+x1),color);
putpixel (round(10+t*q),round(250+x2),color);
putpixel (round(10+t*q),round(250+x3),1);
circle (round(10+t*q),round(250+x3),2); end;  clearviewport;   end;   readln;   closegraph;   end.
```

Bul programmada q kompyuter ekranındag'ı masshtabtı beriwshi turaqlı shama, a1 menen a2 ler eki tolqınnın' amplitudasına ten'. nj arqalı tolqınlar jiyiligi berilgen.

Juwırıwshı tolqın jag'dayında noqatlardın' awıtqıwı y ko'sherine parallel. Juwırıwshı turg'ın tolqın jag'dayında noqatlardın' arası yarım da'wirge ten' eki waqıt momentlerindegi orınları joqarıdag'ı 30-4 a) ha'm b) su'wretlerde ko'rsetilgen. Terbeliwshi noqatlardın' tezlikleri nolge ten' bolatug'ın tu'yinlerde ortasha tıg'ızlıg'ının' birden tez o'zgeredi - bo'leksheler tu'yinge eki ta'repten de birese jaqınlap, birese onnan qashıqlaytug'ınlıg'ın ko'remiz.

Turg'ın tolqınlar a'dette ilgeri qaray tarqalıwshı ha'm (shag'ılısıp) keri qaytıwshı tolqınlardın' interferentsiyasının' na'tiyjesinde payda boladı. Mısalı jiptin' bir ushın mıqlap baylap qoysaq, sol jip baylang'an jerden shag'ılısqan tolqın ilgeri tarqalıwshı tolqın menen interferentsiyalanadı ha'm turg'ın tolqın payda boladı. Bul jag'dayda qozg'almay qalatug'ın tu'yin noqatlarının' bir birinen qashıqlıqları ilgeri tarqalıwshı tolqın uzınlıg'ının' yarımına ten', al jiptin' bekitilgen jerinde, yag'nıy tolqın shag'ılısatug'ın orında tu'yin payda boladı.

Qosımsha:

Massa haqqında

Mına sorawlarg'a juwap beriwge tırısamız:

1. Denelerdin' massası olardın' tezliginen g'a'rezli me?
2. Deneler sistemag'a birikkende massa additiv shama bolıp tabıla ma (yag'nıy $m_{12} = m_1 + m_2$)?

Bul sorawlarg'a ha'r kim ha'r qıylı etip juwap beredi.

1905-jılı jarıq ko'rgen jumısında A.Eynshteyn fizika ilimine tınıshlıq energiyası tu'sinigin kirgiziw arqalı massag'a fizikalıq ma'nis berdi. Al ha'zirgi waqıtları massa haqqında ga'p etkende fizikler

$$m^2 = \frac{E^2}{c^4} - \frac{p^2}{c^2} \qquad (1)$$

formulası boyınsha anıqlanatug'ın koeefitsientti na'zerde tutadı. Bunday massa bir inertsiallıq esaplaw sistemasınan ekinshi inertsiallıq esaplaw sistmesına o'tkende o'zgermeydi. Bunın' durslıg'ına energiya E ha'm impuls r ushın Lorents tu'rlendiriwlerin qollang'anda iseniwge boladı. Eger $v = |\mathbf{v}|$, $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ ha'm **v** vektorı x ko'sheri bag'ıtında bag'ıtldang'an bolsa to'mendegilerge iye bolamız:

$$\begin{aligned} &E \to (E' + \mathbf{vp}')\gamma, \\ &p_x \to \left(p_x' + \frac{vE'}{c^2}\right)\gamma, \\ &p_y \to p_y', \\ &p_z \to p_z'. \end{aligned} \qquad (2)$$

Solay etip energiya E menen impuls **r** 4 (to'rt) vektordın' qurawshıları bolıp tabıladı, al massa bolsa Lorents tu'rlendiriwlerine qarata invariant shama bolıp tabıladı (4 vektor dep to'rt kurawshıg'a iye vektordı aytamız).

Oylanıw ushın mag'lıwmatlar:

Lorents tu'rlendiriwleri Eynshteyn formulaları du'nyasının' tiregi bolıp tabıladı. Bul tu'rlendiriwler fizik Xendrik Anton Lorents ta'repinen usınılg'an teoriyada keltirip shıg'arılg'an. Bul tu'rlendiriwlerdin' ma'nisi mınalarg'a alıp keledi: u'lken tezlikler menen qozg'alıwshı denelerdin' o'lshemleri qozg'alıs bag'ıtında qısqaradı. Bunın' durıslıg'ına 1909-jılı-aq Avstriya fizigi Paul Erenfest gu'manlandı. Onın' pikirleri mınadan ibarat: qozg'alıwshı deneler qozg'alıs bag'ıtında haqıyqatında da o'lshemlerin kishireytetug'ın bolsın. Biz disk penen ta'jiriybe o'tkereyik. Onı ko'sheri do'gereginde aylandırayıq ha'm kem-kemnen aylanıw tezligin arttırayıq. Eynshteyn mırzanın' aytıwı boyınsha disktin' o'lshemlerinin' kishireyiwi, sonın' menen birge disktin' o'zinin' mayısıwı kerek. Disktin' aylanıs tezligi jaqtılıqtın' tezligine jetkende disktin' jog'alıwı kerek.

Eynshteyn albırap qalg'an. Sebebi Erenfesttin' aytqanları durıs. Salıstırmalıq teoriyasının' do'retiwshisi arnawlı jurnallardın' betlerinde o'zinin' eki kontrargumentin ja'riyalag'an. Bunnan keyin Erenfestke Gollandiyada fizika professorı lawazımın alıwg'a ja'rdem bergen (Erenfest bul lawazımdı alıwg'a a'lle qashan umtılgan edi). Gollandiyadıg'ı professorlıq jumısqa Erenfest 1912 jılı kelgen. Usının' saldarınan arnawlı salıstırmalılık teoriyası haqqındag'ı kitaplardın' betlerinen joqarıda atap o'tilgen Erenfesttin' ashqan jan'alıg'ı da (bul jan'alıqtı Erenfest paradoksı dep ataydı) jog'aladı.

Tek 1973-jılı g'ana oydag'ı Erenfest eksperimenti a'melde islendi. Fizik Tomas E. Fips u'lken tezlik penen aylanıwshı diskti su'wretke tu'sirdi. Vspıshka ja'rdeminde tu'sirilgen bul su'wretler Eynshteynnin' formulalarının' durıslıg'ın da'lillewi ushın xızmet etiwi kerek edi. Biraq bul jerde de oydag'ı alınbadı. Teoriyag'a qaramastan disktin' o'lshemleri o'zgermegen. Arnawlı salıstırmalıq teoriyasında ga'p etiletug'ın «boylıq qıskarıw» tastıyıqlanbadı. Fips o'zinin' na'tiyjeleri haqqındag'ı maqalasın belgili «Nature» jurnalına jiberedi. Al jurnal redaktsiyası bul maqalanı basıp shıg'arıwdan bas tartadı. Aqır-ayag'ında maqala İtaliyada kishi tiraj benen shıg'atug'ın bir arnawlı jurnaldın' betinde jarıq ko'redi. Biraq maqalag'a hesh kim itibar bermegen.

Biraq usıg'an karmastan qozgalıstag'ı waqıttın' o'tiwinin' a'steleniwin ko'rsetetug'ın eksperimentlerdin' ta'g'diri de ko'pshilik ta'repinen dıqqatka alınbadı.

(1)-ten'lemeden tınıshlıqtag'ı energiya ushın jazılgan dan'qlı Eynshteyn an'latpası $E_0 = mc^2$ alınadı (eger $\mathbf{p} = 0$ bolsa). Al eger jaqtılıqtın' tezligin birge ten' dep qabıl etsek (yag'nıy $c = 1$) denenin' massası onın' tınıshlıqtag'ı energiyasına ten' bolıp shıg'adı. Energiya saqlanatug'ın bolg'anlıqtan massa da tezlikten g'a'rezsiz saqlanatug'ın shama bolıp shıg'adı. Bul joqarıda keltirilgen birinshi sorawg'a juwap bolıp tabıladı. Atap aytqanda massalıq denelerde «uyqılap atırg'an» tınıshlıq energiyası ximiyalıq ha'm (a'sirese) yadrolıq reaktsiyalarda bo'linip shıg'adı.

Endi additivlik haqqındag'ı sorawg'a itibar beremiz.

Baska inertsiallıq esaplaw sistemasına o'tkende da'slepki sistemada tınıshlıqta turg'an denege Lorents tu'rlendiriwlerin qollanamız. Bunday jag'dayda da'rha'l denenin' energiyası menen impulsinin' onın' tezligine g'a'rezliligi alınadı:

$$\begin{cases} E = mc^2\gamma, \\ \mathbf{p} = m\mathbf{v}\gamma = \dfrac{E}{c^2}\mathbf{v} \end{cases} \qquad (3)$$

Eskertiw: Jaqtılıqtın' bo'leksheleri bolg'an fotonlar massag'a iye emes. Sonlıqtan joqarıda keltirilgen ten'lemelerden foton ushın $v = c$ ekenligi kelip shıg'adı.

Energiya menen impuls additiv shamalar bolıp tabıladı. Eki deneden turatug'ın sistemanın' energiyası E sol denelerdin' erkin haldag'ı energiyalarının' qosındısınan turadı ($E = E_1 + E_2$). İmulsler ushın da usınday tastıyıqlaw durıs ($\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$). Eger usı kosındılardı (1) ge qoysaq biz to'mendegi an'latpag'a iye bolamız:

$$m^2 = \frac{(E_1 + E_2)^2}{c^4} - \frac{(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2}{c^2} \neq (m_1 + m_2)^2.$$

Solay etip qosındı massa $\mathbf{p}_1$ ha'm $\mathbf{p}_2$ impulsları arasındag'ı mu'yeshten g'a'rezli boladı eken.

Bunnan a'hmiyetli juwmaq shıg'aramız: eki fotonnan turatug'ın sistemanın' energiyası eger fotonlar qarama-qarsı bag'ıtlarda qozg'alatug'ın bolsa $2E / c_2$ qa, al eger fotonlar bir bag'ıtta qozg'alsa bul sistemanın' energiyası nolge ten'.

Solay etip salıstırmalılık printsipin realizatsiyalaw ushın Lorents tu'rlendiriwleri za'ru'r. Al bul tu'rlendiriwlerden impuls penen tezlik arasındag'ı baylanıs $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ Nyuton formulası ja'rdeminde emes, al (3)-formula menen beriliwi kerek.

Ju'z jıl burın adam oyının' inertsiyası boyınsha Nyuton formulasın relyativistlik fizikag'a kirgiziw ha'reketi islendi. Usıg'an baylanıslı energiyanın' ha'm usıg'an sa'ykes tezliklin' o'siwi menen o'setug'ın relyativistlik massa haqqındag'ı ko'z-qaras payda boldı. Ҳa'zirgi ko'z-qaraslar boyınsha $m = E / c^2$ formulası artefakt (lat. artefactum, qaraqalpaqshası jasalma tu'rde payda etilgen defekt degen ma'niste) bolıp tabılıp. Fizikanı u'yreniwshiler basında gu'milji pikirlerdi payda etedi: bir ta'repten fotonnın' massası joq, al ekinshi ta'repten onın' massası bar.

Ne sebepli E_0 belgisi akılg’a muwapıq keledi? Sebebi energiya esaplaw sistemasınan g’a’rezli. Bul an’latpadag’ı nol indeksi tınısh turg’an sistemadag’ı energiya ekenligin an’latadı. Al ne sebepli m_0 belgisi (tınıshlıqtag’ı massa) belgisi aqılg’a muwapıq emes? Sebebi massa esaplaw sistemasınan g’a’rezli emes.

Energiya menen massa arasındag’ı ekvivalentlik te joqarıda ga’p etilgen aljasıwlarg’a o’zinin’ u’lesin qosadı. Ҳaqıyqatında da massa bolsa og’an sa’ykes keliwshi energiya da bar. Bul $E_0 = mc^2$ tınıshlıq energiyası bolıp tabıladı. Biraq energiya bar jerde massa barlıq waqıtta bola bermeydi. Fotonnın’ massası nolge ten’, al onın’ energiyası nolge ten’ emes. Jaqtılıqtın’ tezligi $c = 1$ birliginde kosmoslıq nurlardın’ quramındag’ı yamasa ha’zirgi zaman tezletkishlerindegi bo’lekshelerdin’ energiyaları olardın’ massalarınan bir neshe poryadoklarg’a u’lken.

Ҳa’zirgi zaman relyativistlik tilinin’ qa’liplesiwinde R.Feynmannın’ tutqan ornı ullı. Ol 1950-jılları maydannın’ kvant teoriyasında vozmuщenielerdin’ relyativistlik jaqtan invariant teoriyasın do’retti. Energiya-impulstin’ 4 vektorının’ saqlanıwı Feynman diagrammalırı dep atalatug’ın dan’qlı texnikanın’ (Feynman grafikleri dep te ataydı) tiykarında jatadı. Barlıq ilimiy jumıslarında Feynman (1)-formula menen berilgen massa tu’siniginen paydalandı. Denenin’ massasın onın’ energiyasın c^2 qa bo’liw dep esaplaw salıstırmalıq teoriyası menen tanısıwdı Landau menen Lifshitstin’ «Maydan teoriyası» nan yamasa Feynmannın’ ilimiy maqalalarınan baslag’an fiziklerdin’ basına kele almadı. Biraq ko’pshilikke arnalg’an bir kansha kitaplarda (sanın’ ishinde fizika boyınsha Feynman lektsiyalarında da) bul artefakt saqlanıp qaldı.

Bunday qolaysızlıqlardan qutılıw ushın salıstırmalıq teoriyası boyınsha oqıw a’debiyatlarında birden bir ha’zirgi zaman terminologiyası qabıl etildi. Ҳa’zirgi zaman ha’m go’nergen belgiler menen terminlerdi parallel tu’rde qollanıw 1999-jılı Mars planetasına tu’siriw barısında avariyag’a ushırag’an zondtı esletedi. Bul avariya usı proektke qatnasqan ayırım firmalardın’ dyuymdi, al basqalarının’ metrlik sistemanı qollang’anlıg’ınan ju’zege keldi.

Bu’gin fizika leptonlar ha’m kvarkler ta’rizli haqıyqıy elementar bo’leksheler menen adronlar dep atalıwshı proton ha’m neytron tipindegi bo’lekshelerdin’ massasının’ ta’biyatı haqqındag’ı ma’selege tıg’ız tu’rde jaqınladı. Bul ma’sele Xiggs bozonları dep atalıwshı bo’lekshelerdi izlew ha’m vakuumnın’ evolyutsiyası ja’ne qurılısın anıqlaw menen tıg’ız baylanıslı. Bul jerde de ga’p massanın’ ta’biyatı erkin bo’lekshenin’ tolıq energiyasın beretug’ın relyativistlik massa haqqında emes, al (1)-formula menen anıqlang’an invariant massa haqqında ju’redi.

Salıstırmalıq teoriyasında massa inertsiyanın’ o’lshemi bolıp tabılmaydı (G’=ma formulası). İnertsiyanın’ o’lshemi denenin’ yamasa deneler sistemasının’ tolıq energiyası bolıp tabıladı. Fizikler massa haqqındag’ı Nyuton ko’z-qaraslarına saykes keliwshi yarlıklardı bo’lekshelerge jabıstırmaydı. Sebebi fizikler massag’a iye emes bo’lekshelerdi de bo’leksheler dep ataydı. Usı aytılg’anlardı esapqa alsaq, nurlanıwdın’ bir deneden ekinshisine energiyanı ha’m sog’an sa’ykes inertsiyanı alıp keletug’ınlıg’ı tan’ kalarlıq emes.

Solay etip qısqasha juwmaq:

- Massa barlıq esaplaw sistemalarında birdey ma’niske iye. Bo’lekshenin’ qalay qozg’alatug’ınlıg’ına baylanıssız massa invariant shama bolıp tabıladı.

- «Energiya tınıshlıq massasına iye me?» ma’selesi ma’niske iye emes. Massag’a energiya emes, al dene (bo’lekshe) yamasa bo’leksheler sisteması iye. $E_0 = mc^2$ formulasınan «energiya massag’a iye» dep jazıwshı oqıw a’debiyatlarının’ avtorları ma’nissiz frazalardı jazıp kelmekte.

Tek logikanı buzıw arqalı massa menen energiyanı bir birine ten’lestiriw mu’mkin. Sebebi massa – relyativistlik skalyar, al energiya bolsa 4 vektordın’ qurawshısı. Aqılg’a muwapıq keliwshi terminologiyada «Tınıshlıq energiyası ha’m massanın’ ekvivalentligi» durıs bolıp estiledi.

«Mexanika» kursı boyınsha oqıw bag’darlaması

Kirisiw

Mexanika pa’ni. Pa’nnin’ maqseti. Pa’nnin’ wazıypası, a’meliy ko’rsetpeler, bahalaw kriteriyleri. Pa’nnin’ qa’nige tayarlawda tutqan ornı. Panler aralıq baylanısları. Fizikadag’ı o’lshem birlikleri ha’m birlikler sistemaları. Koordinatalar ha’m esaplaw sistemaları.

Kinematika

Mexanikalıq qozg’alıs. Ken’islik, waqıt, esaplaw sistemaları haqqında tu’sinik. Tuwrı sızıqlı emes qozg’alıs grafikleri. İymek sızıklı qozg’alıs. Aylanbalı qozg’alıs. Erkin tu’siw. Veritkal ha’m gorizont bag’ıtında ılaqtırılg’an denelerdin’ qozg’alısı. Gorizontqa mu’yesh jasap ılaqtırılg’an denelerdin’ qozg’alısı.

Dinamika

Ku’sh ha’m denelerdin’ o’z-ara ta’sirlesiwi. Nyuton nızamları. Denenın’ erkin bolmag’an qozg’alısı. İmpuls. İmpulstin’ saqlanıw nızamı. O’zgeriwshi massali deneler qozg’alısı. Reaktiv qozg’alıs. Jumıs ha’m energiya. Ku’shtin’ jumısı. Deformatsiyalang’an dene energiyası. Kinetikalıq energiya. Tolıq serpimli emes ha’m serpimli soqlıg’ısıwlar. Jerdin’ tartıw maydanındag’ı denenin’ potentsial energiyasi. Energiyanın’ saqlanıw nızamı. Su’ykelis ku’shleri. Sırg’anap ha’m tınısh su’ykelisiw. Dumalap su’ykelisiw. İnertsiallıq esaplaw sistemaları. İnertsiallıq esaplaw sistemasındag’ı denenin’ qozg’alısı. Aylanbalı qozg’alıstag’ı deneler sistemasındag’ı inertsiya ku’shleri. Fuko mayatnigi. Relyativistlik bo’leksheler dinamikası.

Salıstırmalıq printsipi

Galileydin’ salıstırmalıq printsipi. Salıstırmalıq printsipinin’ fizika iliminde tutqan ornı. Jaqtılıq tolqınının’ tezliginin’ turaqlı ekenligi. Eynshteynnin’ salıstırmalıq printsipi. Lorents tu’rlendiriwleri ha’m Lorents tu’rlendiriwlerinen kelip shıg’atug’ın na’tiyjeler. Tu’rlendiriw invariantları.

Qattı denelerdin’ aylanbalı qozg’alısı

Qattı denenın’ ilgerilemeli ha’m aylanbalı qozg’alısı. Qozg’almaytug’ın ko’sherge iye bolg’an denenın’ ten’ salmaqlıq sha’rti. Denenın’ qozg’almaytug’ın ko’sher a’tirapındag’ı aylanbalı qozg’alıs nızamı. İmpuls momenti. Awırlıq ha’m inertsiya orayları. Qattı denenin’ inertsiya orayının’ qozg’alıs nızamı. Shteyner teoreması. Shteyner teoremasının’ qollanılıwı. Qattı dene qozg’alısı ushın dinamikanın’ tiykarg’ı nızamları. Aylanbalı ha’m ilgerilemeli qozg’alıstag’ı denenın’ kinetikalıq energiyasi. Giroskoplar. Erkin giroskop ko’sherinin’ qozg’alısı. Giroskoplıq ku’shler. Pu’tkil du’nyalıq tartılıs nızamı. İnertlik ha’m gravitatsiyalıq massalar.Tartısıwdın’ potentsial energiyası. Kosmos mexanikasının’ tiykarg’ı nızamları. A’lemnin’ kurılısı.

Deformatsiya

Elastik deformatsiya. Deformatsiyanın’ tu’rleri. Guk nızamı. Yung moduli. Deformatsiyanın’ potentsial energiyasi.

Suyıqlıq penen gazlar qozg’alısı.

Zattın’ agregat halları. Suyıqlıqtın’ statsionar ag’ıwı. İdeal suyıqlıq bo’lekshesi ushın dinamikanın’ tiykarg’ı nızamı. Bernulli ten’lemesi. Torrishelli formulası. Suyıqlıq yamasa gaz ag’ımının’ denege ta’siri. Magnus effekti. Ko’teriw ku’shi.

Terbelmeli qozg’alıs

Garmonikalıq terbelmeli qozg’alıs. Matematikalıq mayatnik ha’m onın’ kinematikası, dinamikası. Fizikalıq mayatnikler. Terbelislerdegi energiyanın’ o’zgeriwi. So’niwshi terbelmeli qozg’alıs. Ma’jbu’riy terbelisler. Rezonans. Terbelislerdi qosıw. Soqqı.

Tolqınlar

Tolqınlar. Tegis sinusoidallıq tolqınlar. Tolqınlardın’ qozg’alıs energiyasi. Tolqın interferentsiyası. Ses ha’m onın’ ta’biyatı. Akustika elementleri.

Mexanika kursına tiyisli laboratoriyalıq jumıslar dizimi

1. Qa’telikler teoriyası. Analitikalıq ta’rezide o’lshewdi u’yreniw.
2. Ten’ o’lshewli tezleniwshi qozg’alıstı u’yreniw.
3. Atvud mashinasında Nyutonnın’ II nızamın u’yreniw.
4. Tınısh ha’m sırganap su’ykeliw koeffitsentin tribometr ja’rdeminde u’yreniw.
5. Elastikalıq soqlıg’ısıwdag’ı impulstın’ saqlanıw nızamın u’yreniw.
6. Do’n’gelektin’ inertsiya momentin anıqlaw.
7. Maksvell mayatniginin’ qozg’alısın u’yreniw.
8. Qattı denenın’ inertsiya momentin o’lshew.
9. Oberbek mayatnigi ja’rdeminde aylanbalı qozg’alıs dinamikasının’ tiykarg’ı nızamın u’yreniw.
10. Elastikalıq moduldi sozılıw boyınsha u’yreniw.
11. Elastikalıq moduldi iyiliw boyınsha anıqlaw.
12. Matematikalıq mayatnik ja’rdeminde awırlıq ku’shi tezleniwin anıqlaw.
13. Fizikalıq mayatnik ja’rdeminde awırlıq ku’shi tezleniwin anıqlaw.
14. Trifilyar mayatnik ja’rdeminde denenın’ inertsiya momentin anıqlaw ha’m Shteyner teoremasın tekseriw.
15. Jıljıw modulin buralıw boyınsha anıqlaw.
16. Terbelislerdin’ so’niwinen dumılap su’ykeliw koeffitsentii anıqlaw (Lebedev mayatnigi).
17. Terbeliwlerdin’ so’niwinen domalap su’ykelis koeffitsentin Maksvell mayatnigi ja’rdeminde anıqlaw.
18. Ses tolqınının’ hawada tarqalıw tezligin turg’ın tolqın metodı ja’rdeminde anıqlaw.
19. Ses tolqınının’ hawada tarqalıw tezligin interferentsiya metodı menen anıqlaw.

Qosımsha: Joqarıda keltirilgan laboratoriya jumıslarının’ ishinde keminde 10 jumıstın’ orınlanıwı sha’rt.

Tiykarg'ı a'dabiyatlar

1. D.P.Strelkov. Mexanika. Tashkent, «Wkituvshi», 1977-jıl.
2. D.P.Sivuxin. Ulıwmalıq fizika kursi. 1-tom. Mexanika. Tashkent, «Wkituvshi», 1981 jıl.
3. S.E.Xaykin Fizisheskie osnovımexaniki. Moskva, «Nauka» baspası, 1971-jıl.
4. K.A.Tursunmetov, X.S Daliev. Mexanika. 1-kism. Tashkent, 2000-jıl.
5. A.Shertov. Ulıwmalıq fizika kursı boyınsha ma'seleler toplamı. Tashkent, «O'zbekstan», 1998-jıl.
6. K.A. Tursunmetov ha'm basqalar. Mexanika. -Tashkent, 1998-jıl.
7. E.N.Nazirov ha'm basqalar. Mexanika ha'm molekulalıq fizikadan praktikum, Tashkent, 1983.

Qosımsha a'dabiyatlar

1. İ.V.Savelev. Ulıwmalıq fizika kursi. 1-tom. Wqituvshi, 1981-jıl.
2. O.İ.Axmadjonov. Fizika kursı. Mexanika ha'm molekulalıq fizika. Tashkent, «Wkituvshi», 1985-jıl.
3. Dj.Klauford i dr. Berklevskiy kurs fiziki. Tom 1. Mexanika. Moskva, «Nauka» baspası, 1984-jıl.
4. S.V.Volkentshteyn. Ulıwmalıq fizikadan ma'seleler toplamı.
5. İ.E.İrodov. Zadashi po obshey fizike. Moskva, «Nauka» baspası, 1979-jıl.
6. L.L.Goldin. Rukovodstvo k laboratornım zanyatiem po fizike. Moskva, «Nauka» baspası, 1979-jıl.
7. Mexanika boyınsha oqıw kinofilmleri.
8. S.P.Strelkov ha'm basqalar. Ulıwmalıq fizika kursı boyınsha ma'seleler toplamı. Mexanika. Tashkent, «Wqituvshi», 1981-jıl.
9. D.İ.Saxarov. Fizika boyınsha ma'seleler toplamı. Tashkent, «Wqituvshi», 1965-jıl.
10. A.G.Zagusta ha'm basqalar. Ulıwmalıq fizika kursı boyınsha ma'seleler toplamı. Tashkent, «Wqituvshi», 1991-jıl.
11. D.İ.İverenova Fizika boyınsha praktikum. Mexanika ha'm molekulalıq fizika. Tashkent, «Wqituvshi», 1973-jıl.

Sabaqlarg'a mo'lsherlengen oqıw bag'larlaması

	Temalar atları	Saatlar sanı		
1	Kirisiw.	1		
2	Fizika iliminin' ma'seleleri, modelleri ha'm usılları. Fizikanın' ma'seleleri. Abstraktsiyalar ha'm fizikalıq modellerdin' sheklengenligi. Fizikanın' metodları (usılları).	2		
3	Fizikalıq shamalar ha'm olardı o'lshew haqqında. Salıstırıw ha'm ayırıw. Salıstırıw ha'm o'lshew. O'lshew. Fizikalıq shama. Fizikalıq shamanın' ma'nisi ha'm o'lshemi. Fizikalıq shamalardın' birlikleri sistemaları. Fizikalıq shamalardın' o'lshemleri. Xalıq aralıq sistema qabıl etilgennen burın qollanılg'an birlikler sistemaları. Birliklerdin' xalıq aralıq sisteması	1		

	(SI sisteması).			
4	Ken'islik ha'm waqıt. Ken'islik ha'm geometriya. Geometriya ha'm ta'jiriybe. Materiallıq noqat ha'm materiallıq dene. Noqatlar arasındag'ı aralıq. Absolyut qattı dene. Esaplaw sisteması. Koordinatalar sisteması. Ken'isliktegi o'lshemler sanı. A'hmiyetli koordinatalar sisteması. Koordinatalardı tu'rlendiriw. Vektorlar. Vektorlardı qosıw ha'm vektordı sang'a ko'beytiw. Vektorlardı skalyar ko'beytiw. Vektorlıq ko'beyme. Vektorlardı birlik vektorlar ja'rdeminde ko'rsetiw. Radius-vektor. Waqıt tu'sinigi. Da'wirli protsessler. Saatlardı sinxronizatsiyalaw.	3		
5	Materiallıq noqat kinematikası. Mexanika ha'm onın' bo'limleri. Orın almastırıw vektorı. Tezlik. Tezleniw. Noqattın' shen'ber boyınsha qozg'alıwı. Mu'yeshlik tezlik. Orayg'a umtılıwshı tezleniw. Mu'yeshlik tezleniw. Mu'yeshlik tezlik ha'm mu'yeshlik tezleniw vektorları.	3		
6	Qattı deneler kinematikası. Erkinlik da'rejesi. Tegis qozg'alıs. Aylanbalı qozg'alıs. Aylanıwdın' birzamatlıq ko'sheri.	2		
7	Nyuton nızamları. Nyuton ta'repinen berilgen anıqlamalar. Massa. İmpuls. İmpulstin' saqlanıw nızamı. Nyuton nızamların sa'wlelendiretug'ın mısallar.	3		
8	Jumıs ha'm energiya. Jumıs. Energiya. Kinetikalıq ha'm potentsial energiyalar. Quwatlılıq. Konservativlik ha'm konservativlik emes ku'shler. Bir tekli awırlıq maydanındag'ı potentsial energiya. Sozılg'an prujinanın' potentsial energiyası. İshki energiya.	3		
9	Mexanikadag'ı Lagranj usılı. Ulıwmalasqan koordinatalar. Lagranjian. En' kishi ta'sir printsipi. Lagranj-Eyler ten'lemeleri.	2		
10	Materiallıq noqatlar sisteması qozg'alısı ha'm energiyası. Materiallıq noqattın' impuls momenti. Materiallıq noqatlar sistemasının' impulsi ha'm impuls momenti. Materiallıq noqatlardan turatug'ın sistemag'a ta'sir etiwshi ku'sh. Materiallıq noqatlar sistemasının' qozg'alıs ten'lemesi. Massalar orayı. Materiallıq noqatlar sisteması ushın momentler ten'lemesi. Aylanıwshı qattı denelerdin' kinetikalıq energiyası. İnertsiya tenzorı ha'm ellipsoidı.	2		
11	Galileydin' salıstırmalıq printsipi ha'm Galiley tu'rlendiriwleri. Galileydin' salıstırmalıq printsipi. Koordinatalardı geometriyalıq jaqtan almastırıw. Ҳa'r qanday esaplaw sistemaları arasındag'ı fizikalıq o'tiwler. İnertsial esaplaw sistemaları.	2		
12	Tu'rlendiriw invariantları.	2		
13	Jaqtılıq tezliginin' shekliligi. Jaqtılıq haqqındag'ı ko'z-qaraslardın' rawajlanıwı. Jaqtılıqtın' tezligin Remer ta'repinen o'lshew. Du'nyalıq efir tu'sinigi. Maykelson-Morli ta'jiriybesi. Fizo ta'jiriybesi. Galiley tu'rlendiriwlerinin' sheklengenligi.	2		

14	Lorents tu'rlendiriwleri. Tiykarg'ı printsipler. Koordinatalardı tu'rlendiriwdin' sızıqlılıg'ı. y ha'm z ushın tu'rlendiriwler. x penen t ushın tu'rlendiriw. Bir waqıtlılıqtın' salıstırmalılıg'ı. İntervaldın' invariantlılıg'ı. Ken'islikke megzes ha'm waqıtqa megzes intervallar. Qozg'alıstag'ı saatlardın' ju'riw tempi. Menshikli waqıt. Tezliklerdi qosıw. Tezleniwdi tu'rlendiriw.	2		
	Lorents tu'rlendiriwlerinen kelip shıg'atug'ın na'tiyjeler ha'm interval. Bir waqıtlılıqtın' salıstırmalılıg'ı ha'm sebeplilik. İntervaldın' invariantlılıg'ı. Ken'islikke megzes ha'm waqıtqa megzes intervallar. Qozg'alıwshı denenin' uzınlıg'ı. Qozg'alıstag'ı saatlardın' ju'riw tempi. Menshikli waqıt. Tezliklerdi qosıw. Aberratsiya. Tezleniwdi tu'rlendiriw.	2		
15	Saqlanıw nızamları. İnvariantlılıq ha'm saqlanıw nızamları. Neter teoreması. Saqlanıw nızamlarının' orın alıwına alıp keletug'ın sebepler. Qozg'alıs ten'lemeleri ha'm saqlanıw nızamları. Saqlanıw nızamlarının' matematikalıq ma'nisi. İmpulstin' saqlanıw nızamı. İmpuls momentinin' saqlanıw nızamı. Energiyanın' saqlanıw nızamı. Ku'shtin' jumısı. Potentsial ku'shler.	2		
16	Relyativistlik bo'leksheler dinamikası. Minkovskiydin' to'rt o'lshemli ken'isligi. To'rt o'lshemli vektorlar. Energiya-impulstin' to'rt o'lshemli vektorı. Relyativistlik bo'lekshenin' qozg'alıs ten'lemesi.	2		
17	İnertsial emes esaplaw sistemaları. İnertsial emes esaplaw sistemalarının' anıqlaması. İnertsial emes esaplaw sistemalarındag'ı ken'islik penen waqıt. İnertsiya ku'shleri. Tuwrı sızıqlı qozg'alıwshı inertsial emes esaplaw sisteması. Arba u'stindegi mayatnik. Lyubimov mayatnigi. Salmaqsızlıq.	3		
18	Gravitatsiyalıq ha'm inert massalar. Gravitatsiyalıq ha'm inert massalar haqqında tu'sinik. Gravitatsiyalıq ha'm inert massalar arasındag'ı baylanıs. Ekvivalentlik printsipi. Qızılg'a awısıw.	2		
19	Qattı deneler dinamikası. Mexanikadag'ı qattı dene. Qattı denenin' qozg'alıs tenlemesi ha'm qattı denenin' ten' salmaqlıqta turıwı. Mu'yeshlik tezlik vektor sıpatında. Aylanbalı qozg'alıslardı qosıw. Eyler teoreması. Qattı denelerdin' ulıwmalıq qozg'alısı.	2		
20	Giroskoplar. Erkin giroskoptın' qozg'alısı. Sırtqı ku'shlerdin' tasirindegi giroskop. Juwıq teoriya.	2		
21	Aylanıwshı inertsial emes koordinatalar sistemaları. Koriolis tezleniwi ha'm Koriolis ku'shi. Aylanıwshı koordinatalar sistemasındag'ı inertsiya ku'shleri. Fuko mayatnigi. Giroskoplıq ku'shler.	2		
22	Soqlıg'ısıwlar. Soqlıg'ısıw protsesslerinin' ta'riplemesi. Soqlıg'ısıw protsessin diagrammalar ja'rdeminde su'wretlew. Soqlıwg'ısıwlardag'ı saqlanıw nızamları. Serpimli ha'm serpimli emes soqlıg'ısıwlar. Neytronlardı a'steletiw. Fotonlardın' jutılıwı ha'm shıg'arılıwı. Tabıldırıq ha'm aktivatsiya energiyası.	2		

	Elementar bo'leksheler arasındag'ı reaktsiyalar.			
23	O'zgermeli massalı denelerdin' qozg'alısı. Reaktiv qozg'alıs. Мещerskiy ten'lemesi. TSiolkovskiy formulası. Xarakteristikalıq tezlik.	2		
24	Awırlıq maydanındag'ı qozg'alıs. Kepler nızamları. Kepler nızamları tiykarında pu'tkil du'nyalıq tartılıs nızamın keltirip shıg'arıw. Gravitatsiya turaqlısının' sanlıq ma'nisin anıqlaw boyınsha islengen jumıslar. Erkin tu'siw tezleniwin esaplaw. Orbitaları ellips, parabola ha'm giperbola ta'rizli bolg'an qozg'alıslar sha'rtleri. Orbitalardın' parametrlerin esaplaw. Kosmoslıq tezlikler. Gravitatsiyalıq energiya. Shar ta'rizli denenin' gravitatsiyalıq energiyası. Gravitatsiyalıq radius. A'lemnin' o'lshemleri. A'lemnin' kritikalıq tıg'ızlıg'ın esaplaw.	3		
25	Eki dene mashqalası. Keltirilgen massa. Massalar orayı sistemasına o'tiw. Tasıwlar ha'm qaytıwlar.	2		
26	Qattı denelerdegi deformatsiyalar ha'm kernewler. Serpimli ha'm plastik (elastik) deformatsiyalar. İzotrop ha'm anizotrop deneler. Serpimli kernewler. Sterjenlerdi sozıw ha'm qısıw. Deformatsiyanın' basqa da tu'rleri (jıljıw ha'm buralıw deformatsiyaları). Serpimli deformatsiyalardı tenzor ja'rdeminde ta'riplew. Deformatsiyalang'an denelerdin' energiyası.	2		
27	Gazler ha'm suyıqlıqlar mexanikası. Gazler ha'm suyıqlıqlardın' qa'siyetleri. Suyıqlıqlardın' statsionar ag'ıwı. Ag'ıs nayı ha'm u'zliksizlik ten'lemesi. Ag'ıstın' tolıq energiyası. Bernulli ten'lemesi. Dinamikalıq basım. Qısılıwshılıqtı dıqqatqa almaslıq sha'rti. Suyıqlıqtın' nay boylap ag'ıwı. Suyıqlıqtın' jabısqaqlıg'ı. Laminar ha'm turbulent ag'ıs. Reynolds sanı. Puazeyl nızamı. Suyıqlıq yamasa gazdin' denelerdi aylanıp ag'ıp o'tiwi. Ag'ıstın' u'ziliwi ha'm iyrimlerdin' payda bolıwı. Shegaralıq qatlam. Man'lay qarsılıq ha'm qanattın' ko'teriw ku'shi. Jukovskiy-Kutta formulası. Gidrodinamikalıq uqsaslıq nızamları.	3		
28	Su'ykelis ku'shleri. Qurg'aq su'yelis. Suyıq su'ykelis. Su'ykelis ku'shlerinin' jumısı. Suyıq su'ykelis bar jag'daydag'ı qozg'alıs. Stoks formulası. Shekli tezlikke jaqınlasıw.	2		
29	Terbelmeli qozg'alıs. Garmonikalıq terbelislerdi kompleks formada ko'rsetiw. Birdey jiyiliktegi garmonikalıq terbelislerdi qosıw. Menshikli terbelis. Da'slepki sha'rtler. Energiya. Terbelislerdin' so'niwi. Ma'jbu'riy terbelisler. Rezonans. Amplitudalıq rezonanslıq iymeklik. Prujinag'a ildirilgen ju'ktin' garmonikalıq terbelisi. Fizikalıq mayatnik.	2		
30	Tutas ortalıqlar terbelisleri. Sferalıq tolqınlar. Tegis sinusoidalıq ses tolqını. Ses tolqınının' energiyası. Tolqınlardın' qosılıwı (interferentsiyası). Turg'ın tolqınlar.	2		

Usınılatug'ın a'debiyatlar dizimi

A.N.Matveev. Mexanika i teoriya otnositelnosti. «Vısshaya shkola». Moskva. 1976. 416 s.

İ.V.Savelev. Kurs obщey fiziki. Kniga I. Mexanika. Moskva. "Nauka". 1998. 328 s.

İ.V.Sivuxin. Kurs fiziki. T. 1. Mexanika. Molekulyarnaya fizika. Spb.: TOO «Mifril», 1996, 304 s.

D.V.Sivuxin. Obщiy kurs fiziki. Tom I. Mexanika. İzd. «Nauka». Moskva. 1974. 520 s.

S.P.Strelkov. Mexanika. İzd. «Nauka». Moskva. 1975. 560 s.

S.E.Xaykin. Fizisheskie osnovı mexaniki. İzd. «Nauka». Moskva. 1971. 752 s.

Qosımsha a'debiyatlar dizimi

L.D.Landau, A.İ.Axiezer, E.M.Lifshits. Kurs obщey fiziki. Mexanika i molekulyarnaya fizika. İz. «Nauka». Moskva. 1969. 399 s. (Qaraqalpaqsha awdarması L.D.Landau, A.İ.Axiezer, E.M.Lifshits. Ulıwma fizika kursı. Mexanika ha'm ha'm molekulalıq fizika. B.A'bdikamalov ta'repinen 2002-jılı awdarılg'an. Elektronlıq versiyası universitet kitapxanasında yamasa www.abdikamalov.narod.ru saytında).

D.A.Parshin, G.G.Zegrya. Lektsii po mexanike. Rossiyskaya Akademiya nauk, Fiziko-texnisheskiy institut im. A.F.İoffe, Naushno-obrazovatelnıy tsentr (İnternetten alıng'an, elektronlıq versiyası universitet kitapxanasında).

David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker. Fundamentals of Physics. John Wiley & Sons, Inc. New York Chichester Brisbane Toronto Singapore. 1184 p.

Peter J. Nolan. Fundamentals of College Physics. WCB. Wm. C. Brown Publishers. Dubuque, Ioma. Melbourne, Australia. Oxford, England. 1070 p.

Lektsiyalar tekstlerin mına adresten alıwg'a boladı: www.abdikamalov.narod.ru