O’zbekstan Respublikası joqari ha’м orta arnawlı
bilim ministrligi

Berdaq atındag’I Qaraqalpaq ma’mleketlik universineti

Ulıwma fizika kafedrası

B. A’bdikamalov

MEXANIKA

pa’ni boyınsha leksiyalar tekstleri

Fizika qa’nigeliginin’ 1-kurs studentleri
ushın du’zilgen

No’kis 2005

Mazmunı

KİRİSİW

Ulıwma fizika kursının' "Mexanika" bo'limi boyınsha lektsiyalar O'zbekstan Respublikası universitetlerinin' fizika qa'nigeligi studentleri ushın du'zilgen oqıw bag'darlaması tiykarında du'zildi. Kurstı u'yreniw barısında studentler noqat kinematikasınan baslap materiallıq noqatlar sisteması kinematikası, dinamikanın' barlıq tiykarg'ı nızamları ha'm da'stu'rge aylang'an joqarı oqıw orınları mexanikası materialları menen tanısadı.

Kurstı o'tiw barısında relyativistlik mexanikag'a a'dewir itibar berilgen. Studentler Lorents tu'rlendiriwleri ha'm onnan kelip shıg'atug'ın na'tiyjeler, relyativistlik qozg'alıs ten'lemesi, joqarı tezlikler ushın saqlanıw nızamların tolıg'ıraq u'yrenedi.

Lektsiyalar tekstlerinde za'ru'rli bolg'an formulalar tiykarınan Sİ ha'm SGS sistemalarında jazılg'an.

Matematikalıq an'latpalardı jazıw kitaplarda qollanılatug'ın shriftlarda a'melge asırılg'an. Vektorlar juwan ha'riplerde jazılg'an. Mısalı **v** tezlik vektorına sa'ykes keletug'ın bolsa, v sol vektordın' san ma'nisin beredi.

Bo'lshek belgisi retinde ko'birek / belgisi qollanılg'an. Biraq tiyisli orınlarda $\frac{1}{\mu}$ yamasa $\frac{1}{2}$ tu'rdegi jazıwlar da paydalanıladı. Sol sıyaqlı tuwındılardı belgilew ushın da eki tu'rli jazıw usılı keltirilgen. Mısalı d/dt yamasa $\frac{d}{dt}$ (dara tuwınlıdar jag'dayında $\frac{\partial}{\partial t}$) belgileri. Bul jazıwlardın' barlıg'ı da lektsiya tekstlerin oqıwdı jen'illestiriw ushın paydalanılg'an.

Lektsiyalardı du'ziwde tariyxıy a'debiyat ken' tu'rde paydalanıldı. Ma'selen Nyuton nızamları bayan etilgende onın' 1686-jılı birinshi ret jarıq ko'rgen "Natural filosofiyanın' matematikalıq baslamasıF ("Natural filosofiya baslamasıF dep te ataladı) kitabınan alıng'an mag'lıwmatlar paydalanıladı. Sonın' menen birge lektsiya kursı 19-a'sirdin' aqırında jazılg'an Petrograd universiteti professorı O.D.Xvalsonnın' "Fizika kursı" kitabınan mag'lıwmatlar keltirilgen. Bul mag'lıwmatlar fizika ilimine bolg'an ko'z-qaraslardın' qanday o'zgerislerge ushırag'anlıg'ın ayqın sa'wlelendiredi.

Joqarıda aytılg'anlar menen bir qatarda lektsiya tekstlerin tayarlawda son'g'ı waqıtları rawajlang'an eller joqarı oqıw orınları menen kolledjlerinde ken'nen tanılg'an a'debiyatlar da qollanıldı. Olardın' ishinde ekewin atap o'temiz:

1. David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker. Fundamentals of Physics. John Wiley & Sons, Inc. New York Chichester Brisbane Toronto Singapore. 1184 p.
2. Peter J. Nolan. Fundamentals of College Physics. WCB. Wm. C. Brown Publishers. Dubuque, Ioma. Melbourne, Australia. Oxford, England. 1070 p.

Sonın' menen birge lektsiyalar testleri tayarlang'anda internet arqalı alıng'an jan'a materiallar da paydalanıldı (mısalı gravitatsiya turaqlısı ushın alıng'an en' keyingi da'l ma'nis).

Lektsiyalar kursın tayarlawda tiykarınan to'mendegi oqıw quralları menen sabaqlıqlar basshılıqqa alındı:

A.N.Matveev. Mexanika i teoriya otnositelnosti. "Vısshaya shkola". Moskva. 1976. 416 s.

İ.V.Savelev. Kurs obshey fiziki. Kniga I. Mexanika. Moskva. "Nauka". 1998. 328 s.

İ.V.Sivuxin. Kurs fiziki. T. 1. Mexanika. Molekulyarnaya fizika. Spb.: TOO "Mifril", 1996, 304 s.

D.V.Sivuxin. Obshiy kurs fiziki. Tom I. Mexanika. İzd. “Nauka”. Moskva. 1974. 520 s.
S.P.Strelkov. Mexanika. İzd. “Nauka”. Moskva. 1975. 560 s.
S.E.Xaykin. Fizisheskie osnovı mexaniki. İzd. “Nauka”. Moskva. 1971. 752 s.

§ 1. Fizika iliminin’ ma’seleleri, modelleri ha’m usılları

1. Fizikanın’ ma’seleleri.
2. Abstraktsiyalar ha’m fizikalıq modellerdin’ sheklengenligi.
3. Fizikanın’ metodları (usılları).

Физиканып' ма'селелери. Ku’ndelikli turmısta ha’m a’meliy xızmet etiw barısında ha’r qıylı fizikalıq obektler, qubılıslar, situatsiyalar ha’m olar arasındag’ı baylanıslar menen ushırasıwının’ na’tiyjesinde adam o’z sanasında usı obektlerdin’, qubılıslardın’, situatsiyalardın’, olar arasındag’ı baylanıslardın’ obrazlarınan turatug’ın model payda etedi. Fizikalıq haqıyqatlıqtın’ modelleri adam sanasında sananın’ o’zinin’ qa’liplesiwi menen birgelikte qa’liplesti. Sonlıqtan usı modellerdin’ bazı bir elementleri (mısalı ken’islik ha’m waqıt tu’sinikleri) bizin’ sanamızda teren’nen orın alg’an ha’m geypara filosoflar olardı sananın’ formaları dep esapladı (al shın ma’nisinde sanadag’ı sırtqı du’nya elementlerinin’ sa’wleleniwi bolıp tabıladı). Fizikanı ilim sıpatında u’yreniwde onın’ du’zilislerinin’ modellik xarakterge iye ekenligin umıtpaw kerek. Fizikanın’ aldında du’nyanın’ qa’siyetlerin en’ tolıq sa’wlelendiretug’ın fizikalıq du’nyanın’ kartinasın du’ziw ma’selesi tur.

Abstraktsiyalar ha’m fizikalıq modellerdin’ sheklengenligi. Real fizikalıq du’nyada qubılıslar menen predmetler arasındag’ı baylanıslar og’ada ko’p, bul baylanıslardın’ barlıg’ın praktikalıq jaqtan da, teoriyalıq jaqtan da tolıq qamtıw mu’mkin emes. Sonlıqtan modeller du’zilgende berilgen (qarap atırılg’an) qubılıslar ushın tek en’ a’hmiyetli qa’siyetler ha’m baylanıslar itibarg’a alınadı. Usınday sheklengenliktin’ na’tiyjesinde g’ana modeldin’ du’ziliwi mu’mkin. Qarap atırılg’an qubılıs ushın a’hmiyeti kem bolg’an ta’replerdi alıp taslaw fizikalıq izertlewdin’ a’hmiyetli elementlerinin’ biri bolıp esaplanadı. Mısalı Quyash do’geregindegi planetalardın’ qozg’alıs nızamların izertlegende Quyash nurlarının’ basımı menen Quyash samalının’ planetalardın’ qozg’alısına ta’siri esapqa alınbaydı. Al kometalardın’ quyrıqlarının’ payda bolıwı menen formasın izertlegende Quyash nurlarının’ basımı menen Quyash samalı a’hmiyetli orındı iyeleydi. İzertlew barısında a’hmiyeti og’ada to’men bolg’an qubılıslardı esapqa alıwdın’ na’tiyjesinde ko’plegen ilimpazlardın’ na’tiyjege erise almag’anlıg’ı ken’nen ma’lim.

Tek a’hmiyetli bolg’an faktorlardı esapqa alıw abstraktsiyalawg’a mu’mkinshilik beredi. Bul jag’dayda qabıl etilgen abstraktsiya ramkalarında modeller du’ziledi.

Qolanılatug’ın modeller tek juwıq tu’rde alıng’an modeller bolıp tabıladı. Bul modellerdin’ durıslıg’ına paydalanıp atırg’an abstraktsiya sheklerinde kepillik beriw mu’mkin. Bul sheklerden tısta qabıl alıng’an model qollanıwg’a

jaramsız ha'tte aqılg'a muwapıq kelmeytug'ın bolıp ta qaladı.

Sonlıqtan fizikalıq izertlewde qollanılıp atırg'an modeldin' ha'r bir etapta jaramlı ekenligin tu'siniw u'lken a'hmiyetke iye. **Вул жерде bир физикалыq оbъекттип' hа'р qыйлы ситуацияларда hа'р qыйлы модель менен bерилиwинип' му'мkин екенлигин атап айтамыz**. Mısalı Jurdin' Quyash do'gereginde qozg'alısın izertlegende Jerdi massasın Jerdin' massasınday, onın' orayında jaylasqan materiallıq noqat tu'rinde qaraw mu'mkin. Eger Jerdin' do'gereginde qozg'alıwshı Jerdin' jasalma joldaslarının' qozg'alısın izertlegende Jer menen jasalma joldas arasındag'ı qashıqlıq u'lken bolg'anda Jerdi materiallıq noqat dep juwıq tu'rde qarasa boladı. Biraq jasalma joldaslardın' qozg'alısın da'l izertew ushın Jerdi materiallıq noqat dep qaray almaymız. Sebebi Jer da'l shar ta'rizli emes ha'm onın' massası ko'lemi boyınsha birdey bolıp bo'listirilgen emes. Na'tiyjede Jer ta'repinen jasalma joldasqa ta'sir etetug'ın tartıw ku'shi materiallıq noqattın' tartıw ku'shindey bolmaydı.

Физиканып' методлары (усыллары). Fizika ilimi aldında turg'an ma'sele bizin' sanamızda sırtqı du'nyanın' qurılısı menen qa'siyetlerin sa'wlelendiretug'ın modelin du'ziwden ibarat bolg'anlıqtan, bul ma'sele du'nyanı biliw ha'm tu'rlendiriw barısındag'ı adamlardın' a'meliy xızmetleri protsessinde sheshiliwi kerek. Adam du'nyag'a shıqqanda sırtqı du'nyanın' modellerinin' elementleri haqqında hesh na'rse bilmeytug'ın bolıp tuwıladı. Du'nyanın' modelleri adamzat ta'repinen tariyxıa' rawajlanıw barısında qa'liplestiriledi. Jeke adam bolsa du'nyanın' modellerin oqıw ha'm xızmet etiw barısında o'zinin' sanasının' elementlerine aylandıradı.

İlimiy izertlewler du'nyanın' fizikalıq modelin turaqlı tu'rde ken'eytip ha'm teren'lestirip baradı. Bul tek g'ana eksperiment ha'm baqlawlardın' na'tiyjesinde a'melge asırıladı. **Сонлыqтан физика эксперименталлыq илим bолып таbылады**. Onın' modelleri baqlawlar ha'm eksperimentlerde anıqlang'an qa'siyetlerin durıs sa'wlelendiriwi kerek. Sonın' menen birge fizikanın' modellerinin' qollanılıw shegaraları eksperimentlerdin' ja'rdeminde anıqlanadı.

Solay etip fizikanın' esperimentallıq metodı to'mendegilerden turadı: Eksperimentler menen baqlawlar na'tiyjeleri boyınsha model du'ziledi. Bul model sheklerinde (ramkalarında) eksperiment penen basqlawlarda tekserilip ko'riletug'ın boljawlar aytıladı. Usının' na'tiyjesinde modeldin' durıslıg'ı tekseriledi ha'm gezektegi jan'a boljawlar aytıladı, olar da o'z gezeginde tekseriledi h.t.b.

Fizika iliminde u'lken progress to'mendegidey eki jag'dayda ju'z beredi:

Birinshiden qabıl etilgen model tiykarında ju'rgizilgen boljawlar eksperimentte tastıyıqlanbay qalsa.

Ekinshiden modeli ele du'zilmegen jan'a fizikalıq qubılıslar ashılsa.

Birinshi jag'dayda modeldi durıslaw yamasa onı pu'tkilley basqa model menen almastırıw kerek. Eger modeldin' almastırılıwı tiykarg'ı jag'daylardın' durıslıg'ın qaytadan qarap shıg'ıwdı talap etetug'ın bolsa fizikada revolyutsiyalıq o'zgerisler boldı dep aytıladı. Al ekinshi jag'dayda fizikanın' jan'a tarawı payda boladı.

Birinshi jag'day boyınsha mısal retinde ken'islik ha'm waqıt haqqındag'ı Nyuton modelin qaytadan qarap shıg'ıwdın' za'ru'rliginin' payda bolıwının' na'tiyjesinde salıstırmalılıq teoriyasının' payda bolıwın keltiriwge boladı. Al ekinshi jag'day mısalda fizikanın' pu'tkilley jan'a bo'limi (tarawı) bolg'an kvant mexanikasının' payda bolıwın atap o'temiz. Eki jag'dayda da ga'p da'slepki modellerdi biykarlaw haqqında emes, al olardın' qollanılıwının' shekli ekenligi haqqında bolıp atır.

§ 2. Fizikalıq shamalar ha'm olardı o'lshew haqqında

1. Salıstırıw ha'm ayırıw.
2. Salıstırıw ha'm o'lshew.
3. O'lshew.
4. Fizikalıq shama. Fizikalıq shamanın' ma'nisi ha'm o'lshemi.
5. Fizikalıq shamalardın' birlikleri sistemaları.
6. Fizikalıq shamalardın' o'lshemleri.
7. Xalıqaralıq sistema qabıl etilgennen burın qollanılg'an birlikler sistemaları.
8. Birliklerdin' xalıqaralıq sisteması (Sİ sisteması).

Salıstırıw ha'm ayırıw. Adamzat biliwindegi en' birinshi qa'dem du'nyadag'ı ha'r qanday obektler arasındag'ı bir birinen o'zgeshelikti ko're biliw ha'm tabıw bolıp tabıladı. Usının' na'tiyjesinde u'yrenilip atırg'an obektler tanıladı. Biraq obektlerdi salıstırıw ushın olar arasında qanday da bir ulıwmalıq bar bolg'anda g'ana a'melge asrıw mu'mkin. Sonlıqtan ha'r qanday o'zgeshelikler arasında da belgili bir ulıwmalıqtın' tabılıwı kerek. *Demek ulıwmalıq ha'm o'zgeshelik arasında ma'lim da'rejede birlik bolıwı sha'rt.* Mısal retinde qawın menen almanı alayıq. Olar o'zlerinin' ren'i, iyisi, u'lkenligi ha'm basqa da qa'siyetleri boyınsha ha'r qanday obektler bolıp tabıladı. Qawın menen almanı salıstırıw olar arasındag'ı ulıwmalıq boyınsha ju'rgiziliwi mu'mkin. Onday ulıwmalıq, mısalı olar iyelep turg'an ko'lemdi salıstırıw arqalı ju'rgiziledi. Na'tiyjede "qawın almadan u'lken" degen juwmaqqa kelemiz. Al ren'i menen olardı salıstırıw qıyın. Sonın' menen birge iyisi menen de qawın menen shiyeni salıstırıw mu'mkinshiligi joq. Sonlıqtan da biz qawın menen shiye arasında tek g'ana usı *eki obekt ushın da ulıwma bolg'an qa'sieyet yamasa ko'rsetkish arqalı salıstırıw ju'rgiziw mu'mkin.*

Салыстырыw ha'м o'лшew. "Qawın almadan u'lken" degen juwmaq ha'r birimiz ushın jetkilikli da'rejede tu'sinikli. Bunday salıstırıw tek g'ana sapalıq jaqtan salıstırıw ushın qollanıladı ha'm az mag'lıwmatqa iye. Ma'selen biz qarap atırg'an qawınnın' basqa bir almadan u'lken ekenligin de ko'riw mu'mkin. Biraq hesh waqıtta da qawın bes almadan u'lken degen juwmaq shıg'ara almaymız. Sonlıqtan qawın menen almalar arasındag'ı salıstırıw na'tiyjesinde eki alma arasındag'ı ayırmanı anıqlaw za'ru'rligi kelip shıg'adı. *Bul na'tiyjesi san menen belgilenetug'ın o'lshew protsedurası arqalı a'melge asırıladı.*

O'лшew. Biz ha'zir ha'r qanday qubılıslardag'ı, obektlerdegi, predmetlerdegi birdey bolg'an sapanı salıstırıw haqqında ga'p etip atırmız. Mısalı materiallıq denelerdin' en' ulıwmalıq qa'siyeti bolıp olardın' o'lshemleri, al protsessler ushın en' ulıwmalıq - usı protsesslerdin' o'tiw waqtı bolıp tabıladı. Ayqınlıq ushın o'lshemlerdi alıp qarayıq. Tek g'ana uzınlıqtı o'lshewge itibar beremiz. Uzınlıqtı o'lshewshi deneni sızg'ısh dep atayıq. Usınday eki sızg'ısh o'z ara bılayınsha salıstırıladı: eki sızg'ısh bir birinin' u'stine ushları ten'lestirilip qoyıladı. Bunday eki jag'daydın' bolıwı mu'mkin: sızg'ıshtın' ushları bir birinin' u'stine da'l sa'ykes keledi yamasa sa'ykes kelmey qaladı. Birinshi jag'dayda sızg'ıshlardın' uzınlıqları ten' dep juwmaq shıg'aramız. Al ekinshi jag'dayda bir sızg'ısh ekinshisinen uzın dep esaplaymız.

Fizikalıq qa'siyetlerdi o'lshew dep qa'siyetlerdi salıstırıw sanlardı salıstırıw jolı menen a'melge asırıwg'a alıp keletug'ın usı qa'siyetke belgili bir sandı sa'ykeslendiriw protsedurasın aytamız. Biz joqarıda qarap o'tken mısalda ma'sele ha'r bir sızg'ıshqa onın' uzınlıg'ın ta'ripleytug'ın belgili bir sandı sa'ykeslendiriwden ibarat boladı. Sonlıqtan da bunday jag'dayda berilgen san birqansha sızg'ıshlar ishinde uzınlıg'ı usı sang'a sa'ykes keliwshi sızg'ıshtı ayırıp alıwg'a mu'mkinshilik beredi. Usınday usıl menen anıqlang'an qa'siyet fizikalıq shama dep ataladı. Al fizikalıq shama bolıp tabılatug'ın sandı anıqlaw ushın qollanılg'an protsedura o'lshew dep ataladı.

O'lshew boyınsha en' a'piwayı protsedura to'mendegidey boladı:

Bir neshe sızg'ısh alamız. Solardın' ishindegi en' uzının biz etalon sıpatında qarayıq. Usı etalon sızg'ıshtın' bir ushınan baslap ten'dey aralıqlarda noqatlar belgilep shıg'amız. Al sızg'ıshtın' usı ushındag'ı noqatqa belgili bir san belgileymiz (mısalı nol menen belgileniwi mu'mkin). Bunnan keyin qon'ısı noqattan baslap sızg'ıshtın' ekinshi ushına qarap noqatlardı ıqtıyarlı nızam boyınsha o'siwshi sanlar menen belgilep shıg'amız (mısalı 1, 2, 3 h.t.b. sanlar). A'dette sızg'ıshtag'ı bir birinen birdey qashıqlıqta turg'an noqatlardı shkala dep ataydı. Endi basqa sızg'ıshlardı alıng'an etalon sızg'ısh penen salıstırıw mu'mkinshiligi payda boldı. Na'tiyjede o'lshenip atırg'an ha'r bir sızg'ıshtın' uzınlıg'ı ushın anıq san alınadı. Usınday usıl menen en' ko'p sang'a iye bolg'an sızg'ısh en' u'lken uzınlıqqa, al birdey sanlarg'a iye sızg'ıshlar birdey uzınlıqqa iye dep juwmaq shıg'aramız. Sonın' menen birge sızg'ıshtın' uzınlıg'ına o'lshemleri joq san sa'ykes keledi.

Biz qarap shıqqan usılda uzınlıqtı o'lshegende etalon retinde qabıl etilgen sızg'ıshtag'ı noqatlar sanın qosıp shıg'ıw talap etiledi. Bul bir qansha qolaysızlıqtı tuwdıradı. Sonlıqtan da a'dette qolaylı shkalanı payda etiw ushın to'mendegidey ha'reket etedi. Bazı bir sızg'ısh alınıp, onın' uzınlıg'ın 1 ge ten' dep qabıl etedi. Bul 1 sanın o'lshew birligi dep ataymız. Basqa sızg'ıshlardın' uzınlıqları uzınlıg'ı 1 ge ten' etip alıng'an sızg'ıshtın' uzınlıg'ı menen salıstırıw arqalı anıqlanadı.

Bunday jag'dayda uzınlıq 1 ge ten' etip alıng'an uzınlıq birligi menen salıstırıw arqalı a'melge asırıladı. Al endi o'lshew protsedurasının' ma'nisi salıstırıw ha'm sa'ykes san alıwdan turadı. Usınday jollar menen anıqlang'an sızg'ıshtın' uzınlıg'ı $l = nl_0$ formulası menen anıqlanadı. Bul formuladag'ı n o'lshemi joq san bolıp, bir birlikke ten' etip alıng'an uzınlıq o'lshenip atırg'an sızg'ıshtın' boyında neshe ret jaylasatug'ınlıg'ın bildiredi. l_0 arqalı qabıl etilgen uzınlıq birligi belgilengen. A'dette bul birlik belgili bir at penen ataladı (biz qarap shıqqan uzınlıqtı anıqlawda santimetr, metr, kilometr h.t.b.).

Demek fizikalıq qa'sietti o'lshew ushın shaması 1 ge ten' bolg'an ayqın fizikalıq qa'siyet saylap alınadı. O'lshew ma'selesi fizikalıq shamanın' san ma'nisin anıqlawg'a alıp kelinedi.

Fizikalıq shama. Fizikalıq shamanın' ma'nisi ha'm o'lshemi. Fizikalıq shama dep sanı boyınsha ko'plegen fizikalıq obektlerge qarata ulıwma, sonın' menen birge ha'r bir obekt ushın jeke bolg'an fizikalıq obekttin' (fizikalıq sistemanın', qubılıstın' yamasa protsesstin') qanday da bir qa'siyetinin' ta'riplemesin aytamız.

Fizikalıq shamanın' o'lshemi dep ayqın materiallıq obektke, sistemag'a, qubılısqa yamasa protsesske tiyisli bolg'an fizikalıq shamanın' sanlıq jaqtan anıq bolıwına aytıladı.

Fizikalıq shamanın' ma'nisi dep usı shama ushın saylap alıng'an birlikte alıng'an fizikalıq shamanın' o'lsheminin' bahası aytıladı. Bul ma'nis esaplawlardın' yamasa o'lshewlerdin' ja'rdeminde alınadı.

Fizikalıq parametr dep qarap atırılg'an fizikalıq shamanı o'lshewde usı shamanın' ja'rdemshi ta'riplemesi tu'rinde qabıl etiletug'ın ma'nisi aytıladı. Ma'selen o'zgermeli toq ushın elektr kernewi o'lshengende toqtın' jiyiligi kernewdin' parametri sıpatında qabıl etiledi.

Ta'sir etiwshi fizikalıq shama dep berilgen o'lshew quralları ja'rdeminde o'lshew ko'zde tutılmag'an, biraq o'lshewge na'tiyjelerine usı o'lshew quralları qollanılg'anda ta'sir etiwshi fizikalıq shamag'a aytıladı.

Additiv shama dep ha'r qanday ma'nisleri o'z ara qosılatug'ın, sanlıq koeffitsientke ko'beytiletug'ın, biri birine bo'linetug'ın fizikalıq shamanı aytamız. Bunday shamalarg'a uzınlıq, massa, ku'sh, basım, waqıt, tezlik ha'm basqalar kiredi.

Additiv emes shama dep sanlıq koeffitsientke ko'beytiw yamasa ma'nisleri biri birine bo'liw fizikalıq ma'niske iye bolmaytuın shamag'a aytıladı. Bunday shamalarg'a Xalıqaralıq praktikalıq (a'meliy) temperaturalıq shkala boyınsha alıng'an temperaturanı, materiallardın' qarsılıg'ın, vodorod ionlarının' aktivliligin ha'm basqalardı kirgiziwge boladı.

Fizikalıq shamanın' birligi dep bir tekli fizikalıq shamalardı sanlıq jaqtan an'latıw ushın qollanılatug'ın 1 ge ten' bolg'an san shaması berilgen belgili o'lshemdegi fizikalıq shama aytıladı.

Fizikalıq shamanın' birligi usı shamanın' o'zinin' a'wladınan boladı.

To'mendegi kestede bazı bir qashıqlıqlar (uzınlıqlar) haqqında mag'lıwmatlar keltirilgen (10 nın' da'rejesi aldındag'ı ko'beytiwshinin' tek pu'tin ma'nisi alınıp juwıq tu'rde berilgen):

Obektler atları	Qashıqlıq, metrlerde
En' alıs kvazarg'a shekemgi aralıq (1990-jıl)	$2*10^{26}$
Andromeda dumanlıg'ı	$2*10^{22}$
En' jaqın juldız (Proksima)	$4*10^{16}$
Quyash sistemasının' en' alıs planetası (Pluton)	$6*10^{12}$
Jer sharı radiusı	$6*10^{6}$
Everesttin' biyikligi	$9*10^{3}$
Usı bettin' qalın'lıg'ı	$1*10^{-4}$
Jaqtılıq tolqını uzınlıg'ı	$5*10^{-7}$
A'piwiyı virustın' o'lshemi	$1*10^{-8}$
Vodorod atomı radiusı	$5*10^{-11}$
Protonnın' radiusı	$\sim 10^{-15}$

Fizikalıq shamalardın' birlikleri sistemaları. Fizikalıq shamalardın' birlikleri sisteması dep fizikalıq shamalardın' berilgen sisteması ushın qabıl etilgen printsiplerge sa'ykes du'zilgen tiykarg'ı ha'm tuwındı fizikalıq shamalardın' jıynag'ı bolıp tabıladı.

Birlikler sistemasının' tiykarg'ı birligi retinde berilgen birlikler sistemasındag'ı tiykarg'ı fizikalıq shamanın' birligi qabıl etiledi.

Fizikalıq shamalardın' o'lshemleri. Fizikalıq shamanın' o'lshemleri a'dette da'rejeli bir ag'zalıq tu'rindegi an'latpa bolıp tabıladı. Ma'selen uzınlıqtın' o'lshemi L, massaniki - M ha'm t.b.

Tezlik formulası $v = ds/dt$. da ds tin' ornına uzınlıqtın' o'lshemi L di, dt nın' ornına waqıttın' o'lshemi T nı qoyıp v nın' o'lshemi retinde to'mendegini alamız

$$\dim v = L/T = LT^{-1}.$$

Tap sol sıyaqlı $a = dv/dt$ formulasına sa'ykes o'lshemlerdi qoyıw arqalı

$$\dim a = LT^{-2}$$

formulasın alamız. Al ku'sh $F = ma$ ushın

$$\dim F = M*LT^{-2} = LMT^{-2}.$$

Xalıqaralıq sistema qabıl etilgennen burın qollanılg'an birlikler sistemaları:

- O'lshewlerdin' metrlik sisteması uzınlıq birligi metr menen massa birligi kilogramm tiykarg'ı etip alıng'an fizikalıq shamalardın' birliklerinin' jıynag'ı bolıp tabıladı[1]. Da'slep Frantsiyada qabıl etilgen bul sistema XIX a'sirdin' ekinshi yarımına kele xalıqaralıq moyınlawg'a eristi. Biraq metrlik sistema ushın ha'zir qabıl etilgen anıqlamag'a sa'ykes kelmeydi. Sebebi bul sistemag'a tek g'ana sheklengen sandag'ı shamalar kiredi (uzınlıq, massa, waqıt, maydan, ko'lem).
- Gauss sisteması. Fizikalıq shamalardın' sisteması tu'sinigi birinshi ret 1832-jılı nemets matematigi K.Gauss ta'repinen kirgizildi. Gausstın' ideyası to'mendegilerden ibarat: Da'slep biri birinen g'a'rezsiz bolg'an bir neshe shama kirgiziledi. Bul shamalar tiykarg'ı shamalar, al olardın' birlikleri birlikler sistemasının' tiykarg'ı birlikleri dep ataladı. Sonın' menen birge tiykarg'ı birlikler fizikalıq shamalar arasındag'ı baylanıslardı ta'riplewshi formulalar ja'rdeminde basqa da shamalardın' birliklerin anıqlawg'a mu'mkinshilik beredi. Usınday ideya tiykarında Gauss magnitlik shamalardın' birliklerinin' sistemasın du'zdi. Bul sistemanın' tiykarg'ı birlikleri retinde uzınlıq birligi millimetr, massanın' birligi milligramm, waqıt birligi sekund qabıl etildi. Tiykarg'ı shamalardın' kishi bolıwına baylanıslı Gauss sisteması ken' tu'rde tarqalmasa da basqa sistemalardı du'ziwde u'lken unamlı ta'sirin jasadı.
- SGS sisteması. Bul sistema LMT shamaları sisteması tiykarında du'zilgen. Uzınlıq birligi retinde santimetr, massa birligi retinde gramm, waqıt birligi retinde sekund qabıl etilgen. Usınday birlikler menen mexanikalıq ha'm akustikalıq shamalardın' tuwındı birlikleri alınadı. Termodinamikalıq temperatura kelvindi ha'm jaqtılıq ku'shi birligi kandelanı qosıw arqalı SGS sisteması jıllılıq ha'm optikalıq shamalarg'a qollanıladı.
- MKS sisteması. Bul sistemada LMT shamaları sisteması tiykarında du'zilgen. Tiykarg'ı birlikleri metr, kilogramm, sekund. Tiykarg'ı birlikler retinde termodinamikalıq temperatura

[1] Da'slep kilogramm massanın' emes, al salmaqtın' birligi sıpatında kirgizildi.

kelvindi ha'm jaqtılıq ku'shi birligi kandelanı qosıw arqalı MKS sisteması jıllılıq ha'm jaqtılıq shamalarına qollanıladı.

• MTS sisteması. Bul sistemada LMT shamaları sisteması tiykarında du'zilgen. Tiykarg'ı birlikleri metr, tonna, sekund.

• MKGSS sisteması. Bul sistema LFT shamaları sisteması tiykarında du'zilgen. Tiykarg'ı birlikleri: metr, kilogramm-ku'sh, sekund. Ha'zirgi waqıtları bul sistema a'hmiyetin tolıg'ı menen jog'alttı.

• **СГСЭ** elektrostatikalıq birlikler sisteması. SGS sisteması tiykarında elektrlik ha'm magnitlik shamalar sistemaların du'ziwdin' to'mendegidey eki usılı bar: birinshisi u'sh tiykarg'ı birlikler (santimetr, gramm, sekund) tiykarında, ekinshisi to'rt tiykarg'ı birlikler tiykarında (santimetr, gramm, sekund ha'm elektrlik yamasa magnitlik bir birlik). Birinshi usıl tiykarında birliklerdin' elektrostatikalıq sisteması (SGSE sisteması), birliklerdin' elektromagnit sisteması (SGSM sisteması) ha'm birliklerdin' simmetriyalıq sisteması (SGS sisteması) du'zilgen.

SGSE sistemasın du'ziwde birinshi tuwındı elektrlik birlik retinde Kulon nızamınan kelip shıg'atug'ın elektr zaryadı birligi kiritiledi. Usının' menen birge absolyut dielektrlik turaqlısı 1 ge ten' etip alınadı. Na'tiyjede elektromagnit shamaların baylanıstıratug'ın ayırım ten'lemelerde kvadrat tu'bir astında vakuumdegi jaqtılıq tezligi qatnasadı.

• Birliklerdin' elektromagnitlik sisteması (SGSM sisteması). SGSM sistemasın du'ziwde birinshi tuwındı elektrlik birlik retinde Amper nızamınan kelip shıg'atug'ın toq ku'shi birligi kiritiledi. Al absolyut magnit sin'irgishlik o'lshemleri joq shama retinde qaraladı. Na'tiyjede elektromagnit shamaların baylanıstıratug'ın ayırım ten'lemelerde kvadrat tu'bir astında vakuumdegi jaqtılıq tezligi payda boladı.

• Birliklerdin' simmetriyalıq sisteması (SGS sisteması). Bul sistema SGSE ha'm SGSM sistemalarının' jıynag'ı bolıp tabıladı. Bul eki sistemanın' kombinatsiyası elektr ha'm magnit shamaların baylanıstırıwshı ayırım ten'lemelerde anıq tu'rde vakuumdegi jaqtılıq tezligi payda boladı.

Birliklerdin' xalıqaralıq sisteması (Sİ sisteması). Bul sistema LMTIO'JN shamaları sisteması tiykarında du'zilgen. Sİ sistemasının' tiykarg'ı shamaları to'mendegilerden ibarat:

metr (m) - uzınlıq birligi
kilogramm (kg) - massa birligi
sekund (s) - waqıt birligi
amper (A) - toq ku'shi birligi
kelvin (K) - termodinamikalıq temperatura birligi
kandela (kd) - jaqtılıq ku'shi birligi
mol (mol) - zatlardın' mug'darı birligi

Bul sistema universal bolıp, o'lshewlerdin' barlıq oblastların o'z ishine qamtıydı. Onın' jeti tiykarg'ı birligi ja'rdeminde ilim ha'm texnikada qollanılatug'ın qa'legen fizikalıq shamanın' birliklerin anıqlaw mu'mkin.

§ 3. Ken'islik ha'm waqıt

1. Ken'islik ha'm geometriya.
2. Geometriya ha'm ta'jiriybe.
3. Materiallıq noat ha'm materiallıq dene.
4. Noqatlar arasındag'ı aralıq.
5. Absolyut qattı dene.
6. Esaplaw sisteması.
7. Koordinatalar sisteması.
8. Ken'isliktegi o'lshemler sanı.
9. A'hmiyetli koordinatalar sisteması.
10 . Koordinatalardı tu'rlendiriw.
11. Vektorlar.
12. Vektorlardı qosıw ha'm vektordı sang'a ko'beytiw.
13. Vektorlardı skalyar ko'beytiw.
14. Vektorlıq ko'beyme.
15. Vektorlardı birlik vektorlar ja'rdeminde ko'rsetiw.
16. Radius-vektor.
17. Waqıt tu'sinigi.
18. Da'wirli protsessler.
19. Saatlardı sinxronizatsiyalaw.

Ken'islik ha'm geometriya. Barlıq materiallıq zatlar belgili bir uzınlıqqa iye, belgili bir ko'lemdi iyeleydi, bir birine salıstırg'anda belgili bir ta'rtipte jaylasadı. Materiallıq denelerdin' bul ulıwmalıq qa'siyeti ko'plegen da'wirler barısında adamlar sanasında ken'islik tu'sinigi tu'rinde qa'liplesti. Bul qa'siyetlerdin' matematikalıq formulirovkası geometriyalıq tu'sinikler sisteması ha'm olar arasındag'ı baylanıslar tu'rinde anıqlandı. Geometriyanın' ilim sıpatında Evkilid ta'repinen bunnan 2.5 mın' jıl burın juwmaqlastırıldı.

Materiallıq denelerdin' qa'siyeti sıpatında adamnın' sanasında qa'liplesken ken'islik tu'sinigi keyinirek ko'plegen ilimpazlar menen filosoflar ta'repinen materiallıq denelerden tıs o'zinshe bolmısqa iye tu'rde sa'wlelendirile baslandı. Usının' na'tiyjesinde geometriya materiallıq denelerdin' qa'siyetleri haqqındag'ı ilimnen zatlardan tıs jasay alatug'ın ken'isliktin' qa'siyetleri haqqındag'ı ilimge aylandırıldı. İlimpazlar menen filosoflardın' basqa bir bo'legi ken'islik tu'sinigin materiallıq denelerdin' qa'siyetlerinen ayırmadı. Ken'islik tu'sinigine usınday etip eki tu'rli ko'z-qaras penen qaraw ilim tariyxında barlıq waqıtta bir birine qarsı qaratılıp keldi.

Tariyxtan birin' eramızdan burıng'ı V a'sirlerde ha'reket etken pifogorshılardı (Pifogor ta'limatının' ta'repdarları) bilemiz. Olar ken'islikti materiallıq du'nyadan pu'tkilley bo'lek alıp qaradı. Tap sol da'wirlerde o'mir su'rgen Platon A'lemnin' ishinde denelerden tıs boslıq bolmaydı degen ko'z qarasta boldı (biraq Platon boyınsha A'lemnen tıs boslıqtın' bolıwı mu'mkin). Al Aristotel (bizin' eramızdan burıng'ı IV a'sir) denelerden g'a'rezsiz bolg'an ken'isliktin' bolatug'ınlıg'ının maqullamadı.

Oraylıq Aziyada jasag'an ilimpazlarg'a kelsek (mısalı 973-jılı tuwılıp 1048-jılı qaytıs bolg'an a'l-Beruniy), olar ken'eslik ha'm geometriya boyınsha Pifagordın' ko'z-qarasın tolıg'ı menen qabıl etti.

Materiallıq deneler menen ken'isliktin' o'z-ara baylanıslı ekenligi salıstırmalılıq teoriyasında tolıq ko'rinisin taptı. Ken'islik ha'm tap sol sıyaqlı waqıt materiyanın' jasaw forması bolıp tabıladı. Sonlıqtan ken'islik te, waqıt ta materiyadan tıs ma'niske iye bolmaydı. Demek *geometriyalıq qatnaslardın' o'zi aqırg'ı esapta materiallıq deneler arasındag'ı qatnaslar bolıp tabıladı.*

Geometriya ha'm ta'jiriybe. Geometriyalıq tu'sinikler materiallıq deneler arasındag'ı haqıyqıy qatnaslardın' abstraktsiyaları bolıp tabıladı. Sonlıqtan o'zinin' kelip shıg'ıwı boyınsha geometriya ta'jiriybelik ilim bolıp tabıladı. O'zinin' "qurılıs materialı" sıpatında geometriya haqıyqıy du'nyanın' materiallıq obektlerinin' noqat, sızıq, bet, ko'lem h.t.b. sıyaqlı ideallastırılg'an obrazların paydalanadı. Usınday obrazlardın' ja'rdeminde haqıyqıy du'nyanın' modeli jaratıladı. Ko'p waqıtlarg'a shekem geometriya menen haqıyqıy du'nya arasındag'ı qatnas haqqındag'ı ma'sele payda bolg'an joq. Sebebi haqıyqıy du'nyanın' aqılg'a muwapıq keletug'ın modeli Evklid geometriyası dep esaplanıp keldi. Biraq biraz waqıtlardın' o'tiwi menen evklidlik emes bolg'an ha'm bir biri menen qayshı kelmeytug'ın geometriyalardın' bar ekenligi ilimpazlar ta'repinen da'lillendi. Sonlıqtan qaysı geometriyanın' bizdi qorshap turg'an haqıyqıy du'nyanı durıs sa'wlelendiretug'ınlıg'ın ko'rsetiw geometriyalıq na'tiyjelerdi A'lemde orın alg'an jag'daylar menen eksperimenttin' ja'rdeminde salıstırıp ko'riw menen g'ana a'melge asırılıp tekserip ko'riliwi mu'mkin.

Mısalı Evklid geometriyası boyınsha u'sh mu'yeshliktin' ishki mu'yeshlerinin' qosındısı π ge ten' bolıwı kerek. Bunday dep taıstıyıqlawdın' durıslıg'ın ta'jiriybede anıqlawg'a boladı. Haqıyqatında da tuwrı sızıq eki noqat arasındag'ı en' qısqa aralıqqa sa'ykes keledi. Sonlıqtan materiallıq dene menen baylanısqan u'sh noqattı alıp, to'beleri usı noqatlarda jaylasqan u'sh mu'yeshlikti payda etiw mu'mkin. Al usı mu'yeshlerdi o'lshegende usı u'sh mu'yeshtin' de birdey jag'daylarda turg'ın yamasa turmag'anlıg'ı, materiallıq denenin' usı u'sh noqatqa salıstırg'anda o'zgermesligi haqqında sorawlar payda boladı. Sonday-aq uzınlıqtı o'lshew uzınlıq birligi sıpatında qabıl etilgen shama menen salıstırıw bolıp tabıladı. Biraq 1 ge ten' etip qabıl etilgen uzınlıq bir orınnan ekinshi orıng'a ko'shkende turaqlı ma'niske iye bolıp qalama degen soraw ma'niske iye bolama? Al bul soraw u'lken ha'm qatan' a'hmiyetke iye. Sonlıqtan bir deneni bir birlikke ten' dep qabıl etilgen ekinshi dene menen o'lshew ekinshi deneni birinshi denenin' ja'rdeminde o'lshew menen barabar boladı.

Ha'zirgi waqıtları Evklid geometriyasının' atom yadrosının' o'lshemlerinen on ese kem aralıqlardan (10^{-16} metrden) A'lemnin' o'lshemlerine ten' bolg'an 10^{26} metr (shama menen 10^{10} jaqtılıq jılı) aralıqlarg'a shekemgi o'lshemlerde durıs bolatug'ınlıg'ı da'lillengen. Al salıstırmalılıq teoriyası boyınsha 10^{26} metrden u'lken qashıqlıqlarda ken'isliktin' evklidlik emesligi ko'rine baslaydı.

Materiallıq noqat. Mexinakalıq sistemalardın' modelleri du'zilgende materiallıq noqat tu'sinigi a'hmiyetli abstraktsilardın' biri bolıp tabıladı. Materiallıq noqat dep o'lshemleri ara qashıqlıqlarına salıstırg'anda salıstırmas kishi bolg'an materiallıq deneni tu'sinemiz. Shektegi jag'daylarda bul tu'sinik matematikalıq noqatqa aylanadı.

Materiallıq dene. Materiallıq dene dep materiallıq noqatlardın' jıynag'ına aytıladı. Bul materiallıq noqatlar bir birinen ayrılatug'ın (mısalı ken'isliktegi jaylasıwı boyınsha) bolıwı kerek. Usıg'an baylanıslı materiallıq denenin' ha'r qıylı noqatlarının' bir birine salıstırg'andag'ı jaylasıwları haqqında aytıw mu'mkin. Ta'jiriybeler bazı bir materiallıq denelerdin' bo'leklerinin' bir birine salıstırg'anda erkinlikke iye ekenligin, olardın' bir birine salıstırg'anda qozg'ala alatug'ınlıg'ın ko'rsetedi. Bunday deneler suyıq deneler bolıp tabıladı. Al attı denelerde bolsa ha'r qıylı bo'limlerdi bir birine salıstırg'anda iyelegen orınlarının' turaqlılıg'ı menen ta'riplendi. İyelegen orınlarının' turaqlılıg'ı denenin' o'lshemlerinin' turaqlı ekenligin aytıwg'a mu'mkinshilik beredi. Na'tiyjede ha'r qıylı qattı denelerdin' o'lshemlerin salıstırıw mu'mkinshiligin alamız ha'm denelerdin' uzınlıqları haqqında sanlıq informatsiyalarg'a iye bolamız.

Noqatlar arasındag'ı aralıq. Joqarıda ga'p etilgenindey materiallıq dene materiallıq noqatlardın' jıynag'ınan turadı. Uzınlıqtın' o'lshem birligin saylap alıw arqalı bir o'lshemli ken'likti, yag'nıy uzınlıqtı o'lshew mu'mkin. Bul sızıqlar materiallıq denenin' noqatları arqalı o'tkerilgen bolıwı mu'mkin. Materiallıq denenin' eki noqatı bir biri menen sheksiz ko'p sızıqlar menen tutastırıwg'a boladı. Bul sızıqlardın' uzınlıqları o'lshenedi. Eger usı sızıqlardı alıp tallasaq, olardın' ishindegi en' uzının ha'm ken' keltesin tabıw mu'mkin. Bul en' kishi uzınlıqqa iye sızıq eki noqat arasındag'ı aralıq (qashıqlıq) dep ataladı, al sızıqtıo' o'zi bolsa tuwrı (tuwrı sızıq) dep ataladı. Noqatlar arasındag'ı aralıq tu'sinigi materiallıq dene tu'sinigi menen tıg'ız baylanıslı. Eger qanday da bir materiallıq denenin' bo'limleri bolıp tabılamytug'ın eki noqat bar bolatug'ın bolsa, bul eki noqat ko'z aldımızg'a keltirilgen materiallıq du'nyanın' eki noqatı bolıp tabıladı.

Absolyut qattı dene. Absolyut qattı dene dep qa'legen eki noqatı arasındag'ı aralıq o'zgermeytug'ın denege aytamız.

Esaplaw sisteması. Oyda alıng'an absolyut qattı dene. Bul absolyut qattı denege salıstırg'anda u'yrenilip atırg'an izolyatsiyalang'an yamasa denege kiriwshi materiallıq noqattın' awhalı (tegisliktin', ken'isliktin' qay noqatında jaylasqanlıg'ı) anıqlanadı. Esaplaw sisteması barlıq ken'islikti iyeleydi. Ken'isliktin' noqatın ta'riplew degenimiz esaplaw sistemasının' sa'ykes noqatın beriw bolıp tabıladı. U'yrenilip atırg'an materiallıq noqatlardın' awhalı saplaw sistemasının' noqatının' jaylasqan ornı menen anıqlanadı. Sonlıqtan esaplaw sistemasının' noqatlarının' awhalların qalay anıqlaw kerek degen ma'sele payda boladı. Bul koordinatalar sistemasın endiriw menen a'melge asadı.

Koordinatalar sisteması. Berilgen esaplaw sistemasında aralıq (qashıqlıq), sızıqlar, tuwrılar, mu'yeshler h.t.b. tu'sinikller anıqlang'an bolsın. Olar arasındag'ı qatnaslardı anıqlaw ma'selesi eksperimentallıq ma'sele bolıp tabıladı. Geypara qatnaslar o'z-o'zinen tu'sinikli, ayqın, da'llilewdi talap etpeytug'ın bolıp tabıladı qatnaslar bolıp tabıladı. Bunday bolg'an qatnaslar (qatnaslar haqqındag'ı anıqlamalar) aksiomalar dep ataladı. Aksiomalardın' ha'r qıylı sistemaları ha'r qıylı geometriyag'a alıp keledi. Geometriyalardın' ha'r biri real du'nyada bar bola alatug'ın qatnaslardın' geometriyalıq modeli bolıp tabıladı. Tek eksperiment g'ana sol geometriyalardın' qaysısının' real fizikalıq du'nyanın' geometriyalıq modeli ekenligin ko'rsete aladı. U'lken qashıqlıqlarda (10^{-16} metrden 10^{25} metr aralıqlarında) Evklid geometriyasının' u'lken da'llikte durıs ekenligin joqarıda aytıp o'tken edik. Endigiden bılay qaysı geometriyanın' qollanılıp atırg'anlıg'ı atap aytıp o'tilmese Evklid geometriyası qollanılıp atır dep tu'siniwimiz kerek.

Materiallıq noqat yamasa qattı denelerdin' qozg'alısın ta'riplew ushın noqatlardın' awhalın beriw usılın kelisip alıw kerek. Materiallıq noqattın' "adresinin'" esaplaw sistemasındag'ı oyımızdag'ı noqattın' "adresi" menen anıqlanatug'ınlıg'ın aytıp edik. Solay etip esaplaw sistemasında ha'r bir noqattın' "adresin" anıqlaw ma'selesi payda boladı. Sonın' menen birge ha'r bir noqat basqa noqattikinen basqa anıq "adreske" iye bolıwı kerek. Al ha'r bir "adres" belgili bir noqatqa sa'ykes keliwi kerek. Mısalı ku'ndelikti turmısta ha'r bir u'y adreske iye (ma'mleket, qala, ko'she h.t.b.). Usınday etip "adresti" beriw u'yler, ma'kemeler, oqıw orınları h.b. ushın qanaatlanlırarlıq na'tiyje beredi. Biraq bunday etip "adresti" beriw esaplaw sistemasının' barlıq obektleri ushın qollanılmaydı. Mısalı ayqın joldın' boyındag'ı ayqın oyda jıylang'an suwdın' adresi berilmeydi. Al fizikag'a bolsa oblastlardın' emes, al noqatlardın' adresin anıqlaytug'ın sistema kerek. Bunın' ushın koordinatalar sisteması paydalanıladı.

Koordinatalar sistemasın kirgiziw (izertlewler ju'rgiziw ushın a'melge endiriw) esaplaw sistemasındag'ı ha'r qıylı noqatlarg'a "adresler" jazıp shıg'ıwdın' usılın kelisip alıw degen so'z. Mısalı Jer betindegi noqattın' "adresi" o'lshemi mu'yeshlik gradus bolg'an sanlar ja'rdeminde beriledi dep kelisip alıng'an. Birinshi sandı ken'lik, al ekinshisin uzınlıq dep ataydı. Jer betindegi ha'r bir noqat meridian menen paralleldin' kesilisiwinde jaylasadı. Sonlıqtan sol noqattın' "adresiF palallel menen meridiang'a jazılg'an eki san menen beriledi. Usınday etip "adresF anıqlang'anda bir ma'nislilik ta'miyinleniwi tiyis. Bul ha'r bir meridian menen ha'r bir parallelge anıq bir sannın' jazılıwı menen a'melge asadı.

Ken'isliktin' o'lshemler sanı. Biz joqarıda ko'rgen jer betindegi noqattın' "adresinF anıqlaw ma'selesi sa'ykes eki sandı anıqlaw menen sheshiledi. Bul jerde za'ru'r bolg'an sanlardın' sanının' eki bolıwı u'lken a'hmiyetke iye. Sebebi noqattın' awhalı (turg'an ornı) Jer betinde anıqlanadı. Noqattın' tegisliktegi awhalı eki san ja'rdeminde anıqlanadı. Basqa so'z benen aytqanda tegislik eki o'lshemli ken'islik bolıp tabıladı.

Biz jasaytug'ın ken'islik u'sh o'lshemli. Bul ha'r bir noqattıw awhalı u'sh sannın' ja'rdeminde anıqlanatug'ınlıg'ınan derek beredi.

Ko'p o'lshemli ken'isliktn' de bolıwı mu'mkin. Eger ken'isliktegi noqattın' awhalı n dana san menen anıqlanatug'ın bolsa, onda n o'lshemli ken'islik haqqında ga'p etemiz. Fizika iliminde ken'islikke tiyisli bolmag'an o'zgeriwshiler haqqında aytqanda ko'p jag'daylarda usı ken'isliklik emes o'zgeriwshiler ken'isligi haqqında aytıladı. Mısalı fizikada bo'lekshenin' impulsi a'hmiyetli orın iyeleydi. Sonlıqta bir qansha jag'daylarda impulslar ken'isligi haqqında aytqan qolaylı. Bunday ken'islikke bo'lekshenin' impulsın ta'ripleytug'ın bir birinen g'a'rezsiz bolg'an shamalardı jazamız ("adrestiF anıqlaw ushın sonday shamalar qolanıladı). Usınday etip ulıwmalastırılg'an tu'siniklerdi paydalanıw so'zlerdi qollanıwdı kemeytedi, barlıq talqılawlar tu'siniklirek ha'm ko'rgizbelirek boladı.

A'hmiyetli koordinatalar sistemaları. Koordinatalar sistemasının' og'ada ko'plegen tu'rleri belgili. Biraq solardın' ishinde a'sirese fizika iliminde en' a'piwayıları ha'm a'hmiyetlileri qolanıladı. Bunday koordinatalar sistemalarının' sanı ko'p emes ha'm olar haqqındag'ı mag'lıwmatlar spravoshniklerde berilgen. Solardın' ishinde fizika ilimin u'yreniw ushın este to'mendegi koordinatalar sistemaları saqlanıwı tiyis:

1). Tegisliktegi koordinatalar sistemaları:

1a). Tuwrı mu'yeshli Dekart koordinatalar sisteması. Noqattın' awhalı (x,u) eki sanının' ja'rdeminde beriledi. Bul jerde x ha'm u uzınlıqlar bolıp tabıladı (1-a su'wret).

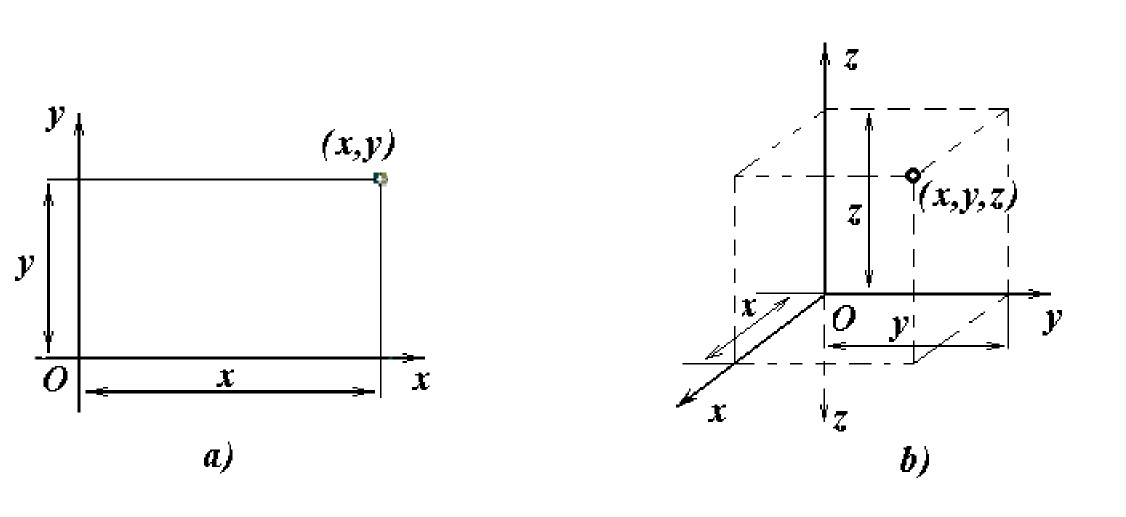
1b). Polyar koordinatalar sistemasında tegislikte noqattın' awhalın ta'ripleytug'ın eki san (ρ,φ) uzınlıq ρ ha'm mu'yesh φ bolıp tabıladı (2-su'wret).

2). Ken'islikte:

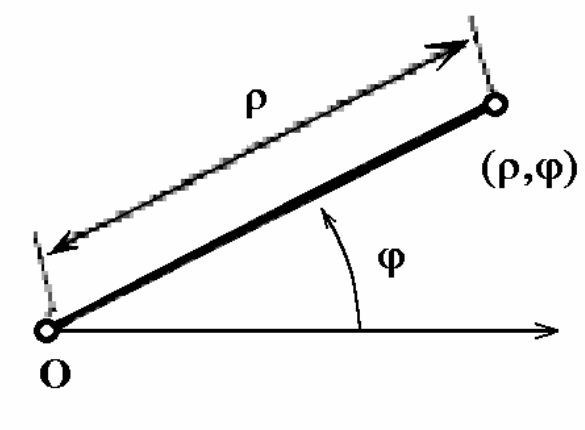
2a). Tuwrı mu'yeshli Dekart koordinatalar sisteması. Bunday jag'dayda noqattın' ken'isliktegi awhalın ta'ripleytug'ın (x,u,z) shamalarının' u'shewi de uzınlıqlar bolıp tabıladı (1b su'wret).

Eki tu'rli tuwrı mu'yeshli Dekart koordinatalar sistemasının' bar ekenligin atap o'temiz. Bunday koordinatalar sistemaların qozg'altıw arqalı bir biri menen betlestiriw mu'mkin emes. Bul sistemalardın' biri on', al ekinshisi teris koordinatalar sisteması dep ataladı. On' sistemada z ko'sherinin' bag'ıtı x ha'm u ko'sherlerinin' bag'ıtlarına salıstırg'anda on' vint qa'desi boyınsha anıqlanadı (su'wrette on' sistema keltirilgen).

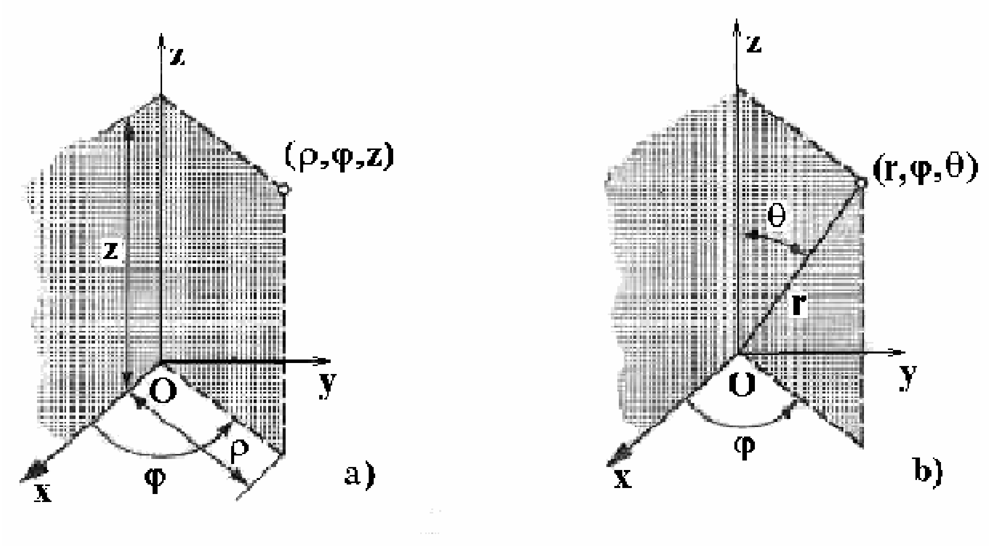
2b). Tsilindrlik koordinatalar sistmasındag'ı noqattın' ken'isliktegi awhalı anıqlanatug'ın u'sh shama (ρ,φ,z) lerdin' ekewi uzınlıq (ρ ha'm z), birewi mu'yesh (φ) bolıp tabıladı (3a su'wrette keltirilgen).



1-su'wret. Tuwrı mu'yeshli Dekart koordinatalar sisteması.
a) tegisliktegi, b) ken'isliktegi.



2-su'wret. Polyar koordinatalar sisteması.



3-su'wret. Tsilindrlik (a) ha'm sferalıq (b) koordinatalar sisteması.

2v). Sferalıq dep atalatug'ın koordinatalar sistemasında noqattın' awhalın anıqlaytug'ın (ρ,φ,θ) u'sh sanının' birewi uzınlıq (ρ), al qalg'an ekewi mu'yesh bolıp tabıladı (φ ha'm θ) (3b su'wret).

Bazı bir koordinatalar sistemasındag'ı noqattın' awhalın anıqlaytug'ın u'sh sanlar noqattın' koordinataları dep ataladı.

Koordinatalardı tu'rlendiriw. Bir koordinatalar sistemasındag'ı noqattın' koordinataları menen ekinshi koordinatalar sistemasındag'ı sol noqattın' koordinataların baylanıstıratug'ın formulalar koordinatalardı tu'rlendiriw dep ataladı. Usı paragrafta keltirilgen su'wretler ja'rdeminde bir koordinatalar sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına tu'rlendiriw formulaların an'sat keltirip shıg'arıwg'a boladı.

Tsilindrlik koordinatalardan Dekart koordinatalar sistemasına o'tiw formulaları

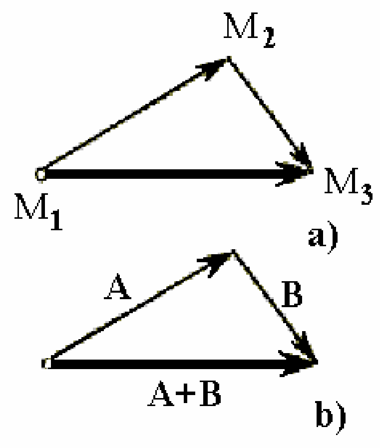
$$x = \rho * \cos\varphi, \quad u = \rho * \sin\varphi, \; z = z.$$

Sferalıq koordinatalardan dekart koordinatalarına o'tiw

$$x = \rho * \sin\theta * \mathrm{sos}\varphi, \quad u = \rho * \sin\theta * \sin\varphi, \quad z = \rho * \cos\theta.$$

Vektorlar. Ko'p fizikalıq shamalar bir sannın' ja'rdeminde beriledi. Bunday shamalar qatarına massa ha'm temperatura kiredi. Bunday shamalar skalyarlar dep ataladı. Al bir qansha fizikalıq shamalardı beriw ushın bir neshe san talap etiledi. Mısalı tezlik tek san shaması boyınsha emes, al bag'ıtı boyınsha da anıqlanadı. Sferalıq koordinatalar sistemasında bag'ıttın' ken'islikte eki sannın' - φ ha'm θ mu'yeshlerinin' ja'rdeminde beriletug'ınlıg'ı ko'rinip tur. Sonlıqtan tezlik u'sh sannın' ja'rdeminde ta'riplenedi. Bunday shamalardı vektorlar dep ataymız. Vektordı absolyut ma'nisi ha'm bag'ıtı boyınsha anıqlanadı dep aytadı. Biraq u'sh san menen anıqlanatug'ın barlıq fizikalıq shamalar vektorlar bolıp tabılmaydı. Vektor bolıwı ushın bul u'sh san bir koordinatalar sistemasınan ekinshisine o'tkende tu'rleniwi sha'rt.

Vetorlar basqa oqıwlıqlag'ılar sıyaqlı bul lektsiyalar tekstlerinde juwan ha'ripler menen berilegen. Mısalı A vektor, onın' absolyut ma'nisi A yamasa |A| tu'rinde belgilengen.



4-su'wret. Vektorlardı qosıw. Vektorlardı qosıw qa'desi awısıwlardı qosıwdın' ta'biyiy tu'rdegi ulıwmalastırıwı bolıp tabıladı.

Vektorlardı qosıw ha'm vektordı sang'a ko'beytiw. Vektor tu'sinigin fizikada qollanıwdın' en' a'hmiyetlilerenin' biri bul vektordın' awısıwı bolıp tabıladı. Eger bazı bir materiallıq noqat M_1 awhalınan M_2 awhalına ornın almastıratug'ın bolsın (4-su'wret), onın' orın almastırıwı $\overrightarrow{M_1M_2}$ vektorı menen ta'riplenedi. Bul vektor M_1 ha'm M_2 noqatların baylanıstıratug'ın kesindi ja'rdeminde sa'wlelenldiriledi ha'm M_1 den M_2 ge qaray bag'ıtlang'an. Eger bunnan keyin noqat M_2 noqatınan M_3 noqatına orın almastıratug'ın bolsa bul eki orın almasıwdın' izbe-izligi (yamasa bul eki awısıwdın' qosındısı) $\overrightarrow{M_1M_3}$ bir orın almastırıwına ten' boladı ha'm bul bılayınsha jazıladı:

$$\overrightarrow{M_1M_2} + \overrightarrow{M_2M_3} = \overrightarrow{M_1M_3}$$

Bul formula vektorlardı qosıw qa'desin beredi ha'm ko'pshilik jag'dayda parallelogramm qa'desi dep te ataladı. Parallelogramm qa'desi boyınsha vektorlardın' qosındısı usı vektorlar ta'repleri bolıp tabılatug'ın parallelogrammnın' diagonalına ten'.

Orın almastırıwlır mısalında vektorlardın' qosındsının' orın almastırıwlardın' izbe-izliginen g'a'rezsiz ekenligin ko'riwge boladı. Solıqtan

$$A + V = V + A.$$

Vektordı on' belgige iye sang'a ko'beytiw vektordın' absolyut shamasın vektordın' bag'ıtın o'zgertpey sol sang'a ko'beytiwge alıp kelinedi. Eger vektordı belgisi teris sang'a ko'beytsek vektordın' bag'ıtı qarama-qarsı bag'ıtqa o'zgeredi.

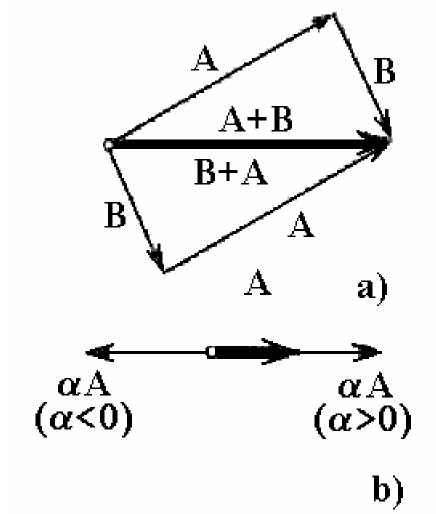
Vektorlardı skalyar ko'beytiw. Eki A ha'm V vektorlarının' skalyar ko'beymesi (A,V) dep vektorlardın' absolyut ma'nislerinin' ko'beymesin sol vektorlar arasındag'ı mu'yeshtin' kosinusın ko'beytkende alınatug'ın sang'a ten' shamag'a aytamız. Yag'nıy

$$(A,V) = |A|*|V|*\cos\left(\widehat{A,B}\right).$$

Skalyar ko'beyme ushın to'mendegidey qag'ıydalardın' durıs bolatug'ınlıg'ın an'sat tekseriwge boladı:

$$(A,V) = (V,A);$$
$$(A,V+S) = (A,V) + (A,S);$$
$$(A,\alpha V) = \alpha(A,V).$$

Bul jerde α arqalı ıqtıyarlı san belgilengen (5-su'wret).



5-su'wret. Vektorlardı qosıwdın' kommutativliligi (a) ha'm vektordı sang'a ko'beytiw (b)

Vektorlıq ko'beyme. A ha'm V vektorlarının' vektorlıq ko'beymesi [A,V] dep to'mendegidey usılda anıqlanatug'ın D vektorın aytamız (6-su'wret):

1. D vektorı A ha'm V vektorları jatırg'an tegislikke perpendikulyar, bag'ıtı eger A vektorın V vektorının' u'stine jatqızıw ushın en' qısqa jol boyınsha burg'anda on' burg'ının' jıljıw bag'ıtı menen bag'ıtlas. Solay etip A, V, D vektorları bir birine salıstırg'anda on' koordinatalar sistemasının' x,u,z ko'sherlerinin' on' bag'ıtlarınday bolıp bag'ıtlang'an.

2. Absolyut shaması boyınsha D vektorı o'z-ara ko'beytiliwshi vektorlarının' absolyut ma'nislerinin' ko'beymesin usı vektorlar arasındag'ı mu'yeshtin' sinusına ko'beytkende alınatug'ın sang'a ten':

$$|D| = |A,V| = |A|*|V|*\sin\left(\widehat{A,B}\right).$$

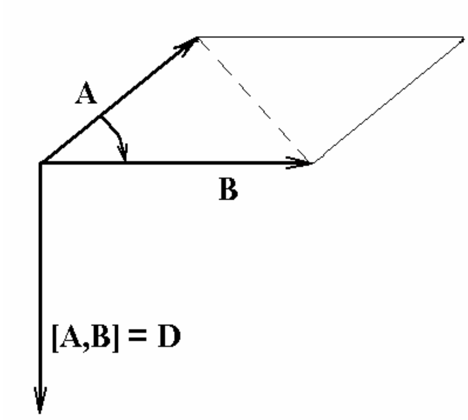
Bul jerde A ha'm V vektorları arasındag'ı mu'yeshtin' A dan V g'a qaray en' qısqa jol bag'ıtında alınatug'ınlıg'ını u'lken a'hmiyetke iye. 6-su'wrette vektorlıq ko'beymenin' absolyut ma'nisi o'z-ara ko'beytiliwshi eki vektordan du'zilgen parallelogrammnın' maydanına ten' ekenligi ko'rinip tur.

Vektorlıq ko'beymenin' to'mendegidey qa'sietlerge iye bolatug'ınlıg'ın an'sat da'lillewge boladı:

$[A,V] = - [V,A];$

$[A,V+S] = [A,V] + [A,S];$

$[A,\alpha V] = \alpha[A,V].$



6-su'wret. [A,V] = D vektorlıq ko'beymesi.
D vektorı o'z-ara ko'beytiletug'ın vektorlar jatqan tegislikke
perpendikulyar bag'ıtlang'an.

Vektorlardı birlik vektorlar ja'rdeminde ko'rsetiw. Vektordın' bag'ıtın birlik o'lshem birligi joq vektordın' ja'rdeminde ko'rsetiw mu'mkin. Qa'legen A vektorın bılayınsha jazıw mu'mkin:

$$A = \frac{A}{|A|}|A| = n*|A| = nA.$$

Bul jerde $n = \frac{A}{|A|}$ bag'ıtı A vektorı menen bag'ıtlas birlik vektor bolıp tabıladı.

Radius-vektor. Noqattın' awhalı sa'ykes koordinatalar sistemasında u'sh sannın' ja'rdeminde anıqlanadı. Ha'r bir noqattı esaplaw bası dep atalıwshı bazı bir noqattan orın almastırıwdın' na'tiyjesinde payda bolg'an punkt dep ko'z aldımızg'a keltiriwimiz mu'mkin. Sol ushın bul noqattı da'slepki noqat (esaplaw bası) penen usı noqattı tutastıratug'ın awısıw vektorı menen ta'riplew mu'mkin. Bul vektor radius-vektor dep ataladı. Eger noqattın' awhalı (ken'islikte iyelegen ornı) radius-vektor menen belgilenetug'ın bolsa qanday da bir koordinata sistemasın qollanıwdın' za'ru'rligi qalmaydı. Usınday jollar menen ko'p sanlı fizikalıq qatnaslar a'piwayılasadı ha'm ko'rgizbeli tu'rge enedi. Za'ru'r bolg'an jag'daylarda koordinatalar sistemalarına o'tiw tayar formulalar ja'rdeminde a'melge asırıladı. Mısalı Dekart koordinatalar sistemasında r radius-vektorın koordinata ko'sherlerine parallel bolg'an u'sh vektordın' (ix, ju, kz vektorları) qosındısı tu'rinde bılayınsha jazıladı:

$$r = ix + ju + kz.$$

x,u,z sanları radius-vektorının' qurawshıları dep ataladı.

Bir koordinatalar sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına o'tkende radius-vektorlardın' qurawshıları sa'ykes tu'rlendiriwlerge ushıraydı. A'piwayı mısal keltiremiz ha'm bul mısalda bir Dekart koordinatalar sistemasınan (xuz koordinatalar sisteması) ekinshi Dekart koordinatalar sistemasına (x´u´z´ koordinatalar sisteması, bunday eki koordinatalar sisteması bir birine salıstırg'anda burılg'an bolıwı mu'mkin) o'tkendegi tu'rlendiriw formulaların keltiremiz:

xuz sistemasında vektordı bılayınsha jazamız

$$r = ix + ju + kz.$$

$x'u'z'$ koordinatalar sistemasında bılayınsha jazıw kerek:

$$r' = ix' + ju' + kz'.$$

Tu'rlendiriw formulaların a'piwayılastırıw ushın belgilewler qabıl etemiz:

$$x = x_1, \quad u = x_2, \quad z = x_3;$$
$$x' = x_{1'}, \quad u' = x_{2'}, \quad z' = x_{3'};$$
$$i = e_1, \quad j = e_2, \quad k = e_3;$$
$$i' = e_{1'}, \quad j' = e_{2'}, \quad k' = e_{3'};$$

$$\cos\left(e_m \hat{,} e_{n'}\right) = \alpha_{mn'} \quad (m = 1, 2, 3;\ n' = 1, 2, 3).$$

Koordinatalar basları bir noqatta bolg'an eki Dekart koordinatalar sistemaları ushın tu'rlendiriw formulaları endi bılayınsha jazıladı:

$$x_1 = \alpha_{11'}x_{1'} + \alpha_{12'}x_{2'} + \alpha_{13'}x_{3'};$$
$$x_1 = \alpha_{11'}x_{1'} + \alpha_{12'}x_{2'} + \alpha_{13'}x_{3'};$$
$$x_1 = \alpha_{11'}x_{1'} + \alpha_{12'}x_{2'} + \alpha_{13'}x_{3'};$$

Usı tu'rde tu'rlendiriw formulaların este saqlaw ju'da' an'sat.

Fizikalıq shamanın' vektor bolıwı ushın bul u'sh san bir koordinatalar sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına o'tkende

$$x_1 = \alpha_{11'}x_{1'} + \alpha_{12'}x_{2'} + \alpha_{13'}x_{3'};$$
$$x_1 = \alpha_{11'}x_{1'} + \alpha_{12'}x_{2'} + \alpha_{13'}x_{3'};$$
$$x_1 = \alpha_{11'}x_{1'} + \alpha_{12'}x_{2'} + \alpha_{13'}x_{3'};$$

formulalarının' ja'rdeminde tu'rlendiriliwi kerek.

Bazı bir a'hmiyetli juwmaqlar:

Orın almastırıw traektoriya kesindisi emes.

Vektorlardı qosıw qa'desi maqsetke muwapıqlıg'ı bir qatar fizikalıq shamalardın' qa'siyetleri boyınsha tastıyıqlanatug'ın anıqlama bolıp tabıladı.

U'sh san menen ta'riplenetug'ın fizikalıq shama ko'pshilik jag'daylarda vektor bolıp tabıladı. Usınday u'sh sannın' vektor bolıwı ushın (durısırag'ı vektordın' qurawshıları bolıwı ushın) bir koordinatalar sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına o'tkende belgili bir ta'rtipte tu'rleniwi sha'rt.

Radius-vektor qanday da bir koordinatalar sistemasının' bar bolıwınan g'a'rezli emes.

Eger qanday da bir koordinatalar sisteması saylap alınatug'ın bolsa, radius-vektordı usı koordinatalar sistemasında an'latıw mu'mkin.

Waqıt tu'sinigi. Bizdi qorshap turg'an waqıt barqulla o'zgerip turadı. Protsessler bir birinen son' belgili bir izbe-izlikte o'tedi, ha'r bir protsess belgili bir uzaqlıqqa (bunnan bılay waqıt boyınsha uzaqlıq na'zerde tutıladı) iye. O'zgeriwshi, rawajlanıwshı du'nyanın' ulıwmalıq qa'siyeti adamlar sanasında waqıt tu'sinigi tu'rinde qa'liplesken.

Waqıt dep materiallıq protsesslerdin' anıq uzaqlıqqa iye bolıwın, bir birinen keyin qandayda bir izbe-izlikte ju'zege keliwin, etaplar ha'm basqıshlar boyınsha rawajlanıwın tu'sinemiz.

Solay etip waqıttın' materiyadan ha'm onın' qozg'alısınan ajıratılıwı mu'mkin emes. Sol sıyaqlı ken'islikti de waqıttan ajıratıwg'a bolmaydı. Materiallıq protsesslerden tıs ajıratıp alıng'an waqıt mazmung'a iye emes. Tek g'ana ken'islik penen waqıttı bir birine baylanıslı etip qaraw fizikalıq ma'niske iye.

Da'wirli protsessler. Ta'biyatta ju'retug'ın ko'p sanlı protsessler ishinde birinshi gezekte qaytalanatug'ın protsessler ko'zge tu'sedi. Ku'n menen tu'nnin', jıl ma'wsimlerinin', aspanda juldızlardın' qozg'alıslarının' qaytalanıwı, ju'rektin' sog'ıwı, dem alıw ha'm basqa da ko'p sanlı qubılıslar qaytalanıwshı protsesslerge kiredi. Usı qubılıslardı u'yreniw ha'm salıstırıw materiallıq protsesslerdin' uzaqlıg'ı ideyasın payda etedi, al uzaqlıqlardı salıstırıw usı uzaqlıqlardı o'lshew ideyasının' payda bolıwına alıp keledi. Mu'mkin bolg'an protsesslerdi o'lshew usı protsesslerdin' ishindegi en' turaqlı tu'rde qaytalanatug'ın protsessti ayırıp alıwg'a mu'mkinshilik beredi. Bul ayırıp alıng'an protsess o'lshew etalonı xızmetin atqaradı.

Da'wirli protsessti o'lshew ushın qabıl etilgen etalon saat dep ataladı.

Saattı qabıl etiw menen birge da'rha'l ha'r qanday esaplaw noqatlarındag'ı saatlar birdey bolıp ju're me dep soraw beriledi. Bul to'mendegini bildiredi: Meyli bazı bir fizikalıq protsess bir noqattan ekinshi noqatqa informatsiya jetkerip beretug'ın bolsın. Bunday protsessti *signal* dep ataymız. Signal bolıp jarq etip jang'an jaqtılıq, mıltıqtan atılg'an oq xızmet etiwi mu'mkin. Bul signallardın' tarqalıw nızamların anıq bilip otırıwdın' qa'jeti joq. Tek g'ana signaldı jiberiw, qabıl etiw o'zgermeytug'ın birdey jag'daylarda a'melge asatug'ınlıg'ın biliw kerek. Usınday sha'rtler orınlanatug'ın jag'dayda bir noqattan birdey waqıt aralıqları o'tiwi menen signal jiberip otıramız. Eger ekinshi noqatta usı signallar birinshi noqattag'ıday waqıt aralıqlarında kelip jetetug'ın bolsa eki noqatta da saatlardın' ju'riw tezligi birdey dep esaplaymız. Bunday salıstırıwlardı qa'legen eki noqatlar arasında ju'rgiziwge boladı. Meyli A menen V noqatlarındag'ı saatlardın' ju'riw tezlikleri ha'm V menen S noqatlarındag'ı saatlardın' ju'riw tezlikleri birdey bolıp shıqqan bolsın. Bunday jag'dayda A ha'm S noqatlarındag'ı saatlardın' da ju'riw tezlikleri birdey dep juwmaq shıg'aramız.

Printsipinde bul ta'jiriybeler eki na'tiyje beredi: 1) qarap atırılg'an sistemanın' ha'r qanday noqatlarındag'ı saatlardın' ju'riw tezlikleri birdey yamasa 2) sistemanın' ha'r qıylı noqatlarındag'ı saatlar ha'r qanday tezliklerde ju'redi. *Eksperimentler usı eki jag'daydın' da haqıyqatta da orın alatug'ınlıg'ın ko'rsetedi.* Mısalı etalon sıpatında basım, temperatura ha'm basqa da sırtqı ta'sirlerden g'a'rezsiz bolg'an yadrolıq protsessti qabıl eteyik ha'm joqarıda ga'p etilgen usıl menen bul saatlardın' ju'riw tezliklerinin' birdey yamasa birdey emesligin tekserip ko'reyik. Meyli qarap atırılg'an protsesstin' basında Jer betinen bazı bir biyiklikte turg'an noqattan Jer betindegi tap usınday protsess ju'rip atırg'an ekinshi orıng'a signal jiberilsin. Bul signal Jer betindegi noqatqa bul noqatta protsess baslang'an waqıtta jetip kelgen bolsın. Ekinshi signal birinshi noqattan usı noqattag'ı protsess toqtag'an waqıtta jiberilsin. Birinshi noqattan ekinshi noqatqa signaldın' qozg'alıw nızamı bizdi qızıqtırmaydı. Bul nızamnın' barlıq signallar ushın birdey bolıwı sha'rt. Eksperiment ekinshi signaldın' Jer betindegi noqatqa usı noqatta bolıp atırg'an protsesstin' tamam bolıw momentinde emes, al erterek keletug'ınlıg'ın ko'rsetedi.

Bul ekspermentallıq situatsiya berilgen esaplaw sistemasındag'ı birden bir waqıttın' joqlıg'ın, sistemanın' ha'r bir noqatında waqıttın' o'tiwinin' tezliginin' ha'r qıylı ekenligin ko'rsetedi.

Bunday situatsiya, mısalı, Jer menen baylanısqan esaplaw sistemasında orın aladı. Eger Jer betinde ornatılg'an birinshi saat ekinshisine salıstırg'anda 10 m biyiklikte jaylastırılg'an bolsa, onda bazı bir protsesstin' uzınlıg'ı bir birinen usı waqıt uzınlıg'ının' 10^{-15} ine ten'dey shamag'a ayırıladı. Og'ada az bolg'an bunday ayırma birinshi ret 1960-jılı baqlandı. Bunday az ayırmanı esapqa almaytug'ın bolsaq, Jer menen baylanıslı bolg'an esaplaw sistemasında birden bir waqıt bar dep esaplaymız.

Biz qarap o'tken mısalda saatlardın' ha'r qıylı tezlik penen ju'riwine Jer payda etken gravitatsiyalıq (tartılıs) maydan sebepshi boladı. Biraq tartılıs maydanı birden bir sebep emes. Mısalı esaplaw sisteması aylanbalı qozg'alısta bolıwı mu'mkin. Bunday qozg'alıslar da saatlardın' ju'riw tezliginin' o'zgeriwine alıp keledi.

Saatlardı sinxronizatsiyalaw. Berilgen noqatta o'tiwshi protsesstin' uzaqlıg'ı usı noqatta jaylastırılg'an saattın' ja'rdeminde o'lshenedi. Demek bul jag'dayda bir noqatta jaylasqan protsesslerdin' uzaqlıqları salıstırıladı. Uzaqlıqtı o'lshew bul protsesstin' baslanıwın ha'm aqırın etalon etip qabıl etilgen protsess shkalası boyınsha anıqlawdan turadı. Bul o'lshewlerdin' na'tiyjeleri ha'r qıylı noqatlarda ju'zege keletug'ın protsesslerdin' uzaqlıqların salıstırıwg'a mu'mkinshilik beredi. Biraq bul jag'dayda ha'r bir protsess belgili bir noqatta ju'riwi kerek.

Biraq bir noqatta baslanıp, ekinshi noqatta pitetug'ın protsesste jag'day qalay boladı? Bul protsesstin' uzaqlıg'ı dep neni tu'sinemiz? Qaysı orında turg'an saat penen bunday protsessstin' uzaqlıg'ın o'lsheymiz?

Bunday protsesstin' uzaqlıg'ın bir saatın' ja'rdeminde o'lshewdin' mu'mkin emes ekenligi o'z-o'zinen tu'sinikli. Tek g'ana ha'r qıylı noqatlarda jaylastırılg'an saatlardın' ja'rdeminde protsesstin' baslanın' ha'm pitiw momentlerin belgilep qalıw mu'mkin. Bul belgilew bizge hesh na'rse bermeydi, sebebi ha'r qıylı saatlardag'ı waqıttı esaplawdın' baslang'ısh momenti bir biri menen sa'ykeslendirilmegen (basqa so'z benen aytqanda saatlar sinxronizatsiyalanbag'an).

En' a'piwayı sinxronizatsiya bılay islenedi: barlıq saatlardın' tilleri belgili bir waqıtta belgili bir belgige alıp kelip qoyıladı. Biraq “belgili bir waqıtta” degen so'zdin' ma'nisi ele belgisiz.

Sonlıqtan saatlardı sinxronizatsiyalawg'a belgili bir tu'sinikler arqalı emes, al usı sinxronizatsiya baylanısqan fizikalıq protseduralarg'a su'yenip anıqlama beriw kerek.

En' da'slep ha'r qıylı noqatlarda jaylasqan saatlar arasındag'ı fizikalıq baylanıstı anıqlaw sha'rt. Bunday jag'daylarda ja'ne de signallardı paydalanıwg'a tuwra keledi. Sonlıqtan sinxronizatsiyanı a'melge asırıw ushın signallardın' ha'r qıylı noqatlar arasındag'ı tarqalıw nızamları da belgili bolıwı kerek.

Saatlardı sinxronlastırıw ha'm ha'r qanday fizikalıq signallardın' tarqalıw nızamların u'yreniw bir birin tolıqtırıw jolı menen tariyxıy jaqtan birge alıp barıldı. Bul ma'seleni sheshiwde jaqtılıqtın' tezligi en' a'hmiyetli orındı iyeledi. Sebebi jaqtılıq a'yemgi waqıtlardan baslap ta'biyiy signal bolıp keldi, onın' tezligi basqa belgili bolg'an signallardın' tezliklerine salıstırg'anda sheksiz u'lken dep esaplandı. Sonlıqtan sheksiz u'lken tezlik penen qozg'alıwshı signal ja'rdeminde saatlardı sinxronlastırıw ideyası payda boldı. Bul sinxronlastırıwdı a'melge asırıw ushın da'slep barlıq noqatlarda jaylasqan saatlardın' tilleri birdey awhallarg'a qoyıladı. Keyin bir noqattan barlıq noqatlarg'a qaray jaqtılıq signalları jiberiledi ha'm usı signal kelip jetken waqıt momentlerinde saatlar ju'rgizilip jiberiledi. Bunday etip sinxronlastırıw a'hmiyetke iye. Eger A noqatında jaylasqan saat penen V noqatında jaylasqan saat, V noqatındag'ı saat penen S noqatındag'ı saat sinxronlasqan bolsa, A noqatındag'ı saat penen S noqatındag'ı saat ta sinxronlastqan bolıp shıg'adı. Bul A, V ha'm S noqatlarının' o'z-ara jaylasıwlarına baylanıslı emes.

Saatlardı jaqtılıq signalları ja'rdeminde sinxronlastırıw en' qolaylı usıl bolıp shıqtı. Sebebi

inertsial esaplaw sistemalarındag'ı jaqtılıqtın' tezliginin' jaqtılıq dereginin' de, jaqtılıqtı qabıllawshı du'zilistin' tezligine de baylanıslı emes, ken'isliktin' barlıq bag'ıtları boyınsha birdey ha'm universal turaqlı shama s g'a ten' ekenligin ko'p sanlı eksperimentler da'lilledi.

Bul universal turaqlı shamanın' ma'nisi jaqında 1.1 m/s da'lliginde anıqlandı:

$$c = 299792.4562 \text{ km/s} \pm 1.1 \text{ m/s}.$$

Endi sinxronlastırıwdı bılay a'melge asıramız. Baslang'ısh non'qat dep atalatug'ın noqatta saattın' tili 0 ge qoyıladı. Bul saat usı noqattan sferalıq jaqtılıq tolqını tu'rindegi jaqtılıq signalı ketken waqıt momentinde ju'rgizilip jiberiledi. Usı noqattan l qashıqlıqta turg'an ekinshi noqatqa signal l/s waqıt o'tkennen keyin kelip jetedi. Sonlıqtan da ekinshi noqattag'ı saat birinshi noqattan jaqtılıq signalı kelip jetkende l/s nı ko'rsetiwi kerek.

Sorawlar:

1. Ken'isliktin' geometriyalıq qa'siyetleri haqqındag'ı tastıyıqlawlardın' ma'nisi neden ibarat?
2. Anaw yamasa mınaw geometriyanın' haqıyqatlıg'ı yaki jalg'anlıg'ı

haqqındag'ı ma'selenin' ma'nisi neden ibarat?

3. Ha'zirgi waqıtları Evklid geometriyasının' durıslıg'ı qanday sheklerde da'lillengen?

4. Absolyut qattı dene degenimiz ne ha'm bul tu'siniktin' geometriyalıq ko'z-qaraslardın' rawajlanıwında tutqan ornı neden ibarat?

5. Waqıt ha'm da'wirli protsessler dep neni tu'sinemiz?

6. Saatlardı sinxronizatsiyalaw za'ru'rliliginin' ma'nisi neden ibarat?

§ 4. Materiallıq noqat kinematikası

1. Orın almastırıw vektorı.
2. Tezlik.
3. Tezleniw.
4. Noqattın' shen'ber boyınsha qozg'alıwı. Mu'yeshlik tezlik.
5. Orayg'a umtılıwshı tezleniw.
6. Mu'yeshlik tezleniw.
7. Mu'yeshlik tezlik ha'm mu'yeshlik tezleniw vektorları.

Materiallıq noqattın' orın awıstırıwı, tezligi ha'm tezleniwi. Qozg'alıstı ta'riplew dep

$$x_1 = x_1(t), \quad x_2 = x_2(t), \quad x_3 = x_3(t) \qquad (4\text{-}2)$$

funktsiyaların biliw degen so'z. Vektorlıq formada

$$r = r(t) \qquad (4\text{-}2a)$$

tu'rinde qozg'alıstı matematikalıq jaqtan ta'ripleymiz.

Qozg'alıstı traektoriya parametrleri menen de ta'riplew mu'mkin.

Orın almasıw vektorı. Bul vektor uzınlıg'ı boyınsha keyingi noqat penen da'slepki noqat arasındag'ı qashıqlıqqa ten', al bag'ıtı da'slepki noqattan keyingi noqatqa qaray bag'ıtlang'an: $r = r(t+\Delta t) - r(t)$. Bul vektor materiallıq noqattın' t ha'm $t+\Delta t$ waqıt momentleri arasında bolg'an traektoriyanın' noqatların tutastıradı.

Tezlik. Tezlik dep waqıt birliginde materiallıq noqattın' o'tken jolına aytamız. Eger materiallıq noqat Δt waqıtı ishinde ΔS jolın o'tken bolsa ortasha tezlik

$$\Delta v = \Delta S/\Delta t. \qquad (4\text{-}3)$$

Δt waqıtın sheksiz kishireytsek tezliktin' alıng'an ma'nisi bir zamatlıq tezlik dep ataladı, yag'nıy:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta r/\Delta t) = dr/dt. \qquad (4\text{-}4)$$

Dekart koordinatalar sistemasında

$$r(t) = i\, x(t) + j\, y(t) + k\, z(t). \qquad (4\text{-}5)$$

Demek

$$v = dr/dt = i\,(dx/dt) + j\,(dy/dt) + k\,(dz/dt). \qquad (4\text{-}6)$$

Tezliktin' qurawshıları:

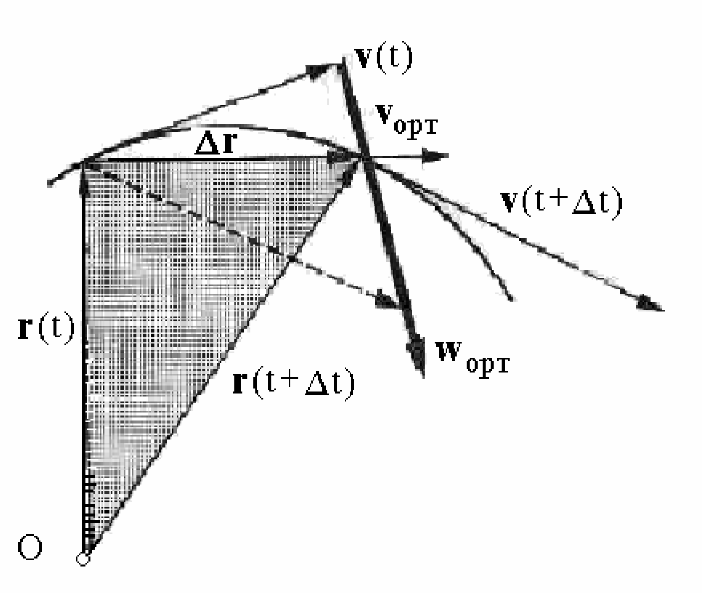
$$v_x = dx/dt; \quad v_y = dy/dt; \quad v_z = dz/dt.$$

Qozg'alıs traektoriya parametrleri arqalı berilgen jag'dayda traektoriya menen o'tilgen joldın' waqıtqa g'a'rezliligi belgili boladı. Jol da'slepki dep qabıl etilgen noqattan baslap alınadı. Traektoriyanın' ha'r bir noqatı s shamasının' belgili bir ma'nisi menen anıqlanadı. Demek noqattın' radius-vektorı s tin' funktsiyası bolıp tabıladı ha'm r = r(s) ten'lemesi menen beriledi. Olay bolsa

$$v = dr/dt = (dr/ds)*(ds/dt). \qquad (4\text{-}7)$$

Δs - traektoriya boylap eki noqat arasındag'ı qashıqlıq, $|\Delta r|$ - usı eki noqat arasındag'ı tuwrı sızıq boyınsha qashıqlıq. Eki noqat bir birine jaqınlasqan sayın usı eki shama arasındag'ı ayırma jog'ala baslaydı. Sonlıqtan:

$$\frac{d\mathbf{r}}{ds} = \lim_{\Delta s \to 0} (\Delta \mathbf{r}/\Delta s) = \lim_{\Delta s \to 0} (\Delta \mathbf{r}/|\Delta \mathbf{r}| * |\Delta \mathbf{r}|/\Delta s) = \tau. \qquad (4\text{-}8)$$



7-su'wret. Orın awıstırıw, tezlik ha'm tezleniw tu'sinigi ushın
Traektoriyanın' eki noqatı arasındag'ı ortasha tezlik bag'ıtı boyınsha
awısıw vektorına ten'. Ortasha tezlik traektoriyag'a urınba bag'ıtında da emes.
O - esaplaw bası.

Bul jerde τ traektoriyag'a urınba bolg'an birlik vektor. Anıqlama boyınsha ds/dt = v traektoriya boyınsha tezliktin' absolyut ma'nisi. Sonlıqtan

$$v = \tau v. \qquad (4\text{-}9)$$

Bul jerde tezliktin' traektoriyag'a urınba bag'ıtında ekenligi ko'rinip tur.

Tezleniw. Tezleniw dep tezliktin' o'zgeriw tezligine aytamız. t ha'm t + Δt waqıt momentlerindegi tezlikler v(t) ha'm v(t + Δt) bolsın. Demek Δt waqtı ishinde tezlik v(t + Δt) - v(t) o'cimin aladı. Δt waqtı ishindegi ortasha tezleniw:

$$a_{ort}(t, t+\Delta t) = \Delta v/\Delta t. \qquad (4\text{-}10)$$

Ha'r qıylı waqıt aralıqlarındag'ı v(t) vektorınının' su'wretin bir ulıwmalıq da'slepki noqattan shıg'atug'ın etip salamız. Usı vektordın' ushı tezliklerdin' godografı dep atalatug'ın iymeklikti sızadı (su'wrette ko'rsetilgen). Δt waqıtın sheksiz kishireytip tezleniwdi alamız:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta v/\Delta t) = dv/dt. \qquad (4\text{-}11)$$

$v = d\mathbf{r}/dt$, $\mathbf{r} = ix + jy + kz$ ekenligin esapqa alıp tezleniwdi $a = d^2\mathbf{r}/dt^2$ yamasa

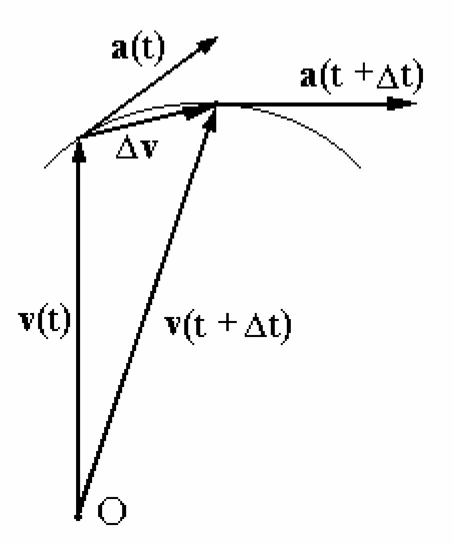
$$a = i\, d^2x/dt^2 + j\, d^2y/dt^2 + k\, d^2z/dt^2 \qquad (4\text{-}12)$$

tu'rinde ko'rsetiw mu'mkin.

Demek Dekart koordinatalar sistemasında tezleniwdin' qurawshıları:

$$a_x = d^2x/dt^2,\ a_y = d^2y/dt^2,\ a_z = d^2z/dt^2. \qquad (4\text{-}13)$$

Endi tezleniwdin' tezlikke ha'm qozg'alıs traektoriyasına salıstırg'andag'ı bag'ıtın anıqlawımız kerek. Su'wrette tezleniwdin' tezlik godografına urınba bag'ıtta ekenligin, biraq onın' menen qa'legen mu'yesh jasap bag'ıtlanatug'ınlıg'ın da ko'rsetedi. Usı ma'seleni ayqınlastırıw ushın $v = \tau v$ formulasınan paydalanamız:



8-su'wret. Tezlikler godografı.

Belgilenip alıng'an da'slepki noqattan (O noqatı) baslap tezlik vektorınının' aqırg'ı noqatı basıp o'tken noqatlardın' geometriyalıq ornı bolıp tabıladı.

$$a = dv/dt = \frac{d}{dt}(\tau v) = (d\tau/dt)v + \tau(dv/dt). \qquad (4\text{-}14)$$

Bul jerde $\tau = \tau(s)$ - o'tilgen joldın' funktsiyası bolıp tabıladı. O'z gezeginde s waqıt t nın' funktsiyası. Sonlıqtan $d\tau/dt = (d\tau/ds)*(ds/dt)$. τ vektorı absolyut ma'nisi boyınsha o'zgergen. Bunnan $(d\tau/ds)$ vektorınının' τ vektorına perpendikulyar ekenligi ko'rinip tur. τ vektorı traektoriyag'a urınba bag'ıtında. Demek $(d\tau/ds)$ vektorı traektoriyag'a perpendikulyar, yag'nıy bas normal dep atalıwshı normal boyınsha bag'ıtlang'an. Usı normal bag'ıtındag'ı birlik vektor n arqalı belgilenedi. $(d\tau/ds)$ vektorınının' ma'nisi 1/R ge ten'. R traektoriyanın' iymeklik radiusı dep ataladı.

Traektoriyadan n bas normalının' bag'ıtında R qashıqlıqta turg'an O noqatı traektoriyanın' iymeklik radiusı dep ataladı. Sonlıqtan

$$d\tau/ds = n/R \qquad (4\text{-}15)$$

dep jazıw mu'mkin.

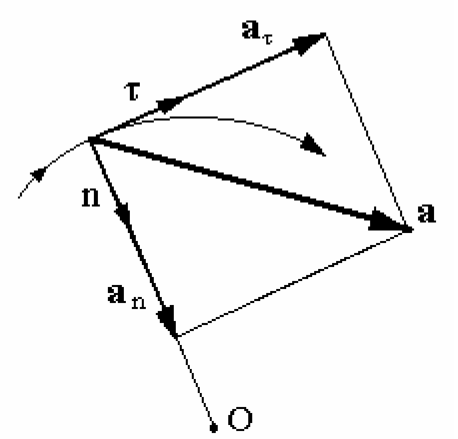
$ds/dt = v$ ekenligin esapqa alıp $a = dv/dt = \frac{d}{dt}(\tau v) = (d\tau/dt)v + \tau(dv/dt)$ formulasın bılay ko'shirip jazamız:

$$a = n\,(v^2/R) + \tau\,(dv/dt). \qquad (4\text{-}16)$$

Demek tolıq tezleniw o'z-ara perpendikulyar bolg'an eki vektordan turadı: traektoriya boylap bag'ıtlang'an $\tau\,(dv/dt) = a_\tau$ tezleniwi tangensial tezleniw dep ataladı, al ekinshisi traektoriyag'a perpendikulyar ja'ne bas normal boyınsha bag'ıtlang'an tezleniw $a_n = n\,(v^2/R)$ normal tezleniw dep ataladı.

Tolıq tezleniwdin' absolyut ma'nisi

$$a = (a^2)^{1/2} = [(v^2/R)^2 + (dv/dt)]^2. \qquad (4\text{-}17)$$



9-su'wret. Tolıq tezleniwdi (a) qurawshıları bolg'an tangensial (a_τ) ha'm normal (a_n) qurawshılarg'a jiklew.

Endi qozg'alıstın' en' a'piwayı tu'rlerinin' biri bolg'an tuwrı sızıqlı tezlenbeli qozg'alıs haqqında ga'p etemiz. Bunday jag'dayla tezleniwdi bılay jazamız

$$a = \Delta v/\Delta t = (v - v_0)/(t-t_0).$$

Bul jerde v_0 da'slepki tezlik, t_0 da'slepki waqıt (waqıttın' da'slepki momenti), v waqıt t bolg'an momenttegi tezliktin' ma'nisi. Bul formuladan

$$v = v_0 + a(t - t_0).$$

Eger $t_0 = 0$ bolsa $v = v_0 + at$.

Tezliktin' o'simi Δv nın' belgisi qanday bolsa tezleniwdin' belgisi de sonday boladı.

Endi ten' o'lshewli tezlenbeli qozg'alıstag'ı ju'rip o'tilgen joldın' ma'nisin esaplayıq.

A'piwayılıq ushın $v_0 = 0$ dep esaplayıq. Tezliktin' o'siwi OA tuwrısı menen sa'wlelendiriledi. Sonlıqtan ju'rip o'tilgen jol OVA u'sh mu'yeshliginin' maydanına ten' boladı:

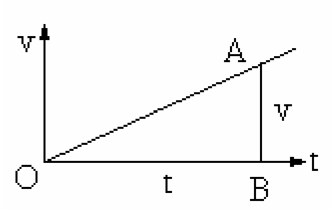
$$OA*AV/2 = v*t/2 = at^2/2.$$

Eger da'slepki tezlik nolge ten' bolmasa

$$s = v_0 t + at^2/2.$$

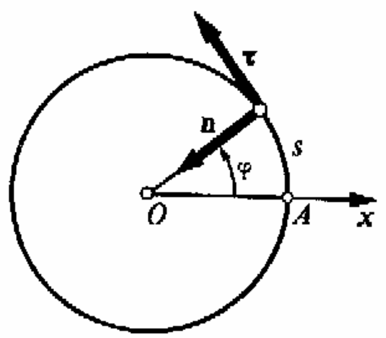
Noqattın' shen'ber boyınsha qozg'alıwı. Mu'yeshlik tezlik. Noqattın' shen'ber boyınsha qozg'alısın tsilindrlik koordinatalar sistemasında qarag'an an'sat. Bul jag'dayda koordinata basın shen'berdin' orayına, al x penen u ko'sherlerin usı shen'ber tegisligine jaylastıramız. (x,u) tegisliginde bul polyar koordinatalar sisteması boladı. Shen'berdin' radiusın R arqalı belgileymiz. Traektoriya boyınan A noqatın alıp s = Rφ dep jaza alamız. Tezliktin' abslyut ma'nisi v $= \frac{dS}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt}$. Mu'yeshtin' o'zgeriw tezligi $\frac{d\varphi}{dt}$ mu'yeshlik tezlik dep ataladı ha'm ω ha'ripi menen belgilenedi. Eger bul tezlik turaqlı bolsa, onda ol aylanbalı jiyilik dep ataladı. Mu'yeshlik tezlik aylanıw da'wiri T menen bılay baylanısqan:

$$\omega = 2\pi/T. \qquad (4\text{-}18)$$



10-su'wret. Ten' o'lshemli tezlenbeli qozg'alısta ju'rip o'tilgen jol OAV u'sh mu'yeshliginin' maydanına ten'.

Orayg'a umtılıwshı tezleniw. Bul jag'dayda normal tezleniw orayg'a umtılıwshı tezleniw dep ataladı. Shen'berdin' barlıq noqatlarının' iymeklik orayları shen'berdin' orayı bolıp tabıladı. İymeklik radiusı shen'berdin' radiusına ten'. Orayg'a umtılıwshı tezleniw $\omega_n = (v^2/R) = \omega^2R$. Bul jerde v = R$\omega$ ekenligi esapqa alıng'an.



11-su'wret. Shen'ber boyınsha qozg'alıs parametrleri.

Mu'yeshlik tezleniw. v = R (dφ/dt) formulasınan tangensial tezleniwdin' $a_t = (dv/dt) = R(d\omega/dt) = R/(d^2\varphi/dt^2)$ ekenligi kelip shıg'adı. $\dot{\omega} = d\omega/dt$ shaması noqattıq mu'yeshlik tezligi dep ataladı. Tolıq tezleniwdi bılay jazamız:

$$\omega = (a_n^2 + a_t^2)^{1/2} = R\,(\omega^4 + \dot{\omega}^2)^{1/2} \qquad (4\text{-}19)$$

Mu'yeshlik tezlik ha'm mu'yeshlik tezleniw vektorları. Shen'ber boyınsha qozg'alıs tek g'ana shen'berdin' radiusı ha'm mu'yeshlik tezlik penen ta'riplenip qoymay, shen'ber jatqan tegisliktin' bag'ıtı menen de ta'riplenedi. Tegisliktin' bag'ıtı usı tegislikke tu'sirilgen normaldın' bag'ıtı menen anıqlanadı. Sonlıqtan shen'ber boyınsha qozg'alıs shen'berdin' orayı boyınsha o'tiwshi ha'm shen'ber tegisligine perpendikulyar sızıq penen ta'riplenedi. Bul sızıq aylanıw ko'sheri bolıp tabıladı.

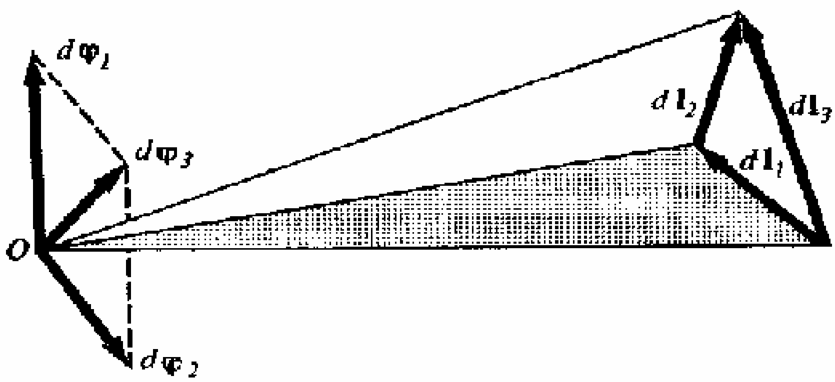
$d\varphi$ shaması elementar mu'yeshlik awısıw dep ataladı. v menen ds qalay baylanısqan bolsa ($v = ds/dt$ formulası na'zerde tutılmaqta) ω menen $d\varphi$ de sonday bolıp baylanısqan. biraq tezliktin' ta'riplmesi ushın tek onın' shaması emes, al bag'ıtı da kerek. Eger awısıw vektorı ds arqalı belgilengen bolsa, tezlik vektorı ushın an'latpa ds/dt tu'rine iye.

Elementar mu'yeshlik awısıw $d\varphi$ tek o'zinin' ma'nisi menen g'ana emes, al sol o'zgeris ju'z beretug'ın tegislik penen de ta'riplenedi. Usı tegislikti belgilep alıw ushın $d\varphi$ di usı tegislikke perpendikulyar bolg'an vektor dep qarawımız kerek. Onın' bag'ıtı on' burg'ı qa'desi ja'rdeminde anıqlanadı; eger burg'ını φ din' u'lkeyiw bag'ıtında aylandırsaq, onda burg'ının' qozg'alıs bag'ıtı $d\varphi$ vektorının' bag'ıtına sa'ykes keliwi kerek. Biraq $d\varphi$ di vektor dep esaplaytug'ın bolsa, onda onın' haqıyqatında da vektor ekenligin da'lillewimiz kerek.

Meyli $d\varphi_1$ ha'm $d\varphi_2$ arqalı eki mu'yeshlik awısıw belgilengen bolsın. Usı shamalardın' vektorlarday bolıp qosılatug'ınlıg'ın da'lilleymiz. Eger O noqatınan (orayı O noqatı) radiusı bir birlikke ten' bolg'an sfera payda etetug'ın bolsaq usı mu'yeshlerge sferanın' betinde sheksiz kishi dl_1 ha'm dl_2 kishi dog'aları sa'ykes keledi (to'mengi su'wrette sa'wlelengen). dl_3 dog'ası bolsa u'shmu'yeshliktin' u'shinshi ta'repin payda etedi. Sheksiz kishi bolg'an bul u'shmu'yeshlikti tegis u'shmu'yeshlik dep esaplawg'a boladı. $d\varphi_1$, $d\varphi_2$ ha'm $d\varphi_3$ vektorları usı u'shmu'yeshliktin' ta'replerine perpendikulyar bolıp jaylasqan ha'm onın' tegisliginde jatadı. Olar ushın to'mendegidey vektorlıq ten'liktin' orın alatug'ınlıg'ına ko'z jetkeriw qıyın emes:

$$d\varphi_3 = d\varphi_1 + d\varphi_2.$$

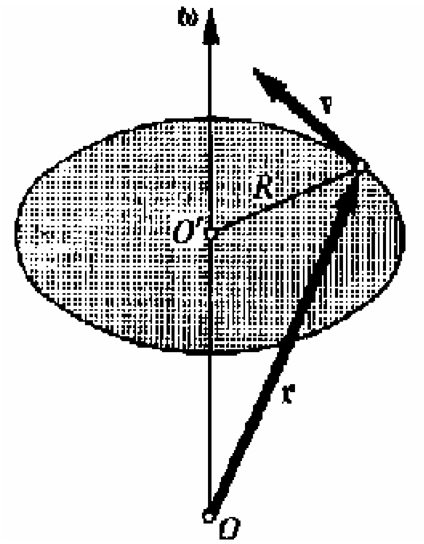
Demek $d\varphi_1$ ha'm $d\varphi_2$ ler vektorlar bolıp tabıladı eken. Usını da'lillewimiz kerek edi.



12-su'wret. Elementar mu'yeshlik awısıwlardın' ($d\varphi_1$ ha'm $d\varphi_2$ eki mu'yeshlik awısıwlarının') vektorlıq shama ekenligin da'llewdi tu'sindiretug'ın su'wret.

Bul vektorlardı koordinata ko'sherleri boyınsha qurawshılarg'a jiklewimiz kerek. $d\varphi_3 = d\varphi_1 + d\varphi_2$ g'a baylanıslı bul qurawshılar vektordın' qurawshılarınday boladı. Sonlıqtan elementar mu'yeshlik awısıw vektor bolıp tabıladı dep esaplaymız.

Vektor bolıw qa'siyetine tek g'ana elementar (sheksiz kishi) mu'yeshlik awısıwdın' iye bolatug'ınlıg'ın seziwimiz kerek. Shekli mu'yeshke awısıw vektor bolıp tabılmaydı. Sebebi olardı awısıw a'melge asatug'ın tegislikke perpendikulyar bolg'an tuwrılardın' kesindisi dep qarasaq, bul kesindiler parallelogramm qa'desi boyınsha qosılmay qaladı.



13-su'wret. Radiusı R bolg'an shen'ber boyınsha qozg'alıwshı noqattın' mu'yeshlik tezliginin' vektorı qozg'alıs tegisligine perpendikulyar bag'ıtta bag'ıtlang'an.

Materiallıq noqattın' sheksiz kishi awısıwı $d\varphi$ sheksiz kishi dt waqıt aralıg'ında ju'zege keledi. Sonlıqtan mu'yeshlik tezlik

$$\omega = d\varphi/dt$$

vektor bolıp tabıladı. Sebebi $d\varphi$ vektor, al dt skalyar shama. ω menen $d\varphi$ lardın' bag'ıtları birdey ha'm on' burg'ı qag'ıydası (qa'desi) tiykarında anıqlanadı.

Eger esaplaw basın aylanıw ko'sherinin' ıqtıyarlı noqatına ornalastırsaq (joqarıdag'ı su'wrette ko'rsetilgen), materiallıq noqattın' tezligin mu'yeshlik tezlik vektorı formulası arqalı an'latıwımız mu'mkin:

$$v = [\omega, r].$$

Mu'yeshlik tezleniw dep $d\omega/dt$ vektorın ataymız. Shen'ber boyınsha qozg'alısta ω vektorının' tek ma'nisi o'zgeredi, al bag'ıtı boyınsha o'zgermeytug'ın aylanıw ko'sherine parallel bolıp qaladı. $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ formulasın qollanıp noqattın' tolıq tezleniwin alamız:

$$\omega = dv/dt = [d\omega/dt, r] + [\omega, dr/dt] = [d\omega/dt, r] + [\omega, v].$$

Bul jerde $(dr/dt) = v$ ekenligi esapqa alıng'an. biz qarap atırg'an jag'dayda mu'yeshlik tezleniw vektorı $d\omega/dt$ aylanıw ko'sherine parallel bolg'anlıqtan joqarıdag'ı formuladag'ı $[\omega, v]$ vektorı traektoriyag'a urınba bag'ıtında bag'ıtlang'an. Demek:

tangensial tezleniw $\omega_\tau = [d\omega/dt, r]$,

normal tezleniw $\omega_n = [\omega, v]$.

Al ulıwma tezleniw $\omega = \omega_\tau + \omega_n$.

Bul formulalar aylanıw ko'sheri ken'islikte bag'ıtın o'zgertpeytug'ın bolg'an jag'daylarda durıs na'tiyje beredi.

Bir qansha mısallar keltiremiz.

Da'slep ten' o'lshewli tezleniwshi qozg'alıstı qaraymız. Biyikligi 20 m bolg'an jaydın' basınan tas tu'sirilgen, onın' da'slepki tezligi nolge ten'. Hawanın' qarsılıg'ın esapqa almay tastın' Jer betine qanshama waqıtta kelip jetetug'ınlıg'ın ha'm Jer betine qanday tezlik penen tu'setug'ınlıg'ın esaplaymız.

Bul jag'dayda tastın' tu'siwi erkin tu'siw bolıp tabıladı. Da'slepki tezligi nolge ten' bolg'an denenin' ten' o'lshewli tezleniwshi qozg'alıstında o'tilgen jol $h = at^2/2$ ge ten' (eger da'slepki tezlik v_0 nolge ten' bolmasa $h = v_0t + at^2/2$). Erkin tu'siwshi dene ushın tezleniw $a = g = 9.81$ m/s^2 - erkin tu'siw tezleniwi dep ataladı. Bul formuladan tastın' tu'siw waqtı

$$t = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

bolıp shıg'adı. Sonlıqtan $t \approx 2$ s, al aqırg'ı tezlik $v_t = gt = 19.6$ m/s.

Endi vertikal bag'ıtta ılaqtırılg'an denenin' qozg'alısın qaraymız. Meyli vertikal bag'ıtta ılaqtırılg'an dene 30 m biyiklikke ko'terilsin. Usı biyiklikke tastın' qansha waqıtta jetetug'ınlıg'ın ha'm Jer betine qansha waqıttan keyin qaytıp keletug'ınlıg'ın esaplayıq.

Bul jag'dayda

$$h = v_0t - gt^2/2.$$

30 m biyiklikke ko'terilgen waqıttag'ı tastın' aqırg'ı tezligi nolge ten', yag'nıy

$$v_t = v_0 - gt = 0.$$

Bunnan $v_0 = gt$. Demek $h = gt*t - gt^2/2 = gt^2/2$. Sonlıqtan $t = (2h/g)^{1/2}$. Bul na'tiyjeni joqarıdag'ı keltirilgen mısaldag'ı alıng'an na'tiyje menen salıstırsaq joqarıg'ı erkin ko'terilgendegi waqıt penen to'menge erkin tu'skendegi waqıt penen ten' ekenligin ko'remiz. t nın' ma'nisin anıqlag'annan keyin $v_0 = gt = (2hg)^{1/2}$ formulası kelip shıg'adı. Sonlıqtan $v_0 \approx 24.2$ m/s, $t \approx 2.48$ s shamaların alamız.

Endi iymek sızıqlı qozg'alıslardı qarayıq.

Bir dene gorizontqa φ mu'yeshin jasap v_0 da'slepki tezligi menen ılaqtırılg'an. Usı denenin' traektoriyasının' tu'rin, denenin' en' joqarıg'a ko'teriliw mu'yeshin ha'm qansha aralıqqa barıp Jer betine tu'setug'ının anıqlayıq.

Ma'seleni bılayınsha sheshemiz:

Su'wretten

$$v_x = v_0 \cos \alpha,$$

$$v_u = v_0 \sin \alpha - gt$$

ekenligi ko'rinip tur. x ha'm u koordinataları waqıttın' funktsiyaları tu'rinde bılay jazıladı:

$$x = v_0 \cos \alpha * t$$

$$u = v_0 \sin \alpha * t - g\, t^2/2$$

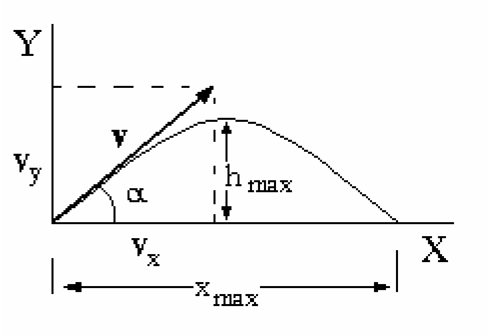
Bul ten'lemeler sistemasınan waqıt t nı alıp taslasaq traektoriya ten'lemesin alamız:

$$u = \mathrm{tg}\, \alpha * x - \{g/(2v_0^2 \cos^2 \alpha)\} * x^2.$$

x penen x^2 lar aldında turg'an shamalar turaqlı shamalar bolıp tabıladı. Olardı a ha'm b ha'ripleri menen belgilesek

$$u = ax - bx^2$$

ten'lemesi alamız. Bul parabolanın' formulası. Demek Jer betine mu'yesh jasap ılaqtırılg'an denenin' parabola boyınsha qozg'alatug'ınlıg'ın ko'remiz.



14-su'wret. Garizontqa mu'yesh jasap ılaqtırılg'an denenin' qozg'alısı.

Traektoriyasının' en' joqarg'ı noqatında $v_u = 0$. Demek $v_0 \sin \alpha - gt = 0$. Olay bolsa ılaqtırılg'an denenin' ko'teriliw waqtı

$$t' = v_0 \sin \alpha / g .$$

En' joqarı ko'teriliw biyikligi

$$u_{max} = v_0 \sin \alpha * (v_0 \sin \alpha/g) - (g/2)*(v_0 \sin \alpha/ g)^2 = v_0^2 \sin^2\alpha /(2g).$$

Dene Jer betine $t = 2t'$ waqtı ishinde kelip tu'sedi. Olay bolsa

$$t = v_0 \sin \alpha/ g.$$

Demek

$$x_{max} = v_0 \cos \alpha*t = v_0 \cos \alpha v_0 \sin \alpha/g = (v_0^2/g) * \sin2\alpha .$$

$\sin2\alpha$ nın' en' u'lken ma'nisi 1 ge ten'. Bul jag'dayda $2\alpha = 90^0$. Demek $\alpha = 45^0$ ta dene en' u'lken alıslıqqa ushıp baradı eken.

Tap sonday-aq 2α nın' ha'r qıylı ma'nislerinde x tın' birdey ma'nislerinin' bolıwı mu'mkin. Mısalı $\alpha = 63^0$ penen $\alpha = 27^0$ larda birdey x alınadı.

Tezlik barlıq waqıtta traektoriyag'a urınba bag'ıtında bag'ıtlang'an. Tezleniw menen tezlik arasındag'ı mu'yesh qa'legen ma'niske iye bolıwı mu'mkin. Yag'nıy tezleniw traektoriyag'a salıstırg'anda qa'legen bag'ıtqa iye boladı. Tezleniwdin' normal qurawshısı tezliktin' absolyut ma'nisin o'zgertpeydi, al tek onın' bag'ıtın o'zgertedi. Tezliktin' absolyut ma'nisinin' o'zgerisi tezleniwdin' tangensial qurawshısının' ta'sirinde boladı.

Tek sheksiz kishi mu'yeshlik awısıw vektor bolıp tabıladı. Shekli mu'yeshke aylanıw vektor emes. Mu'yeshlik tezlik vektor bolıp tabıladı. Sebebi ol vektor bolıp tabılatug'ın elementar mu'yeshlik awısıw ja'rdeminde anılanadı. Shekli mu'yeshke burılg'andag'ı ortasha mu'yeshlik tezlik absolyut ma'nisine ha'm bag'ıtına iye bolsa da vektor emes.

Sorawlar:

1. Qozg'alıstı ta'riplewdin' qanday usılların bilesiz? 2. Qozg'alıstı vektorlar arqalı belgilewdin' ha'm vektorlıq jazıwdın' qanday

artıqmashları bar?

3. Elementar mu'yeshlik awısıw menen shekli mu'yeshlik awısıwlardın' ayıması elerden ibarat?

4. Orayg'a umtılıwshı tezleniwdin' fizikalıq ma'nisi neden ibarat?

5. Qanday sebeplerge baylanıslı ortasha mu'yeshlik tezlik vektor bolıp tabılmaydı?

§ 5. Qattı deneler kinematikası

1. Erkinlik da'rejesi.
2. Tegis qozg'alıs.
3. Aylanbalı qozg'alıs.
4. Aylanıwdın' birzamatlıq ko'sheri.

Erkinlik da'rejesi. Qattı dene dep ara qashıqlıqları turaqlı bolatug'ın materiallıq noqatlardın' jıynag'ına aytamız. Sonlıqtan qattı denenin' qozg'alısı onı qurawshı noqatlardın' qozg'alısına alıp kelinedi. Ha'r bir noqattın' qozg'alısı u'sh funktsiyanın' (u'sh koordinatanın') ja'rdeminde beriledi. Sog'an sa'ykes, eger qattı dene N dana materiallıq noqattan turatug'ın bolsa onın' qozg'alısın 3N koordinata menen ta'riplew mu'mkin. Biraq sol noqatlar arasındag'ı qashıqlıqlar o'zgermeytug'ın bolg'anlıqtan bul funktsiyalar bir birinen g'a'rezsiz emes. Sonlıqtan qattı denenin' qozg'alısın ta'riplew ushın 3N dana ten'lemeni sheship otırıw kerek emes. *Materiallıq noqatlar sistemasının'* (jıynag'ının') *qozg'alısın ta'ripleytug'ın bir birinen g'a'rezsiz bolg'an funktsiyalar* (ko'binese parametrler dep ataladı) *sanı usı sistemanın' erkinlik da'rejesi dep ataladı.*

Materiallıq noqattın' qozg'alısı u'sh parametrdin' ja'rdeminde ta'riplenedi. Sonlıqtan da onın' erkinlik da'rejesi 3 ke ten'. Bir birine baylanıssız qozg'alatug'ın eki materiallıq noqattın' erkinlik da'rejesi 6 g'a ten'. Al usı eki noqat bir biri menen baylanıstırlg'an bolsa, onda usı 6 funktsiya bir birinen g'a'rezsiz bolıp qalmaydı. Olar arasında $l^2 = (x_2 - x_l)^2 + (y_2 - y_l)^2 + (z_2 - z_l)^2$ baylanısı bar. Usı an'latpa ja'rdeminde altı koordinatanın' birewin l arqalı anıqlaw mu'mkin. Demek bir biri menen baylanısqan eki materiallıq noqattan turatug'ın sistemanın' erkinlik da'rejesi 5 ke ten'.

Qattı denelerdin' erkinlik da'rejesi 6 g'a ten'. Sebebi qattı deneni bekkem etip bekitiw ushın bir tuwrının' boyında jatpaytug'ın u'sh noqat kerek. Ha'r qaysısı u'sh koordinatag'a iye. Bul u'sh noqattın' ha'r qaysısın basqaları menen baylanıstıratug'ın u'sh $l^2 = (x_2 - x_l)^2 + (y_2 - y_l)^2 + (z_2 - z_l)^2$ sıyaqlı ten'lemege iye bolamız. Bul g'a'rezsiz shamalardın' sanın 6 g'a tu'siredi. Na'tiyjede qattı denenin' erkinlik da'rejesi i = 6 dep juwmaq shıg'aramız.

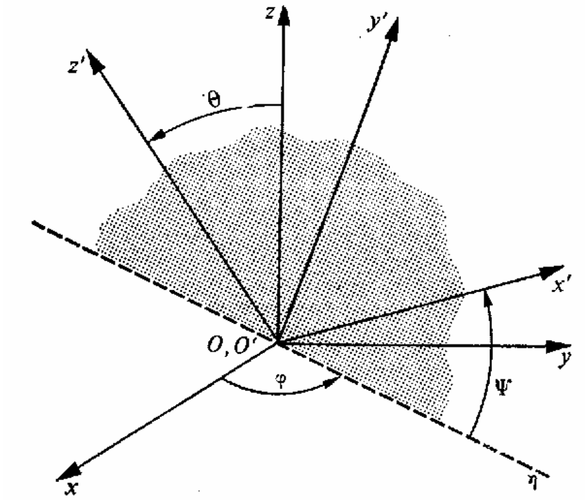
Noqatqa bekitilgen qattı denenin' qozg'alısın qaraymız. Onı ta'riplew Eyler mu'yeshelerinin' ja'rdeminde a'melge asırıladı.

Qattı dene birlik vektorları i´, j´, k´ bolg'an (x´, u´, z´) koordinatalar sisteması menen qattı etip bekitilgen bolsın. Bul koordinatalar sistemasının' bası ha'm qozg'alıs qarap atırılg'an (x, u, z) koordinatalar sistemasının' bası bir noqatta bolsın (12-su'wretti qaran'ız). Onın' awhalı (x′, u′, z′) ko’sherlerinin’ (x, y, z) ko’sherlerine salıstırg’andag’ı jaylasıwları menen tolıq anıqlanadı.

Su’wrette Eyler mu’yeshlerinin’ φ, θ ha’m Ψ ekenligi ko’rinip tur. Denenin’ qa’legen qozg’alısın

$$\varphi = \varphi(t),\ \theta = \theta(t) \text{ ha'm } \Psi = \Psi(t)$$

funktsiyaları ja’rdeminde anıqlaw mu’mkin.



15-su’wret. Eyler mu’yeshleri eki dekart koordinatalarının’ o’z-ara jaylasıwın tolıg’ı menen ta’ripleydi (x′,u′) tegisligi (x,u) tegisligin η tuwrısı boyınsha kesedi.

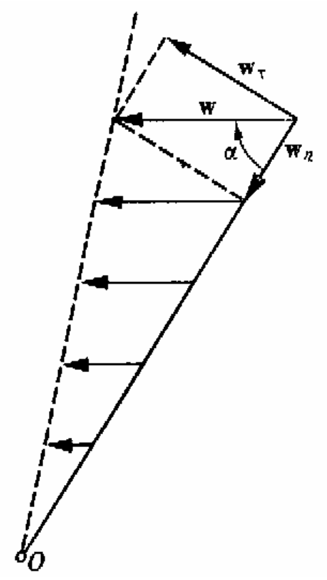
Tegis qozg’alıs. *Traektoriyalarının’ barlıq noqatları o’z-ara parallel tegisliklerde jatatug’ın qozg’alıs tegis qozg’alıs dep ataladı.* Bunday jag’dayda qattı denenin’ qozg’alısı parallel tegisliklerdin’ birinin’ qozg’alısı ja’rdeminde anıqlanadı. Al bul tegisliktin’ (kese-kesimnin’) awhalı usı kese-kesimde alıng’an eki noqattın’ ja’rdeminde anıqlanadı. Eki noqattın’ tegisliktegi awhalı to’rt parametrdin’ (koordinatanın’) ja’rdeminde anıqlanadı. Usı parametrler arasında noqatlardın’ ara qashıqlıg’ının’ turaqlılıg’ına sa’ykes keletug’ın bir qatnas boladı. Demek bir birinen g’a’rezsiz 3 parametr boladı, yag’nıy erkinlik da’rejesi u’shke ten’.

Aylanbalı qozg’alıs. Aylanbalı qozg’alısta qattı denenin’ eki noqatı barlıq waqıtta qozg’almay qaladı. Usı eki noqat arqalı o’tiwshi tuwrı aylanıw ko’sheri dep ataladı. Ko’sher boyında jatırg’an qattı denenin’ barlıq noqatları qozg’alıssız qaladı. Basqa noqatlar ko’sherge perpendikulyar bolg’an tegislikte de aylanbalı qozg’alıs jasaydı. Bul shen’berlerdin’ orayları ko’sherde jatadı. Qattı denenin’ qa’legen noqatının’ tezligi v = [ω, □] ge ten’.

Eger noqattan ko’sherge shekemgi aralıq R ge ten’ bolsa normal, tangensial ha’m tolıq tezleniwler bılay anıqlanadı:

$$\omega_n = \omega^2 R,\quad \omega_\tau = \dot{\omega} R,\ \omega = R[\omega^4 + \dot{\omega}^2]^{1/2}.$$

Bul formulalardan qattı denelerdin’ aylanıw ko’sherine perpendikulyar bolg’an radiustın’ boyında alıng’an noqatlarının’ tolıq tezleniwinin’ vektorları o’z-ara parallel ha’m aylanıw ko’sherine qashıqlıg’ına proportsional o’sedi (su’wrette ko’rsetilgen). Radiusqa salıstırg’andag’ı tezleniwdin’ bag’ıtın ta’ripleytug’ın α mu’yeshi $tg\alpha = (\omega_\tau/\omega_n) = \dot{\omega}/\omega^2$, yag’nıy R ge g’a’rezli emes.



16-su'wret. Aylanıw ko'sherinen qashıqlag'anda da tolıq tezleniw bag'ıtı boyınsha o'zgermey qaladı, biraq absolyut ma'nisi boyınsha o'sedi.

Aylanıw ko'sheri ken'islikte o'zgermey qalatug'ın jag'dayda qattı denenin' noqatlarının' tezleniwi vektorlıq formada $\omega_\tau = [d\omega/dt, r]$, $\omega_n = [\omega, v]$, $\omega = \omega_\tau + \omega_n$ tu'rinde beriledi (usı paragraftan aldın'g'ı paragraftı qaraw kerek).

Aylanıwdın' birzamatlıq ko'sheri. Tegis qozg'alısta qattı denenin' awhalı usı qattı denenin' barlıq noqatları parallel qozg'alatug'ın bir kese-kesiminin' awhalı menen tolıq anıqlanadı. Al tegisliktegi bul kese-kesimnin' awhalı (turg'an ornı) usı kese-kesimdegi noqatlardı baylanıstıratug'ın kesindinin' awhalları (turg'an orınları) ja'rdeminde anıqlanadı. Usı kesindinin' bazı bir waqıt ishindegi A_0V_0 awhalınan AV awhalına ko'shiwin (orın almastırıwın) qaraymız (to'mendegi su'wrette keltirilgen). Bul awısıwdı eki awısıwg'a jikleymiz:

1) A_0V_0 awhalınan AV awhalına ilgerilemeli ko'shiw, bundy jag'dayda sızıq o'z-o'zine parallel qalıp ko'shedi;

2) aylanbalı qozg'alıs, bunday qozg'alıstın' na'tiyjesinde O′ noqatı arqalı o'tiwshi, qattı denenin' qozg'alıs bag'ıtına perpendikulyar ko'sher do'gereginde α mu'yeshine burıladı.

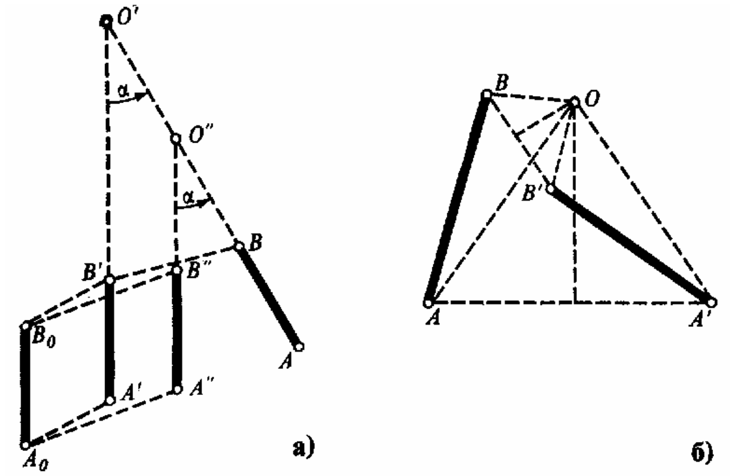
Orın almastırıwdı bunday etip eki qozg'alısqa bo'liw bir ma'nisli emes: tuwrını A_0V_0 awhalınan A′′V′′ awhalına ilgerilemeli qozg'alıs penen alıp keliw ha'm α mu'yeshine burıwdı O′′ noqatı arqalı o'tiwshi ko'sherdin' do'gereginde burıw mu'mkin.

Solay etip orın almastırıwdı ilgerilemeli ha'm aylanbalı qozg'alıslarg'a bo'liw bir ma'nisli a'melge aspaydı, biraq burılıw mu'yeshi α nin' ma'nisi barlıq waqıtta birdey. dt waqıtı ishinde qattı denenin' barlıq noqatları dl aralıg'ına ilgerilemeli ja'ne O′ noqatı a'tirapında $d\alpha$ elementar mu'yeshlik orın almastıradı. Sonlıqtan barlıq noqatlardın' tezligi eki qosılıwshıdan turadı:

1) ilgerilemeli $v_0 = dl/dt$;

2) aylanbalı $v' = [\omega, \mathbf{r}]$, bul jerde $\omega = d\alpha/dt$, **r** vektorı ushın esaplaw bası aylanıw ko'sheri o'tetug'ın O′ noqatı bolıp tabıladı. Bul noqat qattı denenin' noqatlarının' biri bolıp qalıp v_0 ilgerilemeli tezligine iye boladı. Demek

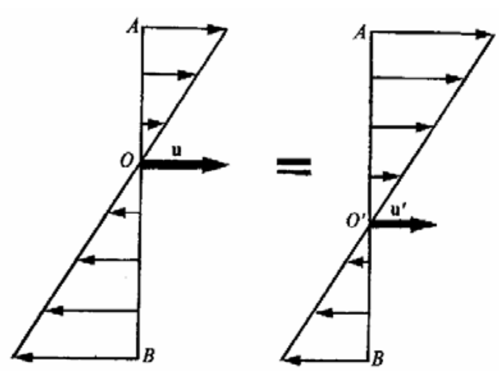
$$v = v_0 + [\omega, \mathbf{r}].$$



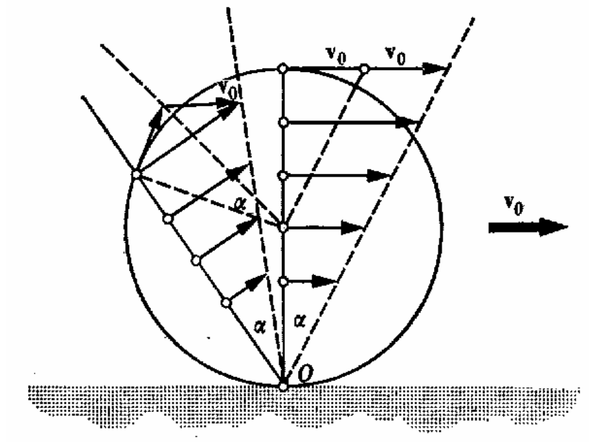
17-su'wret. Orın almastırıwdı (awısıwdı) ilgerilemeli ha'm aylanbalı dep ekige bo'liw bir ma'nisli emes, al bunday bolıp bo'liwdi sheksiz ko'p usıl menen a'melge asırıw mu'mkin. Biraq barlıq jag'daylarda da aylanıw mu'yeshi bir ma'niske iye.

Orın almastırıwdı ilgerilemeli ha'm aylanbalı dep bo'liw bir ma'nisli a'melge asırıwg'a bolmaytug'ınlıg'ına ko'z jetkerdik. Tap sol sıyaqlı tezlikti ilgerilemeli ha'm aylanbalı qozg'alıslar tezlikleri dep qurawshılarg'a jiklew de birma'nisli emes. Bul tu'mendegi su'wrette keltirilgen.

Denenin' ilgerilemeli tezligin o'zgertiw arqalı aylnıw ko'sherinin' turg'an ornın da o'zgertemiz. Qozg'alıs tegisligine perpendikulyar bolg'an qa'legen ko'sherdin' aylanıw ko'sheri bolatug'ınlıg'ın ko'rsetiwge boladı. İlgerilemeli qozg'alıs tezligi nolge ten' bolg'an ko'sher aylanıwdın' birzamatlıq ko'sheri dep ataladı. Usı momentte denenin' barlıq noqatlarının' tezligi birzamatlıq ko'sher dgeregindegi aylanbalı qozg'alıs tezligi sıpatında qaralıwı kerek. Denenin' birzamatlıq ko'sheri boyındag'ı barlıq noqatlarının' ilgerilemeli qozg'alıs tezligi nolge ten'. Aylanıw ko'sherinin' boyında ornalasqanlıqtan bul noqatlardın' aylanbalı tezligi de nolge ten'. Sonlıqtan qattı denenin' birzamatlıq ko'sheri boyında ornalasqan barlıq noqatlarının' tezligi nolge ten' boladı eken. Eger qaralıp atırg'an qattı dene shekli o'lshemlerge iye bolsa birzamatlıq aylanıw ko'sheri deneden tısta jaylasqan bolıwı da mu'mkin.



18-su'wret. Qattı denenin' tezligin ilgerilemeli ha'm aylanbalı qozg'alıslar tezliklerine jiklewdin' birma'nisli emes ekenligin ko'rsetetug'ın su'wret. Shep ta'reptegi su'wrette qozg'alıs tezligi u bolg'an ilgerilemeli ha'm O noqatı do'geregindegi aylanbalı qozg'alıslardan turadı. Al on' ta'reptegi qozg'alıs tezligi u´ bolg'an ilgerilemeli ha'm orayı O´ bolg'an aylanbalı qozg'alıslardan turadı.



19-su'wret. Aylanıwdın' birzamatlıq ko'sherin tu'sindiriw ushın arnalg'an sızılma.

Altı erkinlik da'rejesine iye sistemanın' awhalı (turg'an ornı) koordinatalar dep atalatug'ın altı sandı beriw menen anıqlanadı. Olar ıqtıyarlı. Olardın' bir birinen g'a'rezsiz ekenligin tekseriw a'hmiyetke iye. Eyler mu'yeshleri belgili bir qolaylılıqtarg'a iye usıllardın' biri.

Digirshiktin' jer menen tiyisken noqatı qozg'almaydı. Avtomobildin' digirshiginen artqı ta'repke pataslıqlar sol digirshiktin' jerge tiyisken noqatınan joqarıda jaylasqan noqatlar ta'repinen ılaqtılıladı.

Qattı denenin' ıqtıyarlı qozg'alısın materiallıq noqattın' qozg'alısı ha'm usı noat arqalı o'tiwshi birzamatlıq ko'sher do'geregindegi qozg'alıs sıpatında qaraw mu'mkin.

Sorawlar:

Mexanikalıq sistemanın' erkinlik da'rejesi qalay anıqlanadı?

Ha'r qanday qozg'alıslarda qattı denenin' erkinlik da'rejesi qanday ma'nislerge iye boladı?

Eyler mu'yeshlerinin' geometriyalıq anıqlamaları qanday?

Qattı denenin' tegis qozg'alısında tezlikti ilgerilemeli ha'm aylanbalı qozg'alıslar tezliklerinin' qosındısı tu'rinde ko'rsetiwdin' mu'mkinshiligi qalay da'lillenedi?

Birzamatlıq aylanıw ko'sheri degenimiz ne? Siz a'piwayı qozg'alıslar jag'daylarında birzamatlıq ko'sherlerge mısallar keltire alasız ba?

§ 6. Nyuton nızamları

1. Nyuton ta'repinen berilgen anıqlamalar.
2. Massa. İmpuls. İmpulstın' saqlanıw nızamı.
3. Nyuton nızamların sa'wlelendiretug'ın mısallar.

Dinamikanın' tiykarg'ı nızamları ushın Nyuton ta'repinen to'mendegidey anıqlamalar usınıldı:

1-anıqlama. Materiyanın' mug'darı (massa) onın' tıg'ızlıg'ı menen ko'lemine proportsional tu'rde anıqlanatug'ın o'lshem.

Nyutonnın' hesh bir anıqlaması usı anıqlamaday sıng'a alınbadı. Bul jerde "materiya mug'darıF ha'm "massa" so'zleri birdey ma'niske iye. Nyuton ta'repinen usınılg'an "Materiya mug'darı" termini ilimde ko'p waqıt saqlanbadı ha'm ha'zirgi ilimde "massa" termini menen tolıq almastırılg'an.

Sonın' menen birge Nyuton zamanında qanday da bir shamanın' o'lshemin anıqlag'anda usı shamanın' qanday shamalarg'a proportsional ekenligine tiykarg'ı kewil bo'lingen. Mısalı ha'zirgi waqıtları biz "u'sh mu'yeshliktin' maydanı onın' ultanı menen biyikliginin' yarım ko'beymesine ten'" dep aytamız. Al Nyuton zamanında "u'sh mu'yeshliktin' maydanı onın' ultanı menen biyikligine proportsional" dep aytılg'an.

2-anıqlama. Qozg'alıs mug'darı tezlik penen massag'a proportsional etip alıng'an shamanın' o'lshemi.

Nyuton ta'repinen birinshi bolıp qabıl etilgen "Qozg'alıs mug'darı" tu'sinigi de "Materiya mug'darı" tu'sinigine sa'ykes keledi. Biraq bul tu'sinik ha'zirgi waqıtlarg'a shekem saqlanıp keldi.

3-anıqlama. Materiyanın' o'zine ta'n ku'shi onın' qarsılıq etiw qa'biletligi boladı. Sonlıqtan ayırıp alıng'an qa'legen dene o'zinin' tınıshlıq halın yamasa ten' o'lshewli qozg'alısın saqlaydı.

4-anıqlama. Sırttan tu'sirilgen ku'sh denenin' tınıshlıq halın yamasa ten' o'lshewli tuwrı sızıqlı qozg'alısın o'zgertetug'ın ta'sir bolıp tabıladı.

Qozg'alıstın' birinshi nızamı retinde Nyuton Galiley ta'repinen ashılg'an inertsiya nızamın qabıl etti.

1-nızam. Qa'legen dene eger de sırttan ku'shler ta'sir etpese o'zinin' tınıshlıq yamasa ten' o'lshewli tuwrı sızıqlı qozg'alıs halın saqlaydı.

Bunday qozg'alıs a'dette erkin qozg'alıs yamasa inertsiya boyınsha qozg'alıs dep ataladı. Erkin qozg'alatug'ın deneni erkin dene dep ataymız.

Erkin denelerdi ta'biyatta tabıw mu'mkin emes. Sonlıqtan bunday tu'sinikti qabıl etiw abstraktsiya bolıp tabıladı.

Nyutonnın' ekinshi nızamı boyınsha

$$m(dv/dt) = F. \qquad (6\text{-}1a)$$

Bul formuladag'ı m - denenin' massası, dv/dt - tezleniwi. Bul nızam boyınsha eger $F = 0$ bolsa $v = const$. Usınnan Nyutonnın' birinshi nızamı kelip shıqpay ma degen soraw kelip tuwadı. Bir qatar fizika ilimin u'yreniwshilerde usınday pikirdin' payda bolıwı mu'mkin. Biraq Nyutonnın' birinshi nızamının' o'zinshe g'a'rezsiz nızam ekenligin ha'r qanday inertsial esaplaw sistemaların saylap alıw arqalı ayqın ko'rsetiwge boladı. Sonın' na'tiyjesinde bul nızamnın' g'a'rezsiz ekenligin, qozg'alıslardı dinamikalıq ha'm kinematikalıq ma'niste qaraw ushın qabıl etilgen esaplaw sistemasının' paydalanıwg'a bolatug'ınlıg'ın yamasa bolmaytug'ınlıg'ın bildiretug'ın kriteriyi bolıp sanaladı.

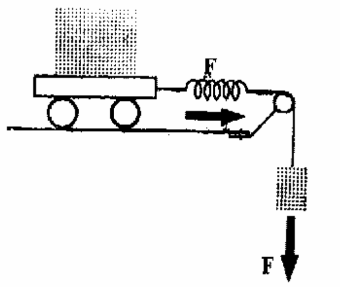
Massa. İmpulstın' saqlanıw nızamı. Qa'legen dene qozg'alısqa keltirilse yamasa onın' tezliginin' shamasın yaki bag'ıtın o'zgerter bolsaq qarsılıq ko'rsetedi. Denelerdin' bul qa'siyetin *inertlilik* dep ataymız. Ha'r qanday denelerde inertlilik ha'r qanday bolıp ko'rinedi. U'lken tasqa tezleniw beriw, kishi topqa tap sonday tezleniw beriwden a'dewir qıyın. *İnertlilik o'lshemi massa dep ataladı.*

19-a'sirdin' aqırına kele fizika menen shug'ıllanıwshılar denenin' massası menen sol denenin' inertliliginin' bir tu'sinik ekenligin ayqın moyınladı. Bul haqqında O.D.Xvalsonnın' "Fizika kursı" kitabının' I tomının' sa'ykes paragrafın oqıp iseniwge boladı.

Massanı da'l anıqlaw ushın *izolyatsiyalang'an* yamasa *jabıq sistema* dep atalıwshı tu'siniklerdi kirgizemiz. Basqa denelerde jetkilikli da'rejede alıslatılg'an, basqa denelerdin' ta'siri joq etilgen deneler sistemasın usınday sistema dep qaraymız. Sistemag'a kiriwshi deneler bir biri menen ta'sirlese aladı. Eki materiallıq noqattan turatug'ın sistemanı qarayıq. Bul noqatlardın' tezlikleri jaqtılıq tezliginen kishi dep esaplaymız. Usı materiallıq noqatlar bir biri menen ta'sir etiskende olardın' tezlikleri o'zgeredi. Yag'nıy

$$m_1\Delta v_1 = - m_2\Delta v_2 \qquad (6\text{-}1)$$

Bul an'latpadag'ı m_1 ha'm m_2 shamaları turaqlı bolıp qaladı. Usı shamalar 1- ha'm 2-materiallıq noqatlardın' o'z-ara ta'sir etisiw o'zgesheliklerine pu'tkilley baylanıslı emes. Ta'sir etisiw waqtı Δt nı qa'legenimizshe o'zgertiw mu'mkin. Usının' menen birge Δv_1 ha'm Δv_2 vektorları da o'zgeredi. Biraq m_1 ha'm m_2 koeffitsientleri (da'liregi olar arasındag'ı qatnas) turaqlı bolıp qaladı. Bul na'tiyjeni ta'jiriybenin' juwmag'ı dep qaraw kerek. m_1 ha'm m_2 koeffitsientleri tek g'ana usı 1- ha'm 2-denelerdin' o'zlerine baylanıslı boladı. Olardı massa dep, anıg'ırag'ı 1- ja'ne 2-denelerdin' inertlik massaları dep ataymız.



20-su'wret. Tezleniwdin' ku'shten g'a'rezli ekenligin demonstratsiyalaw

Solay etip eki materiallıq denenin' massalarının' qatnası olar bir biri menen ta'sir etiskende tezlikleri alatug'ın o'simlerdin' minus belgisi menen alıng'an qatnaslarınday boladı eken.

Massalar qatnasınan massanın' o'zine o'tiw ushın *massa etalonı* kerek boladı. Bunday jag'dayda barlıq deneler massaları bir ma'niste anıqlanadı. Sonday-aq etalon on' belgige iye bolsa barlıq massalar da on' belgige iye boladı. Fizika iliminde tiykarg'ı birlik retinde *kilogramm* qabıl etilgen. Ol Frantsiyadag'ı Sevre qalasındag'ı Xalıqaralıq salmaqlar ha'm o'lshemler byurosında saqlanıp turg'an iridiydin' platina menen quymasınan islengen etalonnın' massasına ten'. Kilogrammnın' mın'nan bir u'lesine gramm dep aytamız.

Ta'jiriybenin' na'tiyjesi bolg'an ja'ne de bir jag'dayg'a dıqqat qoyamız. m_2/m_1 qatnasın usı eki denenin' massalarının' qatnasları tu'rinde esaplanıp qoymay, u'shinshi deneni de qollanıw mu'mkin. Bunday jag'dayda usı massalardın' u'shinshi denenin' massasına qatnasın tabamız. Bul qatnaslardı bir birine bo'lsek m_2/m_1 qatnası kelip shıg'adı. Eger (6-1) qatnastın' eki ta'ripin de ta'sir etisiw waqtı Δt g'a bo'lsek

$$m_1 a_{1ortasha} = - m_2 a_{2ortasha} \qquad (6\text{-}2)$$

an'latpasın alamız. Al shektegi jag'dayg'a o'tsek

$$m_1 a_1 = - m_2 a_2 \qquad (6\text{-}3)$$

formulasına iye bolamız.

Bul formula menen massalardın' qatnasın anıqlaw, usı denelerdin' *ortasha* yamasa *haqıyqıy tezleniwlerinin'* qatnasların anıqlawg'a alıp kelinedi.

(6-1) ge basqa tu'r beremiz. $\Delta v_1 = v_1' - v_1$ ha'm $\Delta v_2 = v_2' - v_1$ dep belgileyik. Bunday jag'dayda

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'. \qquad (6\text{-}4)$$

$mv = p$ bolg'an massa menen tezliktin' ko'beymesinen turatug'ın vektordı materiallıq noqattın' *impulsı* yamasa *qozg'alıs mug'darı* dep atayıq. Materiallıq noqatlar sistemasının' *impulsı* yamasa *qozg'alıs mug'darı* dep ha'r bir materiallıq noqattın' impulslarının' vektorlıq qosındısına ten', yag'nıy

$$r = r_1 + r_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2. \qquad (6\text{-}5)$$

(6-4) ten

$$r = r' \qquad (6\text{-}6)$$

ekenligi kelip shıg'adı. Bul jerde $r = r_1 + r_2$ ha'm $r' = r_1' + r_2'$ - sistema impulsının' o'z-ara ta'sirlesiwden burıng'ı ha'm keyingi impulsları.

Demek jabıq sistemadag'ı eki materiallıq noqattın' impulslarının' qosındısı turaqlı bolıp qaladı eken. Bul awhal *impulstın' saqlanıw nızamı* dep ataladı. Bul nızam relyativistlik emes ha'm relyativistlik jag'daylar ushın da durıs keledi.

Eger materiallıq noqatqa sırttan ta'sirler tu'setug'ın bolsa, onda onın' impulsı saqlanbaydı. Usıg'an baylanıslı o'z-ara ta'sir etisiwdin' intensivliligi sıpatında impulstan waqıt boyınsha alıng'an tuwındını alamız $dp/dt = \dot{p}$. Fizikada $\dot{p}$ ja'rdeminde materiallıq noqattın' basqa denelerge salıstırg'anda ornı g'ana emes, al onın' tezliginin' de anıqlanatug'ınlıg'ı fundamentallıq ma'niske iye. Bul tuwındı materiallıq noqattın' radius-vektorı **r** din', tezligi v nın' funktsiyası bolıp tabıladı ha'm sonın' menen birge qorshap turg'an materiallıq noqatlardın' koordinataları menen tezliklerine baylanıslı boladı. Bul funktsiyanı F (□,v) dep belgileymiz. Onda

$$\dot{p} = F \qquad (6\text{-}7)$$

Materiallıq noqattın' koordinataları menen tezliklerinin' funktsiyası bolg'an, impulstın' waqıt boyınsha alıng'an tuwındısına ten' F(r,v) *ku'sh* dep ataladı. *Ku'sh vektor bolıp tabıladı ha'm vektor r nı skalyar waqıt t boyınsha alıng'an tuwındıg'ı ten'.*

Solay etip *materiallıq noqattın' impulsınan waqıt boyınsha alıng'an tuwındı og'an ta'sir etiwshi ku'shke ten'.*

Bul jag'day Nyutonnın' ekinshi nızamı dep ataladı. Bul nızamnın' matematikalıq an'latpası bolg'an $\dot{p} = F$ ten'lemesi *materiallıq noqattın' qozg'alıs ten'lemesi* dep ataladı. Relyativistlik emes tezliklerde Nyutonnın' ekinshi nızamı bılay jızılıwı mu'mkin

$$m\dot{v} = F \qquad (6\text{-}8)$$

yamasa

$$m\ddot{r} = F. \qquad (6\text{-}8a)$$

Demek massa menen tezleniwdin' ko'beymesi ta'sir etiwshi ku'shke ten'.

Nyutonnın' u'shinshi nızamı. Eki materiallıq bo'leksheden turatug'ın jabıq sistemanı qaraymız. Bul jag'dayda impulstın' saqlanıw nızamı orınlanadı:

$$r_1 + r_2 = \text{const}. \qquad (6\text{-}9)$$

Bul an'latpanı waqıt boyınsha differentsiallasaq

$$\dot{p}_1 + \dot{p}_2 = 0. \qquad (6\text{-}10)$$

Nyutonnın' ekinshi nızamı tiykarında

$$F_1 = -F_2. \qquad (6\text{-}11)$$

Bul formuladag'ı F_1 ha'm F_2 materiallıq noqatlar ta'repinen bir birine ta'sir etetug'ın ku'shler. Bul ten'likke ta'jiriybede tastıyıqlang'an faktti qosamız: F_1 ha'm F_2 ku'shleri materiallıq noqatlardı baylanıstıratug'ın sızıq boyınsha bag'darlang'an. Usı aytılg'anlar tiykarında Nyutonnın' u'shinshi nızamına kelemiz:

Eki materiallıq noqatlar arasındag'ı o'z-ara ta'sirlesiw ku'shleri o'z ara ten', bag'ıtları boyınsha qarama-qarsı ha'm usı materiallıq noqatlardı baylanıstıratug'ın sızıqtın' boyı menen bag'darlang'an.

F_1 ha'm F_2 ku'shlerinin' birin ta'sir, al ekinshisin qarsı ta'sir dep ataydı. Bunday jag'dayda u'shinshi nızam bılayınsha aytıladı: ha'r bir ta'sirge shaması jag'ınan ten', al bag'ıtı boyınsha qarama qarsı ta'sir etedi. Ha'r bir "ta'sirdin'" fizikalıq ta'biyatı jag'ınan "qarsı qarap bag'ıtlang'an ta'sirden- parqının' joqlıg'ına ayrıqsha itibar beriw kerek.

Materiallıq noqatlarg'a ta'sir etiwshi ku'shlerdi *ishki ha'm sırtqı ku'shler* dep bo'liw kerek. İshki ku'shler - bul sistema ishindegi materiallıq noqatlar arasındag'ı ta'sir etisiw ku'shleri. Bunday ku'shlerdi F_{ik} dep belgileymiz. Sırtqı ku'shler - bul sistemanı qurawshı materiallıq noqatlarg'a sırttan ta'sir etiwshi ku'shler.

Nyutonnın' u'shinshi nızamı boyınsha

$$F_{ik} = -F_{ki}, \qquad (6\text{-}11a)$$

yag'nıy $F_{ik} + F_{ki} = 0$.

Bunnan sistemadag'ı ishki ku'shlerdin' geometriyalıq qosındısı nolge ten' ekenligi kelip shıg'adı. Bul jag'daydı bılay jazamız:

$$F_1^{(i)} + F_2^{(i)} + F_3^{(i)} + \dots + F_n^{(i)} = 0 \qquad (6\text{-}12)$$

Bul an'latpadag'ı to'mengi indeks materiallıq noqattın' qatar sanın beredi. (i) indeksi arqalı ku'shlerdin' ishki ku'shler ekenligi belgilengen. Sonlıqtan

$$\frac{d}{dt}(r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_n) = F_1^{(e)} + F_2^{(e)} + F_3^{(e)} + \dots + F_n^{(e)}, \qquad (6\text{-}13)$$

yamasa

$$dp/dt = F^{(e)}. \qquad (6\text{-}14)$$

Bul an'latpada r - barlıq sistemanın' impulsi, $F^{(e)}$ barlıq sırtqı ku'shlerdin' ten' ta'sir etiwshisi. Solay etip *materiallıq noqatlar sistemasının' impulsınan waqıt boyınsha alıng'an tuwındı sistemag'a ta'sir etiwshi barlıq sırtqı ku'shlerdin' geometriyalıq qosındısına ten'.*

Eger barlıq sırtqı ku'shlerdin' geometriyalıq qosındısı nolge ten' bolsa (bunday jag'day jabıq sistemalarda orın aladı) dp/dt = 0 ha'm r = const. Demek sırtqı ku'shlerdin' geometriyalıq qosındısı nolge ten' bolsa impuls waqıtqa baylanıslı o'zgermey qaladı eken.

Ku'shler tezleniwden g'a'resiz ta'biyatta bar bolıp tabıladı. Onın' ma'nisin tezleniw arqalı o'lshewge bolatug'ın bolsa da ku'sh tu'sinigin tezleniwge baylanıssız kirgiziw kerek. Biraq usı ko'z-qarasqa qarama-qarsı ko'z qaras ta orın alg'an.

Elektromagnit ta'sirlesiw jag'daylarında Nyutonnın' u'shinshi nızamı orınlanbaydı. Bul nızamdı tuyıq sistemadag'ı impulstin' saqlanıw nızamı sıpatında ko'rsetiwdin' na'tiyjesinde g'ana onın' da'rıslıg'ına ko'z jetkeriw mu'mkin.

§ 7. Jumıs ha'm energiya

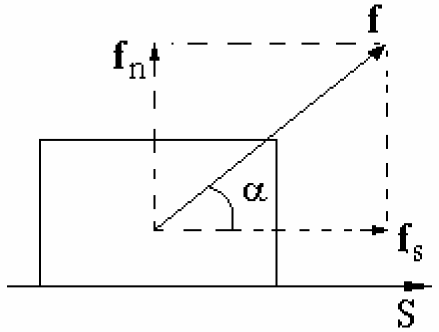
1. Jumıs.
2. Energiya. Kinetikalıq ha'm potentsial energiyalar.
3. Relyativistlik energiya.
4. Quwatlılıq.
5. Konsarvativlik ha'm konservativlik emes ku'shler.
6. Bir tekli awırlıq maydanındag'ı potentsial energiya.
7. Sozılg'an prujinanın' potentsial energiyası.

F ku'shinin' ds orın almastırıwında islegen jumısı dep ku'shtin' orın almastırıw bag'ıtındag'ı proektsiyası F_s tin' orın almasıtırwdın' o'zine ko'beymesine ten':

$$dA = F_s\, ds = F\, ds \cos\alpha. \qquad (7\text{-}1)$$

α - F penen ds arasındag'ı mu'yesh. ds kishi ma'niske iye bolg'anlıqtan dA *elementar jumıs* dep te ataladı. Skalyar ko'beyme tu'siniginen paydalanatug'ın bolsaq, onda elementar jumıs ku'sh F penen orın almastırıw ds tin' skalyar ko'beymesine ten':

$$dA = (F\, ds). \qquad (7\text{-}2)$$



21-su'wret. Jumıstı ku'shtin' tek s orın almastırıw boyı menen bag'ıtlang'an f_s qurawshısı g'ana isleydi.

Orın almastırıw shekli uzınlıqqa iye bolg'an jag'dayda bul joldı sheksiz kishi ds orın almastırıwlarına bo'lip sa'ykes jumıslardın' ma'nislerin esaplawg'a boladı. Son' ulıwma jumıs esaplang'anda barlıq elementar jumıslar qosıladı. Yag'nıy:

$$A = \int_L (F\,ds). \qquad (7\text{-}3)$$

Bul integral F ku'shinin' L traektoriyası boyınsha iymek sızıqlı integralı dep ataladı. Anıqlama boyınsha bul integral F ku'shinin' L iymekligi boyınsha islegen jumısına ten'.

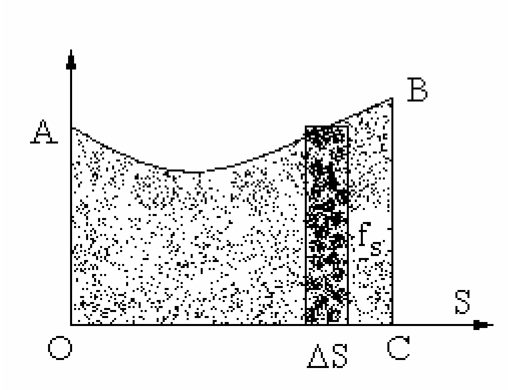
Eger $F = F_1 + F_2$ bolsa

$$dA = dA_1 + dA_2 \qquad (7\text{-}4)$$

Demek eki yamasa birneshe ku'shlerdin' islegen elementar jumısları sol ku'shler islegen elementar jumıslardın' qosındısına ten'. Bunday tastıyıqlaw jumıslardın' o'zleri ushın da orınlanadı:

$$A = A_1 + A_2. \qquad (6\text{-}5)$$

Jumıstın' o'lshem birligi Sİ birlikler sistemasında 1 Dj (Djoul). 1 Dj jumıs 1 nyuton ku'shtin' ta'sirinde 1 m ge orın almastırg'anda islenedi.



22-su'wret. Grafik ja'rdeminde ko'rsetkende jumıs OAVS figurası maydanı menen su'wretlenedi.

1) SGS birlikler sistemasında jumıstın' o'lshem birligi erg (1 dina ku'shtin' 1 sm aralıg'ında islegen jumısı).

$$1\ \text{Dj} = 10^7\ \text{erg}.$$

2) MKS sistemasında jumıs birligi etip 1 nyuton ku'shtin' 1 m jol boyında islegen jumısı alınadı. 1 nyuton = 10^5 dina. 1 m = 100 sm. Sonlıqtan jumıstın' usı birligi 10^7 ergke, yag'nıy 1 djoulg'a ten'.

3) Praktikalıq texnikalıq sistemada jumıs birligi etip 1 kG ku'shtin' 1 m jol boyında islegen jumısı alınadı. Jumıstın' bul birligi kilogrammometr (qısqasha kGm) dep ataladı.

1 kG = 981000 dina, 1 m = 100 sm, sonlıqtan 1 kGm = 981000*100 erg = $9.81 \cdot 10^7$ erg = 9.81 djoul boladı.

1 djoul = (1/9.81) kGm = 0.102 kGm.

Bir birlik waqıt ishinde islengen jumıs

$$R = dA/dt \qquad (7\text{-}6)$$

quwatlılıq dep ataladı.

SGS sistemasındag'ı quwatlılıq birligi etip 1 erg jumıstı 1 s waqıt aralıg'ında isleytug'ın mexanizmnin' quwatlılıg'ı alınadı. Quwatlılıqtın' usı birligi erg/s dep belgilenedi.

Quwatlılıqtın' erg/s birligi menen qatar vatt dep atalatug'ın irilew quwatlılıq birligi de qollanıladı:

1 vatt = 10^7 erg/s = 1 djoul/s.

Sonın' menen birge 1 dj jumıstı 1 s ishinde orınlaytug'ın mexanizmnin' quwatlılıg'ı 1 vt boladı.

100 vatt = 1 gektovatt (qısqasha 1 gvt).

1000 vatt = 1 kilovatt (qısqasha 1 kvt).

MKS sistemasında quwatlılıq birligi etip 1 djoul jumıstı 1 s waqtı ishinde isleytug'ın mexanizmnin' quwatlılıg'ı, yag'nıy 1 vatt alınadı.

Texnikalıq sistemada quwatlılıq birligi etip 1 kGm jumıstı 1 s ishinde isleytug'ın mexanizmnin' quwatlılıg'ı alınadı. Quwatlılıqtın' bul birligi qısqasha kGm/s dep belgilenedi.

Solay etip

1 kGm/s = 9.81 vatt.

1 vatt = (1/9.81) kGm/s = 0.102 kGm/s.

Bunnan basqa "at ku'shi" dep atalatug'ın tariyxıy payda bolg'an quwatlılıqtın' birligi de bar. 1 at ku'shi 75 kGm/s qa ten'. Sonın' menen birge

1 a.k. = 75 kGm/s = 736 vatt = 0.736 kilovatt.

At uzaq waqıt jumıs islegende ortasha 75 kGm/s shamasında quwatlılıq ko'rsetedi. Biraq az waqıt ishinde at bir neshe "at ku'shineF ten' quwatlılıq ko'rsete aladı.

Usı ku'nnin' praktikasında jumıstın' to'mendegidey eki birligi jiyi qollanıladı:

a) jumıs birligi etip quwatı 1 gektovatqa ten' mexanizmnin' 1 saatta isleytug'ın jumısı alınadı. Jumıstın' bul birligi gektovatt-saat dep ataladı.

1 gektovatt-saat = 100 vatt*3600 s = 3.6*10^5 djoul.

b) jumıs birligi retinde quwatlılıg'ı 1 kilovatqa ten' mexanizmnin' 1 saatta isleytug'ın jumısı alınadı. Jumıstın' bul birligi kilovatt-saat dep ataladı.

1 kilovatt-saat = 1000 vatt*3600 s = 3.6*10^6 djoul.

(7-3) ke F = dr/dt an'latpasın qoysaq

$$A = \int (v, dr) \qquad (7\text{-}7)$$

Bul integraldı esaplaw ushın materiallıq bo'lekshenin' tezligi v menen impulsı r arasındag'ı baylanıstı biliw kerek. Anıqlama boyınsha r = mv. Relyativistlik emes mexanikada massa tezlikten g'a'rezsiz bolg'anlıqtan vdr = mv dv.

Bul jerde dv vektorı v vektorının' elementar o'simine ten'. Bul o'sim bag'ıtı boyınsha tezlik vektorı menen sa'ykes kelmewi de mu'mkin. Eger v dep v vektorının' uzınlıg'ın tu'sinetug'ın bolsaq $v^2 = v^2$. Su'wretten dv =AV (vektor), dv = AS. Sonday-aq vdv = vdv. v dv = v*AV cosφ = v*AS = v dv. Bul v dv = v dv ekenligi ja'ne bir ret da'lilleydi.

$$A_{12} = m\int v\,dv = mv_2^2/2 - mv_1^2/2. \qquad (7\text{-}8)$$

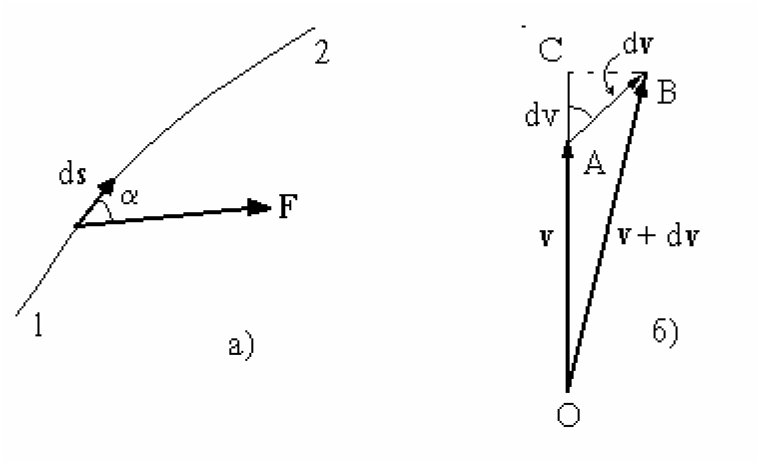
v_1 da'slepki ha'm v_2 aqırg'ı tezlikler.

$$K = mv^2/2 = r^2/2m \qquad (7\text{-}9)$$

materiallıq noqattın’ kinetikalıq energiyası dep ataladı. Bul tu’siniktin’ ja’rdeminde alıng’an na’tiyje bılay jazıladı:

$$A_{12} = K_2 - K_1. \qquad (7\text{-}10)$$

Solay etip orın almastırıwda ku’shtin’ islegen jumısı kinetikalıq energiyanın’ o’simine ten’.



23-su’wret.

a) F ku’shi, ds orın almastırıwı ha’m α mu’yeshleri arasındag’ı baylanıs.

b) v vektorının’ o’simi dv bag’ıtı boyınsha v menen bag’ıtlas bolmawı da mu’mkin.

Materiallıq noqatlar sistemasının’ kinetikalıq energiyası dep usı sistemanı qurawshı ha’r bir materiallıq noqattın’ kinetikalıq energiyasının’ qosındısına aytamız. Sonlıqtan eger usı sistema u’stinen ku’sh (ku’shler) jumıs islese ha’m bul jumıs sistemanın’ tezligin o’zgertiw ushın jumsalatug’ın bolsa islengen jumıstın’ mug’darı kinetikalıq energiyanın’ o’simine ten’ boladı.

Eger sistema bir biri menen F_1 ha’m F_2 ku’shleri menen tartısatug’ın eki materiallıq noqattan turatug’ın bolsa, onda bul ku’shlerdin’ ha’r biri on’ jumıs isleydi (iyterisiw bar jag’dayındag’ı jumıslardın’ ma’nisi teris boladı). Bul jumıslar da kinetikalıq energiyanın’ o’simine kiredi. Sonlıqtan qarap atırılg’an jag’daylarda kinetikalıq energiyanın’ o’simi sırtqı ha’m ishki ku’shlerdin’ islegen jumıslardın’ esabınan boladı.

Endi relyativistlik mexanikadag’ı jag’daydı qaraymız. Massa

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (7\text{-}11)$$

formulası menen anıqlanadı. Bul an’latpag’a v = r/m formulasın qoyamız ha’m kvadratqa ko’teremiz:

$$r^2 + (m_0 s)^2 = (ms)^2. \qquad (7\text{-}12)$$

Bul an’latpanı differentsiallaw ja’rdeminde

$$r\,dr = s^2\,m\,dm \qquad (7\text{-}13)$$

r dr = r dr ha’m r = mv bolg’anlıg’ı sebepli

$$v\,dr = s^2\,dm.$$

Sonlıqtan

$$A_{12} = \int v\,dr = \int_{m_1}^{m_2} s^2\,dm. \qquad (7\text{-}14)$$

Bunnan

$$A_{12} = s^2 (m_2 - m_1) = s^2 \Delta m. \qquad (7\text{-}15)$$

Bul jerde m_1 ha'm m_2 da'slepki ha'm aqırg'ı awhaldag'ı materiallıq noqattın' massaları.

Demek relyativistlik mexanikada jumıs tek massanın' o'simi menen anıqlanadı. Bul na'tiyje relyativistlik emes mexanikanın' na'tiyjesinen quramalı emes.

$$E = ms^2 \qquad (7\text{-}16)$$

belgilewin qabıl etemiz ha'm E ni materiallıq noqattın' (bo'lekshenin') *tolıq* yaki *relyativistlik energiyası* dep ataymız. Onday jag'dayda

$$A_{12} = E_2 - E_1 \qquad (7\text{-}17)$$

Eger bo'lekshe tınıshlıqta turg'an bolsa onın' relyativistlik energiyası

$$E_0 = m_0 s^2. \qquad (7\text{-}18)$$

Bul energiya *tınıshlıq energiyası* dep ataladı. Kinetikalıq energiya qozg'alısqa baylanıslı bolg'an relyativistlik energiyanın' bo'limi bolıp tabıladı. Onın' ma'nisi

$$K = E - E_0 = m_0 s^2 (1/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} - 1) \qquad (7\text{-}19)$$

ayırmasına ten'.

Sonday-aq jumıstı bılayınsha da esaplaw mu'mkin:

$$A_{12} = K_2 - K_1. \qquad (7\text{-}20)$$

Eger $r^2 + (m_0 s)^2 = (ms)^2$ formulasına E ha'm E_0 shamaların kirgizsek

$$E^2 = E_0^2 + (rs)^2 \qquad (7\text{-}21)$$

an'latpasına iye bolamız. Bul formula relyativistlik mexanikada bo'lekshenin' impulsı menen tolıq energiyası arasındag'ı baylanıstı beredi.

Atom fizikasında energiyanın' qolaylı birligi *elektronvolt* (eV) bolıp esaplanadı. L eV energiya elektron potentsialları ayırması 1 volt bolg'an elektr maydanında qozg'alg'anda alg'an energifsının' o'simine ten':

$$1 \text{ eV} = 1.602*10^{-12} \text{ erg}.$$

Sonın' menen birge u'lken birlikler de qollanıladı:

1 kiloelektronvolt (keV) = 1000 eV.

L megaelektronvolt (MeV) = 1 000 000 eV = 10^6 eV.

L gigaelektronvolt (GeV) = 1 000 000 000 eV = 10^9 eV.

L tetraelektronvolt (TeV) = 10^{12} eV.

Elektron ha'm proton ushın tınıshlıqtag'ı energiya

elektron ushın $m_{0e} s^2 = 0.511$ Mev.

Proton ushın $m_{0r} = 938$ MeV.

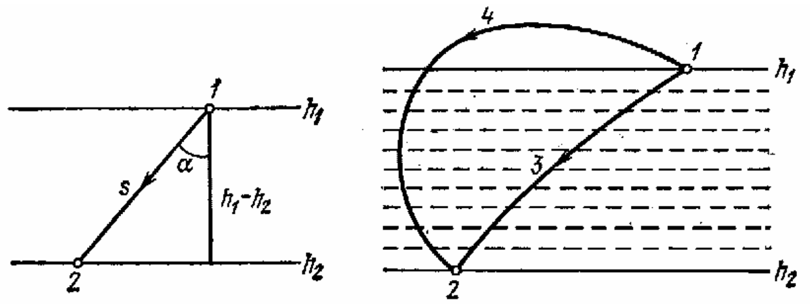
Konservativlik ha'm konservativlik emes ku'shler. Makroskopiyalıq mexanikadag'ı barlıq ku'shler *konservativlik* ha'm *konservativlik emes* dep ekige bo'linedi. Bir qansha mısallar ko'remiz.

Materiallıq noqat 1-awhaldan 2-awhalg'a 12 tuwrı sızıg'ı boylap aparılg'anda ku'shtin' islegen jumısın esaplaymız. Bunday jumısqa qıya tegislik boyınsha su'ykelissiz qozg'alg'anda islengen jumıstı ko'rsetiwge boladı. Jumıs $A_{12} = mgs \cos\varphi$ ge ten' yamasa

$$A_{12} = mg (h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2. \qquad (7\text{-}22)$$

Bul an'latpadag'ı h_1 menen h_2 materiallıq noqat da'slep ha'm aqırında iyelegen biyiklikler.

A) ha'm b) su'wretlerde ko'rsetilgen jag'daylardı talqılap salmaq ku'shinin' islegen jumısının' o'tilgen joldan g'a'rezsiz ekenligin, al bul jumıstın' tek g'ana da'slepki ha'm aqırg'ı orınlarg'a baylanıslı ekenligin ko'riwge boladı.



24-su'wret. Salmaq ku'shinin' jumısının' ju'rip o'tken joldın' uzınlıg'ınan g'a'rezsiz ekenligin ko'rsetetug'ın su'wret.

Ekinshi mısal retinde *oraylıq ku'shler maydanında* islengen jumıstı esaplaymız. *Oraylıq ku'sh* dep barlıq waqıtta oray dep atalıwshı bir noqatqa qaray bag'darlang'an, al shaması sol orayg'a deyingi aralıqqa baylanıslı bolg'an ku'shti aytamız. Bul oraydı *ku'shler orayı* yamasa *ku'shlik oray* dep ataydı. Mısal retinde Quyash penen planeta, noqatlıq zaryadlar arsındag'ı ta'sirlesiw ku'shlerin aytıwg'a boladı. Anıqlama boyınsha elementar jumıs dA = F ds cos (F, ds). Bul jerde ds cos (F, ds) elementar orın almasıw ds ının' ku'shtin' bag'ıtındag'ı (radius-vektordın' bag'ıtı menen birdey) proektsiyası. Sonlıqtan $dA = F(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}$ jumısı tek g'ana $\mathbf{r}$ qashıqlıg'ına g'a'rezli boladı. Sonlıqtan jumıs A_{12} bılay anıqlanadı:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} F(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}. \qquad (7\text{-}23)$$

Bul integraldın' ma'nisi tek 1- ha'm 2-noqatlar arasındag'ı qashıqlıqlar $\mathbf{r}_1$ ha'm $\mathbf{r}_2$ ge baylanıslı.

Joqarıda keltirilgen mısallardag'ı ku'shler konservativ ku'shler dep ataladı. Bunday ku'shler jag'dayında islengen jumıs jolg'a g'a'rezli bolmay, tek g'ana da'slepki ha'm aqırg'ı noqatlar arasındag'ı qashıqlıqqa baylanıslı boladı. Joqarıda keltirilgen awırlıq ku'shleri menen oraylıq ku'shler konservativ ku'shler bolıp tabıladı.

Konservativ bolmag'an barlıq ku'shler *konvervativ emes* ku'shler dep ataladı.

Bir tekli awırlıq maydanındag'ı potentsial energiya. Materiallıq noqat h biyikliginen Jer betine qulap tu'sse awırlıq ku'shleri A = mgh jumısın isleydi. Biz Jerdin' betindegi biyiklikti h = 0 dep belgiledik. Demek h biyikliginde m massalı materiallıq noqat U = mgh + C potentsial energiyasına iye boladı. S turaqlısının' ma'nisi nollik qa'ddige sa'ykes keletug'ın orınlardag'ı potentsial energiya. A'dette S = 0 dep alınadı. Sonlıqtan potentsial energiya

$$U = mgh \qquad (7\text{-}25)$$

formulası menen anıqlanıladı.

Sozılg'an prujinanın' potentsial energiyası. Prujinanın' sozılmastan (qısılmastan) burıng'ı uzınlıg'ın l_0 menen belgileymiz. Sozılg'annan (qısılg'annan) keyingi uzınlıg'ı l. $x = l - l_0$

arqalı prujinanın’ sozılıwın (qısılıwın) belgileymiz. Serpimli ku’sh deformatsiyanın’ shaması u’lken bolmag’anda serpimli ku’sh F tek g’ana sozılıw (qısılıw) x qa baylanıslı boladı, yag’nıy F = kx (Guk nızamı). Al islengen jumıs

$$A = \int_0^x F\,dx = k\int_0^x x\,dx = \frac{1}{2}kx^2. \qquad (7\text{-}26)$$

Eger deformatsiyalanbag’an prujinanın’ serpimli energiyasın nolge ten’ dep esaplasaq potentsial energiya:

$$U = \frac{1}{2}kx^2. \qquad (7\text{-}27)$$

Sorawlar:

1. Jumıs ha’m energiya arasındag’ı baylanıs neden ibarat?

2. Kishi tezliklerdegi energiya menen relyativistlik energiya arasındag’ı parq nelerden ibarat?

3. Konservativlik ha’m konvservativlik emes ku’shlerge mısallar keltire alasız ba?

4. Awırlıq maydanındag’ı denenin’ potentsial energiyasın esaplag’anda h = 0 bolg’an noqattı saylap alıw ma’selesi payda boladı. Bul ma’sele qalay sheshiledi?

5. Sozılg’an prujinanın’ potentsial energiyası menen tutas deneni sazg’andag’ı potentsial energiya arasındag’ı baylanıs (yamasa ayırma0 nelerden ibarat?

§ 8. Qozg’alıstın’ relyativistlik ten’lemesi

1. Qozg’alıstın’ relyativistlik ten’lemesi.
2. Boylıq ha’m ko’ldenen’ massalar tu’siniginin’ payda bolıwı.
3. Tezleniw menen denege ta’sir etiwshi ku’shtin’ bag’ıtlarının’ bir birine sa’ykes kelmewi.
4. Relyativistlik jag’daylarda massalar orayı tu’siniginin’ o’zgeshelikleri.

Joqarıda qozg’alıs ten’lemesinin’ $\dot{p} = F$ tu’rindegi ten’leme ekenligin ko’rdik. Ku’shler berilgen bolsa bul ten’leme tiykarında usı ku’shtin’ ta’sirindegi denenin’ qozg’alısın tolıq ta’riplewge boladı (qa’legen waqıt momentindegi materiallıq noqattın’ koordinataları menen tezlikleri tolıg’ı menen anıqlanadı). Endi relyativistlik jag’daylarda (yag’nıy u’lken tezliklerde) qozg’alıs ten’lemesinin’ qanday bolatug’ınlıg’ın ko’remiz.

Nyutonnın’ ekinshi nızamı boyınsha

$$F/\mathbf{r} = m = \text{const}. \qquad (8\text{-}1)$$

Arbanı paydalanıw boyınsha eksperimentti dawam etemiz. Kishi tezliklerde (8-1) an’latpa durıs boladı. Biraq tezlik artqan sayın F/a qatnası turaqlı bolıp qalmay, tezlikke baylanıslı bola baslaydı. Biraq ta bunday baylanıstı seziw ushın u’lken tezlikler kerek. Sonlıqtan da bunday eksperimentlerdi elektromagnit maydanında qozg’alıwshı zaryadlang’an elektr zaryadları menen islegen an'sat boladı. v tezligi menen qozg'alıwshı elektr zaryadına ta'sir etiwshi ku'sh

$$F = q\{E + [v,V]\} \qquad (8\text{-}2)$$

formulası menen an'latıladı.

Meyli proton V magnit maydanında tsikllı tezletkishtegi sıyaqlı shen'ber ta'rizli orbita menen qozg'alatug'ın bolsın (sızılmag'a qaran'ız). Protonnın' jolında E elektr maydanı bar aralıq bolsın. Bul aralıqta proton tezleniw alatug'ınday bolıp elektr maydanı E o'zgeriwi kerek.

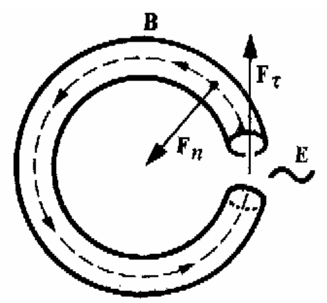
Tezletiwshi aralıqtan tısta proton $F_n = e[v,V]$ ku'shinin' ta'sirinde radiusı r bolg'an shen'ber ta'rizli orbita boyınsha qozg'aladı. Magnit maydanı V nın' ma'nisin berip, al protonnın' tezligin shen'berdi aylanıp shıg'ıw waqtı boyınsha anıqlap, shen'ber ta'rizli orbita boyınsha qozg'alg'anda orayg'a umtılıwshı ku'shtin' shamasının' $(v^2/r) = \omega_n$ ekenligin esapqa alıp $(F_n/\omega_n) = (evVr/v^2)$ qatnasın tabıwg'a boladı. Eksperiment

$$(F_n/\omega_n) = \text{const} \,/\sqrt{1 - v^2/c^2} \qquad (8\text{-}3)$$

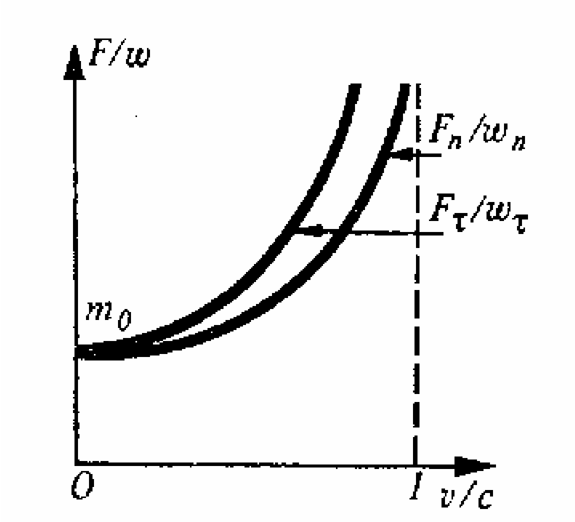
ekenligin beredi.

Tezletiwshi aralıqta $F_\tau = eE$ ku'shinin' ta'sirinde protonnın' tezligi artadı. Sa'ykes tezleniw ω_τ dı o'lshew mu'mkin. Na'tiyjede F_τ/ω_τ qatnasın anıqlaw mu'mkin. Eksperiment to'mendegidey g'a'rezlilikti beredi:

$$F_\tau/\omega_\tau = \text{const}/\sqrt[3]{1 - v^2/c^2}\ . \qquad (8\text{-}4)$$



25-a su'wret. Zaryadlang'an bo'lekshenin' tezletkishtegi qozg'alısı;



25-b su'wret. Boylıq ha'm ko'ldenen' massalardın' tezlikke g'a'rezliligi.

(8-3) ha'm (8-4) te v/s << 1 bolg'an jag'daylarda (8-1) ge o'tedi. Sonlıqtan da eki an'latpadag'ı const lar denenin' tınıshlıqta turg'andag'ı massasına ten'. Sonlıqtan da bul massanı tınıshlıqtag'ı massa dep ataymız. Demek (8-3) ha'm (8-4) an'latpaların bılayınsha qaytadan jazamız:

$$F_n/\omega_n = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}},$$

$$F_\tau/\omega_\tau = \frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}}. \qquad (8\text{-}5)$$

Bul baylanıslar grafikalıq tu'rde su'wrette ko'rsetilgen (25-b su'wret).

ω_τ tezleniwi tangensial tezleniw bolıp tabıladı, F_τ ku'shi traektoriyag'a tu'sirilgen urınbag'a kolliniar. ω_n tezleniwi ha'm F_n ku'shi traektoriyag'a perpendikulyar. (8-5) tezlik bag'ıtındag'ı bo'lekshenin' inertliligi tezlikke perpendikulyar bag'ıttag'ı inertlilikten ayrılatug'ınlıg'ın ko'rsetedi. Sa'ykes bolg'an massalar ko'ldenen' ha'm boylıq massalar dep ataladı. Bo'lekshenin' boylıq massası $\frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}}$, al ko'ldenen' massası $\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ g'a ten'.

Bo'lekshe bazı bir traektoriya boyınsha qozg'alatug'ın bolsın. Traektoriyag'a tangentsial bolg'an birlik vektordı $\boldsymbol{\tau}$, al normal bag'ıtlang'an birlik vektordı **n** arqalı belgileyik. Bo'lekshege ta'sir etiwshi F ku'shin eki ku'shke jikleymiz:

$$F = F_\tau + F_n \qquad (8\text{-}6)$$

Ku'shtin' ha'r bir qurawshısı bo'lekshenin' inertliligine baylanıslı sa'ykes bag'ıtta tezleniw payda etedi. Normal tezleniw v^2/R, tangentsial tezleniw dv/dt ge ten' bolg'anlıqtan (8-5) bılayınsha jazılıwı mu'mkin:

$$\boldsymbol{\tau}\frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}}\,[dv/dt] = F_\chi, \qquad \mathbf{n}\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} * (v^{g'}/4) = \mathbf{F}_n. \qquad (8\text{-}7)$$

Demek

$$\boldsymbol{\tau}\frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}}*[dv/dt] + \mathbf{n}\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}*\frac{v^2}{R} = \mathbf{F}. \qquad (8\text{-}8)$$

(8-8) an'latpanı a'piwayılastırıw mu'mkin. (d$\boldsymbol{\tau}$/dt) = (d$\boldsymbol{\tau}$/ds) (ds/dt) = v(d$\boldsymbol{\tau}$/ds) ha'm d$\boldsymbol{\tau}$/dt = v∗n/R ekenligin esapqa alamız, nv^2/R di v d$\boldsymbol{\tau}$/dt menen almastıramız, sonda

$$\frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}}\,\boldsymbol{\tau}\,[dv/dt] + \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}*v(d\boldsymbol{\tau}/dt) = F. \qquad (8\text{-}9)$$

Tuwrıdan tuwrı differentsiallaw arqalı

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = \frac{1}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}}\frac{dv}{dt} \qquad (8\text{-}10)$$

ten'ligin tekserip ko'remiz. Alıng'an an'latpag'a sa'ykes (7-9)-ten'lemenin' shep ta'repin bılayınsha tu'rlendiremiz:

$$\frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}}\,\boldsymbol{\tau}\frac{d}{dt}v + \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}*v(d\boldsymbol{\tau}/dt) = \boldsymbol{\tau}\frac{d}{dt}\frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + \frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}(d\boldsymbol{\tau}/dt) =$$

$$\frac{d}{dt}\frac{m_0 v\boldsymbol{\tau}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{d}{dt}\frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (8\text{-}11)$$

Bul an'latpalarda vχ = v - bo'lekshenin' tezligi ekenligi esapqa alıng'an. Solay etip bo'lekshenin' qozg'alısının' relyativistlik ten'lemesin alamız:

$$\frac{d}{dt}\frac{m_0\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \mathbf{F}. \qquad (7\text{-}12)$$

Alıng'an formuladag'ı

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}, \quad \mathbf{p} = m\mathbf{v}, \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (8\text{-}13)$$

m - relyativistlik massa yamasa a'piwayı massa, m_0 - tınıshlıqtag'ı massa, al p relyativistlik impuls dep ataladı.

Massa denenin' inertliliginin' o'lshemi bolıp tabıladı. Sonlıqtan "boylıq massa" ha'm "ko'ldenen' massa" tu'sinikleri tezliktin' bag'ıtında ha'm og'an perpendikulyar bag'ıttag'ı denenin' inertlilik qa'siyetinin' ha'r qıylı ekenliligin bildiredi. Denege baylanıslı bolg'an koordinata sistemasında bunday ayırma jog'aladı.

Eger bo'lekshenin' tezligi jaqtılıq tezligine jaqın bolsa onın' tezliginin' absolyut ma'nisin o'zgertiw ushın onın' qozg'alıw bag'ıtın o'zgertiwge qarag'anda a'dewir u'lken ku'sh kerek boladı. Yag'nıy tez qozg'alatug'ın bo'lekshe o'zinin' bag'ıtın absolyut tezligine qarag'anda jen'il o'zgertedi.

Relyativistlik jag'daylarda tezleniw menen ku'shtin' bag'ıtları bir birine sa'ykes kelmeydi.

Relyativistlik jag'daylarda massalar orayı tu'sinigi ma'niske iye bolmaydı. Sebebi massa orayı Lorents tu'rlendiriwinin' invariantı bolıp tabılmaydı. Biraq massalar orayı sisteması tu'sinigi da'l ma'niske iye ha'm fizikalıq ma'selelerdi tallag'anda paydalı ha'm a'hmiyetli boladı.

§ 9. Materiallıq noqatlar sistemasının' qozg'alısı ha'm energiyası

Materiallıq noqattın' impuls momenti. Materiallıq noqatlar sistemasının' impulsi ha'm impuls momenti. Materiallıq noqatlardan turatug'ın sistemag'a ta'sir etiwshi ku'sh. Materiallıq noqatlar sistemasının' qozg'alıs ten'lemesi. Massalar orayı. Materiallıq noqatlar sisteması ushın momentler ten'lemesi. Aylanıwshı qattı denelerdin' kinetikalıq energiyası.

İmpuls momenti. O noqatına salıstırg'andag'ı materiallıq noqattın' impuls momenti:

$$L = [R, p]. \qquad (9\text{-}1)$$

Bul anıqlama barlıq (relyativistlik ha'm relyativistlik emes) jag'daylar ushın durıs boladı. Eki jag'dayda da p impulsı bag'ıtı boyınsha materiallıq noqattın' tezligi bag'ıtı menen sa'ykes keledi.

Ku'sh momenti. O noqatına salıstırg'andag'ı materiallıq noqatqa ta'sir etiwshi ku'sh momenti dep

$$M = [r, F]. \qquad (9\text{-}2)$$

vektorına aytamız.

Momentler ten'lemesi. İmpuls momenti (9-1) di waqıt boyınsha differentsiallaymız:

$$dL/dt =[dR/dt, p] + [r, dp/dt], \qquad (9\text{-}3)$$

yamasa $\dot{L} = [\dot{r}, \mathbf{p}] + [\mathbf{r}, \dot{p}]$. (dR/dt) = v - bag'ıtı p impulsı menen sa'ykes keletug'ın tezlik ekenligin esapqa alamız. O'z-ara kolliniar eki vektordın' vektorlıq ko'beymesi nolge ten'. Sonlıqtan (9-3) tin' on' jag'ındag'ı birinshi ag'za $[\dot{r}, \mathbf{p}]$ nolge ten', al ekinshi ag'za ku'sh momentin beredi. Na'tiyjede (9-3) momentler ten'lemesine aylanadı: $[\mathbf{r}, \dot{p}] = \dot{L} = M$. Bul ten'leme materiallıq noqatlar menen denelerdin' qozg'alısları qaralg'anda u'lken a'hmiyetke iye boladı.

Materiallıq noqatlar sisteması. Materiallıq noqatlar sisteması dep shekli sandag'ı materiallıq noqatlardın' jıynag'ına aytamız. Sonlıqtan da bul materiallıq noqatlardı nomerlew mu'mkin. Bul noqatlardı i, j, ... ha'm basqa da ha'ripler menen belgilewimiz mu'mkin. Bul sanlar 1, 2, 3, ..., n ma'nislerin qabıl etedi (n-sistemanı qurawshı bo'leksheler sanı). Bunday jag'dayda, mısalı, $\square_i$, p_i, v_i shamaları sa'ykes i-bo'lekshenin' radius-vektorın, impulsın ha'm tezligin beredi. Bunday sistemalarg'a mısal retinde gazdi, Quyash sistemasın yamasa qattı deneni ko'rsetiwge boladı. Waqıttın' o'tiwi menen sistemanı qurawshı materiallıq noqatlardın' orınları o'zgeredi.

Sistemanı qurawshı noqatlardın' ha'r birine ta'biyatı ha'm kelip shıg'ıwı jaqınan ha'r qıylı bolg'an ku'shlerdin' ta'sir etiwi mu'mkin. Sol ku'shler sırttan ta'sir etiwshi (sırtqı ku'shler) yamasa sistemanı qurawshı bo'leksheler arasındag'ı o'z-ara ta'sir etisiw bolıwı mu'mkin. Bunday ku'shlerdi ishki ku'shler dep ataymız. İshki ku'shler ushın Nyutonnın' u'shinshi nızamı orınlanadı dep esaplaw qabıl etilgen.

Sistema impulsı: Sistemanın' impulsı dep usı sistemanı qurawshı materiallıq noqatlardın' impulslarının' qosındasına aytamız, yag'nıy

$$p = \sum_{i=1}^{n} p_8 = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n. \qquad (9\text{-}4)$$

Cistemanın' impuls momenti: Baslang'ısh dep qabıl etilgen O noqatına salıstırg'andag'ı sistemanın' impuls momenti dep sol O noqatına salıstırg'andag'ı materiallıq noqatlardın' impuls momentlerinin' qosındısına aytamız, yag'nıy

$$L = \sum_{i=1}^{n} L_i = \sum_{i=1}^{n} [\mathbf{r}_i, p_i]. \qquad (9\text{-}5)$$

Sistemag'a ta'sir etiwshi ku'sh momenti: O noqatına salıstırg'andag'ı sisemag'a ta'sir etiwshi ku'shtin' momenti dep sol O noqatına salıstırg'andag'ı noqatlarg'a ta'sir etiwshi momentlerdin' qosındısına ten', yag'nıy

$$M = \sum_{i=1}^{n} M_i = \sum_{i=1}^{n} [\mathbf{r}_i, F_i]. \qquad (9\text{-}6)$$

Nyutonnın' u'shinshi nızamına sa'ykes ishki ku'shler momentleri birin biri joq etedi. Sonlıqtan keyingi ten'lemenin' on' ta'repi birqansha a'piwayılasadı. Usı jag'daydı da'lillew ushın sistemanın' i-noqatına ta'sir etiwshi ku'shti F_i arqalı, al usı ku'sh sırttan ta'sir etiwshi ku'sh bolg'an $F_{isırtqı}$ dan ha'm qalg'an barlıq bo'leksheler ta'repinen tu'setug'ın ku'shten turadı dep esaplayıq. i-noqattan j-noqatqa ta'sir etiwshi ishki ku'shti f_{ji} dep belgileyik. Sonday jag'dayda tolıq ku'shti

$$F_i = F_{isırtqı} + \sum_{j \neq i} f_{ji}. \qquad (9\text{-}7)$$

Summadag'ı $j \neq i$ ten'sizligi $j = i$ bolmag'an barlıq jag'daylar ushın qosındının' alınatug'ınlıg'ın bildiredi. Sebebi noqat o'zi o'zine ta'sir ete almaydı. Keyingi an'latpanı aldın'g'ı an'latpag'a qoyıp ku'sh momentinin' eki qosılıwshıdan turatug'ınlıg'ın ko'remiz:

$$M = \sum_{i} [\mathbf{r}_i, F_{isırtqı}] + \sum_{i,j} [\mathbf{r}_i, f_{ji}]. \qquad (9\text{-}8)$$

Alıng'an an'latpadag'ı ekinshi summanın' nolge ten' ekenligin ko'rsetiw mu'mkin. Nyutonnın' u'shinshi nızamına muwapıq $f_{ij} + f_{ji} = 0$. Su'wrette ko'rsetilgen sızılmag'a muwapıq i ha'm j noqatlarına ta'sir etiwshi ku'shlerdin' O noqatlarına salıstırg'andag'ı momentlerin esaplaymız. Bul noqatlardı tutastıratug'ın 4_{8j} vektorı i noqatınan j noqatına qarap bag'ıtlang'an. O noqatına salıstırg'andag'ı f_{ij} ha'm f_{ji} momentleri

$$M' = [\mathbf{r}_i, f_{ji}] + [\mathbf{r}_j, f_{ij}] \qquad (9\text{-}9)$$

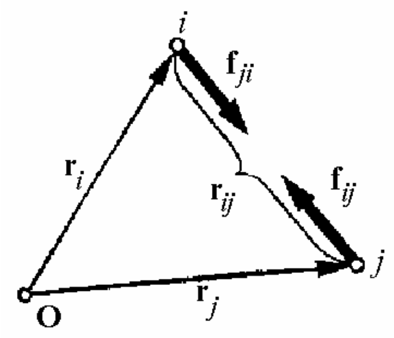
Materiallıq noqatlar sistemasının' qozg'alıs ten'lemesi. $p = \sum_{i=1}^{n} p_i = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n$ ten'liginen waqıt boyınsha tuwındı alamız ha'm i-noqattın' qozg'alıs ten'lemesinin' $(dp_i/dt) = F_i$ ekenligin esapqa alg'an halda

$$dp/dt = \sum dp_i/dt = \sum F_i, \quad dp/dt = \sum F_i = F. \qquad (9\text{-}10)$$

ekenligine iye bolamız.

an'latpası menen an'latıladı. $f_{ij} = -f_{ji}$, $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j = \mathbf{r}_{ij}$ ha'm $\mathbf{r}_{ij}$ menen f_{ji} vektorlarının' o'z-ara parallel ekenligin esapqa alıp $M' = [\mathbf{r}_i, f_{ji}] - [\mathbf{r}_j, f_{ij}] = [\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, f_{ji}] = [\mathbf{r}_{ij}, f_{ji}] = 0$ ekenligine iye bolamız.

Demek sistemag'a ta'sir etiwshi ku'shlerdin' momenti haqqında aytılg'anda tek g'ana sırtqı ku'shlerdin' momentlerin tu'siniwimiz kerek.



26-su'wret. i ha'm j noqatlarına tu'sirilgen ishki ku'shlerdin' momenti. Nyutonnın' u'shinshi nızamına sa'ykes bul moment nolge ten'.

Alıng'an ag'latpadag'ı F sistema noqatlarına sırttan tu'sirilgen ku'shlerdin' qosındısı. Bul ku'shti a'dette sırtqı ku'sh dep ataydı. Alıng'an dp/dt = F ten'lemesi sırtqı ko'rinisi boyınsha bir materiallıq noqat ushın qozg'alıs ten'lemesine dp/dt = F, p = mv, $m = \dfrac{m_o}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ - uqsas. Biraq sistema ushın impuls p nı alıp ju'riwshiler ken'islik boyınsha tarqalg'an, F ti qurawshı ku'shler de ken'islik boyınsha tarqalg'an. Sonlıqtan noqat ushın alıng'an ten'leme menen sistema ushın alıng'an ten'lemelerdi tek g'ana relyativistlik emes jag'daylar ushın salıstırıw mu'mkin.

Massalar orayı. Relyativistlik emes jag'daylarda massa orayı tu'siniginen paydalanıwg'a boladı. İmpuls ushın relyativistlik emes jag'daylar ushın jazılg'an ipulstan paydalanayıq.

$$\mathbf{p} = \sum m_{0i}\mathbf{v}_i = \sum m_{0i}\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \frac{d}{dt}\sum m_{0i}\mathbf{r}_i = m\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{m}\sum m_{0i}\frac{d\mathbf{r}_i}{dt}\right). \qquad (9\text{-}11)$$

Bul an'latpadag'ı massa $m = \sum m_{0i}$ dep noqatlardın' tınıshlıqtag'ı massası alıng'an.

$$\mathbf{R} = \frac{1}{m}\sum m_{0i}\mathbf{r}_i$$

radius-vektorı sistemanın' massalar orayı dep atalatug'ın noqattı beredi. dR/dt = V - usı noqattın' (massalar orayının') qozg'alıs tezligi. Demek sistemanın' impulsı keyingi an'latpanı esapqa alg'anda bılay jazıladı:

$$\mathbf{p} = m\frac{d\mathbf{R}}{dt} = m\mathbf{V} \qquad (9\text{-}12)$$

ha'm sistemanın' massası menen onın' massalar orayının' qozg'alıs tezliginin' ko'beymesine ten'. Sonlıqtan da massalar orayının' qozg'alısı materiallıq noqattın' qozg'alısına sa'ykes keledi.

Joqarıdag'ılardı esapqa alg'an halda sistemanın' qozg'alıs ten'lemesi bılay jazamız:

$$m\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{F}. \qquad (9\text{-}13)$$

Alıng'an an'latpa materiallıq noqat ushın alıng'an an'latpa menen ekvivalent. Ayırma sonnan ibarat, bul jag'dayda massalar massa orayına toplang'an, al sırtqı ku'shlerdin' qosındısı bolsa sol noqatqa tu'sedi.

Materiallıq noqatlar sisteması ushın momentler ten'lemesi. $\mathbf{L} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{L}_i = \sum_{i=1}^{n} [\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i]$ an'latpasın waqıt boyınsha differentsiallasaq materiallıq noqatlar sisteması ushın momentler ten'lemesin alamız:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \sum\left[\frac{d\mathbf{r}_i}{dt}, p_i\right] + \sum\left[\mathbf{r}_i, \frac{d\mathbf{p}_i}{dt}\right] = \sum[\mathbf{v}_i, \mathbf{p}_i] + \sum[\mathbf{r}_i, \mathbf{F}_i] = 0 + \sum \mathbf{M}_i = \mathbf{M}. \qquad (9\text{-}14)$$

Demek

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}.$$

M nin' sistemag'a ta'sir etiwshi sırtqı ku'shler momenti ekenligin umıtpaymız.

Materiallıq noqattın' impuls momenti menen sektorlıq tezlik arasındag'ı baylanıs. Maydanlar teoreması. Materiallıq noqattın' impuls momentin qaraymız. t waqıt momentinde bul materiallıq noqattın' awhalı **r** radius-vektorı menen anıqlanatug'ın bolsın. dt waqıtı ishinde radius-vektor vdt o'simin aladı. Sonın' menen birge radius-vektor sheksiz kishi u'sh mu'yeshlikti basıp o'tedi. Usı u'sh mu'yeshliktin' maydanı dS = $\frac{1}{2}[\mathbf{r}\ \mathbf{v}]dt$. Sonlıqtan

$$\dot{\mathbf{S}} = \frac{d\mathbf{S}}{dt} = \frac{1}{2}[\mathbf{rv}].$$

Bul shama waqıt birligindegi radius-vektordın' basıp o'tetug'ın maydanına ten' ha'm sektorlıq tezlik dep ataladı. Anıqlama boyınsha L = $m[\mathbf{rv}]$ bolg'anlıqtan

$$\mathbf{L} = 2m\dot{\mathbf{S}}.$$

Relyativistlik tezliklerde m turaqlı, sonlıqtan da impuls momenti sektorlıq tezlik $\dot{S}$ ke proportsional.

Eger materiallıq noqatqa ta'sir etiwshi ku'sh oraylıq ha'm onın' bag'ıtı O polyusı arqalı o'tetug'ın bolsa L vektorı waqıt boyınsha o'zgermeydi. Sog'an sa'ykes relyativistlik emes tezliklerde sektorlıq tezlik $\dot{S}$ te o'zgermeydi. Bul jag'dayda impuls momentinin' saqlanıw nızamı maydanlar nızamına o'tedi:

$$\dot{S} = \text{const}. \qquad (9\text{-}15)$$

Bul nızamnan eki juwmaq kelip shıg'adı.

Birinshiden **r** ha'm **v** vektorları jatatug'ın tegislik $\dot{S}$ vektorına perpendikulyar. Bul vektordın' bag'ıtı o'zgermeytug'ın bolg'anlıqtan sol tegisliktin' o'zi de o'zgermeydi. Demek *oraylıq ku'shler maydanında qozg'alatug'ın materiallıq noqattın' traektoriyası tegis iymeklik* bolıp tabıladı.

Ekinshiden $\dot{S}$ vektorı uzınlıg'ının' turaqlılıg'ınan *birdey waqıt aralıqlarında radius-vektor birdey maydanlardı basıp o'tetug'ınlıg'ı kelip* shıg'adı. Bul jag'daydı a'dette *maydanlar nızamı* dep ataydı. Maydan tek g'ana shaması menen emes al ken'isliktegi orientatsiyası menen de ta'riplenedi. Sonlıqtan da maydanlar nızamına ken'irek mazmun beriw kerek.

Qozg'almaytug'ın ko'sherge salıstırg'andag'ı impuls momenti menen ku'sh momenti. dL/dt = M ten'lemesi to'mendegidey u'sh skalyar ten'lemelerge ekvivalent:

$$\frac{dL_x}{dt} = M_x^{sırtqı}, \quad \frac{dL_y}{dt} = M_u^{sırtqı}, \quad \frac{dL_z}{dt} = M_z^{sırtqı}. \qquad (9\text{-}16)$$

Bul ten'lemeler dL/dt = M ten'lemesinen dekart koordinatalar sistemasının' ko'sherlerine proektsiyalar tu'siriw jolı menen alınadı. "Sırtqı- indeksi ku'sh momentin esap-lag'anda ishki ku'shler momentlerinin' dıqqatqa alınbaytug'ınlıg'ın an'g'artadı. Sonlıqtan da momentler ten'lemesindegi M sırtqı ku'shlerdin' momentin beredi. L_x ha'm M_x lar X ku'sherine salıstırg'andag'ı impuls momenti ha'm ku'sh momenti dep ataladı.

Ulıwma bazı bir X ko'sherine salıstırg'andag'ı L_x ha'm M_x impuls ha'm ku'sh momenti dep L menen M nin' usı ko'sherge tu'sirilgen proektsiyasın aytamız. Sonın' menen birge O koordinata bası usı ko'sherdin' boyında jatadı dep esaplanadı.

$\frac{dL_x}{dt} = M_x$ *ten'lemesi qozg'almaytug'ın X ko'sherine salıstırg'andag'ı momentler ten'lemesi* dep ataladı. Qanday da bir qozg'almaytug'ın ko'sherge salıstırg'andag'ı ku'sh momenti nolge ten' bolg'an jag'dayda sol ko'sherge salıstırg'andag'ı impuls momenti turaqlı bolıp qaladı. Bul *qozg'almaytug'ın ko'sherge salıstırg'andag'ı impuls momentinin' saqlanıw nızamı* bolıp tabıladı (ken'isliktin' izotroplılıg'ının' na'tiyjesi).

Qozg'almaytug'ın ko'sher do'geregindegi aylanıw ushın impuls momenti ten'lemesi. İnertsiya momenti. Ko'sherge salıstırg'andag'ı momentler ten'lemesin aylanbalı qozg'alıstı qarap shıg'ıwg'a qollanamız. Qozg'almaytug'ın ko'sher retinde aylanıw ko'sherin saylap alıw mu'mkin. Eger materiallıq bo'lekshe radiusı r bolg'an shen'ber boyınsha qozg'alsa, onın' O aylanıw ko'sherine salıstırg'andag'ı impuls momenti L = mvr. Meyli ω - aylanıwshı denenın' mu'yeshlik tezligi bolsın. Onda $L = mr^2\omega$. Eger O ko'sherinin' do'gereginde materiallıq noqatlar sisteması birdey mu'yeshlik tezlik penen aylanatug'ın bolsa, onda $L = \sum mr^2\omega$. Summa belgisinen ω nı sırtqa shıg'arıw mu'mkin. Bunday jag'dayda

$$L = I\omega \qquad (9\text{-}17)$$

ha'm

$$I = \sum mr^2.$$

I - *ko'sherge salıstırg'andag'ı sistemanın' inertsiya momenti dep ataladı.* Keyingi ten'leme sistema aylang'anda ko'sherge salıstırg'andag'ı impuls momenti inertsiya momenti menen mu'yeshlik tezliginin' ko'beymesine ten'.

O'z gezeginde $\frac{d}{dt}(I\omega) = M$. *Qozg'almaytug'ın ko'sher do'gereginde aylanbalı qozg'alıs dinamikasının' bul tiykarg'ı ten'lemesindegi* M aylanıw ko'sherine salıstırg'andag'ısırtqı ku'shler momenti. Bul ten'leme materiallıq noqattın' qozg'alısı ushın Nyuton ten'lemesin eske tu'siredi. Massanın' ornında inertsiya momenti I, tezliktin' ornına mu'yeshlik tezlik, al ku'shtin' ornında ku'sh momenti tur. İmpuls momenti L di *ko'pshilik jag'daylarda sistemanın' aylanıw impulsı* dep ataydı.

Eger aylanıw ko'sherine salıstırg'andag'ı ku'shler momenti M = 0 *bolsa aylanıw impulsı* $I\omega$ *saqlanadı.*

A'dette qattı deneler ushın I turaqlı shama. Sonlıqtan bunday sistemalar ushın

$$I\frac{d\omega}{dt} = M. \qquad (9\text{-}18)$$

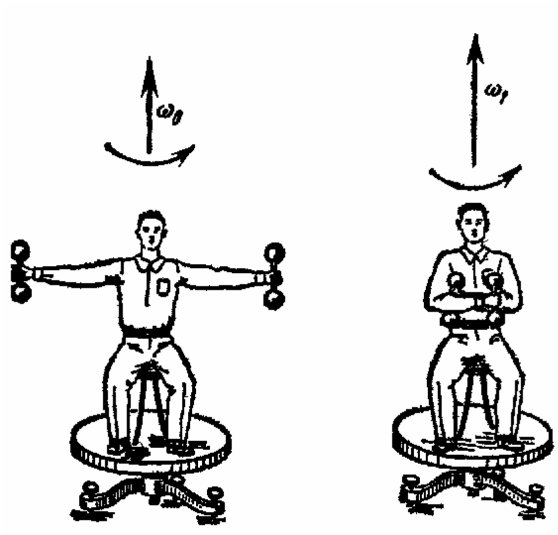
Demek qattı denenin' qozg'almaytug'ın ko'sherge salıstırg'andag'ı inertsiya momenti menen mu'yeshlik tezleniw $\frac{d\omega}{dt}$ din' ko'beymesi sol ko'sherge salıstırg'andag'ı sırtqı ku'shlerdin' momentine ten'.

Aylanıw impulsının' saqlanıw nızamına mısallar.

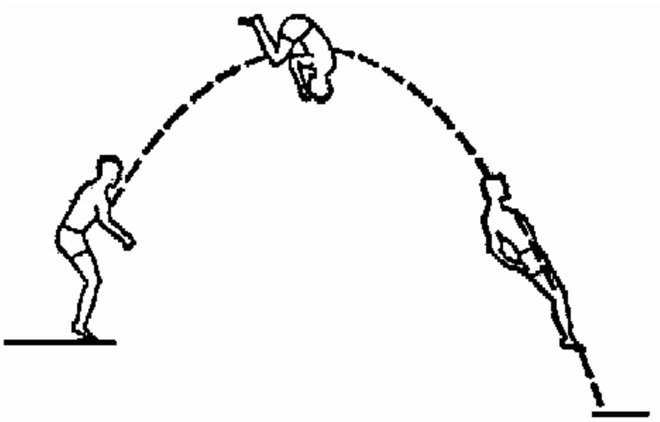
1. Jukovskiy (1847-1921) otırg'ıshı (27-su'wret).
2. Balerina menen figurashının' pirueti.
3. Sekiriwshi ta'repinen orınlang'an salto (28-su'wret).

Gyuygens-Shteyner teoreması: Qanday da bir ko'sherge salıstırg'andag'ı denenin' inertsiya momenti usı denenin' massa orayı arqalı o'tiwshi parallel ko'sherge salıstırg'andag'ı inertsiya momentine ma^2 shamasın qosqang'a ten' (a-ko'sherler arasındag'ı aralıq). Yag'nıy $I_A = I_C + ma^2$.

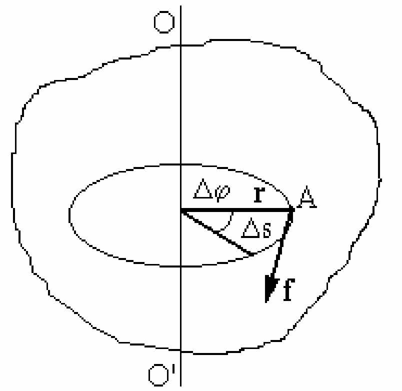
Aylanıwshı qattı denelerdin' kitetikalıq energiyası. Qattı dene jıljımaytug'ın OO′ ko'sheri do'gereginde aylanıp φ mu'yeshine burılg'andag'ı ku'shler momenti M nin' islegen jumısın anıqlayıq (29-su'wrette ko'rsetilgen). Qattı denege f ku'shi



27-su'wret. Jukovskiy otırg'ıshı



28-su'wret. Sekiriwshi ta'repinen orınlang'an salto.



29-su'wret. Ku'shler momenti M nin' islegen jumısın esaplawg'a.

tu'sirilsin. Bul ku'sh o'zi tu'sirilgen traektoriyag'a urınba bag'ıtında bag'ıtlang'an, ao OO′ ko'sherine salıstırg'andag'ı momenti M = fr bolsın.

Dene $\Delta\varphi$ mu'yeshine burılg'anda ku'sh tu'sirilgen A noqatı Δs dog'ası uzınlıg'ına jıljıydı. Sonda f ku'shinin' islegen jumısı $\Delta A = f*\Delta s$ ke ten' boladı. $\Delta s = r*\Delta\varphi$. Demek $\Delta A = fr*\Delta\varphi$. $fr = M$ bolg'anlıqtan $\Delta A = M*\Delta\varphi$. Solay etip dene $\Delta\varphi$ mu'yeshine burılg'anda islengen jumıs san jag'ınan ku'sh momenti menen buralıw mu'yeshinin' ko'beymesine ten' bolatug'ınlıg'ın ko'remiz.

Eger M turaqlı shama bolatug'ın bolsa dene shekli φ mu'yeshine burılg'anda islenetug'ın jumıs

$$A = M*\varphi$$

ge ten' boladı.

Endi berilgen ω mu'yeshlik tezligi menen qozg'almaytug'ın ko'sher do'gereginde aylanatug'ın qattı deneni qarayıq. Onın' i-elementinin' kinetikalıq energiyası:

$$\Delta E_{ki} = \Delta m_i\, v_i^2/2.$$

Bul an'latpada Δm_i denenin' i-elementinin' massası, v_i onın' sızıqlıq tezligi. $v_i = r_i\omega$ bolg'anlıqtan

$$\Delta E_{ki} = \Delta m_i\, r_i^2\, \omega^2 /2.$$

Denenin' aylanbalı qozg'alısının' kinetikalıq energiyası onın' jeke elementlerinin' kinetikalıq energiyalarının' qosındısına ten':

$$E_k = \sum(\Delta m_i\, r_i^2\, \omega^2 /2) = (\omega^2/2) \sum\Delta m_i\, r_i^2.$$

$\sum \Delta m_i\, r_i^2 = I$ denenin' inertsiya momenti ekenligin esapqa alsaq

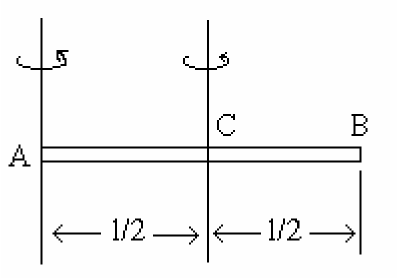
$$E_k = I\omega^2/2$$

an'latpasın alamız.

Demek qozg'almaytug'ın ko'sher do'gereginde aylanıwshı qattı denenin' kinetikalıq energiyası formulası materiallıq noqattın' ilgerilemeli qozg'alısının' kinetikalıq energiyası formulasına uqsas eken. İlgerilemeli qozg'alıstag'ı massa m nin' ornına aylanbalı qozg'alısta inertsiya momenti I keledi.

Ha'r qanday denelerdin' inertsiya momentlerin esaplaw.

1. *Jin'ishke bir tekli sterjennin' perpendikulyar ko'sherge salıstırg'andag'ı inertsiya momenti.*



30-su'wret.

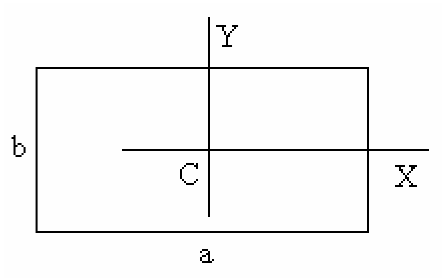
Meyli ko'sher sterjennin' sheti bolg'an A arqalı o'tsin (30-su'wret). İnertsiya momenti $I_A = kml^2$, l - sterjennin' uzınlıg'ı. Sterjennin' orayı S massa orayı da bolıp tabıladı. Gyuygens-Shteyner teoreması boyınsha $I_A = I_C + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$. I_C inertsiya momentin uzınlıqları l/2 ha'm ha'r qaysısının' massası m/2 bolg'an eki sterjennin' inertsiya momentlerinin' qosındısı sıpatında qaraw mu'mkin. Demek inertsiya momenti $k\frac{m}{2}\left(\frac{l}{2}\right)^2$ qa ten'. Sonlıqtan $I_C = km\left(\frac{l}{2}\right)^2$. Bul an'latpanı aldın'g'ı an'latpag'a qoysaq

$$kml^2 = km\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

Bul an'latpadan k = l/3. Na'tiyjede

$$I_A = (l/3)ml^2, \quad I_C = (l/12)ml^2.$$

2. *Tuwrı mu'yeshli plastinka ha'm tuwrı mu'yeshli parallelepiped ushın inertsiya momenti* (31-su'wret).



31-su'wret.

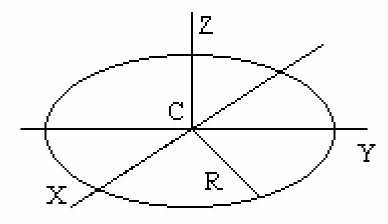
Meyli X ha'm Y koordinatalar ko'sherleri S plastinkanın' ortası arqalı o'tetug'ın ha'm ta'replerine parallel bolsın. Bul jag'dayda da joqarıdag'ı jag'day sıyaqlı [$I_C = (l/12)ml^2$]

$$I_x = (l/12)b^2, \ I_y = (l/12)a^2.$$

Z ko'sherine salıstırg'andag'ı plastinkanın' inertsiya momenti

$$I_z = (m/12)(a^2 + b^2).$$

3. *Sheksiz juqa do'n'gelek saqıyna (shen'ber) ushın inertsiya momenti* (32-su'wret).



32-su'wret.

İnertsiya momenti Z ko'sherine salıstırg'anda

$$I_z = mR^2$$

bolıwı kerek (R-saqıyna radiusı). Simmetriyag'a baylanıslı $I_x = I_y$. Sonlıqtan $I_x = I_y = \frac{1}{2}mR^2$.

4. *Sheksiz juqa diywalı bar shardın' inertsiya momenti.*

Da'slep massası m bolg'an, koordinataları x,u,z bolg'an materiallıq noqattın' tuwrı mu'yeshli koordinatalar sisteması ko'sherlerine salıstırg'andag'ı inertsiya momentin esaplayıq (su'wrette ko'rsetilgen).

Bul noqattın' X, U. Z ko'sherlerine shekemgi qashıqlıqlarının' kvadratları sa'ykes u^2+z^2, z^2+x^2 ha'm x^2+u^2 qa ten'. Usı ko'sherlerge salıstırg'andag'ı inertsiya momentleri

$$I_x = m(u^2+z^2),$$

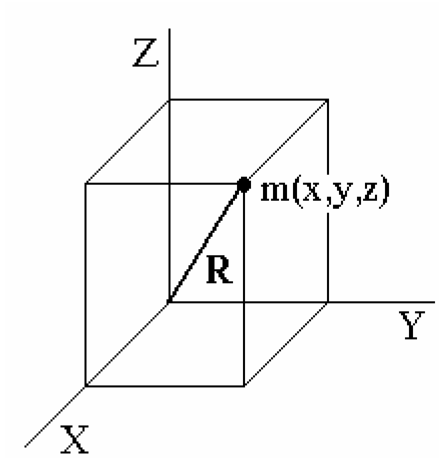
$$I_u = m(z^2+x^2),$$
$$I_z = m(x^2+u^2)$$

shamalarına ten'. Bul u'sh ten'likti qosıp $I_x+I_u+I_z = 2m(x^2+u^2+z^2)$ ten'ligin alamız. $x^2+u^2+z^2 = R^2$ ekenligin esapqa alsaq $I_x+I_u+I_z = 2\Theta$ ekenligine iye bolamız Bul jerde Θ arqalı massası m bolg'an materiallıq noqattın' noqatqa salıstırg'andag'ı inertsiya momenti belgilengen.

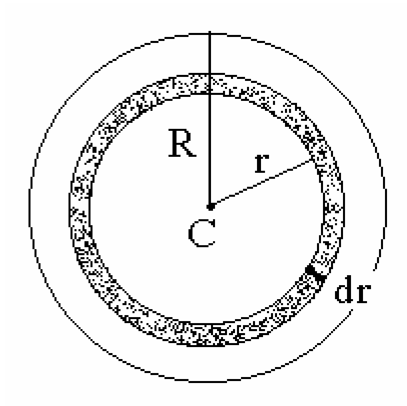
Endi da'slep shardın' orayına salıstırg'andag'ı inertsiya momenti Θ nı tabamız. Onın' ma'nisi $\Theta = mR^2$ ekenligi tu'sinikli. $I_x+I_u+I_z = 2\Theta$ ten'liginen paydalanamız ha'm $I_x = I_u = I_z = I$ dep belgileymiz. Na'tiyjede juqa shardın' orayınan o'tetug'ın ko'sherine salıstırg'andag'ı inertsiya momenti ushın

$$I = (2/3)mR^2$$

formulasın alamız.



33-su'wret. Sheksiz juqa diywalg'a iye shardın' inertsiya momentin esaplawg'a



34-su'wret. Tutas bir tekli shardın' inertsiya momentin esaplawg'a

5. *Tutas bir tekli shardın' inertsiya momenti.* Tutas birtekli shardı ha'r qaysısının' massası dm bolg'an sheksiz juqa qatlamlardın' jıynag'ı dep qarawg'a boladı (su'wrette ko'rsetilgen). Bir tekli bolg'anlıqtan $dm = m(dV/V)$, al $dV = 4\pi r^2 dr$ - sferalıq qatlamnın' ko'lemi, $V = (4/3)\pi r^3$. Joqarıda keltirilip shıg'arılg'an $I = (2/3)mR^2$ formulasın paydalanamız. Bunday jag'dayda $dI = (2/3)dmr^2 = 2mr^4dr/R^3$. Bul an'latpanı integrallap bir tekli tutas shardın' inertsiya momentin alamız:

$$I = (2/5)mR^2.$$

§ 10. Galiley tu'rlendiriwleri

Koordinatalardı geometriyalıq jaqtan almastırıw. Ha'r qanday esaplaw sistemaları arasındag'ı fizikalıq o'tiwler. İnertsial esaplaw sistemaları ha'm salıstırmalılıq printsipi.

Koordinatalardı tu'rlendiriw ma'selesi a'dette geometriyalıq ma'sele bolıp tabıladı. Mısalı dekart, polyar, tsilindrlik, sferalıq ha'm basqa da koordinatalar sistemaları arasında o'z-ara o'tiw a'piwayı matematikalıq tu'rlendiriw ja'rdeminde a'melge asırıladı. Bul haqqında "Ken'islik ha'm waqıt" bep atalatug'ın 1-2 paragrafta tolıq aytılıp o'tildi.

Koordinatalardı fizikalıq tu'rlendiriw. Ha'r qıylı esaplaw sistemaları baylanısqan ha'r qıylı materiallıq deneler bir birine salıstırg'anda qozg'alısta bolıwı mu'mkin. Ha'r bir esaplaw sistemasında o'z koordinata ko'sherleri ju'rgizilgen, al sol sistemalardın' ha'r qıylı noqatlarındag'ı waqıt sol noqat penen baylanısqan saatlardın' ja'rdeminde o'lshenetug'ın bolsın. Bir birine salıstırg'anda qozg'alısta bolatug'ın esaplaw sistemalarındag'ı koordinatalar menen waqıt qalayınsha baylanısqan degen soraw kelip tuwadı. Qoyılg'an sorawg'a juwaptın' tek geometriyalıq ko'z-qarastın' ja'rdeminde beriliwi mu'mkin emes. Bul fizikalıq ma'sele. Bul ma'sele ha'r qıylı sistemalar arasındag'ı salıstırmalı tezlik nolge ten' bolg'anda ha'm sol esaplaw sistemaları arasındag'ı fizikalıq ayırma jog'alg'anda (yag'nıy bir neshe sistemalar bir sistemag'a aylang'anda) g'ana geometriyalıq ma'selege aylanadı.

İnertsial esaplaw sistemaları ha'm salıstırmalılıq printsipi. Qattı denenin' en' a'piwayı bolg'an qozg'alısı onın' ilgerilemeli ten' o'lshewli tuwrı sızıqlı qozg'alısı bolıp tabıladı. Usı jag'dayg'a sa'ykes esaplaw sistemasının' en' a'piwayı salıstırmalı qozg'alısı ilgerilemeli, ten' o'lshewli ha'm tuwrı sızıqlı qozg'alısı bolıp tabıladı. Sha'rtli tu'rde sol sistemalardın' birewin qozg'almaytug'ın, al ekinshisin qozg'alıwshı sistema dep qabıl etemiz. Ha'r bir sistemada dekart koordinatalar sistemasın ju'rgizemiz. K qozg'almaytug'ın esaplaw sistemasındag'ı koordinatalardı (x,y,z) dep, al qozg'alıwshı K" sistemasındag'ı koordinatalardı (x",y",z") ha'ripleri ja'rdeminde belgileymiz. Qozg'alıwshı sistemadag'ı shamalardı qozg'almaytug'ın sistemadag'ı shamalar belgilengen ha'riplerdin' ja'rdeminde shtrix belgisin qosıp belgileymiz dep kelisip alamız. Endi bir birine salıstırg'anda qozg'alıwshı ha'r bir esaplaw sistemasında fizikalıq qubılıslar qalay ju'redi degen a'hmiyetli sorawg'a juwap beriwimiz kerek.

Bul sorawg'a juwap beriwimiz ushın sol esaplaw sistemalarındag'ı fizikalıq qubılıslardın' o'tiwin u'yreniiwimiz kerek. Ko'p waqıtlardan beri Jerdin' betine salıstırg'anda ten' o'lshewli tuwrı sızıqlı qozg'alatug'ın koordinatalarg'a salıstırg'andag'ı mexanikalıq qubılıslardın' o'tiw izbe-izligi boyınsha sol qozg'alıs haqqında hesh na'rseni aytıwg'a bolmaytug'ınlıg'ı ma'lim boldı. Jag'ag'a salıstırg'anda tınısh qozg'alatug'ın korabldin' kabinaları ishinde mexanikalıq protsessler jag'adag'ıday bolıp o'tedi. Al, eger Jer betinde anıg'ıraq ta'jiriybeler o'tkerilse Jer betinin' juldızlarg'a salıstırg'andag'ı qozg'alısının' bar ekenligi ju'zege keledi (mısalı Fuko mayatnigi menen o'tkerilgen ta'jiriybe). Biraq bul jag'dayda Jer betinin' juldızlarg'a salıstırg'andag'ı tezligi emes, al tezleniwi anıqlanadı. Al ko'p sandag'ı ta'jiriybeler qozg'almaytug'ın juldızlarg'a salıstırg'anda, yag'nıy bir birine salıstırg'anda ten' o'lshewli tuwrı sızıq boyınsha qozg'alatug'ın barlıq esaplaw sistemalarında barlıq mexanikalıq qubılıslar birdey bolıp o’tedi. Usının’ menen birge tartılıs maydanı esapqa almas da’rejede kishi dep esaplanadı. Nyutonnın’ inertsiya nızamı orınlanatug’ın bolg’anlıqtan bunday esaplaw sistemaların inertsiyalıq esaplaw sistemaları dep ataladı.

Galiley ta’repinen birinshi ret usınılg’an barlıq inertsiyalıq esaplaw sistemalarında mexanikalıq qubılıslar birdey bolıp o’tedi (barlıq mexanikalıq nızamlar birdey tu’rge iye boladı) degen tastıyıqlaw Galileydin’ salıstırmalılıq printsipi dep ataladı.

Erterek waqıtları ko’pshilik avtorlar usı ma’seleni tu’sindirgende “Galileydin’ salıstırmalılıq printsipiF tu’siniginin’ ornına “Nyuton mexanikasındag’ı salıstırmalıq printsipiF degen tu’sinikten paydalandı (mısalı O.D.Xvolson).

Keyinirek basqa da ko’pshilik, sonın’ ishinde elektromagnitlik qubılıslar u’yrenilgennen keyin bul printsiptin’ qa’legen qubılıs ushın orın alatug’ınlıg’ı moyınlana basladı. Usınday ulıwma tu’rde bul printsip arnawlı salıstırmalılıq teoriyasının’ salıstırmalılıq printsipi yamasa a’piwayı tu’rde salıstırmalılıq printsipi dep ataladı. Ha’zirgi waqıtları bul printsiptin’ mexanikalıq ha’m elektromagnit qubılısları ushın da’l orınlanatug’ınlıg’ı ko’p eksperimentler ja’rdeminde da’lillendi. Sog’an qaramastan salıstırmalılıq printsipi postulat bolıp tabıladı. Sebebi ele ashılmag’an fizikalıq nızamlar, qubılıslar ko’p. Sonın’ menen birge fizika ilimi qanshama rawajlang’an sayın ele ashılmag’an jan’a mashqalalardın’ payda bola beriwi so’zsiz. Sonlıqtan salıstırmalılıq printsipi barqulla postulat tu’rinde qala beredi.

Salıstırmalılıq printsipi sheksiz ko’p sanlı geometriyası evklidlik bolg’an, birden-bir waqıtqa iye esaplawlar sistemaları bar degen boljawg’a tiykarlang’an. Ken’islik-waqıt boyınsha qatnaslar ha’r bir esaplaw sistemasında birdey, bul belgisi boyınsha koordinatalar sistemalarının’ bir birinen parqı joq. Usınday boljawdın’ durıslıg’ı ko’p sanlı eksperimentlerde tastıyıqlang’an. Ta’jiriybe bunday sistemalarda Nyutonnın’ birinshi nızamının’ orınlanatug’ınlıg’ın ko’rsetedi. Sonlıqtanda bunday sistemalar inertsiallıq sistemalar dep ataladı. Bunday sistemalar bir birine salıstırg’anda ten’ o’lshewli tuwrı sızıq boyınsha qozg’aladı.

Galiley tu’rlendiriwleri. Qozg’alıwshı koordinatalar sisteması qozg’almaytug’ın koordinatalar sistemasına salıstırg’anda ha’r bir waqıt momentinde belgili bir awhalda boladı[g’]. Eger koordinatalar sistemalarının’ basları 5 = 0 waqıt momentinde bir noqatta jaylasatug’ın bolsa, 5 waqıttan keyin qozg’alıwshı sistemanın’ bası x = v5 noqatında jaylasadı. Sonlıqtan da, eger qozg’alıs tek x ko’sherinin’ bag’ıtında bolg’anda

$$x' = x - vt,\ u' = u,\ z' = z,\ t' = t. \qquad (10\text{-}4)$$

Bul formulalar Galiley tu’rlendiriwleri dep ataladı.

Eger shtrixları bar koordinatalar sistemasınan shtrixları joq sistemag’a o’tetug’ın bolsaq tezliktin’ belgisin o’zgeritwimiz kerek. Yag’nıy v = - v. Sonda

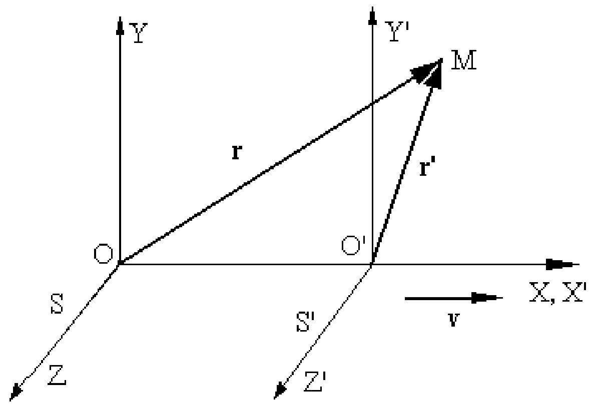
$$x = x' + vt,\ \ u = u',\ z = z',\ \ t = t'. \qquad (10\text{-}5)$$

---

[2] Birinshiden awhalda boladı dep aytılg’anda qozg’alıwshı koordinatalar sistemasının’ ken’isliktegi belgili bir orındı iyeleytug’ınlıg’ı inabatqa alınadı. Ekinshiden “koordinatalar sisteması- ha’m “esaplaw sisteması- tu’sinikleri bir ma’niste qollanılıp atır.

formulaların alamız.

(10-5) (10-4) ten ten’lemelerdi sheshiw jolı menen emes, al (10-4) ke salıstırmalılıq printsipin qollanıw arqalı alıng’anlıg’ına itibar beriw kerek.



35-su’wret. Shtrixlang’an ha’m shtrixlanbag’an koordinatalar sistemalarının’ bir birine salıstırg’andag’ı qozg’alısı. X ha’m X′ ko’sherlerin o’z-ara parallel etip alıw en’ a’piwayı jag’day bolıp tabıladı.

Koordinatalar sistemasın burıw yamasa esaplaw basın o’zgertiw arqalı koordinatalar sistemasının’ ju’da’ a’piwayı tu’rdegi o’z-ara jayg’asıwların payda etiwge boladı.

§ 11. Tu’rlendiriw invariantları

Koordinatalardı tu’rlendirgende ko’pshilik fizikalıq shamalar o’zlerinin’ san ma’nislerin o’zgertiwi kerek. Ma’selen noqattın’ ken’isliktegi awhalı (x,6,z) u’sh sanının’ ja’rdeminde anıqlanadı. A’lbette ekinshi sistemag’a o’tkende bul sanlardın’ ma’nisleri o’zgeredi.

Eger fizikalıq shama koordinatalardı tu’rlendirgende o’z ma’nisin o’zgertpese, onday shamalar saylap alıng’an koordinatalar sistemalarına g’a’rezsiz bolg’an obektiv a’hmiyetke iye boladı. Bunday shamalar tu’rlendiriw invariantları dep ataladı.

İnvariant shamalar to’mendegiler bolıp tabıladı:

Uzınlıq

$$1 = \sqrt{(x_2^{'} - x_1^{'})^2 + (y_2^{'} - y_1^{'})^2 + (z_2^{'} - z_1^{'})^2} =$$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = 1'. \qquad (11\text{-}1)$$

Galiley tu’rlendiriwine qarata invariant.

Bir waqıtlılıq tu’siniginin’ absolyutligi. (11-1) menen (11-2) degi keyingi ten’likke itibar bersek (t = t′) eki koordinatalar sistemasında da saatlar birdey tezliklerde ju’retug’ınlıg’ına iye bolamız. Demek bir sistemada belgili bir waqıt momentinde ju’z beretug’ın waqıyalar ekinshi sistemada da tap sol waqıt momentlerinde ju’z beredi. Sonlıqtan saylap alıng’an sistemadan g’a’rezsiz eki waqıyanın’ bir waqıtta ju’z bergenligin tastıyıqlaw absolyut xarakterge iye boladı.

Waqıt intervalınınʼ invariantlılıgʼı. $t = t'$ waqıttı tuʼrlendiw formulasınınʼ jaʼrdeminde waqıt intervalın tuʼrlendiriw muʼmkin. Meyli qozgʼalıwshı sistemada t_1' haʼm t_2' waqıt momentlerinde eki waqıya juʼz bersin. Usı eki waqıya arasındagʼı interval

$$\Delta t = t_2 - t_1. \qquad (11\text{-}2)$$

Qozgʼalmaytugʼın esaplaw sistemasında bul waqıyalar $t_1 = t_1'$ haʼm $t_2 = t_2'$ waqıt momentlerinde bolıp oʼtti. Sonlıqtan

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_2' - t_1' = \Delta t'. \qquad (11\text{-}3)$$

Demek waqıt intervalı Galiley tuʼrlendiriwlerininʼ invariantı bolıp tabıladı.

Nyuton tenʼlemelerininʼ Galiley tuʼrlendiriwlerine qarata invariantlılıgʼı. Tezliklerdi qosıw haʼm tezleniwdinʼ invariantlılıgʼı. Shtrixları bar esaplaw sistemasında materiallıq noqat qozgʼalatugʼın, al koordinatalar waqıtqa gʼaʼrezliligi

$$x' = x'(t'), \quad u' = u'(t'), \; z' = z'(t'). \qquad (11\text{-}4)$$

formulaları menen berilgen bolsın. Bunday jagʼdayda tezliktinʼ qurawshıları

$$u_x' = dx' = dx'/dt', \; u' = du'/dt', \; u_z' = dz'/dt'. \qquad (11\text{-}5)$$

Qozgʼalmaytugʼın esaplaw sistemasına kelsek

$$x(t) = x'(t) + vt, \; u(t) = u'(t), \; z(t) = z'(t), \; t' = t, \qquad (11\text{-}6)$$

al tezliktinʼ qurawshıları

$$u_x = dx/dt = dx'/dt + v*dt'/dt = dx'/dt' + v*dt'/dt = u_x' + v,$$
$$u_u = du/dt = du'/dt = du'/dt' = u_u',$$
$$u_z = dz/dt = dz'/dt = dz'/dt' = u_z'. \qquad (11\text{-}7)$$

formulaları menen anıqlanadı.

Bul formulalar klassikalıq relyativistlik emes mexanikanınʼ tezliklerdi qosıw formulaları bolıp tabıladı.

Keyingi formulalar jaʼrdeminde biz tezleniw ushın anʼlatpalar alıwımız muʼmkin. Olardı differentsiallaw arqalı haʼm $dt = dt'$ dep esaplasaq

$$d^2x/dt^2 = d^2x'/dt'^2, \quad d^2u/dt^2 = d^2u'/dt'^2, \quad d^2z/dt^2 = d^2z'/dt'^2. \qquad (11\text{-}8)$$

ekenligine iye bolamız. Bul formulalar tezleniwdinʼ Galiley tuʼrlendiriwlerine qarata invariant ekenligi koʼrsetedi.

Demek Nyuton nızamları Galiley tuʼrlendiriwlerine qarata invariant eken.

> Tu'rlendiriw invariantları koordinatalar sistemaların saylap alıwg'a baylanıslı emes, al u'yrenilip atırg'an obektlerdegi en' a'hmiyetli haqıyqıy qa'sietlerin ta'ripleydi.

§ 12. Jaqtılıq tezliginin' shekliligi

1. Jaqtılıq haqqındag'ı ko'z-qaraslardın' rawajlanıwı.
2. Jaqtılıqtın' tezligin Remer ta'repinen o'lshew.
3. Du'nyalıq efir tu'sinigi.
4. Maykelson-Morli ta'jiriybesi.
5. Fizo ta'jiriybesi.
6. Galiley tu'rlendiriwlerinin' sheklengenligi.

Galiley tu'rlendiriwlerinin' durıs-nadurıslıg'ı eksperimentte tekserilip ko'riliwi mu'mkin. Galiley tu'rlendiriwleri boyınsha alıng'an tezliklerdi qosıw formulasının' juwıq ekenligi ko'rsetildi. Qa'teliktin' tezlik joqarı bolg'an jag'daylarda ko'p bolatug'ınlıg'ı ma'lim boldı. Bul jag'daylardın' barlıg'ı da jaqtılıqtın' tezligin o'lshew barısında anıqlandı.

Jaqtılıqtın' tezligi haqqındag'ı ko'z-qaraslardın' rawajlanıwı:

Antik (a'yemgi) da'wirlerdegi oyshıllardın' pikirleri boyınsha:

Platon (b.e.sh. 427-347) - ko'riw nurları teoriyasın qolladı. Bul teoriya boyınsha ko'zden nurlar shıg'ıp, predmetlerdi barıp "barlastırıp ko'rip" ko'zge qaytıp keledi.

Demokrit (b.e.sh. 460-370) - atomistlik teoriya ta'repinde bolıp, ko'zge jaqtılıq nurları kelip tu'sedi.

Aristotelde (b.e.sh. 384-322) Demokritke sa'ykes pikirde boldı.

Bul eki tu'rli ko'z qaraslar Evklid (b.e.sh. 300-jıllar) ta'repinen biri birine ekvivalent etti. Ol jaqtılıqtın' tuwrı sızıqlı tarqalıw ha'm shag'ılısıw nızamların ashtı.

Jan'a fizikanın' tiykarın salıwshı Galiley (1564-1642) jaqtılıqtın' tezligi shekli dep esapladı. Tezlikti o'lshew boyınsha ol qollang'an a'piwayı usıllar durıs na'tiyje bere almadı. R.Dekart (1596-165) bolsa pu'tkilley basqasha ko'z-qarasta boldı. Onın' pikirinshe jaqtılıq sheksiz u'lken tezlik penen taralatug'ın basım.

Grimaldi (1618-1660) ha'm Guk (1625-1695) jaqtılıqqa tolqınlıq ko'z-qarasta qaradı. Olardın' pikirinshe jaqtılıq bir tekli ortalıqtag'ı tolqınlıq qozg'alıs.

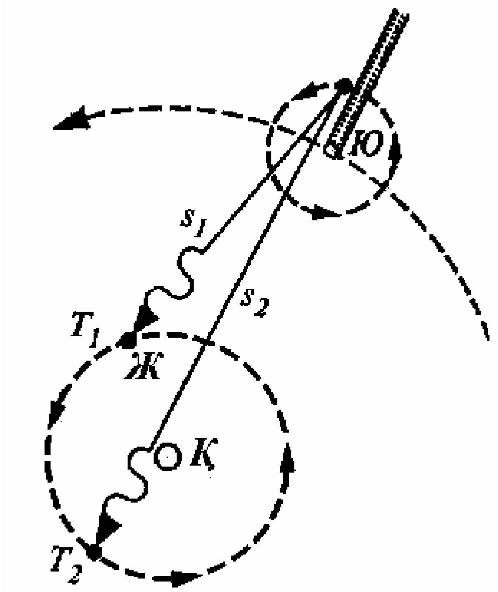
Jaqtılıqtın' tolqınlıq teoriyasının' tiykarın salıwshı Xristian Gyuygens (1629-1695) bolıp tabıladı.

İ.Nyuton (1643-1727) "a'ytewir oylardan gipoteza payda etpew" maqsetinde jaqtılıqtın' ta'biyatı haqqında shın kewli menen pikir aytpadı. Biraq ol jaqtılıqtın' korpuskulalıq teoriyasın ashıq tu'rde qabıl etti.

Jaqtılıqtın' tezligin Remer ta'repinen o'lshew. Jaqtılıqtıı tezligi birinshi ret 1676-jılı Remer ta'repinen o'lshendi. Sol waqıtlarg'a shekem Yupiter planetasının' joldaslarının' aylanıw da'wirinin' Jer Yupiterge jaqınlasqanda kishireyetug'ının, al Jer Yupiterden alıslag'anda u'lkeyetug'ınlıg'ın ta'jiriybeler anıq ko'rsetti. Su'wrette Yupiterdin' bir joldasının' tutılıwdın keyingi momenti ko'rsetilgen. Yupiterdin' Quyash do'geregin aylanıp shıg'ıw da'wiri Jerdin'

Quyash do'geregin aylınıp shıg'ıw da'wirinen a'dewir u'lken bolg'anlıg'ına baylanıslı Yupiterdi qozg'almaydı dep esaplaymız. Meyli bazı bir t_1 momentinde Yupiterdin' joldası sayadan shıqsın ha'm Jerdegi bag'lawshı ta'repinen $T_1 = t_1 + s_1/s$ waqıt momentinde belgilensin. Bul jerde s_1 baqlaw waqtındag'ı Jer menen joldastın' sayadan shqqan jerine shekemgi aralıq. Yupiterdin' joldası ekinshi ret sayadan shıqqan waqıttı Jerdegi baqlawshı $T_2 = t_2 + s_2/s$ waqıt momentinde baqladım dep belgilep qoyadı. Sonlıqtan Jerdegi baqlawshı Yupiterdin' joldası ushın aylanıw da'wirine

$$T_{baql.} = T_2 - T_1 = T_{haqıyqıy} + (s_2 - s_1)/s$$



36-su'wret. Jaqtılıq tezligin R—mer boyınsha anıqlawdın' sxeması.

shamasın aladı. Bul jerde $T_{haqıyqıy} = t_2 - t_1$. Demek ha'rqanday $s_2 - s_1$ lerdin' bolıwının' na'tiyjesinde joldastın' Yupiterdi aylanıw da'wiri ha'r qıylı boladı. Biraq ko'p sanlı o'lshewlerdin' na'tiyjesinde (Jer Yupiterge jaqınlap kiyatırg'anda alıng'an ma'nisler "-- belgisi menen alınadı ha'm barlıq s ler bir birin joq etedi) usı ha'r qıylılıqtı joq etiw mu'mkin.

$T_{haqıyqıy}$ dı bile otırıp keyingi formula ja'rdeminde jaqtılıqtın' tezligin anıqlaw mu'mkin:

$$s = (s_2 - s_1)/(T_{baql} - T_{haqıyqıy}). \qquad (12\text{-}1)$$

s_2 ha'm s_1 shamaları astronomiyalıq baqlawlardan belgili.

Na'tiyjede Remer s = 214 300 km/s na'tiyjesin aldı.

1727-jılı Bradley jaqtılıqtın' aberratsiyası qubılısın paydalanıw jolı menen alıng'an na'tiyjenin' da'lligin joqarılattı.

Nyutonnın' jeke abırayı jaqtılıqtın' korpuskulalardın' ag'ımı degen pikirdi ku'sheytti. Gyuygenstin' jaqtılıqtın' tolqınlıg'ı haqqındag'ı ko'z-qarası ta'repdarlarının' bar bolıwına qaramastan ju'z jıllar dawamında dıqqattan sırtta qaldı. 1801-jılı Yung interferentsiya printsipin keltirip shıg'ardı. Al 1818-jılı Frenel korpuskulalıq teoriyag'a ku'shli soqqı berdi. Ol jaqtılıqtın' tolqınlıq qa'siyeti haqqındag'ı ko'z-qarastan difraktsiya ma'selesin sheshti. Korpuskulalıq teoriya ko'z-qarasınan bul ma'selelerdi sheshilmedi. Sonlıqtan 1819-jıldan keyin jaqtılıq belgili bir ortalıqta tarqalatug'ın tolqın sıpatında qarala basladı. Korpuskulalıq teoriya qısıp shıg'arıldı.

Na'tiyjede jaqtılıq taralatug'ın serpimli ortalıq - du'nyalıq efir haqqında pikir qa'liplesti. A'lemdi toltırıp tınıshlıqta turatug'ın bul efir "Du'nyalıq efir- dep atala basladı. Usınday efir teoriyasın do'retiwge, efir ha'm onın' fizikalıq qa'siyetleri haqqında gipotezalar usınıwda o'tken a'sirdin' ko'p sandag'ı belgili ilimpazları qatnastı.

Mısallar keltiremiz.

1. Gerts gipotezası: efir o'zinde qozg'alıwshı deneler ta'repinen tolıg'ı menen alıp ju'riledi, son'lıqtan qozg'alıwshı dene ishindegi efirdin' tezligi usı denenin' tezligine ten'.

2. Lorents (H.A.Lorentz) gipotezası: efir qozg'almaydı, qozg'alıwshı denenin' ishki bo'limindegi efir bul qozg'alısqa qatnaspaydı.

3. Frenel ha'm Fizo gipotezası: efirdin' bir bo'limi qozg'alıwshı materiya ta'repinen alıp ju'riledi.

4. Eynshteyn gipotezası (O.D.Xvalson boyınsha Eynshteyn ha'm Plank gipotezası) boyınsha heshqanday efir joq.

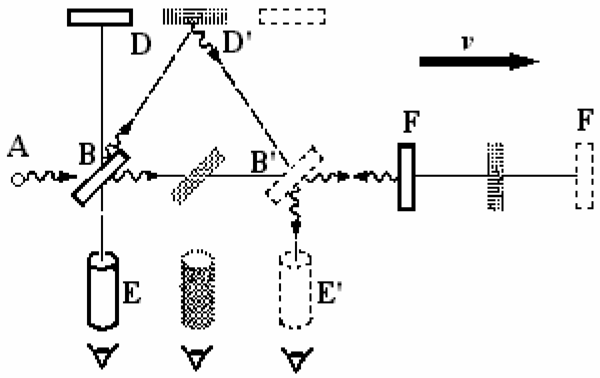
Eynshteyn gipotezası keyinirek payda bolg'anlıqtan (19-a'sirdin' bası) da'slepki waqıtları turg'an efirge salıstırg'andag'ı jaqtılıqtın' tezligin anıqlaw mashqalası pisip jetti. Tınısh turg'an "Du'nyalıq efir- ge salıstırg'andag'ı qozg'alıs absolyut qozg'alıs bolıp tabıladı. Sonlıqtan o'tken a'sirdin' (19-a'sir) 70-80 jıllarına kele "Absolyut qozg'alıstı-, "Absolyut tezliklerdi- anıqlaw fizika ilimindegi en' a'hmiyetli mashqalalarg'a aylandı.

Payda bolg'an pikirler to'mendegidey:

1. Jer, basqa planetalar qozg'almay turg'an du'nyalıq efirge salıstırg'anda qozg'aladı. Bul qozg'alıslarg'a efir ta'sir jasamaydı (Lorentstin' pikirin qollawshılar).

2. Efir qozg'alıwshı dene menen birge belgili bir da'rejede alıp ju'riledi (Frenel ta'limatın qollawshılar).

Bul ma'selelerdi sheshiw ushın 1881-jılı Maykelson (Michelson´a), 1887-jılı Maykelson Morli (Morley) menen birlikte, 1904-jılı Morli ha'm Miller (Miller) interferentsiya qubılısın baqlawg'a tiykarlang'an Jerdin' absolyut tezligin anıqlaw boyınsha tariyxıy ta'jiriybeler ju'rgizdi. Maykelson, Morli ha'm Millerler Lorents gipotezası (efirdin' qozg'almaslıg'ı) tiykarında Jerdin' absolyut tezligin anıqlawdı ma'sele etip qoydı. Bul ta'jiriybeni a'melge asırıwdın' ideyası interferometr ja'rdeminde biri qozg'alıs bag'ıtındag'ı, ekinshisi qozg'alıs bag'ıtına perpendikulyar bag'ıttag'ı eki joldı salıstırıw bolıp tabıladı. İnterferometrdin' islew printsipi, sonın' ishinde Maykelson-Morli interferometri ulıwma fizika kursının' "Optika- bo'liminde tolıq talqılanadı.



37-su'wret. Efirge baylanıslı bolg'an koordinatalar sistemasındag'ı Maykelskon-Morli ta'jiriybesinin' sxeması. Su'wrette interferometrdin' efirge salıstırg'andag'ı awhallarının' izbe-izligi ko'rsetilgen.

Biraq bul tariyxıy ta'jiriybeler ku'tilgen na'tiyjelerdi bermedi: Orınlang'an eksperimentten Jerdin' absolyut tezligi haqqında hesh qanday na'tiyjeler alınbadı. Jıldın' barlıq ma'wsiminde de (barlıq bag'ıtlarda da) Jerdin' "efirge- salıstırg'andag'ı tezligi birdey bolıp shıqtı.

Ta'jiriybeler basqa da izertlewshiler ta'repinen jaqın waqıtlarg'a shekem qaytalanıp o'tkerilip keldi. Lazerlardin' payda bolıwı menen ta'jiriybelerdin' da'lligi joqarılatıldı. Ha'zirgi waqıtları "efir samalıF nın' tezliginin' (eger ol bar bolsa) 10 m/ s tan kem ekenligi da'lillendi.

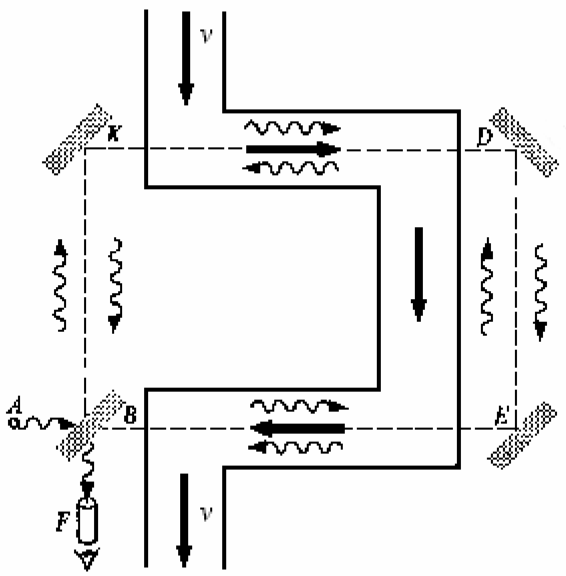
Maykelson-Morli ha'm "efir samalıF nın' tezligin anıqlaw maqsetinde o'tkerilgen keyingi ta'jiriybelerden to'mendegidey na'tiyjelerdi shıg'arıw mu'mkin:

1. U'lken massag'a iye deneler o'z a'tirapındag'ı efirdi tolıg'ı menen birge qosıp alıp ju'redi (demek Gerts gipotezası durıs degen so'z). Sonlıqtan usınday deneler a'tirapında "efir samalı" nın' baqlanbawı ta'biyiy na'rse.

2. Efirde qozg'alıwshı denelerdin' o'lshemleri turaqlı bolıp qalmaydı. Bul jag'dayda Gerts gipotezasın durıs dep esaplay almaymız.

Al efirdin' bir bo'limi (bir bo'limi, al tolıg'ı menen emes) Jer menen birge alıp ju'rile me? degen sorawg'a juwap beriw ushın 1860-jılı Fizo ta'repinen ta'jiriybeler ju'rgizildi.

Fizo ta'jiriybesinin' ideyası qozg'alıwshı materiallıq denedegi (mısalı suwdag'ı) jaqtılıqtın' tezligin o'lshewden ibarat. Meyli usı ortalıqtag'ı jaqtılıqtın' tezligi $u' = s/n$ (n ortalıqtın' sınıw ko'rsetkishi) bolsın. Eger jaqtılıq tarqalatug'ın ortalıqtın' o'zi v tezligi menen qozg'alatug'ın bolsa qozg'almaytug'ın baqlawshıg'a salıstırg'andag'ı jaqtılıqtın' tezligi $u' \pm v$ g'a ten' bolıwı tiyis. Bul an'latpada + belgisi ortalıq penen jaqtılıq bir bag'ıtta qozg'alatug'ın jag'dayg'a tiyisli. O'zinin' ta'jiriybesinde Fizo ortalıqtın' qozg'alıw bag'ıtındag'ı ha'm bul bag'ıtqa qarama-qarsı bolg'an bag'ıttag'ı jaqtılıqtın' tezliklerin salıstırdı.



38-su'wret. Fizo ta'jiriybesinin' sxeması.

Ortalıqtın' qozg'alıw bag'ıtındag'ı ($u^{(+)}$) ha'm bul bag'ıtqa qarama-qarsı bag'ıttag'ı (u') jaqtılıqtın' tezlikleri bılay esaplanadı:

$$u^{(+)} = u' + kv, \quad u^{(-)} = u' - kv.$$

Bul an'latpalardag'ı k eksperimentte anıqlanıwı kerek bolg'an koeffitsient. Eger $k = 1$ bolsa tezliklerdi qosıwdın' klassikalıq formulası orınlı boladı. Eger $k \neq 1$ bolıp shıqsa bul klassikalıq formula durıs na'tiyje bermeydi.

l arqalı suyıqlıqtag'ı jaqtılıq ju'rip o'tetug'ın uzınlıqtı belgileyik. t_0 arqalı suyıqlıq arqalı o'tken waqıttı esaplamag'anda jaqtılıqtın' eksperimentallıq du'zilis arqalı o'tetug'ın waqtın belgileymiz. Bunday jag'dayda eki nurdın' (birewi suyıqlıqtın' qozg'alıw bag'ıtında, ekinshisi og'an qarama-qarsı) eksperimentallıq du'zilis arqalı o'tiw waqtı to'mendegidey an'latpalar ja'rdeminde esaplanadı:

$$t_1 = t_0 + l/(u' + kv), \quad t_2 = t_0 + l/(u' - kv).$$

Bul an'latpalardan eki nurdın' ju'risleri arasındag'ı ayırma waqıt boyınsha to'mendegi formulalar boyınsha esaplanatug'ınlıg'ı kelip shıg'adı:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 2lkv/(u'^2 - k^2v^2)$$

İnterferentsiyalıq jolaqlar boyınsha ju'risler ayırmasın o'lshep, l, v, u' lardın' ma'nislerin qoyıp keyingi formuladan k nı anıqlaw mu'mkin. Fizo ta'jiriybesinde

$$k = 1 - 1/n^2$$

ekenligi ma'lim bolg'an. Suw ushın $n = 1.3$. Demek $k = 0.4$ ekenligi kelip shıg'adı. Sonlıqtan $u^{(+)} = u' + kv$, $u^{(-)} = u' - kv$ formulalarınan $u = u' \pm 0.4\,v$ an'latpası kelip shıg'adı (klassikalıq fizika boyınsha $u = u' \pm v$ bolıp shıg'ıwı kerek edi). Na'tiyjede Fizo ta'jiriybesinde tezliklerdi qosıw ushın tezliklerdi qosıwdın' klassikalıq formulasınan paydalanıwg'a bolmaytug'ınlıg'ı da'lillenedi. Sonın' menen birge bul ta'jiriybeden qozg'alıwshı dene ta'repinen efir jarım-jartı alıp ju'riledi degen juwmaq shıg'arıwg'a boladı ha'm deneler ta'repinen a'tirapındag'ı efir tolıq alıp ju'riledi degen gipoteza (Gerts gipotezası) tolıg'ı menen biykarlanadı.

Fizo ta'jiriybesinin' juwmaqları baspadan shıqqannan keyin eki tu'rli pikir qaldı:

1. Efir qozg'almaydı, yag'nıy ol materiya qozg'alısına pu'tkilley qatnaspaydı.

2. Efir qozg'alıwshı materiya ta'repinen alıp ju'riledi, biraq onın' tezligi qozg'alıwshı materiyanın' tezliginen o'zgeshe boladı.

A'lbette, ekinshi gipotezanı rawajlandırıw ushın efir menen qozg'alıwshı materiyanı baylanıstıratug'ın qanday da bir jag'daydı qa'liplestiriw kerek boladı.

Fizo jasag'an da'wirde bunday na'tiyje tan'lanıw payda etpedi. Sebebi joqarıda ga'p etilgenindey Fizo ta'jiriybesi o'tkerilmesten a'dewir burın Frenel qozg'alıwshı materiya ta'repinen efir tolıq alıp ju'rilmeytug'ınlıg'ı haqqında boljaw aytqan edi. A'lbette Frenel qozg'alıwshı materiya efirdi qanshama alıp ju'redi degen sorawg'a juwap bergen joq. Usının' na'tiyjesinde joqarıda aytıp o'tilgen Frenel ha'm Fizo gipotezası payda boldı.

Albert Eynshteyn o'zinin' 1920-jılı jarıq ko'rgen "Efir ha'm salıstırmalılıq teoriyası" maqalasında bılay dep jazadı:

"Jaqtılıqtıq qa'siyetleri menen materiallıq denelerde tarqalatug'ın serpimli tolqınlar qa'siyetleri arasındag'ı uqsaslıqtın' bar ekenligi anıq ko'ringenlikten XIX a'sirdin' birinshi yarımında efir gipotezası qaytadan ku'shli tu'rde qollap-quwatlana basladı. Jaqtılıqtı inert massag'a iye ha'm A'lemdi tolıg'ı menen toltırıp turatug'ın serpimli ortalıqtag'ı terbelmeli protsess dep qarawdın' durıslıg'ı gu'man payda etpedi. Og'an qosımsha jaqtılıqtın' polyarizatsiyası usı ortalıqtın' qattı denelerdin' qa'siyetlerine uqsaslıg'ın keltirip shıg'ardı. Sebebi suyıqlıqta emes, al qattı denelerde g'ana ko'ldenen' tolqınlar tarqala aladı. Solay etip bo'leksheleri jaqtılıq tolqınlarına sa'ykes kishi deformatsiyalıq qozg'alıs penen qozg'ala alatug'ın "kvaziserpimli" jaqtılıq efiri haqqındag'ı teoriyag'a kelip jetti.

Qozg'almaytug'ın efir teoriyası dep te atalg'an bul teoriya keyinirek Fizo ta'jiriybesinde tirek taptı. Bul ta'jiriybeden efirdin' qozg'alısqa qatnaspaydı dep juwmaq shıg'arıwg'a boladı. Fizo ta'jiriybesi arnawlı salıstırmalılıq teoriyası ushın da fundamentallıq a'hmiyetke iye. Jaqtılıqtın' aberratsiyası qubılısı da tap sonday bolıp kvaziqattı efir teoriyasının' paydası ushın xızmet ettiF.

A.Eynshteyn 1910-jılı jarıq ko'rgen "Salıstırmalılıq printsipi ha'm onın' saldarları" miynetinde Fizo ta'jiriybesinin' jıldın' ha'r qıylı ma'wsimlerinde qaytalang'anlıg'ın, biraq barlıq waqıtları da birdey na'tiyjelerge alıp kelgenligin atap o'tedi. Sonın' menen birge Fizo ta'jiriybesinen qozg'alıwshı materiya ta'repinen Gerts gipotezası jarım-jartı alıp ju'riletug'ını kelip shıg'atug'ınlıg'ı, al basqa barlıq ta'jiriybelerdin' bul gipotezanı biykarlaytug'ınlıg'ı aytılg'an.

Tek salıstırmalılıq teoriyası payda bolg'annan keyin g'ana *Fizo ta'jiriybesinin' tezliklerdi qosıwdın' klassikalıq formulasının' ha'm Galiley tu'rlendiriwlerinin' durıs emes ekenliginin' da'lilleytug'ın ta'jiriybe ekenligi anıqlandı.*

Solay etip jaqtılıqtın' tezligi haqqındag'ı ko'z-qaraslar 200-300 jıllar dawamında u'lken o'zgerislerge ushıradı ha'm o'tken a'sirdin' aqırında onın' turaqlılıg'ı haqqında pikirler payda bola basladı.

Jaqtılıqtın' vakuumdegi tezliginin' turaqlılıg'ı (jaqtılıq tezliginin' derektin' yamasa jaqtılıqtı qabıl etiwshinin' tezligine baylanıssızlıg'ı) ko'p sanlı eksperimentallıq jumıslardın' ta'biyiy juwmag'ı bolıp tabıladı. Maykelson-Morli ha'm Fizo ta'jiriybeleri tariyxıy jaqtan birinshi ta'jiriybeler boldı. Keyin ala bul ta'jiriybeler basqa da ta'jiriybeler menen tolıqtırıldı. Biraq sog'an qaramastan jaqtılıq tezligin turaqlı dep tastıyıqlaw tuwrıdan-tuwrı eksperimentallıq tekseriwler mu'mkinshilikleri sheklerinen shıg'ıp ketetug'ın postulat bolıp tabıladı.

Eger ju'rip baratırg'an poezdda ha'r bir sekundta bir retten mıltıq atılıp tursa (poezddag'ı mıltıq atıwdın' jiyiligi 1 atıw/s), poezd jaqınlap kiyatırg'an platformada turg'an baqlawshıg'a mıltıq dawıslarının' jiyiligi ko'birek bolıp qabıl etiledi (ω>1 atıw/s). Al poezd alıslap baratırg'an jag'dayda platformada turg'an baqlawshıg'a mıltıq dawısları siyreksiydi (ω<1 atıw/s).

Maykelson-Morli ta'jiriybesinde birdey uzınlıqtag'ı "iyinlerdi" alıw mu'mkinshiligi bolg'an joq. Sebebi "iyinlerdi" birdey etip alıw uzınlıqtı metrdin' millionnan bir u'lesindey da'llikte o'lshewdi talap etedi. Bunday da'llik Maykelson-Morli zamanında bolg'an joq.

§ 13. Lorents tu'rlendiriwleri ha'm onın' na'tiyjeleri

1. Tiykarg'ı printsipler.
2. Koordinatalardı tu'rlendiriwdin' sızıqlılıg'ı.
3. y ha'm z ushın tu'rlendiriwler
4. x penen t ushın tu'rlendiriw.
5. Bir waqıtlılıqtın' salıstırmalılıg'ı.
6. İntervaldın' invariantlılıg'ı.
7. Ken'islikke megzes ha'm waqıtqa megzes intervallar.
8. Qozg'alıstag'ı saatlardın' ju'riw tempi. Menshikli waqıt.
9. Tezliklerdi qosıw.
10. Tezleniwdi tu'rlendiriw.

Tiykarg'ı printsipler. Galiley tu'rlendiriwleri u'lken tezliklerde durıs na'tiyjelerdi bermeydi. Bul tu'rlendiriwlerden jaqtılıq tezliginin' turaqlılıg'ı kelip shıqpaydı, inertsial koordinatalar sistemasındag'ı koordinatalar menen waqıt arasındag'ı baylanıslardı durıs sa'wlelendirmeydi. Sonlıqtan eksperimentattıq faktlerdi durıs sa'wlelendiretug'ın, jaqtılıqtın' tezlilginin' turaqlılıg'ına alıp keletug'ın tu'rlendiriwlerdi tabıw kerek. Bul tu'rlendiriwler Lorents tu'rlendiriwleri dep ataladı. Bul tu'rlendiriwler to'mendegidey printsipler tiykarında keltirilip shıg'ıwı mu'mkin:

1) salıstırmalılıq printsipi;

2) jaqtılıqtın' tezliginin' turaqlılıq printsipi.

Koordinatalardı tu'rlendiriwdin' sızıqlılıg'ı. Ulıwmalıq jag'daylarda tu'rlendiriwler to'mendegidey ko'riniske iye boladı:

$$x' = F_1(x,y,z,t),\ y' = F_2(z,y,z,t),\ z' = F_3(x,y,z,t),\ t' = F_4(x,y,z,t). \qquad (13\text{-}1)$$

Bul an'latpalardın' on' ta'repinde tu'rin anıqlaw za'ru'r bolg'an geypara F_i funktsiyaları tur.

Bul funktsiyalardın' ulıwma tu'ri ken'islik penen waqıttın' qa'siyetleri menen anıqlanadı. Biz saylap alg'an esaplaw sistemasındag'ı noqatlar bir birinen ayırılmaydı dep esaplaymız. Demek koordinata basın ken'isliktin' qa'legen noqatına ko'shiriw mu'mkin. Usınday jag'dayda qa'legen geometriyalıq obektler arasındag'ı barıq geometriyalıq qantaslar o'zgerissiz qalıwı kerek. Bul qa'siyet ken'isliktin' bir tekliligi dep ataladı (ken'isliktin' qa'sietinin' bir noqattan ekinshi noqatqa o'tkende o'zgermey qalıwı). Sonın' menen birge ha'r bir noqatta koordinata ko'sherlerin ıqtıyarlı tu'rde bag'ıtlaw mu'mkin. Bul jag'dayda da qa'legen geometriyalıq obektler arasındag'ı barıq geometriyalıq qatnaslar o'zgerissiz qaladı. *Bul ken'isliktin' qa'siyetinin' barlıq bag'ıtlar boyınsha birdey ekenligi bildiredi. Bunday qa'siyetti ken'isliktin' izotroplılıg'ı dep ataymız.*

İnirtsial esaplaw sistemalarındag'ı bir tekliligi menen izotroplılıg'ı ken'isliktin' en' baslı qa'siyetlerinin' biri bolıp tabıladı.

Waqıt ta bir teklilik qa'siyetke iye. Fizikalıq jaqtan ol to'mendegidey ma'niske iye:

Meyli belgili bir fizikalıq situatsiya bazı bir waqıt momentinde payda bolsın. Waqıttın' bunnan keyingi momentlerinde situatsiya rawajlana baslaydı. Meyli usınday situatsiya basqa bir waqıt momentinde payda bolsın. Bul jag'dayda da tap birinshi jag'daydag'ıday bolıp situatsiya rawajlanatug'ın bolsa waqıt bir tekli dep esaplanadı. Solay etip *waqıttın' bir tekliligi dep fizikalıq situatsiyanın' qaysı waqıt momentinde payda bolg'anlıg'ına g'a'rezsiz birdey bolıp rawajlanıwına ha'm o'zgeriwine aytamız.*

Ken'islik penen waqıttın' bir tekliliginen

$$x' = F_1(x,y,z,t),\ y' = F_2(z,y,z,t),\ z' = F_3(x,y,z,t),\ t' = F_4(x,y,z,t). \qquad (13\text{-}2)$$

tu'rlendiriwlerinin' sızıqlı bolıwının' kerekligi kelip shıg'adı. Da'lillew ushın x' tın' sheksiz kishi o'simi dx' tı qaraymız. Bul o'zgeriske shtrixı joq sistemada sheksiz kishi dx, dy, dz ha'm dt o'simleri sa'ykes keledi. Tolıq differentsial formulasınan

$$dx' = (\partial F_1/\partial x)dx + (\partial F_1/\partial y)dy + (\partial F_1/\partial x)dz + (\partial F_1/\partial x)dt \qquad (13\text{-}3)$$

an'latpasın alamız. Ken'islik penen waqıttın' bir tekliliginen bul matematikalıq qatnaslar ken'isliktin' barlıq noqatlarında ha'm barlıq waqıt momentlerinde birdey bolıwı kerek. Sonlıqtan $\partial F_1/\partial x$, $\partial F_1/\partial y$, $\partial F_1/\partial x$, $\partial F_1/\partial x$ shamaları waqıttan g'a'rezsiz turaqlı sanlar bolıwı sha'rt. Sonlıqtan F_1 funktsiyası

$$F_1(x, y, z, t) = A_1x + A_2y + A_3z + A_4t + A_5. \qquad (13\text{-}4)$$

tu'rinde bolıwı kerek. Bul formuladag'ı A_1, A_2, A_3 ha'm A_4 shamaları turaqlılar. Solay etip $F_1(x, y, z, t)$ funktsiyası o'zinin' argumentlerinin' sızıqlı funktsiyası bolıp tabıladı. Tap usınday etip F_2, F_3 ha'm F_4 funktsiyalarının' da sızıqlı ekenligi da'lillewge boladı.

y ha'm z ushın tu'rlendiriwler. Ha'r bir koordinatalar sistemasında noqatlar $x = y = z = 0$, $x' = y' = z' = 0$ ten'likleri menen berilgen bolsın. $t = 0$ waqıt momentinde koordinatalar basları bir noqatta turadı dep esaplayıq. Bunday jag'dayda $A_5 = 0$ bolıwı kerek ha'm u ja'ne z ko'sherleri ushın tu'rlendiriwler to'mendegishe jazıladı:

$$u' = a_1x + a_2y + a_3z + a_4t, \quad z' = b_1x + b_2y + b_3z + b_4t. \qquad (13\text{-}5)$$

y ha'm y', z ha'm z' ko'sherleri o'z-ara parallel bolsın. x' ko'sheri barlıq waqıtta x ko'sheri menen betlesetug'ın bolg'anlıqtan $y = 0$ ten'liginen $y' = 0$ ten'ligi, $z = 0$ ten'liginen $z' = 0$ ten'ligi kelip shıg'adı. Yag'nıy qa'legen x, y, z ha'm t ushın

$$0 = a_1x + a_3z + a_4t, \quad 0 = b_1x + b_3z + b_4t. \qquad (13\text{-}6)$$

Bul $a_1 = a_2 = a_3 = 0$, $b_1 = 0$, $b_2 = 0$, $b_3 = 0$ bolg'anda orınlanadı. Sonlıqtan

$$y' = ay, \quad z' = az. \qquad (13\text{-}7)$$

Bul ten'lemeler shtrixlanbag'an sistemadag'ıg'a qarag'anda bazı bir masshabtın' uzınlıg'ı shtrixlang'an sistemada neshe ese u'lken ekenliginen derek beredi. Sonın' menen birge $y = (1/a)y'$, $z = (1/a)z'$. Bul o'z gezeginde shtrixlang'an sistemadag'ıg'a qarag'anda bazı bir masshabtın' uzınlıg'ı shtrixlanbag'an sistemada neshe ese u'lken ekenliginen ko'rsetedi. Salıstırmalılıq printsipi boyınsha eki esaplaw sisteması da ten'dey huqıqlı. Sonlıqtan birinshisinen ekinshisine o'tkende de, keri o'tkende de masshtab uzınlıg'ı birdey bolıp o'zgeriwi kerek. Demek

$$y' = y,\ z' = z. \qquad (13\text{-}8)$$

bolıwı sha'rt.

x penen t ushın tu'rlendiriw. y ha'm z o'zgeriwshileri o'z aldına tu'rlenetug'ın bolg'anlıqtan, x ha'm t lar sızıqlı tu'rlendiriw boyınsha tek bir biri menen baylanısqan bolıwı kerek. Onday jag'dayda qozg'almaytug'ı sistemag'a qarag'anda qozg'alıwshı sistemanıq koordinata bası $x = vt$ koordinatasına, al qozg'alıwshı sistemada $x' = 0$ koordinatasına iye bolıwı kerek. Tu'rlendiriwdin' sızıqlılıg'ına baylanıslı

$$x' = \alpha(x-vt). \qquad (13\text{-}9)$$

Bul an'latpadag'ı α anıqlanıwı kerek bolg'an proportsionallıq koeffitsienti.

Qozg'alıwshı esaplaw sistemısın qozg'almaydı dep esaplap joqarıdag'ıday talqılawdı dawam ettiriwimiz mu'mkin. Bunday jag'dayda $x' = - vt'$.

$$x = \alpha'(x' + vt'). \qquad (13\text{-}10)$$

Bul an'latpada da α'-proportsionallıq koeffitsienti. Salıstırmalılıq printsipi boyınsha $\alpha = \alpha'$.

Endi jaqtılıqtın' tezliginin' turaqlılıg'ı postulatına kelemiz. Meyli koordinata basları bir noqatta turg'an jag'dayda ha'm saatlar $t = t' = 0$ waqtın ko'rsetken momentte sol koordinata baslarınan jaqtılıq jiberilgen bolsın. Eki koordinatalar sistemasında da (shtrixlang'an ha'm shtrixlanbag'an) jaqtılıqtın' taralıwı

$$x' = st, \; x = st \qquad (13\text{-}11)$$

ten'likleri menen beriledi. Bul jerde eki sistemada da jaqtılıqtın' birdey tezlikke iye bolatug'ınlıg'ı esapqa alıng'an. Bul an'latpadag'ı ma'nislerdi (13-8) ha'm (13-9) larg'a qoysaq

$$st' = \alpha(s-v), \; st = \alpha t'(s+v) \qquad (13\text{-}12)$$

an'latpaların alamız. Bul an'latpalardın' shet ta'repin shep ta'repi menen, on' ta'repin on' ta'repi menen ko'beytip $t't$ g'a qısqartsaq

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (13\text{-}13)$$

formulasın alamız. $x = \alpha'(x' + vt')$ ten'liginen $x' = \alpha(x-vt)$ ten'ligin paydalanıw arqalı

$$vt' = x/\alpha - x' = x/\alpha - \alpha(x-vt) = \alpha vt + x(1/\alpha - \alpha). \qquad (13\text{-}14)$$

Bunnan (13-13) ti esapqa alıp

$$t' = \alpha[t + (x/v)(1/\alpha^2 - 1)] = [t - \frac{v}{c^2}x]\,\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (13\text{-}15)$$

ekenligine iye bolamız.

$$y' = y, \; z' = z, \; x' = \alpha(x-vt) \qquad (13\text{-}16)$$

ha'm

$$t' = [t - \frac{v}{c^2}x]\,\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (13\text{-}17)$$

tu'rlendiriwleri bir birine salıstırg'anda v tezligi menen qozg'alıwshı sistemalardın' koordinataların baylanıstıradı. Olar Lorents tu'rlendiriwleri dep ataladı. Tu'rlendiriw formulaların ja'ne bir ret jazamız:

$x' = \dfrac{x+vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$	$y' = y$	$z' = z$	$t' = \dfrac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

Calıstırmalılıq printsipi boyınsha keri o'tiw de tap usınday tu'rge iye boladı, tek g'ana tezliktin' belgisi o'zgeredi:

$x = \dfrac{x'+vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$	$y = y'$	$z = z'$	$t = \dfrac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

Galiley tu'rlendiriwleri Lorents tu'rlendiriwlerinin' dara jag'dayı bolıp tabıladı. Haqıyqatında da $v/c << 1$ bolg'anda (kishi tezliklerde) Lorents tu'rlendiriwleri tolıg'ı menen Galiley tu'rlendiriwlerine o'tedi.

Bir waqıtlılıqtın' salıstırmalılıg'ı. Koordinata sistemasının' *ha'r qanday* x_1 *ha'm* x_2 *noqatlarında waqıyalar usı sistema saatı boyınsha bir waqıt momentinde ju'z berse bir waqıtta bolatug'ın waqıyalar dep ataladı.* Ha'r bir noqatta ju'z beretug'ın waqıya sol noqatta turg'an saat ja'rdeminde belgilenedi. Eki waqıya qozg'almaytug'ın koordinatalar sistemasında t_0 waqıt momentinde baslandı dep esaplaymız.

Qozg'alıwshı koordinatalar sistemasında bul waqıyalar x_1' ha'm x_2' noqatlarında t_1' ha'm t_2' waqıt momentlerinde baslanadı. Waqıtlar t_1' ha'm t_2' usı x_1' ha'm x_2' noqatlarında turg'an saatlar ja'rdeminde belgilenedi. Shtrixlang'an ha'm shtrixlanbag'an koordinatalar arasındag'ı baylanıs Lorents tu'rlendiriwleri ja'rdeminde beriledi:

$$x_1' = \frac{x_1 - vt_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\ x_2' = \frac{x_2 - vt_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

$$t_1' = \frac{t_0 - (v/c^2)x_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\ t_2' = \frac{t_0 - (v/c^2)x_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (13\text{-}18)$$

Waqıyalar x ko'sheri boyınsha ju'z bergenlikten y ha'm z ler eki koordinata sistemalarında da birdey boladı. Keyingi an'latpalar qozg'alıwshı sistemada bul waqıyalardın' bir waqıt momentinde bolmaytug'ınlıg'ı ko'rinip tur. Haqıyqatında da

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{(v/c^2)(x_1 - x_2)}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (13\text{-}19)$$

Demek bir koordinatalar sistemasında bir waqıtta ju'z beretug'ın waqıyalar ekinshi sistemada bir waqıtta ju'z bermeydi.

Bir waqıtlılıq tu'sinigi koordinatalar sistemasınan g'a'rezsiz absolyut ma'niske iye bolmaydı. Qanday da bir waqıyalardın' bir waqıtta bolg'anlıg'ın aytıw ushın qaysı koordinatalar sistemasında usı waqıyalardın' bolıp o'tkenligin aytıw sha'rt.

İntervaldın' invariantlılıg'ı. Meyli waqıyalar t_1 waqıt momentinde x_1, y_1, z_1 ha'm t_2 waqıt momentinde x_2, y_2, z_2 noqatlarında ju'z bersin. Usı waqıyalar arasındag'ı interval dep ($x_1\ y_1\ z_1\ t_1$ ha'm $x_2\ y_2\ z_2\ t_2$ noqatları arasındag'ı interval dep te ataladı)

$$s^2 = (x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 \qquad (13\text{-}20)$$

shamasına aytamız. Barlıq koordinatalar sistemasında bul shama bir ma'niske iye boladı ha'm Lorents tu'rlendiriwinin' invariantı. Usı jag'daydı da'lilleymiz ha'm formulanı shtrixlang'an sistema ushın jazamız.

$$x_2 - x_1 = [(x_2' - x_1') + v(t_2' + t_1')] \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$y_2 - y_1 = y_2' - y_1'$$
$$z_2 - z_1 = z_2' - z_1'$$
$$t_2 - t_1 = [t_2' - t_1' + \frac{v}{c^2}(x_2' - x_1')] \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Bul an'latpalardan

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 =$$
$$= (x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2 - c^2(t_2' - t_1')^2 = s'^2 \qquad (13\text{-}21)$$

Bul an'latpalar intervaldın' invariant ekenligi ko'rsetedi, yag'nıy $s^2 = s'^2 = inv$.

Ken'islikke megzes ha'm waqıtqa megzes intervallar. İnterval ushın formulanı bılay jazamız:

$$s^2 = l^2 - c^2(t_2 - t_1)^2. \qquad (13\text{-}22)$$

Bul jerde $l^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2$.

Meyli bazı bir koordinatalar sistemasında waqıyalar sebeplilik penen baylanıspag'an bolsın. Bunday jag'dayda $l > ct$ ha'm sog'an sa'ykes $s^2 > 0$. İntervaldın' invariantlılıg'ınan basqa koordinatalar sistemasında da qarap atırg'an waqıyalardın' sebeplilik penen baylanıslı bolıwı mu'mkin emesligi kelip shıg'adı. Tap sol sıyaqlı sebeplilik penen baylanısqan waqıyalar basqa koordinatalar sistemasında da sebeplilik penen baylanısqan bolıp shıg'adı.

$$s^2 > 0 \qquad (13\text{-}23)$$

bolg'an interval ken'islikke megzes interval dep ataladı.

$$s^2 < 0 \qquad (13\text{-}24)$$

bolg'an interval waqıtqa megzes interval dep ataladı.

Eger interval ken'islikke megzes bolsa, onda eki waqıya bir waqıt momentinde ken'esliktin' eki noqatında ju'z beredi. Sonın' menen birge usı eki waqıya bir noqatta ju'z beretug'ın koordinatalar sistemaları bolmaydı ($s^2 = l^2 > 0$, $t = 0$).

Eger interval waqıtqa megzes bolsa, onda bir biri menen sebeplilik boyınsha baylanısqan eki waqıya bir noqatta, biraq ha'r qıylı waqıt momentlerinde ju'z beretug'ın koordinatalar sistemasın saylap alıw mu'mkin ($l = 0$, $s^2 = -c^2t^2 < 0$).

Qozg'alıstag'ı saatlardın' ju'riw tempi. Menshikli waqıt. Meyli qozg'alıwshı koordinatalar sistemasının' x_0' noqatında t_1' ha'm t_2' waqıt momentlerinde eki waqıya ju'z bersin. Usı eki waqıyalar arasındag'ı waqıt intervalları qozg'alıwshı sistemada $\Delta t' = t_2' - t_1'$, al tınıshlıqta turg'an sistemada $\Delta t = t_2 - t_1$ bolsın. Lorents tu'rlendiriwleri tiykarında

$$t_1 = \frac{t_1' + (v/c^2)x_0'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \qquad t_2 = \frac{t_2' + (v/c^2)x_0'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

ten'liklerine iye bolamız.

$$\Delta t = t_2 - t_1 = (t_2' - t_1')\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \Delta t'\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (13\text{-}25)$$

Solay etip qozg'alıwshı saatlar menen o'lshengen waqıyalar arasındag'ı waqıt intervalı

$$\Delta t' = \Delta t\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (13\text{-}26)$$

tınıshlıqta turg'an saatlar menen o'lshengen waqıtqa qarag'anda kem bolıp shag'adı. Demek *tınıshlıqta turg'an saatlardın' ju'riwine qarag'anda qozg'alıstag'ı saatlardın' ju'riw tempi kem boladı.*

Tezliklerdi qosıw. Qozg'alıwshı koordinatalar sistemasında materiallıq noqattın' qozg'alısı

$$x' = x'(t'),\ y' = y'(t'),\ z' = z'(t'), \qquad (13\text{-}27)$$

al tınıshlıqta turg'an sistemada bolsa

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t) \qquad (13\text{-}28)$$

funktsiyaları menen berilgen bolsın. Qozg'alıwshı ha'm qozg'almaytug'ın sistemalardag'ı materiallıq noqattın' tezliginin' to'mende keltirilgen qurawshıları arasında baylanıstı tabıwımız kerek:

$$u_x' = dx'/dt',\ u_y' = dy'/dt',\ u_z' = dz'/dt' \qquad (13\text{-}29)$$

$$u_x = dx/dt,\ u_y = dy/dt,\ u_z = dz/dt \qquad (13\text{-}30)$$

$$dx = (dx'+vdt')/\sqrt{1-v^2/c^2},\ dy = dy',\ dz = dz',$$

$$dt = [dt' + \frac{v}{c^2}dx']/\sqrt{1-v^2/c^2} = dt'[1+vu_x'/c^2]/\sqrt{1-v^2/c^2}. \qquad (13\text{-}31)$$

Differentsiallardın' bul ma'nislerin (13-4) ke (13-3) ti esapqa alıp qoysaq

$$u_x = (u_x'+v)/[1+(vu_x'/c^2)],\ u_y = u_y'\sqrt{1-v^2/c^2}/[1+(vu_x'/c^2)],$$

$$u_z = u_z'\sqrt{1-v^2/c^2}/[1+(vu_x'/c^2)]. \qquad (13\text{-}32)$$

Bul salıstırmalılıq printsipinin' tezliklerdi qosıw formulaları bolıp tabıladı. Shtrixlang'an sistema koordinatalarınan shtrixlanbag'an sistema koordinatalarına da o'tiw mu'mkin. Bunday jag'dayda v tezligi -v menen, shtrixlang'an shamalar shtrixlanbag'an shamalar, shtrixlang'anları shtrixlanbag'anları menen almastırıladı. Bul formulalardan, mısalı, jaqtılıq tezliginin' turaqlılıg'ı kelip shıg'adı. Usı jag'daydı da'lilleymiz. Meyli $u_y' = u_z' = 0$. $u_x'=c$ bolsın. Onda

$$u_x = (u_x'+v)/[1+(vu_x'/c^2)] = u_x = (s+v)/[1+\frac{v}{c^2}s] = s,\ u_y = 0,\ u_z = 0. \qquad (13\text{-}33)$$

Tezleniwdi tu'rlendiriw. Meyli shtrixlang'an sistemada materiallıq noqat, qurawshıları $\square_x'$, $\square_y'$ ha'm $\square_z'$ bolg'an tezleniw menen qozg'alsın. Tezligi usı waqıt momentinde nolge ten' bolsın. Sonlıqtan shtrixlang'an koordinatalar sistemasında noqattın' qozg'alısı to'mendegidey formulalar ja'rdeminde ta'riplenedi:

$$du_x'/dt' = w_x',\ du_y'/dt' = w_y'\ du_z/dt' = w_z'$$

$$u_x' = u_y' = u_z' = 0. \qquad (13\text{-}34)$$

Shtrixlanbag'an sistemadag'ı tezleniw

$$w_x = du_x/dt,\ w_y = du_y/dt,\ w_z = du_z/dt. \qquad (13\text{-}35)$$

dt, du_x, du_y, du_z shamaları (13-31)-(13-32) formulalar ja'rdeminde anıqlanadı. Tezlikler $u_x' = u_y' = u_z' = 0$ dep differentsiallardı esaplap bolg'annan keyin de qabıl etiw mu'mkin. Mısalı du_x ushın

$$du_x = du_x'/[1+vu_x'/c^2] - [(u_x'+v)\ \frac{v}{c^2} du_x']/(1+vu_x'/c^2)^2 =$$

$$[1+vu_x'/c^2 - vu_x'/c^2 - v^2/c^2]du_x'/(1+vu_x'/c^2)^2 = [1-v^2/c^2]du_x'/(1+vu_x'/c^2)^2. \qquad (13\text{-}36)$$

Bunnan (13-31) di esapqa alıw menen

$$w_x = du_x/dt = \sqrt[3]{1-v^2/c^2}\ (du_x'/dt') = \sqrt[3]{1-v^2/c^2} * w_x'. \qquad (13\text{-}37)$$

Bul formulada $u_x' = 0$ dep esaplang'an.

Usınday jollar menen du_y ha'm du_z differentsialları esaplanadı.

$$w_x = \sqrt[3]{1-v^2/c^2} * w_x',\ w_y = \sqrt{1-v^2/c^2} * w_y'$$

$$w_z' = \sqrt{1-v^2/c^2} * w_z'. \qquad (13\text{-}38)$$

Shtrixlanbag'an sistemada noqat v tezligi menen qozg'aladı. Sonlıqtan keyingi formulalar to'mendegi ma'nisti an'g'artadı:

Qozg'alıwshı materiallıq noqat penen usı noqat tınıshlıqta turatug'ın inertsial koordinatalar sistemasın baylanıstırıw mu'mkin. Usınday koordinatalar sisteması alıp ju'riwshi koordinatalar sisteması dep ataladı. Eger usı koordinatalar sistemasında noqat tezleniw menen qozg'alsa, onda bul noqat basqa da qa'legen koordinatalar sistemasında tezleniw menen qozg'aladı. Biraq tezleniwdin' ma'nisi basqa sistemada basqa ma'niske, biraq barlıq waqıttada kishi ma'niske iye boladı. Qozg'alıs bag'ıtında tezleniw qurawshısı $\sqrt[3]{1-v^2/c^2}$ ko'beytiwshisine proportsional kishireyedi (v tezleniw qarap atırılg'an sistemadag'ı tezlik). Tezlikke perpendikulyar bag'ıttag'ı tezleniwdin' ko'ldenen' qurawshısı $\sqrt{1-v^2/c^2}$ ko'beytiwshisine proportsional bolg'an kemirek o'zgeriske ushıraydı.

Qozg'alıwshı denenin' uzınlıg'ı. *Qozg'alıstag'ı sterjennin' uzınlıg'ı dep usı sterjennin' eki ushına sa'ykes keliwshi qozg'almaytug'ın sistemada usı sistemanın' saatı boyınsha bir waqıt momentinde alıng'an eki noqat arasındag'ı qashıqlıqtı aytamız.* Demek qozg'alıwshı sterjennin' ushları bir waqıtta qozg'almaytug'ın sistemada belgilenip alınadı eken.

Sterjennin' uzınlıg'ı $x_2' - x_1' = l$. Uzınlıq l shtrixsız jazılg'an. Sebebi ol qozg'almaytug'ın sistemada alıng'an.

Lorents tu'rlendiriwlerinen

$$x_1' = \frac{x_1 - vt_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\ x_2' = \frac{x_2 - vt_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (13\text{-}39)$$

Bunnan

$$l = x_2' - x_1' = (x_2 - x_1)/\sqrt{1-v^2/c^2} = l'/\sqrt{1-v^2/c^2}. \qquad (13\text{-}40)$$

Bul formulada $l' = x_2 - x_1$ - qozg'alıwshı sterjennin' uzınlıg'ı. Demek

$$l' = l\sqrt{1-v^2/c^2}. \qquad (13\text{-}41)$$

Bul formuladan qozg'alıwshı sterjennin' qozg'alıs bag'ıtındag'ı uzınlıg'ının' qozg'almay turg'an halındag'ıg'a qarag'anda kishi bolatug'ınlıg'ın ko'rsetedi.

Mısal retinde Jer sharının' qozg'alıs bag'ıtındag'ı diametrin alıp qaraymız. Onın' uzınlıg'ı 12 mın' kilometrdey, orbita boyınsha tezligi 30 km/s. Bunday tezlikte diametr 6 sm ge qasqaradı.

Qozg'alıwshı denenin' o'lshemlerinin' qozg'alıs bag'ıtında o'zgeretug'ınlıg'ı haqqındag'ı batıl usınıs birinshi ret bir birinen g'a'rezsiz Fitjerald (Fitzgerald) ha'm Lorentts (Lorentz) ta'repinen berildi. Olar qa'legen denenin' qozg'alıs bag'ıtındag'ı sızıqlı o'lshemleri tek usı qozg'alısqa baylanıslı o'zgeredi ha'm bul o'zgeris (12-41)-formula menen anıqlanadı dep boljadı. Bul boljaw durıs bolıp shıqtı ha'm Maykelson ta'jiriybesinin' ku'tilgen na'tiyjelerdi bermewinin' sebebin tolıq tu'sindirdi.

Salıstırmalılıq teoriyası sebeplilik printsipin da'lillemeydi. Bul teoriya sebeplilik printsipi barlıq koordinatalar sistemasında orın aladı dep eaplaydı. Usı jag'day tiykarında fizikalıq ta'sirlerdin' tarqalıw tezligine shek qoyıladı.

Lorents tu'rlendiriwleri tek inertsial esaplaw sistemalarında durıs na'tiyje beredi. Sonlıqtan Jer sharın batıstan shıg'ısqa ha'm shıg'ıstan batısqa qarap qozg'alg'an jag'daylardag'ı saatlardın' ju'riw tempin salıstırg'anda Jerdin' beti menen baylanısqan qoordinatalar sistemasın paydalanıwg'a bolmaydı.

Sorawlar:

1. Qozg'alıwshı denelerdin' uzınlıg'ın anıqlaw klassikalıq mexanikada ha'm salıstırmalılıq teoriyasında ayırmag'a iye me?
2. Qozg'alıwshı denelerdin' uzınlıg'ının' qısqaratug'ınlıg'ın tastıyıqlawdın' fizikalıq ma'nisi nelerden ibarat?
3. Jer sharın batıstan shıg'ısqa ha'm shıg'ıstan batısqa qarap qozg'alg'an jag'daylardag'ı saatlardın' ju'riw tempin salıstırg'anda Jerdin' beti menen baylanısqan qoordinatalar sistemasın paydalanıwg'a bolmaytug'ınlıg'ın qalay da'lillewge boladı?
4. Egizekler paradoksının' ma'nisi neden ibarat ha'm bul paradoks qalay sheshiledi?

§ 14. Saqlanıw nızamları

1. Saqlanıw nızamlarının' mazmunı.
2. Saqlanıw nızamlarının' orın alıwına alıp keletug'ın sebepler.
3. Qozg'alıs ten'lemeleri ha'm saqlanıw nızamları.
4. Saqlanıw nızamlarının' matematikalıq ma'nisi.

Saqlanıw nızamlarının' mazmunı. Joqarıda u'yrenilgen qozg'lıs nızamları printsipinde materiallıq bo'leksheler menen denelerdin' qozg'alısı boyınsha qoyılg'an barlıq sorawlarg'a juwap bere aladı. Qozg'alıs ten'lemelerin sheshiw arqalı materiallıq bo'lekshenin' qa'legen waqıt momentinde ken'isliktin' qaysı noqatında bolatug'ınlıg'ın, usı noqattag'ı onın' impulsın da'l anıqlaw mu'mkin (qozg'alıs ten'lemelerin sheshiwdin' ko'p jag'daylarda qıyın ekenligin ha'm sawat penen taqattı talap etetug'ınlıg'ın eske alıp o'temiz). Elektron-esaplaw mashinalarının' rawajlanıwı menen bunday ma'selelerdi sheshiwdin' mu'mkinshilikleri joqarıladı. Biraq barlıq jag'daylarda qozg'alıs ten'lemelerin sheshiw arqalı qoyılg'an ma'selelerdi sheshiw mu'mkinshiligine iye bolmaymız. Meyli bizge sheshiw mu'mkinshiligi joq qozg'alıs ten'lemesi berilgen bolsın. Ma'selen qozg'alıs barısında berilgen dene Jerde qala ma yamasa kosmos ken'isligine jerdi taslap kete alama? degen soraw qoyılsın. Eger usnday jag'dayda biz qozg'alıs ten'lemesin sheshpey-aq denenin' Jer betinen (mısalı) 10 km den joqarı biyiklikke ko'terile almaytug'ınlıg'ın anıqlay alsaq, bul a'dewir alg'a ilgerilegenlik bolıp tabıladı. Al eger 10 km biyiklikte deninin' tezliginin' nolge ten' bolatug'ınlıg'ı anıqlansa, sonın' menen birge denenin' 10 km biyiklikke ko'teriliwi ushın qanday baslang'ısh tezlikke iye bolg'anlıg'ı da belgili bolsa onda belgili bir maqsetler ushın bul qozg'alıs haqqında tolıq ma'lim boladı ha'm qozg'alıs ten'lemesin sheshiwdin' za'ru'rligi qalmaydı.

Saqlanıw nızamları qozg'alıs ten'lemelerin sheshiwsiz, protsesslerdin' waqıt boyınsha da'l rawajlanıwın talap etpey qozg'alıstın' ulıwmalıq qa'siyetlerin qarap shıg'ıwg'a mu'mkinshilik beredi. Qozg'alıstın' ulıwmalıq qa'siyetlerin izertlew qozg'alıs ten'lemelerin sheshiw sheklerinde ju'rgiziledi ha'm qozg'alıs ten'lemesine kirgizilgen informatsiyalardan artıq informatsiyalardı bermeydi. Sonlıqtan saqlanıw nzamlarında qozg'alıs ten'lemelerine qarag'anda ko'p informatsiya bolmaydı. Biraq saqlanıw nızamlarında birden ko'rinbeytug'ın jasırın tu'rdegi kerekli bolg'an informatsiyalardın' bolıwı mu'mkin. Sonın' menen birge birqansha jag'daylarda saqlanıw nızamlarının' ja'rdeminde bunday informatsiyalar paydalanıw ushın an'sat tu'rde ko'rinedi. Usı informatsiyanın' a'hmiyetli ta'repi to'mendegilerden turadı: ol ayqın ayırmashılıqlarınan g'a'rezsiz qa'legen ayqın qozg'alıs ushın qollanıladı.

Saqlanıw nızamlarının' ulıwmalıq xarakteri bul nızmlardı qozg'alıs ten'lemeleri bar bolg'an jag'dayda da, joqa bolg'an jag'dayda da qollanıwg'a mu'mkinshilik beredi. Saqlanıw nızamların qollanıw ushın ko'pshilik jag'daylarda tek g'ana ku'shlerdin' ta'sir etiw simmetriyasın biliw jetkilikli, al sol ku'shlerdin' ta'sir etiw nızamların biliw sha'rt emes. Usının' saldarınan qozg'alıstın' ju'da' a'hmiyetli bolg'an o'zgesheliklerin ku'shlerdin' ta'sir etiw nızamların bilmey-aq anıqlawg'a boladı.

Ha'r bir fizikalıq shamanın' saqlanıwı ken'islik penen waqıttın' qa'siyetlerinin' tikkeley na'tiyjesi bolıp tabıladı. Mısal retinde to'mendegidey kesteni keltiremiz:

Saqlanıw nızamı	Nızamnın' orın alıwına alıp keletug'ın sebep
Energiyanın' saqlanıw nızamı	Ken'isliktin' bir tekliligi
İmpuls momentinin' saqlanıw nızamı	Ken'isliktin' izotroplılıg'ı

Biraq, mısalı, ken'isliktin' bir tekliliginen energiyanın' saqlanıw nızamı, al ken'isliktin' izotroplılıg'ınan impuls momentinin' saqlanıw nızamı kelip shıqpaydı. Keltirilgen eki nızam da ta'sir etiwshi ku'shler haqqında qosımshalar kiritilgendegi Nyutonnın' ekinshi nızamının' na'tiyjesi bolıp tabıladı. İmpuls penen impuls momentinin' saqlanıw nızamların keltirip shıg'arg'anda *ku'shler ta'sir menen qarsı ta'sirdin' ten'ligi nızamın* paydalanıw jetkilikli. Demek *Nyutonnın' ekinshi nızamına ken'islik penen waqıttın' simmetriyası qa'siyetin qossaq* *(atap aytqanda ken'islik penen waqıttın' bir tekliligi, ken'isliktin' izotroplılıg'ı) joqarıda keltirilgen saqlanıw nızamların keltirip shıg'arıwg'a boladı.*

Waqıttın' bir tekliligi haqqında aytqanımızda barlıq waqıt momentlerinin' birdey huqıqqa iye ekenligi na'zerde tutıladı. Ken'isliktin' bir tekliligi ken'islikte ayırıqsha awhallardın' joqlıg'ın bildiredi, ken'isliktin' barlıq noqatları ten'dey huqıqqa iye. Al ken'isliktin' izotroplılıg'ı ken'islikte o'zgeshe qa'siyetke iye bag'ıtlardın' joqlıg'ın bildiredi. Ken'isliktegi barlıq bag'ıtlar da birdey huqıqqa iye.

Solay etip saqlanıw nızamları ten'lemeler sheshiw arqalı emes, sonın' menen birge protsesslerdin' waqıt boyınsha rawajlanıwın teren' tallawsız qozg'alıslardan' ulıwmalıq qa'siyetlerin qarap shıg'ıwg'a mu'mkinshilik beredi. Qozg'alıs ten'lemeleri fizikalıq shamalardın' waqıt boyınsha ha'm ken'isliktegi o'zgeriwin beriwshi ten'lemeler bolıp tabıladı. Bizin' oyımızda sheksiz ko'p sandag'ı fizikalıq situatsiyalar o'tedi. Sonın' menen birge bizdi ayqın waqıt momentinde ju'z beretug'ın situatsiyalardın' birewi emes, al sol qozg'alıstın' ju'riwine alıp keletug'ın situatsiyalardın' izbe-izligi ko'birek qızıqtıradı. Situatsiyalardın' izbe-izligin qarag'anımızda bizdi sol situatsiyalar bir birinen nesi menen ayırılatug'ınlıg'ı g'ana emes, al qanday fizikalıq shamalardın' saqlanatug'ınlıg'ı qızıqtıradı. *Saqlanıw nızamları bolsa qozg'alıw ten'lemeleri menen ta'riplenetug'ın fizikalıq situatsiyalardın' barısında nelerdin' o'zgermey turaqlı bolıp qalatug'ınlıg'ına* juwap beredi.

Qozg'alıs ten'lemeleri ha'm saqlanıw nızamları. Qozg'alıs ten'lemeleri fizikalıq shamalardın' waqıt boyınsha ha'm ken'isliktegi o'zgeriwinin' ten'lemeleri bolıp tabıladı. Bizin' ko'z aldımızda fizikalıq situatsiyalardın' sheksiz izbe-izligi o'tedi. Shın ma'nisinde qanday da bir waqıt momentindegi qozg'alıstı o'z ishine almaytug'ın ayqın fizikalıq situatsiya bizdi qızıqtırmaydı. Bizdi (fiziklerdi) sol qozg'alısqa alıp keletug'ın situatsiyalardın' izbe-izligi qızıqtıradı. Al situatsiyalar izbe-izliklerin qarag'anda olardın' ne menen bir birinen ayrılatug'ınlıg'ın biliw menen qatar, olar arasındag'ı ulıwmalıqtı, olarda nelerdin' saqlanatug'ınlıg'ın biliw a'hmiyetke iye. Saqlanıw nızamları qozg'alıs ten'lemeleri ta'repinen ta'riplenetug'ın fizikalıq situatsiyalardın' ju'zege keliw izbe-izliginde nelerdin' o'zgerissiz, turaqlı bolıp qalatug'ınlıg'ınlıg'ı haqqındag'ı sorawg'a juwap beredi.

Saqlanıw nızamlarının' matematikalıq ma'nisi. Nyutonnın' to'mendegi bir o'lshemli ten'lemelerin mısal retinde ko'remiz:

$$\text{a) } m_0(dv_x/dt) = F_x; \qquad \text{b) } dx/dt = v_x.$$

Materiallıq noqattın' ken'islikte iyelegen ornı qa'legen waqıt momentinde belgili bolsa ma'sele sheshelidi dep esaplanadı. Al ma'seleni sheshiw ushın a) ten'lemeni integrallap v_x tı tabıw kerek, al onnan keyin v_x tın' sol ma'nisin b) g'a qoyıp x(t) nı anıqlaymız.

Ko'pshilik jag'daylarda birinshi integrallaw ulıwma tu'rde islenedi ha'm fizikalıq shamalardın' belgili bir kombinatsiyalarının' sanlıq ma'nisinin' turaqlı bolıp qalatug'ınlıg'ı tu'rinde beriledi. Sonlıqtan da *mexanikada matematikalıq ma'niste saqlanıw nızamları qozg'alıs ten'lemelerinin' birinshi integralına alıp kelinedi.*

A'dette tuaqlı bolıp saqlanatug'ın bir qansha fizikalıq shamalar mexanikadan sırtqa shıg'ıp ketedi; olar mexanikanın' sırtında da a'hmiyetli orın iyeleydi. saqlanatug'ın fizikalıq shamalar fundamentallıq fizikalıq shamalar, al saqlanıw nızamları fizikanın' fundamentallıq nızamları bolıp esaplanadı.

İmpulstın' saqlanıw nızamı. İzolyatsiyalang'an sistema. Sırttan ku'shler ta'sir etpese materiallıq noqat yamasa materiallıq noqatlar sisteması izolyatsiyalang'an dep ataladı.

Sırttan ku'shler ta'sir etpegenlikten F = 0, dp/dt =0. Bul ten'lemeni integrallap

$$r = \text{const},\ p_x = \text{const},\ p_y = \text{const},\ p_z = \text{const}$$

ekenligine iye bolamız. Bul ten'likler impulstın' saqlanıw nızamın an'g'artadı: *izolyatsiyalang'an sistemanın' impulsı usı sistemanın' ishinde ju'retug'ın qa'legen protseste o'zgermey qaladı.* Materiallıq noqat ushın bul nızam *sırttan ku'shler ta'sir etpegende materiallıq noqattın' tuwrı sızıqlı, ten' o'lshewli qozg'alatug'ınlıg'ın* bildiredi. Relyativistlik emes jag'daylarda materiallıq noqatlar sisteması ushın bul nızam sistemanın' massa orayının' tuwrı sızıqlı ten' o'lshewli qozg'alatug'ınlıg'ın an'latadı.

İmpulstın' saqlanıw nızamı relyativistlik emes ha'm relyativistlik jag'daylar ushın da orınlanadı.

İmpuls qurawshıları ushın da saqlanıw nızamı bar.

§ 15. İmpuls momentinin' saqlanıw nızamı

İmpuls momenti, onın' proektsiyaları boyınsha saqlanıw nızamı. Energiyanın' saqlanıw nızamı. Ku'shtin' jumısı. Potentsial ku'shler ha'm jumıs. Potentsial energiya. O'z-ara ta'sirlesiw energiyası. Tolıq ha'm tınısh haldag'ı energiya. Kinetikalıq energiya. Energiya ha'm massa arasındag'ı baylanıs. Baylanıs energiyası.

İmpuls momentinin' saqlanıw nızamı. İzolyatsiyalang'an sistemanı qarawdı dawam etemiz. Bunday sistema ushın sırtqı ku'shlerdin' momenti M nolge ten' ha'm momentler ten'lemesi dN/dt = 0.

Bul ten'lemeni integrallasaq

$$L = \text{const}, \quad L_x = 0;\ L_y = 0;\ L_z = 0 \qquad (15\text{-}1)$$

ten'lemeler sistemasın alamız.

Bul ten'likler impuls momentinin' saqlanıw nızamın an'latadı: İzolyatsiyalang'an sistema ishindegi qa'legen protsesste sistemanın' impuls momenti o'zgerissiz qaladı.

İmpuls momentinin' ayırım qurawshıları ushın da saqlanıw nızamı orın aladı.

Relyativistlik emes jag'daylar ushın energiyanın' saqlanıw nızamı. Ku'shtin' jumısı. Eger ku'shtin' ta'sirinde tezliktin' absolyut shaması o'zgerse ku'sh jumıs isledi dep esaplaydı. Eger tezlik artsa ku'shtin' jumısı on', al tezlik kemeyse ku'shtin' jumısı teris dep qabıl etilgen.

Jumıs penen tezliktin' o'zgeriwi arasındag'ı baylanıstı anıqlaymız. Bir o'lshemli qozg'alıstı qaraymız. Noqattın' qozg'alıs ten'lemesi

$$m_0(dv_x/dt) = F_x. \qquad (15\text{-}2)$$

Ten'lemenin' eki jag'ın da v_{sh} qa ko'beytip, $v(dv/dt) = (l/2)[d(v^2)/dt]$ ekenligin esapqa alıp

$$\frac{d}{dt}(m_0 v_x^2/2) = F_x v_x \qquad (15\text{-}3)$$

ten'ligine iye bolamız. Bul ten'liktin' on' jag'ında $v_x = dx/dt$ ekenligin esapqa alamız ha'm ten'liktin' eki ta'repine de dt g'a ko'beytemiz

$$d(m_0 v_x^2/2) = F_x dx. \qquad (15\text{-}4)$$

(l4-4)-ten'lemede anıq ma'nis bar. Noqat dx aralıg'ına ko'shirilgende $F_x dx$ ku'sh jumısın isleydi. Na'tiyjede qozg'alıstı ta'ripleytug'ın kinetikalıq energiya $m_0 v_x^2/2$, ha'm sog'an sa'ykes tezliktin' absolyut ma'nisi o'zgeredi. $m_0 v_x^2/2$ shaması *denenin' kinetikalıq energiyası* dep ataladı. Dene x_l noqatınan x_2 noqatına ko'shedi, na'tiyjede onın' tezligi v_{xl} shamasınan v_{x2} shamasına shekem o'zgeredi.

Joqarıda alıng'an ten'lemeni integrallaw arqalı

$$\int_{v_x = v_{x1}}^{v_x = v_{x2}} d(m_0 v_x^2/2) = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx \qquad (15\text{-}5)$$

ten'lemesin alamız.

$$\int_{v_x = v_{x1}}^{v_x = v_{x2}} d(m_0 v_x^2/2) = m_0 v_{x2}^2/2 - m_0 v_{xl}^2/2 \qquad (15\text{-}6)$$

ekenligin esapqa alıp

$$m_0 v_{x2}^2/2 - m_0 v_{xl}^2/2 = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx \qquad (15\text{-}7)$$

an'latpasına iye bolamız. Demek materiallıq noqat bir awhaldan ekinshi awhalg'a o'tkende kinetikalıq energiyasının' o'zimi ku'shtin' islegen jumısına ten'.

Ku'sh bar waqıtta kinetikalıq energiyanın' ma'nisi o'zgeredi. Kinetikalıq energiya $F_x = 0$ bolg'anda saqlanadı. Haqıyqatında da joqarıda keltirilgen keyingi ten'lemeden

$$m_0 v_{x2}^2/2 = m_0 v_{xl}^2/2 = \text{const}. \qquad (15\text{-}8)$$

Bul kinetikalıq energiyanın' saqlanıw nızamının' matematikalıq an'latpası bolıp tabıladı.

Eger materiallıq noqattın' qozg'alıw bag'ıtı menen ku'sh o'z-ara parallel bolmasa islengen jumıs

$$dA = Fdl \cos\alpha. \qquad (15\text{-}9)$$

 - F penen dl vektorları arasındag'ı mu'yesh. İslengen tolıq jumıs

$$A = \lim_{\Delta l_i \to 0} \sum_i (F_i, dl_i) = \int_{(1)}^{(2)} (F, dl). \qquad (15\text{-}10)$$

Ulıwmalıq jag'daydı qarag'anımızda $m_0(dv_x/dt) = F_x$ ten'lemesinin' ornına

$$m_0(dv/dt) = F \qquad (15\text{-}11)$$

ten'lemesinen paydalanıwımız kerek. Bunday jag'dayda

$$d(mv_0^2/2) = (F, d\alpha) \qquad (15\text{-}12)$$

dep jaza alamız.

Tezlik ku'shtin' ta'sirinde v_l den v_2 shamasına shekem o'zgeretug'ın bolsa

$$m_0 v_2^2/2 - m_0 v_l^2/2 = \int_{(1)}^{(2)} (F, dl) \qquad (15\text{-}13)$$

formulasın alamız.

Bul ten'leme energiyanın' saqlanıw nızamın an'latadı.

Potentsial ku'shler. İslegen jumısı tek g'ana traektoriyanın' baslang'ısh ha'm aqırg'ı noqatlarına baylanıslı bolg'an ku'shler potentsial ku'shler dep ataladı. Bunday ku'shlerge, mısalı, tartılıs ku'shleri kiredi. "Potentsial maydan" ha'm "potentsial ku'shler" tu'sinikleri bir ma'niste qollanıladı.

Matematikalıq jaqtan maydan $\int_{(1)}^{(2)}(\mathbf{Fdl})$ integralı tek g'ana 1- ha'm 2 noqatlarg'a baylanıslı bolg'an maydang'a aytıladı.

Ulıwma jag'dayda potentsial maydan ushın $\oint(\mathbf{Fdl}) = 0.$

Usı ten'lemeden kelip shıg'atug'ın tastıyıqlaw to'mendegidey anıqlama tu'rinde beriliwi mu'mkin: *qa'legen tuyıq kontur boyınsha maydan ku'shi jumısı nolge ten' bolatug'ın maydan potentsial maydan dep ataladı.* Maydannın' potentsiallıg'ı kriteriyi bılayınsha beriledi:

2) *maydannın' potentsiallıq bolıwı ushın tuyıq kontur boyınsha usı maydan ku'shinin' jumısının' nolge ten' bolıwı za'ru'r ha'm jetkilikli.*

Potentsial maydanda islengen jumıs $\int_{(1)}^{(2)}(\mathbf{Fdl}) = -(U_2 - U_1)$.

Yamasa $m_0v_2^2/2 - m_0v_1^2/2 = -(U_2 - U_1)$.

Bul ten'lemeni bılayınsha qaytadan ko'shirip jazıw mu'mkin:

$$m_0v_2^2/2 + U_2 = m_0v_1^2/2 + U_1$$

Demek ulıwma jag'day ushın

$$m_0v^2/2 + U = \text{const} \qquad (15\text{-}14)$$

ekenligi kelip shıg'adı. Bul ten'lik energiyanın' saqlanıw nızamı dep ataladı. U - potentsial energiya bolıp tabıladı. Sonın' menen birge bul ten'leme energiyanın' bir tu'rden ekinshi tu'rge o'tiw nızamın da beredi.

§ 16. Relyativistlik jag'daylar ushın energiyanın' saqlanıw nızamı

1. Tolıq energiya ha'm tınıshlıq energiyası.
2. Massa menen energiya arasındag'ı baylanıs.

Tolıq energiya ha'm tınıshlıq energiyası. Relyativistlik jag'day ushın qozg'alıs ten'lemesi bılayınsha jazıladı

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = \mathbf{F}. \qquad (16\text{-}1)$$

Bul ten'liktin' eki ta'repine de tezlik v g'a ko'beytip to'mendegidey an'latpag'a iye bolamız:

$$v\,\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = (\mathbf{F},\mathbf{v}). \qquad (16\text{-}2)$$

Alıng'an an'latpanın' shep ta'repin differentsiallaymız. Na'tiyjede

$$v\,\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) \qquad (16\text{-}3)$$

ten'ligine iye bolamız. Demek (16-2) nin' ornına

$$d\left(\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = (\mathbf{F},d\mathbf{r}) \qquad (16\text{-}4)$$

ten'ligin alamız. Bul an'latpada $\mathbf{v} = (d\mathbf{r}/dt)$ ekenligi esapqa alıng'an.

Bul ten'lemeni relyativistlik emes jag'daylar ushın alıng'an $d(mv_0^2/2) = (\mathbf{F},d\mathbf{r})$ formulası menen salıstıramız. Na'tiyjede ku'shtin' ta'sirinde islengen jumısta kinetikalıq energiya emes, al

$$\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

shamasının' o'zgeretug'ınlıg'ı ko'rinip tur.

Meyli bo'lekshe potentsial ku'shler maydanında qozg'alatug'ın bolsın ha'm og'an ta'sir etiwshi ku'sh $F_x = -\partial U/\partial x$; $F_y = -\partial U/\partial y$; $F_z = -\partial U/\partial z$.

Olay bolsa

$$\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + U = \text{const} \qquad (16\text{-}5)$$

formulasın alamız. Bul formula relyativistlik jag'dayda energiyanın' saqlanıw nızamının' matematikalıq jazılıwı bolıp tabıladı. Potentsial energiya U relyativistlik emes jag'daylardag'ıday ma'niske iye.

$$E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (16\text{-}6)$$

shaması denenin' tolıq energiyası dep ataladı. Dene tınıshlıqta turg'anda

$$E_0 = m_0c^2 \qquad (16\text{-}7)$$

shaması tınıshlıqtag'ı energiya dep ataladı.

Relyativistlik jag'daylarda "tolıq energiya" denenin' kinetikalıq ha'm potentsial energiyalarının' qosındısın an'latadı. Al relyativistlik jag'dayda bul tu'sinik penen (16-7) shamasın atap qoymastan, bul shama menen denenin' potentsial energiyasının' qosındısın da ataymız.

Massa menen energiya arasındag'ı baylanıs. (16-6) an'latpası menen relyativistlik massa $\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ shamaların salıstırıp tolıq energiya ushın an'latpanı bılay jazamız

$$E = mc^2. \qquad (16\text{-}8)$$

(16-8) ha'm (16-7) formulaları materiyanın' eki a'hmiyetli ta'riplemeleri bolg'an energiya menen intertliliktin' (yag'nıy massa) o'z-ara baylanıslı ekenligin ko'rsetedi. (16-8) ten'ligi universal bolıp shıqsa (yag'nıy energiyanın' barlıq tu'rleri ushın durıs) ol fizikanın' en' fundamentallıq nızamlarının' biri bolıp tabıladı. Eksperiment haqıyqatında da $E = mc^2$ formulasının' fundamentallıq ekenligin da'lilleydi. Bul ten'lik massa menen energiya arasındag'ı qatnas dep ataladı ha'm A.Eynshteyn ta'repinen anıqlandı. Geypara jag'daylarda massa menen energiyanın' ekvivalentligi degen tu'sinikti de aytadı. Biraq bul tu'sinik sa'tli emes ha'm sonlıqtan da paydalanbaymız.

§ 17. İnertsial emes esaplaw sistemaları

1. İnertsial emes esaplaw sistemalarının' anıqlaması.

2. İnertsial emes esaplaw sistemalarındag'ı ken'islik penen waqıt.
3. İnertsiya ku'shleri.
4. Tuwrı sızıqlı qozg'alıwshı inertsial emes esaplaw sisteması.
5. Arba u'stindegi mayatnik.
6. Lyubimov mayatnigi.
7. Salmaqsızlıq.

İnertsial emes esaplaw sistemalarının' anıqlaması. *Esaplawdın' inertsial emes sisteması dep inertsial esaplaw sistemasına salıstırg'anda tezleniwshi qozg'alatug'ın esaplaw sistemasına* aytamız. Esaplaw sisteması absolyut qattı dep qabıl etilgen dene menen baylanıstırıladı. Qattı denenin' tezlenbeli qozg'alısı ilgerilemeli ha'm aylanbalı qozg'alıslardı qamtıydı. Sonlıqtan en' a'piwayı inertsial emes esaplaw sistemaları bolıp tuwrı sızıqlı tezlenbeli ha'm aylanbalı qozg'alıs jasaytug'ın sistemalar bolıp tabıladı.

İnertsial emes esaplaw sistemalarındag'ı ken'islik penen waqıt. İnertsial esaplaw sistemasında ha'mme ushın ortaq bolg'an waqıt tu'sinigi joq. Sonlıqtan da bir noqatta baslanıp, ekinshi noqatta tamam bolatug'ın waqıyalardın' qansha waqıt dawam etkenligin aytıw anıq emes. Ha'rqanday noqatlardag'ı ornatılg'an saatlardın' ju'riw tezligi her qıylı bolg'anlıqtan usınday protsesslerdin' o'tiw waqtı da ma'niske iye bolmay shıg'adı. Sonın' menen birge denelerdin' uzınlıqların o'lshew mashqalası da quramalasadı.

İnertsiya ku'shleri. İnertsial esaplaw sistemasındag'ı tezleniwge alıp keletug'ın sebep basqa deneler ta'repinen ta'sir etetug'ın ku'sh bolıp tabıladı. Ku'sh barlıq waqıtta da materiallıq deneler ta'repinen o'z-ara ta'sir etisiwdin' na'tiyjesi bolıp tabıladı.

İnertsial emes sistemalarda jag'day basqasha. Mısal retinde avtomobilge baylanıslı bolg'an esaplaw sistemasın alıwg'a boladı.

Bunday sistemalarda a'dettegi ku'shler menen birlikte inertsiya ku'shleri dep atalatug'ın ku'shler orın aladı. Sonlıqtan inertsial emes sistemalar ushın Nyutonnın' ekinshi nızamı bılayınsha jazıladı:

$$ma' = F + F_{in.}, \qquad (17-1)$$

a' - inertsial emes esaplaw sistemasındag'ı tezleniw, F_{in} - inertsiya ku'shi.

İnertsiya ku'shlerine mısallar: avtomobil ha'm temir jol vagonları ishindegi jag'daylar.

İnertsial esaplaw sistemasına salıstırg'andag'ı a tezleniwdi *absolyut tezleniw* dep ataladı. Al inertsial emes esaplaw sistemalarına salıstırg'andag'ı a' tezleniwdi *salıstırmalı tezleniw* dep ataymız.

Tuwrı sızıqlı qozg'alıwshı inertsial emes esaplaw sisteması. A'dettegidey

$$x = x_0 + x', \quad y = y', \quad z = z', \; t = t'.$$

Bunnan

$$dx/dt = dx_0/dt + dx'/dt, \; v = v_0 + v'.$$

Bul formulalarda $v = dx/dt$, $v_0 = dx_0/dt$, $v' = dx'/dt$. *Bul tezlikler sa'ykes absolyut, ko'shirmeli ha'm salıstırmalı tezlikler dep ataladı.*

Tezleniwge o'tsek

$$dv/dt = dv_0/dt + dv'/dt, \quad a = a_0 + a'.$$

Bul formulalardag'ı $a = dv/dt$, $a_0 = dv_0/dt$, $a' = dv'/dt$ tezleniwleri sa'ykes *absolyut, ko'shirmeli ha'm salıstırmalı* tezleniwler dep ataladı.

$$F_{in} = m(a' - a) = - ma_0$$

yamasa vektorlıq tu'rde

$$F_{in} = -ma_0. \qquad (17\text{-}2)$$

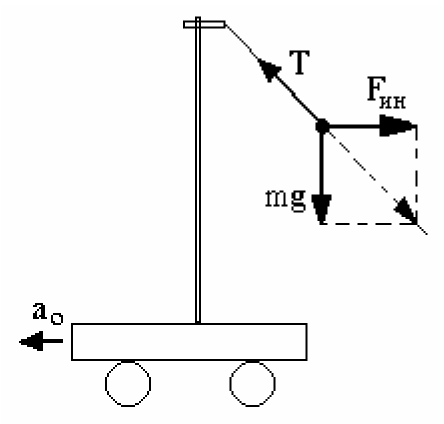
Demek inertsiya ku'shi inertsial emes sistemanın' ko'shirmeli tezleniwine qarama-qarsı bag'ıtlang'an.

Arba u'stindegi mayatnik. Meyli arba a_0 tezleniwi menen qozg'alatug'ın bolsın. Arba u'stindegi mayatniktin' qozg'alıs ten'lemesi

$$ma' = T + P + F_{in} = T + P - mv_0 = 0,$$

yag'nıy $a' = 0$. Ja'ne $tg\ \alpha = a_0/g$. Bul jerdegi α - mayatnik ilinip turg'an jip penen vertikal arasındag'ı mu'yesh.

İnertsial koordinatalar sistemasında ta'sir etiwshi ku'shler ha'm qozg'alıs ten'lemesi o'zgeredi. İnertsiya ku'shi bul jag'dayda bolmaydı. Bul jag'dayda keriw ku'shi T menen salmaq ku'shi $P = mg$ g'ana bar boladı. Ten' salmaqlıq sha'rti $ma = T + P = ma_0$ ekenligi ko'rsetedi. Tap sol sıyaqlı $tg\ \alpha = a_0/g$ ekenligi anıq.



39-su'wret.

Lyubimov mayatnigi. Tuwrı sızıqlı qozg'alıwshı inertsial emes sistemalardag'ı qubılıslardı Lyubimov mayatnigi ja'rdeminde ko'rgizbeli tu'rde ko'rsetiw mu'mkin. Mayatnik massalı ramkag'a ildirilgen. Al bul ramka bolsa vertikal bag'ıtlawshı tros ja'rdeminde erkin tu'sedi. Ramka qozg'almay turg'anda mayatnik o'zinin' menshikli jiyiligi menen terbeledi (a su'wret). Ramka terbelistin' qa'legen fazasında erkin tu'sirilip jiberiliwi mu'mkin. Mayatniktin' qozg'alısı terbelistin' qanday fazasında erkin tu'siwdin' baslang'anlıg'ına baylanıslı. Eger erkin tu'siwdin' baslang'ısh momentinde mayatnik maksimal awısıw noqatında jaylasqan bolsa, ol tu'siw barısında ramkag'a salıstırg'andag'ı o'zinin' orın o'zgertpeydi. Al tu'siwdin' baslanıw momentinde mayatnik o'zinin' maksimal awısıw noqatında jaylaspag'an bolsa, ramkag'a salıstırg'anda bazı bir tezlikke iye boladı. Ramkanın' tu'siw barısında tezliktin' ramkag'a salıstırg'andag'ı absolyut ma'nisi o'zgermey qaladı da, onın' ramkag'a salıstırg'andag'ı qozg'alıs bag'ıtı o'zgerip baradı. Na'tiyjede tu'siw barısında mayatnik asıw noqatı do'gereginde aylanbalı qozg'alıs jasaydı.

Lyubimov mayatniginin' qozg'alısın inertsial emes ha'm inertsial koordinatalar sistemasında tallaymız.

Usı qubılıstı ramkag'a baylanslı bolg'an inertsial emes esaplaw sistemasında qaraymız (b su'wret). Qozg'alıs ten'lemesi to'mendegidey tu'rge iye boladı:

$$ma' = T + R + F_{in} = T + mg - mg = T.$$

Solay etip bul materiallıq noqattın' jiptin' keriw ku'shi ta'sirindegi usı jip bekitilgen noqattın' a'tirapındag'ı qozg'alısı bolıp tabıladı. Qozg'alıs shen'ber boyınsha da'slepki sızıqlı tezliktey tezlik penen boladı. Jiptin' keriw ku'shi mayatniktin' shen'ber boyınsha qozg'alısın ta'miyinlewshi orayg'a umtılıwshı ku'sh bolıp tabıladı. Bul ku'shtin' shaması mv'^2/l ge ten' (l mayatnik ildilgen jiptin' uzınlıg'ı, v' ramkag'a salıstırg'andag'ı myatniktin' qozg'alıs tezligi).

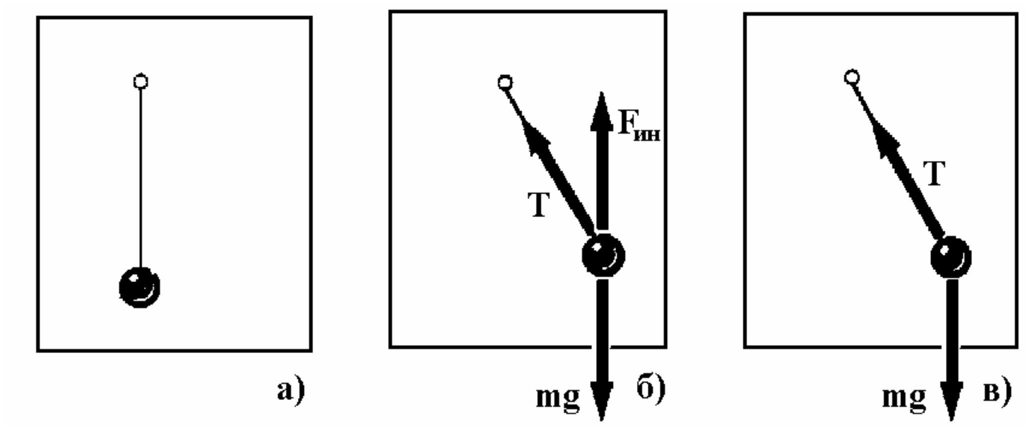
İnertsial koordinatalar sistemasında inertsiya ku'shleri bolmaydı. (v) su'wrette ko'rsetilgen mayatnikke ta'sir etiwshi ku'shler jiptin' keriw ku'shi menen salmaq ku'shi bolıp tabıladı. Qozg'alıs ten'lemesi bılay jazıladı:

$$ma = R + T = mg + T.$$

Bul ten'lemenin' sheshimin tabıw ushın mayatniktin' tolıq tezleniwin eki tezleniwge jikleymiz: $a = a_1 + a_2$. Bunday jag'dayda $ma = R + T = mg + T$ ten'lemesi eki ten'lemenin' jıynag'ı sıpatında bılayınsha jazıladı:

$$ma_1 = T, \quad ma_2 = mg.$$

Bul ten'lemelerdin' ekinshisi $a_2 = g$ sheshimine iye (yag'nıy mayatniktin' erkin tu'siwin ta'ripleydi), al birinshisi bolsa $ma' = T + R + F_{in} = T + mg - mg = T$ ten'lemesine tolıq sa'ykes keledi ha'm asıw noqatı do'geregindegi aylanıwdı ta'ripleydi.



40-su'wret. Mayatnik penen baylanısqan inertsial emes (a), mayatnik erkin tu'setug'ın inertsial (b) koordinatalar sistemalarındag'ı ha'm ten' salmaqlıq halındag'ı Lyubimov mayatnigine ta'sir etiwshi ku'shlerdin' sxeması.

Keltirilgen mısallarda qozg'alıstı tallaw inertsial emes koordinatalar sistemasında da, inertsial koordinatalar sistemasında da a'piwayı ha'm ko'rgizbeli. Sebebi mısallar inertsial emes ha'm inertsial koordinatalar sistemaları arasındag'ı baylanıstı ko'rsetiw ushın keltirilgen edi. Biraq ko'pshilik jag'daylarda ma'selelerdi inertsial emes esaplaw sistemasında sheshiw inertsial esaplaw sistemasında sheshiwge qarag'anda a'dewir jen'il boladı.

Salmaqsızlıq. Lyubimov mayatnigi mısalında erkin tu'siwshi inertsial emes esaplaw sistemasında inertsiya ku'shleri salmaq ku'shin tolıg'ı menen kompensatsiyalaytug'ınlıg'ı anıq ko'rindi. Sonlıqtan qarap o'tilgen jag'dayda qozg'alıs inertsiya menen salmaq ku'shleri bolmaytug'ın jag'daylardag'ıday bolıp ju'redi. Salmaqsızlıq halı ju'zege keledi. Bul mısal jer betinde ko'plep qollanıladı (mısalı kosmonavtlardın' trenirovkasında).

Eger lift kabinası erkin tu'rde to'menge qozg'alsa ishinde turg'an adam salmaqsızlıqta boladı. Bunday jag'daydı samolet ishindegi adamlar ushın da ornatıwg'a boladı.

§ 18. Gravitatsiyalıq ha'm inert massalar

1. Gravitatsiyalıq ha'm inert massalar haqqında tu'sinik.
2. Gravitatsiyalıq ha'm inert massalar arasındag'ı baylanıs.
3. Qızılg'a awısıw.

Erkin tu'siw barısındag'ı calmaqsızlıq halının' ornawı a'hmiyetli fizikalıq faktor bolıp tabıladı. Bul denenin' inert ha'm gravitatsiyalıq massalarının' bir ekenliginen derek beredi. İnert massa denenin' inertlilik qa'siyetin sıpatlaydı. Gravitatsiyalıq massa bolsa usı denenin' Nyutonnın' nızamı boyınsha basqa deneler menen tartısıw ku'shin ta'ripleydi. Gravitatsiyalıq massa elektr zaryadı sıyaqlı ma'niske iye. Ulıwma aytqanda denenin' inert massası menen gravitatsiyalıq massası bir yamasa bir birine proportsional boladı degen so'z hesh qaydan kelip shıqpaydı (eki fizikalıq shama bir birine proportsional bolg'an jag'dayda o'lshem birliklerin proportsionallıq koeffitsienttin' ma'nisi 1 ge ten' bolatug'ınday etip saylap alıw arqalı ten'lestiriwge boladı). *İnert ha'm gravitatsiyalıq massalardın' bir birine proportsional ekenligin da'lilleymiz.* Jerdin' gravitatsiyalıq massasın M_g dep belgileyik. Bunday jag'dayda Jer betindegi gravitatsiyalıq massası m_g bolg'an dene menen ta'sirlesiw ku'shi

$$F = GM_g m_g/R^2. \qquad (18\text{-}1)$$

R -Jerdin' radiusı.

İnert massası m bolg'an dene Jerge qaray g tezleniwi menen qozg'aladı

$$g = F/m = G*(M_g/R^2)*(m_g/m) = const*(m_g/m). \qquad (18\text{-}2)$$

Tezleniw g Jer betindegi barlıq deneler ushın birdey bolg'anlıqtan m_g/m qatnası da barlıq deneler ushın birdey boladı. Sonlıqtan inert ha'm gravitatsiyalıq massalar bir birine proportsional dep juwmaq shıg'aramız. Al proportsionallıq koeffitsientin birge ten' dep alıp eki massanı bir birine ten'lestiriwimiz mu'mkin.

İnert ha'm gravitatsiyalıq massalardın' o'z-ara ten'ligi eksperimentte teren' izertlengen. Ha'zirgi waqıtlardag'ı olar arasındag'ı ten'lik 10^{-12} ge ten' da'llikte da'lillendi. Yag'nıy

$$(m_g - m)/m_g \le 10^{-12}.$$

İnert ha'm gravitatsiyalıq massalardın' ten'ligi basqa na'tiyjege alıp keledi: eger esaplaw sisteması inertsial esaplaw sistemasına salıstırg'anda tuwrı sızıqlı ten' o'lshewli tezleniwshi qozg'alatug'ın bolsa bunday sistemadag'ı mexanikalıq qubılıslar gravitatsiya maydanındag'ıday bolıp o'tedi. Bul tastıyıqlawdı barlıq fizikalıq qubılıslarg'a ulıwmalastırıw *ekvivalentlilik printsipi* dep ataladı.

Ekvivalentlilik printsipi dep bazı bir esaplaw sistemasındag'ı tezleniwdin' bolıwı sa'ykes tartılıs maydanı bar bolıwı menen birdey dep tastıyıqlawdı aytamız.

Qızılg'a awısıw. *Jaqtılıqtın' jiyiliginin' salmaq maydanında o'zgeriwi ekvivalentlilik printsipinen kelip shıg'adı.* Meyli vertikal bag'ıtta jiyiligi ω bolg'an jaqtılıq tarqalatug'ın bolsın. Onın' jiyiligi h biyikliginde qanday boladı degen soraw tuwıladı. Ulıwma ko'z-qaras boyınsha bul sorawg'a juwap beriw mu'mkin emes. Sebebi tartılıs maydanı menen jiyilik arasındag'ı baylanıs belgisiz. Bul sorawg'a ekvivalentlilik printsipi tiykarında juwap beriwge boladı.

Eynshteyn qatnası boyınsha foton energiyası massası m bolg'an bo'lekshe energiyasına ten', yag'nıy:

$$ms^2 = \hbar\omega$$

Demek fotonnın' massası $m = \hbar\omega/s^2$ an'latpası boyınsha anıqlanadı.

Eger jaqtılıq gravitatsiyalıq maydanda tarqalatug'ın bolsa, onın' orın awıstırıwı potentsial energiyanın' o'zgerisi menen (yag'nıy jumıstın' isleniwi menen) baylanıslı boladı. Energiyanın' saqlanıw nızamın jazamız. Eger E arqalı foton energiyasın, al φ_1 menen φ_2 arqalı da'slepki ha'm aqırg'ı orınlardag'ı salmaq ku'shlerinin' potentsialları belgilengen bolsa, onda

$$dE = m(\varphi_2 - \varphi_1).$$

$E = \hbar\omega$, $m = \hbar\omega/s^2$. Sonlıqtan

$$d\omega/\omega = (1/s^2)\ (\varphi_2 - \varphi_1).$$

Bul formula qızılg'a awısıwdın' belgili formulası bolıp tabıladı ha'm kishi gravitatsiyalıq potentsialg'a iye orınlardan u'lken gravitatsiyalıq potentsialg'a iye orınlarg'a o'tkende (gravitatsiyalıq maydanda φ din' ma'nisinin' teris ekenligin esapqa alamız) spektr sızıqlarının' qızılg'a awısatug'ınlıg'ın ko'rsetedi.

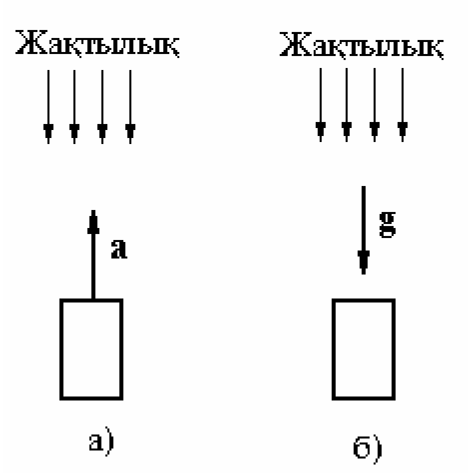
Endi ma'seleni birqansha basqasha qarayıq.

41-a su'wretti qaraymız. Baqlawshı inertsial esaplaw sistemasında jaylasqan jag'dayda qabıl etetug'ın jaqtılıg'ının' jiyiligi ν_0 bolatug'ın bolsın. Al egerde baqlawshı jaqtılıqtın' tarqalıw bag'ıtına qarama-qarsı bag'ıtta a tezleniwi menen qozg'alsa, onda qabıl etiletug'ın jaqtılıqtın' jiyiligi u'lkeyedi (Doppler effekti).

A'piwayı esaplawlar boyınsha jiyiliktin' salıstırmalı o'zgerisi to'mendegi formula boyınsha esaplanadı:

$$(\nu - \nu_0)/\nu_0 = v/s.$$

Bul an'latpadag'ı v baqlawshının' tezligi. v menen a nın' on' bag'ıtı dep jaqtılıqtın' tarqalıw bag'ıtına qarama-qarsı bag'ıttı qabıl etemiz. Eger baqlawshı t waqıtı dawamında qozg'alatug'ın bolsa, onda $v = at$. Usı waqıt aralıg'ında jaqtılıq $l = st = sv/a$ aralıg'ın o'tedi. Sonlıqtan usı waqıt aralıg'ındag'ı jiyiliktin' o'zgerisi bılayınsha anıqlanadı:



41-su'wret. Jaqtılıq ushın Doppler effektin tu'sindiriwshi su'wret.

$$(\nu - \nu_0)/\nu_0 = al/s^2.$$

Endi ma'seleni basqasha qaraymız. Endi baqlawshı qozg'almaytug'ın bolsın [b) su'wret]. Biraq baqlawshı otırg'an jerde kernewliligi g bolg'an gravitatsiya maydanı bar bolsın. Eger g nı shaması jag'ınan -a g'a ten' dep alsaq ekvivalentlilik printsipi boyınsha gravitatsiya maydanı da'slepki qarag'an jag'daydag'ıday o'zgeris payda etedi. *Gravitatsiyalıq maydan g bag'ıtında jaqtılıq tarqalatug'ın bolsa jaqtılıq tolqınının' jiyiligi u'lkeyedi, al jaqtılıq qarama-qarsı bag'ıtta tarqalg'an jag'dayda jiyiligi kemeyedi.* Eynshteyn ta'repinen birinshi bolıp boljang'an qızılg'a awısıw qubılısının' mazmunı usınnan ibarat boladı. Awısıw

$$(\nu - \nu_0)/\nu_0 = gl/s^2.$$

formulası ja'rdeminde beriledi.

Ayırma 10 metrge ten' bolg'andag'ı Jer betindegi jiyilik alatug'ın o'sim

$$\Delta\omega = \Delta\nu * 2\pi \approx 10*10*(3*10^8)^2 \approx 10^{-15}.$$

Bul ju'da' kishi shama. Bul shama Messbauer effekti ja'rdeminde o'lshendi.

Tartılıs maydanı ta'repinen payda etilgen qızılg'a awısıw menen A'lemnin' ken'eyiwi saldarınan payda bolg'an kosmologiyalıq qızılg'a awısıwdı aljastırıwg'a bolmaydı.

Salmaqsızlıq inert ha'm gravitatsiyalıq massalar bir birine ten' bolg'an jag'daylarda ju'zege keledi. Ha'zirgi waqıtları bul ten'lik joqarı da'llikte tekserilip ko'rilgen.

"Qızılg'a awısıw" tu'sinigi eki jag'dayda qollanıladı: bir jag'day - bul nurlanıw deregi qashıqlasıp baratırg'andag'ı Doppler effekti (mısalı uzaq qashıqlıqlardag'ı galaktikalardın' spektrindegi qızılg'a awısıw), ekinshi jag'daydag'ı qızılg'a awısıw jiyiliktin' o'zgeriwi almaq ku'shinin' ta'sirinde boladı.

§ 19. Aylanıwshı inertsial emes koordinatalar sistemaları

1. Kariolis tezleniwi ha'm Kariolik ku'shi.
2. Aylanıwshı koordinatalar sistemasındag'ı inertsiya ku'shleri.
3. Fuko mayatnigi.
4. Giroskoplıq ku'shler.

Aylanıwshı sistemalardın' ha'r noqatındag'ı ko'shirmeli tezlik ha'r qıylı ma'niske iye boladı. Absolyut tezlik burıng'ıday ko'shirmeli ha'm salıstırmalı tezliklerdin' qosındısınan turadı:

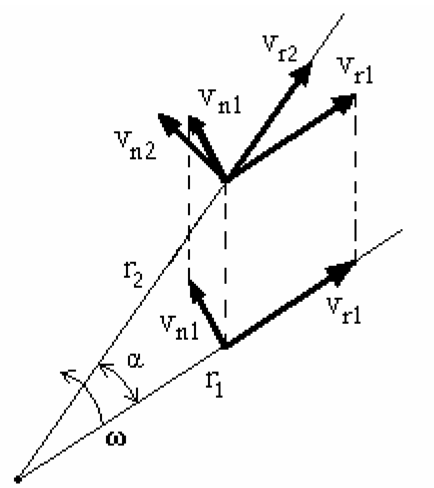
$$v = v_0 + v'. \qquad (19\text{-}1)$$

Absolyut tezleniw bolsa bunday a'piwayı tu'rge iye bolmaydı.

Aylanıwshı sistemanın' bir noqatınan ekinshi noqatına ko'shkende noqattın' ko'shirmeli tezligi o'zgeredi. Sonlıqtan ha'tte eger qozg'alıs barısında noqattın' salıstırmalı tezligi o'zgermey qalg'an jag'dayda da noqat ko'shirmeli tezleniwden o'zgeshe tezleniw aladı. *Aylanıwshı koordinatalar sistemaları ushın absolyut tezleniw ushın jazılg'an an'latpada ko'shirmeli ha'm salıstırmalı tezleniwden basqa Kariolis tezleniwi dep atalıwshı tezleniw boladı.*

$$a = a_0 + a' + a_K. \qquad (19\text{-}2)$$

a_K - Kariolis tezleniwi.



42-su'wret. Koriolis tezleniwi inertsial emes sistemanın' ha'r qıylı noqatlarındag'ı ko'shirmeli tezleniwdin' ha'r qıylı bolg'anlıg'ınan payda boladı.

Kariolis tezleniwinin' fizikalıq ma'nisin tu'siniw ushın aylanıw tegisligindegi qozg'alıstı qaraymız. Birinshi gezekte bizdi noqattın' radius boylap turaqtı salıstırmalı tezlik penen qozg'alıwın qaraymız. Su'wrette noqattın' eki waqıt momentindegi awhalı ko'rsetilgen (waqıt momentleri arasındag'ı ayırma Δt). Δt waqıtı dawamında radius $\Delta\alpha = \omega\Delta t$ mu'yeshine burıladı. Radius boyınsha tezlik v_r usı waqıt ishinde bag'ıtı boyınsha o'zgeredi. Al radiusqa perpendikulyar bolg'an v_n tezligi bag'ıtı boyınsha da, absolyut ma'nisi boyınsha da o'zgeriske ushıraydı. Radiusqa perpendikulyar bolg'an tezliktin' qurawshısının' tolıq o'zgerisi

$$\Delta v_n = v_{n2} - v_{n1}\cos\alpha + v_r\,\Delta\alpha = \omega r_2 - \omega r_1\cos\alpha + v_r\,\Delta\alpha \approx$$
$$\approx \omega(r_2 - r_1) + v_r\,\omega\,\Delta t = \omega\,\Delta r + v_r\,\omega\,\Delta t. \qquad (19\text{-}3)$$

Bul jerde cos $\alpha \approx 1$ ekenligi esapqa alıng'an.

Demek, Kariolis tezleniwi

$$a_K = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta v_n/\Delta t) = \omega*(dr/dt) + v_r\,\omega = 2v_r\,\omega. \qquad (19\text{-}4)$$

Bul an'latpa vektorlıq tu'rde bılayınsha jazıladı:

$$a_K = 2[\omega,\ v']. \qquad (19\text{-}5)$$

v' radius bag'ıtındag'ı salıstırmalı tezlik.

Noqat radiusqa perpendikulyar bag'ıtta qozg'alg'anda da $a_K = 2[\omega,\ v']$ an'latpasına iye bolamız. Al noqat aylanıw ko'sheri bag'ıtında qozg'alg'anda hesh qanday Kariolis tezleniwi payda bolmaydı.

Aylanıwshı koordinatalar sistemasındag'ı inertsiya ku'shleri. Aylanıwshı koordinatalar sistemasındag'ı ko'shirmeli tezlik penen baylanıslı bolg'an ku'sh inertsiyanın' oraydan qashıwshı ku'shi dep ataladı:

$$F_{o.q.} = m\,\omega^2\,R. \qquad (19\text{-}6)$$

Bul ku'sh aylanıw ko'sherinen vektor bag'ıtı boyınsha bag'ıtlang'an.

Kariolis tezleniwi menen baylanıslı bolg'an inertsiya ku'shi

$$F_K = 2m[\omega,\ v'] \qquad (19\text{-}7)$$

Kariolis ku'shi dep ataladı.

Fuko mayatnigi. Kariolis ku'shinin' gorizont boyınsha bag'darlang'an qurawshısı ta'sir etetug'ın mayatnikti qarayıq.

Eger mayatnik o'zinin' ten' salmaqlıq awhalınan awıstırılg'annan keyin bosatılıp jiberilse, ol o'zinin' ten' salmaqlıq halına qaray qozg'ala baslaydı. Biraq Kariolis ku'shi onı on' ta'repke qaray iyteredi, sonlıqtan da ol ten' salmaqlıq halına sa'ykes keletug'ın noqat arqalı o'tpeydi. Keyin qaytarda mayatnik shep ta'repke qaray awıtqıydı.

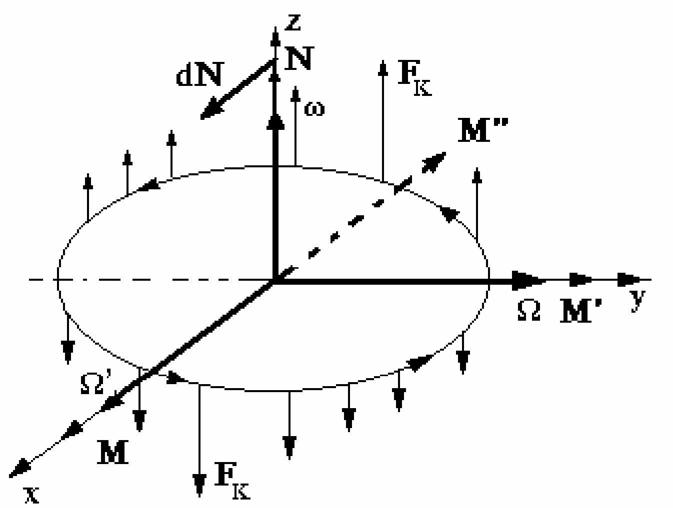
Mayatnikti basqa usıl menen de qozg'alta baslawg'a boladı. Bunda mayatnikke ten' salmaqtıq halında turg'anda tezlik beriledi. Onın' qozg'alısının' barısı o'zgeredi. Oraydan qashıqlag'anda Kariolis ku'shi mayatnikke on' ta'repke bag'ıtlang'an ku'sh penen ta'sir etedi. Al keyinge qaytarda ku'sh qarama-qarsı bag'ıtqa o'zgeredi ha'm usının' saldarınan mayatnik ten' salmaqlıq noqatı arqalı o'tedi.

Bir terbelis dawamında mayatniktin' alatug'ın awısıwının' ko'p emes ekenligi ta'biyiy. Sonlıqtan u'lken awıtqıwdı mayatniktin' ko'p sandag'ı terbelisleri barısında alıw mu'mkin.

Mayatniktin' terbelis tegisliginin' mu'yeshlik tezligi ω_v bolsın. Jer sharı polyusında tolıq bir aylanıw bir sutkada boladı. Al φ ken'liginde $1/\sin\varphi$ sutkada tolıq bir aylanadı. Al ekvatorda Fuko mayatniginin' terbelis tegisliginin' aylanıwı baqlanbaydı.

Giroskoplıq ku'shler. Endi giroskoplıq ku'shler ta'biyatın talqılaymız. Bul ku'shler ta'biyatı jag'ınan Kariolis ku'shleri bolıp tabıladı.

Meyli su'wrette ko'rsetilgendey mu'yeshlik tezligi z ko'sheri menen bag'ıtlas bolg'an aylanıwshı disk berilgen bolsın. Disk massası m bolg'an materiallıq noqatlardan tursın. Diskke x ko'sherinin' on' ma'nisleri ta'repine qaray bag'ıtlang'an M ku'sh momenti tu'sirilsin. Usı momenttin' ta'sirinde disk x ko'sheri do'gereginde bazı bir Ω' mu'yeshlik tezligi menen aylana baslaydı. Na'tiyjede qozg'alıwshı noqatlarg'a $F_K = -2m[\Omega',\ v']$ Kariolis ku'shi ta'sir ete baslaydı. Bul ku'shler u ko'sheri bag'ıtındı ku'sh momentin payda etedi. O'z gezeginde bul ku'sh momenti bul ko'sher do'gereginde diskti mu'yeshlik tezligi Ω bolg'an tezlik penen aylandıra baslaydı. Usının' na'tiyjesinde N impuls momenti vektorı M vektorı bag'ıtında qozg'aladı, yag'nıy sırttan tu'sirilgen momenttin' ta'sirinde giroskoptın' ko'sherindey bolıp pretsessiyalıq qozg'alıs jasaydı. Sonlıqtan da *giroskoplıq ku'shler Kariolis ku'shleri bolıp tabıladı* dep juwmaq shıg'aramız.



43-su'wret. Giroskoplıq ku'shler Kariolis ku'shlerinin' saldarınan payda boladı.

Giroskopiyalıq ku'shlerdin' payda bolıwın tolıg'ıraq talqılaw ushın Kariolis ku'shin esaplaymız. Su'wrette qozg'alıwshı disktin' noqatlarının' z ko'sherinin' on' ta'repinedegi tezliklerinin' tarqalıwı ko'rsetilgen. u ko'sherinin' joqarısında disktin' ha'r qıylı noqatlarında Kariolis ku'shleri sızılmag'a perpendikulyar ha'm bizge qaray bag'ıtlang'an. Al u ko'sherinen to'mende bizden arman qaray bag'ıtlang'an. Bunnan keyin $F_K = -2m[\Omega', v']$ ekenligi esapqa alg'an halda ($v' = \omega r$) to'mendegi an'latpanı jazamız:

$$F_K = 2m\Omega' v' \sin G' = 2m\Omega'\omega r \sin G'.$$

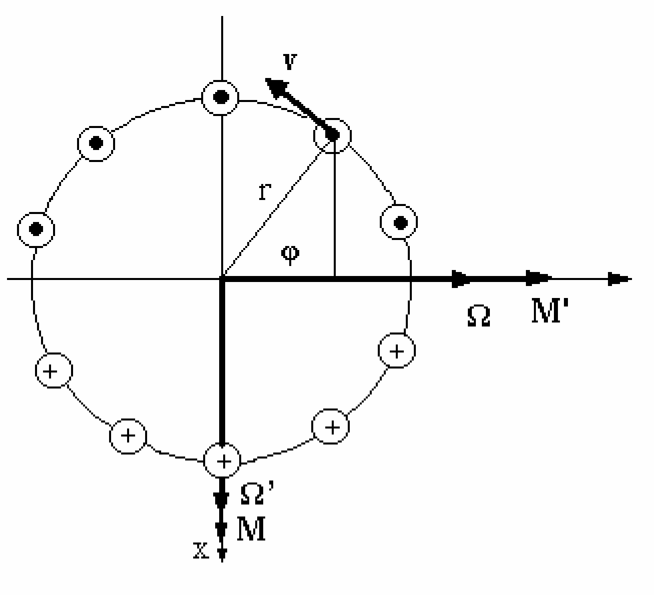
Kariolis ko'shinin' u ko'sherine salıstırg'andag'ı momenti ushın

$$M_u' = 2m\Omega'\omega r^2 \sin^2 \varphi.$$

Tolıq bir aylanıw barısındag'ı $\sin^2 \varphi$ funktsiyasının' ortasha ma'nisi 1/2 ekenligin esapqa alıp ($\langle\sin^2 \varphi\rangle = 1/2$)

$$\langle M_u'\rangle = m\Omega' r^2 \omega = N\,\Omega'.$$

Bul an'latpada $mr^2 = I$ ekenligi esapqa alıng'an.



44-su'wret. Kariolis ku'shi momentin esaplawg'a.

Kariolis ku'shi inertsiya ku'shi sıyaqlı Kariolis tezleniwine qarama-qarsı bag'ıtlang'an ha'm denege ta'sir etedi.

Mu'yeshlik tezleniwdi qurawshılarg'a jiklew sol mu'yeshlik tezliktin' vektorlıq ta'biyatı menen baylanıslı.

Sorawlar:

1. Aylanıwshı inertsial emes koordinatalar sistemasında qanday inertsiya ku'shleri payda boladı?
2. Kariolis ku'shinin' payda bolıwına qanday faktorlar alıp keledi?
3. Kariolis ku'shleri jumıs isleyme?
4. Oraydan qashıwshı ku'shler jumıs isleyme?

§ 20. Qattı deneler dinamikası

1. Anıqlamalar.
2. Mu'yeshlik tezlik vektor sıpatında.
3. Eyler teoreması.

Massa orayının' qozg'alıs ten'lemesi

$$m(dv/dt) = F_{sırtqı}. \qquad (20\text{-}1)$$

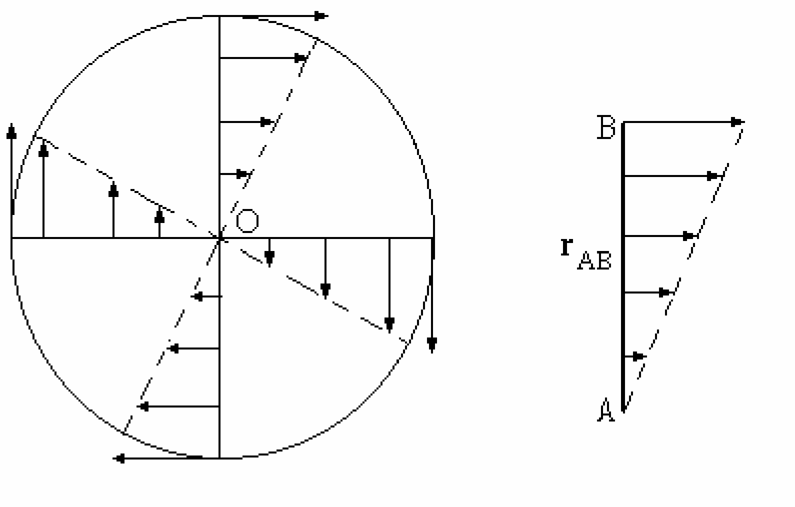
Momentler ten'lemesi

$$dL/dt = M_{sırtqı} \qquad (20\text{-}2)$$

ekenligi ma'lim.

$F_{sırtqı} = 0$ ha'm $M_{sırtqı} = 0$ ten'likleri qattı denenin' ten' salmaqlıqta turıwının' za'ru'rli bolg'an sha'rtleri bolıp tabıladı.

Meyli qattı dene qozg'almaylug'ın ko'sher do'gereginde aylanatug'ın bolsın. Usı denedegi tezliklerdin' noqatlar boyınsha tarqalıwın izertlew ushın aylanıw ko'sherine perpendikulyar bolg'an tegisliktegi tezliklerdi ko'rip shıqqan maqul boladı. Tezliklerdin' tarqalıwı su'wrette ko'rsetilgen. Aylanıw ko'sheri o'tetug'ın O noqatı qozg'almaydı. Basqa noqatlardın' barlıg'ı da O orayı a'tirapında aylanadı. Olardın' tezlikleri sa'ykes radiuslarg'a tuwra proportsional.



45-su'wret.

Meyli A ha'm B qattı denenin' eki ıqtıyarlı tu'rde alıng'an noqatı bolsın. Olar arasındag'ı qashıqlıq turaqlı bolıp qaladı. Sonlıqtan $(\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A)^2$ = const. Bul an'latpanı waqıt boyınsha differentsiallap $(\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A)(\dot{\mathbf{r}}_B - \dot{\mathbf{r}}_A) = 0$ yamasa

$$\mathbf{r}_{AB}(\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A) = 0 \qquad (20\text{-}3)$$

ten'lemelerin alamız. Bul jerde $\mathbf{r}_{AB} \equiv \overrightarrow{AB}$.

Meyli biz qarap atırg'an waqıt momentinde tezligi nolge ten' noqat bolsın. Usı noqattı A noqatı dep qabıl eteyik. Onda usı waqıt momenti ushın V noqatının' qay jerde bolıwına qaramastan

$$\mathbf{r}_{AB}\mathbf{v}_B = 0 \qquad (20\text{-}4)$$

ten'ligin alamız. Eki vektordın' ko'beymesi nolge ten' degen so'z olardın' o'z-ara perpendikulyar ekenliginen derek beredi. Demek v_V orayı A bolg'an shen'berge urınba bag'ıtında. Bunday jag'day A ha'm V noqatların tutastırıwshı barlıq noqatlar ushın da durıs. Biz qarap atırg'an momentte A noqatı qozg'almay turadı, al v_V tezliginin' shaması AV aralıg'ına proportsional. Usı tiykarda bılay juwmaq shıg'aramız: *qarap atırg'an momentte denedegi tezliklerdin' tarqalıwı A noqatı arqalı o'tiwshi qozg'almaytug'ın ko'sher do'gereginde aylang'andag'ı jag'daydag'ıday boladı.* Denenin' usınday qozg'alısı *bir zamatlıq aylanıs* dep ataladı. Biz qarag'an jag'dayda bir zamatlıq ko'sher A noqatı arqalı o'tedi. "*Bir zamatlıq*" so'zi berilgen "*waqıt momentinde*" ekenligin bildiredi.

Bir zamatlıq ko'sher tek g'ana tezliklerdin' bir zamatlıq tarqalıwın u'yreniw ushın qollanıladı.

Mu'yeshlik tezlik vektor sıpatında. Meyli qattı dene qozg'almaytug'ın ko'sher do'gereginde yamasa bir zamatlıq ko'sher do'gereginde ω mu'yeshlik tezligi menen aylanatug'ın bolsın. Usı denenin' ko'sherden $r_\perp$ qashıqlıqta turg'an ıqtıyarlı bir M noqatın alamız. Bul noqattın' sızıqlı ha'm mu'yeshlik tezlikleri

$$v = \omega r_\perp \qquad (20\text{-}5)$$

qatnası menen baylanısqan.

$$\omega = [r_\perp, v]/r_\perp^2 \qquad (20\text{-}6)$$

aksial vektorı kirgizemiz.

(20-5) ten ω vektorının' uzınlıg'ı aylanıwdın' mu'yeshlik tezligine ten' ekenligi kelip shıg'adı. Al bag'ıtı aylanıw ko'sheri bag'ıtı menen sa'ykes keledi. Ulıwma

$$v = [\omega r_{\perp}] \qquad (20\text{-}7)$$

u'sh vektorı o'z-ara perpendikulyar.

ω vektorı mu'yeshlik tezlik vektorı dep ataladı. Sonlıqtan mu'yeshlik tezlikti vektor sıpatında qaraw kerek. Onın' bag'ıtı on' burg'ı qag'ıydası ja'rdeminde anıqlanadı.

(20-7)-formulag'a qolaylıraq tu'r beriw mu'mkin. Ulıwma jag'dayda a'piwayı matematikalıq talqılawlardan keyin

$$v = [\omega r] \qquad (20\text{-}8)$$

ekenligin ko'rsetiwge boladı.

Demek ω vektorlıq shama bolıp tabıladı. Sonlıqtan da mu'yeshlik tezlikler vektorları ushın barlıq geometriyalıq qatnaslar orınlanadı. Ma'selen eki ko'sher do'gereginde aylang'anda qatta denede alıng'an ıqtıyarlı M noqatı birinshi ko'sher do'gereginde $v = [\omega_1 r]$ tezligi menen aylansın. Al ekinshi ko'sher do'gereginde $v = [\omega_2 r]$ sızıqlı tezligi menen aylanadı. Na'tiyjede

$$v = v_1 + v_2 = [(\omega_1 + \omega_2)\, r] \qquad (20\text{-}9)$$

tezligi menen qozg'aladı. Keyninde

$$\omega = \omega_1 + \omega_2 \qquad (20\text{-}10)$$

ekenligine iye bolamız. Demek ha'r qıylı mu'yeshlik tezlik penen bolaug'ın aylanbalı qozg'alıslar o'z-ara qosıladı eken.

Eyler teoreması: *Tegis qozg'alısta qattı dene qa'legen awhaldan onnan basqa awhalg'a bazı bir ko'sher do'geregindegi bir burıwdın' na'tiyjesinde alıp keliniwi mu'mkin.*

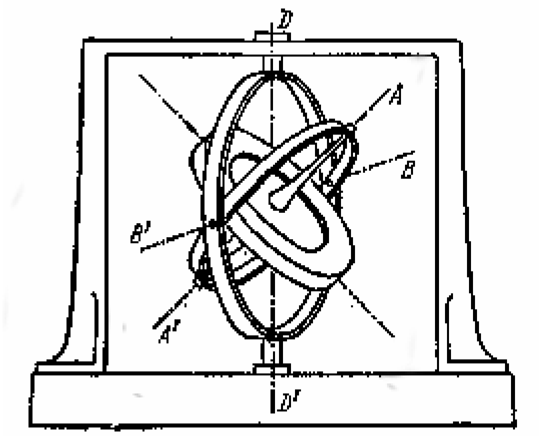
Bul teoremanı talqılap *bir qozg'almaytug'ın noqatqa iye qattı denenin' qa'legen qozg'alısın usı noqat arqalı o'tetug'ın bir zamatlıq ko'sher do'geregindegi aylanıs dep qarawg'a boladı. Waqıttın' o'tiwi menen bul bir zamatlıq ko'sher denede de, ken'islikte de orın almastıradı* degen juwmaqqa kelemiz.

§ 21. Giroskoplar

Aylanıp turg'an qattı denenin' aylanıw ko'sheri bag'ıtın saqlaw qa'siyeti, sonday-aq sırttan ta'sir tu'sirilgende denenin' ko'sheri ta'repinen tirewge ta'sir etiwshi ku'shlerdin' o'zgeriwi ha'r qıylı texnikalıq maqsetler ushın paydalanıladı. Texnikada qollanılatug'ın joqarı tezlik penen aylanatug'ın simmetriyalı deneler a'dette giroskop (zırıldawıq) dep ataladı. Ko'pshilik jag'daylarda giroskop dep aylanıw ko'sheri ken'islikte bag'ıtın o'zgertetug'ın aylanıp turıwshı qattı denege aytamız (giroskop so'zi aylanbalı qozg'alıstı anıqlawshı a'sbap ma'nisin beredi). Giroskoplardın' tez aylanıwına baylanıslı bolg'an barlıq qubılıslar *giroskoplıq qubılıslar* dep ataladı.

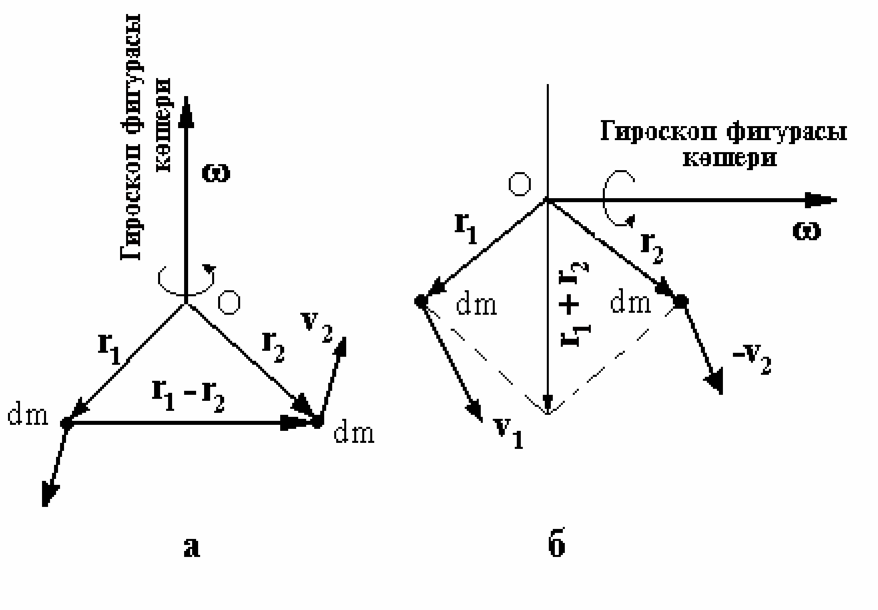
Geometriyalıq ko'sherge salıstırg'anda simmetriyag'a iye giroskoplar simmetriyalıq giroskoplar dep ataladı. Bul ko'sherdi *geometriyalıq ko'sher* yamasa *giroskop figurasının' ko'sheri* dep ataladı. Simmetriyalıq ha'm simmetriyalıq emes giroskoplar teoriyası bar. Solardın' ishinde simmetriyalıq giroskoplar teoriyası a'piwayı mazmung'a iye. A'dette giroskop figurasınının' bir noqatı bekitilgen boladı. Bul noqattı giroskoptın' su'yeniw noqatı dep ataymız. Ulıwma jag'dayda su'yeniw noqatı dep atalıwı ushın qozg'alıs usı noqatqa salıstırg'anda qaralıwı kerek.

Giroskop ken'islikte erkin tu'rde qozg'alıwı ushın *kardan asıwı* kerek (46-su'wret).



46-su'wret. Kardan asıwındag'ı giroskop.

Eyler teoreması boyınsha qozg'almaytug'ın O su'yewi bolg'andag'ı qozg'alısı usı noqat arqalı o'tiwshi bir zamatlıq ko'sher do'geregidegi qozg'alıs dep qarawg'a boladı. ω arqalı giroskoptın' bir zamatlıq aylanıw tezligin belgileymiz. O noqatına salıstırg'andag'ı impuls momenti L arqalı belgilensin. Simmetriyalı giroskop ushın ω ha'm L vektorları arasındag'ı baylanıstı tabamız. Eger ω giroskop figurası ko'sheri bag'ıtında yamasa og'an perpendikulyar bolsa bul eki vektor (L ha'm ω) o'z-ara parallel. Bul jag'daydın' durıs ekenligine an'sat tu'rde ko'z jetkeriwge boladı. Giroskop denesin oyımızda birdey bolg'an ha'm giroskop figurası ko'sherine salıstırg'anda simmetriyalı jaylasqan materiallıq noqatlar juplarına bo'lemiz (47-a ha'm 47-b su'wretlerde ko'rsetilgen). Usınday jup noqatlardın' O noqatına salıstırg'andag'ı impuls momenti $dL = dm\,[r_1 v_1] + dm\,[r_2 v_2]$. Bul an'latpada dm ha'r bir noqat massası. Eger giroskop o'z figurası ko'sheri do'gereginde aylanatug'ın bolsa (47-a su'wret) v_1 ha'm v_2 tezlikleri o'z ara ten' ha'm bag'ıtları boyınsha qarama-qarsı.
Bul jag'dayda $dL = dm\,[v_2\,(r_2 - r_1)]$. v_2 ha'm $(r_2 - r_1)$ vektorları aylanıw ko'sherine perpendikulyar. Sonlıqtan dL vektorı ha'm sonın' menen birge giroskoptın' o'zinin' impuls momenti L aylanıw ko'sherinin' bag'ıtı menen bag'ıtlas. Shaması boyınsha L aylanıw ko'sherine salıstırg'andag'ı impuls momentine ten'. Sonlıqtan $L = I_{||}\omega$, bul jerde $I_{||}$ giroskoptın' figurası ko'sherine salıstırg'andag'ı inertsiya momenti. Eger giroskop o'z figurası ko'sherine perpendikulyar ko'sher do'gereginde aylanatug'ın bolsa (47-b su'wret) $v_2 = v_1$, sonlıqtan $dL = dm\,[v_1\,(r_2 + r_1)]$. Bul jerde dL menen L din' aylanıw ko'sheri boyınsha bag'ıtlang'anlıg'ı ko'rinip tur. Qala berse $L = I_{\perp}\omega$, $I_{\perp}$ giroskoptın' figurasına perpendikulyar ko'sherge salıstırg'andag'ı inertsiya momenti.



47-su’wret. Giroskop figurası ko’sheri.

Al giroskop figurası ıqtıyarlı ko’sher do’gereginde aylanatug’ın bolsa ω vektorın giroskop ko’sherine parallel bolg’an $\omega_{||}$ ha’m perpendikulyar $\omega_{\perp}$ bolg’an eki qurawshıg’a jikleymiz (47-su’wrette ko’rsetilgen). Anıqlama boyınsha impuls momenti giroskoptı qurawshı materiallıq noqatlardın’ sızıqlı tezlikleri arqalı an’latıladı. O’z gezeginde bul tezlikler giroskoptın’ ha’mme noqatlarında birdey ma’niske iye bolg’an mu’yeshlik tezlik vektorı ω arqalı esaplanadı. Demek L vektorı ω vektorı ja’rdeminde anıqlanadı eken. Olay bolsa $L = L(\omega) = L(\omega_{||} + \omega_{\perp})$ dep jazamız. $L(\omega_{\perp}) = I_{\perp}\,\omega_{\perp}$, $L(\omega_{||}) = I_{||}\,\omega_{||}$. Na’tiyjede

$$L = I_{\perp}\,\omega_{\perp} + I_{||}\,\omega_{||} \qquad (21\text{-}1)$$

ten’ligin alamız.

Biz giroskoptın’ kinetikalıq energiyası ushın

$$K = \frac{1}{2}(I_{\perp}\,\omega_{\perp}^2 + I_{||}\,\omega_{||}^2) = \frac{1}{2}(\,L_{\perp}^2/\,I_{\perp} + L_{||}^2/\,I_{||}) \qquad (21\text{-}2)$$

Demek *simmetriyalıq giroskoptın’ kinetikalıq energiyası eki aylanıwdın’ kinetikalıq energiyalarının’ qosındısınan turadı: birinshi aylanıs figura ko’sheri do’gereginde, ekinshisi og’an perpendikulyar ko’sher do’gereginde boladı.*

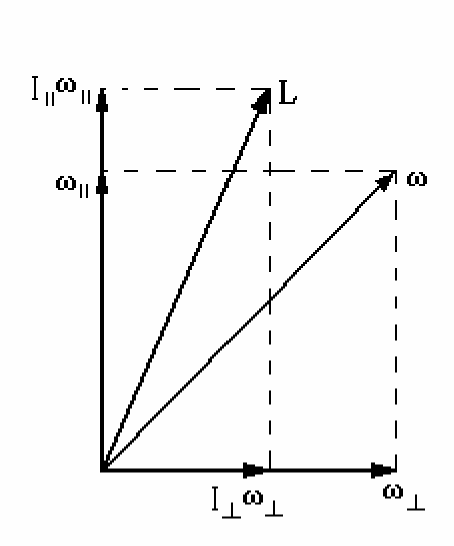
Giroskop teoriyası tolıg’ı menen momentler ten’lemesine tiykarlang’an:

$$\dot{L} = M. \qquad (21\text{-}3)$$

Qala berse L ha’m M momentleri giroskoptın’ su’yenishi O g’a salıstırg’anda alınadı. Eger sırtqı ku’shler momenti M = 0 bolsa giroskop *erkin giroskop* dep ataladı. Erkin giroskop ushın

$$L = I_{\perp}\,\omega_{\perp} + I_{||}\,\omega_{||} = s\chi nst. \qquad (21\text{-}4)$$

Bul ten’leme giroskop impulsı momentinin’ saqlanıwın beredi.



48-su'wret.

Bul ten'lemege energiyanın' saqlanıw nızamın baylanıstırıw kerek:

$$K = \frac{1}{2}(I_{\perp}\,\omega_{\perp}^{2} + I_{||}\,\omega_{||}^{2}) = \text{const}. \qquad (21\text{-}5)$$

Eger $L = I_{\perp}\,\omega_{\perp} + I_{||}\,\omega_{||} = s\chi nst$ ten'lemesi kvadratqa ko'tersek

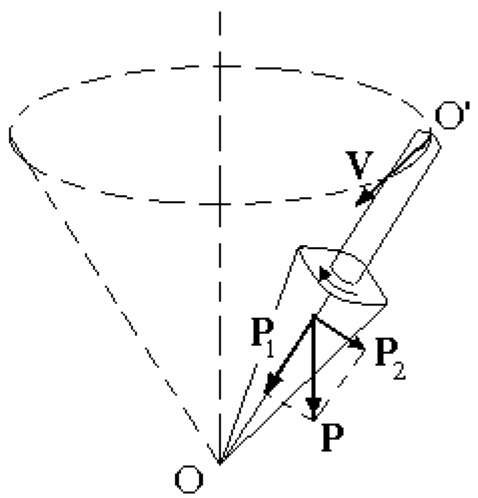
$$I_{\perp}^{2}\,\omega_{\perp}^{2} + I_{||}^{2}\,\omega_{||}^{2} = s\chi nst \qquad (21\text{-}6)$$

ten'lemesi alamız.

Demek giroskop qozg'alg'anda $\omega_{\perp}$ ha'm $\omega_{||}$ *vektorlarının' uzınlıqları turaqlı bolıp* qaladı eken. *Sonın' menen birge impuls momentinin' eki qurawshıları da turaqlı bolıp qaladr.* $L_{\perp} = I_{\perp}\,\omega_{\perp}$ ha'm $L_{||} = I_{||}\,\omega_{||}$. Demek L ha'm ω *vektorları arasındag'ı mu'yeshler de turaqlı bolıp qaladı.* $L_{\perp}$ ha'm $L_{||}$ lardın' *turaqlı bolıp qalatug'ınlıg'ınan* L *vektorı menen giroskop figurası ko'sheri arasındag'ı mu'yeshtin' turaqlı bolatug'ınlıg'ı kelip shıg'adı.* Giroskop figurasının' ko'sheri bir zamatlıq ko'sher do'gereginde ω mu'yeshlik tezligi menen aylanıs jasaydı. L ha'm ω vektorlarının' giroskop figurası menen bir tegislikte jatatug'ınlıg'ın ko'rip edik. L vektorı ken'islikte o'zinin' bag'ıtın o'zgertpeytug'ınlıg'ına baylanıslı bir zamatlıq aylanıw ko'sheri sol ko'sherdin' do'gereginde ω mu'yeshlik tezligi menen aylanıwı sha'rt. Usılardın' barlıg'ı da to'mendegi na'tiyjelerge alıp keledi:

Ha'r bir waqıt momentindegi erkin giroskoptın' aylanıwı su'yeniw noqatı arqalı o'tiwshi bir zamatlıq ko'sher do'gereginde aylanıw bolıp tabıladı. Waqıttın' o'tiwi menen bir zamatlıq ko'sher ha'm L vektorı denedegi ornın o'zgertedi ja'ne giroskop figurası ko'sheri do'gereginde ω mu'yeshlik tezligi menen konuslıq bet sızadı. Ken'isliktegi L vektorının' bag'ıtı turaqlı bolıp qaladı. Giroskop figurasının' ko'sheri ha'm bir zamatlıq ko'sher usı bag'ıt do'gereginde sol mu'yeshlik tezlik penen ten' o'lshemli qozg'aladı. Usınday qozg'alıs *giroskoptın' pretsessiyası* dep ataladı.

A'dettegi zırıldawıq qozg'alg'andag'ı baqlanatug'ın pretsessiya su'wrette ko'rsetilgen. Zırıldawıq en'keyip aylang'anda awırlıq ku'shinin' R_2 qurawshısı ko'sherdi ko'birek en'keytiwge tırısadı. Biraq giroskoplıq effekt na'tiyjesinde OO′ ko'sheri V strelkası ja'rdeminde ko'rsetilgen perpendikulyar bag'ıt boyınsha awıtqıydı ha'm giroskop qozg'alg'anda (pretsessiyalang'anda) onın' ko'sheri konuslıq bet penen qozg'aladı. Pretsessiya na'tiyjesinde zırıldawıq qulamaydı.



49-su'wret. Giroskoptın' pretsessiyası.

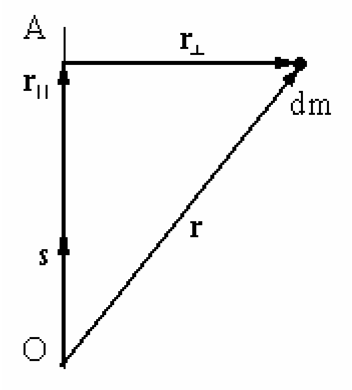
Pretsessiyanın' mu'yeshlik tezligi Ω bılay anıqlanadı:

$$\Omega = M/L.$$

Bul an'latpadag'ı L - giroskoptın' impuls momenti, M su'yeniw noqatına salıstırg'andag'ı salmaq ku'shi momenti.

§ 22. İnertsiya tenzorı ha'm ellipsoidı

Bazı bir ıqtıyarlı OA ko'sherine salıstırg'andag'ı qattı denenin' inertsiya momenti I di esaplaymız (sızılmadan paydalanamız). Ko'sher koordinata bası O arqalı o'tedi dep esaplaymız. Koordinatalardı x, y, z yamasa x_1, x_2 ha'm x_3 dep belgileymiz (eki tu'rli bolıp belgilew sebebi keyinirek ma'lim boladı). Sonlıqtan



50-su'wret.

$$x_1 \equiv x,\ x_2 \equiv y,\ \ x_3 \equiv z.$$

dm massalı denenin' radius-vektorı eki qurawshıg'a jikleymiz. Sonda

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_\perp + \mathbf{r}_\parallel. \qquad (22\text{-}1)$$

İnertsiya momentinin' anıqlaması boyınsha

$$I = \int \mathbf{r}_\perp^2 dm = \int (\mathbf{r}^2 - \mathbf{r}_\parallel^2) dm. \qquad (22\text{-}2)$$

s OA bag'ıtındag'ı birlik vektor. Sonlıqtan $r_\parallel = (r\ s) = xs_x + ys_y + zs_z$. Bunnan basqa $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$. Bul jag'daydı ha'm $s_x^2 + s_y^2 + s_z^2 = 1$ ekenligin esapqa alıp

$$I = I_{xx}s_x^2 + I_{yy}s_y^2 + I_{zz}s_z^2 + 2I_{xy}s_xs_y + 2I_{xz}s_xs_z + 2I_{yz}s_ys_z. \qquad (22\text{-}3)$$

Bul jerde I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, $I_{xy} \equiv I_{yx}$, $I_{yz} \equiv I_{zy}$, $I_{zx} \equiv I_{xz}$ turaqlı sanlar bolıp, to'mendegishe anıqlanadı:

$$I_{xx} = \int (y^2 + z^2) dm,$$

$$I_{yy} = \int(z^2 + x^2)dm,$$
$$I_{zz} = \int(x^2 + y^2)dm,$$
$$I_{xy} \equiv I_{yx} = \int xy\, dm,$$
$$I_{yz} \equiv I_{zy} = \int yz\, dm,$$
$$I_{zx} \equiv I_{xz} = \int xz\, dm. \qquad (22\text{-}4)$$

Bul alıng'an shamalar ushın basqasha belgilew qollanamız, mısalı $I_{xy} = I_{12}$ h.t.b. Sonda alıng'an tog'ız shama inertsiya momenti tenzorın payda etedi:

$$\begin{matrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{matrix} \qquad (22\text{-}5)$$

Bul tenzor denenin' O noqatına salıstırg'andag'ı inertsiya tenzorı dep ataladı. Bul tenzor simmetriyalı, yag'nıy $I_{ij} = I_{ji}$. Sonlıqtan da ol altı qurawshısı ja'rdeminde tolıg'ı menen anıqlanadı.

(22-5) formulasın geometriyalıq jaqtan su'wretlew mu'mkin. Eger de koordinata ko'sherlerin ju'rgizip, ko'sherlerge $r = 1/(I)^{1/2}$ ma'nislerin qoysaq *inertsiya ellipsoidı* dep atalıwshı figuranı alamız.

§ 23. O'zgermeli massalı denelerdin' qozg'alısı

1. Reaktiv qozg'alıs.
2. Mesherskiy ten'lemesi.
3. Tsiolkovskiy formulası.
4. Xarakteristikalıq tezlik.
5. Relyativistlik raketalar.

Reaktiv qozg'alıs. Reaktiv dvigatelde janar maydın' janıp atlıg'ıp shıg'ıwının' na'tiyjesinde tartıw ku'shi payda boladı. Bul ku'sh reaktsiya ku'shi sıpatında Nyuton nızamı boyınsha payda boladı. Sonlıqtan payda bolg'an ku'shti reaktiv ku'sh, al dvigateldi reaktiv dvigatel dep ataymız. Sonı atap o'tiw kerek, *tartıw payda etetug'ın qa'legen dvigatel ma'nisi boyınsha reaktiv dvigatel bolıp tabıladı.* Mısalı a'piwayı pa'rrigi bar samolettın' tartıw ku'shi de reaktiv ku'sh. Bunday samolettın' tartıw ku'shi pa'rrikler ta'repinen artqı ta'repke hawa massasın iyterilgende payda bolatug'ın ku'shke ten'.

Biraq raketanın' reaktiv qozg'alısı menen basqa denelerdin' qozg'alısı arasında u'lken ayırma bar. Raketa janıw produktlarının' atılıp shıg'ıwınan alg'a qaray iyteriledi. Sonın' menen birge janbastan burın bul produktlardın' massası raketanın' ulıwmalıq massasına kiretug'ın edi. Basqa mısallarda bunday jag'day bolmaydı. Pa'rrik ta'repinen artqa iyterilgen hawa massası samolettın' massasına kirmeydi. Sonlıqtan da reaktiv qozg'alıs haqqında ga'p bolg'anda reaktiv dvigatelde bolatug'ın jag'day na'zerde tutıladı. Bul o'zgermeli massag'a iye denenin' qozg'alısının' dıqqatqa alınatug'ınlıg'ın, sonın' menen birge tartıw ku'shi raketanın' o'zine tiyisli bolg'an zatlardın' janıwınan payda bolatug'ınlıg'ınan derek beredi.

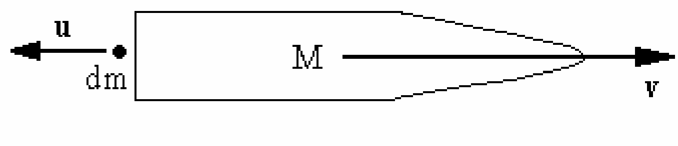
Mesherskiy ten'lemesi. Nyutonnın' u'shinshi nızamının' en' ulıwma tu'rdegi an'latpası impulstın' saqlanıw nızamı bolıp tabıladı.

Meyli $t = 0$ waqıt momentinde $M(t)$ massasına iye ha'm v tezligi menen qozg'alatug'ın raketa tezligi u bolg'an dM' massasın shıg'arg'an bolsın. M ha'm dM' massaları relyativistlik massalar bolıp tabıladı, al tezlikler v ha'm u inertsial esaplaw sistemasına qarata alınadı.

Massanın' saqlanıw nızamı to'mendegidey tu'rge iye:

$$dM + dM' = 0. \qquad (23\text{-}1)$$

$dM < 0$ ekenligi anıq, sebebi raketanın' massası kemeyedi. t waqıt momentinde sistemanın' tolıq impulsı Mv g'a ten', al $(t + dt)$ waqıt momentinde impuls $(M + dM)(v + dv) + u\, dM'$ shamasına ten'. Sonlıqtan berilgen jabıq sistema ushın impulstın' saqlanıw nızamı



51-su'wret. Raketadag'ı reaktivlik ku'shlerdin' payda bolıwın tu'sindiretug'ın su'wret.

$$(M + dM)(v + dv) + u\, dM' = Mv. \qquad (23\text{-}2)$$

tu'rinde jazıladı. Bul jerden $dv\, dM$ kishi ma'niske ten' dep esaplanıp

$$M\, dv + v\, dM + u\, dM' = 0 \qquad (23\text{-}3)$$

ten'ligin shıg'arıw mu'mkin.

$dM + dM' = 0$ ekenligin esapqa alıp qozg'alıs ten'lemesin shıg'aramız:

$$\frac{d}{dt}(Mv) = u\,(dM/dt). \qquad (23\text{-}4)$$

Bul ten'leme relyativistlik ha'm relyativistlik jag'daylar ushın durıs boladı.

Kishi tezlikler jag'dayında klassikalıq mexanikanın' tezliklerdi qosıw formulasınan paydalanamız

$$u = u' + v, \qquad (23\text{-}5)$$

bul jerde u' raketag'a salıstırg'andag'ı atılıp shıqqan massa. (23-5) ti ρ ke qoyamız ha'm (23-4) tin' shep ta'repin waqıt boyınsha differentsiallap

$$M\,(dv/dt) = (u\text{-}v)\,(dM/dt) = u'(dM/dt). \qquad (23\text{-}6)$$

Bul ten'leme sırttan ku'shler ta'sir etpegen ha'm relyativistlik emes jag'daylar ushın Mesherskiy ten'lemesi dep ataladı.

Eger raketag'a sırttan ku'sh tu'setug'ın bolsa (23-6)-ten'leme to'mendegidey tu'rge iye boladı:

$$M\,(dv/dt) = F + u'(dM/dt). \qquad (23\text{-}7)$$

Ha'r sekund sayın sarplanatug'ın janırg'ının' massasın μ arqalı belgileymiz. $\mu = -\, dM/dt$. Sonlıqtan Mesherskiy ten'lemesin bılay ko'shirip jazıwg'a boladı:

$$M\,(dv/dt) = F - \mu u'. \qquad (23\text{-}8)$$

$\mu u'$ reaktiv ku'shke sa'ykes keledi. Eger u' v g'a qarama-qarsı bolsa raketa tezlenedi.

Tsiolkovskiy formulası. Tuwrı sızıqlı qozg'alıstag'ı raketanın' tezleniwin qaraymız. Raketa ta'repinen atıp shıg'arılatug'ın gazlerdin' tezligi turaqlı dep esaplaymız. (23-6)-ten'leme bılay jazıladı:

$$M\ (dv/dt) = -\ u'\ (dM/dt). \qquad (23\text{-}9)$$

Bul formuladag'ı minus belgisi v menen u′ tezliklerinin' qarama-qarsı ekenliginen kelip shıqqan. v_0 ha'm M_0 arqalı tezleniw almastan burıng'ı raketanın' tezligi menen massası belgilengen bolsın. Bul jag'dayda (23-9) dı bılay jazıp

$$dM/M = -dv/u' \qquad (23\text{-}10)$$

ha'm integrallap

$$\ln M - \ln M_0 = -\ (v - v_0)/u' \qquad (23\text{-}11)$$

ten'ligin alamız. Bul Tsiolkovskiy formulası bolıp tabıladı ha'm ko'binese to'mendegidey tu'rlerde jazadı:

$$v - v_0 = u'\ \ln(M_0/M), \qquad (23\text{-}12a)$$

$$M = M_0 \exp\ [-(v - v_0)/u']. \qquad (23\text{-}12b)$$

(23-12a) raketanın' massası M_0 den M ge shekem azayg'anda tezliginin' qansha o'sim alatug'ınlıg'ın ko'rsetedi. Al (23-12b) tezligi v_0 den v g'a shekem ko'terilgende raketanın' massasının' qansha bolatug'ınlıg'ın beredi.

Qanday jag'dayda en' kishi janırg'ı ja'rdeminde u'lken tezlik alıw mashqalası a'hmiyetli ma'sele bolıp tabıladı. (23-12a) dan *bunın' ushın gazlerdin' raketadan atılıp shıg'ıw tezligin* (u′) *ko'beytiw arqalı a'melge asırıwg'a bolatug'ınlıg'ın ko'rsetedi.*

Xarakteristikalıq tezlik. Raketanın' Jerdi taslap ketiwi ushın 11.5 km/s tezlik beriw kerek (ekinshi kosmoslıq yamasa parabolalıq tezlik). Keyingi formulalardag'ı raketanın' massasının' qansha bo'leginin' kosmos ken'ligine ushıp ketetug'ınlıg'ın esaplaw mu'mkin. u′ □ 4 km/s bolg'an jag'dayda $M \approx M_0 \exp(-3) \approx M_0/22$. Demek ekinshi kosmoslıq tezlik alaman degenshe raketanın' da'slepki massasının' shama menen 4 protsenti g'ana qaladı eken. Al haqıyqatında da raketa biz esaplag'an jag'daydan a'sterek tezlenedi. Bul situatsiyanı quramalastıradı, sebebi janırg'ının' sarplanıwı artadı. Sonlıqtan janırg'ı janatug'ın waqıttı mu'mkin bolg'anınsha kishireytedi. Bul o'z gezeginde raketag'a tu'setug'ın salmaqtın' artıwına alıp keledi. Na'tiyjede ha'r bir raketa ushın tezleniw o'zgeshelikleri saylap alınadı.

Kosmos ken'isliginen Jerge qaytıp kelgende tezlikti 11.5 km/s tan nolge shekem kemeytiwge tuwra keledi. Usı maqsette dvigateller iske tu'siriledi. Bul Jerge qaytıp keliw ushın xarakteristikalıq tezlik bolıp tabıladı. Sonlıqtan Jerden sırtqa shıg'ıp ketiw, keyninen qaytıp keliw ushın xarakteristikalıq tezlik shama menen 23 km/s ke ten'. Bul jag'dayda (23-12b)-formuladan $M \approx M_0 \exp(-6) \approx M_0/500$ (demek da'slepki massanın' 1/500 bo'legi qaytıp keledi).

Ay ushın xarakteristikalıq tezlik 5 km/s. Al Ayg'a ushın ha'm Jerge qaytıp keliw ushın 28 km/s. Bunday jag'dayda raketanın' tek 1/1500 g'ana massası qaytıp keledi.

Relyativistlik raketalar.

$$M = M'/\sqrt{1 - v^2/c^2}\,. \qquad (23\text{-}13)$$

M′ - raketanın' tınıshlıqtag'ı o'zgermeli massası. (4) tin' ornına

$$\frac{d}{dt}\left(M'v/\sqrt{1 - v^2/c^2} \right) = u\ \frac{d}{dt}\left(M'/\sqrt{1 - v^2/c^2} \right) \qquad (23\text{-}14)$$

Bul ten'lemeni (23-6) ten'leme tu'rine keltiremiz. Bul maqsette shep ta'repin t boyınsha differentsiallaymız ha'm v g'a proportsional bolg'an ag'zalardın' birin on' ta'repke o'tkeremiz:

$$[M'/\sqrt{1-v^2/c^2}\,]*(dv/dt) = (u\text{-}v)\ \frac{d}{dt}[M'/\sqrt{1-v^2/c^2}\,] \qquad (23\text{-}15)$$

Bul ten'leme (23-6)-ten'lemege sa'ykes keledi. Bul jerde ayırma tek $M = M'/\sqrt{1-v^2/c^2}$ g'a'rezliliginin' qosılg'anlıg'ınan ibarat. Biraq (u-v) ayırması raketag'a salıstırg'andag'ı gazdin' atılıp shıg'ıw tezligi emes. Sonlıqtan da relyativistlik jag'dayda tezliklerdi qosıwdın' sa'ykes formulasınan paydalanıw kerek.

Bazı bir sistemanı ta'riplewshi bir birinen g'a'rezsiz bolg'an o'zgeriwshiler sanı usı sistemanın' erkinlik da'rejesine ten' bolıwı kerek. Sonlıqtan absolyut qattı denenin' qozg'alısın ta'riplewimiz ushın altı g'a'reziz o'zgeriwshi kerek. Olardın' ma'nislerin anıqlaw ushın bir birinen g'a'rezsiz bolg'an altı qozg'alıs ten'lemesi kerek boladı.

Sorawlar:

1. Eger ishinde suwı bar shelektin' to'meninen tesik tessek usı shelekten to'men qaray suw ag'a baslaydı. Suwı bır ıdısqa ag'ıp atırg'an suw ta'repinen reaktiv ku'sh tu'seme? Ku'sh tu'sedi dep tastıyıqlawdın' qa'te ekenligin tu'sindirin'iz.
2. Reaktiv dvigateldin' tartıw ku'shi qanday faktorlarg'a baylanıslı boladı?
3. Kosmoslıq ushıwdın' xarakteristikalıq tezligi degenimiz ne?

§ 24. Awırlıq maydanındag'ı qozg'alıs

1. Kepler nızamları.
2. Kepler nızamları tiykarında pu'tkil du'nyalıq tartılıs nızamın keltirip shıg'arıw.
3. Gravitatsiya turaqlısının' sanlıq ma'nisin anıqlaw boyınsha islengen jumıslar.
4. Erkin tu'siw tezleniwin esaplaw.
5. Orbitaları ellips, parabola ha'm giperbola ta'rizli bolg'an qozg'alıslar sha'rtleri.
6. Orbitalardın' parametrlerin esaplaw.
7. Kosmoslıq tezlikler.
8. Shar ta'rizli denenin' gravitatsiyalıq energiyası.
9. Gravitatsiyalıq radius.
10. A'lemnin' o'lshemleri.

Daniya astronomı Tixo Bragenin' (1546-1601) ko'p jıllıq baqlawlarının' na'tiyjelerin talqılaw na'tiyjesinde Kepler (1571-1630) planetalar qozg'alısının' emperikalıq u'sh nızamın ashtı. Bul nızamlar to'mendegidey mazmung'a iye:

1) *ha'r bir planeta ellips boyınsha qozg'aladı, ellipstin' bir fokusında Quyash jaylasadı;*

2) *planeta radius-vektorı ten'dey waqıtlar aralıg'ında birdey maydanlardı basıp o'tedi;*

3) *planetalardın' Quyash do'geregin aylanıp shıg'ıw da'wirlerinin' kvadratlarının' qatnasları ellips ta'rizli orbitalardın' u'lken yarım ko'sherlerinin' kublarının' qatnaslarınday boladı.*

Birinshi eki nızam Kepler ta'repinen 1609-jılı, u'shinshisi 1619-jılı ja'riyalandı. Bul nızamlar Nyuton ta'repinen pu'tkil du'nyalıq tartılıs nazımının' ashılıwına alıp keldi.

Keplerdin' birinshi nızamınan planeta traektoriyasının' tegis ekenligi kelip shıg'adı. Materiallıq noqattın' impuls momenti menen sektorlıq tezligi arasındag'ı baylanıstan planetanı tuyıq orbita boyınsha qozg'alıwg'a ma'jbu'rleytug'ın ku'shtin' Quyashqa qarap bag'ıtlang'anlıg'ı kelip shıg'adı. Endi usı ku'shtin' Quyash penen planeta arasındag'ı qashıqlıqqa baylanıslı qalay o'zgeretug'ınlıg'ın ha'm planetanın' massasına qanday g'a'rezli ekenligi anıqlawımız kerek. A'piwayılıq ushın planeta ellips boyınsha emes, al orayında Quyash jaylasqan shen'ber boyınsha qozg'aladı dep esaplayıq. Quyash sistemasındag'ı planetalar ushın bunday etip a'piwayılastırıw u'lken qa'teliklerge alıp kelmeydi. Planetalardın' ellips ta'rizli orbitalarının' shen'berden ayırması ju'da' kem. Usınday r radiuslı shen'ber ta'rizli orbita boyınsha ten' o'lshewli qozg'alg'andag'ı planetanın' tezleniwi

$$a_r = -\omega^2 \mathbf{r} = -\frac{4\pi^2}{T^2}\mathbf{r} \qquad (24\text{-}1)$$

formulası menen anıqlanadı. Shen'ber ta'rizli orbitalar boyınsha qozg'alıwshı planetalar ushın Keplerdin' u'shinshi nızamı bılay jazıladı

$$T_1^2 : T_2^2 : T_3^2 : \ldots = r_1^2 : r_2^2 : r_3^2. \qquad (24\text{-}2)$$

Yamasa $r^3/T^2 = K$, bul formuladag'ı K Quyash sistemasındag'ı barlıq planetalar ushın birdey bolg'an turaqlı san ha'm *Kepler turaqlısı* dep ataladı. Ellips ta'rizli orbitalar parametrleri arqalı bul turaqlı bılay esaplanadı:

$$K = a^3/T^2, \qquad (24\text{-}3)$$

bul an'latpadag'ı a - orbitanın' u'lken yarım ko'sheri.

T nı K ha'm r ler arqalı an'latıp shen'ber ta'rizli orbita boyınsha qozg'alıwg'a sa'ykes tezleniwdi bılay tabamız:

$$a_r = -\frac{4\pi^2}{r^2}K. \qquad (24\text{-}4)$$

Olay bolsa planetag'a ta'sir etiwshi ku'sh

$$F = -\frac{4\pi^2}{r^2}Km \qquad (24\text{-}5)$$

ge ten'. Bul jerde m - planetanın' massası.

Biz Quyash do'gereginde shen'ber ta'rizli orbita boyınsha aylanıwshı eki planetanın' tezleniwinin' Quyashqa shekemgi aralıqqa keri proportsional o'zgeretug'ınlıg'ın da'lilledik. Biraq Quyash do'gereginde ellips ta'rizli orbita boyınsha qozg'alatug'ın bir planeta ushın bul jag'daydı da'llilegenimiz joq. Bul jag'daydı da'lillew ushın shen'ber ta'rizli orbitalardan ellips ta'rizli orbitalardı izertlewge o'tiw kerek ha'm sol ma'seleni keyinirek sheshemiz.

Joqarıdag'ı formuladag'ı $4\pi^2K$ proportsionallıq koeffitsienti barlıq planetalar ushın birdey, sonlıqtan da ol planetalardın' massasına baylanıslı bolıwı mu'mkin emes. Bul koeffitsient planetalardı orbitalar boyınsha qozg'alıwg'a ma'jbu'rleytug'ın Quyashtı ta'ripleytug'ın fizikalıq parametrlerge baylanıslı bolıwı mu'mkin. Biraq o'z-ara ta'sir etisiwde *Quyash ha'm planeta birdey huqıqqa iye deneler* sıpatında orın iyelewi sha'rt. Olar arasındag'ı ayırmashılıq tek *sanlıq jaqtan* bolıwı mu'mkin. Al Quyash penen planetalar tek massaları menen parqlanadı.

Ta'sirlesiw ku'shi planetanın' massası m ge proportsional bolg'anlg'ı ushın bul ku'sh Quyashtın' massası M ge de proportsional bolıwı lazım. Sonlıqtan da ku'sh ushın

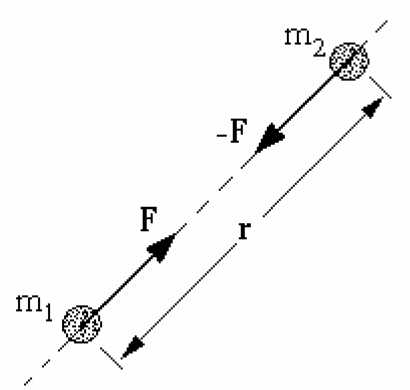
$$F= G\frac{Mm}{r^2} \qquad (24\text{-}6)$$

formulasın jaza alamız. Bul formuladag'ı G Quyashtın' massasına da, planetalardın' massasına da g'a'rezsiz bolg'an jan'a turaqlı. Alıng'an formulalardı o'z-ara salıstırıw arqalı Kepler turaqlısı ushın

$$K \equiv a^3/T^2 = GM/4\pi^2 \qquad (24\text{-}7)$$

an'latpasın alamız.

Quyash ha'm planetalar bir birinen tek sanlıq jaqtan - massaları boyınsha parqlanadı. Sonlıqtan planetalar, basqa da deneler arasında da o'z-ara tartısıw orın aladı dep boljaw ta'biyiy na'rse. Bunday boljawdı birinshi ret Nyuton usındı ha'm keyinirek ta'jiriybede da'lillendi. Nyuton mazmunı to'mendegidey bolg'an pu'tkil du'nyalıq tartılıs nızamın usındı: *qa'legen eki dene (materiallıq noqatlar) bir birine massalarının' ko'beymesine tuwra proportsional, aralıqlarının' kvadratına keri proportsional ku'sh penen tartısadı.* Bunday ku'shler *gravitatsiyalıq ku'shler* yamasa *pu'tkil du'nyalıq tartılıs ku'shleri* dep ataladı. Joqarıdag'ı formulag'a kiriwshi G proportsionlallıq koeffitsienti barlıq deneler ushın birdey ma'niske iye. Bunday ma'niste bul koeffitsient universal turaqlı bolıp tabıladı. Haqıyqatında da *gravitatsiya turaqlısı* dep atalatug'ın du'nyalıq turaqlılır qatarına kiredi.



52-su'wret. Eki dene arasındag'ı tartılıs ku'shleri bag'ıtın ko'rsetetug'ın su'wret

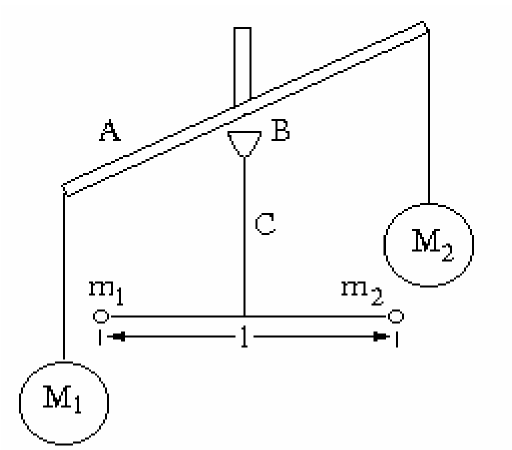
Joqarıda keltirilip shıg'arılg'an pu'tkil du'nyalıq tartılıs nızamında o'z-ara ta'sirlesiwshi deneler noqatlıq dep qaraladı. Fizikalıq jaqtan bul denelerdin' o'lshemlerine salıstırg'anda olar arasındag'ı qashıqlıq a'dewir u'lken degendi an'latadı. Usı jerde "a'dewir u'lken" so'zi fizikanın' barlıq bo'limlerindegidey salıstırmalı tu'rde qollanılg'an. Usınday salıstırıw Quyash penen planetalardın' o'lshemleri menen ara qashıqlıqları ushın durıs keledi. Biraq, mısalı, o'lshemleri 10 sm, ara qashıqlıg'ı 20 sm bolg'an deneler ushın bunday salıstırıw kelispeydi. Onday denelerdi noqatlıq dep qaray almaymız. Bul jag'dayda sol denelerdin' ha'r birin oyımızda ko'lemi sheksiz kishi bolg'an bo'leklerge bo'lip, sol bo'lekler arasındag'ı gravitatsiyalıq ta'sir etisiw ku'shlerin esaplap, keyin bul ku'shlerdi geometriyalıq qosıw (integrallaw) kerek. Materiallıq denenin' sheksiz kishi bo'limi materiallıq noqat sıpatında qaralıwı mu'mkin. Bunday esaplawlardın' tiykarında *gravitatsiyalıq maydanlardı superpozitsiyalaw printsipi* turadı.

Bul printsip boyınsha qanday da bir massa ta'repinen qozdırılg'an gravitatsiya maydanı basqa da massalardın' bolıw-bolmawına g'a'rezli emes. Bunnan basqa *bir neshe deneler ta'repinen payda etilgen gravitatsiyalıq maydan olardın' ha'r biri ta'repinen payda etilgen maydanlardın' geometriyalıq qosındısına ten'.* Bul printsip ta'jiriybeni ulıwmalastırıwdın' na'tiyjesinen kelip shıqqan.

Superpozitsiya printsipin paydalanıw arqalı *eki bir tekli sharlardın' massaları olardın' oraylarında jaylasatug'ın bolg'an jag'daydag'ıday ta'sir etisetug'ınlıg'ın* an'sat da'lillewge boladı.

Nyuton da'wirinde pu'tkil du'nyalıq tartısıw nızamı tek g'ana astronomiyalıq baqlawlar ja'rdeminde tastıyıqlandı. Bul nızamnın' Jer betindegi deneler ushın da durıs ekenligi, sonday-aq gravitatsiya turaqlısının' ma'nisi juwıq tu'rde 1798-jılı G.Kavendish (1731-1810) ta'repinen da'lillendi ha'm anıqlandı.

Kevendish ta'jiriybesinin' sxeması to'mendegi su'wrette ko'rsetilgen.



53-su'wret. Kevendish ta'jiriybesinin' sxeması

Gorozont bag'ıtında qoyılg'an A sterjeninin' ushlarına ha'r qaysısının' massası 158 kg bolg'an M_1 ha'm v_2 qorg'asın sharları ildirilgen. V noqatında jin'ishke S sımına uzınlıg'ı l bolg'an sterjen bekitilgen. Sterjennin' ushlarına massaları m_1 ha'm m_2 bolg'an qorg'asın sharları ildirilgen. bul sharlardın' ha'r qaysısının' massası Kevendish ta'jiriybesinde 730 gramnan bolg'an. A sterjenin burıw arqalı u'lken sharlardı kishi sharlarg'a jaqınlastırg'anda M_1 ha'm m_1 ja'ne M_2 ha'm m_2 sharları tartısıp uzınlıg'ı l bolg'an sterjen burıladı. Bunday jag'dayda S sımının' serpimlilik qa'siyetlerin bile otırıp tartılıs ku'shlerin o'lshewge boladı ha'm gravitatsiya turaqlısı G nın' ma'nisin esaplawg'a boladı. Na'tiyjede Kevendish

$$G = 6.685*10^{-8}\ sm^3/(g*s^2)$$

shamasın alg'an. Bul shama ha'zirgi waqıtları qabıl etilgen ma'nisinen az parqlanadı.

Gravitatsiya turaqlısının' ma'nisin o'lshewdin' basqa usılı 1878-jılı Jolli (1809-1880) ta'repinen usınıldı.

Gravitatsiya turaqlısının' ha'zirgi waqıtları alıng'an ma'nisi (2000-jıl, Physics News Update, Number 478, İnternettegi adres http://www.hep.net/documents/ newsletters/pnu/):

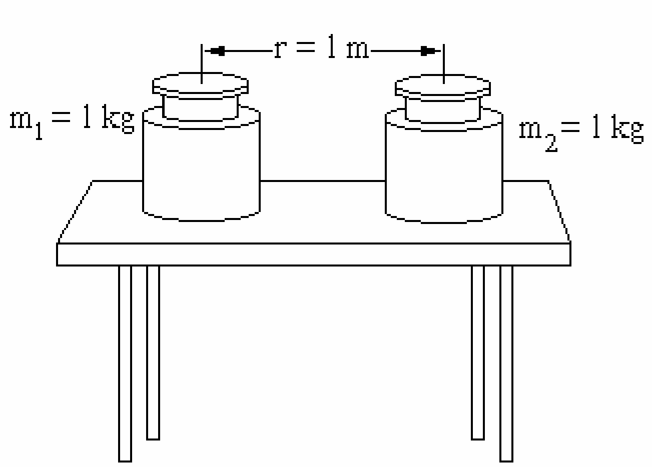
$$G = 6.67390*10^{-8}\ sm^3*g^{-1}*s^{-2} \quad \text{(0.0014 protsent qa'telik penen anıqlang'an)}$$

Bul an'latpadan gravitatsiya turaqlısının' ma'nisinin' og'ada kishi ekenligi ko'rinip tur. Ha'r qaysısının' massası 1 kg bolg'an bir birinen 1 m qashıqlıqta turg'an eki dene $F = 6.6739*10^{-11}$ N $= 6.6739*10^{-6}$ dina ku'sh penen tartısadı.

Gravitatsiyalıq tartısıw ku'shin elektr maydanındag'ı ta'sirlesiw menen salıstırayıq. Mısal ushın eki elektrondı alıp qaraymız. Massası $m = 9.1 * 10^{-28}$ g $= 9.1*10^{-31}$ kg. Zaryadı $e = -4.803*10^{-10}$ SGSE birl. $= -1.6*10^{-19}$ K. Bunday jag'dayda $F_{grav}/F_{e.} \approx 2.4*10^{-43}$.

Eki proton ushın ($m_{proton} = 1.6739*10^{-24}$ g) $F_{grav}/F_{e.} \approx 8*10^{-37}$.

Demek zaryadlang'an bo'leksheler arasındag'ı elektrlik ta'sir etisiw gravitatsiyalıq ta'sir etisiwge salıstırg'anda salıstırmas ese u'lken. Sonlıqtan yadrolıq o'lshemlerden u'lken (yadrolıq o'lshemler dep 10^{-13} sm den kishi o'lshemlerdi aytamız), al astronomiyalıq o'lshemlerden kishi bolg'an ko'lemlerde tiykarg'ı orındı elektromagnitlik ta'sirlesiw iyeleydi.



54-su'wret. Gravitatsiya turaqlısının' fizikalıq ma'nisin tu'sindiriwge arnalg'an su'wret

Gravitatsiya turaqlısı G nın' ma'nisin anıqlag'annan keyin Jerdin' massası menen tıg'ızlıg'ın, basqa da planetalardın' massaların esaplaw mu'mkin. Haqıyqatında da Jer betindegi berilgen zattın' salmag'ı

$$mg = GmM/R^2$$

formulası ja'rdeminde esaplanadı. Bul formulada m zattın' massası, g erkin tu'siw tezleniwi, M Jerdin' massası.

Demek $g = GM/R^2$ ha'm $M = g\,R^2/G \approx 5.98*10^{27}$ g $= 5.98*10^{24}$ kg shaması alınadı.

Jerdin' ko'lemi $V = (4/3)\pi R^3$ formulası menen anıqlanadı. Bunday jag'dayda $\rho = M/V = 5.5$ g/sm^3. Bul Jerdin' ortasha tıg'ızlıg'ı bolıp tabıladı.

Quyash penen Jer arasındag'ı qashıqlıqtı R arqalı belgileyik. Bunday jag'dayda usı eki dene arasındag'ı gravitatsiyalıq tartılıs ku'shi $A_g = GM_JM_Q/R^2$. Jerge ta'sir etiwshi orayg'a umtılıwshı ku'shtin' shaması $F_o = M_Jv^2/R$. Bul jerde v Jerdin' orbita boyınsha qozg'alısının' tezligi. Jerdin' Quyash do'gereginde aylanıp shıg'ıw da'wirin T arqalı belgilesek $v = 2\pi R/T$. Sonlıqtan $F_o = 2\pi RM_J/T$. $F_g = F_o$ sha'rtinen Quyashtın' massası ushın $M_Q = 4\pi^2R^3/(GT^2) \approx 2*10^{30}$ kg shamasın alamız. Tap sol sıyaqlı Aydın' da massasın esaplawımız mu'mkin.

Erkin tu'siw tezleniwinin' ma'nisi R ge g'a'rezli $g = GM/R^2$. Usıg'an beylanıslı g nın' Jer betinen biyiklikke baylanıslı qalay o'zgeretug'ınlıg'ın ko'rsetetug'ın keste keltiremiz:

Biyiklik, kilometrlerde	g, m/s^2

0	9.83
5	9.81
10	9.80
50	9.68
100	9.53
400[1)]	8.70
35 700[2)]	0.225
380 000[3)]	0.0027

[1)] Jerdin' jasalma joldasları orbitalarının' biyikligi.

[2)] Jerdin' statsionar jasalma joldasının' biyikligi.

[3)] Jer menen Ay arasındag'ı qashıqlıq.

Endi joqarıda keltirilgen formulalar tiykarında Jerdin' betindegi gravitatsiyalıq maydanının' kernewliligi N_0 menen potentsialı φ_0 di tabamız. Massası m bolg'an denenin' gravitatsiyalıq maydanının' r qashıqlıqtag'ı kernewliliginin' $N = Gm/r^2$, potentsialının' $\varphi = -Gm/r$ ekenligin an'sat keltirip shıg'ara alamız. Al gravitatsiyalıq maydanının' kernewliligi dep

$$N = F/m'$$

vektorlıq shamasına aytamız. Bul jerde F arqalı berilgen noqatqa ornalastırılg'an massası m′ bolg'an denege ta'sir etiwshi ku'sh belgilengen. Demek Nyutonnın' ekinshi nızamı boyınsha N = a eken. Jerdin' betinde bul tezleniw erkin tu'siw tezleniwine ten' (a = g). Solay etip $N_0 = g \approx 9.8$ m/s^2. Al gravitatsiya maydanının' Jer betindegi potentsialı

$$\varphi_0 = N_0 r = -9.8*6.4*10^6 \text{ Dj/kg} = -6.2*10^7 \text{ Dj/kg}.$$

Orbitaları ellips, parabola ha'm giperbola ta'rizli bolg'an qozg'alıslar sha'rtleri. Traektoriyası ellips ta'rizli bolg'an planetanın' (Jerdin' jasalma joldasının') qozg'alısı finitlik dep ataladı. Bunday jag'dayda planeta ken'isliktin' sheklengen bo'leginde qozg'aladı. Kerisinshe, parabolalıq ha'm giperbolalıq orbitalar boyınsha planetalar infinitli qozg'aladı. Bul jag'dayda planetalar ken'islikte sheksiz u'lken aralıqlarg'a qashıqlasadı. Sonlıqtan planetalar qozg'alıslarının' finitlik yamasa infinitlik sha'rtlerin anıqlaw za'ru'rligi kelip shıg'adı.

Eger E arqalı planetanın' tolıq energiyası belgilengen bolsa, onda

$$mv^2/2 - GMm/r = E = \text{const}. \qquad (24\text{-}8)$$

Quyashtın' kinetikalıq energiyasın esapqa almaymız (yag'nıy Quyash qozg'almaydı dep esaplaymız). Quyashqa salıstırg'anda planetanın' impuls momentin L ha'ripi menen belgilesek

$$L = mr^2\dot{\varphi} = \text{const}. \qquad (24\text{-}9)$$

Bul ten'lemedegi $\dot{\varphi}$ mu'yeshlik tezlikti jog'altamız. Bunın' ushın tolıq tezlik v nı radial $v_{\square}$ ha'm azimutal $\square\dot{\varphi}$ qurawshılarg'a jikleymiz. Na'tiyjede:

$$mv^2/2 = (m/2)\,v_r^2 + (m/2)r^2\dot{\varphi}^2 = (m/2)\,v_r^2 + L^2/(2mr^2). \qquad (24\text{-}10)$$

Endi $mv^2/2 - GMm/r = E = \text{const}$ ten'lemesi

$$(m/2)\,v_r^2 - GMm/r + L^2/(2mr^2) = E = \text{sonst} \qquad (24\text{-}11)$$

yamasa $(m/2)\,v_r^2 + V(r) = E = \text{const}$ tu'rine enedi.

Bul formulada

$$V(r) = - GMm/r + L^2/(2mr^2) \qquad (24\text{-}12)$$

potentsial energiya bolıp tabıladı. Kinetikalıq energiya $(m/2)v_r^2 > 0$. Sonlıqtan baylanısqan haldın' ju'zege keliwi ushın barlıq waqıtta $V(r) \leq E$ ten'sizligi orınlanadı.

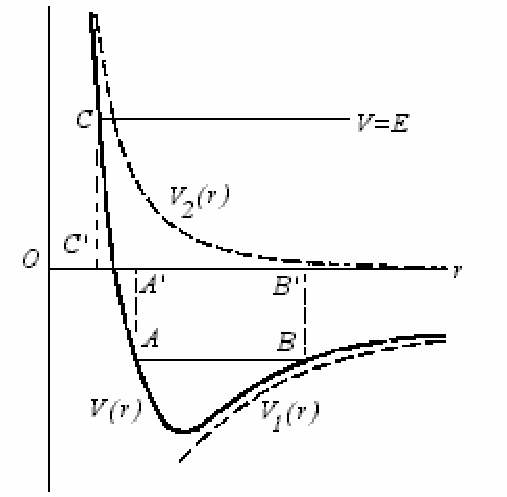
Joqarıda alıng'an ten'leme radial tezlik bolg'an $v_{□}$ belgisizine iye boladı. Formal tu'rde bul keyingi ten'lemege noqattın' bir o'lshemli bolg'an radial bag'ıttag'ı qozg'alısının' ten'lemesi sıpatında qarawg'a boladı.

Endi ma'sele V(r) potentsial energiyasına iye bir o'lshemli qozg'alıstın' finitlik yamasa infinitlik sha'rtlerin tabıwdan ibarat boladı. Sol maqsette

$$V(r) = - GMm/r + L^2/(2mr^2); \; V_1(r) = - GMm/r; \quad V_2(r) = L^2/(2mr^2). \qquad (24\text{-}13)$$

funktsiyalarının' grafiklerin qaraymız. L di nolge ten' emes dep esaplaymız. $r \to 0$ de $V_2(r)$ $V_2(r)$ ge salıstırg'anda sheksizlikke tezirek umtıladı. Kishi r lerde V(r) funktsiyası o'n' ma'niske iye boladı ha'm $r \to 0$ de sheksizlikke asimptota boyınsha umtıladı. Kerisinshe eki funktsiyanın' qosındısı (su'wrette tutas sızıq) eger $r \to \infty$ te bul funktsiya asimptota boyınsha nolge umtıladı.

Na'tiyjede $E > 0$ bolg'an jag'daylarda giperbolalıq, $E = 0$ bolg'anda parabolalıq ha'm $E < 0$ bolg'anda ellips ta'rizli orbita menen qozg'alıstın' orın alatug'ınlıg'ın da'lillewge boladı.



55-su'wret. Potentsial energiyanın' r den g'a'rezliligin ko'rsetetug'ın grafikler.

Demek oraylıq maydanda qozg'alıwshı denelerden' traektoriyaları olardın' energiyasına baylanıslı boladı eken.

Baylanısqan hal tek g'ana baylanıs energiyasının' (potentsial energiyanın') ma'nisi nolden kishi bolg'anda orın aladı. Al baylanıs energiyasının' nolden u'lken ma'nislerine iyterilis ku'shleri sa'ykes keledi.

$$r \to \infty \text{ de } V(r) = 0, \text{ sonlıqtan } E = -GMm/r + mv^2/2 = (m/2)*v_\infty^2.$$

Demek giperbolalıq qozg'alısta materiallıq dene sheksizlikke shekli v_∞ tezligi menen jetip keledi. Al parabolalıq qozg'alısta nollik tezlik penen (sebebi $E = 0$ ha'm sa'ykes $v_\infty = 0$). Parabolalıq qozg'alıw ushın materiallıq noqatqa beriliwi kerek bolg'an da'slepki tezlik parabolalıq tezlik dep ataladı.

$$mv_p^2/2 - GMm/r_0 = E = 0 \qquad (24\text{-}14)$$

ten'lemesinen

$$v_p = \sqrt{2G\frac{M}{r_0}}. \qquad (24\text{-}15)$$

Parabolalıq tezlik "shen'ber" ta'rizli tezlik v_{sh} menen a'piwayı baylanısqa iye. Quyashtın' do'gereginde shen'ber ta'rizli orbita boyınsha qozg'alatug'ın planeta usınday tezlikke iye boladı. Bunday tezliktin' shaması mv_{sh}^2/r_0 orayg'a umtılıwshı ku'sh GMm/r_0^2 gravitatsiyalıq ku'sh penen ten' bolg'an sha'rt orınlang'anda alınadı.

$$v_{sh} = \sqrt{G\frac{M}{r_0}}. \qquad (24\text{-}16)$$

Demek

$$v_p = v_{sh}\sqrt{2}. \qquad (24\text{-}17)$$

Orbitalardın' parametrlerin esaplaw. Planetanın' ellips ta'rizli orbitasının' uzın ha'm kishi ko'sherlerin energiyanın' ha'm impuls momentinin' saqlanıw nızamları ja'rdeminde anıqlaw mu'mkin. Perigeliy R ha'm afeliy A noqatlarında planetalardın' radial tezligi nolge ten'. $v_{□} = 0$ dep esaplap

$$(m/2)\, v_r^2 - GMm/r + L^2/(2mr^2) = E = sonst \qquad (24\text{-}18)$$

ten'lemesinen sol noqatlar ushın

$$v^2 - GMmr/E + L^2/(2mE) = 0 \qquad (24\text{-}19)$$

an'latpasın alamız. $E < 0$ bolg'anda bul ten'leme eki haqıyqıy on' ma'niske iye r_l ha'm r_2 tu'birlerine iye boladı. Sol tu'birlerdin' biri perigeliy R noqatına, ekinshisi A afeliy noqatına sa'ykes keledi. $r_l + r_2$ qosındısı ellipstin' u'lken ko'sherinin' uzınlıg'ına ten'. Bul uzınlıqtı 2a dep belgilep

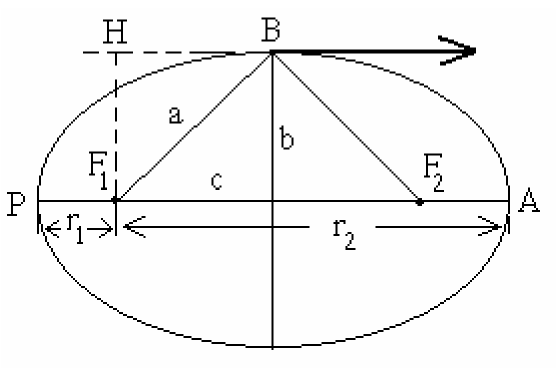
$$2a = r_l + r_2 = -GMm/E = -GM/\varepsilon, \qquad (24\text{-}20)$$

Bul formuladag'ı $\varepsilon = E/m$ - planetanın' massa birligine sa'ykes keliwshi tolıq energiyası. Ellips boyınsha qozg'alıs ushın $\varepsilon < 0$ bolg'anlıqtan keyingi jazılg'an an'latpa on' ma'niske iye.

Shen'ber ta'rizli orbitalar ellips ta'rizli orbitalardan $r_l = r_2 = r$ bolg'an jag'dayda alınadı. Bunday jag'dayda $2E = GMm/r$ yamasa $2E = U$. Bul an'latpanı $E = U - E$ dep jazıp, $E = K + U$ qatnasınan paydalanıp

$$E = -K \qquad (24\text{-}21)$$

ekenligin jaza alamız. Demek shen'ber ta'rizli orbita boyınsha qozg'alısta tolıq ha'm kinetikalıq energiyalardın' qosındısı nolge ten'.



56-su'wret. Orbitanın' parametrlerin anıqlaw ushın qollanılatug'ın su'wret.

Endi ellipstin' kishi ko'sheri b nın' uzınlıg'ın tabamız. Bul ma'seleni sheshiw ushın energiyadan basqa planetanın' impuls momenti ha'm onın' sektorlıq tezligi $\omega = \dot{S}$ kerek. tek energiyanın' ma'nisi arqalı kelip shıg'atug'ın ellipstin' u'lken ko'sheri belgili dep esaplaymız. Meyli V kishi ko'sherdin' ellips penen kesilesetug'ın noqatlardın' biri bolsın. F_1 ha'm F_2 noqatlarınan ellipstin' qa'legen noqatına shekemgi aralıqlardın' qosındısı turaqlı ha'm 2a g'a ten' bolatug'ınlıg'ınan $F_1V = a$ ekenligi kelip shıg'adı. V noqatındag'ı sektorlıq tezlik

$$\omega = vb/2$$

b F_1N perpendikulyarının' uzınlıg'ına ten'. V noqatındag'ı tezlik v energiya ten'lemesi ja'rdeminde anıqlanadı. r = a dep shamalap

$$v^2/2 - GM/a = \varepsilon$$

Bul formulag'a $\varepsilon = E/m$ ekenligi esapqa alıp

$$b = 2\omega\sqrt{\frac{a}{GM}}$$

Kosmoslıq tezlikler. Joqarıda keltirilip o'tilgen finitli ha'm infinitli qozg'alıslar teoriyası Jerdin' jasalma joldaslarının' ushıwı ushın da qollanılıwı mu'mkin.

Jerdin' jasalma joldasının' massasın m al Jerdin' massasın M ha'ripi menen belgileymiz.

Jerdin' awarlıq maydanındag'ı jasalma joldastın' yamasa kosmos kemesinin' tolıq energiyası

$$E = mv^2/2 - Gmm/r, \qquad (24\text{-}22)$$

yamasa $E = mv^2/2 - mrg_{abs}$ (sebebi $GMm/r = mrg_{abs}$, endigiden bılay g_{abs} nın' ornına tek g ha'ripin jazamız).

Eger E nin' ma'nisi teris bolsa qozg'alıs finitlik boladı ha'm kosmos kemesi ellips ta'rizli orbita boyınsha qozg'aladı. Shen'ber ta'rizli qozg'alısta

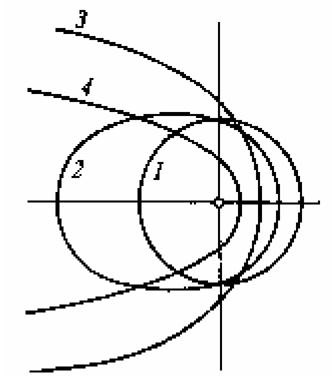
$$v_{shen'ber} = \sqrt{G\frac{M}{r}} = \sqrt{gr}\,. \qquad (24\text{-}23)$$

Bul an'latpadag'ı r - Jer sharı radiusı bolg'anda alıng'an tezlikti *birinshi kosmoslıq tezlik* dep ataymız (shama menen 8 km/s qa ten').

Qozg'alıs infinitli bolıwı ushın E nin' en' kishi ma'nisi nolge ten' boladı. Bunday jag'dayda tezligi

$$v_p = \sqrt{2gr} = v_{shen'ber}\sqrt{2} \approx 11.2 \text{ km/s} \qquad (24\text{-}24)$$

bolg'an parabola ta'rizli orbita boyınsha qozg'alıs orın aladı. Bunday tezlikti *parabolalıq* yamasa *ekinshi kosmoslıq tezlik* dep ataymız.



57-su'wret. Noqatlıq dene maydanında qozg'alıstın' mu'mkin bolg'an traektoriyaları.
1-shen'ber, 2-ellips, 3-parabola, 4-giperbola.

$E > 0$ bolsa ha'm kosmos korablinin' baslang'ısh tezligi parabolalıq tezlikten joqarı bolg'anda qozg'alıs giperbolalıq qozg'alısqa aylanadı.

Shar ta'rizli denenin' gravitatsiyalıq energiyası. Meyli radiusı R, al massası M bolg'an shar berilgen bolsın. Usı shardı qurawshı bo'lekshelerdin' o'z-ara ta'sirlesiwine gravitatsiya maydanının' energiyası sa'ykes keledi. Bunday energiyanı gravitatsiyalıq energiya dep ataymız. Gravitatsiyalıq energiyanın' ma'nisi sol bo'leklerdi bir birinen sheksiz uzaqlasqan aralıqlarg'a ko'shirgende islengen jumısqa ten'. Bul jag'dayda tek g'ana gravitatsiyalıq ta'sirlesiwdi qarawımız kerek.

Esaplawlardı an'satlastırıw ushın shar boyınsha massa ten' o'lshewli tarqalg'an dep esaplaymız ha'm bul jag'dayda tıg'ızlıq $\rho = 3M/4\pi R^3$ formulası menen anıqlanadı. Bo'lekshelerdi shardan sharlıq qatlamlar boyınsha uzaqlastırg'an an'sat boladı. Sheksiz u'lken qashıqlıqlarg'a uzaqlastırılg'an qatlamlar endi uzaqlastırılatug'ın qatlamlarg'a ta'sir etpeydi.

Oraydan qashıqlıg'ı r, qalın'lıg'ı dr bolg'an qatlamdag'ı massa $\rho 4\pi R^2 dr$ ge ten'. Bul qatlamdı uzaqlastırg'anda og'an radiusı r bolg'an shar ta'sir etedi. Qashıqlastırıw jumısı

$$dU_{gr} = -(G/r)(4\pi\rho r^3/3)\rho 4\pi r^2 dr \qquad (24\text{-}25)$$

ge ten'. Bul an'latpanı $r = 0$ den $r = R$ ge shekemgi aralıqta integrallap shardın' tolıq gravitatsiyalıq energiyasın alamız:

$$U_{gr} = -G(16\pi^2\rho^2/3)\int_0^R r^4 dr = -G\,(16/15)\,\pi^2\rho^2 R^5 \qquad (24\text{-}26)$$

$\rho = 3M/4\pi R^3$ ekenligin esapqa alsaq

$$U_{gr} = -(3/5)GM^2/R \qquad (24\text{-}27)$$

an'latpası kelip shıg'adı. Bul shardı qurawshı massa elementlerinin' o'z-ara ta'sirlesiwine sa'ykes keliwshi gravitatsiyalıq energiya bolıp tabıladı.

Gravitatsiyalıq radius. M massasına iye denenin' tınıshlıqtag'ı energiyası Mc^2 qa ten'. Bir birinen sheksiz qashıqlasqan materiallıq noqatlar jıynalıp usı deneni payda etken jag'dayda sarıp etilgen gravitatsiyalıq maydan energiyası tolıg'ı menen denenin' tınıshlıqtag'ı energiyasına aylang'an joq pa? degen soraw tuwadı. Materiyanı sharg'a toplag'anda gravitatsiya maydanının' energiyası $U_{gr} = -(3/5)GM^2/R$ shamasına kemeyedi, al payda bolg'an shar sa'ykes energiyag'a iye bolıwı kerek.

Shardın' radiusın esaplaw ushın gravitatsiyalıq energiyanı tınıshlıq massası energiyasına ten'ew kerek (sanlıq koeffitsientlerin taslap jazamız)

$$Gm^2/r_g = Ms^2. \qquad (24\text{-}28)$$

Bul an'latpadan

$$r_g = GM/c^2. \qquad (24\text{-}29)$$

Bul shama gravitatsiyalıq radius dep ataladı.

Mısal retinde massası $M = 6{*}10^{24}$ kg bolg'an Jer ushın gravitatsiyalıq radiustı esaplaymız. Na'tiyjede 0.4 sm shamasın alamız. Demek gravitatsiyalıq energiyası tınıshlıq massası energiyasına ten' bolıwı ushın Jerdi diametri shama menen 1 sm bolg'an sharg'a aylang'anday etip qısamız. Al, haqıyqatında Jerdin' diametri shama menen 10^9 sm ge ten'. Alıng'an na'tiyje Jerdin' ulıwmalıq energetikalıq balansında (bul balansqa tınıshlıq massasının' energiyası da kiredi) gravitatsiyalıq energiya esapqa almaslıqtay orındı iyeleydi. Tap sonday jag'day Quyash ushın da orınlanadı. Onın' gravitatsiyalıq radiusı 1 km dey, al radiusının' ha'zirgi waqıtlarındag'ı haqıyqat ma'nisi 700 mın' km dey.

A'lemnin' o'lshemleri. Astronomiyada gravitatsiyalıq energiyası tınıshlıq massasının' energiyasına barabar obektler de bar. Sol obektler ishine A'lemnin' o'zi de kiredi.

Baqlaw na'tiyjeleri tiykarında A'lemnin' ortasha tıg'ızlıg'ın tabıw mu'mkin. Ha'zirgi waqıtları ortasha tıg'ızlıq $\rho \approx 10^{-25}$ kg/m^3 = 10^{-28} g/sm^3 dep esaplanadı. Demek A'lem tek protonlardan turatug'ın bolg'anda 1 m^3 ko'lemde shama menen 100 proton bolıp, olar arasındag'ı ortasha qashıqlıq 30 sm ge ten' bolg'an bolar edi.

Endi shardın' ishinde jaylasqan massanın' energiyası gravitatsiyalıq energiyag'a ten' bolatug'ınday etip A'lemnin' radiusın esaplaymız. Shardın' massası M $\rho_0 R_0^3$ qa proportsional bolg'anlıqtan $r_g = GM/c^2$ formulası bılay jazıladı

$$R_0 \approx G\rho_0 R_0^3/c^2. \qquad (24\text{-}30)$$

Bul formuladan

$$R_0 \approx s/\sqrt{G\rho_0} \approx 10^{26}\ \text{m}. \qquad (24\text{-}31)$$

Solay etip biz esaplap atırg'an *A'lemnin' gravitatsiyalıq radiusı ha'zirgi waqıtları A'lemnin' radiusı ushın qabıl etilgen shamag'a ten'* bolıp shıqtı. Ulıwmalıq salıstırmalılıq teoriyasınan bazı bir sha'rtlerde A'lemnin' o'lshemlerinin' shekli ekenligin tastıyıqlaw barlıq fizikalıq protsessler shekli ko'lemde tuyıqlang'an ha'm sırtqa shıqpaydı degendi an'latadı. Mısalı jaqtılıq nurı bul ko'lemnen shıg'ıp kete almaydı. Sonın' menen birge esaplawlar gravitatsiyalıq radiustın' shamasınan g'a'rezsiz sol radiustın' ishinen sırtqa shıg'a almaytug'ınlıg'ın ko'rsetedi. Radiusı gravitatsiyalıq radiustan kem bolg'an, eksperimentte ele ashılmag'an astronomiyalıq obektler "qara oqpanlar" dep ataladı.

Jerdin' FqaraoqpanF g'a aylanıwı ushın onın' radiusının' qanday bolıwının' kerekligin esaplayıq. Massası m_2 ge ten' dene qozg'almaydı, al massası m_1 ge ten' dene onın' do'gereginde r radiuslı orbita boyınsha qozg'aladı dep qabıl eteyik. Tartılıs energiyası menen kinetikalıq energiyanı ten'lestirip $m_1m_2/r = m_1v^2/2$ ten'ligin alamız.

Eger usı ten'likti Jer ha'm jaqtılıq ushın paydalanatug'ın bolsaq

$$Gm_2/r = s^2/2$$

ten'ligin alamız. Bul an'latpadag'ı s jaqtılıq tezligi, m_2 Jerdin' massası ha'm r Jerdin' radiusı. Demek

$$r \leq 2Gm_2/s^2$$

bolıwı kerek. San ma'nislerin orınlarına qoysaq $r \approx 0.8$ ekenligine iye bolamız.

Quyashtı qara oqpang'a aylandırıw ushın onın' radiusın 3 km ge shekem kishireytiw kerek.

Bul na'tiyjelerden "qara oqpanlardın'" tıg'ızlıg'ının' og'ada u'lken bolıwı kerek degen na'tiyje kelip shıqpaydı. Bug'an joqarıda keltirilgen bizin' a'lemimizdin' gigant u'lken bolg'an "qara oqpan" ekenligi da'lil bola aladı.

Materiallıq denenin' ko'leminin' sheksiz kishi elementi massası usı denenin' tıg'ızlıg'ı menen sheksiz kishi elementtin' ko'leminin' ko'beymesine ten' materiallıq noqat dep qabıl etiledi.

Shar ta'rizli denenin' maydanın materiallıq noqattın' maydanına aralıqtın' kvadratına baylanıslı kemeyetug'ın barlıq ku'shler ushın (sonın' ishinde Kulon nızamı boınsha ta'sir etetug'ın elektrlik ku'shler ushın da) almastırıw mu'mkin (yag'nıy ku'sh aralıqtın' kvadratına kerip proportsional kemeyiwi orın alg'an jag'daylarda).

Salmaq ku'shin esaplag'anda materiallıq denenin' ishindegi quwıslıqtı tutas denedegi "teris belgige iye massa" dep qaraw mu'mkin.

Orbitanın' ha'r bir noqatındag'ı tartılıs ku'shin eki qurawshıg'a jiklew mu'mkin: tezlik bag'ıtındag'ı tangensial ha'm tezlikke perpendikulyar bolg'an normal ku'shler. Tangensial qurawshı planetanın' tezliginin' absoabsolyut ma'nisin, al normal qurawshı tezliktin' bag'ıtın o'zgertedi.

Oraylıq ku'shler maydanında qozg'alıwshı denenin' orbitasının' forması denein' tolıq energiyası boyınsha anıqlanadı.

Sorawlar:

1. Oraylıq ku'shlerdin' barlıq waqıtta potentsial ku'shler ekenligin da'lilley alasızba?
2. Sferalıq jaqtan simmetriyalı shar ta'rizli denenin' gravitatsiyalıq energiyası nege ten'?
3. Gravitatsiyalıq radius degenimiz ne?
4. Jer menen Quyashtın' gravitatsiyalıq radiusları nege ten'?
5. "Qara oqpanlar" degenimiz ne? Usınday obektlerdin' bar ekenligi haqqında da'liller barma?
6. Oraylıq maydandag'ı qozg'alıstın' tegis qozg'alıs ekenligi qalay da'lillenedi?
7. Keplerdin' ekinshi nızamı qaysı saqlanıw nızamının' na'tiyjesi bolıp tabıladı?
8. Noqatlıq denenin' tartılıs maydanında qozg'alg'anda materiallıq noqat qanday traektoriyalarg'a iye bolıwı mu'mkin?

§ 25. Eki dene mashqalası

1. Keltirilgen massa.
2. Massalar orayı sistemasına o'tiw.
3. Tasıwlar ha'm qaytıwlar.

Keltirilgen massa. A'dette pu'tkil du'nyalıq tartılıs nızamın talqılag'anda Quyashtı, sol sıyaqlı gravitatsiyalıq maydannın' tiykarg'ı deregi bolg'an u'lken massalı denelerdi qozg'almaydı dep esaplanadı. Bul bir dene mashqalası bolıp tabıladı ha'm, a'lbette, durıs emes na'tiyjelerge alıp keledi.

Eger eki dene qaralsa, sonday-aq olardın' massası bir birine barabar bolsa, onda ol obektlerdin' hesh birin de qozg'almaydı dep qarawg'a bolmaydı. Mısal retinde qos juldızdı ko'rsetiw mu'mkin. Al Jer menen Aydın' qozg'alısın qarag'anda da Jerdi qozg'almay turg'an obekt dep qaraw a'dewir sezilerliktey qa'telerge alıp keledi. Sonlıqtan da bir biri menen ta'sir etisiwshi eki denenin' de qozg'alısın esapqa alıwg'a tuwra keledi. Bul eki dene mashqalası dep ataladı.

Meyli massaları m_1 ha'm m_2 bolg'an eki dene bir biri menen tartısıw ku'shi arqalı ta'sir etisetug'ın bolsın. İnertsial esaplaw sistemasındag'ı olardın' qozg'alıs ten'lemesi to'mendegidey boladı:

$$m_1 \frac{dr_1^2}{dt^2} = G\frac{m_1 m_2}{r^2} * \frac{1}{r} * \mathbf{r},$$

$$m_2 \frac{dr_2^2}{dt^2} = G\frac{m_1 m_2}{r^2} * \frac{1}{r} * \mathbf{r}, \qquad (25\text{-}1)$$

bul jerde $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ o'z ara ta'sir etisiwshi denelerdi tutastıratug'ın ha'm m_1 nen m_2 ge qarap bag'ıtlang'an vektor. Radius vektorı

$$\mathbf{r}_{m.o.} = (m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2)/(m_1 + m_2) \qquad (25\text{-}2)$$

bolg'an massa orayı noqatının' tuwrı sızıqlı ha'm ten' o'lshewli qozg'alatug'ınlıg'ı ha'm m_1 menen m_2 massalarının' massa orayı sistemasındag'ı impulslarının' qosındısı nolge ten' ekenligi anıq. Qa'legen inertsiallıq sistemada (sonın' ishinde massa orayı menen baylanısqan sistemada) bul massalardın' impuls momenti saqlanadı.

Biraq, eki dene ma'selesin sheshiw massa orayı menen baylanısqan sistemada emes, al sol eki denenin' birewi menen baylanısqan esaplaw sistemasında sheshken qolaylıraq. Sonın' ushın bul jag'dayda eki dene mashqalası bir dene mashqalasına alıp kelinedi. Bul maqsette (25-l)-ten'lemelerdi m_1 ha'm m_2 massalarına bo'lemiz ha'm ekinshisinen birinshisin alamız. Bunday jag'dayda

$$\frac{d^2}{dt^2}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = \frac{d^2 r}{dt^2} = -\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) * G\frac{m_1 m_2}{r^2} * \frac{1}{r} * \mathbf{r}. \qquad (25\text{-}3)$$

Qawsırma belgisi ishinde turg'an keri massalardı

$$\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} = \frac{1}{\mu} \qquad (25\text{-}4)$$

dep belgileymiz. Bul jerde μ -keltirilgen massa dep ataladı. Bunday jag'dayda (25-3) bılay jazıladı:

$$\mu\frac{d^2r}{dt^2} = - G\frac{m_1m_2}{r^2} * \frac{1}{r} * \mathbf{r}. \qquad (25\text{-}5)$$

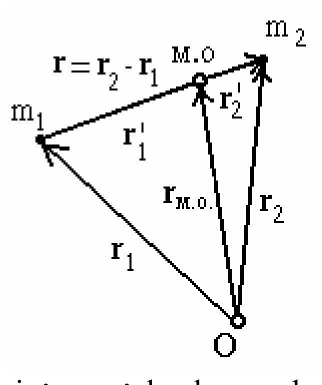
Bul bir dene mashqalası ten'lemesi bolıp tabıladı. Sebebi belgisiz shama tek bir vektorı bolıp tabıladı. Bul jag'dayda ta'sir etisiw m_1 ha'm m_2 massaları arasında boladı, al inertsiyalıq qa'siyet keltirilgen massa μ arqalı anıqlanadı. Bir dene ma'selesin sheshkende denelerdin' biri qozg'almaydı dep esaplanadı, usı dene esaplaw sistemasının' basında jaylasadı, al ekinshi denenin' qozg'alısı birinshisine salıstırıw arqalı anıqlanadı.

Massalar orayı sistemasına o'tiw. (25-5) ti sheshiwdin' na'tiyjesinde $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ baylanısı alınadı. Bunnan keyin massalar orayı sistemasında eki denenin' de traektoriyasın anıqlawg'a mu'mkinshilik tuwadı. Eger m_1 ha'm m_2 massalarının' radius-vektorların sa'ykes $\mathbf{r}_1$ ha'm $\mathbf{r}_2$ arqalı belgileymiz. Su'wrette ko'rsetilgen jag'dayg'a sa'ykes

$$\mathbf{r}_1' = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\mathbf{r}, \; \mathbf{r}_2' = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\mathbf{r}. \qquad (25\text{-}6)$$

Bul an'latpalardın' ja'rdeminde ja'ne $\mathbf{r}(t)$ g'a'rezliligin bile otırıp $\mathbf{r}_1'(t)$ ha'm $\mathbf{r}_2'(t)$ lardı sızıw mu'mkin. Eki denenin' de traektoriyası massa orayına salıstırg'andag'ıg'a uqsas boladı. Bul uqsaslıqtın' qatnası massalardın' qatnasına ten'.

Tasıwlar ha'm qaytıwlar. Bir tekli emes gravitatsiyalıq maydanda qozg'alg'anda deneni deformatsiyalawg'a qaratılg'an ku'shler payda boladı ha'm sog'an sa'ykes deneler deformatsiyalanadı. Meyli ha'r qaysısının' massası m ge ten' bolg'an ha'm salmag'ı joq prujina menen tutastırılg'an u'sh materiallıq noqat olardın' oraylarn tutastıratug'ın tuwrı bag'ıtında bir tekli emes tartılıs maydanında erkin qulaytug'ın bolsın. Olarg'a ta'sir etetug'ın salmaq ku'shleri o'z-ara ten' emes. Joqarg'ı noqat to'mengi noqatqa salıstırg'anda kemirek tartıladı. Su'wrette ko'rsetilgen jag'dayg'a to'mendegidey jag'day ekvivalent: u'sh denege de ortan'g'ı denege ta'sir etkendey shamadag'ı ku'sh ta'sir etedi, al joqarıdag'ı denege qosımsha joqarıg'a, al to'mendegisine to'menge qaray bag'ıtlang'an ku'sh ta'sir etedi. Sonlıqtan prujina sozılıwı kerek. Demek bir tekli emes tartılıs maydanı usı bir tekli emeslik bag'ıtında sozıwg'a tırısadı. Ma'selen Quyash Jerdi oraylardın tutastıratug'ın tuwrı bag'ıtındı sozadı. Tap sonday effektti Jerde Ay da payda etedi. Effekttin' shaması tartılıs ku'shine emes, al usı ku'shtin' o'zgeriw tezligine baylanıslı.



58-su'wret. Eki denenin' qozg'alısı haqqındag'ı ma'seleni sheshiw ushın qollanılatug'ın su'wret.

Quyashtın' do'geregindegi planetanın' qozg'alısı erkin tu'siw (qulaw) bolıp tabıladı. Planeta menen Quyashtın' oraylanın tutastıratug'ın tuwrıg'a perpendikulyarg'a urınba bag'ıtındag'ı tezliginin' bar bolg'anlıg'ı sebepli planeta Quyashqa qulap tu'speydi.

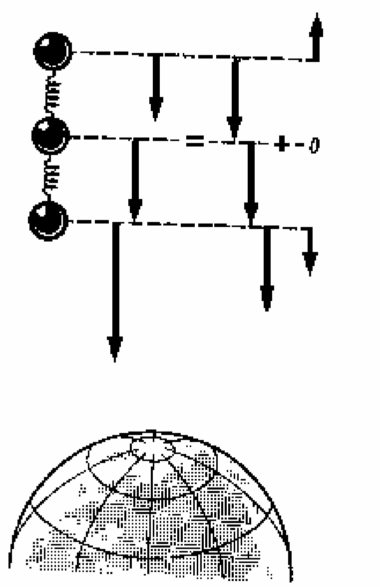
Shar ta'rizli denenin' maydanında oraydan **r** qashıqlıg'ındag'ı tartılıs ku'shi F = - GMm/$\mathbf{r}^2$. Bul ku'shtin' aralıqqa baylanıslı o'zgeriwi (dF/d**r**) = 2GMm/$\mathbf{r}^3$. Quyash penen Aydın' Jerdegi tartılıs maydanı ushın $2GM_{Quyash}m/\mathbf{r}^3 = 0{,}8*10^{-13}$ 1/s^2, $2GM_{Ay}m/\mathbf{r}^3 = 1{,}8*10^{-13}$ 1/s^2. Solay etip Ay ta'repten Jerge ta'sir etiwshi “deformatsiyalawshı- ku'sh Ku'n ta'repiten ta'sir etiwshi ku'shke qarag'anda shama menen eki ese artıq eken.

Bul “deformatsiyalawshı- ku'sh Jerdin' qattı qabıg'ın sezilerliktey o'zgertpeydi. Biraq okeanlardag'ı suwdın' forması a'dewir o'zgeriske ushıraydı. Tartılıs ku'shinin' bir teksizligi bag'ıtında okean qa'ddi ko'teriledi, al og'an perpendikulyar bag'ıtta okeannın' qa'ddi to'menleydi. Jer o'z ko'sheri do'gereginde aylanatug'ın bolg'anlıqtan qa'ddi ko'terilgen ha'm to'menlegen aymaqlar da'wirli tu'rde o'zgeredi. Jag'ıslarda bul qubılıs tasıwlar ha'm qaytıwlar tu'rinde ko'rinedi. Sutka ishinde eki ret tasıw ha'm eki ret qaytıw orın aladı. Eger Jerdin' beti tolıg'ı menen suw menen qaplang'an bolsa esaplawlar boyınsha suwdın' qa'ddi maksimum 56 sm ge o'zgergen bolar edi. Biraq Jer betindegi qurg'aqshılıqtın' ta'sirinde o'zgeris nolden 200 sm ge shekem o'zgeredi.

Tasıwlar gorizontal bag'ıtlarda suwdın' ag'ısına alıp keledi. Bul qubılıs o'z gezeginde su'ykeliske ha'm energiyanın' sarplanıwına alıp keledi. Sonın' na'tiyjesinde tasıw su'ykelisinin' ta'sirinde Jerdin' aylanıw tezligi kishireyedi.

Jerdin' tartılıs maydanında qozg'alg'anlıg'ınan payda bolg'an su'ykelis ku'shlerinin' saldarınan Ay barlıq waqıtta da Jerge bir ta'repi menen qarag'an. Bunday qozg'alısta su'ykelis ku'shleri payda bolmaydı.

Tasıw su'ykelisinin' saldarınan Jer o'z ko'sheri do'gereginde bir ret tolıq aylang'anda onın' aylanıw da'wiri $4{,}4*10^{-8}$ s qa u'lkeyedi. Biraq Jer-Ay sistemasında impuls momentinin' saqlanıwı kerek. Jer o'z ko'sheri do'gereginde, sonlay-aq Ay Jerdin' do'gereginde bir bag'ıtta aylanadı. Sonlıqtan Jerdin' impuls momentinin' kishireyiwi olardın' ulıwmalıq massalar orayı do'gereginde aylanıwındag'ı Jer-Ay sistemasının' impuls momentinin' artıwına alıp keledi. Jer-Ay sistemasının' impuls momenti



59-su'wret. Tasıw ku'shi tartılıs ku'shinin' qashıqlıqqa baylanıslı o'zgeriwine g'a'rezliligi.

$$M = \mu v r, \qquad (25\text{-}7)$$

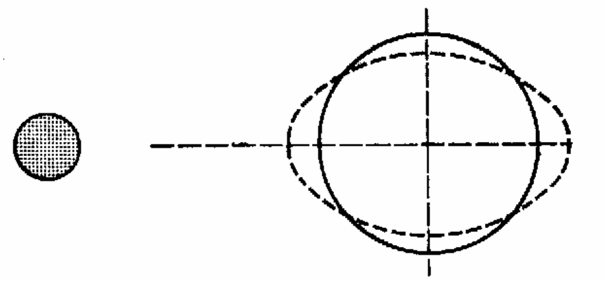
μ - keltirilgen massa, Jer menen Ay arasındag'ı qashıqlıq r ha'ripi menen belgilengen. Olardın' orbitaların shen'ber ta'rizli dep esaplap

$$G m_J m_A / r^2 = \mu v^2 / r \qquad (25\text{-}8)$$

(25-7) ha'm (25-8) den

$$r = M^2 / G m_J m_A \mu ; \quad v = G m_J m_A / M.$$

Tasıw su'ykelisine baylanıslı M nin' o'siwi menen Jer menen Ay arasındag'ı qashıqlıq artadı ha'm aydın' Jerdin' do'geregin aylanıp shıg'ıw da'wiri kishireyedi. Ha'zirgi waqıtları qashıqlıqtın' o'siwi 0,04 sm/sut shamasında. Bul az shama bolsa da bir neshe milliard jıllar dawamında Jer menen Ay arasındag'ı qashıqlıqqa salıstırarlıqtay shamag'a shekem o'sedi.



60-su'wret. Jer betindegi tasıwlar menen qaytıwlar Aydın' tartılıs maydanı ta'sirinde bolatug'ınlıg'ın ko'rsetiwshi su'wret. Quyashtın' tartılıs maydanı ta'repinen bolatug'ın tasıwlar menen qaytıwlar bunnan birneshe ma'rte kishi boladı.

Eki dene mashqalası o'z-ara ta'sirlesiw teoriyası ushın ta'sirlesiwdin' en' a'piwayı ma'selesi bolıp tabıladı. Bir qansha jag'daylarda bul mashqala da'l sheshimge iye boladı. U'sh dene mashqalası birqansha quramalı bolıp, bul mashqala analitikalıq tu'rdegi da'l sheshimlerge iye bolmaydı.

Sorawlar:

1. Ketirilgen massa denelerdin' massasınan u'lken be, kishi me, yamasa sol massalar arasındag'ı ma'niske iye me?

2. Qanday jag'daylarda eki dene mashqalasında ta'sirlesiwshi denelerdin' birin ozg'lmaydı dep qarawg'a boladı?

3. Massalar orayı sistemasında ta'sirlesiwshi bo'lekshelerdin' traektoriyaları qanday tu'rge iye boladı?

4. Keltirilgen massanı o'z ishine alıwshı eki dene mashqalasının' qozg'alıs ten'lemesi qanday koordinatalar sistemasında jazılg'an: inertsial koordinatalar sistemasında ma yamasa inertsial emes koordinatalar sistemasında ma?

§ 1-26. Qattı denelerdegi deformatsiyalar ha'm kernewler

1. Serpimli ha'm plastik deformatsiyalar.
2. İzotrop ha'm anizotrop deneler.
3. Serpimli kernewler.
4. Sterjenlerdi soziw ha'm qısıw.
5. Deformatsiyanın' basqa da tu'rleri (jıljıw ha'm buralıw deformatsiyaları).
6. Serpimli deformatsiyalardı tenzor ja'rdeminde ta'riplew.
7. Endi deformatsiyalang'an denelerdin' serpimli energiyası.

Barlıq real deneler deformatsiyalanadı. Sırttan tu'sirilgen ku'shler ta'sirinde olar formaların ha'm ko'lemlerin o'zgertedi. Bunday o'zgerislerdi deformatsiyalar dep ataymız. A'dette eki tu'rli deformatsiyanı ayırıp aytadı: *serpimli deformatsiya* ha'm *plastik deformatsiya*. Serpimli deformatsiya dep ta'sir etiwshi ku'shler jog'alg'annan keyin joq bolıp ketetug'ın deormatsiyag'a aytıladı. Plastik yamasa qaldıq deformatsiya dep ta'sir etiwshi ku'shler jog'alg'annan keyin qanday da bir da'rejede saqlanıp qalatug'ın deformatsiyag'a aytamız. deformatsiyanın' serpimli yamasa plastik bolıwı tek g'ana deformatsiyalanatug'ın denelerdin' materialına baylanıslı bolıp qalmastan, deformatsiyalawshı ku'shlerdin' shamasına da baylanıslı. Eger tu'sken ku'shtin' shaması *serpimlilik shegi* dep atalatug'ın shekten artıq bolmasa serpimli deformatsiya orın aladı. Eger ku'shtin' shaması bul shekten artıq bolsa plastik deformatsiya ju'z beredi. Serpimlik shegi ju'da' anıq bolmag'an shama bolıp ha'r qıylı materiallar ushın ha'r qıylı ma'niske iye.

Qattı deneler *izotrop* ha'm *anizotrop* bolıp ekige bo'linedi. *İzotrop* denelerdin' qa'siyetleri barlıq bag'ıtlar boyınsha birdey boladı. Al anizotrop denelerde ha'r qanday bag'ıtlar boyınsha qa'siyetler ha'r qıylı. Anizotrop denelerdin' en' ayqın wa'killeri *kristallar* bolıp tabıladı. Sonın' menen birge deneler ayırım qa'siyetlerge qarata anizotrop, al ayırım qa'siyetlerge qarata anizotrop bolıwı mu'mkin.

A'piwayı mısallardı ko'remiz. Sterjennin' deformatsiyalanbastan burıng'ı uzınlıg'ı l_0 bolsın, al deformatsiya na'tiyjesinde onın' uzınlıg'ı l ge jetsin. demek uzınlıq o'simi $\Delta l = l - l_0$. Bunday jag'dayda

$$\varepsilon = \Delta l / l \qquad (26\text{-}1)$$

shaması salıstırmalı uzarıw dep ataladı. Al sterjennin' kese-kesiminin' bir birligine ta'sir etiwshi ku'shtin' shamasın

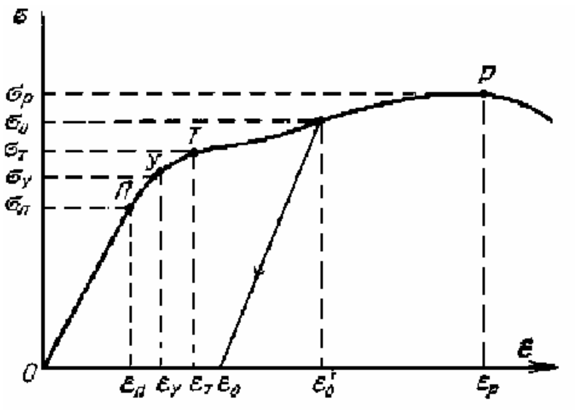
$$\sigma = F/S \qquad (26\text{-}2)$$

kernew dep ataymız.

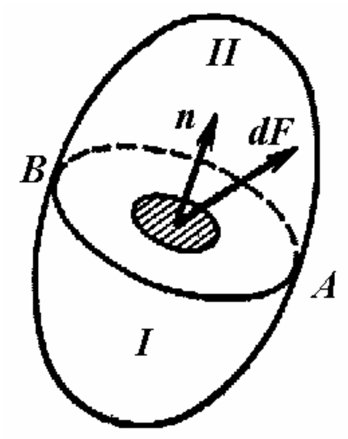
Ulıwma jag'dayda kernew menen deformatsiya arasındag'ı baylanıs su'wrette ko'rsetilgen. U'lken emes ku'shlerde kernew σ menen deformatsiya ε o'z-ara proportsional. Usınday baylanıs P noqatına shekem dawam etedi. Bunnan keyin deformatsiya tezirek o'sedi. T noqatınan baslap derlik turaqlı kernewde deformatsiya ju'redi. Usı noqattan baslanatug'ın deformatsiyalar oblastı *ag'ıw oblastı* yamasa *plastik deformatsiyalar oblastı* dep ataladı. Bunnan keyin R noqatına shekem deformatsiyanın' o'siwi menen kernew de o'sedi. Aqırg'ı oblastta kernewdin' ma'nisi kishireyip sterjennin' u'ziliwi orın aladı.

Kernewdin' σ_u ma'nisinen keyin deformatsiya qaytımlı bolmaydı. bunday jag'dayda sterjende *qaldıq deformatsiyalar* saqlanadı. $\sigma(\varepsilon)$ baylanısındag'ı O-σ_u oblastı berilgen materialdın' *serpimli deformatsiyalar oblastı* dep ataladı. σ_p menen σ_t shamaları arasındag'ı noqat *serpimlilik shegine* sa'ykes keledi. Dene o'zine sa'ykes serpimlilik shegine shekemgi kernewdin' ma'nislerinde serpimlilik qa'siyet ko'rsetedi.

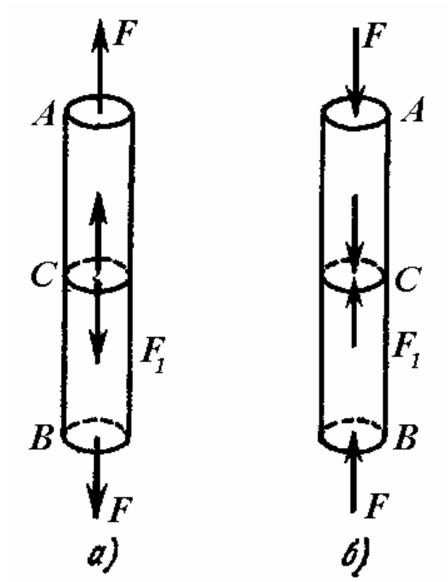
Serpimli kernewler. Deformatsiyag'a ushırag'an denelerdin' ha'r qıylı bo'limleri bir biri menen ta'sirlesedi. Iqtıyarlı tu'rde deformatsiyalang'an deneni yamasa ortalıqtı qarıyıq. Oyımızda onı I ha'm II bo'limlerge bo'lemiz. Eki bo'lim arasındag'ı shegara tegislik AV arqalı belgilengen. I dene deformatsiyalang'an bolg'anlıqtan II denege belgili bir ku'sh penen ta'sir etedi. Sol sebepli o'z gezeginde II dene de I denege bag'ıtı boyınsha qarama-qarsı bag'ıtta ta'sir etedi. Biraq payda bolg'an deformatsiyanı anıqlaw ushın AV kese-kesimine ta'sir etiwshi qosındı ku'shti bilip qoyıw jetkiliksiz. Usı kese-kesim boyınsha qanday ku'shlerdin' tarqalg'anlıg'ın biliw sha'rt. Kese kesimnen dS kishi maydanın saylap alamız. II bo'limlen I bo'limge ta'sir etiwshi ku'shti dF arqalı balgileymiz. *Maydan birligine ta'sir etiwshi ku'sh* dF/dS AV *shegarasında* I *bo'limge ta'sir etiwshi kernew dep ataladı.* Usı noqatta II denege ta'sir etiwshi kernew de tap sonday ma'niske, al bag'ıtı jag'ınan qara- ma-qarsı bag'ıtlang'an boladı.



61-su'wret. Deformatsiyanın' kernewge g'a'rezliligin ko'rsetiwshi diagramma.



62-su'wret. Iqtıyarlı tu'rde deformatsiya-lang'an dene sxeması.



63-su'wret. Sozılıw ha'm qısqarıw deformatsiyaları.

Ulıwma jag'dayda dS maydanının' bag'ıtın bul maydang'a tu'sirilgen normal n arqalı beriw mu'mkin. Bunday jag'dayda kernew dS ha'm n vektorları arasındag'ı baylanıstı beredi. Eki vektor arasındag'ı baylanıstı tog'ız shama menen beriw mu'mkin. Bul

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \qquad (26\text{-}3)$$

shamaları bolıp, bul tog'ız shamanın' jıynag'ı serpimli kernew tenzorı dep ataladı.

Bul shamalardın' ma'nisi ulıwma jag'daylarda noqattan noqatqa o'tkende o'zgeredi, yag'nıy koordinatalardın' funktsiyası bolıp tabıladı.

(26-3) Serpimli kernew tenzorı simmetriyalıq tenzor bolıp tabıladı, yag'nıy

$$\omega_{ij} = \omega_{ji} \ (i, j = x, y, z) \qquad (26\text{-}4)$$

Demek (26-3) din' simmetriyalılıg'ınan tog'ız qurawshının' altawı bir birinen g'a'rezsiz bolıp shıg'adı.

X, Y, Z koordinatalarının’ bag’ıtların saylap alıw arqalı (26-3) degi barlıq diagonallıq emes ag’zalardı nolge ten’ bolatug’ın etip alıwg’a boladı. Bunday jag’dayda serpimli kernew tenzorı

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{vmatrix} \qquad (26\text{-}5)$$

tu’rine keledi. Bul tu’rdegi tenzordı bas ko’sherlerge keltirilgen tenzor dep ataymız. Sa’ykes koordinatalar ko’sherleri kernewdin’ bas ko’sherleri dep ataladı.

Bir o’lshemli kernew (sızıqlı-kernewli jag’day) bılay jazıladı:

$$\begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Eki ko’sherli kernew (tegis kernewli jag’day) bılayınsha ko’rsetiledi:

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Gidrostatikalıq basım

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix}$$

Sterjenlerdi sozıw ha’m qısıw. Su’wrette ko’rsetigendey sterjen alıp onın’ ultanlarına sozıwshı ha’m qısıwshı ku’shler tu’siremiz.

Eger sterjen sozılatug’ın bolsa a’dette *kernew kerim* dep atalıp

$$T = F/S \qquad (26\text{-}7)$$

formulası menen anıqlanadı. Eger sterjen qısılatug’ın bolsa kernew basım dep ataladı ha’m

$$R = F/S \qquad (26\text{-}8)$$

formulası menen anıqlanadı.

Basımdı keri kerim yamasa kerimdi keri basım dep ataw mu’mkin, yag’nıy

$$R = - T \qquad (26\text{-}9)$$

Sterjennin’ salıstırmalı uzarıwı dep

$$\varepsilon = \Delta l/l_0 \qquad (26\text{-}10)$$

shamasına aytamız. Sozıwshı ku’shler ta’sir etkende $\varepsilon>0$, al qısıwshı ku’shler ta’sir etkende $\Gamma<0$.

Ta’jiriybe

$$T = E(\Delta l/l_0), \qquad R = -E(\Delta l/l_0) \qquad (26\text{-}11)$$

ekenligin ko’rsetedi. Sterjennin’ materialına baylanıslı bolg’an E shaması Yung (1773-1829) moduli dep ataladı. (26-11)-formulalar Guk (1635-1703) nızamın an’latadı. Bıl nızam ta’jiriybede da’l orınlanbaydı. Guk nızamı orınlanatug’ın deformatsiyalar kishi deformatsiyalar dep ataladı. (26-11) te $\Delta l=l_0$ bolg’anda T = E. Sonlıqtan Yung moduli strejennin’ uzınlıg’ın eki ese arttırıw ushın kerek bolatug’ın kerim sıpatında anıqlaydı. Bunday deformatsiyalar ushın Guk nızamı durıs na'tiyje bermeydi: bunshama deformatsiya na'tiyjesinde dene yaki qıyraydı, yaki tu'sirilgen kernew menen deformatsiya arasındag'ı baylanıs buzıladı.

Endi serpimli deformatsiyalardın' a'piwayı tu'rlerin qarap shıg'amız.

Da'slepki uzınlıg'ı L_0 bolg'an sterjendi qısqanda yamasa sozg'andag'ı deformatsiya bılay esaplanadı:

$$L = L_0 + \Delta L.$$

O'z gezeginde $L = \alpha L_0 \sigma$. Sonlıqtan

$$L = L_0(1 + \alpha\sigma).$$

Bul formuladan serpimli deformatsiya sheklerinde sterjennin' uzınlıg'ınınn' tu'sken kernew σ g'a tuwra proportsional o'zgeretug'ınlıg'ın ko'remiz.

Endi *jıljıw deformatsiyasın* qaraymız. Bunday deformatsiya urınba bag'ıtındag'ı f_t ku'shinin' (sog'an sa'ykes urınba kernewdin') ta'sirinde ju'zege keledi.

Jıljıw mu'yeshi ψ kishi ma'niske iye bolg'an jag'dayda bılay jaza alamız:

$$\psi = bb'/d.$$

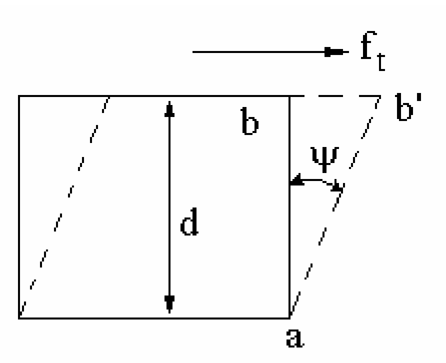
Bul an'latpadag'ı d denenin' qalın'lıg'ı, bb′ joqarg'ı qabattın' to'mengi qabatqa salıstırg'andag'ı jıljıwının' absolyut shaması. Bul an'latpada jıljıw mu'yeshi ψ nın' salıstırmalı jıljıwdı sıpatlaytug'ınlıg'ı ko'rinip tur. Sonlıqtan bılay jaza alamız:

$$\psi = n\, f_t/S.$$

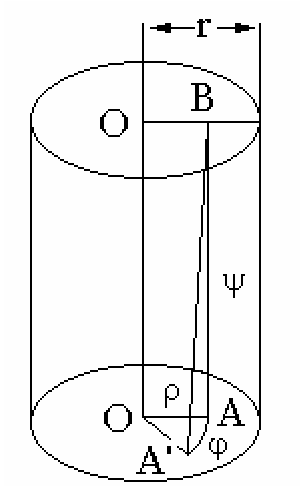
Bul an'latpadag'ı n jıljıw koeffitsienti dep ataladı. Bul koeffitsienttin' ma'nisi deformatsiyalanıwshı denenin' materialına baylanıslı. S bettin' maydanı, f_t sol betke tu'sirilgen ku'sh. $\sigma_\tau = f_t/S$ kernewin engizip keyingi formulanı bılayınsha ko'shirip jazamız:

$$\psi = n\sigma_\tau\,.$$

n ge keri shama bolg'an $N = 1/n$ di jıljıw moduli dep ataymız.



64-su'wret. Jıljıw deformatsiyası



65-su'wret. Buralıw deformatsiyası

Bir tekli izotroplıq denelerde jıljıw moduli N nin' san ma'nisi shama menen Yung moduli E nin' san ma'nisinin' 0.4 bo'legine ten' boladı.

Endi jıljıw deformatsiyasının' bir tu'ri bolg'an *buralıw deformatsiyasın* qaraymız.

Uzınlıg'ı L, radiusı r bolg'an tsilindr ta'rizli sterjen alayıq (joqarıda su'wrette ko'rsetilgen). Sterjennin' joqarg'ı ultanı bekitilgen, al to'mengi ultanına onı buraytug'ın ku'sh momenti M tu'sirilgen. To'mengi ultanda radius bag'ıtında uzınlıg'ı OA = ρ bolg'an kesindi alayıq. Buraytug'ın momenttin' ta'sirinde OA kesindisi φ mu'yeshke burıladı ha'm OA′ awhalına keledi. Sterjen uzınlıg'ının' bir birligine sa'ykes keliwshi buralıw mu'yeshi bolg'an φ/L shaması salıstırmalı deformatsiya bolıp tabıladı. Serpimli deformatsiya sheklerinde bul shama buralıw momenti M ge proportsional boladı, yag'nıy

$$\varphi/L = sM.$$

s proportsionallıq koeffitsienti qarap atırg'an sterjen ushın turaqlı shama. Bul shamanın' ma'nisi sterjennin' materialına, o'lshemlerine (uzınlıg'ı menen radiusı) baylanıslı boladı. s shamasın anıqlaw ushın buralıw deformatsiyasın jıljıw deformatsiyası menen baylanıstırayıq.

Sterjendi burg'anda onın' to'mengi kese-kesimi joqarg'ı kese-kesimine salıstırg'anda jıljıydı. VA tuwrısı buralıp Va′ tuwrısına aylanadı. ψ mu'yeshi jıljıw mu'yeshi bolıp tabıladı. $\psi = n\sigma_\tau = (l/N)\sigma_\tau$ formulası boyınsha jıljıw mu'yeshi mınag'an ten':

$$\psi = (l/N)\sigma_\tau.$$

Bul an'latpadag'ı σ_τ shaması dS bettin' A′ noqatındag'ı elementine tu'sirilgen urınba kernew, N jılısıw moduli.

Joqarıdag'ı su'wretten $\psi = Aa'$,$L = \varphi\rho/L$ ekenligi ko'rinip tur. Demek

$$\sigma_\tau = N\psi = N\varphi\rho/L.$$

Bettin' dS elementine tu'sirilgen ku'sh $\sigma_\tau dS$ ke ten', al onın' momenti $dM = \rho\sigma_\tau dS$. φ ha'm ρ polyar koordinatalardı engizsek, bet elementinin' $dS = \rho\, d\rho\, d\varphi$ ekenligin tabamız. Demek

$$dM = \sigma_\tau\, \rho^2 d\rho\, d\varphi = (N\varphi/L)\rho^3\, d\rho\, d\varphi.$$

Radiusı ρ bolg'an do'n'gelektin' tutas maydanı boyınsha dM o'simin integrallap, sterjennin' to'mengi betinin' barlıq jerine tu'setug'ın M tolıq momentti tabamız:

$$M = (N\varphi/L)\int_0^{2\pi}\int_{\rho=0}^{r} \rho^3\, d\rho\, d\varphi = (\pi N r^4/2)*(\varphi/L).$$

Demek

$$\varphi = (2/\pi N)*(LM/r^4).$$

Bul formulanı $\varphi/L = sM$ formulası menen salıstırıp

$$s = (2/\pi N)*(l/r^4)$$

ekenligi tabamız.

$\varphi = (2/\pi N)*(LM/r^4)$ formulasınan $M = (\pi N/2)*(\varphi/L)*r^4$ ekenligi kelip shıg'adı. Sonlıqtan sımdı φ mu'yeshine burıw ushın r din' to'rtinshi da'rejesine tuwra proportsional, al sımnın' uzınlıg'ı L ge keri proportsional moment tu'siriw kerek dep juwmaq shıg'aramız.

$M = (\pi N/2)*(\varphi/L)*r^4$ formulasınan momenttin' radiustın' 4-da'rejesine g'a'rezli ekenligi ko'rinip tur.

Ulıwma tu'rde deformatsiya bılay ta'riplenedi. Deformatsiyalanbastan burın denede alıng'an bazı bir vektorı b deformatsiyalang'annan keyin b′ vektorına aylanadı. x(x,y,z) noqatı x′(x′,y′,z′) noqatına aylanadı. Δu kesindisin x noqatının' awısıwı dep ataladı.

U'sh o'lshemli ken'islikte

$$x_i' = x_i' + \Delta u_i \quad (i = x,\ y,\ z) \qquad (26\text{-}12)$$

ekenligi anıq.

Ulıwma jag'daylarda (u'sh o'lshemli ken'islik, anizotrop ortalıq) noqattın' da'slepki awhalı menen awısıwdın' qurawshıları bılayınsha baylanısqan:

$$\Delta u_x = e_{xx}x_x + e_{xy}x_y + e_{xz}x_z,$$
$$\Delta u_y = e_{yx}x_x + e_{yy}x_y + e_{yz}x_z,$$
$$\Delta u_z = e_{zx}x_x + e_{zy}x_y + e_{zz}x_z,$$

yamasa

$$\Delta u_i = e_{ij}x_j \quad (i, j = x, y, z). \qquad (26\text{-}13)$$

Tog'ız e_{ij} koeffitsientleri *deformatsiya tenzorı* dep atalatug'ın ekinshi rangalı tenzordı payda etedi.

$\overrightarrow{OX}\,'$ vektorı da x noqatının' da'slepki halının' funktsiyası bolıp tabıladı:

$$x_i' = x_i + e_{ij}x_j \qquad (26\text{-}14)$$

yamasa

$$x_x' = (l+e_{xx})x_x + e_{xy}x_y + e_{xz}x_z$$
$$x_y' = e_{ex}x_x + (l+e_{yy})x_y + e_{yz}x_z$$
$$x_z' = e_{zx}x_x + e_{zy}x_y + (l+e_{zz})x_z$$

e_{ij} tenzorının' fizikalıq ma'nisin tu'sindiremiz.

$$x_l' = (l+e_{xx})x_l. \qquad (26\text{-}15)$$

Bunnan

$$e_{xx} = (x_l' - x_l)/x_l. \qquad (26\text{-}16)$$

e_{xx} qurawshısı X ko'sheri bag'ıtındag'ı salıstırmalı uzırıwdı beredi. Sa'ykes ma'niske e_{yy} ha'm e_{zz} koeffitsientleri de iye (Y ha'm Z ko'sherleri boyınsha).

Endi usı noqattın' Y ko'sheri bag'ıtındag'ı awısıwın qarayıq.

$$\Delta u_y = e_{yx}x_x. \qquad (26\text{-}17)$$

Bunnan

$$e_{yx} = \Delta u_y/x_x = \mathrm{tg}\varphi, \qquad (26\text{-}18)$$

yag'nıy e_{yx} qurawshısı X ko'sherine parallel bolg'an sızıqlı elementtin' U ku'sheri do'geregindegi aylanıwına sa'ykes keledi.

Denenin' haqıyqıy deformatsiyasın anıqlaw ushın denenin' tutası menen aylanıwın alıp taslawımız kerek. Sonın' ushın e_{ij} tenzorın simmetriyalıq ha'm antisimmetriyalıq bo'leklerge bo'lemiz. Yamasa

$$e_{ij} = w_{ij} + \varepsilon_{ij}. \qquad (26\text{-}19)$$

Tenzordın' antisimmetriyalıq bo'limi

$$\omega_{ij} = (l/2)*[e_{ij} - e_{ji}] \qquad (26\text{-}20)$$

denenin' tutası menen burılıwın (aylanıwın) beredi.

Tenzordın' simmetriyalıq bo'limi

$$\varepsilon_{ij} = (l/2)*[e_{ij} + e_{ji}] \qquad (26\text{-}21)$$

deformatsiya tenzorının' o'zi bolıp tabıladı. Bul tenzor bılay jazıladı:

$$\begin{vmatrix} e_{xx} & \frac{1}{2}(e_{xy}+e_{yx}) & \frac{1}{2}(e_{xz}+e_{zx}) \\ \frac{1}{2}(e_{yx}+e_{xy}) & e_{yy} & \frac{1}{2}(e_{yz}+e_{zy}) \\ \frac{1}{2}(e_{zx}+e_{xz}) & \frac{1}{2}(e_{zy}+e_{yz}) & e_{zz} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix}. \qquad (26\text{-}22)$$

Tenzordın' diagonallıq qurawshıları uzarıw menen qısqarıwg'a sa'ykes keledi. Qalg'an qurawshıları jıljıwg'a sa'ykes keledi.

Deformatsiya tenzorın da to'mendegi sxema boyınsha bas ko'sherlerge keltiriw mu'mkin:

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \varepsilon_{xz} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \varepsilon_{x} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{y} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{z} \end{vmatrix}. \qquad (26\text{-}23)$$

Endi Guk nızamın bılay jaza alamız:

$$\varepsilon = s\omega, \text{ yamasa } \omega = s\varepsilon. \qquad (26\text{-}24)$$

ω - kernew, Γ - deformatsiya, s - berilgishlik, s - qattılıq.

Anizotrop deneler ushın

$$\varepsilon_{ij} = s_{ijkl}\omega_{kl}, \quad \omega_{ij} = c_{ijkl}\,\varepsilon_{kl}. \qquad (26\text{-}25)$$

Bul jag'dayda s_{ijkl} - serpimli berilgishlik tenzorı, c_{ijkl} - serpimli qattılıq tenzorı.

Demek ulıwma jag'dayda s_{ijkl} ha'm c_{ijkl} shamaları to'rtinshi rangalı tenzorlar bolıp tabıladı. Bul simmetriyalı tenzorlardın' simmetriyalılıg'ına baylanıslı 81 koeffitsienttin' ornına bir birinen g'a'rezsiz 36 koeffitsient qaladı.

Endi deformatsiyalang'an denelerdin' serpimli energiyasın an'sat esaplawg'a boladı. Sterjennin' bir ushına f(x) sozıwshı ku'shin tu'siremiz ha'm onın' ma'nisin f = 0 den f = F ma'nisine shekem jetkeremiz. Na'tiyjede sterjen x=0 den aqırg'ı x = Δx shamasına shekem uzaradı. Guk nızamı boyınsha f(x) = kx, k Yung modulinin' ja'rdeminde an'sat esaplanatug'ın proportsionallıq koeffitsienti. Sterjendi sozıw barısında islengen jumıs serpimli energiya U dın' o'simi ushın jumsaladı.

$$U = \int_0^{\Delta l} f(x)dx = k\int_0^{\Delta l} xdx = (1/2)(\Delta l)^2. \qquad (26\text{-}26)$$

Aqırg'ı halda x = Δl, F = F(Δl) = kΔl bolg'anlıqtan

$$U = (1/2)F\,\Delta l. \qquad (26\text{-}27)$$

Endi serpimli energiyanın' ko'lemlik tıg'ızlıg'ın anıqlaymız (qısılg'an yamasa sozılg'an denenin' ko'lem birligindegi serpimli energiyası). Bul shama U = (1/2)F Δl shamasın sterjennin' ko'lemi V = S*l ge bo'lgenge ten'. Demek

$$u = (1/2)\ F*\ \Delta l/(S*l) = (1/2)T\ \varepsilon. \qquad (26\text{-}28)$$

($\varepsilon = \Delta l/l_0$). Guk nızamınan paydalanatug'ın bolsaq, onda keyingi formulanı bılayınsha o'zgertiw qıyın emes:

$$u = (1/2)E\varepsilon^2 = T^2/(2E) = P^2/(2E). \qquad (26\text{-}9)$$

Ko'p sandag'ı ta'jiriybeler sozıwlar yamasa qısıwlar na'tiyjesinde sterjennin' tek g'ana uzınlıqları emes, al kese-kesimleri de o'zgeretug'ınlıg'ın ko'rsetedi. Eger dene sozılsa onın' kese-kesimi kishireyedi. Kerisinshe, eger dene qısılsa onın' kese-kesimi artadı. Meyli a_0 sterjennin' deformatsiyag'a shekemgi qalın'lıg'ı, al a - deformatsiyadan keyingi qalın'lıg'ı bolsa, onda - $\Delta a/a \approx \Delta a_0/a$ - sterjennin' salıstırmalı ko'ldenen' qısılıwı dep ataladı ($\Delta a = a - a_0$).

- $(\Delta a/a)/(\Delta l/l) = -(\Delta a/\Delta l)(l/a) = \mu$ Puasson koeffitsienti dep ataladı.

Yung moduli E ha'm Puasson koeffitsienti μ izotrop materialdın' serpimli qa'siyetlerin tolıg'ı menen ta'ripleydi.

§ 27. Gazler ha'm suyıqlıqlar mexanikası

Gazler ha'm suyıqlıqlardın' qa'siyetleri. Suyıqlıqlardın' statsionar ag'ıwı. Ag'ıs nayı ha'm u'zliksizlik ten'lemesi. Ag'ıstın' tolıq energiyası. Bernulli ten'lemesi. Dinamikalıq basım. Qısılıwshılıqtı dıqqatqa almaslıq sha'rti. Suyıqlıqtın' nay boylap ag'ıwı. Suyıqlıqtın' jabısqaqlıg'ı. Laminar ha'm turbulent ag'ıs. Reynolds sanı. Puazeyl nızamı. Suyıqlıq yamasa gazdin' denelerdi aylanıp ag'ıp o'tiwi. Ag'ıstın' u'ziliwi ha'm iyrimlerdin' payda bolıwı. Shegaralıq qatlam. Man'lay qarsılıq ha'm ko'teriw ku'shi.

Qattı deneler ten' salmaqlılıq halda forma serpimliligine iye (yag'nıy formasın saqlaydı). Suyıqlıqlar menen gazler bolsa bunday forma serpimliligine iye emes. Olar ko'lemlik serpimlilikke iye. Ten' salmaqlıq halda gaz benen suyıqlıqtag'ı kernew barlıq waqıtta da ta'sir etiwshi maydang'a normal bag'ıtlang'an. Ten' salmaqlıq halda urınba kernewler payda bolmaydı. Sonın' ushın da mexanikalıq ko'z-qaraslar boyınsha suyıqlıqlar menen gazler ten' salmaqlıqta urınba kernewler bolmaytug'ın obektler bolıp tabıladı.

Sonın' menen birge ten' salmaqlıq halda suyıqlıqlar menen gazlerde normal kernewdin' (R basımının') shaması ta'sir etip turg'an maydanshanın' bag'ıtına baylanıslı emes. Meyli n sol normal bolsın. Kernew maydanshag'a perpendikulyar bolg'anlıqtan ω_n=Rn dep jazamız. Sa'ykes koordinatalar ko'sherlerine perpendikulyar kernewlerdi bılay jazamız:

$$\omega_x = R_x i, \quad \omega_y = R_y j, \qquad \omega_z = P_z k. \qquad (27\text{-}1)$$

Bul an'latpalardag'ı i, j, k lar koordinatalıq ortlar.

$$\omega_n = \omega_x n_x + \omega_y n_y + \omega_z n_z \qquad (27\text{-}2)$$

formulalarınan

$$Pn = P_x n_x i + P_y n_y j + P_z n_z k. \qquad (27\text{-}3)$$

Bul an'latpanı i, j ha'm k shamalarına izbe-izlikte skalyar ko'beytiw arqalı

$$P = P_x = P_y = P_z \qquad (27\text{-}4)$$

ten'liklerin alamız. Bul Paskal nızamı.

Gazlerde normal kernew barlıq waqıtta gaz ishine qaray bag'ıtlang'an (yag'nıy basım tu'rinde boladı). Al suyıqlıqta normal kernewdin' kerim bolıwı da mu'mkin. Suyıqlıq u'ziliwge qarsılıq jasaydı. Bul qarsılıqtın' ma'nisi a'dewir u'lken shama ha'm ayırım suyıqlıqlarda 1 kvadrat millimetrge bir neshe nyuton bolıwı mu'mkin. Biraq a'dettegi suyıqlıqlardın' barlıg'ı da bir tekli emes. Suyıqlıqlar ishinde gazlerdin' mayda ko'biksheleri ko'plep ushırasadı. Olar suyıqlıqlardın' u'ziliwin ha'lsiretedi. Sonlıqtan basım ko'pshilik suyıqlıqlarda kernew basım tu'rine iye ha'm normal kernewdi +Tn arqalı emes (kerim), al -Rn arqalı (basım) belgileymiz. Eger basım kernewge o'tse onın' belgisi teris belgige aylanadı, al bul o'z gezeginde suyıqlıqtın' tutaslıg'ının' buzılıwına alıp keledi. Usınday jag'dayg'a baylanıslı gazler sheksiz ko'p ken'eye aladı, gazler barqulla ıdıstı toltırıp turadı. Suyıqlıq bolsa, kerisinshe, o'zinin' menshikli ko'lemine iye. Bul ko'lem sırtqı basımg'a baylanıslı az shamag'a o'zgeredi. Suyıqlıq erkin betke iye ha'm tamshılarg'a jıynala aladı. Usı jag'daydı atap aytıw ushın suyıq ortalıqtı *tamshılı-suyıq ortalıq* dep te ataydı. Mexanikada tamshılı suyıqlıqlardın' ha'm gazlerdin' qozg'alısın qarag'anda gazlerdi suyıqlıqlardın' dara jag'dayı sıpatında qaraydı. Solay etip suyıqlıq dep yaki tamshılı suyıqlıqtı, yaki gazdi tu'sinemiz. *Mexanikanın' suyıqlıqlardın' ten' salmaqlıg'ı menen qozg'alısın izertleytug'ın bo'limi gidrodinamika dep ataladı.*

Suyıqlıqtag'ı basım qısıwdın' saldarınan payda boladı. Urınba kernewlerdin' bolmaytug'ınlıg'ına baylanıslı kishi deformatsiyalarg'a qarata suyıqlıqlardın' serpimli qa'siyetleri tek bir koeffitsient - *qısılıw koeffitsienti* menen ta'riplenedi:

$$\beta = -(l/V)(dV/dP), \qquad (27\text{-}5)$$

bul shamag'a keri bolg'an

$$K = -V(dP/dV) \qquad (27\text{-}6)$$

shamasın ha'r ta'repleme qısıw moduli dep ataydı. Qısıwda suyıqlıqtın' temperaturası turaqlı bolıp qaladı dep boljaydı. Temperatura turaqlı bolıp qalatug'ın bolsa (27-5)- ha'm (27-6)-lar ornına an'latpalardı bılay jazamız:

$$\beta_T = -(l/V)(dV/dP)_{T=const} \, . \qquad (27\text{-}7)$$

$$K_T = -V(dP/dV)_{T=const} \, . \qquad (27\text{-}8)$$

Bul an'latpalardag'ı β_T ha'm K_T shamaların sa'ykes ha'r ta'repleme qısıwdın' izotermalıq koeffitsienti ha'm moduli dep ataydı.

Ten' salmaqlıq halda suyıqlıqtın' (yamasa gazdin') basımı R tıg'ızlıq ρ penen temperatura T g'a baylanıslı o'zgeredi. Basım, tıg'ızlıq ha'm temperatura arasındag'ı

$$R = f(\rho, T) \qquad (27\text{-}9)$$

qatnası *hal ten'lemesi* dep ataladı. Bul ten'leme ha'r qanday zatlar ushın ha'r qanday tu'rge iye boladı. Ten'lemenin' en' a'piwayı tu'ri tek siyrekletilgen gaz jag'dayında alınadı.

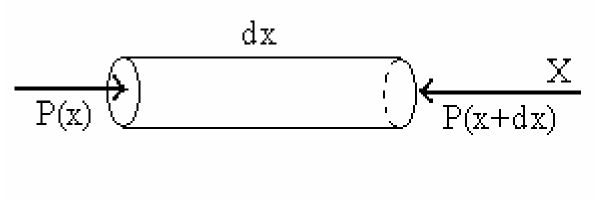
Eger suyıqlıq qozg'alısta bolsa normal ku'shler menen birge urınba bag'ıtlang'an ku'shlerdin' de payda bolıwı mu'mkin. Urınba ku'shler suyıqlıqtın' deformatsiyası boyınsha emes, al onın' tezlikleri (deformatsiyanın' waqıt boyınsha alıng'an tuwındısı) menen anıqlanadı. Sonlıqtan urınba ku'shlerdi *su'ykelis ku'shleri* yamasa *jabısqaqlıq* klassına kirgiziw kerek. Olar *ishki su'ykelistin' urınba* yamasa *jılısıw ku'shleri* dep ataladı. Bunday ku'shler menen bir qatarda ishki su'ykelistin' *normal* yamasa *ko'lemlik ku'shlerinin'* de bolıwı mu'mkin. A'dettegidey basımlarda bul ku'shler qısılıwdın' waqıt boyınsha o'zgeriw tezligi menen anıqlanadı.

İshki su'ykelis ku'shleri payda bolmaytug'ın suyıqlıqlardı *ideal suyıqlıqlar* dep ataymız. İdeal suyıqlıqlar - bul tek g'ana R normal basım ku'shleri bolatug'ın suyıqlıq.

Ayırım deneler tezlik penen bolatug'ın sırtqı ta'sirlerde qattı dene qa'siyetlerine, al kishi tezlikler menen o'zgeretug'ın sırtqı ta'sirlerde jabısqaq suyıqlıqtay qa'siyetlerdi ko'rsetedi. Bunday zatlardı *amorf qattı deneler* dep ataymız.

Suyıqlıqlardın' ten' salmaqta turıwının' ha'm qozg'alısının' tiykarg'ı ten'lemeleri. Suyıqlıqlarg'a ta'sir etetug'ın ku'shler, basqa jag'daylardag'ıday, *massalıq* (ko'lemlik) ha'm *betlik* bolıp ekige bo'linedi. Massalaıq ku'shler massa m ge ha'm sonın' menen birge ko'lem elementi dV g'a tuwra proportsional. Bul ku'shti fdV arqalı belgileymiz ha'm f ti ku'shtin' ko'lemlik tıg'ızlıg'ı dep ataymız. Massalıq ku'shlerdin' a'hmiyetli mısalları bolıp salmaq ku'shleri menen inertsiya ku'shleri sanaladı. Salmaq ku'shi bolg'anda $f = \rho g$. Al betlik ku'shler bolsa - bunday ku'shler suyıqlıqtı qorshap turg'an ortalıq arqalı berilip, normal ha'm urınba kernewler arqalı suyıqlıqtın' ha'r bir ko'lemine beriledi.

Urınba ku'shler joq, tek g'ana normal ku'shler bar bolg'an jag'daydı qaraymız. İdeal suyıqlıqlarda bunday jag'day barqulla orın aladı. Al qalg'an suyıqlıqlarda bul awhal suyıqlıq tınıshlıqta turg'anda, yag'nıy *gidrostatika* jag'dayında orın aladı.



66-su'wret. Suyıqlıqtın' qozg'alısı menen ten'salmaqlılıg'ının' ten'lemesin shıg'arıwg'a.

Suyıqlıqtın' sheksiz kishi ko'leminin' dV elementine ta'sir etetug'ın ten' ta'sir etiwshi basım ku'shin anıqlaymız. Basım ku'shinin' X ko'sherine tu'setug'ın proektsiyası

$$[P(x) - P(x+dx)]dS. \qquad (27\text{-}10)$$

Kvadrat skobkadag'ı sheksiz kishi ayırmanı R funktsiyasının' differentsialı menen almastırıw mu'mkin:

$$P(x+dx) - P(x) = dP_{y,z,t = const} = (dP/dx)_{y,z,t = const}dx. \qquad (27\text{-}11)$$

Qosımsha berilgen y,z,t = const sha'rti dP/dx tuwındısın ha'm dP differentsialın alg'anda bul shamalar turaqlı bolıp qalatug'ınlıg'ın bildiredi. P(x,y,z,t) funktsiyasınan usınday sha'rtler orınlang'andag'ı alıng'an tuwındı *dara tuwındı* dep ataladı ha'm $\frac{\partial P}{\partial t}$ yamasa $\partial R/\partial t$ ($\frac{\partial P}{\partial x}$ yamasa $\partial R/\partial x$) dep belgilenedi. Usı belgilewlerdi paydalanıp esaplanıp atırg'an ku'shtin' proektsiyasın alamız:

$$\frac{\partial P}{\partial x} dS\, dx = - \frac{\partial P}{\partial x} dV. \qquad (27\text{-}12)$$

Bul jerde dS dx = dV ekenligi esapqa alıng'an. Solay etip proektsiya dV ko'lem elementine tuwra proportsional ha'm onı s_x dV dep belgilew mu'mkin. s_x shaması ken'islikte R basımının' o'zgeriwinen payda bolg'an suyıqlıq ko'leminin' birligine ta'sir etiwshi ku'shtin' x-qurawshısı. O'zinin' ma'nisi boyınsha ol dV ko'leminin' formasına baylanıslı bolıwı mu'mkin emes. Basqa ko'sherler boyınsha da tu'setug'ın ku'shtin' qurawshıların tabıwımız mu'mkin. Solay etip suyıqlıq ko'leminin' bir birligine basımnın' betlik ku'shi ta'repinen payda bolg'an s ku'shi ta'sir etedi. Onın' proektsiyaları

$$s_x = - \partial P/\partial x,\ s_y = - \partial P/\partial y,\ s_z = - \partial P/\partial z. \qquad (27\text{-}13)$$

s vektorının' o'zi

$$s = - (\partial P/\partial x)i - (\partial P/\partial y)j - (\partial P/\partial z)k \qquad (27\text{-}14)$$

yamasa qısqasha tu'rde

$$s = - \text{grad } P. \qquad (27\text{-}15)$$

Biz mınaday belgilew qabıl ettik:

$$\text{grad } P = (\partial P/\partial x)i + (\partial P/\partial y)j + (\partial P/\partial z)k. \qquad (27\text{-}16)$$

Bul vektor R *skalyarının' gradienti dep ataladı.* Solay etip *suyıqlıqtın' ko'leminin' elementine ta'sir etiwshi basım ku'shinin' ko'lemlik tıg'ızlıg'ı teris belgisi menen alıng'an* R *nın' gradientine ten'.* s ku'shinin' shemasının' R nın' shamasına emes, al onın' ken'isliktegi o'zgeriwine baylanıslı ekenligi ko'rinip tur.

Ten' salmaqlıq halında s ku'shin massalıq ku'sh f penen ten' bolıwı kerek. Bul

$$\mathrm{grad}\ P = f \qquad (27\text{-}17)$$

ten'lemesinin' payda bolıwına alıp keledi. *Bul ten'leme gidrostatikanın' tiykarg'ı ten'lemesi bolıp tabıladı.*

Koordinatalıq tu'rde bul ten'leme

$$\partial P/\partial x = f_x,\ \partial P/\partial y = f_y,\ \partial P/\partial z = f_z \qquad (27\text{-}18)$$

Endi ideal suyıqlıqtın' tiykarg'ı ten'lemesin de jazıw mu'mkin:

$$\rho\ (dv/dt) = f - \mathrm{grad}\ P. \qquad (27\text{-}19)$$

Bul jerde (dv/dt) qarap atırg'an noqattag'ı suyıqlıqtın' tezligi. *Bul ten'leme Eyler ten'lemesi dep ataladı.*

Barometrlik formula. Qısılmaytug'ın suyıqlıq gidrostatikasına itibar beremiz. R basımı tek z ko'sherine baylanıslı jag'daydı qaraymız. Bunday jag'dayda

$$dP/dz = -\rho g. \qquad (27\text{-}20)$$

Basım R, tıg'ızlıq ρ ha'm T absolyut temperatura Klapeyron (1799-1864) ten'lemesi ja'rdeminde beriledi:

$$P = RT\rho/\mu. \qquad (27\text{-}21)$$

μ - gazdın' molekulalıq salmag'ı. $R = 8.31*10^7$ erg$*K^{-1}*mol^{-1}$ = 8.31 Dj$*K^{-1}*mol^{-1}$ - universal gaz turaqlısı dep ataladı.

Endi

$$dP/dz = -\mu Pz/(RT) \qquad (27\text{-}22)$$

ten'lemesi alamız. Bul ten'lemenin' sheshimi

$$R = R_0\ \mathrm{exr}\ (-\mu gz/RT) \qquad (27\text{-}23)$$

tu'rine iye boladı.

Tap usınday nızam menen gazdın' tıg'ızlıg'ı da o'zgeredi:

$$\rho = \rho_0\ \mathrm{exr}\ (-\mu gz/RT). \qquad (27\text{-}24)$$

Keyingi eki formula barometrlik formulalar dep ataladı. R_0 ha'm ρ_0 Jer betindegi basım menen tıg'ızlıqqa sa'ykes keledi. Basım menen tıg'ızlıq biyiklikke baylanıslı eksponentsial nızam boyınsha kemeyedi.

$$h = RT/\mu g \qquad (27\text{-}25)$$

biyikligine ko'terilgende basım ha'm tıg'ızlıq e ret kemeyedi. Bul h *bir tekli atmosfera biyikligi dep ataladı.* $T = 273^0$ de $h \approx 8$ km.

Suyıqlıqtın' qozg'alısın kinematikalıq ta'riplew. Suyıqlıqtın' qozg'alısın ta'riplew ushın eki tu'rli jol menen ju'riw mu'mkin: Suyıqlıqtın' ha'r bir bo'lekshesinin' qozg'alısın baqlap barıw mu'mkin. Usınday jag'dayda ha'r bir waqıt momentindegi suyıqlıq bo'lekshesinin' tezligi ha'm turg'an ornı beriledi. Solay etip suyıqlıq bo'lekshesinin' traektoriyası anıqlanadı. Biraq basqasha da jol menen ju'riw mu'mkin. Bul jag'dayda ken'isliktin' ha'r bir noqatında waqıttın' o'tiwi menen ne bolatug'ınlıg'ın gu'zetiw kerek. Usının' na'tiyjesinde ken'isliktin' bir noqatı arqalı ha'r qanday waqıt momentlerinde o'tip atırg'an bo'lekshelerdin' tezlikleri menen bag'ıtları anıqlanadı. Usınday usıl menen ta'riplewdi ju'rgizgenimizde na'tiyjede *tezl-ikler maydanı* alınadı. Ken'isliktin' ha'r bir noqatına tezlik vektorı sa'ykeslendiriledi. Usınday sızıqlar *toq sızıg'ı* dep ataladı. Eger waqıttın' o'tiwi menen tezlikler maydanı ha'm sog'an sa'ykes toq sızıg'ı o'zgermese suyıqlıqtın' qozg'alısı *statsionar qozg'alıs* dep ataladı. Basqasha jag'dayda suyıqlıqtın' qozg'alısı *statsionar emes qozg'alıs* dep ataladı. Statsionar qozg'alısta v = v (r,t), al statsionar qozg'alısta v = v (r).

dt waqıt aralıg'ında nay arqalı o'tken suyıqlıqtın' massası

$$dm = \rho vSdt. \qquad (27\text{-}26)$$

S - naydın' kese-kesimi. Statsionar ag'ısta

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 \qquad (27\text{-}27)$$

ten'ligi orınlanadı. Suyıqlıq qısılmaytug'ın bolsa ($\rho_1 = \rho_2$)

$$v_1/v_2 = S_2/S_1 \qquad (27\text{-}28)$$

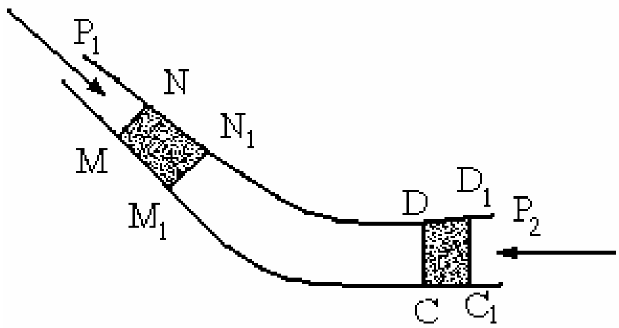
Bul ten'lemeni basqasha jazamız. Suyıqlıqtın' ha'r qıylı kese-kesimi arqalı waqıt birligin-de ag'ıp o'tetug'ın qısılmaytug'ın suyıqlıqtın' mug'darının' birdey bolatug'ınlıg'ın ko'rdik. (27-28)-formula da usı jag'daydı da'lilleydi ha'm

$$\Delta S_1 v_1 = \Delta S_2 v_2$$

ten'lemesin jazıwg'a mu'mkinshilik beredi. Bul ten'lemeden

$$\Delta S\ v = const$$

ekenligi kelip shıg'adı. Demek qısılmaytug'ın (sonın' menen birge jabısqaq emes) *suyıqlıq ag'ısı tezligi menen suyıqlıq ag'ıwshı tu'tikshenin' kese-kesiminin' maydanı turaqlı shama* boladı eken. Bul *qatnas ag'ıstın' u'zliksizligi tuwralı teorema* dep ataladı.



67-su'wret. Bernulli ten'lemesin keltirip shıg'arıwg'a.

Qanday da bir konservativ ku'shtin' (mısalı salmaq ku'shinin') ta'sirindegi suyıqlıqtın' statsionar qozg'alısın qaraymız. MNDC noqatları menen sheklengen suyıqlıqtın' bo'limin alayıq. Usı bo'lim $M_1N_1D_1C_1$ awhalına ko'shsin ha'm bunda islengen jumıstı esaplaymız. MN M_1N_1 ge ko'shkendegi islengen jumıs $A = P_1S_1l_1$ ($l_1 = MM_1$ ko'shiw shaması). $S_1l_1 = \Delta V_1$ ko'lemin kirgiziw arqalı jumıstı bılay jazamız: $A_1 = R_1\ \Delta V_1$ yamasa $A_1 = R_1\ \Delta\ m_1/\rho_1$. Bul jerde Δm_1 MNN_1M_1 ko'lemindegi suyıqlıqtın' massası. Usınday tallawlardan keyin

$$A = A_1 - A_2 = (R_1/\rho_1 - R_2/\rho_2)\ \Delta\ m. \qquad (27\text{-}29)$$

ten'ligin alamız.

Bul jumıs suyıqtıqtın' ayırıp alıng'an bo'limindegi tolıq energiyanın' o'simi ΔE nin' esabınan isleniwi kerek. Ag'ıs statsionar bolg'anlıqtan suyıqlıqtın' energiyası SDD_1C_1 ko'leminde o'zgermeydi. Sonlıqtan ΔE nin' shaması Δm massalı suyıqlıqtın' energiyasının'

CDD_1C_1 ha'm MNN_1M awhalları arasındag'ı ayırmasına ten'. Massa birligine sa'ykes keliwshi tolıq energiyanı Ґ ha'ripi menen belgilep $\Delta E = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\Delta m$ ekenligin tabamız. Bul shamanı jumıs A g'a ten'lestirip, Δm ge qısqartıp

$$\varepsilon_1 + R_1/\rho_1 = \varepsilon_2 + R_2/\rho_2. \qquad (27\text{-}30)$$

Demek ideal suyıqlıqtın' statsionar ag'ısında bir toq sızıg'ı boyınsha Ґ + R/ρ shaması turaqlı bolıp qaladı eken. Yag'nıy

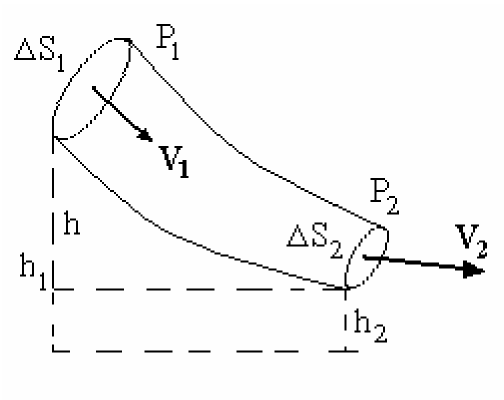
$$\varepsilon + R/\rho = V = const. \qquad (27\text{-}31)$$

Bul qatnas *Daniil Bernulli* (1700-1782) *ten'lemesi*, al V - Bernulli turaqlısı dep ataladı. Ol bul jumısının' na'tiyjesin 1738-jılı baspadan shıg'ardı. Usı ten'lemeni keltirip shıg'ararda suyıqlıqtın' qısılmaslıg'ı haqqında hesh na'rse aytılmadı. Sonlıqtan da Bernulli ten'lemesi qısılmaytug'ın suyıqlıqlar ushın da durıs boladı. Endi Jer menen tartısıwdı esapqa alıp ten'lemege o'zgerisler kiritemiz. Barlıq Ґ energiyası kinetikalıq ha'm potentsial energiyalardan turatug'ınlıg'ın esapqa alamız. Sonlıqtan

$$v^2/2 + gh + P/\rho = V = const. \qquad (27\text{-}32)$$

Bernulli turaqlısı V nın' bir toq sızıg'ının' boyın boyınsha birdey ma'niske iye boladı. Eger $v = 0$ bolsa $V = gh + P/\rho$. Demek Bernulli turaqlısı barlıq ag'ıs ushın birdey ma'niske iye boladı eken.

Bernulli ten'lemesin basqasha fizikalıq shamalardı qollanıw arqalı jazamız ha'm sa'ykes su'wretten paydalanamız.



68-su'wret

ΔS_1 kese-kesiminen o'tetug'ın suyıqlıqtın' Δm massasının' tolıq energiyası E_1 bolsın, al ΔS_2 kese-kesiminen ag'ıp o'tetug'ın suyıqlıqtın' tolıq energiyası E_2 bolsın. Energiyanın' saqlanıw nızamı boyınsha $E_2 - E_1$ o'simi Δm massasının' ΔS_1 kese-kesiminen ΔS_2 kesekesimine shekem qozg'altatug'ın sırtqı ku'shlerdin' jumısına ten' boladı:

$$E_2 - E_1 - A.$$

O'z gezeginde E_1 ha'm E_2 energiyaları Δm massasının' kinetikalıq ha'm potentsial energiyalarının' qosındısınan turadı, yag'nıy

$$E_1 = \Delta m\, v_1^2/2 + \Delta m\, gh_1;\ E_2 = \Delta m\, v_2^2/2 + \Delta m\, gh_2;$$

A jumısının' ΔS_1 ha'm ΔS_2 kese-kesimleri arasındag'ı barlıq suyıqlıq qozg'alg'anda Δt waqtı ishinde islenetug'ın jumısqa ten' keletug'ınlıg'ına ko'z jetkiziw qıyın emes. Bunday jag'dayda Δt waqıtı ishinde kese-kesimlerden Δm massalı suyıqlıq ag'ıp o'tedi. Δm massasının' birinshi kese-kesim arqalı o'tkiziw ushın $v_1\Delta t = \Delta l_1$, al ekinshi kese-kesim arqalı o'tkiziw ushın $v_2\Delta t = \Delta l_2$ aralıqlarına jıljıwı kerek. Bo'linip alıng'an suyıqlıq ushastkalarının' eki shetinin' ha'r qaysısına tu'setug'ın ku'shler sa'ykes $f_1 = r_1\Delta S_1$ ha'm $f_2 = r_2\Delta S_2$ shamalarına ten'. Birinshi ku'sh on' shama, sebebi ol ag'ıs bag'ıtına qaray bag'ıtlang'an. Ekinshi ku'sh teris shama ha'm suyıqlıqtın' ag'ısı bag'ıtına qarama-qarsı bag'ıtlang'an. Na'tiyjede to'mendegidey ten'leme alınadı:

$$A = f_1\Delta l_1 + f_2\Delta l_2 = r_1\Delta S_1 v_1\Delta t - r_2\Delta S_2 v_2\Delta t.$$

Endi E_1, E_2, A shamalarının' tabılg'an usı ma'nislerin E_2 - E_1 - A ten'lemesine qoysaq

$$\Delta m v_2^2/2 + \Delta m\, gh_2 - \Delta m v_1^2/2 - \Delta m\, gh_1 = r_1\Delta S_1 v_1\Delta t - r_2\Delta S_2 v_2\Delta t$$

ten'lemesin alamız ha'm onı bılay jazamız:

$$\Delta m v_1^2/2 + \Delta m\, gh_1 + r_1\Delta S_1 v_1\Delta t = \Delta m v_2^2/2 + \Delta m\, gh_2 + r_2\Delta S_2 v_2\Delta t. \qquad (27\text{-}32a)$$

Ag'ıstın' u'zliksizligi haqqındag'ı nızam boyınsha suyıqlıqtın' Δm massasının' ko'lemi turaqlı bolıp qaladı. Yag'nıy

$$\Delta V = \Delta S_1 v_1\Delta t = \Delta S_2 v_2\Delta t.$$

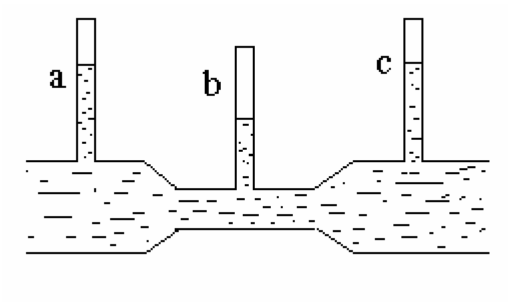
Endi (27-32a) ten'lemesinin' eki ta'repin de ΔV ko'lemine bo'lemiz ha'm $\Delta m/\Delta V$ shamasının' suyıqlıqtın' tıg'ızlıg'ı ρ ekenligin esapqa alamız. Bunday jag'dayda

$$\rho v_1^2/2 + \rho\, gh_1 + r_1 = \rho v_2^2/2 + \rho\, gh_2 + r_2 \qquad (27\text{-}31a)$$

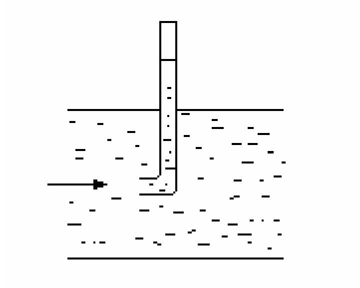
ten'lemesi alamız. Joqarıda aytılg'anınday bul ten'lemeni en' birinshi ret usı tu'rde Daniil Bernulli keltirip shıg'ardı.

Suyıqlıq ag'ıp turg'an tu'tikshe gorizontqa parallel etip jaylastırılsa $h_1 = h_2$ ha'm

$$\rho v_1^2/2 + r_1 = \rho v_2^2/2 + r_2. \qquad (27\text{-}31b)$$

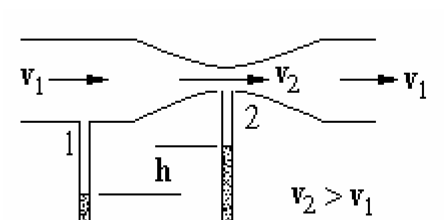


69-su'wret. Basımnın' naydın' diametrine g'a'rezliligi



70-su'wret. Pito tu'tikshesi sızılması.

(27-31b) formula ha'm ag'ıstın' u'zliksizligi haqqındag'ı teoremag'a tiykarlanıp suyıqlıq ha'r qıylı kese-kesimge iye gorizont boyınsha jaylastırılg'an nay arqalı aqqanda nay jin'ishkergen orınlarda suyıqlıq tezliginin' u'lken bolatug'ınlıg'ın, al nay ken'eygen orınlarda basımnın' u'lken bolatug'ınlıg'ın an'g'arıwg'a boladı. Usı aytılg'anlardın' durıslıg'ı naydın' ha'r qıylı ushastkalarına a, b ha'm s manometrlerin ornatıp tekserip ko'riwge boladı (su'wrette ko'rsetilgen).



71-su'wret. Basımnın' naydın' diametrine g'a'rezliligin ko'rsetiwshi ekinshi su'wret.

Endi nay arqalı ag'ıwshı suyıqlıqqa qozg'almaytug'ın manometr ornatayıq ha'm onın' to'mengi tu'tikshesin ag'ısqa qarama-qarsı bag'ıtlayıq (su'wrette ko'rsetilgen). Bunday jag'dayda tu'tikshe tesigi aldında suyıqlıqtın' tezligi nolge ten' boladı. (27-31b) formulasın qollansaq ha'm $v_2 = 0$ dep uyg'arsaq, onda

$$r_2 = \rho v_1^2/2 + r_1$$

ten'ligin alamız. Demek manometr tu'tikshesinin' tesigin ag'ısqa qarsı qoyg'anımızda o'lshenetug'ın r_2 basımı r_1 basımınan $\rho v_1^2/2$ shamasına artıq boladı eken. Eger r_1 basımı belgili bolsa r_2 basımın o'lshew arqalı ag'ıstın' v_1 tezligin esaplawg'a boladı. Al $\rho v_1^2/2$ basımın ko'binese *dinamikalıq basım* dep te ataydı.

Ag'ıs tezligi joqarı bolg'anda naydın' jin'ishke jerlerindegi basım r nın' ma'nisi teris shama bolıwı mu'mkin. Mısalı, eger naydın' juwan jerlerindegi basım atmosfera basımına ten' bolsa, naydın' jin'ishke jerlerindegi basım atmosfera basımınan kem boladı. Bul jag'dayda ag'ıs sorıp alıwshı (a'tiraptag'ı hawanı) sorıwshı xızmetin atqaradı.

Bernulli ten'lemesin paydalanıw arqalı suyıqlıqtın' tesiksheden ag'ıp shıg'ıw tezligin anıqlawg'a boladı. Eger ıdıstın' o'zi ken', al tesikshesi kishi bolsa ıdıstag'ı suyıqtıqtın' tezligi kishi boladı ha'm barlıq ag'ıstı bir ag'ıs tu'tikshesi dep qarawg'a boladı. Basım ıdıstın' to'mengi kese-kesiminde de, joqarg'ı kese-kesiminde de atmosferalıq basım r_0 ge ten' dep esaplaymız. Sonlıqtan Bernulli ten'lemesi bılay jazıladı:

$$v_1^2/2 + g\,(h_1 - h_2) = v_2^2/2.$$

Eger ıdıstag'ı suyıqlıqtın' tezligi $v_1 = 0$ dep esaplansa ha'm $h_1 - h_2 = h$ bolg'an jag'dayda (ıdıstag'ı tesikshe gorizont bag'ıtında tesilgen)

$$v_2 = (2g\,h)^{1/2}$$

shamasına ten' boladı. Yag'nıy suyıqlıqtın' tesikshe arqalı ag'ıp shıg'ıw tezligi dene h biyikliginen erkin tu'skende alatug'ın tezligine ten' boladı eken.

Bernulli ten'lemesi ja'rdeminde *Torrishelli formulasın* keltirip shıg'arıw mu'mkin.

Meyli suyıqlıq quyılg'an ıdıstın' to'mengi bo'liminde tesikshe bolsın ha'm bul tesikshe arqalı ag'ıp shıg'ıp atırg'an suyıqlıqtın' tezligin anıqlayıq. Bul jag'dayda Bernulli ten'lemesi

$$R_0/\rho + gh = P_0/\rho + v^2/2. \qquad (27\text{-}33)$$

Bul jerde h - tesikshe menen suwdın' qa'ddi arasındag'ı qashıqlıq. R_0 atmosferalıq basım. Joqarıdag'ı ten'lemeden

$$v = \sqrt{2gh}\,. \qquad (27\text{-}34)$$

Bul formula *Torishelli formulası* dep ataladı. Bul formuladan suyıqlıqtın' tesiksheden ag'ıp shıg'ıw tezligi h biyikliginen erkin tu'skende alıng'an tezlikke ten' bolatug'ınlıg'ı kelip shıg'adı.

Jabısqaqlıq. Real suyıqlıqlarda normal basımnan basqa suwıqlıqlardın' qozg'alıwshı elementleri shegaralarında *ishki su'ykelistin' urınba ku'shleri* yamasa *jabısqaqlıq* boladı. Bunday ku'shlerdin' bar ekenligine a'piwayı ta'jiriybelerden ko'rsetiwge boladı. Mısalı jabısqaqlıq esapqa alınbay keltirilip shıg'arılg'an Bernulli ten'lemesinen bılayınsha juwmaqlar shıg'aramız: Eger suyıqlıq gorizont boyınsha jatqan, barlıq jerlerinde kese-kesimi birdey bolg'an naydan ag'atug'ın bolsa basım ha'mme noqatlarda birdey boladı. Haqıyqatında basım ag'ıs bag'ıtında to'menleydi. Statsionar ag'ıstı payda etiw ushın naydın' ushlarında turaqlı tu'rde basımlar ayırmasın payda etip turıw kerek. Bul basımlar ayırması su'ykelis ku'shlerin joq etiw ushın za'ru'r.

Basqa bir mısal retinde aylanıwshı ıdıstag'ı suyıqlıqtın' qozg'alısın baqlawdan kelip shıg'adı. Eger ıdıstı vetrikal bag'ıttag'ı ko'sher do'gereginde aylandırsaq suyıqlıqtın' o'zi de aylanısqa keledi. Da'slep ıdıstın' diywallarına tikkeley tiyip turg'an suyıqlıqtın' qatlamları aylana baslaydı. Keyin aylanıs ishki qatlamlarg'a beriledi. Solay etip ıdıs penen suyıqlıq birdey bolıp aylanaman degenshe ıdıstan suyıqlıqqa aylanbalı qozg'alıs beriliwin dawam etedi. Usında beriliwdi qozg'alıs bag'ıtına urınba bolıp bag'ıtlang'an ku'shler ta'miyinleydi. Usınday urınba bag'ıtında bag'ıtlang'an ku'shlerdi *ishki su'ykelis ku'shleri* dep ataymız. *Jabısqaqlıq ku'shleri* dep atalatug'ın su'ykelis ku'shleri de ayrıqsha a'hmiyetke iye.

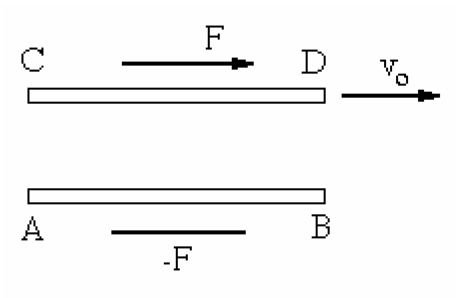
İshki su'ykelistin' sanlıq nızamların tabıw ushın a'piwayı mısaldan baslaymız. Arasında suyıqlıq jaylasatug'ın o'z-ara parallel, sheksiz uzın plastinalardı qaraymız. To'mengi AV plastinası qozg'almaydı, al joqarg'ı SD plastinkası og'an salıstırg'anda v_0 tezligi menen qozg'alsın. SD plastinasının' ten' o'lshewli qozg'alısın ta'miyinlew ushın og'an turaqlı tu'rde qozg'alıs bag'ıtındag'ı F ku'shin tu'siriw kerek. Bir orında uslap turıw ushın AV plastinasına da tap usınday, biraq qarama-qarsı bag'ıtlang'an ku'sh tin' tu'siwi kerek. Nyuton ta'repinen usı F ku'shinin' plastinalardın' maydanı S ke, tezik v_0 ge tuwra proportsional, al plastinalar arasındag'ı qashıqlıq h qa keri proportsional ekenligin da'lilledi. Demek

$$F = \eta S v_0 / h. \qquad (27\text{-}35)$$

Bul formulada η - *ishki su'ykelis koeffitsienti* yamasa *suyıqlıqtın' jabısqaqlıg'ı* dep atalıwshı turaqlı shama (koeffitsient). Onın' ma'nisi plastinalardın' materialına baylanıslı bolmay, ha'r qıylı suyıqlıqlar ushın ha'r qıylı ma'nislerge iye boladı. Al berilgen suyıqlıq ushın η nın' ma'nisi birinshi gezekte temperaturag'a g'a'rezli boladı.

AV plastinasının' bir orında tınısh turıwı da sha'rt emes. Av plastinası v_1, al SD plastinası v_2 tezligi menen qozg'alatug'ın bolsa

$$F = \eta S (v_1 - v_2) / h. \qquad (27\text{-}36)$$



72-su'wret

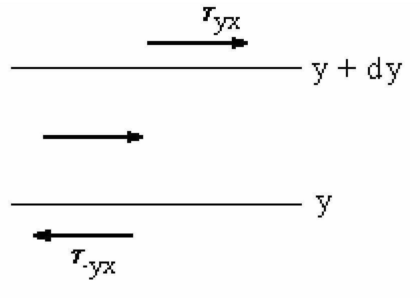
Bul formulanı ulıwmalastırıw ushın suyıqlıq X bag'ıtında qozg'aladı dep esaplaymız. Bunday jag'dayda ag'ıs tezligi tek y koordinatasınan g'a'rezli boladı:

$$v_x = v_x(y), \quad v_y = v_z = 0. \qquad (27\text{-}37)$$

Suyıqlıq qatlamın Y qatlamına perpendikulyar bag'ıtta juqa qatlamlarg'a bo'lemiz. Meyli bul tegislikler Y ko'sherin y ha'm y +dy noqatlarında kesip o'tsin. Joqarıda jaylasqan qatlamnın' maydanının' bir birligine ta'sir etiwshi urınba ku'shti τ_{yx} arqalı belgileymiz. Bunday jag'dayda

$$\tau_{yx} = \eta \, (\partial v_x / \partial y). \qquad (27\text{-}38)$$

Tap usınday talqılawlar na'tiyjesinde to'mendegidey ten'liklerdi alamız:



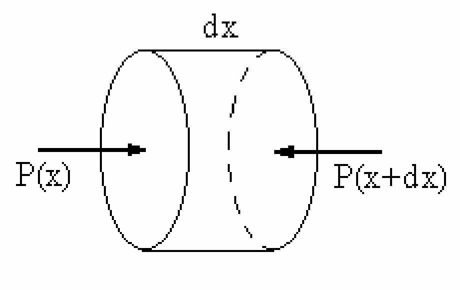
73-su'wret

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \eta \, [\partial v_x/\partial y + \partial v_y/\partial x]$$
$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \eta \, [\partial v_y/\partial z + \partial v_z/\partial y]$$
$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \eta \, [\partial v_z/\partial x + \partial v_x/\partial z]$$

Eger suyıqlıq qısılmaytug'ın bolsa bul ten'likler suyıqlıqlardın' qozg'alısının' differentsial ten'lemesin keltirip shıg'arıw ushın tolıq jetkilikli.

Suyıqlıqtın' tuwrısızıqlı nay arqalı statsionar ag'ısı. Meyli qısılmaytug'ın jabısqaq suyıqlıq radiusı R bolg'an tuwrı mu'yeshli nay arqalı ag'atug'ın bolsın. Suyıqlıqtın' tezligi naydın' radiusı □ ge baylanıslı ekenligi tu'sinikli.

Su'wrette ko'rsetilgendey jag'daydı talqılaymız.



74-su'wret

Naydın' ko'sheri retinde ag'ıs boyınsha bag'ıtlang'an X ko'sherin alamız. Nayda uzınlıg'ı dx, radiusı r bolg'an sheksiz kishi tsilindrlik bo'limdi kesip alamız.

Usı tsilindrlik qaptal betke qozg'alıs bag'ıtında $dF = 2\pi rl\eta(dv/dr)dx$ ku'shi ta'sir etedi. Sonın' menen birge tsilindrdin' ultanlarına basımlar ayırması ku'shi ta'sir etedi:

$$dF_l = \pi r^2[P(x) - P(x+dx)] = -\pi r^2(dP/dx)dx. \qquad (27\text{-}39)$$

Statsionar ag'ısta bul eki ku'shtin' qosındısı nolge ten' bolıwı kerek. Sonlıqtan

$$2\eta\ (dv/dr) = r\ (dP/dx). \qquad (27\text{-}40)$$

Tezlik v(r) ha'm dv/dr tuwındısı x tın' o'zgeriwi menen o'zgermey qaladı. Usının' na'tiyjesinde

$$dv/dr = -(R_l - R_2)*r/(2\eta l). \qquad (27\text{-}41)$$

İntegrallap

$$v = -(R_l - R_2)*r^2/(4\eta l) + C \qquad (27\text{-}42)$$

formulasın alamız. r = R bolg'anda v = 0. Sonlıqtan

$$v = -(R_l - R_2)*(R^2 - r^2)/(4\eta l). \qquad (27\text{-}43)$$

Suyıqlıqtın' tezligi truba orayında o'zinin' maksimallıq ma'nisine iye:

$$v_0 = -(R_l - R_2)*R^2/(4\eta l). \qquad (27\text{-}44)$$

Endi suwıqlıqtın' ag'ıp o'tken mug'darın esaplaymız. Bir sekund waqıt dawamında r ha'm r + dr radiusları arasındag'ı saqıyna ta'rizli maydan arqalı ag'ıp o'tken suyıqlıqtın' mug'darı $dQ = 2\pi rdrh\rho v$. Bul an'latpag'a v nın' ma'nisin qoyıp ha'm integrallaw arqalı suyıqlıqtın' ag'ıp o'tken mug'darın bilemiz:

$$Q = \pi\rho[(P_l - P_2)/2\eta l]\int_0^R (R^2 - r^2)rdr = \pi\rho(P_l - P_2)*R^4/8\eta l. \qquad (27\text{-}45)$$

Demek *ag'ıp o'tken suyıqlıqtın' mug'darı basımlar ayırması* $P_l - P_2$ *ge, naydın' radiusının' 4-da'rejesine tuwra, al naydın' uzınlıg'ı menen suyıqlıqtın' jabısqaqlıq koeffitsientine keri proportsional eken.*

Keyingi formula *Puazeyl formulası* dep ataladı.

Puazeyl formulası tek g'ana *laminar ag'ıslar* ushın durıs boladı. Laminar ag'ısta suyıqlıq bo'leksheleri naydın' ko'sherine parallel bolg'an sızıq boyınsha qozg'aladı. Laminar ag'ıs u'lken tezliklerde buzıladı ha'm *turbulentlik ag'ıs* payda boladı.

Ha'r sekund sayın naydın' kese-kesimi arqalı alıp o'tiletug'ın kinetikalıq energiya:

$$K = \int_0^R (\rho v^2/2)*2\pi rvdr. \qquad (27\text{-}46)$$

Bul an'latpag'a v nın' ma'nisin qoyıp ha'm integrallaw na'tiyjesinde alamız:

$$K = (1/4)Q\, v_0^2 = Q(\bar{v})^2. \qquad (27\text{-}47)$$

Ha'r sekund sayın suyıqlıq u'stinen islenetug'ın jumıs basımlar ayırması $R_1 - R_2$ ge tuwra proportsional ha'm $A = \int v(R_1 - R_2)*2\pi r\, dr$ formulası ja'rdeminde anıqlanadı. Yamasa

$$A = (R_1 - R_2)*Q/\rho. \qquad (27\text{-}48)$$

Shaması usınday bolg'an, biraq belgisi boyınsha teris A' jumıstı ishki su'ykelis ku'shleri orınlaydı. $A' = -A$. $v_0 = -(R_1 - R_2)*R^2/(4\eta l)$ formulasınan basımlar ayırmasın tabamız ha'm

$$A' = -4\pi v_0 lQ/(\rho R^2). \qquad (27\text{-}49)$$

Alıng'an formulalar qanday jag'dayda su'ykelik ku'shlerin esapqa almawg'a bolatug'ınlıg'ına (yamasa Bernulli ten'lemesin paydalanıwg'a) juwap beredi. Bunın' ushın jabısqaqlıqqa baylanıslı kinetikalıq energiyanın' jog'alıwı suyıqlıqtın' o'zinin' kinetikalıq energiyasına salıstırg'anda salıstırmas da'rejede az bolıwı kerek, yag'nıy $|A'| << A$. Bul

$$v_0R^2/(16Fl) >> 1 \qquad (27\text{-}50)$$

ten'sizligine alıp keledi. Bul jerde F belgisi menen *kinematikalıq jabısqaqlıq* belgilengen.

$$F = \eta/\rho \qquad (27\text{-}51)$$

shaması dinamikalıq jabısqaqlıq dep ataladı.

Gidrodinamikalıq uqsaslıq nızamları. Qanday da bir deneni yamasa deneler sistemasın basıp o'to'tug'ın suyıqlıq ag'ısın qaraymız. Usının' menen birge sog'an sa'ykes suyıqlıq ta'repinen orap o'tiletug'ın sheksiz ko'p sanlı denelerdi de qaraw mu'mkin. Usınday eki ag'ıs ta mexanikalıq jaqtan birdey bolıwı ushın ag'ıs parametrleri ha'm suyıqlıqtı ta'ripleytug'ın turaqlılar (ρ, η ha'm basqalar) qanday sha'rtlerdi qanaatlandırıwı kerek degen soraw beriledi. Eger uqsaslıq bar bolatug'ın bolsa, birinshi sistema ushın ag'ıstı bile otırıp geometriyalıq jaqtan uqsas bolg'an basqa sistemadag'ı ag'ıstın' qanday bolatug'ınlıg'ın boljap beriw mu'mkin. Bul kemelerdi ha'm samoletlardı soqqanda u'lken a'hmiyetke iye. Real korabller menen samoletlardı soqqanda da'slep geometriyalıq jaqtan uqsas, biraq kishireytilgen modelleri sınaqlardan o'tkeriledi. Keyin qayta esaplawlar ja'rdeminde real sistemalardın' qa'siyetleri anıqlanadı. Bunday ma'seleni sheshiwdin' an'sat usılın *o'lshemler teoriyası* beredi.

Ma'seleni ulıwma tu'rde shesheyik. Meyli r ha'm v bir birine uqsas noqatlardag'ı radius-vektor ha'm suyıqlıqtın' tezligi bolsın, l *ta'n o'lshem* ha'm v_0 - *ag'ıstın' ta'n tezligi* bolsın (usınday tezlik penen suyıqlıq "sheksizlikten- qarap atırılg'an sistemag'a keledi dep esaplanadı). Bul suyıqlıqtın' qa'siyeti tıg'ızlıq ρ, jabısqaqlıq η ha'm qısılg'ıshlıq penen ta'riyiplensin. Qısılg'ıshlıqtın' ornına sestin' qarap atırılg'an suyıqlıqtag'ı tezligin alıw mu'mkin. Eger salmaq ku'shi a'hmiyetke iye bolsa erkin tu'siwdegi tezleniw g alınadı. Eger suyıqlıqtın' ag'ısı statsionar bolmasa, onda ag'ıs sezilerliktey o'zgeretug'ın *ta'n waqıt* τ alınıwı kerek. Sonlıqtan

$$\mathbf{v},\ v_0,\ \mathbf{r},\ l,\ \rho,\ \eta,\ s,\ g,\ \tau$$

shamaları arasında funktsionallıq baylanıs orın alıwı kerek. Olardan altı o'lshemsiz kombinatsiyalar du'ze alamız. Usıg'an v/v_0, r/l eki qatnası ha'm to'rt o'lshem birligi joq san kiredi:

$$\mathbf{Re} = \rho l v_0/\eta = l v_0/F. \qquad 1a$$

$$\mathbf{F} = v_0^2/gl \qquad 1b$$

$$\mathbf{M} = v_0/c \qquad 1v$$

$$\mathbf{S} = v_0\tau/l \qquad 1g$$

O'lshemlik qag'ıydası boyınsha usı o'lshem birligi joq kombinatsiyalardın' biriqalg'anlarının' funktsiyası bolıwı kerek. mısalı:

$$v/v_0 = f\left(\frac{r}{l},\mathbf{Re},\mathbf{F},\mathbf{M},\mathbf{S}\right)$$

yamasa

$$v = v_0\, f\left(\frac{r}{l},\mathbf{Re},\mathbf{F},\mathbf{M},\mathbf{S}\right).$$

Eki ag'ıs ushın joqarıda keltirilgen altı o'lshem birligi joq kombinatsiyalardın' besewi eki ag'ıs ushın birdey bolsa, onda altınshı kombinatsiya da qalg'anları menen birdey bolıp shıg'adı. Bul *ag'ıslardın' uqsaslıg'ının' ulıwmalıq nızamı.* Al ag'ıslardın' o'zleri bolsa *mexanikalıq jaqtan* yamasa *gidrodinamikalıq uqsas* dep ataladı.

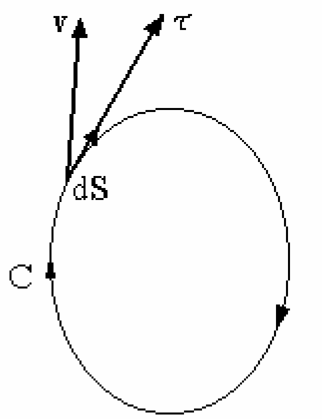
(la)-san *Reynoldas* (1842-1912) *sanı*, (lb)-san Frud sanı, (lv)-san Max sanı, (lg)-san Struxal sanı dep ataladı. Max penen Struxal sanları fizikalıq jaqtan tu'sindiriwdi talap etpeydi. Al Reynoldas ha'm Frud sanlarının' fizikalıq ma'nislerin tu'sindiriw kerek. Eki sannın' da o'lshem birligi joq ekenligine itibar beriwimiz kerek. Reynoldas sanı kinetikalıq energiyanın' jabısqaqlıqtın' bar bolıwı saldarınan ta'n uzınlıqta jog'alg'an kinetikalıq energiyasına proportsional shama bolıp tabıladı. Haqıyqatında da suyıqlıqtın' kinetikalıq energiyası K ~ $(1/2)\rho v_0^2 l^3$. Jabısqaq kernew $\eta v_0/l$ din' ma'nisin ten maydan l^2 qa ko'beytiw arqalı jabısqaqlıq ku'shin tabamız. Bul ku'sh $\eta v_0 l$ bolıp shıg'adı. Bul ku'shti ta'n uzınlıqqa ko'beytsek jabısqaqlıq ku'shi jumısın tabamız: A □$\eta v_0 l^2$. Kinetikalıq energiyanın' jumısqa qatnası

$$K/A \sim \rho l v_0/\eta.$$

inertsiya menen jabısqaqlıqtın' salıstırmalı ornın anıqlaydı eken. *Reynolds sanının' u'lken ma'nislerinde inertsiya, al kishi ma'nislerinde jabısqaqlıq tiykarg'ı orındı iyeleydi.*

Sol sıyaqlı ma'niske Frud sanı da iye. Ol *kinetikalıq energiyanın' suyıqlıq ta'n uzınlıqtı o'tkendegi salmaq ku'shinin' jumısına qatnasına proportsional* shama bolıp tabıladı. Frud sanı qanshama u'lken bolsa salmaqtın' qasında inertsiyanın' tutqan ornı sonshama u'lken ekenligin ko'remiz.

Potentsial ha'm iyrim qozg'alıs. Suyıqlıqtardın' qozg'alısı haqqında ga'p etilgende qozg'alıslardı *potentsial* ha'm *iyrim* qozg'alıslarg'a bo'lemiz. Belgilengen waqıt momentindegi suyıqlıqtın' v(r) tezlikler maydanın qaraymız. Suyıqlıqta S tuyıq konturı alamız ha'm aylanıp shıg'ıwdın' on' bag'ıtın belgileymiz.



75-su'wret

τ - birlik urınba vektor, d s - konur uzınlıg'ı elementi. S tuyıq konturı boyınsha alıng'an

$$G = \oint v_\tau\, ds = \oint (\mathbf{v}\, d\mathbf{s}) \qquad (27\text{-}52)$$

integralı S konturı boyınsha *tezlik vektorının' tsirkulyatsiyası* dep ataladı. Eger tsirkulyatsiya tuyıq kontur boyınsha nolge ten' bolsa suyıqlıqtın' qozg'alısı *potentsial qozg'alıs* dep ataladı. Qarsı jag'dayda qozg'alıstı *iyrim qozg'alıs* dep ataymız.

$$v = \mathrm{grad}\ \varphi \qquad (27\text{-}53)$$

bolg'an jag'daydag'ı φ tezlikler potentsialı dep ataladı.

İdeal suyıqlıqtın' konservativlik ku'shler ta'sirinde tınıshlıq halının qozg'ala baslawı potentsial ag'ıs bolıp tabıladı.

İyrim qozg'alıstın' mısalı retinde suyıqlıqtın' bir tegislikte kontsentrlik shen'berler boyınsha bir ω mu'yeshlik tezligi boyınsha qozg'alıwın ko'rsetiwge boladı. Bul jag'dayda r radiuslı shen'ber boyınsha tezliktin' tsirkulyatsiyası $G = 2\pi rv = 2\pi r^2\omega$. Onın' kontur maydanına qanası $G/(\pi r^2) = 2\omega$, yag'nıy radius r ge baylanıslı emes. Eger aylanıwdın' mu'yeshlik tezligi radius r ge baylanıslı bolatug'ın bolsa $G/(\pi r^2)$ qatnasının' ornına onın' $r \to 0$ bolg'andag'ı shegi beriledi. Bul shek mu'yeshlik tezliktin' ekiletilgen ko'beymesine ten'. Bul shek □v tezliginin' *quyını* yamasa *rotorı* (da'liregi kontur tegisligine perpendikulyar bolg'an tegislikke tu'sirirlgen rotor vektorının' proektsiyası) dep ataladı.

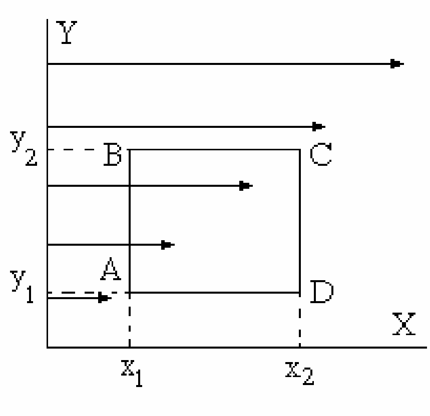
Ulıwma jag'dayda rotor dep

$$\mathrm{rot}_n v = \lim_{\Delta S \to 0} (G/\Delta S). \qquad (27\text{-}54)$$

shamasın aytamız.

Bul jerdegi G - v vektorının' qarap atırılg'an kontur boyınsha tsirkulyatsiyası.

Mısal retinde X ko'sheri bag'ıtındag'ı suyıqlıqtın' tegisliktegi ag'ısın alıp qaraymız. Ag'ıs tezligi ko'ldenen' bag'ıtta $v_x = ay$ nızamı boyınsha o'zgersin.



76-su'wret

İyrim ta'rizli qozg'alıstın' orın alatug'ınlıg'ına iseniw ushın ta'repleri koordinata ko'sherlerine parallel bolg'an AVSD konturın alamız. Bul kontur boyınsha tezlik tsirkulyatsiyası

$$G = (x_2 - x_1)(v_1 - v_2) = - a(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$$

Onın' kontur maydanı $\Delta S = (x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$ 75 qatnası yamasa

$$\mathrm{rot}_z\, v = -a \qquad (27\text{-}55)$$

yamasa

$$\mathrm{rot}_z\, v = - \partial v_x/\partial y. \qquad (27\text{-}56)$$

Eger v_x koordinata y ke baylanıslı sızıqlı bolmasa da keyingi formula durıs bolıp qaladı, biraq $\mathrm{rot}_z\, v$ u koordinatasının' funktsiyasına aylanadı.

Shegaralıq qatlam ha'm u'ziliw qubılısı. Reynolds sanının' u'lken ma'nislerinde su'yirlengen deneler betlerinen qashıq orınlarda jabısqaqlıq ku'shleri hesh qanday a'hmiyetke iye bolmaydı. Bul ko'shlerdin' ma'nisi basımlar ayırmasının' saldarınan payda bolg'an ku'shlerden a'dewir kem. Bul ku'shlerdi esapqa almay ketiwge ha'm suyıqlıqtı ideal dep esaplawg'a boladı. Biraq sol su'yirlengen denelerge tiyip tug'an orınlarda onday emes. Jabısqaqlıq ku'shleri denelerdin' betlerine suwıqlıqtın' jabısıwına alıp keledi. Sonlıqtan deneler betine tikkeley tiyip turg'an orınlarda jabısqaqlıqqa baylanıslı su'ykelis ku'shlerinin' shaması basımlar ayırması ku'shleri menen barabar dep juwmaq shıg'arıwg'a boladı. Usınday jag'daydın' orın alıwı ushın suyıqlıqtın' tezligi deneden alıslaw menen tez o'siwi kerek. Tezliktin' usınday tez o'siwi juqa betke tiyip turg'an *shegaralıq qatlamda* orın aladı.

Bul shegaralıq qatlamnın' qalın'lıqı δ anıq anıqlang'an fizikalıq shamalar qatarına kirmeydi. Sebebi qatlamnın' anıq shegarası joq. Qatlamnın' qalın'lıg'ı tek g'ana suyıqlıqtın' qa'siyetlerine baylanıslı bolıp qalmay, su'yirlengen denenin' formasına da baylanıslı boladı. Sonın' menen birge shegaralıq qatlam qalın'lıg'ı ag'ıstın' bag'ıtı boyınsha su'yirlengen denenin' aldın'g'ı jag'ınan arqı jag'ına qaray o'sedi. Sonlıqtan δ nın' da'l ma'nisi haqqında aytıwdın' mu'mkinshiligi bolmaydı. Onın' ma'nisin tek bahalaw kerek.

Shegaralıq qatlamnın' qalın'lıg'ın usı qatlamdag'ı jayuısqaqlıq ku'shleri menen basım ayırmasınan payda bolg'an ku'shler menen ten'lestirip anıqlaw mu'mkin. Da'slep shegaralıq qatlamdag'ı suyıqlıqtın' bir birlik ko'lemine ta'sir etetug'ın su'ykelis ku'shi $f_{su'y}$ tin' ma'nisin bahalaymız. Ag'ıs bag'ıtına perpendikulyar bag'ıtta suyıqlıq tezliginin' gradienti shama menen v/δ g'a barabar. Bir birlik ko'lemge ta'sir etiwshi ku'sh

$$f_{su'y} \sim (\eta S\ v/\delta)/S\delta = \eta\ v/\delta^2.$$

Endi basımlar ayırmasınan payda bolg'an ku'shtin' shamasın bahalaymız. f_{bas} = grad P. Bizdi tek ag'ıs bag'ıtındag'ı basımnın' gradienti qızıqtıradı. Bernulli ten'lemesinen $R = R_0 - (1/2)\ \rho v^2$. Bunnan grad $P = -\ (\rho/2)$ grad v^2. Demek $f_{bas} \sim \rho v^2/l$, l - su'yirlengen denenin' o'zine ta'n uzınlıg'ı. Eki ku'shti ($f_{su'y}$ ha'm f_{bas}) ten'lestirip, a'piwayı a'piwayılastırıwdı a'melge asırıp

$$\delta \sim [\eta l/(\rho v)]^{1/2}$$

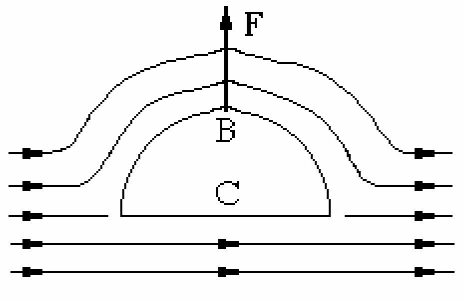
yamasa

$$\delta \sim l*(R3)^{-1/2}.$$

Mısalı diametri D = 10 sm, hawadag'ı tezligi v = 30 m/s bolg'an shar ushın Reynoldas sanı $2*10^5$ ke ten', demek $\delta \sim 0.2$ mm.

Reynolds sanı shama menen birdin' a'tirapında bolg'an jag'daylarda da $\delta \sim l*(R3)^{-1/2}$ formulası sapalıq jaqtan tuwrı na'tiyjelerge alıp keledi. Bul jag'dayda shegaralıq qatlamnın' o'lshemleri denenin' o'zinin' o'lshemleri menen ten'lesedi. Bunday jag'dayda shegaralıq qatlam haqqında aytıw ma'nisin jog'altadı. Shegaralıq qatlam haqqındag'ı ko'z-qaras statsionar laminar ag'ıs ushın da durıs kelmeydi. Bunın' sebebi jabısqaqlıq ku'shleri basım gradientleri menen tek g'ana deninin' a'tirapında emes, al suyıqlıqtın' barlıq ko'leminde ten'lesedi.

Shegaralıq qatlam deneden u'zilmese onda qozg'alıs suyıqlıqtı ideal suyıqlıq dep esaplanıw arqalı u'yreniliwi kerek. Shegaralıq qatlamnın' bar bolıwı denenin' effektivlik o'lshemlerin u'lkeyiwi menen barabar boladı. Suyıqlıq ag'ımına qarsı qarag'an deninin' aldın'g'ı beti usınday qa'siyetke iye. Biraq denenin' art ta'repinde shegaralıq ha'r waqıt *shegaralıq qatlam dene betinen u'ziledi.* Bul jag'dayda jabısqaqlıq ku'shi tolıq jog'aladı degen ko'z-qaras haqıyqatlıqtan alıs bolg'an na'tiyjelerge alıp keledi. Shegaralıq qatlamnın' u'ziliwi deneni aylanıp o'tiwdi pu'tkilley o'zgertedi.

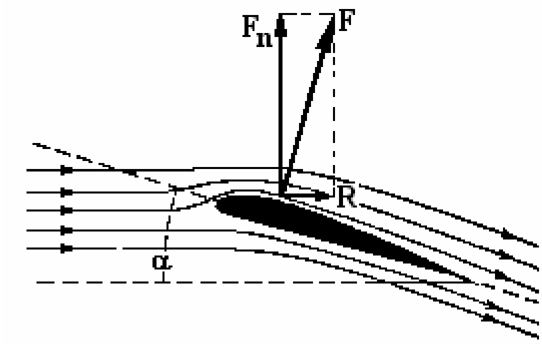


77-su'wret. Jabısqaq suyıqlıqtın' simmetriyag'a iye emes deneni orap ag'ıwı. Denege suyıqlıq ta'repinen tu'sirilgen ku'shlerdin' qosındısı nolge ten' emes.

Jabısqaq suyıqlıqtın' simmetriyag'a iye emes deneni orap ag'ıwı. Bul jerde simmetriyag'a iye emes haqqında aytılg'anda suyıqlıqqa salıstırg'andag'ı qozg'alıw bag'ıtındag'ı simmetriya na'zerde tutılg'an. Bul jag'dayda, 27-ll su'wrette ko'rsetilgenindey suyıqlıq ta'repinen tu'sirilgen ku'shlerdin' qosındısı nolge ten' bolmaydı. Su'wrette a'piwayılıq ushın sheksiz uzın yarım tsilindr tu'rindegi dene keltirilgen. Denenin' S tegis betinde ag'ıs sızıqları usı betke parallel boladı, bul betke tu'setug'ın basımdı r g'a ten' dep belgileymiz. V noqatındag'ı basım r dan kem boladı. Sonlıqtan payda bolg'an qosındı ku'sh $F = \sum f_i \neq 0$. Bul ku'sh iyrimsiz ag'ısta ag'ıs sızıqlarına perpendikulyar boladı. İdeal suyıqlıqta bul ku'sh deneni ag'ıs bag'ıtında qozg'altpaydı, onı tek ag'ıs bag'ıtına perpendikulyar emes bag'ıtta jıljıtıwg'a tırısadı.

Jabısqaq suyıqlıq simmetriyasız deneni orap aqqanda denege ag'ıs ta'repinen ta'sir etiwshi ku'shlerdin' qosındsı F ku'shi ag'ıs sızıqlarına perpendikulyar bolmaydı. Bul jag'dayda onı eki qurawshıg'a jikleymiz: birewi ag'ıs bag'ıtında bag'ıtlang'an F_a, al ekinshisi ag'ısqa perpendikulyar bag'ıtlang'an F_p.

Samolet qanaatının' ko'teriw ku'shi. U'ziliw qubılısı menen ko'teriw ku'shinin' payda bolıwı tikkeley baylanıslı. Turaqlı tezlik penen qozg'alıwshı samolettın' ken'isliktegi orientatsiyası o'zgermeydi. Bunday ushıwda samoletqa ta'sir etiwshi barlıq ku'shlerdin' momentleri bir birin ten'lestiredi. Al samolettın' impuls momenti turaqlı bolıp qaladı. A'piwayılıq ushın sızılmag'a perpendikulyarbag'ıtlang'an qanattı qaraymız. Qanattın' uzınlıg'ın sheksiz u'lken dep esaplaymız. Bunday qanat *sheksiz uzınlıqqa iye qanat* dep ataladı. Qanattın' S massa orayına koordinata basın ornatamız (en' qolay jag'day). Esaplaw sistemasının' inertsial bolatug'ınlıg'ın o'zi-o'zinen tu'sinikli dep bilemiz.



78-su'wret. Samolet qanatının' ko'teriw ku'shinin' payda bolıwın tu'sindiretug'ın su'wret.

Solay etip biz qanattı qozg'almaydı dep esaplaymız. Barlıq impuls momntlerin sol S noqatına salıstırg'anda alamız.

Ko'teriw ku'shinin' payda bolıwı ushın qanat simmetriyalı bolmawı kerek. Mısalı o'z ko'sheri do'gereginde aylanbaytug'ın do'n'gelek tsilindr jag'dayıeda ko'teriw ku'shinin' payda bolıwı mu'mkin emes.

Shegaralıq qatlamda qanattan qashıqlasqan sayın hawa bo'lekshelerinin' tezligi artadı. Sonın' saldarında shegaralıq qatlamdag'ı qozg'alıs iyrimlik ha'm sog'an sa'ykes aylanıwda o'z ishine aladı. Qanattın' u'stinde aylanıw saat strelkası bag'ıtında, al to'meninde qarama-qarsı bag'ıtta qozg'aladı (eger suyıqlıq ag'ısı soldan on'g'a qaray qozg'alatug'ın bolsa). Meyli qanattın' to'menindegi shegaralıq qatlamda turg'an hawa massası bir yamasa bir neshe iyrim ta'repinen julıp alınıp ketedi dep esaplaymız. Aylanıwg'a sa'ykes bul massa o'zi menen birge impuls momentin alıp ketedi. Biraq hawanın' ulıwmalıq qozg'alıs momenti o'zgermeydi. Eger qanattın' u'stingi ta'repinde shegaralıq qatlamnın' u'zip alınıwı bolmasa qozg'alıs momentinin' saqlanıwı ushın qanattın' sırtı boyınsha ag'ıs saat strelkası bg'ıtında qozg'alıwı kerek. Basqa so'z benen aytqandı qanattın' sırtı arqalı tiykarg'ı ag'ısqa qosılıwshı saat strelkası bag'ıtındag'ı hawanın' tsirkulyatsiyası payda boladı. Qanat astındag'ı tezlik kishireyedi, u'stinde u'lkeyedi. Sırtqı ag'ısqa Bernulli ten'lemesin qollanıwg'a boladı. Bul ten'lemeden tsirkulyatsiya na'tiyjesinde qanattın' astında basımnın' ko'beyetug'ınlıg'ı, al u'stinde azayatug'ınlıg'ı kelip shıg'adı. Payda bolg'an basımlar ayırması joqarıg'ı qaray bag'ıtlang'an ko'teriw ku'shi sıpatında ko'rinedi. Al julıp alıng'an iyrimler qanattın' u'stingi ta'repinde payda bolsa "ko'teriw- ku'shi to'men qaray bag'ıtlanadı.

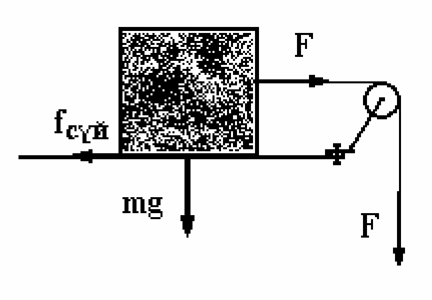
§ 28. Su'ykelis ku'shleri

1. Qurg'aq su'yelis.
2. Suyıq su'ykelis.
3. Su'ykelis ku'shlerinin' jumısı.
4. Suyıq su'ykelis bar jag'daydag'ı qozg'alıs.
5. Stoks formulası.
6. Shekli tezlikke jaqınlaw.

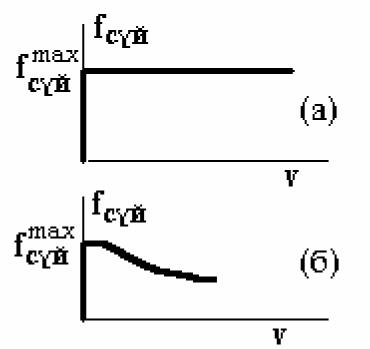
Qurg'aq su'ykelis. Eger eki dene o'z betleri menen bazı bir basım astında tiyisip turatug'ın bolsa onda usı tiyisetug'ın betke urınba bag'ıtında kishi ku'sh tu'skeni menen bul deneler bir birine salıstırg'anda qozg'alısqa kelmeydi. Jıljıwdın' baslanıwı ushın ku'shtin' ma'nisi belgili bir minimal shamadan asıwı kerek. *Deneler bir biri menen belgili basım menen tiyisip turatug'ın bolsa, onda olardı bir birine salıstırg'anda jıljıtıw ushın usı jıljıwg'a qarsı qartılg'an ku'shten u'lken ku'sh tu'siriw kerek. Bul ku'shler tınıshlıqtag'ı su'ykelik ku'shleri dep ataladı.* Jıljıwdın' baslanıwı ushın sırtqı tangensial bag'ıtlang'an ku'shtin' ma'nisi belgili shamadan artıwı kerek. Solay etip tanashlıqtag'ı su'ykelis ku'shi $f_{tın}$ nolden baslap bazı bir maksimum shaması $f_{tın}^{max}$ ma'nisine shekem o'zgeredi. Bul ku'sh sırttan tu'sirilgen ku'shtin' ma'nisine ten'. Bag'ıtı boyınsha qarama-qalsı bolıp, sırtqı ku'shti ten'lestiredi. Su'ykelis ku'shi basımg'a, denein' materialına, bir birine tiyisip turg'an betlerdin' tegisligine baylanıslı.

Sırtqı tangensial ku'sh $f_{tın}^{max}$ ten u'lken ma'niske iye bolsa tiyip turg'an betler boyınsha jıljıw baslanadı. *Bul jag'dayda su'ykelis ku'shi tezlikke qarsı bag'ıtlang'an.* Ku'shtin' san shaması tegislengen betler jag'dayında kishi tezliklerde tezlikke baylanıslı bolmaydı ha'm $f_{tın}^{max}$ shamasına ten'. Su'ykelis ku'shinin' tezlikke g'a'rezliligi a su'wrette ko'rsetilgen. $v \neq 0$ bolg'an barlıq tezliklerde su'ykelis ku'shi anıq ma'niske ha'm bag'ıtqa iye. $v = 0$ de onın' shaması bir ma'nisli anıqlanbaydı ha'm sırttan tu'sirilgen ku'shke baylanıslı boladı.

Biraq su'ykelis ku'shlerinin' tezlikten g'a'rezsizligi u'lken emes tezliklerde baqlanadı. (b) su'wrette ko'rsetilgendey tezlik belgili bir shamag'a shekem o'skende su'ykelis ku'shleri kemeyedi (tınıshlıqtag'ı su'ykelis ku'shinin' shamasına salıstırg'anda), al keyin artadı.



79-su'wret. Qurg'aq su'ykelis.



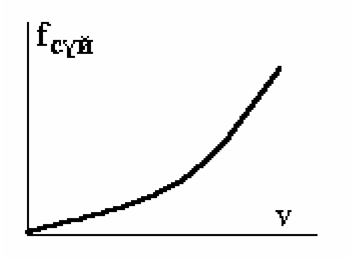
80-su'wret. Qurg'aq su'ykelis ku'shinin' tezlikke baylanıslılıg'ı. Ordinata ko'sherlerine tezlikke qarsı bag'ıtlang'an ku'sh qoyılg'an.

Qarap atırg'an su'ykelis ku'shlerinin' o'zine ta'n ayırmashılıg'ı sol ku'shlerdin' bir birine tiyisip turg'an betlerdin' bir birine salıstırg'andag'ı tezligi nolge ten' bolg'anda da jog'almaytug'ınlıg'ı bolıp tabıladı. Usınday su'ykelis qurg'aq su'ykelis dep ataladı. Joqarıdag'ı su'wrette berilgen $f_{su'y} = k'mg$, k' su'ykelis koeffitsienti dep ataladı. Bul koeffitsienttin' ma'nisi eksperimentte anıqlanadı.

Qurg'aq su'ykelistin' bolıwı bir birine tiyisip turg'an betlerdegi atomlar menen molekulalardın' o'z-ara ta'sirlesiw menen baylanıslı. Demek qurg'aq su'ykelis elektromagnit ta'sirlesiwdin' na'tiyjesinde payda boladı dep juwmaq shıg'aramız.

Suyıq su'ykelis. Eger biri birine tiyip turg'an betlerdi maylasaq, onda jılјıw derlik nolge ten' ku'shlerdin' ta'sirinde-aq a'melge asa baslaydı. Bul jag'dayda, mısalı metaldın' qattı betleri bir biri menen ta'sirlespey, betlerge maylag'ında jag'ılg'an may plenkası ta'sirlesedi. *Tınıshlıqtag'ı su'ykelis ku'shi bolmaytug'ın bunday su'ykelis suyıq su'ykelis ku'shi dep ataladı.* Gazde yamasa suyıqlıqta metal sharik ju'da' kishi ku'shlerdin' ta'sirinde qozg'ala aladı.

Suyıq su'ykelis ku'shinin' tezlikke g'a'rezliligi su'wrette ko'rsetilgen. Ku'shtin' kishi ma'nislerinde $f_{su'y} = -kv$. k proportsionallıq koeffitsienti suyıqlıq yamasa gazdin' qa'sietlerine, denenin' geometriyalıq ta'riplemelerine, denenin' betinin' qa'siyetlerine baylanıslı.



81-su'wret. Suyıq su'ykelis ko'shinin' tezlikke baylanıslılıg'ı. Ordinata ko'sherine tezlikke qarama-qarsı bag'ıtlang'an ku'shler qoyılg'an.

Qattı deneler gazde yamasa suyıqlıqta qozg'alg'anda su'ykelis ku'shlerinen basqa denelerdin' tezligine qarama-qarsı bag'ıtlang'an qarsılıq ku'shleri de orın aladı. Bul ku'shler tutas deneler mexanikasında u'yreniledi.

Su'ykelis ku'shlerinin' jumısı. Tınıshlıqtag'ı su'ykelis ku'shlerinin' jumısı nolge ten'. Qattı betlerdin' sırg'anawında su'ykelis ku'shleri orın almastırıwg'a qarsı bag'ıtlang'an. Onın' jumısı teris belgige iye. Bul jag'dayda kinetikalıq energiya bir biri menen su'ykelisetug'ın betlerdin' ishki energiyasına aylanadı - onday betler qızadı. Suyıq su'ykeliste de kinetikalıq energiya jallılıq energiyasına aylanadı. Sonlıqtan *su'ykelis bar bolg'andag'ı qozg'alıslarda energiyanın' saqlanıw nızamı kinetikalıq ha'm potentsial energiyalardın' qosındısının' turaqlı bolıp qalatug'ınlıg'ınan turmaydı*. Su'ykelis barda usı eki energiyanın' qosındısı kemeyedi. Energiyanın' ishki energiyag'a aylanıwı a'melge asadı.

Suyıq su'ykelis bar jag'daydag'ı qozg'alıs. Qurg'aq su'ykeliste tezleniw menen qozg'alıs su'ykelis ku'shinnin' maksimal ma'nisinen artıq bolg'anda a'melge asadı. Bunday jag'daylarda turaqlı sırtqı ku'shtin' ta'sirinde dene ta'repinen alınatug'ın tezlik sheklenbegen. *Suyıq su'ykelis bolg'anda jag'day basqasha*. Bunday jag'dayda turaqlı ku'sh benen tek g'ana sheklik dep atalatug'ın tezlikke shekem tezletedi. Usınday tezlikke jetkende $f_{su'y} = kv$ su'ykelis ku'shi sırttan tu'sirilgen ku'shti ten'lestiredi ha'm dene ten' o'lshewli qozg'ala baslaydı. Demek sheklik tezlik $v_{shek} = f/k$.

Stoks formulası. Suyıq su'ykelis ku'shin esaplaw quramalı ma'sele bolıp tabıladı. Su'ykelis ku'shi suyıqlıqta qozg'alıwshı denenin' formasına ha'm *suyıqlıqtın' jabısqaqlıg'ına* baylanıslı. U'lken emes shar ta'rizli deneler ushın bul ku'sh *Stoks formulası* ja'rdeminde anıqlanıwı mu'mkin:

$$f_{su'y} = 6\pi\mu r_0 v. \qquad (28\text{-}1)$$

r_0 - shardın' radiusı, μ - jabısqaqlıq koeffitsienti.

Shekli tezlikke jaqınlaw. Bir o'lshemli ken'islikte su'ykelis ku'shleri bar jag'daylarda denenin' qozg'alısı

$$m(dv/dt) = f_0 - kv \qquad (28\text{-}2)$$

ten'lemesi menen ta'riplenedi. f_0 ku'shin turaqlı dep esaplaymız. Meyli $t = 0$ waqıt momentinde $v = 0$ bolsın. Ten'lemeni integrallaw arqalı sheshimin tabamız:

$$\int_0^v dv/[1-(k/f_0)v] = (f_0/m)\int_0^t dt;$$

$$(f_0/k)\ln(1 - kv/f_0) = f_0 t/m$$

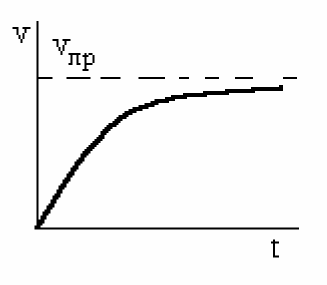
Potentsiallag'annan keyin:

$$v(t) = (f_0/k)\{1 - \exp[-(k/m)t]\}. \qquad (28\text{-}3)$$

Bul baylanıs grafigi su'wrette ko'rsetilgen. v(t) tezligi 0 den $v_{sh} = f_0/k$ shamasına ekem eksponentsial nızam boyınsha o'sedi. Eksponenta o'zinin' ko'rsetkishine ku'shli g'a'rezlilikke iye. Ko'rsetkishtin' shaması -1 ge jetkende ol nolge umtıladı. Sonlıqtan ko'rsetkish -1 ge ten' bolaman degenshe o'tken waqıt τ ishinde tezlik shekli ma'nisine iye boladı dep esaplawg'a boladı. Bul shama $(k\tau/m) = 1$ sha'rtinen anıqlanıwı mu'mkin. Bunnan $\tau = m/k$. Shar ta'rizli deneler ushın Stoks formulası boyınsha $k = 6\pi\mu r_0$. Shardın' ko'lemi $4\pi r_0^3/3$ bolg'anlıqtan shekli tezlikke shekem jetetug'ın waqıt

$$\tau = m/(6\pi\mu r_0) = (2/9)\,\rho_0\, r_0^2/\mu. \qquad (28\text{-}4)$$

ρ_0 - denenin' tıg'ızlıg'ı. Glitserin ushın $\mu \approx 14$ g/(sm*s). Sonlıqtan tıg'ızlıg'ı $\rho_0 \approx 8$ g/sm^3, radiusı $r_0 \approx 1$ sm bolg'an polat shar $\tau \approx 0.13$ s ishinde shekli tezligine jetedi. Eger $r_0 \approx 1$ mm bolg'anda waqıt shama menen 100 ma'rtebe kishireyedi.



82-su'wret. Suyıq su'ykelis orın alg'an jag'daydag'ı tezliktin' shekli ma'nisine jaqınlawı.

Sorawlar:

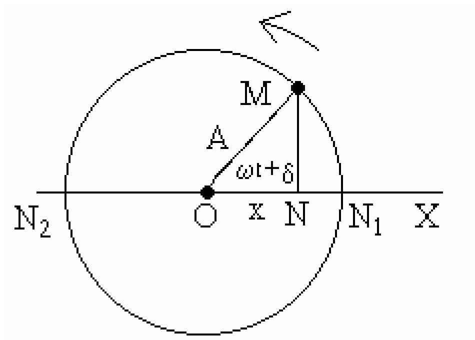
> Dene qozg'almay turg'anda qurg'aq su'ykelis ku'shi nege ten' ha'm qalay qarap bag'ıtlang'an?
>
> Denenin' tezligi nolge ten' bolg'anda suyıq su'ykelis ku'shi nege ten''?
>
> Qurg'aq su'ykelis ku'shi tezlikke qalay baylanıslı?
>
> Suyıq su'ykelis ku'shi tezlikke qalay baylanıslı?
>
> Hawada qulap tu'skende adamnın' shama menen alıng'an shekli tezligi nege ten''?

§ 29. Terbelmeli qozg'alıs

1. Garmonikalıq terbelislerdi kompleks formada ko'rsetiw.
2. Birdey jiyiliktegi garmonikalıq terbelislerdi qosıw.
3. Menshikli terbelis.
4. Da'slepki sha'rtler.
5. Energiya.
6. Terbelislerdin' so'niwi.
7. Ma'jbu'riy terbelisler. Rezonans.
8. Amplitudalıq rezonanslıq iymeklik.
9. Prujinag'a ildirilgen ju'ktin' garmonikalıq terbelisi.
10. Fizikalıq mayatnik.

Biz a'piwayı mexanikalıq terbelislerdi qaraymız. Materiallıq noqattın' terbelmeli qozg'alısının baslaymız. Bunday qozg'alısta materiallıq noqat birdey waqıt aralıqlarında bir awhal arqalı bir bag'ıtta o'tedi. terbelmeli qozg'alıslardın' ishindegi en' a'piwayısı *a'piwayı* yamasa *garmonikalıq terbelmeli qozg'alıs* bolıp tabıladı. Radiusı A bolg'an shen'ber boyınsha materiallıq noqat ω mu'yeshlik tezligi menen ten' o'lshemli qozg'alatug'ın bolsın. X ko'sherine tu'sirilgen proektsiyası shetki N_1 ha'm N_2 noqatları arasında garmonikalıq qozg'alıs jasaydı. Bunday qozg'alıs formulası

$$x = A\cos(\omega t + \delta) \qquad (29\text{-}1)$$

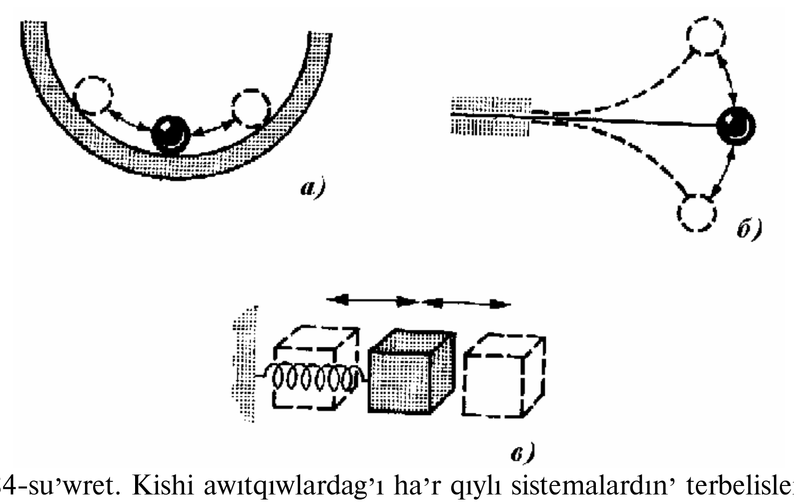


83-su'wret. Garmonikalıq terbelistin' ten'lemesin alıw ushın sızılma.

ha'm N noqatının' N_1N_2 diametri boylap terbelmeli qozg'alısın analitikalıq jaqtan ta'ripleydi. A - terbelis amplitudası (ten' salmaqlıq O halınan en' maksimum bolg'an awıtqıwı), ω - terbelistin' tsikllıq jiyiligi, $\omega t + \delta$ - terbelis fazası, al t=0 bolg'andag'ı fazanın' ma'nisi δ da'slepki faza dep ataladı. Eger $\delta = 0$ bolsa $x = A\cos\omega t$, al $\delta = -\pi/2$ bolg'anda $x = A\sin\omega t$. Demek garmonikalıq terbelislerde abstsissa t waqıttın' sinus yamasa kosinus funktsiyası boladı.

$$T = 2\pi/\omega \qquad (29\text{-}2)$$

waqıttan keyin faza 2 o'simin aladı, terbeliwshi noqat o'zinin' da'slepki qozg'alısı bag'ıtındag'ı halına qaytıp keledi. T waqıtı *terbelis da'wiri* dep ataladı.



84-su'wret. Kishi awıtqıwlardag'ı ha'r qıylı sistemalardın' terbelisleri

Terbeliwshi noqattın' tezligi:

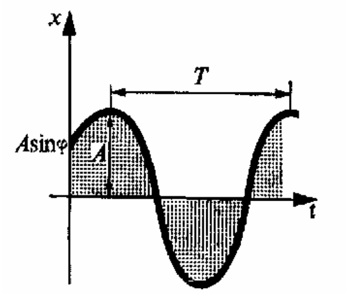
$$v = \dot{x} = - \omega A \sin (\omega t + \delta) \qquad (29\text{-}3)$$

Ekinshi ret differentsiallasaq

$$a = \dot{v} = - \omega^2 A \cos (\omega t + \delta) \qquad (29\text{-}4)$$

(29-1) di esapqa alsaq

$$a = - \omega^2 x. \qquad (29\text{-}5)$$



85-su'wret. Garmonikalıq funktsiyanın' grafigi

Materiallıq noqatqa ta'sir etiwshi ku'sh

$$F = ma = - m\, \omega^2 x. \qquad (29\text{-}6)$$

Bul ku'sh awısıw x qa proportsional, bag'ıtı barqulla x qa qarama-qarsı.

Garmonikalıq terbelislerdi kompleks formada ko'rsetiw. Dekart koordinatalar sistemasında kompleks sannın' haqıyqıy bo'limi abstsissa ko'sherine, al jormal bo'limi ordinatag'a qoyıladı.

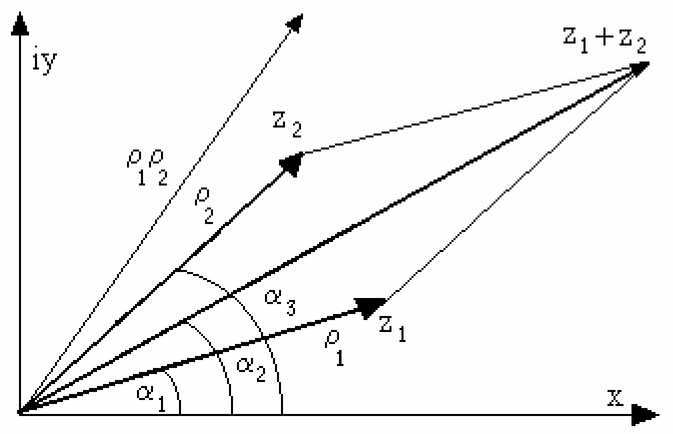
Eyler formulasınan paydalanamız:

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i \sin\varphi \quad (i^2 = - 1). \qquad (29\text{-}7)$$

Bul formula qa'legen $z = x+iy$ kompleks sanın eksponentsial tu'rde ko'rsete aladı:

$$z = \rho e^{i\varphi}, \quad \rho = (x^2+y^2)^{1/2}, \quad \mathrm{tg}\ \varphi = y/x, \qquad (29\text{-}8)$$

ρ shaması kompleks sannın' moduli, al φ fazası dep ataladı.



86-su'wret. Kompleks sanlar menen olar u'stinen islengen a'mellerdi grafikte ko'rsetiw.

Ha'r bir kompleks san z kompleks tegislikte ushının' koordinataları (xy) bolg'an vektor tu'rinde ko'rsetiliwi mu'mkin. Kompleks san parallelogramm qag'ıydası boyınsha qosıladı. Sonlıqtan da kompleks sanlar haqqında ga'p etilgende vektorlar haqqında aytılg'an jag'daylar menen birdey boladı.

Kompleks sanlardı bir birine ko'beytkende kompleks tu'rde ko'beytiw an'sat boladı:

$$z = z_1 z_2 = \rho_1\rho_2\ e^{i(\alpha_1+\alpha_2)},$$

$$z_1 = \rho_1 e^{i\alpha_1}, \qquad z_2 = \rho_2 e^{i\alpha_2} \qquad (29\text{-}9)$$

Demek kompleks sanlar ko'beytilgende modulleri ko'teytiledi, al fazaları qosıladı.

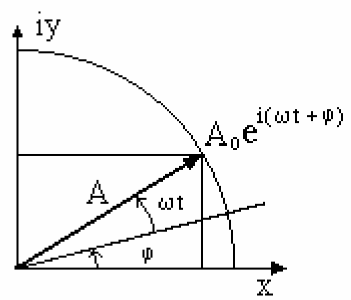
Endi terbelisti jazıwdın' x = A cos (ωt + δ) yamasa x = A sin (ωt + δ) tu'rinen endi kompleks tu'rine o'temiz:

$$\bar{x} = Ae^{i(\omega t+\delta)} \qquad (16\text{-}10)$$

$\bar{x}$ shaması kompleks san bolıp ol real fizikalıq awısıwg'a sa'ykes kelmeydi. Awısıwdı x = A cos(ωt + δ) tu'rindegi haqıyqıy san beredi. Biraq usı $\bar{x}$ shamasının' sinus arqalı an'latılg'an haqıyqıy bo'limi haqıyqıy garmonikalıq terbelis sıpatında qaralıwı mu'mkin. Sonlın' menen birge Acos (ωt+G') bolg'an $\bar{x} = Ae^{i(\omega t+G')}$ shamasının' haqıyqıy bo'limi de haqıyqıy garmonikalıq terbelisti ta'ripleydi. Snlıqtan da garmonikalıq terbelisti (29-10) tu'rinde jazıp, za'ru'r bolg'an barlıq esaplawlardı ha'm talqılawlardı ju'rgiziw kerek. Fizikalıq shemalarg'a o'tkende alıng'an an'latpanın' haqıyqıy yamasa jormal bo'limlerin paydalanıw kerek. Bul jag'day kelesi mısallarda ayqın ko'rinedi.

$\bar{x} = Ae^{i(\omega t+\delta)}$ kompleks tu'rindegi garmonikalıq terbelis grafigi su'wrette keltirilgen. Bul formulag'a kiriwshi ha'rqanday shamalar su'wrette ko'rsetilgen: A -amplituda, δ - da'slepki faza, ωt+δ terbelis fazası. A kompleks vektorı koordinata bası do'gereginde saat tilinin' ju'riw bag'ıtına qarama-qarsı bag'ıtta ω = 2π/T mu'yeshlik tezligi menen qozg'aladı. T - terbelis da'wiri. Aylanıwshı A vektorının' gorizontal ha'm vertikal ko'sherlerge tu'sirilgen proektsiyası bizdi qızıqtıratug'ın terbelisler bolıp tabıladı.

Birdey jiyiliktegi garmonikalıq terbelislerdi qosıw. Meyli ha'r qıylı da'slepki faza ha'm birdey emes amplitudalı birdey jiyiliktegi eki garmonikalıq terbelis berilgen bolsın:



87-su'wret. Garmonikalıq terbelislerdi kompleks tu'rde ko'rsetiw.

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \omega_1),$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \omega_2). \qquad (29\text{-}11)$$

Qosındı terbelis $x_1 + x_2$ ni tabıw kerek. (29-11) da berilgen garmonikalıq terbelisler (10b) tu'rinde berilgen terbelistin' haqıyqıy bo'limin beredi. Sonın' ush-
ın izlenip atırg'an terbelislerdin' qosındısı kompleks san

$$\bar{x} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 = A_1\ e^{i(\omega t+\varphi_1)} + A_2 e^{i(\omega t+\varphi_2)} = e^{i\omega t}(A_1\ e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2}). \qquad (29\text{-}12)$$

Keltirilgen su'wretlerden

$$A_1\ e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2} = A\ e^{i\varphi} \qquad (29\text{-}13)$$

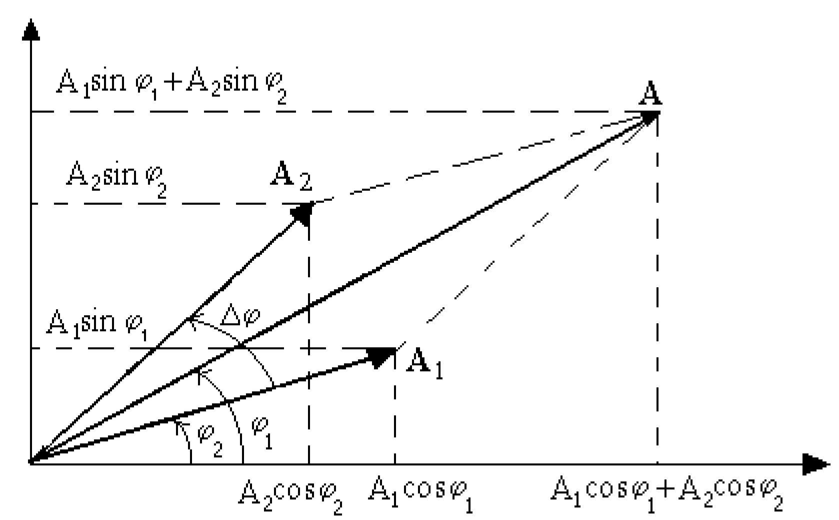
$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2\ A_1 A_2 \cos(\omega_2 - \omega_1) \qquad (29\text{-}14)$$

$$tg\,G' = [A_1 \sin \omega_1 + A_2 \sin \omega_2]/\ [A_1 \cos\omega_1 + A_2 \cos\omega_2] \qquad (29\text{-}15)$$

Demek (29-12) nin' ornına

$$\bar{x} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 = A \cos(\omega t + \omega) \qquad (29\text{-}16)$$

formulasın alamız.



76-su'wret. Kompleks tu'rde berilgen garmonikalıq terbelislerdi qosıw.

Garmonikalıq terbelisler qosındısının' qa'siyetlerin su'wretten ko'riwge boladı.

Menshikli terbelis. Menshikli terbelis dep tek g'ana ishki ku'shlerdin' ta'sirinde ju'zege ketetug'ın terbeliske aytamız. Joqarıda ga'p etilgen garmonikalıq terbelisler sızıqlı ostsillyatordın' menshikli terbelisleri bolıp tabıladı. Printsipinde menshikli terbelisler garmonikalıq emes terbelisler de bolıwı mu'mkin. Biraq ten' salmaqlıq haldan jetkilikli da'rejedegi kishi awısıwlarda hm ko'pshilik a'meliy jag'daylarda terbelisler garmonikalıq terbelislerge alıp kelinedi.

Da'slepki sha'rtler. Garmonikalıq terbelisler jiyiligi, amplitudası ha'm da'slepki fazası menen tolıq ta'riplenedi. Jiyilik sistemanın' fizikalıq qa'siyetlerine g'a'rezli. Prujinanın' serpimli ku'shinin' ta'sirinde terbeletug'ın materiallıq noqat tu'rindegi garmonikalıq ostsillyator mısalında prujinanın' serpimliligi serpimlilik koeffitsienti k, al noqattın' qa'siyeti onın' massası m menen beriledi, yag'nıy $\omega = k/m$.

Terbelislerdin' amplitudası menen da'slepki fazasın anıqlaw ushın waqıttın' bazı bir momentindegi materiallıq noqattın' turg'an ornın ha'm tezligin biliw kerek. Eger terbelis ten'lemesi $x = A\cos(\omega t+\varphi)$ tu'rinde an'latılatug'ın bolsa t=0 momentindegi koordinata ha'm tezlik sa'ykes

$$x_0 = A\cos\varphi,\ \dot{x}_0 = v_0 = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = -A\,\omega\,\sin\varphi$$

shamalarına ten'. Bul eki ten'lemeden amplituda menen da'slepki faza esaplanadı:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0}{\omega^2}},\quad tg\varphi = -v_0/x_0\omega.$$

Demek da'slepki sha'rtlerdi bilsek garmonikalıq terbelisllerdi tolıg'ı menen taba aladı ekenbiz (terbelis ten'lemesin jaza aladı ekenbiz).

Energiya. Potentsial energiya haqqında ku'shler potentsiallıq bolg'anda ayta alamız. Bir o'lshemli qozg'alıslarda eki noqat arasında tek birden bir jol bar boladı. Bunday jag'dayda ku'shtin' potentsiallıg'ı avtomat tu'rde ta'miyinlenedi ha'm tek g'ana koordinatalarg'a g'a'rezli bolsa ku'shti potentsial ku'sh dep esaplawımız kerek. Bul so'zdin' ma'nisin este tutıw kerek. Mısalı bir o'lshemli jag'dayda da su'ykelis ku'shleri potentsial ku'shler bolıp tabılmaydı. Sebebi bunday ku'shler (demek olardın' bag'ıtı) tezlikke (yag'nıy bag'ıtqa) g'a'rezli.

Sızıqlı ostsillyator jag'dayında ten' salmaqlıq halda potentsial energiya nolge ten' dep esaplaw qolaylı. Bunday jag'dayda F = -kx ekenligin ha'm ku'sh penen potentsial energiyanı baylanıstıratug'ın $F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$, $F_u = -\frac{\partial U}{\partial y}$, $F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$ farmulaların paydalanıp sızıqlı garmonikalıq ostsillyatordın' potentsial energiyası ushın to'mendegidey an'latpa alamız:

$$U(x) = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2}.$$

Sonlıqtan energiyanın' saqlanıw nızamı to'mendegidey tu'rge iye boladı:

$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} = s\chi nst.$$

Energiyanın' saqlanıw nızamınan eki a'hmiyetli juwmaq shıg'arıwg'a boladı:

1. Ostsillyatordın' kinetikalıq energiyasının' en' u'lken (maksimallıq) ma'nisi onın' potentsial energiyasının' en' u'lken (maksimallıq) ma'nisine ten'.

2. Ostsillyatordın' ortasha kinetikalıq energiyası onın' potentsial energiyasının' ortasha potentsial energiyasına ten'.

Terbelislerdin' so'niwi. Su'ykelis ku'shleri qatnasatug'ın terbelisler so'niwshi bolıp tabıladı.

Qozg'alıs ten'lemesin bılay jazamız:

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x}. \qquad (29\text{-}17)$$

Bul formuladag'ı b su'ykelis koeffitsienti. Bul ten'lemeni bılayınsha ko'shirip jazıw qolaylıraq:

$$m\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0. \qquad (29\text{-}18)$$

Bul formulalardag'ı $\beta = b/2m$, $\omega_0{}^2 = k/m$.

Joqarıdag'ı ten'lemenin' sheshimin

$$x = A_0 e^{i\beta t} \qquad (29\text{-}19)$$

tu'rinde izleymiz.

$$\frac{d}{dt}(e^{i\beta t}) = -i\beta e^{i\beta t}, \quad \frac{d^2}{dt^2}(e^{i\beta t}) = -\beta^2 e^{i\beta t}. \qquad (29\text{-}20)$$

Bul shamalardı ten'lemege qoyıw arqalı

$$A_0 e^{i\beta t}(-\beta^2 + 2i\beta\beta + \omega_0{}^2) = 0 \qquad (29\text{-}21)$$

an'latpasın alamız. $A_0 e^{i\beta t}$ ko'beytiwshisi nolge ten' emes. Sonlıqtan

$$-\beta^2 + 2i\beta\beta + \omega_0^2 = 0. \qquad (29\text{-}22)$$

Bul β g'a qarata kvadrat ten'leme. Onın' sheshimi

$$\beta = i\beta \pm (\omega_0^2 - \beta^2)^{1/2} = i\beta \pm \Omega. \qquad (29\text{-}23)$$

O'z gezeginde

$$\Omega = (\omega_0^2 - \beta^2)^{1/2}. \qquad (29\text{-}24)$$

β ushın an'latpag'a usı ma'nislerdi qoyıw arqalı

$$x = Ae^{-\beta t}e^{\pm i\Omega t}. \qquad (29\text{-}25)$$

"$\pm$- belgisi ekinshi ta'rtipli differentsial ten'lemenin' eki sheshiminin' bar bolatug'ınlıg'ına baylanıslı.

U'lken emes su'ykelis koeffitsientlerinde

$$\beta = (b/2m) < \omega_0. \qquad (29\text{-}26)$$

Bul jag'dayda $\omega_0^2 - \beta^2 > 0$ ha'm sog'an sa'ykes Ω haqıyqıy san boladı. Sonlıqtan exp ($i\Omega t$) garmonikalıq funktsiya bolıp tabıladı. Haqıyqıy sanlarda $x = Ae^{-\beta t}e^{\pm i\Omega t}$ funktsiyası

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos \Omega t \qquad (29\text{-}27)$$

formulası ja'rdeminde beriledi (sol formulanın' haqıyqıy bo'limi alıng'an). Bul jiyiligi Ω turaqlı bolg'an, al amplitudası kemeyetug'ın terbelistin' matematikalıq jazılıwı.

Bul da'wirlik ha'm garmonikalıq emes terbelis.

Keyingi formuladan

$$\tau = 1/\beta \qquad (29\text{-}28)$$

waqtı ishinde terbelis amplitudasının' e = 2.7 ese kemeyetug'ınlıg'ın ko'rsetedi. Bul shama *so'niwdin' dekrementi* dep ataladı.

Meyli birinshi terbeliste amplituda A_1 ge ten' bolsın. Usınnan keyingi terbeliste amplituda A_2 bolsın. Onday jag'dayda

$$\theta = \ln (A_1/A_2) \qquad (29\text{-}29)$$

shaması *so'niwdin' logarifmlik dekrementi* dep ataladı.

Ma'jbu'riy terbelisler. Rezonans. Meyli terbeliwshi sistemag'a sırttan

$$F = F_0 \cos \omega t \qquad (29\text{-}30)$$

nızamı menen o'zgeretug'ın ku'sh ta'sir etsin. Bunday jag'dayda qozg'alıs ten'lemesi

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x} + F_0 \cos \omega t \qquad (29\text{-}31)$$

tu'rine enedi. Bul ten'lemenin' eki ta'repin de m ge bo'lip

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = (F_0/m) \cos \omega t \qquad (29\text{-}32)$$

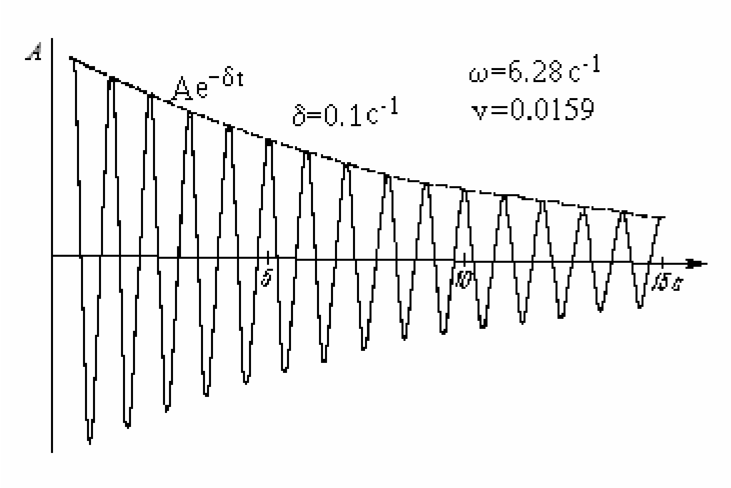
ten'lemesin alamız.

Ku'sh ta'sir ete baslag'annan keyin $\tau = 1/\beta$ waqtı o'tkennen keyin terbelis protsessi tolıq qa'lpine keledi. Eger sistema da'slep terbeliste bolmag'an jag'dayda da *ma'jbu'rlewshi ku'sh ta'sir ete baslag'annan usınday waqıt o'tkennen keyin ma'jbu'riy terbelis statsionar qa'lpine keldi* dep esaplanadı.

Joqarıda keltirip shıg'arılg'an ten'lemenin' sheshimin

$$x = Ae^{i\beta t} \qquad (29\text{-}33)$$

tu'rinde izleymiz. Bul jerde A ulıwma jag'dayda haqıyqıy shama emes.



88-su'wret. So'niwshi terbelisti grafikalıq sa'wlelendiriw.

Terbelistin' so'niwinin' lagorifmlik dekrementinin' keri shaması amplituda e ese kemeyetug'ın terbelis da'wirleri sanına ten'. Logarifmlik dekrement qanshama u'lken bolsa terbelis sonshama tezirek so'nedi.

Na'tiyjede

$$A = A_0 e^{iG'}, \qquad (29\text{-}34)$$

$$A_0 = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\gamma^2\omega^2}} \qquad (29\text{-}34a)$$

$$\mathrm{tg}\ G' = -\frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2-\omega^2} = \frac{2\gamma\omega}{\omega^2-\omega_0^2}. \qquad (29\text{-}34b)$$

Biz qarap atırg'an ten'lemenin' sheshimi kompleks tu'rde

$$x = A_0\, e^{i(\omega t+\varphi)}, \qquad (29\text{-}35)$$

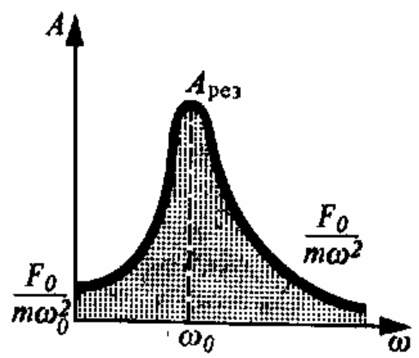
al onın' haqıyqıy bo'limi

$$x = \cos(\omega t+\varphi) \qquad (29\text{-}36)$$

tu'rinde alınadı. ω sırtqı ku'shtin' o'zgeriw jiyiligi, ω_0 - sistemanın' menshikli jiyiligi.

Solay etip sırtqı garmonikalıq ku'shtin' ta'sirinde grmonikalıq ostsillyator sol ku'shtin' jiyiligindey jiyiliktegigarmonikalıq terbelis jasaydı. Bul terbelislerdin' fazası menen amplitudası ta'sir etiwshi ku'shlerdin' qa'siyetinen ha'm ostsillyatordın' xarakteristikalarınan g'a'rezli boladı. Ma'jbu'riy terbelislerdin' fazasının' ha'm amplitudasının' o'zgerislerin qarayıq.

Amplitudalıq rezonanslıq iymeklik. Ornag'an ma'jbu'riy terbelislerdin' amplitudasının' sırtqı ku'shtin' jiyiliginen g'a'rezliligin sa'wlelendiretug'ın iymeklik amplitudalıq rezonanslıq iymeklik dep ataladı Onın' analitikalıq an'latpası (29-34a) an'latpası bolıp tabıladı. Al onın' grafikalıq su'wreti to'mendegi su'wrette keltirilgen:



89-su'wret. Amplitudalıq rezonanslıq iymeklik.
U'lken emes so'niwlerde rezonanslıq jiyilik ω_{rez} tın' ma'nisi
menshikli jiyilik ω_0 din' ma'nisine jaqın.

Amplitudanın' maksimallıq ma'nisi sırtqı ma'jbu'rlewshi ta'sirdin' jiyiligi ostsillyatordın' menshikli jiyiliginde (yag'nıy ω □ ω_0 sha'rti orınlang'anda) alınadı.

Maksimal amplituda menen bolatug'ın terbelisler rezonanslıq terbelisler, al terbelislerdin' $\omega \approx \omega_0$ sha'rti orınlang'ansha o'zgeriwi rezonans, bul jag'daydag'ı ω_0 jiyiligi rezonanslıq jiyilik dep ataladı.

To'mendegidey jag'daylardı qarap o'tken paydalı. Su'ykelis ku'shlerinin' ta'siri kem dep esaplaymız (yag'nıy $\gamma << \omega_0$ dep boljaymız).

1-jag'day. $\omega << \omega_0$ bolg'anda amplituda ushın jazılg'an (29-34)-formuladan

$$A_{0\ stat.} \leftrightarrow F_0/m\omega_0^2 \qquad (29\text{-}37)$$

Bul an'latpanın' fizikalıq ma'nisi to'mendegiden ibarat: Sırtqı ku'shtin' kishi jiyiliklerinde ol turaqlı (o'zgermeytug'ın) statikalıq ku'shtey bolıp ta'sir jasaydı. Al ostsillyator bolsa o'zinin' menshikli jiyiligi menen terbele beredi. Al amplituda bolsa (29-37) ge sa'ykes statikalıq F_0 ku'shinin' ta'sirinde $x_{max} = F_0/k = F_0/m\omega_0^2$, bul jerde $k = m\omega_0^2$ arqalı ornına qaytarıwshı ku'sh ushın serpimlilik koeffitsienti belgilengen. $\omega << \omega_0$ sha'rtinen (29-32)-ten'lemedegi tezleniwge baylanıslı bolg'an $\ddot{x}$ ha'm tezlikke sa'ykes keliwshi $2\beta\dot{x}$ ag'zaları serpimli bolg'an ku'sh penen baylanıslı bolg'an $\omega_0^2 x$ ag'zasınan a'dewir kishi ekenligi kelip shıg'adı. Sonlıqtan qozg'alıs ten'lemesi to'mendegi an'latpag'a alıp kelinedi:

$$\omega_0^2 x = (F_0/m) \cos \omega t.$$

Bul ten'lemenin' sheshimi to'mendegidey tu'rge iye boladı:

$$x = (F_0/m\omega_0^2) \cos \omega t.$$

Bul ten'leme ku'sh waqıtqa baylanıslı o'zgermey o'zinin' birzamatlıq ma'nisine ten' bolg'andag'ı jag'daydag'ı waqıttın' ha'r bir momentindegi awısıwdın' ma'nisin beredi. Su'ykelis ku'shleri a'hmiyetke iye bolmay qaladı.

2-jag'day. $\omega >> \omega_0$ bolg'anda (29-34a) g'a sa'ykes amplituda ushın A □ $F_0/m\omega^2$ an'latpasın alamız. Bul an'latpanın' fizikalıq ma'nisi to'mendegidey: Sırtqı ku'sh u'lken jiyilikke iye bolsa $\ddot{x}$ shamasına baylanıslı bolg'an ag'za tezlikke ha'm serpimli ku'shke baylanıslı bolg'an ag'zalardan a'dewir u'lken. Sebebi $|\ddot{x}| \approx |\omega^2 x| >> |\omega_0^2 x|$; $|\ddot{x}| \approx |\omega^2 x| >> |2\beta \dot{x}| \approx |2\gamma\omega x|$. Sonlıqtan qozg'alıs ten'lemesi (29-32) $\ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_0^2 x = (F_0/m) \cos \omega t$

$$\ddot{x} \approx (F_0/m) \cos \omega t$$

tu'rine iye boladı ha'm onın' sheshimi to'mendegidey ko'riniske iye:

$$x \approx -(F_0/m\omega^2) \cos \omega t.$$

Bunday jag'dayda terbeliste sırttan ta'sir etetug'ın ku'shke salıstırg'anda serpimlilik ku'shi menen su'ykelis ku'shleri a'hmiyetke iye bolmay qaladı. Sırtqı ku'shler ossillyatorg'a hesh bir su'ykelis yamasa serpimli ku'shler bolmaytug'ınday bolıp ta'sir etedi.

3-jag'day. $\omega \approx \omega_0$. Bul rezonans ju'zege keletug'ın jag'day bolıp tabıladı. Bunday jag'dayda amplituda maksimallıq ma'nisine je+tedi ha'm (29-34a) g'a sa'ykes

$$A_{0\ rez} = (F_0/m)/(2m\beta\omega_0). \qquad (29\text{-}38)$$

Bul na'tiyjenin' fizikalıq ma'nisi to'mendegidey:

Tezleniwge baylanıslı bolg'an ag'za serpimli ku'shke baylanıslı bolg'an ag'zag'a ten', yag'nıy $\ddot{x} = -\omega^2 x = -\omega_0^2 x$. Bul tezleniwdin' serpimlilik ku'shi ta'repinen a'melge asatug'ınlıg'ın bildiredi. Sırtqı ku'sh penen su'ykelis ku'shi bir birin kompensatsiyalaydı. Qozg'alıs ten'lemesi (29-32) to'mendegidey tu'rge iye boladı:

$$2\gamma \dot{x} = (F_0/m)\cos\omega_0 t.$$

Bul ten'lemenin' sheshimi

$$x = (F_0/2\gamma m\omega_0)\sin\omega_0 t.$$

Qatan' tu'rde aytsaq amplitudanın' maksimallıq ma'nisi $\omega = \omega_0$ ten'ligi da'l orınlang'anda alınbaydı. Da'l ma'nis (29-34a) an'latpasındag'ı A_0 den ω boyınsha tuwındı alıp, usı tuwındını nolge ten'ew arqalı alınadı. Biraq u'lken bolmag'an su'ykelislerde ($\gamma << \omega_0$ bolg'anda) maksimumnın' $\omega = \omega_0$ den awısıwın esapqa almawg'a boladı.

Rezonans sırtqı ku'shlerden terbeliwshi sistemag'a energiyanın' en' effektiv tu'rde beriliwi ushın sharayat jaratılg'an jag'dayda ju'zege keledi.

Prujinag'a ildirilgen ju'ktin' garmonikalıq terbelisi. Bir ushın bekitilgen prujinag'a ildirilgen ju'ktin' terbelisin qaraymız. Prujinanın' ju'k ildirilmesten burıng'ı uzınlıg'ı l_0. Ju'k ildirilgennen keyin prujina uzınlıg'ı l ge ten' boladı ha'm deneni o'zinin' ten' salmaqlıq halına qaray iytermelewshi F ku'shi payda boladı. Sozılıw $x = l - l_0$ u'lken bolmag'anda Guk nızamı orınlanadı: $F = -kx$. Bunday jag'daylarda noqattın' qozg'alıs ten'lemesi

$$m\ddot{x} = -kx \qquad (16\text{-}39)$$

tu'rinde boladı. k prujinanın' *serpimlilik koeffitsienti* yamasa *qattılıg'ı* dep ataladı.

(16-39) ten'lemesi keltirilip shag'arılg'anda denege basqa ku'shler ta'sir etpeydi dep boljaw qabıl etildi. Bir tekli tartılıs maydanında turg'an jag'day ushın da (16-39) ten'lemesinin' kelip shıg'atug'ınlıg'ın ko'rsetip o'temiz. Bul jag'dayda prujinanın' sozılıwın $X = l - l_0$ dep belgileyik. Prujina ju'kti joqarı qaray kX ku'shi menen ko'teredi, ju'k bolsa to'menge qaray tartadı. Qozg'alıs ten'lemesi

$$m\ddot{X} = -kX + mg \qquad (29\text{-}40)$$

tu'rinde boladı. Meyli X_0 prujinanın' ten' salmaqlıqtag'ı uzınlıg'ı bolsın. Onda $-kX_0 + mg = 0$. Salmaq mg ti joq etip $m\ddot{X} = -k(X - X_0)$. $X - X_0 = x$ dep belgileymiz. Sonda (la) ten'lemesine qayta kelemiz.

$m\omega^2 = k$ dep belgilep

$$m\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \qquad (29\text{-}41)$$

ten'lemesin alamız. Ten'lemeni sheshiw arqalı to'mendegidey na'tiyjeler alınadı:

Jiyilik

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad (29\text{-}42)$$

terbelis da'wiri

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \qquad (29\text{-}43)$$

Aylanıw da'wiri T amplituda A dan g'a'rezsiz. Bul terbelistin' izoxronlılıg'ı dep ataladı. İzoxronlılıq Guk nızamı orınlanatug'ın jag'daylarda saqlanadı.

Amplituda A menen da'slepki faza δ (29-41) ten'lemesin sheshiw arqalı alınbaydı. Al olar sol ten'lemeni sheshiw ushın za'ru'rli bolg'an baslang'ısh sha'rtler tu'rinde beriliwi mu'mkin.

Terbeliwshi dene energiyası. Potentsial energiya menen kinetikalıq energiya

$$E_{pot} = \frac{1}{2}kx^2, \quad E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \qquad (29\text{-}44)$$

formulaları menen beriledi. Olardın' ekewi de waqıtqa baylanıslı o'zgeredi. Biraqta olardın' qosındısı E waqıt boyınsha turaqlı bolıp qalıwı sha'rt:

$$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = \text{const}. \qquad (29\text{-}45)$$

$$E_{pot} = \frac{1}{2}kA^2[1 + \cos^2(\omega t + \delta)], \quad E_{kin} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \delta).$$

(29-42) ni esapqa alsaq

$$E_{kin} = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \delta) \qquad (29\text{-}46)$$

Bul formulalardı bılayınsha ko'shirip jazamız:

$$E_{pot} = \frac{1}{4}kA^2[1 + \cos 2(\omega t + \delta)], \quad E_{kin} = \frac{1}{4}kA^2[1 - \cos 2(\omega t + \delta)]. \qquad (29\text{-}47)$$

Bul formulalar kinetikalıq ha'm potentsial energiyalardın' ma'nislerinin' o'z aldına turaqlı bolıp qalmaytug'ınlıg'ın, al o'zlerinin' ulıwmalıq ortasha ma'nisi bolg'an $\frac{1}{4}kA^2$ shamasının' a'tirapında garmonikalıq terbelis jasaytug'ınlıg'ın bildiredi. Kinetikalıq energiya maksimum arqalı o'tkende potentsial energiya nolge ten'. Tolıq energiya

$$E = E_{pot} + E_{kin} = \frac{1}{2}kA^2. \qquad (29\text{-}48)$$

Joqarıda keltirilgen talqılawlardın' barlıg'ı da bir o'lshemli jag'dayg'a sa'ykes keledi (*bir erkinlik da'rejesine iye mexanikalıq sistema* dep ataladı). Bir erkinlik da'rejesine iye mexanikalıq sistemanın' bir zamatlıq awhalı qandayda bir q shamasının' ja'rdeminde anıqlanıwı mu'mkin. Bunday shamanı *ulıwmalasqan koordinata* dep ataymız. Bul jag'dayda $\dot{q}$ *ulıwmalasqan tezlik* dep ataladı. Mexanikalıq sistemanı potentsial ha'm kinetikalıq energiyaları bılayınsha alınatug'ınday etip saylap alamız:

$$E_{pot} = (\alpha/2)q^2, \ E_{kin} = (\beta/2)\ \dot{q}^2 \qquad (29\text{-}49)$$

Bul ten'lemedegi α ha'm β lar on' ma'nisli koeffitsientler (sistemanın' parametrleri dep te ataladı). Energiyanın' saqlanıw nızamı

$$E = (\alpha/2)q^2 + (\beta/2)\ \dot{q}^2 = c\chi nst \qquad (29\text{-}50)$$

ten'lemesine alıp keledi. Bul ten'lemenin' ulıwmalıq sheshimi

$$q = q_0 \cos(\omega t + \delta) \qquad (29\text{-}51)$$

tu'rge iye bolıp ulıwmalasqan koordinata q jiyiligi $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ bolg'an garmonikalıq terbelis jasaydı.

Fizikalıq mayatnik. Fizikalıq mayatnik dep qozg'almaytug'ın gorizontal ko'sher do'gereginde terbeletug'ın qattı denege aytamız. Mayatniktin' massa orayı arqalı o'tiwshi vertikal tegislik penen sol ko'sherdin' kesisiw noqatı mayatnikti asıw noqatı (A menen belgileymiz) dep ataladı. Denenin' ha'r bir waqıt momentindegi awhalı onın' ten' salmaqlıq haldan awıtqıw mu'yeshi φ menen anıqlanadı. Bul mu'yesh ulıwmalasqan koordinata q dın' ornın iyeleydi. terbeliwshi fizikalıq mayatniktin' kinetikalıq energiyası

$$E_{kin} = \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 \qquad (29\text{-}52)$$

formulası ja'rdeminde anıqlanadı. Bul jerde I mayatniktin' A ko'sherine salıstırg'andag'ı inertsiya momenti. Potentsial energiya E_{pot} = mgh. h - mayatniktin' massa orayının' (S menen belgileymiz) o'zinin' en' to'mengi awhalınan ko'teriliw biyikligi. S menen A noqatlarının' aralıg'ı a ha'ripi menen belgilensin. Onda

$$E_{пот} = mga\ (1 - \cos\varphi) = 2mga\ \sin^2(\varphi/2). \qquad (29\text{-}53)$$

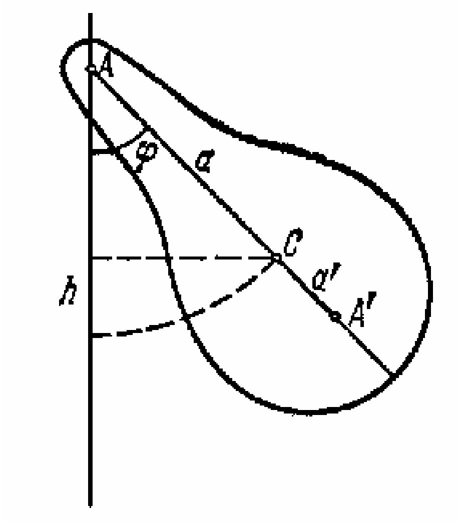
Kishi mu'yeshlerde sinustı argumenti menen almastırıw mu'mkin. Sonda

$$E_{пот} = mga\ \varphi^2/2. \qquad (29\text{-}54)$$

Demek kishi terbelislerde potentsial ha'm kinetikalıq energiyalar $E_{pot} = (\square/2)q^2$, $E_{kin} = (\beta/2)\ \dot{q}^2$ ten'lemelerine sa'ykes tu'rge keledi. Bul jerde α = mga, β = I. Usınnan fizikalıq mayatniktin' kishi terbelisleri shama menen garmonikalıq terbelis boladı degen juwmaq kelip shıg'adı. Jiyiligi

$$\omega = \sqrt{\frac{mga}{I}}, \qquad (29\text{-}55)$$

terbelis da'wiri



90-su'wret. Fizikalıq mayatnik

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}}. \qquad (29\text{-}56)$$

Demek *fizikalıq mayatniktin' kishi amplitudalardag'ı terbelisi izoxronlı.* U'lken amplitudalarda izoxronlıq buzıladı (awısıw bir neshe graduslardan u'lken bolsa).

Matematikalıq mayatnik fizikalıq mayatniktin' dara jag'dayı bolıp tabıladı. Matematikalıq mayatnik dep massası bir noqatqa toplang'an (mayatniktin' orayında) mayatnikti aytamız. Matematikalıq mayatniktin' mısalı retinde uzın jipke asılg'an kishi shardı ko'rsetiwge boladı. $a = l$, $I = ml^2$, l - mayatniktin' uzınlıg'ı bolg'anlıqtan

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (29\text{-}57)$$

(29-56) ha'm (29-57) formulaların salıstırıw arqalı fizikalıq mayatniktin' uzınlıg'ı $l = I/(ma)$ bolg'an matematikalıq mayatniktey bolıp terbeletug'ınlıg'ın ko'riwge boladı. Sonlıqtan $l = I/(ma)$ uzınlıg'ı fizikalıq mayatniktin' keltirilgen uzınlıg'ı dep ataladı.

§ 30. Tutas ortalıqlar terbelisleri

1. Sferalıq tolqınlar
2. Tegis sinusoidalıq ses tolqını.
3. Ses tolqınının' energiyası.
4. Tolqınlardın' qosılıwı (interferentsiyası).
5. Turg'ın tolqınlar.

Sferalıq tolqınlar (sfera boyınsha tarqalatug'ın tolqınlar sferalıq tolqınlar dep ataladı). Mısalı radio dinamiginen shıqqan ses tolqınları u'lken qashıqlıqlarda sferalıq bet boyınsha tarqaladı. Barlıq noqatları (bo'leksheleri) birdey qozg'alıs jasaytug'ın bir tekli ortalıqtın' beti *tolqınlıq bet* dep ataladı. Sferalıq tolqınnın' orayında tolqın deregi turatug'ın qa'legen sferalıq beti tolqınlıq bet bolıp tabıladı.

Suw betindegi tastı taslap jibergende payda bolatug'ın tolqınlar *shen'ber ta'rizli tolqınlar* dep ataladı.

Tolqınlıq qozg'alıslardın' a'piwayı tu'ri bir bag'ıtta tarqalatug'ın tolqınlar bolıp tabıladı (nay ishinde bir ta'repke tarqalatug'ın ses tolqınları, sterjen boyınsha tarqalatug'ın serpimli tolqınları). Bunday jag'dayda tolqınlıq bet *tegis bet* bolıp tabıladı (nayg'a yaki sterjenge perpendikulyar bet).

Bo'leksheler tolqınnın' taralıw bag'ıtında terbeletug'ın tolqınlar *boylıq tolqınlar* dep ataladı (mısalı ses tolqınları, su'wrette ko'rsetilgendey nay boyınsha terbeliwshi porshen ta'repinen qozdırılg'an tolqınlar). Bo'lekshelerdin' terbeliwi tolqınnın' taralıw bag'ıtına perpendikulyar bolatug'ın tolqınlar ko'ldenen' tolqınlar dep ataladı. Bunday tolqınlarg'a suw betindegi tegis tolqınlar, elektromagnit tolqınları kiredi. Sonday-aq ko'ldenen' tolqınlar tartılıp qoyılg'an arqan boyınsha da tarqaladı.

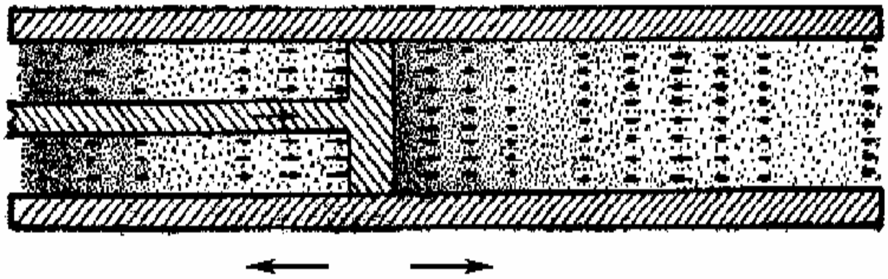
Tolqınlardın' suyıqlıqlarda yamasa gazlerde (hawada) tarqalg'anın qarag'anımızda bul ortalıqlar bo'lekshelerden turadı dep esaplaymız (atom ha'm molekulalar so'zleri bo'leksheler so'zi menen almastırıladı).

Tar boyınsha tarqalatug'ın tolqınlar en' a'piwayı tolqınlar qatarına kiredi. Usı tolqında tolıg'ıraq qarayıq. "To'menge qaray iymeygen- orın tardın' boyı boyınsha belgili bir s tezligi menen qozg'aladı. Qozg'alıs barısında bul orın formasın o'zgertpeydi. Tezliktin' bul shaması tardın' materialına ha'm tardın' keriliw ku'shine baylanıslı boladı. s shamasın *tolqınnın' tarqalıw tezligi* dep ataymız.

Tegis sinusoidalıq ses tolqını. Joqarıda ko'rsetilgen su'wrettegi porshen ses jiyiliklerinde (16 dan 10000 gts shekem) ha'm kishi amplitudalar menen qozg'alatug'ın bolsa onda nayda tarqalatug'ın tolqın tegis tolqın bolıp tabıladı. Porshen ω jiyiligindegi garmonikalıq terbelis jasasa payda bolg'an tolqın sinusoidal tegis tolqın boladı.

Meyli porshen $y_0(t) = A\cos\omega t$ garmonikalıq terbelis jasasın. Porshenge tiyip turg'an gaz molekulaları da usınday terbelis jasay baslaydı. Porshennen x qashıqlıg'ında turg'an bo'leksheler $\tau = x/s$ waqtı o'tkennen keyin keshigip terbele baslaydı. Sonlıqtan bul bo'lekshelerdin' terbelisin bılay jazıwg'a boladı:

$$y(x,t) = A\cos\omega(t - \tau) = A\cos(\omega t - \omega\frac{x}{c}). \qquad (30\text{-}1)$$



91-su'wret. Tutas ortalıqlar terbelislerin payda etiwge arnalg'an sızılma.

Bul *juwırıwshı tegis sinusoida ta'rizli tolqınnın' analitikalıq jazılıwı.* u(x,t) koordinata x penen waqıt t nın' funktsiyası bolıp tabıladı. Bul formula tolqın dereginen x aralıg'ında turg'an bo'lekshenin' qa'legen t waqıt momentindegi ten'salmaqlıq haldan awısıwın beredi. Barlıq bo'leksheler jiyiligi ω, amplitudası A bolg'an garmonikalıq qozg'aladı. Biraq ha'rqanday x koordinatalarg'a iye bo'lekshelerdin' terbeliw fazaları ha'r qıylı boladı. *Tolqın frontının'* x ko'sherine perpendikulyar tegislik ekenligi anıq.

$$u = A \cos \omega(t + \frac{x}{c}) \qquad (30\text{-}2)$$

funktsiyası x ko'sherinin' teris ma'nisleri bag'ıtında tarqalatug'ın juwırıwshı sinusoidal tolqındı ta'ripleydi.

Bo'leksheler tezlikleri tolqını to'mendegidey tu'rge iye:

$$v(x,t) = \partial y/\partial t = - A\,\omega \sin(\omega t - \omega\frac{x}{c}). \qquad (30\text{-}3)$$

Birdey fazada terbeletug'ın bir birine en' jaqın turg'an noqatlar aralıg'ı *tolqın uzınlıg'ı* dep ataladı. Bir birinen s qashıqlıg'ında turg'an noqatlar terbelisindegi fazalar ayırması

$$\varphi_s = (\omega s)/s = (2\pi s)/sT \qquad (30\text{-}4)$$

an'latpası ja'rdeminde anıqlanadı. Bul jerde T = 2π/ω sinusoydalıq tolqındag'ı noqatlardın' gramonikalıq terbelisinin' jiyiligi. Bunday jag'dayda birdey fazada terbeletug'ın bir birine jaqın noqatlar terebelisindegi fazalar ayırması 2π ge ten' bolıwı kerek, yag'nıy:

$$\varphi_F = 2\pi = \omega F/s = 2\pi/sT. \qquad (30\text{-}5)$$

Bunnan

$$F = sT. \qquad (30\text{-}6)$$

Tolqın tarqalg'anda bir bo'leksheden ekinshilerine *energiya* beriledi. Sonlıqtan *tolqınlıq qozg'alıs ken'isliktegi energiyanın' beriliwinin' bir tu'ri bolıp tabıladı.*

Ses tolqınının' energiyası. Bir birlik ko'lemde jaylasqan bo'lekshelerdin' kinetikalıq energiyası (yag'nıy kinetikalıq energiya tıg'ızlıg'ı):

$$E_k = \frac{1}{2}(\rho_0 + \rho)\,v^2 \text{ yamasa } E_k \approx \frac{1}{2}\rho_0 v^2. \qquad (30\text{-}7)$$

ρ_0 tolqın kelmesten burıng'ı ortalıqtın' tıg'ızlıg'ı, ρ - tolqınnın' ta'sirinde tıg'ızlıqqa qosılatug'ın qosımsha tolqın, v - bo'lekshelerdin' tezligi. ρ nı esapqa almaymız. Garmonikalıq tolqınnın' qa'legen noqatındag'ı kinetikalıq energiyanın' tıg'ızlıg'ı:

$$E_k = \frac{1}{2}\rho_0\,\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - \omega\frac{x}{c}). \qquad (30\text{-}8)$$

Ko'lem birligindegi qosımsha qısılıwdan payda bolg'an bir birlik ko'lemdegi potentsial energiyanı esaplaymız. Basımnın' o'simin r arqalı belgileymiz. Tınıshlıqtag'ı basım r_0 bolsın. Basım menen ko'lemnin' o'zgerisi adiabata nızamı menen baylanıslı:

$$(r_0 + r)\,(V_0 + V)^\kappa = h_0 V_0^\kappa. \qquad (30\text{-}9)$$

Bul jerde V_0 tınıshlıqtag'ı ko'lem, V - tolqındag'ı bul ko'lemnin' o'siwi. Keyingi formulada $(V_0 + V)^\kappa = V_0^\kappa(1 + V/V_0)^\kappa \approx V_0^\kappa(1 + \kappa V/V_0)$ ekenligi esapqa alsaq

$$r = - \kappa r_0 V/V_0 \qquad (30\text{-}10)$$

Tolqındag'ı ko'lemnin' o'zgerisin tabamız. S dx = V_0 ko'lemin alamız. S - naydın' kesekesiminin' maydanı. Awısıwdın' saldarınan bo'leksheler

$$V_0 + V = S\,[dx + \frac{\partial y}{\partial x}\,dx] \qquad (30\text{-}11)$$

ko'lemin iyeleydi.

Bunnan

$$V = S\ \frac{\partial y}{\partial x}\ dx. \qquad (30\text{-}12)$$

(30-12) ni (30-10) g'a qoysaq tolqındag'ı basımnın' o'zgerisin alamız:

$$r = -\ \kappa\ (r_0/V_0)\ S\ \frac{\partial y}{\partial x} dx = -\ \kappa\ (r_0/Sdx)\ S\ \frac{\partial y}{\partial x}\ dx = -\ \kappa\ r_0\ \frac{\partial y}{\partial x}\ dx. \qquad (30\text{-}13)$$

Bul formula boyınsha basımnın' o'simi $\frac{\partial y}{\partial x}$ tuwındısına tuwra proportsional, al belgisi boyınsha qarama-qarsı. Sestin' ortalıqtag'ı tezliginin' $s = \sqrt{\kappa \frac{p_0}{\rho_0}}$ ekenligi esapqa alsaq (30-13) ti bılay jaza alamız:

$$r = -\ \rho_0\ s^2\ \frac{\partial y}{\partial x}. \qquad (30\text{-}14)$$

Demek $y(x,t) = A \cos \omega(t - \tau) = A \cos (\omega t - \omega \frac{x}{c})$ tolqınına to'mendegidey basımlar tolqını sa'ykes keledi:

$$r(x,t) = -\ \rho_0\ s^2(A\omega/s)\ \sin (\omega t - \omega \frac{x}{c}) = -\ \rho_0\ s\ A\ \omega\ \sin (\omega t - \omega \frac{x}{c}). \qquad (30\text{-}15)$$

Demek basım terbelisi fazası boyınsha barlıq waqıtta da bo'leksheler tezligi terbelisi menen sa'ykes keledi. Berilgen waqıt momentinde kinetikalıq energiyanın' tıg'ızlıg'ı u'lken bolsa qısılıwg'a sa'ykes potentsial energiya da o'zinin' u'lken ma'nisine iye boladı.

Potentsial energiya gazdın' basımın u'lkeytiwge (yamasa kishireytiwge) yaki ko'lemin u'lkeytiw (yaki kishireytiw) ushın islengen jumısqa ten'. Basım menen ko'lem kishi shamalarg'a o'zgergende olar arasında proportsionlallıq orın aladı dep esaplaymız. Sonlıqtan ko'lem birliginin' potentsial energiyası bılay jazılıwı mu'mkin:

$$E_p = -\ pV/2V_0 \qquad (30\text{-}16)$$

Bul formulag'a (6) nı qoysaq potentsial energiyanın' tıg'ızlıg'ın tabamız:

$$E_p = \frac{1}{2}\ \rho_0\ s^2\ (\frac{\partial y}{\partial x})^2. \qquad (30\text{-}17)$$

Demek potentsial energiyanın' tıg'ızlıg'ının' o'zgeriw tolqını

$$E_p = \frac{1}{2}\rho_0\ s^2\ [\frac{\partial}{\partial x} A \cos (\omega t - \omega \frac{x}{c})]^2 = \frac{1}{2}\rho_0\ A^2\ \omega^2\ \sin^2 (\omega t - \omega\ \frac{x}{c}) \qquad (30\text{-}18)$$

Eki tu'rli energiyalar ushın alıng'an formulalardı salıstırıp ko'rip qa'legen waqıt momentinde tolqınnın' qa'legen noqatında kinetikalıq ha'm potentsial energiyalardın' tıg'ızlıqları birdey bolatug'ınlıg'ın ko'remiz. Sonlıqtan tolıq energiyanın' tıg'ızlıg'ı

$$E = E_p + E_k = \rho_0\ A^2\ \omega^2\ \sin^2 (\omega t - \omega \frac{x}{c}) \qquad (30\text{-}19)$$

Δt kishi waqıtı ishinde tolqınlıq qozg'alıs $s\ \Delta t$ ushastkasına tarqaladı. Usıg'an baylanıslı tolqınnın' taralıw bag'ıtına perpendikulyar qoyılg'an bir birlik maydan arqalı

$$\Delta U_e = Es\Delta t \qquad (30\text{-}20)$$

energiyası o'tedi. $\Delta U_e/\Delta t$ shamasın energiya ag'ısı dep ataymız.

$$U_e = \Delta U_e/\Delta t = Es = \rho_0 A^2 \omega^2 s \sin^2 (\omega t - \omega \frac{x}{c}) \qquad (30\text{-}21)$$

Energiya ag'ısın vektor menen ta'ripleydi. Bul vektordın' bag'ıtı tolqınnın' taralıw bag'ıtına sa'ykes keledi. Al san shaması tolqın taralıw bag'ıtına perpendikulyar qoyılg'an bettin' bir birliginen waqıt birliginde ag'ıp o'tken tolqın energiyasının' mug'darına ten'. Bul vektordı *Umov vektorı* dep ataydı.

Tolqınlardın' qosılıwı (interferentsiyası). Bir ortalıqta bir waqıtta ha'r qıylı terbelis oraylarınan shıqqan tolqınlardın' tarqalıwı mu'mkin.

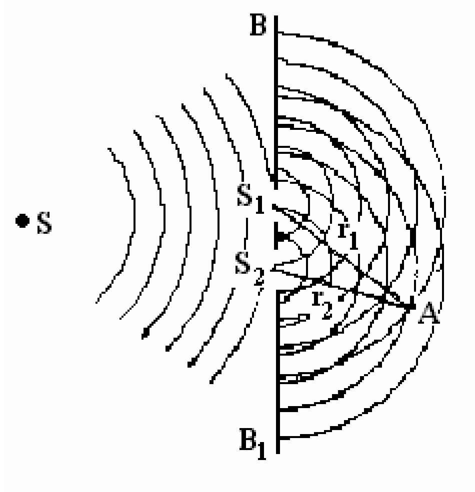
Ha'r tu'rli tolqın dereklerinen tarqalatug'ın tolqınlardın' eki tu'rli sistemaları bir ortalıqqa kelip jetkende qosılıp, keyin qaytadan ajıralıp keteug'ın bolsa, tolqınlardın' eki siteması da bir biri menen ushırasaman degenshe qanday bolıp tarqalg'an bolsa, ushırasıwdan keyin de sonday bolıp tarqalıwın dawam ete beredi. Tolqınlardın' tarqalıwındag'ı usınday bir birinen g'a'rezsizlik printsipi *superpozitsiya printsipi* dep ataladı. Bul printsip tolqınlıq protsesslerdin' basım ko'pshiligine ta'n boladı.

Suwg'a eki tas taslap, superpozitsiya printsipin an'sat baqlawg'a boladı. Taslar tu'sken oranlarda payda bolg'an saqıyna ta'rizli tolqınlar biri ekinshisi arqalı o'tkennen keyin burıng'ısınsha saqıyna ta'rizli bolıp taralıwın dawam etedi, al orayları tas tu'sken orınlar bolıp qaladı.

Tolqınlar bir biri menen qosılg'an orınlarda terbelisler betlesip, tolqınlardın' qosılıw qubılısı *tolqınlar interferentsiyası* bolıp tabıladı. Usının' na'tiyjesinde ayırım orınlarda terbelisler ku'sheyedi, al basqa orınlarda terbelisler ha'lsireydi. Ortalıqtın' ha'r bir noqatındag'ı qosındı terbelis usı noqatqa kelip jetken barlıq terbelislerdin' qosındısınan turadı.

Qosılatug'ın tolqınlar derekleri birdey jiyilik penen terbelip, terbelis bag'ıtları birdey, fazaları da birdey yamasa fazalar ayırması turaqlı bolg'an jag'day ayrıqsha qızıqlı boladı. Bunday tolqın derekleri *kogerentli* dep ataladı. Bunday jag'dayda ortalıqtın' ha'r bir noqatındag'ı qosındı terbelistin' amplitudası waqıtqı baylanıslı o'zgermeydi. Terbelislerdin' usılayınsha qosılıwı *kogerentli tolqın dereklerinen bolg'an interferentsiya* dep ataladı.

Terbelislerdin' kogerentli dereklerine mısal retinde to'mendegini alıwg'a boladı:



92-su'wret. S_1 ha'm S_2 san'laqlarınan tarqalatug'ın tolqınlardın' ornalasıwı.

S sferalıq tolqın deregin alayıq (92-su'wrette ko'rsetilgen). Tolqınnın' taralıw jolına S ke qarata simmetriyalı S_1 ha'm S_2 san'laqları bar VV_1 ekranı qoyılg'an. Gyuygens printsipi boyınsha S_1 menen S_2 san'laqları da tolqın derekleri bolıp tabıladı. Olardın' S terbelis deregi-nen qashıqları birdey bolg'anlıqtan, olar birdey amplituda ha'm fazada terbeledi. Vv_1 ekranı-nın' on' ta'repinde sferalıq eki tolqın taraladı ha'm usı ortalıqtın' ha'r bir noqatındag'ı terbe-lis usı eki tolqınnın' qosılıwının' saldarınan payda boladı. S_1 menen S_2 noqatlarınan qashıqlıqları r_1 ha'm r_2 bolg'an A noqatındag'ı tolqınlardın' qosılıwın qarayıq. A noqatına jetip kelgen tolqınlar terbelisleri arasında fazalar ayırması bolıp, bul ayırma r_1 ha'm r_2 shamalarına baylanıslı boladı.

Fazaları birdey S_1 menen S_2 dereklerinin' terbelislerin bılayınsha jazıwg'a boladı:

$$x_1 = a_0 \cos \omega t, \; x_2 = a_0 \cos \omega t.$$

S_1 ha'm S_2 dereklerinen A noqatın kelip jetken terbelisler bılayınsha jazıladı:

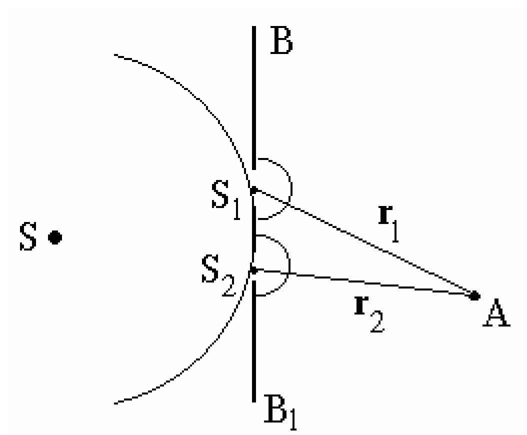
$$x_1 = a_1 \text{ sos } 2\pi(\nu t - r_1/F), \; x_2 = a_2 \text{ sos } 2\pi(\nu t - r_2/F).$$

Bul an'latpadag'ı $\nu = \omega/2\pi$ - terbelisler jiyiligi. Anıqlama boyınsha $a_1/a_2 = r_1/r_2$. Eger $|r_2 - r_1| << r_1$ ten'sizligi orınlansa, juwıq tu'rde $a_1 \approx a_2$ dep esaplawg'a boladı.

Solay etip A noqatında qosılatug'ın terbelislerdin' fazalar ayırması

$$\Delta\alpha = 2\pi(r_2 - r_1)/F$$

ge ten' boladı.



93-su'wret. S_1 ha'm S_2 dereklerinen shıqqan tolqınlardın' A noqatındag'ı amplitudasın tabıwg'a arnalg'an su'wret.

Qosındı terbelistin' amplitudası qurawshı terbelislerdin' fazalar ayırmasına baylanıslı bo-ladı, al fazalar ayırması nolge ten' yamasa 2π ge pu'tin san eseli ma'niske iye bolsa, onda amplituda qurawshı terbelisler amplitudalarının' qosındısına ten' maksimum ma'nisine jetedi. Eger fazalar ayırması π ge yamasa taq san eselengen π ge ten' bolsa, onda amplituda qurawshı amplitudalardın' ayırmasına ten', yag'nıy minimum ma'niske iye boladı. Sonlıqtan eki terbe-listin' A noqatına kelip jetken momentte $\Delta\alpha$ fazalar ayırmasının' qanday bolatug'ınlıg'ına baylanıslı A noqatında ya maksimum, ya minimum terbelis baqlanadı. Usı aytılg'anlar boyınsha A noqatında amplitudanın' ma'nisinin' maksimum bolıw sha'rti mınaday boladı:

$$\Delta\alpha = 2\pi(r_2 - r_1)/F = \pm\, 2k\pi.$$

Bul jerde $k = 0, 1, 2, \ldots$. Demek

$$|r_2 - r_1| = kF$$

bolg'anda terbelisler maksimumı baqlanadı. Demek tolqınlar ju'risleri ayırması nolge yamasa tolqın uzınlag'ının' pu'tin san eselengen ma'nisine ten' bolatug'ın noqatlarda amplituda maksimum ma'nisine jetedi.

A noqatında amplituda ma'nisinin' minimumg'a ten' bolıw sha'rti to'mendegidey boladı:

$$\Delta\alpha = 2\pi(r_2 - r_1)/F = \pm (2k+1)\pi.$$

Bul an'latpada da k = 0, 1, 2, ... Demek usı jag'dayda ju'risler ayırması

$$|r_2 - r_1| = (2k+1)F/2$$

ge ten'. Demek tolqınlar arasındag'ı ju'risler ayırması yarım tolqınlardın' taq sanına ten' bolatug'ın noqatlarda amplituda minimum ma'nisine ten' boladı.

Fazalar ayırması $\pm 2\pi k$ menen $\pm (2k+1)\pi$ aralıg'ında ma'nislerge ten' bolsa terbelislerdin' ku'sheyiw yamasa ha'lsirewinin' ortasha ma'nisleri baqlanadı.

Usı aytılg'anlar menen birge bir ortalıqta eki tolqınnın' betlesiwi na'tiyjesinde ha'r qıylı noqatlarda amplitudaları ha'r tu'rli bolatug'ın terbelisler payda boladı. Bul jag'dayda ortalıqtın' ha'r bir noqatında (noqattın' kogerentli dereginen qashıqlıqlarının' ayırmasının' ma'nisine baylanıslı) amplitudanın' maksimum yamasa minimum yamasa olardın' aralıq ma'nisi baqlanadı.

Turg'ın tolqınlar. Turg'ın tolqınlar dep atalatug'ın tolqınlar eki tolqınnın' interferentsiyasının' na'tiyjesinde alınadı. Turg'ın tolqınlar amplitudaları birdey, qarama-qarsı bag'ıtlarda tarqalatug'ın eki tegis tolqınnın' betlesiwinin' na'tiyjesinde payda boladı.

Amplitudaları birdey bolg'an eki tegis tolqınnın' birewi u ko'sherinin' on' bag'ıtında, ekinshisi u tin' teris bag'ıtında tarqaladı dep esaplayıq. Qarama-qarsı tarqalatug'ın tolqınlardın' fazaları birdey bolıp keletug'ın noqattı koordinatalar bası dep alıp ha'm waqıttı da'slepki fazaları nolge ten' bolatug'ın waqıt momentinen esaplaytug'ın bolsaq usı eki tegis tolqınnın' ten'lemelerin to'mendegi tu'rde jazıwg'a boladı: u ko'sherinin' on' bag'ıtı menen tarqalatug'ın toqın ushın:

$$x_1 = a \cos 2\pi (\nu t - u/\lambda),$$

al u ko'sherinin' teris bag'ıtı menen tarqalatug'ın tolqın ushın

$$x_2 = a \cos 2\pi (\nu t + u/\lambda).$$

Bul eki tolqındı qossaq

$$x = x_1 + x_2 = a \cos 2\pi (\nu t - u/\lambda) + a \text{ sos } 2\pi (\nu t + u/\lambda).$$

Bul ten'leme algebralıq tu'rlendiriwlerden keyin bılay jazıladı:

$$x = 2a \text{ sos } (2\pi\, u/F) * \text{sos } 2\pi\nu t. \qquad (30\text{-}22)$$

Usı eki tolqınnın' amplitudaları ha'r qıylı bolsın ha'm olardı A ha'm V arqalı belgileyik. Bunday jag'dayda to'mendegilerdi alamız:

u ko'sherinin' on' bag'ıtında tarqalatug'ın tolqın ushın:

$$x_1 = A \cos \omega(t - u/s). \qquad (30\text{-}23)$$

Al og'an qarama-qarsı bag'ıtta tarqalatug'ın tolqın ushın:

$$x_2 = V \cos \omega(t + u/s). \qquad (30\text{-}24)$$

Eki tolqınnın' qosılıwınan payda bolg'an tolqın:

$$x = x_1 + x_2. \qquad (30\text{-}25)$$

x_2 tolqının eki juwırıwshı tolqınnın' qosındısı tu'rinde bılay jaza alamız:

$$x_2 = A \cos \omega(t + u/s) + (V\text{-}A) \cos \omega(t + u/s). \qquad (30\text{-}26)$$

Bunday jag'dayda

$$x = x_1 + x_2 = A \cos \omega(t - u/s) + A \cos \omega(t + u/s) + (V\text{-}A) \cos \omega(t + u/s) =$$
$$= 2A \cos (\omega\ u/s) \cos \omega t + (V\text{-}A) \cos \omega(t + u/s). \qquad (30\text{-}27)$$

Na'tiyjede alıng'an tolqın to'mendegidey eki tolqınnın' qosındısınan turadı:

$2A \cos (\omega\ u/s) \cos \omega t$ - *turg'ın tolqın* dep ataladı.

$(V\text{-}A) \cos \omega(t + u/s)$ - *juwırıwshı tolqın* dep ataladı.

V = A bolg'an jag'dayda qosındı tolqın tek turg'ın tolqınnan turadı. Bul sha'rtke ayrıqsha a'hmiyet beriw kerek. Sebebi qosılıwshı tolqınlar amplitaları o'z-ara ten' bolmasa turg'ın tolqın (bir orındag'ı terbelisler) alınbaydı, al bul jag'dayda juwırıwshı tolqıng'a iye bolamız.

Qosılıwshı eki tolqınnın' amplitudaları birdey bolatug'ın jag'daydı qarawdı dawam etemiz. (30-22) degi $\cos 2\pi\nu t$ ko'beytiwshisi ortalıq noqatlarında jiyiligi qarama-qarsı tarqalatug'ın tolqınlardın' jiyiligindey terbelistin' payda bolatug'ınlıg'ın ko'rsetedi. Waqıtqı g'a'rezli emes $2a \cos (2\pi\ u/\lambda)$ ko'beytiwshisi qosındı terbelistin' A amplitudasın ta'ripleydi. Da'lirek aytqanda tek on' shama bolıp qalatug'ın amplituda usı ko'beytiwshinin' absolyut ma'nisine ten':

$$A = |2a \cos (2\pi\ u/\lambda)|. \qquad (30\text{-}28)$$

(30-28) den amplitudanın' ma'nisinin' u koordinatasına g'a'rezli bolatug'ınlıg'ı ko'rinip tur. Bul payda bolg'an terbelisti *turg'ın tolqın* dep ataymız. Turg'ın tolqınnın' amplitudası belgili bir noqatlarda qurawshı terbelisler amplitudalarının' qosındısına ten' boladı. Bunday noqatlar turg'ın tolqınlardın' *shog'ırları* dep ataladı. Basqa noqatlarda qosındı amplituda nolge ten'. Usınday noqatlar turg'ın tolqınlardın' *tu'yinleri* dep ataladı.

Shog'ırlar menen tu'yinler noqatlarının' koordinataların anıqlayıq. (30-28) boyınsha

$$|2a \cos (2\pi\ u/\lambda)| = 1$$

bolatug'ın noqatlarda amplituda maksimal ma'nislerge jetedi. Bul noqatlarda (30-28) boyınsha A = 2a.

Demek shog'ırlardın' geometriyalıq ornı

$$2\pi\ u/\lambda = \pm\ k\pi$$

sha'rti menen anıqlanadı (k = 0, 1, 2, ...). Olay bolsa shog'ırlardın' koordinataları

$$u = \pm\ k\lambda/2 \qquad (30\text{-}30)$$

ge ten' boladı (k = 0, 1, 2, ...).

Eger k nın' qon'sılas eki ma'nisi ushın u tın' (30-30) formula boyınsha anıqlanatug'ın eki ma'nisinin' ayırmasın alsaq, onda qon'ısılas eki shog'ır arasındag'ı qashıqlıq bılay esaplanadı:

$$u_{k+1} - u_k = \lambda/2,$$

yag'nıy qon'ısılas eki shog'ır arası interferentsiya na'tmiyjesinde berilgen turg'ın tolqın payda bolatug'ın tolqınlar uzınlıg'ının' yarımına ten' boladı. Shog'ırlar payda bolatug'ın orınlarda eki tolqınnın' terbelislerinin' bir fazada bolatug'ınlıg'ı so'zsiz.

Tu'yinlerde qosındı terbelistin' amplitudası nolge ten'. Sonlıqtan (30-28)-formula boyınsha tu'yinnin' payda bolıw sha'rti mınaday boladı:

$$\cos (2\pi\ u/\lambda) = 0 \text{ yamasa } 2\pi\ u/\lambda = \pm\ (2k + 1)\ \pi/2.$$

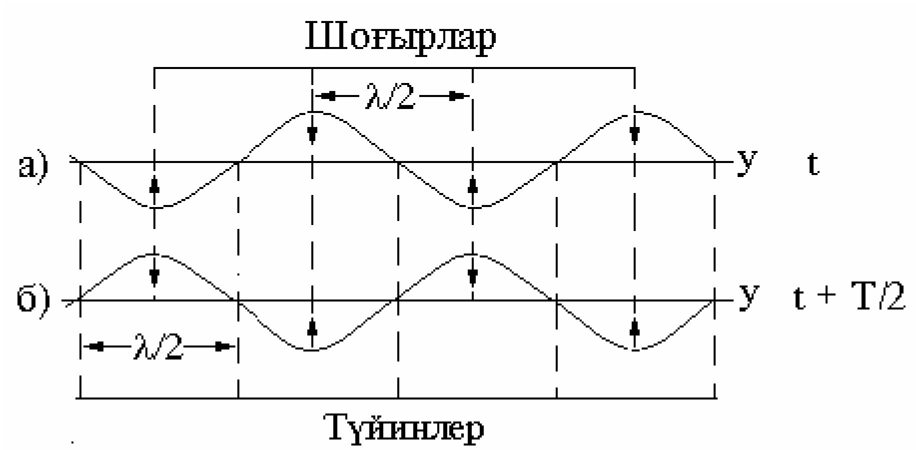
Olay bolsa tu'yinlerdin' koordinataları

$$u = \pm\ (2k + 1)\ \lambda/4$$

shamasına ten' boladı. demek tu'yinnin' en' jaqın jatqan shog'ırdan qashıqlıg'ı mınag'an ten':

$$(2k + 1)\ \lambda/4 - k\ \lambda/2 = \lambda/4,$$

yag'nıy tu'yinler menen shog'ırlar arası tolqın uzınlıg'ının' sheregine ten' bolatug'ınlıg'ın ko'remiz. Eki tolqınlag'ı terbelisler qarama-qarsı fazalarda ushırasatug'ın orınlarda tu'yinler payda boladı.



94-su'wret. Garmonikalıq terbelislerdi qosıw ushın arnalg'an su'wret.

Turg'ın tolqındı kompyuterler ja'rdeminde baqlaw qızıqlı na'tiyjelerdi beredi.

To'mende eki tolqınnın' qosılıwınan payda bolatug'ın juwırıwshı ha'm turg'ın tolqınlardı kompyuter ekranına shıg'arıw ushın tolqin programması keltirilgen:

```
program tolqin;
uses crt, Graph;
const q=1.4; a1=50;  a2=100; nj=0.01;
var
     z, t, gd, gm :   integer;
     x1, x2, x3, x5 :   real;
     color:   word;
begin
    gd:=detect;  initgraph(gd,gm,' ');
    SetLineStyle(0,0,1);
    color:=GetMaxColor;
    SetLineStyle(0,0,1);
     for z:=0 to 300 do begin;
     for t:=0 to 400 do begin;
x1:=a1*cos(2*pi*nj*(t+z));
x2:=a2*cos(2*pi*nj*(t-z));    x3:=x1+x2;
line (10,250,600,250);
putpixel (round(10+t*q),round(250+x1),color);
putpixel (round(10+t*q),round(250+x2),color);
putpixel (round(10+t*q),round(250+x3),1);
circle (round(10+t*q),round(250+x3),2);
end;  clearviewport;  end;   readln;   closegraph;  end.
```

Bul programmada q kompyuter ekranındag'ı masshtabtı beriwshi turaqlı shama, al menen a2 ler eki tolqınnın' amplitudasına ten'. nj arqalı tolqınlar jiyiligi berilgen.

Juwırıwshı tolqın jag'dayında noqatlardın' awıtqıwı u ko'sherine parallel. Juwırıwshı turg'ın tolqın jag'dayında noqatlardın' arası yarım da'wirge ten' eki waqıt momentlerindegi orınları joqarıdag'ı a) ha'm b) su'wretlerde ko'rsetilgen. Terbeliwshi noqatlardın' tezlikleri nolge ten' bolatug'ın tu'yinlerde ortasha tıg'ızlıg'ının' birden tez o'zgeredi - bo'leksheler tu'yinge eki ta'repten de birese jaqınlap, birese onnan qashıqlaytug'ınlıg'ın ko'remiz.

Turg'ın tolqınlar a'dette ilgeri qaray tarqalıwshı ha'm (shag'ılısıp) keri qaytıwshı tolqınlardın' interferentsiyasının' na'tiyjesinde payda boladı. Mısalı jiptin' bir ushın mıqlap baylap qoysaq, sol jip baylang'an jerden shag'ılısqan tolqın ilgeri tarqalıwshı tolqın menen interferentsiyalanadı ha'm turg'ın tolqın payda boladı. Bul jag'dayda qozg'almay qalatug'ın tu'yin noqatlarının' bir birinen qashıqlıqları ilgeri tarqalıwshı tolqın uzınlıg'ının' yarımına ten', al jiptin' bekitilgen jerinde, yag'nıy tolqın shag'ılısatug'ın orında tu'yin payda boladı.