Өзбекистан Республикасы Жоқары ҳәм орта арнаўлы билим министрлиги

Бердақ атындағы Қарақалпақ мәмлекетлик университети

Физика-математика факультети

Физика кафедрасы

Физика-математика факультетиниң физика қәнигелигиниң (Тәлим бағдары: 5440100 – Физика) 1-курс студентлери ушын "Физика 1: Механика" пәни бойынша

ЛЕКЦИЯЛАР ТЕКСТЛЕРИ

Билим тараўы: 100000, Гуманитар бөлими.
Тәлим тараўы: 140000, тәбийий пәнлер.
Тәлим бағдары: 5140200 – физика.

Лекциялар текстлери оқыў программасы ҳәрекеттеги оқыў режеси ҳәм оқыў программасы тийкарында дүзилди.

Дүзиўшилер:
Б.Абдикамалов, физика кафедрасының профессоры,
Р.М.Хожаназарова, физика кафедрасының ассистенти.

Пикир билдириўшилер:
Б.Ибрагимов, Әжинияз атындағы Нөкис мәмлекетлик педагогикалық институтының физика кафедрасы баслығы, физика-математика илимлериниң кандидаты.
М.Тагаев, Берлдақ атындағы Қарақалпақ мәмлекетлик университетиниң илимий ислер бойынша проректоры, техника илимлериниң докторы, профессор.

Нөкис – 2016

Пәнниң лекцияларының текстлери Қарақалпақ мәмлекетлик университетиниң илимий-методикалық кеңесиниң 2016-жыл 23-июнь күнги мәжилисинде қарап шығылды ҳәм мақулланды. Протокол номери 7.

Пәнниң лекцияларының текстлери физика-математика факультетиниң илимий кеңесиниң 2016-жыл 22-июнь күнги мәжилисинде талқыланды ҳәм мақулланды. Протокол саны 11.

Пәнниң лекцияларының текстлери физика кафедрасының 2016-жыл 15-июнь күнги мәжилисинде талқыланды ҳәм мақулланды. Протокол саны 21.

Аннотация

Механика пәниниң лекциялар текстлери тийкарынан классикалық механиканың нызамларын өз ишине алады. Кинематика менен динамиканың физикалық тийкарлары терең түрде баянланған. Лекциялардың саны 26.

Лекциялар текстлеринде материаллық ноқатлардың, қатты денелердиң, суйықлықлардың, газлердиң қозғалысларының нызамлары үлкен орын алған. Соның менен бирге механиканың әҳмийетли бөлимлери болған акустика, релятивистлик қозғалыс теңлемелери ҳаққында да арнаўлы лекция киргизилген.

Лекция текстлерин дүзиўде раўажланған еллердеги жоқары оқыў орынларында кең түрде пайдаланылатуғын инглиз тилиндеги оқыў әдебиятлары кең түрде пайдаланылған.

Мазмуны

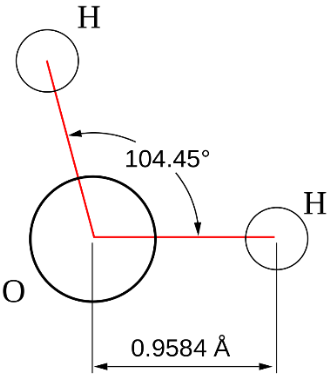
Механика пәни бойынша лекциялар текстлери

1-санлы лекция. Кирисиў. Механика пәни. Пәнди үйрениўдеги машқалалар, методикалық көрсетпелер. Механиканың физиканың бөлимлери ҳәм басқа тәбийий пәнлерди үйрениўде тутқан орны

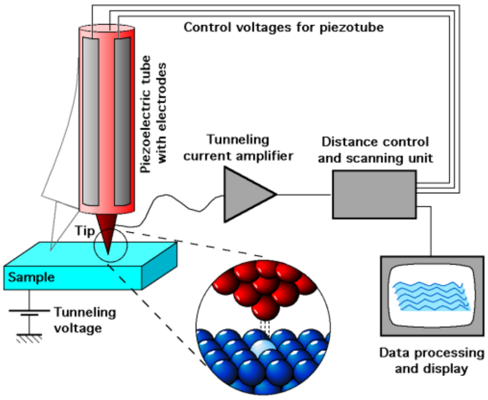
Физика илиминиң қандай илим екенлигине жуўап бериў ушын биз **"Физикалық энциклопедиялық сөзлик"** ти ашамыз ҳәм **"Физика"** деп аталатуғын мақаланы оқыймыз. Бул жерде былай жазылған **"Физика тәбият қубылысларының ең әпиўайы болған, соның менен бирге ең улыўмалық нызамларын, материяның қәсийетлери менен қурылысын, оның қозғалыс нызамларын үйренетуғын илим. Физиканың түсиниклери менен нызамлары барлық тәбияттаныўдың тийкарында жатады. Физика дәл илимлерге жатады ҳәм қубылыслардың санлық нызамлықларын үйренеди"**.

Физика бизди қоршап турған дүньяны түсиниў ҳәм тәрийиплеўге умтылыўлардың салдарынан пайда болды. Ал бизиң дүньямыз болса оғада қурамалы ҳәм қызықлы: Қуяш ҳәм Ай, күндиз ҳам түн, бултлар, теңизлер, тереклердиң шаўқымлары, самал, таўлар, жер силкиниўлери, жамғыр, ҳайўанлар ҳәм өсимликлер дүньясы, океанлардағы тасыўлар менен қайтыўлар, ең ақырында адам. Адамлар усы дүньяның бир бөлеги ретинде усы дүньяның қандай дүзилиске ҳәм қәсийетлерге ийе екенлигин билиўге умтылады. Бул мүмкин бе? Бул сораўға мүмкин деп жуўап бериўдиң дурыс екенлигин биз билемиз. Биз күнделикли тәжирийбелерден дүньяның билиўге болатуғынлығын, бизиң әтирапымызда болып атырған көп түрли қубылыслардың тийкарында жататуғын физикалық нызамлар ҳаққында көп нәрсениң белгили екенлигин билемиз.

Ал биз не билемиз? Биз бизди қоршап турған денелердиң барлығының да **атомлардан** туратуғынлығын билемиз. Атомлар дүньяның дүзилисиндеги гербишлер болып табылады. Олар үзликсиз қозғалыста болады, үлкен қашықлықларда бир бири менен тартысады, ал оларды жақынлатсақ бир бири менен ийтериседи. Атомның өлшеми шама менен 10^{-8} см ≈ 1 Å (ангстрем, егер алманы Жердиң үлкенлигиндей етип үлкейтсек, усы алманың атомларының өзлериниң үлкенлиги алмадай болады). Суў молекуласы H_2O водородтың еки атомынан ҳәм кислородты бир атомынан турады.



Суў молекуласы



Туннеллик микроскоп. Туннеллик тоқтың шамасы ийнениң ушы менен бет арасындағы қашықлыққа байланыслы.

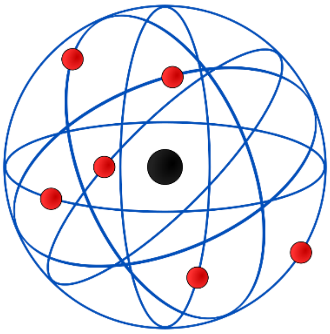
Атомларды көре аламыз ба? Туннеллик микроскоп деп аталыўшы микроскоптың жәрдеминде 1981-жыллардан баслап көре алатуғын болдық.

Дүньяның атомлардан туратуғынлығын билиўден қандай пайда аламыз? Мысалы қатты, суйық, газ тәризли затлардың не себепли бар екенлигин, сестиң кандай тезлик пенен тарқалатуғынлығын, самолеттың неликтен уша алатуғынлығын, температураның не екенлигин ҳәм басқаларды биле аламыз ба?

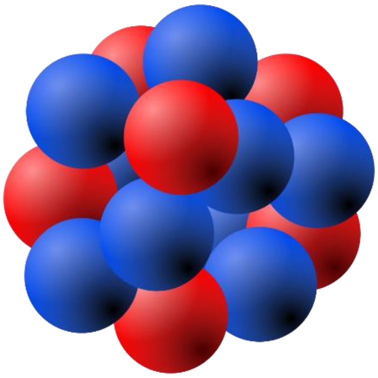
Ал атомлардың өзлери нелерден турады? Бизлер атомлардың оң зарядланған ядродан ҳәм оның дөгерегинде қозғалып жүретуғын терис зарядланған электронлардан туратуғынлығын билемиз. Электронның өлшемлери ҳәзирги ўақытларға шекем өлшенген жоқ. Тек ғана оның 10^{-16} см ден киши екенлиги белгили. Ядроның өлшемлери оған салыстырғанда әдеўир үлкен – шама менен 10^{-12} – 10^{-13} см. Өз гезегинде ядролар протонлар менен нейтронлардан турады. Атомның массасының дерлик барлығы ядрода топланған. Электрон болса протон ямаса нейтроннан дерлик 2000 есе жеңил:

$$m_e=9,10938188(72)\cdot 10^{-25}\ g.$$
$$m_p=1,67262158(13)\cdot 10^{-24}\ g.$$
$$m_n=1,67492716(13)\cdot 10^{-24}\ g.$$

Бул аңлатпалардан нейтронның массасының протонның массасынан үлкен екенлиги көринип тур. Усыған байланыслы нейтрон өзинен өзи протонға, электронға ҳәм антинейтриноға ыдырайды (бул ҳаққында төменде гәп етиледи).



Атомның қурылысының модели. Орайында ядро, ал оның әтирапында электронлар айланып жүреди.



Ядроның қурылысы (модель). Көк реңли шарларды протонлар деп есапласақ, қызыл реңли шарлар нейтронлар болып табылады.

Протонлар менен нейтронлардың өзлери нелерден турады деп сораў бериў мүмкин. Жуўап белгили. Олар кварклерден турады. Ал электрон ше? Электрон болса өзинен басқа ҳеш нәрседен турмайды. Усындай көз-қараслар бойынша электрон ҳақыйқый элементар бөлекше болып есапланады.

Биз усы жерде ҳәзирше неден турады деп сораў бериўди тоқтатамыз. Себеби усындай сораўлар бериў арқалы адамзат билетуғын шеклерге тез жетемиз ҳәм буннан кейин "билмеймен, билмеймиз" деп жуўап бериўге туўры келеди. Сонлықтан атомларға қайта келемиз.

Атом дегенимиз бослық болып табылады. Егер атом ядросын алманың үлкенлигиндей етип үлкейтсек, онда ядро менен оған жақын электрон арасындағы қашықлық 1 км дей болады. Егер ядро менен электронлар зарядланбаған болғанда атомлар бир бири арқалы бири бирине ҳеш қандай кесентсиз арқайын өте алған болар еди.

Жоқарыда айтылғанлардың барлығы қай жерде (қай орында) жайласқан? Әлбетте бизиң Әлемимизде. Тәбияттыың барлық қубылыслары жүзеге келетуғын "Үлкен қутыны" **Әлем** деп атаймыз. Әлемниң биз бақлай алатуғын бөлиминиң өлшемлери 10^{28} sm ≈ 10^{10} жақтылық жылы (жақтылықтың 1 жыл даўамында өткен жолының узынлығын жақтылық жылы деп атайды). Салыстырыў ушын мынадай шамаларды келтиремиз: Қуяш пенен Жер арасындағы қашықлық $1{,}5\cdot10^{13}$ sm ямаса 150 млн. км, Жердиң радиусы болса $6{,}4\cdot10^{8}$ sm (6400 km). Әлемниң бизге бақланыўы мүмкин болған бөлиминдеги протонлар менен нейтронлардың улыўмалық саны шама менен 10^{78}-10^{82} аралығында. Қуяштың қурамында ≈ 10^{57}, ал Жердиң қурамында ≈ $4\cdot10^{51}$ протон менен нейтрон бар. Әлемнин бақланыўы мүмкин болған бөлиминдеги Қуяштың массасындай массаға ийе жулдызлардың саны шама менен 10^{234} ке тең. Ең жеңил жулдызлардың массасы Қуяштың массасының 0,01 бөлегин қурайды, ал массасы үлкен жулдызлардың массасы Қуяштың массасынан жүзлеген есе улкен.

Ҳәмме нәрселер де, соның ишин де бизлер де атомлардан турамыз. Тиришилик Әлемдеги ең қурамалы қубылыс болып табылады. Адам ең бир курамалы тиришилик ийеси болып, ол шама менен 10^{16} клеткадан турады. Ал клетка болса 10^{12}-10^{14} атомнан турып, элементар физиологиялық қутыша болып табылады. Қәлеген тири организмниң клеткасына кеминде бир дана ДНК ның (дезоксирибонуклеин кислотасының) узын молекулалық сабағы киреди. ДНК молекуласында 10^{8}-10^{10} атом болады. Бул атомлардың бир бирине салыстырғандағы дәл жайласыўы индивидуумнан индивидуумга өткенде өзгереди. ДНК молекуласын генетикалық информацияларды алып жүриўши деп атаўға болады.

Тәсирлесиў түсинигин атом түсинигинен айырыўға болмайды. Қатты денелердеги атомлар бир бири менен қалай байланысқан, не себепли Жер Қуяшты таслап кетпей, оның дөгерегинде айланып жүреди (басқа сөз бенен айтқанда неликтен алма үзилип Жерге түседи). Ядродағы оң зарядланған протонлар бир бири менен ийтерисетуғын болса да нениң тәсиринде тарқалып кетпейди? Оларди бир жерде (ядрода) қандай күш услап турады?

Усы ўақытлаға шекем тәбиятта тәсирлесиўдиң төрт тийкарғы түри табылған: **гравитациялық, электромагнитлик, кушли** ҳәм **әззи**.

Биринши тәсирлесиў зарядланған бөлекшелер арасындағы тәсирлесиўди тәмийинлейди. Егер сиз бармағыныз бенен столды басатуғын болсаңыз, сиз электромагнитлик тәбиятқа ийе болған тәсирлесиўди сезесиз. Бундай тәсирлесиўде тартысыў менен ийтерисиў орын алады.

Гравитациялық тәсирлесиў тийкарынан пүткил дүньялық тартысыў нызамы түринде көринип, барлық ўақытта да тартысыўды тәмийиндейли (гавитациялық ийтерисиў ҳәзирше бақланған жоқ). Алманың үзилип Жерге түсиўи буған дәлил бола алады. Жер менен Қуяш арасындағы тартысыў Жерди Қуяш әтирапындағы орбита бойынша айланып жүриўге мәжбүрлейди. Салмақ қуши де жулдызлардың жаныўына алып келетуғын күш болып табылады. Бул тартылыс күши атом ядроларының бир бирине жақынлаўы ушын зәрүрли болған кинетикалық энергияны береди. Ал усы кинетикалық энергияның есабынан термоядролық синтез реакциясы басланады. Ал термоядролық синтез реакциясы болса Әлемдеги жулдызлардың көпшилигиниң энергияларының дереги болып табылады.

Тек қысқа аралықларда ғана тәсирлесиўди болдырыўы күшли тәсирлесиўдиң басқа тәсирлесиўлерден парықы болып табылады. Оның тәсир етиў радиусы шама менен 10^{12}-10^{13} см ке тең (яғный атом ядроларының өлшемлериндей аралықлар). Бул протонлар менен нейтронлар (оларды улыўма түрде нуклонлар деп атайды) арасындағы тәсирлесиў барлық ўақытта да тартысыў характерине ийе болады.

Ең ақырғы тәсирлесиў әззи тәсирлесиў болып табылады. Әззи тәсирлесиў арқалы бақланыўы дым қыйын болған (басқа сөз бенен айтқанда туттырмайтуғын) нейтрино затлар менен тәсирлеседи. Бул бөлекше космос кеңлигинде қозғалысы барысында Жер менен соқлығысқанда Жерди сезбейди ҳәм Жер арқалы өтип кете береди. Әззи тәсирлесиў көринетуғын процесстиң мысалы ретинде нейтронның β-ыдыраўын атап өтиўге болады. Әззи байланысты есапқа алғанда нейтрон турақлы бөлекше емес, ал шама менен 15 минут өткеннен кейин протон, электрон ҳәм антинейтриноға ыдырайды:

$$n \rightarrow p + e + \tilde{\nu}_e.$$

Соңғы ўақытлары (20-әсирдиң 60-80 жыллары) теоретиклердиң тырысыўлары менен электромагнит ҳәм әззи тәсирлесиўлерди бириктириў сәти түсти. Бул тийкарғы тәсирлесиўлердиң санын үшке кемейтеди. Бул тәсирлесиўлердиң салыстырмалы күши төмендегидей: егер ядродағы нуклонлар (протонлар менен нейтронлар) арасындағы салыстырмалы тәсирлесиўди бирге тең деп алсақ, онда келеси күшке электромагнит тәсирлесиў ийе болып, ол 10^{-2} ге тең, буннан кейин әззи байланыс жүреди (10^{-5}). Усындай мәнисте гравитациялық тәсирлесиў ең әззи байланыс болып табылады ҳәм оның салыстырмалық мәниси шама менен 10^{-40} қа ийе.

Күшли тәсирлесиўдиң тәбияты усы ўықытларға шекем толық түсиникли емес болып қалмақта. Дурысырағы оның теориясы усы ўақытларға шекем Дүзилисған. Бирақ усыған қарамастан адамзат атом бомбасын соғып ядролық күшлерди пайдаланыўды үйренди. Атом бомбасын ядро бомбасы деп атасақ дурыс болған болар еди. Себеби сол бомбаның партланыўы ядрода болатуғын процесслер – ядролардың бөлиниўи ҳәм биригиўи менен байланыслы. Ал тәбият болса бул күшлерди пайдаланыўды әлле қашан-ақ үйренген. Қуяштағы термоядролық реакциялар Жердеги жыллылықтың дереги болып табылады.

Ҳәзирги заман физикасына киргизилген әҳмийетли түсиниклердиң бири **майдан** түсиниги болып табылады. Ҳеш қандай бөлекшелерге ийе емес, сонлықтан бос деп есапланатуғын кеңисликлер шын мәнисинде "бос" болып табылмайды. Мысалы бөлекшелерден бос кеңисликте ҳәр қыйлы майданлардың болыўы мүмкин. Усының мысалы электромагнитлик майдан болып табылады. Бул майданлар өзлерин пайда еткен бөлекшелерден ғәрезсиз өзинше жасай алады. Ҳәзир жақсы белгили болған электромагнит толқынлары майданның жасаўының формасы болып табылады. Бул электромагнит толқынлары бизиң турмысымызға тереңнен енди. Усының салдарынан радио менен телевидение бизге автомобиль сыяқлы тәбийий болып көринеди.

Гравитациялық толқынлар экспериментте еле табылған жоқ. Бирақ Эйнштейнниң улыўмалық салыстырмалық теориясына (Эйнштейнниң гравитация теориясына) муўапық бундай толқынлар тәбиятта болады. Шамасы, көп узамай гравитациялық толқынлар экспериментте сөзсиз табылады.

Жерге қайтып келемиз. Жердеги оғада көп болған қубылысларды қандай тәсирлесиў анықлайды деген сораўға итибар берейик. Гравитациялық тәсирлесиў ең әззи тәсирлесиў болып табылады, бирақ бул тәсирлесиў бизиң Жер бетинен космос кеңислигине ушып кетпеўимизди тәмийинлейди. Бундай мәнисте гравитациялық тәсирлесиў Жердиң бетинде бизди, суўды, ҳаўаны услап турады. Жердеги ядролық тәсирлесиў оғада күшли. Егер ондай болмағанда усы тәсирлесиў менен байланыслы болған оғада үлкен гигант энергия барлық тиришиликти жоқ қылып жиберген болар еди.

Солай етип Жерде болып атырған дерлик барлық процесслерди қозғалысқа келтиретуғын тийкарғы күш электромагнит тәсирлесиўи ҳәм усы тәсирлесиўдиң салдарынан жүзеге келген қубылыслар болып табылады. Бул күшлерди билиў химиялық реакцияларды, биологиялық процеслерди (демек тиришиликти де), ҳаўа менен суўдың қозғалысын, ҳәтте жер силкиниўди де түсиниўдиң тийкары болып табылады. Усы айтылғанлар ишиндеги кейинги үшеўиниң жүзеге келиўинде гравитациялық күшлер әҳмийетли орынды ийелейди (мысалы ҳаўаның атмосферадағы конвективлик ағысларын пайда етиўде). Ал усы айтылғанлардың барлығы да атом сыяқлы киши бөлекшелерде ямаса системаларда әҳмийетке ийе болмай қалады. Бул жерде электромагнитлик тәсирлесиў тийкарғы орынды ийелейди.

Электронлар менен ядро тартысатуғын болса да нелердиң себебинен сол электронлар ядроға қулап түспейди деп сораў бериледи. Рәсинда да атомның өлшемин (шама менен 1 ангстремге тең) не анықлайды? Усының себебин Қуяштың дөгерегиндеги Жердиң айланып жүриўи менен бирдей деп ойлаў мүмкин. Жер айланады ҳәм Қуяшқа қулап түспейди. Бирақ бул жерде бир әҳмийетли проблема тур. Проблема соннан ибарат, тезлениў менен қозғалыўшы зарядланған бөлекше өзинен электромагнит толқыны түринде энергияны нурландырыўы керек. Радио еситтириўлерди, телевизиялық көрсетиўлерди тарқатыўшы антенналар тап усындай етип соғылған. Бул антенналар арқалы өзгермели тоқ өткереди ҳәм сонлықтан олар электромагнит тоқынларын нурландырады. Бул нурларды болса бизлер телевизорларымыз ямаса радиоқабыллағышларымыздың жәрдеминде тутамыз. Бул тоқынлар өзлери менен энергия алып кетеди. Усының салдарынан электронның ақыр-аяғында ядроға қулап түсиўи керек. Бирақ бундай қубылыс бақланбайды. Атом салыстырмалы түрде турақлы. Буның дәлили бизиң дүньяда бар екенлигимиз. Ал атомның стабиллигиниң себеби неде? Себеп соннан ибарат, электронлардың ядро дөгерегиндеги қозғалысларын басқаратуғын нызамлар Жердиң Қуяш дөгерегинде айланыўын басқаратуғын нызамлар емес. Атомларда квантлық механиканың нызамлары ҳүкимлик қылады.

Квантлық механика ямаса **квантлық физика** XX әсирдиң ең уллы илимий жетискенликлериниң бири болып табылады. Бул илим микродүньядағы бөлекшелердиң (яғный электрон, атом усаған киши массаға ийе бөлекшелердиң кеңисликтиң киши участкаларындағы қозғалысы) қозғалыс нызамларын тәрийиплейди. Квантлық механика өз ишине дара жағдайы сыпатында классикалық механиканы да алатуғын улыўмалық илим болып табылады. Ал квантлық механиканың тийкарғы тастыйықлаўы неге алып келинеди деген сораўдың берилиўи мүмкин. Бул сораў мына жағдайға алып келинеди: бөлекшелер бир ўақытта координата менен импульстиң анық мәнислерине ийе бола алмайды. Яғный квантлық механикада бөлекшениң траекториясы түсиниги болмайды. Егер бөлекшениң координатасындағы анықсызлық Δx, ал оның импульсының анықсызлығы Δp болса, онда бул шамалар квантлық механикада

$$\Delta \mathrm{x} \cdot \Delta p \geq ħ/2$$

теңсизлиги менен шекленген (бул 1927-жылы В.Гейзенберг тәрепинен ашылған). ħ арқалы Планк турақлысы белгиленген.

$$ħ=1{,}054571596(82)\cdot 10^{-27}\,\mathrm{erg\cdot s}.$$

Анықсызлық қатнасы (анықсызлық қатнаслары) деп аталатуғын бул қатнас бизге былай дейди: егер электрон ядроға қулап түссе (ядро жүдә киши болғанлықтан) биз оның координатасын билген болар едик ҳәм $\Delta \mathrm{x} = 0$, ал бундай жағдайда импульстиң анықсызлығы Δp шексиз үлкен болған (∞) ҳәм сонлықтан электрон бул жағдайда тартылыс күшлерин жеңип ядродан ушып кеткен болар еди. Ал электронды локализациялаўдың (яғный электронды бир орынға жайластырыў ҳаққында айтылмақта) мүмкиншилигиниң жоқлығы ақырғы есапта электронның ҳақыйқатында бөлекше емес, ал толқын екенлиги менен байланыслы (бәри бир электронды бөлекше деп есаплаған қолайлы, бирақ бул бөлекше өзин толқынға уқсас етип көрсететуғындай айрықша қәсийетлерге ийе). Бул толқынды де Бройль толқыны деп атайды ҳәм оның толқын узынлығы

$$\lambda = \frac{ħ}{p}$$

шамасына тең. Бул формулада p арқалы электронның импульси белгиленген. Ал толқынды болса кеңисликте толқын узынлығынан киши өлшемлерге шекем локализациялаўға болмайды.

Енди атомның өлшемлерин баҳалайық. Буның ушын $\Delta r \cdot \Delta p \approx ħ$ анықсызлық принципинен пайдаланамыз ($ħ/2$ қатнасының орнына тек ħ шамасын аламыз). Бул аңлатпада Δr арқалы электронның координатасының анықсызлғы белгиленген, ал Δp оның импульсының анықсызлығы. Шамасының үлкенлиги бойынша $\Delta r \approx r$ ҳәм $\Delta p \approx p$. Бул аңлатпалардағы r ядродан электронға шекемги характерли қашықлық (яғный атомның үлкенлиги), ал p болса электронның импульсиниң характерли мәниси. Кулон майданындағы қозғалыста потенциал энергияның шамасы кинетикалық энергияның шамасына барабар болады. Сонлықтан p ҳәм r ди анықлаў ушын еки қатнасқа ийе боламыз:

$$\begin{cases} \dfrac{e^2}{r} \approx \dfrac{p^2}{2m} \\ r \cdot p \approx ħ. \end{cases}$$

Биринши аңлатпадан $p = \sqrt{2me^2/r}$ екенлигине ийе боламыз. Бул шаманы екинши теңлемеге қойып мынаны аламыз:

$$r = \frac{ħ^2}{2m^2}.$$

Жуўық түрде $\mathrm{m} \approx 10^{-27}$ г ҳәм $\mathrm{e} \approx 5\cdot 10^{-10}$ СГСЕ. Бул шамаларды алынған аңлатпаларға қойсақ

$$r \approx \frac{10^{54}}{10^{-27} \cdot 25 \cdot 10^{-20}} sm = \frac{10^{-7}}{25} sm = 0{,}4\ angstrem$$

шамасын аламыз. Солай етип анықсызлық принципиниң арқасында атомның турақлы екенлигине ийе боламыз.

Квантлық механика химиялық ҳәм биологиялық процеслерди түсиниў ушын зәрүрли. Демек кантлық механика бизиң дүзилисимизди түсиниў ушын зәрүрли деген сөз. Бирақ бул механиканы үйрениў салыстырмалы қурамалы болғанлықтан әпиўайы болған классикалық механиканы үйрениўден баслаў керек. Ал биз бул курста болса сол классикалық механиканы үйренемиз.

Механика денелердиң қозғалысы менен тең салмақлығы ҳаққындағы илим болып табылады.

Улыўма физика курсының "Механика" бөлими бойынша лекциялар Өзбекстан Республикасы университетлериниң физика қәнигелиги студентлери ушын дүзилген оқыў бағдарламасы тийкарында дүзилди. Курсты үйрениў барысында студентлер ноқат кинематикасынан баслап материаллық ноқатлар системасы кинематикасы, динамиканың барлық тийкарғы нызамлары ҳәм дәстүрге айланған жоқары оқыў орынлары механикасы материаллары менен танысады.

Курсты өтиў барысында салыстырмалық принципи менен релятивистлик (жақтылықтың вакуумдеги тезлигиндей тезликлерге салыстырарлықтай үлкен тезликлердеги) механикаға әдеўир итибар берилген. Студентлер Лоренц түрлендириўлери ҳәм оннан келип шығатуғын нәтийжелер, релятивистлик қозғалыс теңлемеси, жоқары тезликлер ушын сақланыў нызамларын толығырақ үйренеди.

Лекциялар текстлеринде зәрүрли болған формулалар тийкарынан SI ҳәм SGS системаларында жазылған.

Математикалық аңлатпаларды жазыў китапларда қолланылатуғын шрифтларда әмелге асырылған. Векторлар жуўан ҳәриплерде жазылған. Мысалы **v** тезлик векторына сәйкес келетуғын болса, v сол вектордың сан мәнисин береди.

Бөлшек белгиси ретинде көбирек / белгиси қолланылған. Бирақ тийисли орынларда $\frac{1}{\mu}$ ямаса $\frac{1}{2}$ түрдеги жазыўлар да пайдаланылады. Сол сыяқлы туўындыларды белгилеў ушын да еки түрли жазыў усылы келтирилген. Мысалы d/dt ямаса $\frac{d}{dt}$ (дара туўындылар жағдайында $\frac{\partial}{\partial t}$) белгилери. Бул жазыўлардың барлығы да лекция текстлерин оқыўды жеңиллестириў ушын пайдаланылған.

Оқыў-методикалық комплексти дүзиўде тарийхый әдебият кең түрде пайдаланылды. Мәселен Ньютон нызамлары баян етилгенде оның 1686-жылы биринши рет жарық көрген "Натурал философияның математикалық басламасы" ("Натурал философия басламасы" деп те аталады) китабынан алынған мағлыўматлар пайдаланылады. Соның менен бирге лекция курсы 19-әсирдиң ақырында жазылған Петроград университети профессоры О.Д.Хвальсонның "Физика курсы" китабынан мағлыўматлар келтирилген. Бул мағлыўматлар физика илимине болған көз-қараслардың қандай өзгерислерге ушырағанлығын айқын сәўлелендиреди.

Физиканың мәселелери. Күнделикли турмыста ҳәм әмелий хызмет етиў барысында ҳәр қыйлы физикалық объектлер, қубылыслар, ситуациялар ҳәм олар арасындағы байланыслар менен ушырасыўының нәтийжесинде адам өз санасында усы объектлердиң, қубылыслардың, ситуациялардың, олар арасындағы байланыслардың образларынан туратуғын модель пайда етеди. Физикалық ҳақыйқатлықтың моделлери адам санасында сананың өзиниң қәлиплесиўи менен биргеликте қәлиплести. Сонлықтан усы моделлердиң базы бир элементлери (мысалы кеңислик ҳәм ўақыт түсиниклери) бизиң санамызда тереңнен орын алған ҳәм гейпара философлар оларды сананың формалары деп есаплады (ал шын мәнисинде санадағы сыртқы дүнья элементлериниң сәўлелениўи болып табылады). Физиканы илим сыпатында үйрениўде оның дүзилислериниң моделлик характерге ийе екенлигин умытпаў керек. **Физиканың алдында дүньяның қәсийетлерин ең толық сәўлелендиретуғын физикалық дүньяның картинасын дүзиў мәселеси тур.**

Абстракциялар ҳәм физикалық моделлердиң шекленгенлиги. Реал (ҳақыйқый) физикалық дүньяда қубылыслар менен предметлер арасындағы байланыслар оғада көп. Бул байланыслардың барлығын практикалық жақтан да, теориялық жақтан да толық қамтыў мүмкин емес. Сонлықтан **моделлер дүзилгенде берилген (қарап атырылған) қубылыслар ушын тек ең әҳмийетли қәсийетлер ҳәм байланыслар итибарға** алынады. Усындай шекленгенликтиң нәтийжесинде ғана моделдиң дүзилиўи мүмкин. Қарап атырылған қубылыс ушын әҳмийети кем болған тәреплерди алып таслаў физикалық изертлеўдиң әҳмийетли элементлериниң бири болып есапланады. Мысалы Қуяш дөгерегиндеги планеталардың қозғалыс нызамларын изертлегенде Қуяш нурларының басымы менен Қуяш самалының планеталардың қозғалысына тәсири есапқа алынбайды. Ал кометалардың қуйрықларының пайда болыўы менен формасын изертлегенде Қуяш нурларының басымы менен Қуяш самалы әҳмийетли анықлаўшы орынды ийелейди. Изертлеў барысында әҳмийети оғада төмен болған қубылысларды есапқа алыўдың нәтийжесинде көплеген илимпазлардың нәтийжеге ерисе алмағанлығы кеңнен мәлим.

Тек әҳмийетли болған факторларды есапқа алыў абстракциялаўға мүмкиншилик береди. Бул жағдайда қабыл етилген абстракция рамкаларында (шеклеринде) моделлер дүзиледи.

Қоланылатуғын моделлер тек жуўық түрде алынған моделлер болып табылады. Бул моделлердиң дурыслығына пайдаланып атырған абстракция шеклеринде кепиллик бериў мүмкин. Бул шеклерден тыста қабыл алынған модель қолланыўға жарамсыз ҳәтте ақылға муўапық келмейтуғын болып та қалады.

Сонлықтан физикалық изертлеўде қолланылып атырған моделдиң ҳәр бир этапта жарамлы екенлигин түсиниў үлкен әҳмийетке ийе. **Бул жерде бир физикалық объекттиң ҳәр қыйлы ситуацияларда ҳәр қыйлы модель менен берилиўиниң мүмкин екенлигин атап айтамыз**. Мысалы Жердиң Қуяш дөгерегинде қозғалысын изертлегенде Жерди массасы Жердиң массасындай, оның орайында жайласқан материаллық ноқат түринде қараў мүмкин. Егер Жердиң дөгерегинде қозғалыўшы Жердиң жасалма жолдасларының қозғалысын изертлегенде Жер менен жасалма жолдас арасындағы қашықлық үлкен болғанда Жерди материаллық ноқат деп жуўық түрде қараса болады. Бирақ жасалма жолдаслардың қозғалысын дәл изертлеў ушын Жерди материаллық ноқат деп қарай алмаймыз. Себеби Жер дәл шар тәризли емес ҳәм оның массасы көлеми бойынша бирдей болып бөлистирилген емес. Нәтийжеде Жер тәрепинен жасалма жолдасқа тәсир ететуғын тартыў күши материаллық ноқаттың тартыў күшиндей болмайды.

Физиканың методлары (усыллары). Физика илими алдында турған мәселе бизиң санамызда сыртқы дүньяның қурылысы менен қәсийетлерин сәўлелендиретуғын моделин дүзиўден ибарат болғанлықтан, бул мәселе дүньяны билиў ҳәм түрлендириў барысындағы адамлардың әмелий хызметлери процессинде шешилиўи керек. Адам дүньяға шыққанда сыртқы дүньяның моделлериниң элементлери ҳаққында ҳеш нәрсе билмейтуғын болып туўылады. Дүньяның моделлери адамзат тәрепинен тарийхтың раўажланыў барысында қәлиплестириледи. Жеке адам болса дүньяның моделлерин оқыў ҳәм хызмет етиў барысында өзиниң санасының элементлерине айландырады.

Илимий изертлеўлер дүньяның физикалық моделин турақлы түрде кеңейтип ҳәм тереңлестирип барады. Бул тек ғана эксперимент ҳәм бақлаўлардың нәтийжесинде әмелге асырылады. **Сонлықтан физика эксперименталлық илим болып табылады**. Оның моделлери бақлаўлар ҳәм экспериментлерде анықланған қәсийетлерин дурыс сәўлелендириўи керек. Соның менен бирге физиканың моделлериниң қолланылыў шегаралары экспериментлердиң жәрдеминде анықланады.

Солай етип физиканың эсперименталлық методы төмендегилерден турады: Экспериментлер менен бақлаўлар нәтийжелери бойынша модель дүзиледи. Бул модель шеклеринде (рамкаларында) эксперимент пенен басқлаўларда тексерилип көрилетуғын болжаўлар айтылады. Усының нәтийжесинде моделдиң дурыслығы тексериледи ҳәм гезектеги жаңа болжаўлар айтылады, олар да өз гезегинде тексериледи ҳ.т.б.

Физика илиминде үлкен прогресс төмендегидей еки жағдайда жүз береди:

Биринширден қабыл етилген модель тийкарында жүргизилген болжаўлар экспериментте тастыйықланбай қалса.

Екиншиден модели еле дүзилмеген жаңа физикалық қубылыслар ашылса.

Биринши жағдайда моделди дурыслаў ямаса оны пүткиллей басқа модель менен алмастырыў керек. Егер моделдиң алмастырылыўы тийкарғы жағдайлардың дурыслығын қайтадан қарап шығыўды талап ететуғын болса физикада революциялық өзгерислер болды деп айтылады. Ал екинши жағдайда физиканың жаңа тараўы пайда болады.

Биринши жағдай бойынша мысал ретинде кеңислик ҳәм ўақыт ҳаққындағы Ньютон моделин қайтадан қарап шығыўдың зәрүрлигиниң пайда болыўының нәтийжесинде салыстырмалық теориясының пайда болыўын келтириўге болады. Ал екинши жағдай мысалда физиканың пүткиллей жаңа бөлими (тараўы) болған квантлық механиканың пайда болыўын атап өтемиз. Еки жағдайда да гәп дәслепки моделлерди бийкарлаў ҳаққында емес, ал олардың қолланылыўының шекли екенлиги ҳаққында болып атыр.

Салыстырыў ҳәм айырыў. Адамзат билиўиндеги ең биринши қәдем дүньядағы ҳәр қандай объектлер арасындағы бир биринен өзгешеликти көре билиў ҳәм табыў болып табылады. Усының нәтийжесинде үйренилип атырған объектлер танылады. Бирақ объектлерди салыстырыў ушын олар арасында қандай да бир улыўмалық бар болғанда ғана әмелге асырыў мүмкин. Сонлықтан ҳәр қандай өзгешеликлер арасында да белгили бир улыўмалықтың табылыўы керек. **Демек улыўмалық ҳәм өзгешелик арасында мәлим дәрежеде бирлик болыўы шәрт**. Мысал ретинде қаўын менен алманы алайық. Олар өзлериниң реңи, ийиси, үлкенлиги ҳәм басқа да қәсийетлери бойынша ҳәр қандай объектлер болып табылады. Қаўын менен алманы салыстырыў олар арасындағы улыўмалық бойынша жүргизилиўи мүмкин. Ондай улыўмалық, мысалы олар ийелеп турған көлемди салыстырыў арқалы жүргизиледи. Нәтийжеде "қаўын алмадан үлкен" деген жуўмаққа келемиз. Ал реңи менен оларды салыстырыў қыйын. Соның менен бирге ийиси менен де қаўын менен шийени салыстырыў мүмкиншилиги жоқ. Сонлықтан да биз қаўын менен шийе арасында тек ғана усы **еки объект ушын да улыўма болған қәсийет ямаса көрсеткиш арқалы салыстырыў жүргизиў мүмкин**.

Салыстырыў ҳәм өлшеў. "Қаўын алмадан үлкен" деген жуўмақ ҳәр биримиз ушын жеткиликли дәрежеде түсиникли. Бундай салыстырыў тек ғана сапалық жақтан салыстырыў ушын қолланылады ҳәм аз мағлыўматқа ийе. Мәселен биз қарап атырған қаўынның басқа бир алмадан үлкен екенлигин де көриў мүмкин. Бирақ ҳеш ўақытта да қаўын бес алмадан үлкен деген жуўмақ шығара алмаймыз. Сонлықтан қаўын менен алмалар арасындағы салыстырыў нәтийжесинде еки алма арасындағы айырманы анықлаў зәрүрлиги келип шығады. **Бул нәтийжеси сан менен белгиленетуғын өлшеў процедурасы арқалы әмелге асырылады**.

Өлшеў. Биз ҳәзир ҳәр қандай қубылыслардағы, объектлердеги, предметлердеги бирдей болған сапаны салыстырыў ҳаққында гәп етип атырмыз. Мысалы материаллық денелердиң ең улыўмалық қәсийети болып олардың өлшемлери, ал процесслер ушын ең улыўмалық - усы процесслердиң өтиў ўақыты болып табылады. Айқынлық ушын өлшемлерди алып қарайық. Тек ғана узынлықты өлшеўге итибар беремиз. Узынлықты өлшеўши денени сызғыш деп атайық. Усындай еки сызғыш өз ара былайынша салыстырылады: еки сызғыш бир бириниң үстине ушлары теңлестирилип қойылады. Бундай еки жағдайдың болыўы мүмкин: сызғыштың ушлары бир бириниң үстине дәл сәйкес келеди ямаса сәйкес келмей қалады. Биринши жағдайда сызғышлардың узынлықлары тең деп жуўмақ шығарамыз. Ал екинши жағдайда бир сызғыш екиншисинен узын деп есаплаймыз.

Физикалық қәсийетлерди өлшеў деп қәсийетлерди салыстырыў санларды салыстырыў жолы менен әмелге асырыўға алып келетуғын усы қәсийетке белгили бир санды сәйкеслендириў процедурасын айтамыз. Биз жоқарыда қарап өткен мысалда мәселе ҳәр бир сызғышқа оның узынлығын тәрийиплейтуғын белгили бир санды сәйкеслендириўден ибарат болады. Сонлықтан да бундай жағдайда берилген сан бир қанша сызғышлар ишинде узынлығы усы санға сәйкес келиўши сызғышты айырып алыўға мүмкиншилик береди. Усындай усыл менен анықланған қәсийет физикалық шама деп аталады. Ал физикалық шама болып табылатуғын санды анықлаў ушын қолланылған процедура өлшеў деп аталады.

Өлшеў бойынша ең әпиўайы процедура төмендегидей болады:

Бир неше сызғыш аламыз. Солардың ишиндеги ең узынын биз эталон сыпатында қарайық. Усы эталон сызғыштың бир ушынан баслап теңдей аралықларда ноқатлар белгилеп шығамыз. Ал сызғыштың усы ушындағы ноқатқа белгили бир сан белгилеймиз (мысалы нол менен белгилениўи мүмкин). Буннан кейин қоңысы ноқаттан баслап сызғыштың екинши ушына қарап ноқатларды ықтыярлы нызам бойынша өсиўши санлар менен белгилеп шығамыз (мысалы 1, 2, 3 ҳ.т.б. санлар). Әдетте сызғыштағы бир биринен бирдей қашықлықта турған ноқатларды шкала деп атайды. Енди басқа сызғышларды алынған эталон сызғыш пенен салыстырыў мүмкиншилиги пайда болды. Нәтийжеде өлшенип атырған ҳәр бир сызғыштың узынлығы ушын анық сан алынады. Усындай усыл менен ең көп санға ийе болған сызғыш ең үлкен узынлыққа, ал бирдей санларға ийе сызғышлар бирдей узынлыққа ийе деп жуўмақ шығарамыз. Соның менен бирге сызғыштың узынлығына өлшемлери жоқ сан сәйкес келеди.

Биз қарап шыққан усылда узынлықты өлшегенде эталон ретинде қабыл етилген сызғыштағы ноқатлар санын қосып шығыў талап етиледи. Бул бир қанша қолайсызлықты туўдырады. Сонлықтан да әдетте қолайлы шкаланы пайда етиў ушын төмендегидей ҳәрекет етеди. Базы бир сызғыш алынып, оның узынлығын l ге тең деп қабыл етеди. Бул l санын өлшеў бирлиги деп атаймыз. Басқа сызғышлардың узынлықлары узынлығы l ге тең етип алынған сызғыштың узынлығы менен салыстырыў арқалы анықланады.

Бундай жағдайда узынлық l ге тең етип алынған узынлық бирлиги менен салыстырыў арқалы әмелге асырылады. Ал енди өлшеў процедурасының мәниси салыстырыў ҳәм сәйкес сан алыўдан турады. Усындай жоллар менен анықланған сызғыштың узынлығы $l=nl_0$ формуласы менен анықланады. Бул формуладағы n өлшеми жоқ сан болып, бир бирликке тең етип алынған узынлық өлшенип атырған сызғыштың бойында неше рет жайласатуғынлығын билдиреди. l_0 арқалы қабыл етилген узынлық бирлиги белгиленген. Әдетте бул бирлик белгили бир ат пенен аталады (биз қарап шыққан узынлықты анықлаўда сантиметр, метр, километр ҳәм тағы басқалар).

Демек физикалық қәсийетти өлшеў ушын шамасы l ге тең болған айқын физикалық қәсийет сайлап алынады. Өлшеў мәселеси физикалық шаманың сан мәнисин анықлаўға алып келинеди.

Физикалық шама. Физикалық шаманың мәниси ҳәм өлшеми. Физикалық шама деп саны бойынша көплеген физикалық объектлерге қарата улыўма, соның менен бирге ҳәр бир объект ушын жеке болған физикалық объекттиң (физикалық системаның, қубылыстың ямаса процесстиң) қандай да бир қәсийетиниң тәрийиплемесин айтамыз.

Физикалық шаманың өлшеми деп айқын материаллық объектке, системаға, қубылысқа ямаса процесске тийисли болған физикалық шаманың санлық жақтан анық болыўына айтылады.

Физикалық шаманың мәниси деп усы шама ушын сайлап алынған бирликте алынған физикалық шаманың өлшеминиң баҳасы айтылады. Бул мәнис есаплаўлардың ямаса өлшеўлердиң жәрдеминде алынады.

Физикалық параметр деп қарап атырылған физикалық шаманы өлшеўде усы шаманың жәрдемши тәрийиплемеси түринде қабыл етилетуғын мәниси айтылады. Мәселен өзгермели тоқ ушын электр кернеўи өлшенгенде тоқтың жийилиги кернеўдиң параметри сыпатында қабыл етиледи.

Тәсир етиўши физикалық шама деп берилген өлшеў қураллары жәрдеминде өлшеў көзде тутылмаған, бирақ өлшеўге нәтийжелерине усы өлшеў қураллары қолланылғанда тәсир етиўши физикалық шамаға айтылады.

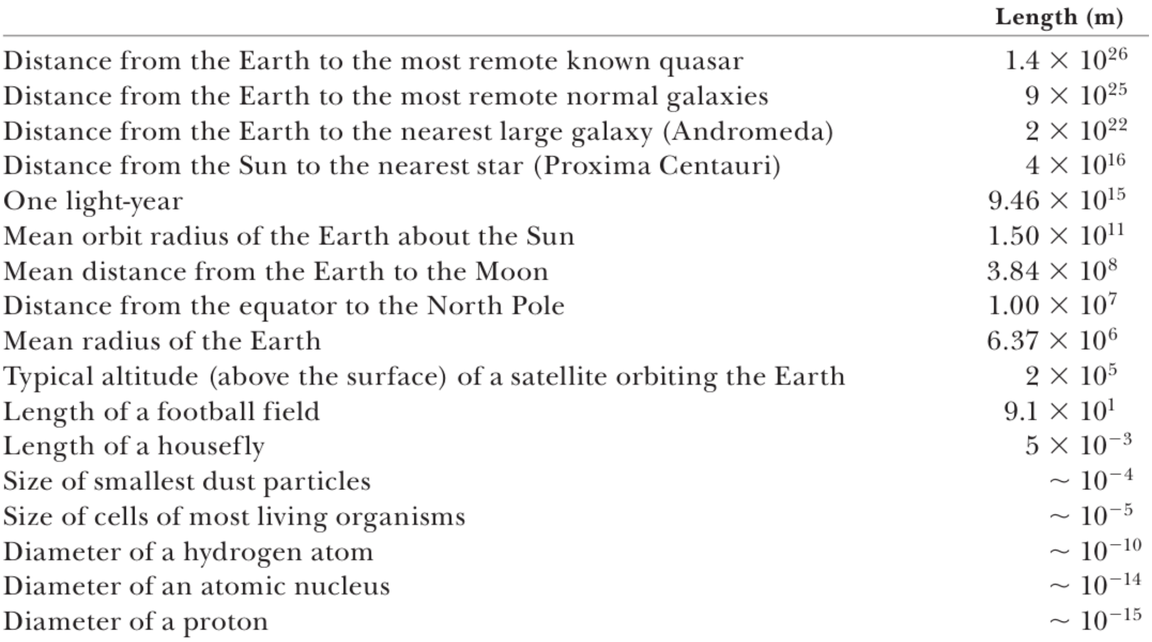
Аддитив шама деп ҳәр қандай мәнислери өз ара қосылатуғын, санлық коэффициентке көбейтилетуғын, бири бирине бөлинетуғын физикалық шаманы айтамыз. Бундай шамаларға узынлық, масса, күш, басым, ўақыт, тезлик ҳәм басқалар киреди.

Аддитив емес шама деп санлық коэффициентке көбейтиў ямаса мәнислери бири бирине бөлиў физикалық мәниске ийе болмайтуын шамаға айтылады. Бундай шамаларға Халық аралық практикалық (әмелий) температуралық шкала бойынша алынған температураны, материаллардың қарсылығын, водород ионларының активлилигин ҳәм басқаларды киргизиўге болады.

Физикалық шаманың бирлиги деп бир текли физикалық шамаларды санлық жақтан аңлатыў ушын қолланылатуғын 1 ге тең болған сан шамасы берилген белгили өлшемдеги физикалық шама айтылады.

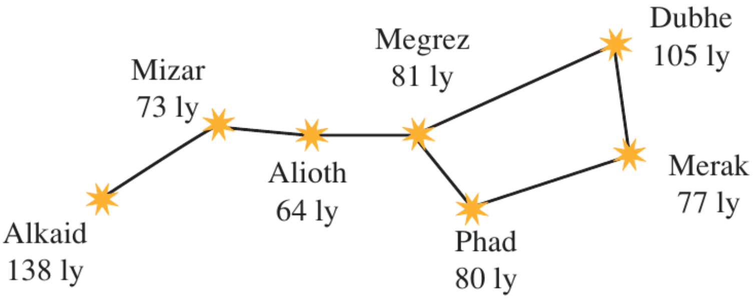
Физикалық шаманың бирлиги усы шаманың өзиниң әўладынан болады.

Төмендеги кестеде базы бир қашықлықлар (узынлықлар) ҳаққында мағлыўматлар келтирилген (10 ның дәрежеси алдындағы көбейтиўшиниң тек пүтин мәниси алынып жуўық түрде берилген):



	Length (m)
Distance from the Earth to the most remote known quasar	1.4×10^{26}
Distance from the Earth to the most remote normal galaxies	9×10^{25}
Distance from the Earth to the nearest large galaxy (Andromeda)	2×10^{22}
Distance from the Sun to the nearest star (Proxima Centauri)	4×10^{16}
One light-year	9.46×10^{15}
Mean orbit radius of the Earth about the Sun	1.50×10^{11}
Mean distance from the Earth to the Moon	3.84×10^{8}
Distance from the equator to the North Pole	1.00×10^{7}
Mean radius of the Earth	6.37×10^{6}
Typical altitude (above the surface) of a satellite orbiting the Earth	2×10^{5}
Length of a football field	9.1×10^{1}
Length of a housefly	5×10^{-3}
Size of smallest dust particles	$\sim 10^{-4}$
Size of cells of most living organisms	$\sim 10^{-5}$
Diameter of a hydrogen atom	$\sim 10^{-10}$
Diameter of an atomic nucleus	$\sim 10^{-14}$
Diameter of a proton	$\sim 10^{-15}$

Төменде келтирилген сүўретте Жети қарақшы жулдызларының инглиз тилиндеги атамалары ҳәм оларға шекемги қашықлықлардың мәнислери жақтылық жылларында (ly) берилген (жақтылық жылы деп жақтылықтың бир жыл даўамында өткен жолының узынлығына айтамыз, оның шамасы 1 ly=9 460 528 447 488 км болып табылады.



Физикалық шамалардың бирликлери системалары. Физикалық шамалардың бирликлери системасы деп физикалық шамалардың берилген системасы ушын қабыл етилген принциплерге сәйкес дүзилген тийкарғы ҳәм туўынды физикалық шамалардың жыйнағы болып табылады.

Бирликлер системасының тийкарғы бирлиги ретинде берилген бирликлер системасындағы тийкарғы физикалық шаманың бирлиги қабыл етиледи.

Ҳәзирги ўақытлары бирликлердиң халық аралық системасы (SI) ҳәм "сантиметр-грамм-секунда" (SGS) деп аталатуғын системасы кеңнен қолланылады.

Физикалық шамалардың өлшемлери. Физикалық шаманың өлшемлери әдетте дәрежели бир ағзалық түриндеги аңлатпа болып табылады. Мәселен узынлықтың өлшеми L, массаники M ҳәм тағы басқалар.

Тезликтиң формуласы v=ds/dt аңлатпасында ds тиң орнына узынлықтың өлшеми L ди, dt ның орнына ўақыттың өлшеми t ны қойып v ның өлшеми ретинде төмендегини аламыз

$$[v]=L/T=L\cdot T^{-1}.$$

Тап сол сыяқлы a=dv/dt формуласына сәйкес өлшемлерди қойыў арқалы

$$[a]=L\cdot T^{-2}$$

формуласына ийе боламыз. Ал күш F=ma ушын

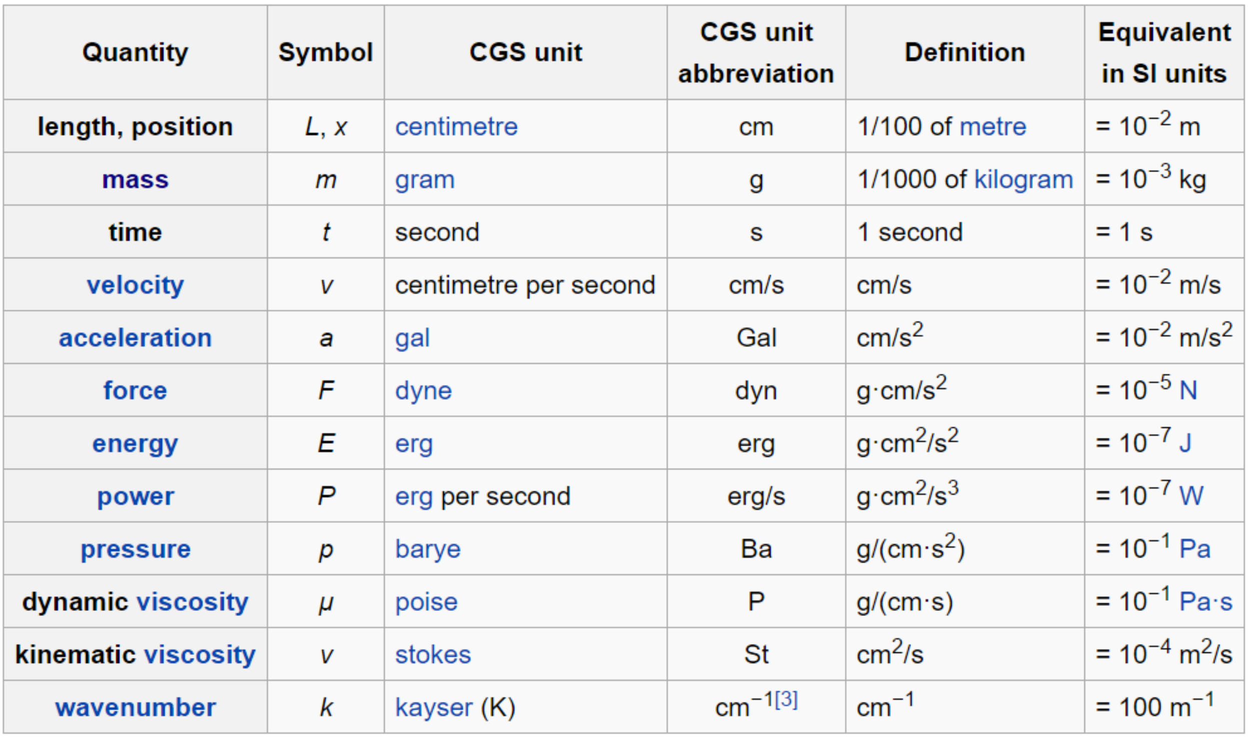
$$[F]=M\cdot L\cdot T^{-2}$$

қатнасына ийе боламыз.

СИ системасындағы тийкарғы бирликлер төмендегилерден ибарат:

metre	m	length
second	s	time
kilogram	kg	mass
ampere	A	electric current
kelvin	K	thermodynamic temperature
candela	cd	luminous intensity
mole	mol	amount of substance

СГС системасында болса тийкарғы бирликлер ретинде сантиметр-грамм-секунд алынады. Бул системадағы бирликлер ҳәм олардың СИ системасындағы бирликлер менен байланысы төмендеги кестеде берилген:



Quantity	Symbol	CGS unit	CGS unit abbreviation	Definition	Equivalent in SI units
length, position	*L*, *x*	centimetre	cm	1/100 of metre	= 10^{-2} m
mass	*m*	gram	g	1/1000 of kilogram	= 10^{-3} kg
time	*t*	second	s	1 second	= 1 s
velocity	*v*	centimetre per second	cm/s	cm/s	= 10^{-2} m/s
acceleration	*a*	gal	Gal	cm/s^2	= 10^{-2} m/s^2
force	*F*	dyne	dyn	g⋅cm/s^2	= 10^{-5} N
energy	*E*	erg	erg	g⋅cm^2/s^2	= 10^{-7} J
power	*P*	erg per second	erg/s	g⋅cm^2/s^3	= 10^{-7} W
pressure	*p*	barye	Ba	g/(cm⋅s^2)	= 10^{-1} Pa
dynamic viscosity	*μ*	poise	P	g/(cm⋅s)	= 10^{-1} Pa⋅s
kinematic viscosity	*ν*	stokes	St	cm^2/s	= 10^{-4} m^2/s
wavenumber	*k*	kayser (K)	cm^{-1}[3]	cm^{-1}	= 100 m^{-1}

СИ системасындағы фундаменталлық физикалық турақлылар мыналардан ибарат:

А. Универсаллық турақлылар:

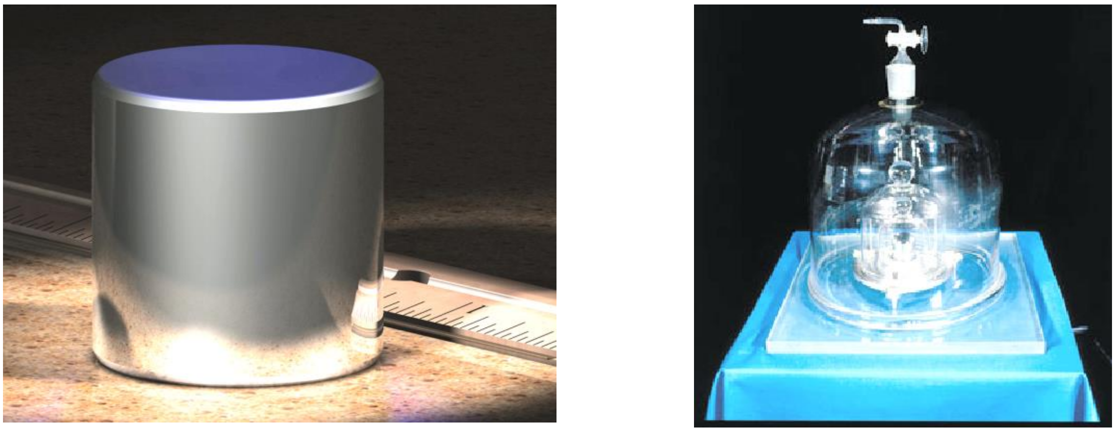
Quantity	**Symbol**	**Value**	**Relative Standard Uncertainty**
speed of light in vacuum	*c*	299 792 458 m·s^{-1}	defined
Newtonian constant of gravitation	*G*{\displaystyle G\,}	6.67408(31)×10^{-11} m^3·kg^{-1}·s^{-2}	4.7 × 10^{-5}
Planck constant	{ **\displa** \,}*h*	6.626 070 040(81) × 10^{-34} J·s	1.2 × 10^{-8}
reduced Planck constant	{ **\displa** **\hbar** = ***h***/(2 **\pi**)}ħ	1.054 571 800(13) × 10^{-34} J·s	1.2 × 10^{-8}

Биз енди **масса түсиниги** менен танысамыз. Масса (ески грек тилинде μάζα қамырдың бир бөлеги деген мәниске ийе) деп скаляр, терис мәниске ийе болмайтуғын, релятивистлик жақтан инвариант болған физикалық шамаға айтады. Физика илиминдеги ең әҳмийетли шамалардың бири болып табылады. Релятивистлик емес физикада (бундай физикада денелердиң тезлиги жақтылықтың тезлигинен көп есе киши) масса заттың инерциаллық ҳәм гравитациялық қәсийетлерин анықлайды.

XVII-XIX әсирлерде массаға физикалық объекттеги "заттың муғдарын" сыпатында қарады. Ал ҳәзирги заман физикасында "заттың муғдары" түсиниги пүткиллей басқа мәниске ийе. Масса физикадағы "энергия" ҳәм "импульс" түсиниклери менен тығыз байланысқан. Ҳәзирги ўақытлары денениң массасы оның тынышлықтағы энергиясына эквивалент.

СИ системасында массаның бирлиги **килограмм** болып табылады (СГС системасында грамм).

Килограмммның халық аралық эталоны цилиндр тәризли формаға ийе болып оның диаметри де, бийиклиги де 39,17 мм. Ол 90% платинадан ҳәм 10% иридийден турады. Бул эталон Франциядағы Севр қаласындағы Халық аралық өлшемлер менен салмақлардың штаб-квартирасында сақланады (төмендеги сүўретте көрсетилген).



Массаның эталоны. Бул эталон Франциядағы Севр қаласындағы Халық аралық өлшемлер менен салмақлардың штаб-квартирасында сақланады.

Материаллық дене. Материаллық дене деп материаллық ноқатлардың жыйнағына айтылады. Бул материаллық ноқатлар бир биринен айрылатуғын (мысалы кеңисликтеги жайласыўы бойынша) болыўы керек. Усыған байланыслы материаллық денениң ҳәр қыйлы ноқатларының бир бирине салыстырғандағы жайласыўлары ҳаққында айтыў мүмкин. Тәжирийбелер базы бир материаллық денелердиң бөлеклериниң бир бирине салыстырғанда еркинликке ийе екенлигин, олардың бир бирине салыстырғанда қозғала алатуғынлығын көрсетеди. Бундай денелер суйық денелер болып табылады. Ал атты денелерде болса ҳәр қыйлы бөлимлерди бир бирине салыстырғанда ийелеген орынларының турақлылығы менен тәрийипленди. Ийелеген орынларының турақлылығы денениң өлшемлериниң турақлы екенлигин айтыўға мүмкиншилик береди. Нәтийжеде ҳәр қыйлы қатты денелердиң өлшемлерин салыстырыў мүмкиншилигин аламыз ҳәм денелердиң узынлықлары ҳаққында санлық информацияларға ийе боламыз.

Ноқатлар арасындағы аралық (қашықлық). Жоқарыда гәп етилгениндей, материаллық дене материаллық ноқатлардың жыйнағынан турады. Узынлықтың өлшем бирлигин сайлап алыў арқалы бир өлшемли кеңликти, яғный узынлықты өлшеў мүмкин. Бул сызықлар материаллық денениң ноқатлары арқалы өткерилген болыўы мүмкин. Материаллық денениң еки ноқаты бир бири менен шексиз көп сызықлар менен тутастырыўға болады. Бул сызықлардың узынлықлары өлшенеди. Егер усы сызықларды алып талласақ, олардың ишиндеги ең узынын ҳәм кең келтесин табыў мүмкин. Бул ең киши узынлыққа ийе сызық еки ноқат арасындағы аралық (қашықлық) деп аталады, ал сызықтың өзи болса туўры (туўры сызық) деп аталады. Ноқатлар арасындағы аралық түсиниги материаллық дене түсиниги менен тығыз байланыслы. Егер қандай да бир материаллық денениң бөлимлери болып табыламйтуғын еки ноқат бар болатуғын болса, бул еки ноқат көз алдымызға келтирилген материаллық дүньяның еки ноқаты болып табылады.

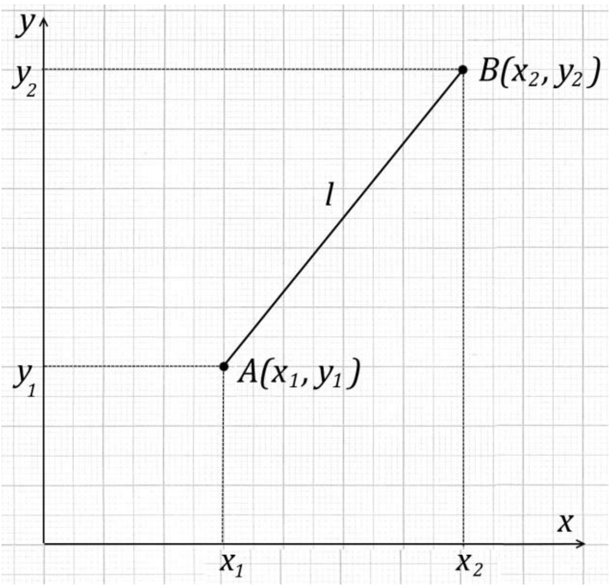
Декарт коодинаталар системасында координаталары $A(x_1,y_1,z_1)$ ҳәм $B(x_2,y_2,z_2)$ ноқатлары арасындағы қашықлық l Пифагор формуласының жәрдеминде есапланады:

$$l=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

Салыстырмалық теориясында болса төрт өлшемли кеңисликтеги қозғалыслар изертлениледи ҳәм бул теорияла төртинши координата болып ўақыт хызмет етеди. Бундай кеңисликтеги ноқатларды "ўақыя" деп атайды ҳәм оның координаталарын әдетте $A(x_0,x_1,x_2,x_3)$ түринде жазады. Бул жазыўда x_0 шамасы ўақытлық координатаға сәйкес келеди. Бунлдай жағдайда координаталары $A(x_0,x_1,x_2,x_3)$ ҳәм $B(x_0',x_1',x_2',x_3')$ болған еки ўақыя арасындағы қашықлықты интервал деп атайды ҳәм ол былайынша жазылады:

$$s_{21}=\sqrt{c(x_0'-x_0)^2-(x_1'-x_1)^2-(x_2'-x_2)^2-(x_3'-x_3)^2}.$$

l ушын жазылған аңлатпадағы квадрат түбирдиң астындағы шамалар қосылады. Бундай жағдай бәршеге мәлим болған Евклид кеңислигинде орын алады. Ал еки ўақыя арасынлағы интервал деп аталатуғын s_{21} шамасы ушын жазылған аңлатпада қосылыўшылардың алдындағы белгилер "-" (кеңисликтик координаталар) ҳәм "+" белгиге ийе. Бундай жағдай псевдоевкиликлик кеңисликте ҳүким сүреди. Сонлықтан биз ендигиден былай классикалық механикада Евклид кеңислиги, ал салыстырмалық теориясында псевдоевкиликлик кеңислик пайдаланылады деп жуўмақ шығарамыз.

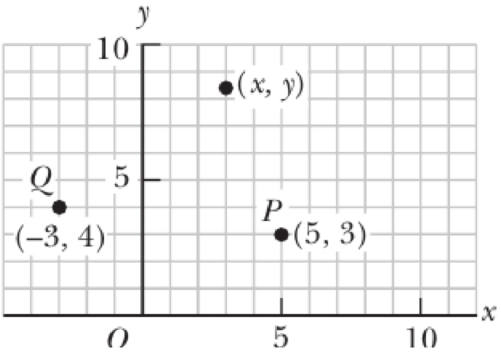


Еки өлшемли кеңисликте A(x1,y1) ҳәм B(x2,y2) ноқатлары арасындағы қашықлық l ди анықлаў ушын Пифагор теоремасы пайдаланылады.

Абсолют қатты дене. Абсолют қатты дене деп қәлеген еки ноқаты арасындағы аралық өзгермейтуғын денеге айтамыз ("Аралық" ҳәм "қашықлық" сөзлери бирдей мәнисте қолланылады).

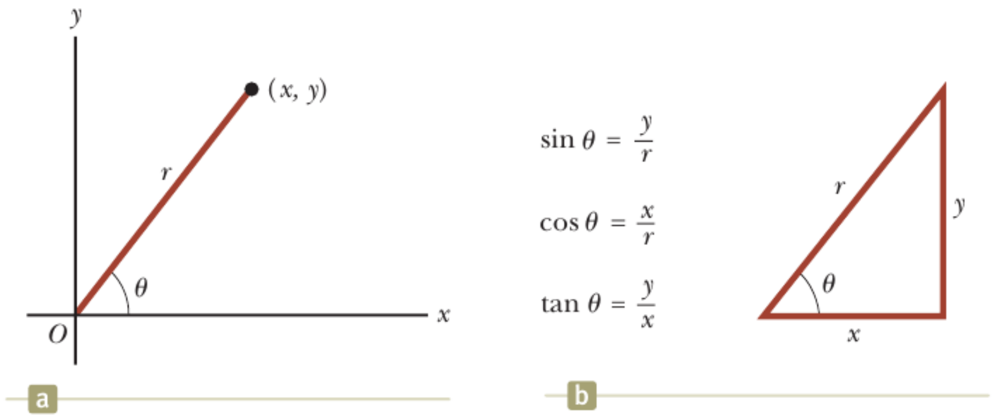
Есаплаў системасы. Ойда алынған абсолют қатты дене есаплаў системасы сыпатында қолланылады. Бул абсолют қатты денеге салыстырғанда үйренилип атырған изоляцияланған ямаса денеге кириўши материаллық ноқаттың аўҳалы (тегисликтиң, кеңисликтиң қай ноқатында жайласқанлығы) анықланады. Есаплаў системасы барлық кеңисликти ийелейди. Кеңисликтиң ноқатын тәрийиплеў дегенимиз есаплаў системасының сәйкес ноқатын бериў болып табылады. Үйренилип атырған материаллық ноқатлардың аўҳалы есаплаў системасының ноқатының жайласқан орны менен анықланады. Сонлықтан есаплаў системасының ноқатларының аўҳалларын қалай анықлаў керек деген мәселе пайда болады. Бул координаталар системасын ендириў менен әмелге асады.

Координаталар системасы. Берилген есаплаў системасында аралық (қашықлық), сызықлар, туўрылар, мүйешлер ҳәм тағы басқа түсиниклер анықланған болсын. Олар арасындағы қатнасларды анықлаў мәселеси эксперименталлық мәселе болып табылады. Гейпара қатнаслар өз-өзинен түсиникли, айқын, дәллилеўди талап етпейтуғын қатнаслар болып табылады. Бундай болған қатнаслар (қатнаслар ҳаққындағы анықламалар) аксиомалар деп аталады (мысалы Евклид аксиомалары). Аксиомалардың ҳәр қыйлы системалары ҳәр қыйлы геометрияға алып келеди. Геометриялардың ҳәр бири ҳақыйқый дүньяда бар бола алатуғын қатнаслардың геометриялық модели болып табылады. Тек эксперимент ғана сол геометриялардың қайсысының биз жасап атырған физикалық дүньяның геометриялық модели екенлигин көрсете алады. Үлкен қашықлықларда (10^{-16} метрден 10^{25} метр аралықларында) Евклид геометриясының үлкен дәлликте дурыс екенлигин жоқарыда айтып өткен едик. Ендигиден былай механиканы үйрениў барысында қайсы геометрияның қолланылып атырғанлығы атап айтып өтилмесе Евклид геометриясы қолланылып атыр деп түсиниўимиз керек.



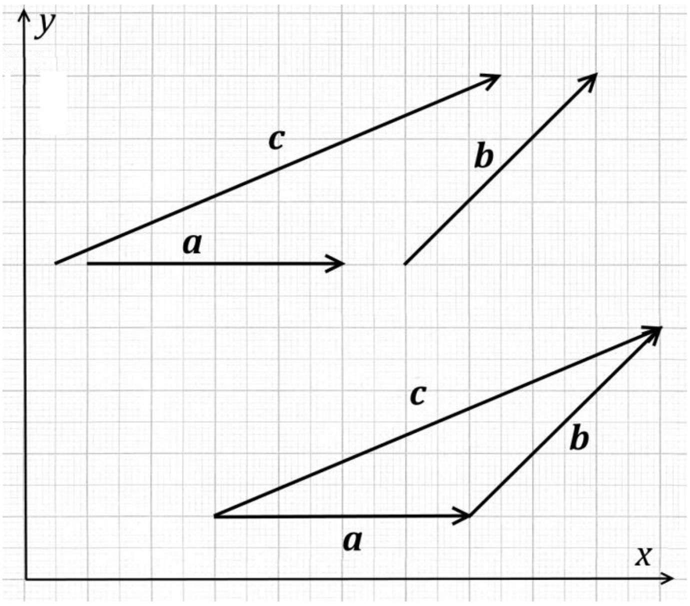
Декарт коориналар системасында тегисликтеги ноқатлардың координаталары.

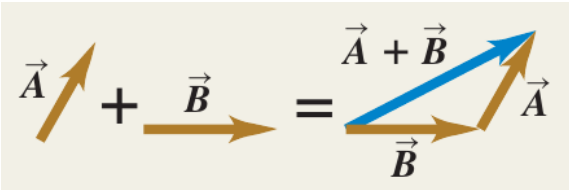
Материаллық ноқат ямаса қатты денелердиң қозғалысын тәрийиплеў ушын ноқатлардың аўҳалын бериў усылын келисип алыў керек. Материаллық ноқаттың "адресиниң" есаплаў системасындағы ойымыздағы ноқаттың "адреси" менен анықланатуғынлығын айтып едик. Солай етип есаплаў системасында ҳәр бир ноқаттың "адресин" анықлаў мәселеси пайда болады. Соның менен бирге ҳәр бир ноқат басқа ноқаттикинен басқа анық "адреске" ийе болыўы керек. Ал ҳәр бир "адрес" белгили бир ноқатқа сәйкес келиўи керек. Мысалы күнделикти турмыста ҳәр бир үй адреске ийе (мәмлекет, қала, көше ҳәм тағы басқалар). Усындай етип "адрести" бериў үйлер, мәкемелер, оқыў орынлары ҳәм басқалар ушын қанаатланлырарлық нәтийже береди. Бирақ бундай етип "адрести" бериў есаплаў системасының барлық объектлери ушын қолланылмайды. Мысалы айқын жолдың бойындағы айқын ойда жыйланған суўдың адреси берилмейди. Ал физикаға болса областлардың емес, ал ноқатлардың адресин анықлайтуғын система керек. Буның ушын геометриядан белгили болған координаталар системасы пайдаланылады.

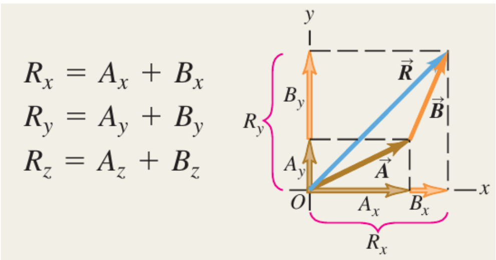


Поляр координаталар системасында ноқаттың координаталары r менен θ шамаларының жәрдеминде анықланады (а сүўрет). Декарт координаталыр менен поляр координаталары арасындағы байланыс b сүўретте көрсетилген.

a ҳәм **b** векторларының қосындысы **c** векторына тең. Векторларды қосыў параллелограмм қағыйдасы бойынша әмелге асырылады.

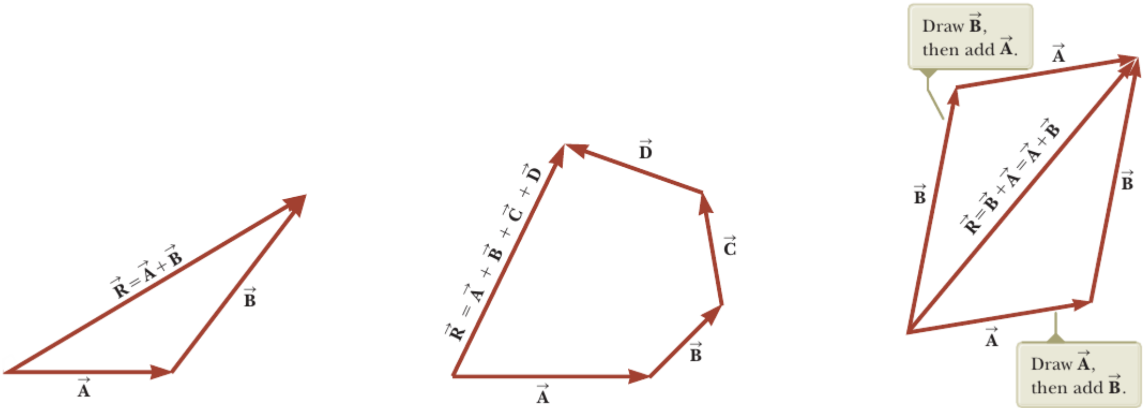




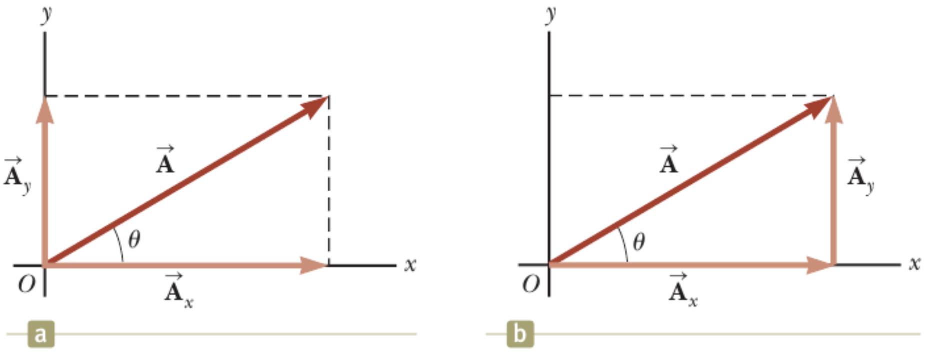


$$R_x = A_x + B_x$$
$$R_y = A_y + B_y$$
$$R_z = A_z + B_z$$

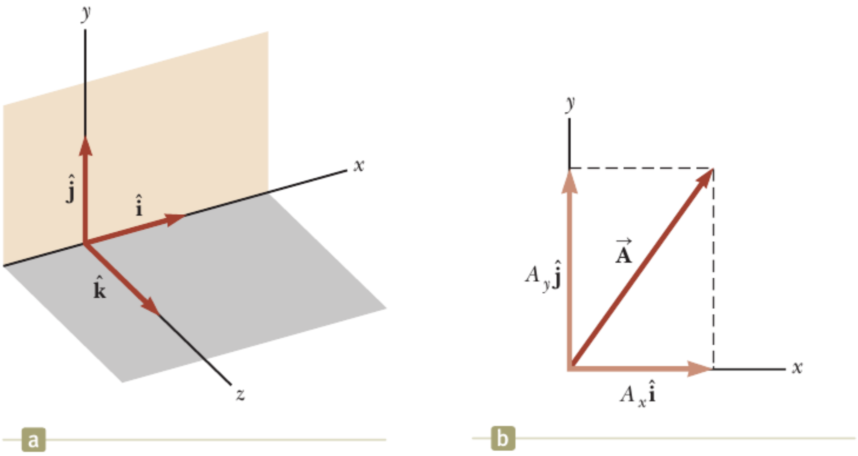
Координаталар системасын киргизиў (изертлеўлер жүргизиў ушын әмелге ендириў) есаплаў системасындағы ҳәр қыйлы ноқатларға "адреслер" жазып шығыўдың усылын келисип алыў деген сөз. Мысалы Жер бетиндеги ноқаттың "адреси" өлшеми мүйешлик градус болған санлар жәрдеминде бериледи деп келисип алынған. Биринши санды кеңлик, ал екиншисин узынлық деп атайды. Жер бетиндеги ҳәр бир ноқат меридиан менен параллелдиң кесилисиўинде жайласады. Сонлықтан сол ноқаттың "адреси" параллель менен меридианға жазылған еки сан менен бериледи. Усындай етип "адрес" анықланғанда бир мәнислилик тәмийинлениўи тийис. Бул ҳәр бир меридиан менен ҳәр бир параллелге анық бир санның жазылыўы менен әмелге асады.



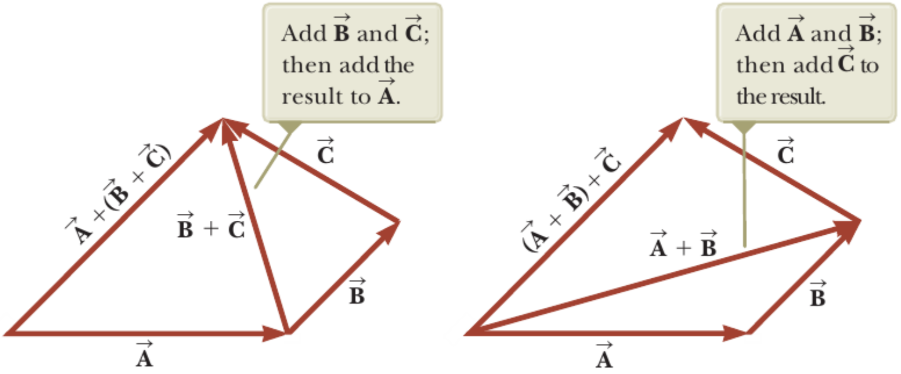
Векторларды қосыў процедурасын иллюстрациялайтуғын қосымша сүўретлер. Бул сүўреттен векторлар ушын **A + B=B + A** теңлинигиң орынланатуғынлығы көринип тур.



Векторларды қураўшыларға жиклеў процедурасын иллюстрациялайтуғын қосымша сүўретлер.



Үш (a) өлшемли кеңисликтеги бирлик векторлар ҳәм еки (b) өлшемли кеңисликлердеги бирлик векторлар менен вектордың қураўшылары арасындағы байланысты сәўлелендиретуғын сүўретлер.



Бир тегисликте жатпайтуғын векторларды қосыўға мысаллар.

Кеңисликтиң өлшемлер саны. Биз жоқарыда көрген жер бетиндеги ноқаттың "адресин" анықлаў мәселеси сәйкес еки санды анықлаў менен шешиледи. Бул жерде зәрүр болған санлардың санының еки болыўы үлкен әҳмийетке ийе. Себеби ноқаттың аўҳалы (турған орны) Жер бетинде анықланады. **Ноқаттың тегисликтеги аўҳалы еки сан жәрдеминде анықланады**. **Басқа сөз бенен айтқанда тегислик еки өлшемли кеңислик болып табылады**.

Биз жасайтуғын кеңислик үш өлшемли. Бул ҳәр бир ноқаттың аўҳалы үш санның жәрдеминде анықланатуғынлығынан дерек береди.

Көп өлшемли кеңисликтиң де болыўы мүмкин. Егер кеңисликтеги ноқаттың аўҳалы n дана сан менен анықланатуғын болса, онда n өлшемли кеңислик ҳаққында гәп етемиз. Физика илиминде кеңисликке тийисли болмаған өзгериўшилер ҳаққында айтқанда көп жағдайларда усы кеңисликлик емес өзгериўшилер кеңислиги ҳаққында айтылады. Мысалы физикада бөлекшениң импульси әҳмийетли орын ийелейди. Сонлықта бир қанша жағдайларда импульслер кеңислиги ҳаққында айтқан қолайлы. Бундай кеңисликке бөлекшениң импульсин тәрийиплейтуғын бир биринен ғәрезсиз болған шамаларды жазамыз ("адрести" анықлаў ушын сондай шамалар қолланылады). Усындай етип улыўмаластырылған түсиниклерди пайдаланыў сөзлерди қолланыўды кемейтеди, барлық талқылаўлар түсиниклирек ҳәм көргизбелирек болады.

Ўақыт түсиниги. Бизди қоршап турған ўақыт барқулла өзгерип турады. Процесслер бир биринен соң белгили бир избе-изликте өтеди, ҳәр бир процесс белгили бир узақлыққа (буннан былай ўақыт бойынша узақлық нәзерде тутылады) ийе. Өзгериўши, раўажланыўшы дүньяның улыўмалық қәсийети адамлар санасында ўақыт түсиниги түринде қәлиплескен.

Ўақыт деп материаллық процесслердиң анық узақлыққа ийе болыўын, бир биринен кейин қандай да бир избе-изликте жүзеге келиўин, этаплар ҳәм басқышлар бойынша раўажланыўын түсинемиз.

Солай етип ўақыттың материядан ҳәм оның қозғалысынан ажыратылыўы мүмкин емес. Сол сыяқлы кеңисликти де ўақыттан ажыратыўға болмайды. Материаллық процесслерден тыс ажыратып алынған ўақыт мазмунға ийе емес. Тек ғана кеңислик пенен ўақытты бир бирине байланыслы етип қараў физикалық мәниске ийе.

Дәўирли процесслер. Тәбиятта жүретуғын көп санлы процесслер ишинде биринши гезекте **қайталанатуғын процесслер** көзге түседи. Күн менен түнниң, жыл мәўсимлериниң, аспанда жулдызлардың қозғалысларының қайталаныўы, жүректиң соғыўы, дем алыў ҳәм басқа да көп санлы қубылыслар қайталаныўшы процесслерге киреди. Усы қубылысларды үйрениў ҳәм салыстырыў материаллық процесслердиң узақлығы идеясын пайда етеди, ал узақлықларды салыстырыў усы узақлықларды өлшеў идеясының пайда болыўына алып келеди. Мүмкин болған процесслерди өлшеў усы процесслердиң ишиндеги ең турақлы түрде қайталанатуғын процессти айырып алыўға мүмкиншилик береди. Бул айырып алынған процесс өлшеў эталоны хызметин атқарады.

Дәўирли процессти өлшеў ушын қабыл етилген эталон саат деп аталады.

Саатты қабыл етиў менен бирге дәрҳәл ҳәр қандай есаплаў ноқатларындағы саатлар бирдей болып жүреме деп сораў бериледи. Бул төмендегини билдиреди: Мейли базы бир физикалық процесс бир ноқаттан екинши ноқатқа информация жеткерип беретуғын болсын. Бундай процессти **сигнал** деп атаймыз. Сигнал болып жарқ етип жанған жақтылық, мылтықтан атылған оқ хызмет етиўи мүмкин. Бул сигналлардың тарқалыў нызамларын анық билип отырыўдың қәжети жоқ. Тек ғана сигналды жибериў, қабыл етиў өзгермейтуғын бирдей жағдайларда әмелге асатуғынлығын билиў керек. Усындай шәртлер орынланатуғын жағдайда бир ноқаттан бирдей ўақыт аралықлары өтиўи менен сигнал жиберип отырамыз. Егер екинши ноқатта усы сигналлар биринши ноқаттағыдай ўақыт аралықларында келип жететуғын болса еки ноқатта да саатлардың жүриў тезлиги бирдей деп есаплаймыз. Бундай салыстырыўларды қәлеген еки ноқатлар арасында жүргизиўге болады. Мейли A менен B ноқатларындағы саатлардың жүриў тезликлери ҳәм B менен C ноқатларындағы саатлардың жүриў тезликлери бирдей болып шыққан болсын. Бундай жағдайда A ҳәм C ноқатларындағы саатлардың да жүриў тезликлери бирдей деп жуўмақ шығарамыз.

Принципинде бул тәжирийбелер еки нәтийже береди: 1) қарап атырылған системаның ҳәр қандай ноқатларындағы саатлардың жүриў тезликлери бирдей ямаса 2) системаның ҳәр қыйлы ноқатларындағы саатлар ҳәр қандай тезликлерде жүреди. **Экспериментлер усы еки жағдайдың да ҳақыйқатта да орын алатуғынлығын көрсетеди**. Мысалы эталон сыпатында басым, температура ҳәм басқа да сыртқы тәсирлерден ғәрезсиз болған ядролық процессти қабыл етейик ҳәм жоқарыда гәп етилген усыл менен бул саатлардың жүриў тезликлериниң бирдей ямаса бирдей емеслигин тексерип көрейик. Мейли қарап атырылған процесстиң басында Жер бетинен базы бир бийикликте турған ноқаттан Жер бетиндеги тап усындай процесс жүрип атырған екинши орынға сигнал жиберилсин. Бул сигнал Жер бетиндеги ноқатқа бул ноқатта процесс басланған ўақытта жетип келген болсын. Екинши сигнал биринши ноқаттан усы ноқаттағы процесс тоқтаған ўақытта жиберилсин. Биринши ноқаттан екинши ноқатқа сигналдың қозғалыў нызамы бизди қызықтырмайды. Бул нызамның барлық сигналлар ушын бирдей болыўы шәрт. Эксперимент екинши сигналдың Жер бетиндеги ноқатқа усы ноқатта болып атырған процесстиң тамам болыў моментинде емес, ал ертерек келетуғынлығын көрсетеди.

Бул эксперменталлық ситуация берилген есаплаў системасындағы бирден бир ўақыттың жоқлығын, системаның ҳәр бир ноқатында ўақыттың өтиўиниң тезлигиниң ҳәр қыйлы екенлигин көрсетеди.

Бундай ситуация, мысалы, Жер менен байланысқан есаплаў системасында орын алады. Егер Жер бетинде орнатылған биринши саат екиншисине салыстырғанда 10 м бийикликте жайластырылған болса, онда базы бир процесстиң узынлығы бир биринен усы ўақыт узынлығының 10^{-15} ине теңдей шамаға айырылады. Оғада аз болған бундай айырма биринши рет 1960-жылы бақланды. Бундай аз айырманы есапқа алмайтуғын болсақ, Жер менен байланыслы болған есаплаў системасында бирден бир ўақыт бар деп есаплаймыз.

Биз қарап өткен мысалда саатлардың ҳәр қыйлы тезлик пенен жүриўине Жер пайда еткен гравитациялық (тартылыс) майдан себепши болады. Бирақ тартылыс майданы бирден бир себеп емес. Мысалы есаплаў системасы айланбалы қозғалыста болыўы мүмкин. Бундай қозғалыслар да саатлардың жүриў тезлигиниң өзгериўине алып келеди.

Саатларды синхронизациялаў. Берилген ноқатта өтиўши процесстиң узақлығы усы ноқатта жайластырылған саттың жәрдеминде өлшенеди. Демек бул жағдайда бир ноқатта жайласқан процесслердиң узақлықлары салыстырылады. Узақлықты өлшеў бул процесстиң басланыўын ҳәм ақырын эталон етип қабыл етилген процесс шкаласы бойынша анықлаўдан турады. Бул өлшеўлердиң нәтийжелери ҳәр қыйлы ноқатларда жүзеге келетуғын процесслердиң узақлықларын салыстырыўға мүмкиншилик береди. Бирақ бул жағдайда ҳәр бир процесс белгили бир ноқатта жүриўи керек.

Бирақ бир ноқатта басланып, екинши ноқатта питетуғын процессте жағдай қалай болады? Бул процесстиң узақлығы деп нени түсинемиз? Қайсы орында турған саат пенен бундай процессстиң узақлығын өлшеймиз?

Бундай процесстиң узақлығын бир саттың жәрдеминде өлшеўдиң мүмкин емес екенлиги өз-өзинен түсиникли. Тек ғана ҳәр қыйлы ноқатларда жайластырылған саатлардың жәрдеминде процесстиң басланыў ҳәм питиў моментлерин белгилеп қалыў мүмкин. Бул белгилеў бизге ҳеш нәрсе бермейди, себеби ҳәр қыйлы саатлардағы ўақытты есаплаўдың басланғыш моменти бир бири менен сәйкеслендирилмеген (басқа сөз бенен айтқанда саатлар синхронизацияланбаған).

Ең әпиўайы синхронизация былай исленеди: барлық саатлардың тиллери белгили бир ўақытта белгили бир белгиге алып келип қойылады. Бирақ "белгили бир ўақытта" деген сөздиң мәниси еле белгисиз.

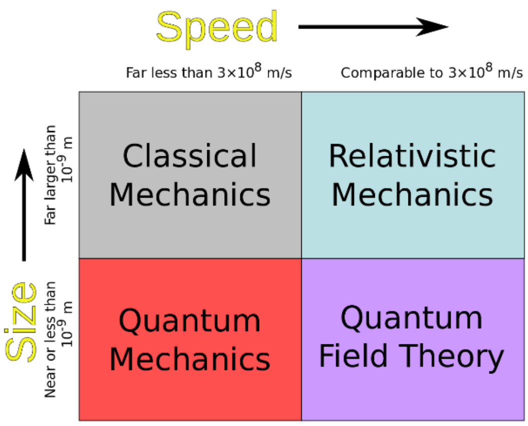
Сонлықтан саатларды синхронизациялаўға белгили бир түсиниклер арқалы емес, ал усы синхронизация байланысқан физикалық процедураларға сүйенип анықлама бериў керек.

Ең дәслеп ҳәр қыйлы ноқатларда жайласқан саатлар арасындағы физикалық байланысты анықлаў шәрт. Бундай жағдайларда және де сигналларды пайдаланыўға туўры келеди. Сонлықтан синхронизацияны әмелге асырыў ушын сигналлардың ҳәр қыйлы ноқатлар арасындағы тарқалыў нызамлары да белгили болыўы керек.

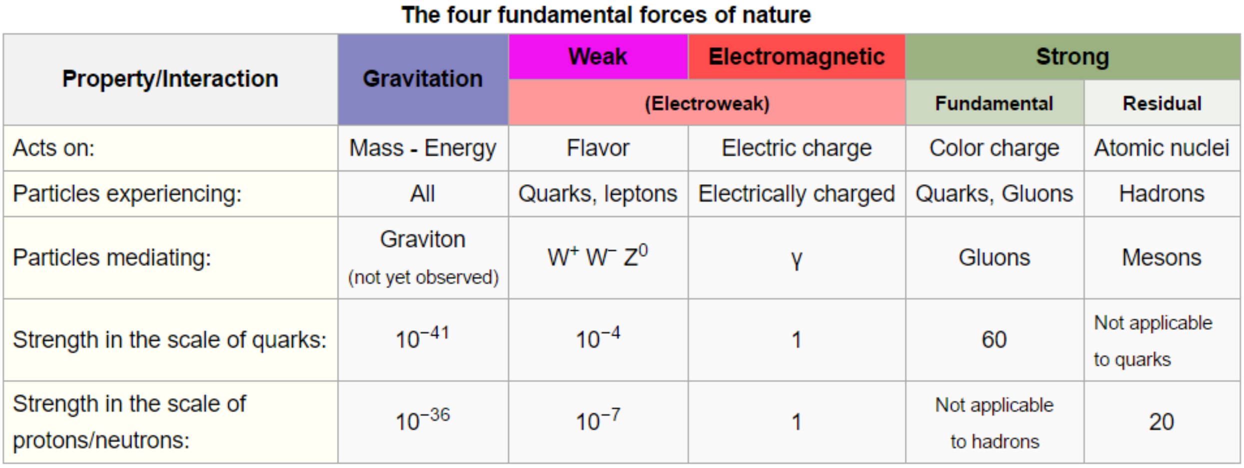
Саатларды синхронластырыў ҳәм ҳәр қандай физикалық сигналлардың тарқалыў нызамларын үйрениў бир бирин толықтырыў жолы менен тарийхый жақтан бирге алып барылды. Бул мәселени шешиўде жақтылықтың тезлиги ең әҳмийетли орынды ийеледи. Себеби жақтылық әййемги ўақытлардан баслап тәбийий сигнал болып келди, оның тезлиги басқа белгили болған сигналлардың тезликлерине салыстырғанда шексиз үлкен деп есапланды. Сонлықтан шексиз үлкен тезлик пенен қозғалыўшы сигнал жәрдеминде саатларды синхронластырыў идеясы пайда болды. Бул синхронластырыўды әмелге асырыў ушын дәслеп барлық ноқатларда жайласқан саатлардың тиллери бирдей аўҳалларға қойылады. Кейин бир ноқаттан барлық ноқатларға қарай жақтылық сигналлары жибериледи ҳәм усы сигнал келип жеткен ўақыт моментлеринде саатлар жүргизилип жибериледи. Бундай етип синхронластырыў әҳмийетке ийе. Егер А ноқатында жайласқан саат пенен В ноқатында жайласқан саат, В ноқатындағы саат пенен С ноқатындағы саат синхронласқан болса, А ноқатындағы саат пенен С ноқатындағы саат та синхронластқан болып шығады. Бул А, В ҳәм С ноқатларының өз-ара жайласыўларына байланыслы емес.

Саатларды жақтылық сигналлары жәрдеминде синхронластырыў ең қолайлы усыл болып шықты. Себеби **инерциал есаплаў системаларындағы жақтылықтың тезлигиниң жақтылық дерегиниң де, жақтылықты қабыллаўшы дүзилистиң тезлигине де байланыслы емес, кеңисликтиң барлық бағытлары бойынша бирдей ҳәм универсал турақлы шама c ға тең екенлигин көп санлы экспериментлер дәлилледи**.

Енди синхронластырыўды былай әмелге асырамыз. Басланғыш ноқат деп аталатуғын ноқатта саттың тили 0 ге қойылады. Бул саат усы ноқаттан сфералық жақтылық толқыны түриндеги жақтылық сигналы кеткен ўақыт моментинде жүргизилип жибериледи. Усы ноқаттан r қашықлықта турған екинши ноқатқа сигнал r/c ўақыт өткеннен кейин келип жетеди. Сонлықтан да екинши ноқаттағы саат биринши ноқаттан жақтылық сигналы келип жеткенде r/c ны көрсетиўи керек.



Классикалық механиканың пайдаланылыў шеклерин сәўлелендиретуғын сүўрет. Ордината көшерине сызықлы өлшемлердиң мәнислери берилген.



The four fundamental forces of nature

Property/Interaction	**Gravitation**	**Weak**	**Electromagnetic**	**Strong**	
		(Electroweak)		**Fundamental**	**Residual**
Acts on:	Mass - Energy	Flavor	Electric charge	Color charge	Atomic nuclei
Particles experiencing:	All	Quarks, leptons	Electrically charged	Quarks, Gluons	Hadrons
Particles mediating:	Graviton (not yet observed)	$W^+ W^- Z^0$	γ	Gluons	Mesons
Strength in the scale of quarks:	10^{-41}	10^{-4}	1	60	Not applicable to quarks
Strength in the scale of protons/neutrons:	10^{-36}	10^{-7}	1	Not applicable to hadrons	20

Тәбияттағы фундаменталлық тәсирлесиўди сәўлелендиретуғын кесте.

Базы бир жуўмақлар.

1. Классикалық механика деп Ньютонның нызамларына ҳәм Галилейдиң салыстырмалық принципине тийкарланған механиканың бөлимин айтады. Басқа сөз бенен айтқанда классикалық механика деп денелердиң ўақыттың өтиўи менен кеңисликтеги орнының өзгериў нызамлары менен сол өзгериўлерди жүзеге келтиретуғын себеплерди үйрететуғын физиканың бөлими болып табылады.

2. Классикалық механиканы Ньютон механикасы деп те атайды.

3. Классикалық механика төмендегидей бөлимлерге бөлинеди:

a) статика (статика денелердиң тең салмақлығын үйренеди).

b) кинематика (кинематика қозғалыслардың геометриялық қәсийетлерин изертлейди, ал қозғалыслардың келип шығыў себеплерин итибарға алмайды).

c) динамика (динамика денелердиң қозғалысын сол қозғалысты келтирип шығаратуғын себеп пенен биргеликте үйренеди).

3. Классикалық механиканың бир бирине эквивалент болған математикалық тәрийиплеўиниң бир неше усыллары бар. Олар төмендегилер:

Ньютонның нызамлары.
Лагранж формализми.
Гамильтон формализми.
Гамильтон-Якоби формализми.

4. XIX әсирдиң ақырында ҳәм XX әсирдиң басында классикалық механиканың пайдаланылыў шеклери анықланды. Классикалық механиканың нызамларының жақтылықтың тезлигине салыстырғанда әдеўир киши тезликлерде ҳәм өлшемлери атомлар менен молекулалардың өлшемлеринен әдеўир үлкен болған денелерди (бундай денелерди макроскопиялық денелер деп атайды) изертлегенде оғада дәл нәтийжелерди беретуғынлығы анықланды.

Жақтылықтың тезлигине жақын тезликлер менен қозғалатуғын макроскопиялық денелердиң (объектлердиң) қозғалысын релятивитлик механика, ал микрообъектлердиң (молекулалар, атомлар, элементар бөлекшелер) қозғалысын квантлық механика үйретеди. Квантлық релятивистлик эффектлерди майданның квантлық теориясында изертлейди.

5. Бирақ, жоқарыдағы жағдайларға қарамастан классикалық механика өзиниң әҳмийетин жоғатқан жоқ. Бул жағдай төмендегидей еки себеп пенен байланыслы:

a) Басқа теорияларға қарағанда классикалық механиканы аңсат түсиниў ҳәм пайдаланыў мүмкин.

b) Ҳақыйқый дүньяны кең диапазонда жеткиликли дәрежеде жақсы тәрийиплейди.

6. Классикалық физиканы физикалық объектлердиң қозғалысларының кең классы ушын пайдаланыў мүмкин (бундай объектлер қатарына турмыста кең пайдаланылатуғын буйымлар менен бирге планеталар, жулдызлар, галактикалар, сондай-ақ бир қатар микроскопиялық объектлер де киреди)

Сораўлар:

1. Кеңисликтиң геометриялық қәсийетлери ҳаққындағы тастыйықлаўлардың мәниси неден ибарат?

2. Анаў ямаса мынаў геометрияның ҳақыйқатлығы яки жалғанлығы ҳаққындағы мәселениң мәниси неден ибарат?

3. Ҳәзирги ўақытлары Евклид геометриясының дурыслығы қандай шеклерде дәлилленген?

4. Абсолют қатты дене дегенимиз не ҳәм бул түсиниктиң геометриялық көз-қараслардың раўажланыўында тутқан орны неден ибарат?

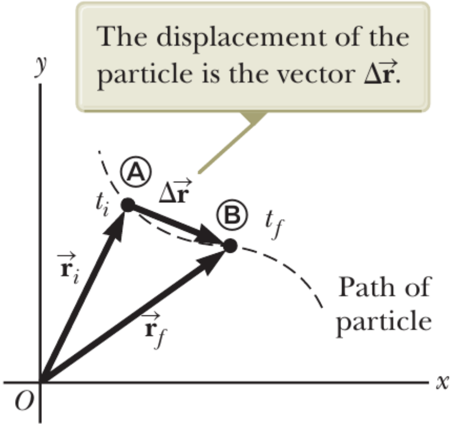
5. Ўақыт ҳәм дәўирли процесслер деп нени түсинемиз?

6. Саатларды синхронизациялаў зәрүрлилигиниң мәниси неден ибарат?

2-санлы лекция. Механикалық қозғалыс. Кеңислик, ўақыт, есаплаў системалары ҳаққында түсиник. Туўры сызықлы қозғалыс

Физиканың бөлимлери ишинде **механика** бурынырақ раўажлана баслады. **Механика денелердиң қозғалысы менен тең салмақлығы ҳаққындағы илим болып табылады.** Кеңирек мәнисте айтқанда материяның қозғалысы деп оның өзгерисин түсинемиз. Бирақ механикада қозғалыс ҳаққында гәп етилгенде қозғалыстың ең әпиўайы формасы болған бир денениң басқа денелерге (екинши денеге) салыстырғандағы орын алмастырыўы нәзерде тутылады. Механиканың принциплери биринши рет Исаак Ньютон (1643-1727) тәрепинен оның "**Натурал философияның математикалық басламалары**" (латын тилинде **Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica**, инглиз тилинде **"The Mathematical Principles of Natural Philosophy")** деп аталатуғын тийкарғы мийнетинде баянланды.

Қозғалыс дегенимиз не ҳәм оны қалайынша тәрийиплеў мүмкин? Бул сораўға денелердиң қозғалысын тәрийиплеўши кинематика жуўап береди. Қозғалыс дегенимиз дененең басқа денелерге салыстырғандағы орын алмастырыўы (кеңисликтеги оның орнының өзгериўи) болып табылады. Солай етип дененең қозғалысын тәрийиплеўде усы дененең орын алмастырыўын салыстырыў мақсетинде биз барлық ўақытта да қандай да бир координаталар системасын (ямаса есаплаў системасын) пайдаланамыз. Дененең қозғалысы оның барлық ноқатларының (дененең киши бөлимлериниң, дәнешелериниң) қозғалысы менен анықланады. Сонлықтан бизлер материаллық ноқаттың қозғалысын тәрийиплеўден баслаймыз. Ал жоқарыда гәп етилгениндей **материаллық ноқат деп өлшемлери есапқа алынбайтуғын денеге айтамыз**. Бундай жағдайда дененең массасы бир ноқатқа топланған деп есапланады.



Қозғалысты тәрийиплеўдиң усылларының бири. Материаллық ноқаттың аўҳалын (ийелеген орны) **r** радиус-векторының жәрдеминде анықланады. Ноқат қозғалатуғын болғанлықтан **r** радиус-векторының шамасы ўақыттан ғәрезли болады. Path of particle сөзи "бөлекшениң траекториясы" мәнисин береди.

Материаллық ноқаттың орын аўыстырыўы, тезлиги ҳәм тезлениўи. Қозғалысты тәрийиплеў дегенимиз

$$x = x(t), \qquad y = y(t), \qquad z = z(t) \tag{2.1}$$

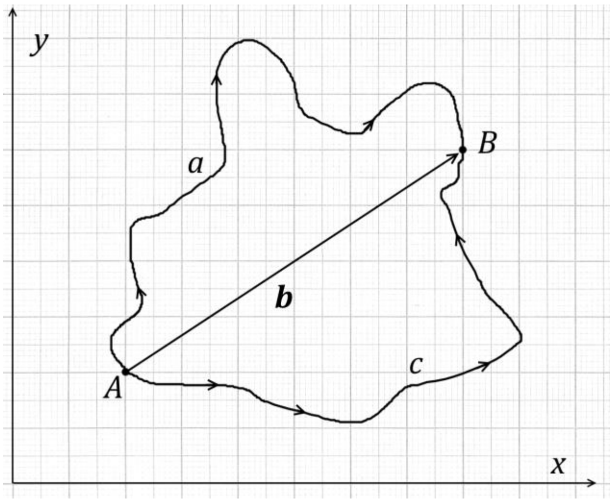
функцияларын билиў деген сөз. Қозғалысты векторлық формада

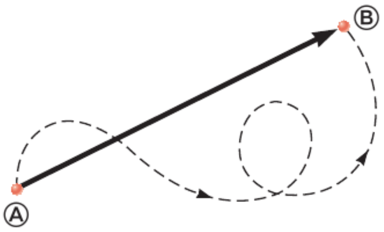
$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{2.2}$$

түринде математикалық жақтан тәрийиплеймиз. Бул формулада $\boldsymbol{r}$ арқалы қозғалыўшы ноқаттың радиус-векторы белгиленген.

Әдетте (2.1)-теңлемелерди қозғалыстың параметрлик теңлемелери деп те атайды.

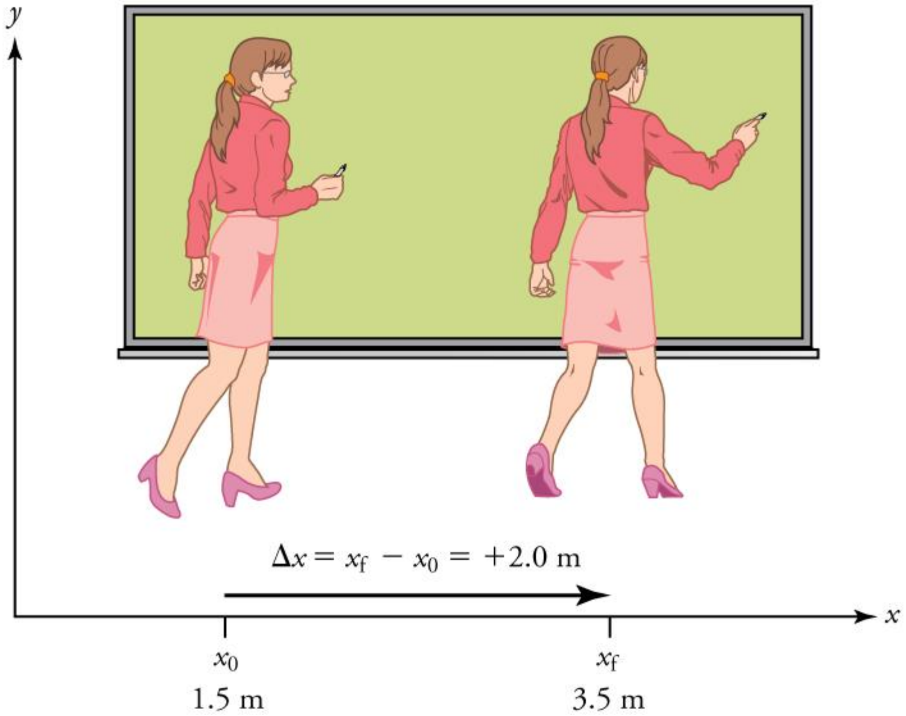
Қозғалысты траекторияның параметрлери менен де тәрийиплеў мүмкин.





Материаллық дене A ноқатынан B ноқатына a траекториясы бойынша да, c траекториясы бойынша да жетиўи мүмкин. Екин жағдайда да орын алмастырыў векторы $\boldsymbol{b}$ ға тең болады.

Орын алмасыў векторы. Бул вектор узынлығы бойынша кейинги ноқат пенен дәслепки ноқат арасындағы қашықлыққа тең, ал бағыты дәслепки ноқаттан кейинги ноқатқа қарай бағытланған: $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t + \Delta t) - \boldsymbol{r}(t)$. Бул вектор материаллық ноқаттың t ҳәм $t + \Delta t$ ўақыт моментлери арасында болған траекторияның ноқатларын тутастырады.



Оқытыўшы сабақтың барысында $\Delta x = 2.0$ метр қашықлыққа орын алмастырады.

Тезлик. Тезлик деп ўақыт бирлигинде материаллық ноқаттың өткен жолына айтамыз. Егер материаллық ноқат Δt ўақыты ишинде Δ**S** жолын өткен болса орташа тезлик

$$\Delta \boldsymbol{v} = \frac{\Delta \boldsymbol{S}}{\Delta t}. \tag{2.3}$$

Δt ўақытын шексиз киширейтсек тезликтиң алынған мәниси бир заматлық тезлик деп аталады, яғный:

$$\boldsymbol{v}(t) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}. \qquad (2.4)$$

Декарт координаталар системасында

$$\boldsymbol{r}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{i}\,\boldsymbol{x}(\boldsymbol{t}) + \boldsymbol{j}\,\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t}) + \boldsymbol{k}\,\boldsymbol{z}(\boldsymbol{t}). \qquad (2.5)$$

Демек

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \boldsymbol{i}\,\frac{dx}{dt} + \boldsymbol{j}\frac{dy}{dt} + \boldsymbol{k}\,\frac{dz}{dt}. \qquad (2.6)$$

Тезликтиң қураўшылары:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \qquad v_y = \frac{dy}{dt}, \qquad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

Қозғалыс траектория параметрлери арқалы берилген жағдайда траектория менен өтилген жолдың ўақытқа ғәрезлилиги белгили болады. Жол дәслепки деп қабыл етилген ноқаттан баслап алынады. Траекторияның ҳәр бир ноқаты s шамасының белгили бир мәниси менен анықланады. Демек ноқаттың радиус-векторы s тиң функциясы болып табылады ҳәм **r**=**r**(s) теңлемеси менен бериледи. Олай болса

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{r}}{ds}\frac{ds}{dt}. \qquad (2.7)$$

Δs арқалы траектория бойлап еки ноқат арасындағы қашықлық, |Δ**r**| арқалы усы еки ноқат арасындағы туўры сызық бойынша қашықлық белгиленген. Еки ноқат бир бирине жақынласқан сайын усы еки шама арасындағы айырма жоғала баслайды. Сонлықтан:

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{ds} = \lim_{\Delta s\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta s} = \lim_{\Delta s\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{|\Delta \boldsymbol{r}|}\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta s} = \boldsymbol{\tau}. \qquad (2.8)$$

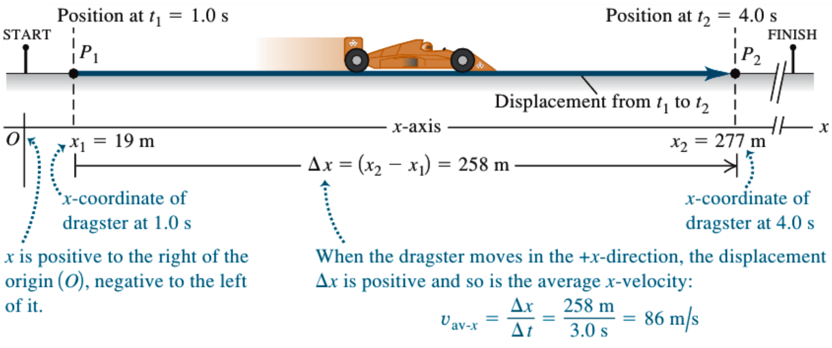
Бул аңлатпадажерде **τ** арқалы траекторияға түсирилген урынба бағытындағы бирлик вектор белгиленген. Анықлама бойынша d**s**/dt=**v** траектория бойынша тезликтиң абсолют мәниси. Сонлықтан

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\tau} v. \qquad (2.9)$$

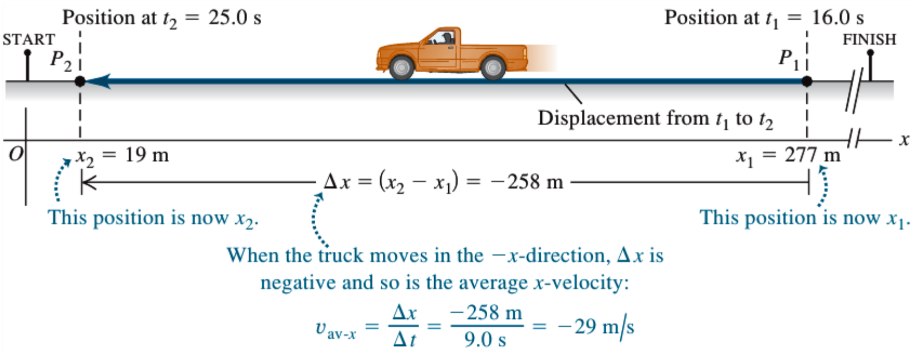
Бул формулада тезликтиң траекторияға урынба бағытында екенлиги көринип тур.

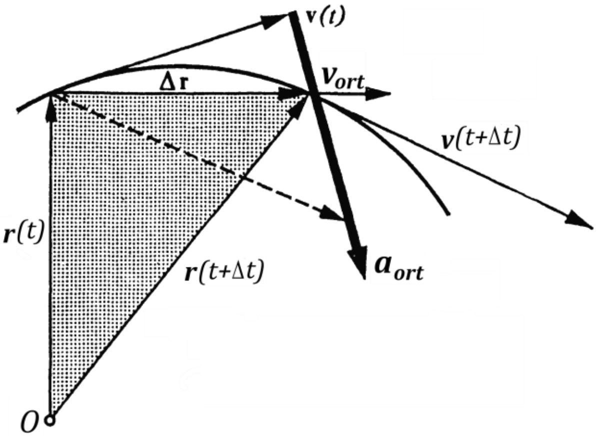
Төменде автомобильдиң тезлигин есаплаўға мүмкиншилик беретуғын сүўрет берилген (сүўреттеги түсиниклер инглиз тилинде жазылған):

Positions of a dragster at two times during its run.



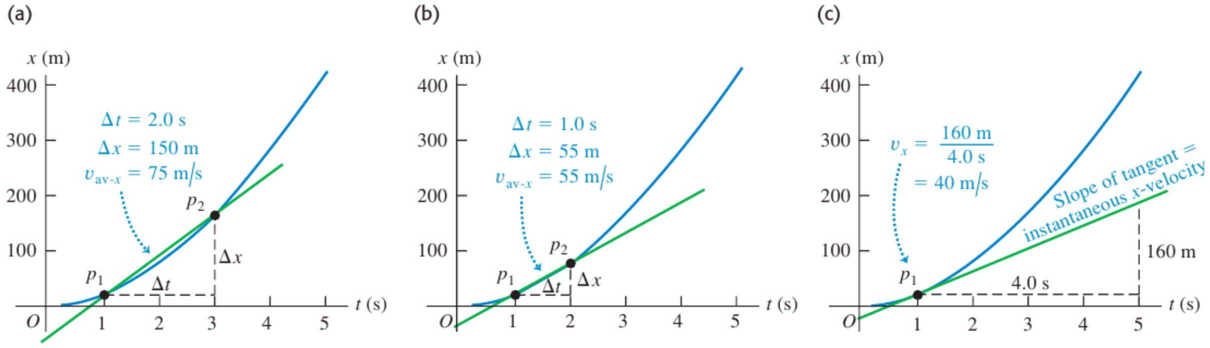
Бул сүўретте берилген мағлыўматларды төменде берилген сүўреттеги мағлыўматлар толықтырады:





Орын аўыстырыў, тезлик ҳәм тезлениў түсиниклериниң мәнислерин усы сүўреттиң жәрдеминде тереңирек үйрениў мүмкин.

Орын аўыстырыў, тезлик ҳәм тезлениў түсиниги ушын керек болған сүўрет. Траекторияның еки ноқаты арасындағы орташа тезлик бағыты бойынша аўысыў векторына тең. Орташа тезлик траекторияға урынба бағытында да емес. O арқалы есаплаў басы белгиленген.



As the average x-velocity $v_{\text{av-}x}$ is calculated over shorter and shorter time intervals ...

... its value $v_{\text{av-}x} = \Delta x/\Delta t$ approaches the instantaneous x-velocity.

The instantaneous x-velocity v_x at any given point equals the slope of the tangent to the x-t curve at that point.

Тезлениў (Acceleration). Тезлениў деп тезликтиң өзгериў тезлигине айтамыз. t ҳәм t + Δt ўақыт моментлериндеги тезликлер **v**(t) ҳәм **v**(t+Δt) болсын. Демек Δt ишинде тезлик **v**(t+Δt) - **v**(t) өсимин алады. Δt ўақты ишиндеги орташа тезлениў:

$$\boldsymbol{a}_{ort}(\boldsymbol{t},\boldsymbol{t}+\boldsymbol{\Delta t})=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta\boldsymbol{t}}. \tag{2.10}$$

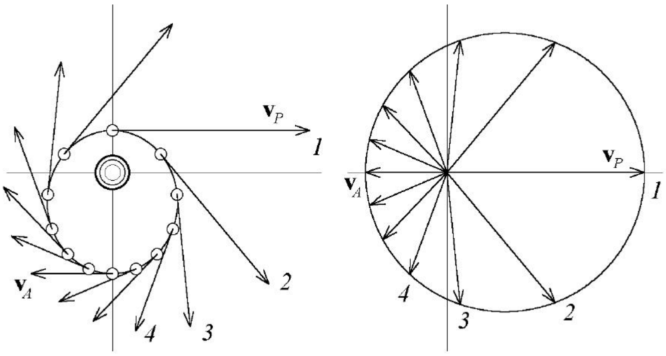
Бир қанша жағдайларда (айырым китапларда) тезлениўди ***w*** ҳәрибиниң жәрминде де белгилейди. Ҳәр қыйлы ўақыт аралықларындағы **v**(t) векторының сүўретин бир улыўмалық дәслепки ноқаттан шығатуғын етип саламыз. Усы вектордың ушы **тезликлердиң годографы** деп аталатуғын иймекликти сызады. Δt ўақытын шексиз киширейтип тезлениўди аламыз:

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}\right) = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}. \qquad (2.1)$$

$\boldsymbol{v} = \frac{dr}{dt}, \boldsymbol{r} = \boldsymbol{i}\,x + \boldsymbol{j}\,y + \boldsymbol{k}\,z$ екенлигин есапқа алып $a = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$ тезлениўди

$$\boldsymbol{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\boldsymbol{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\boldsymbol{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\boldsymbol{k} \qquad (2.12)$$

түринде көрсетиў мүмкин.



Тезликлер годографы.

Демек Декарт координаталар системасында тезлениўдиң қураўшылары:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, a_z = \frac{d^2z}{dt^2} \qquad (2.13)$$

түринде жазылады деген сөз.

Базы бир жуўмақлар:

1. Тезлик векторының бағыты барлық ўақытта траектория сызығына түсирилген урынбаның бағыты бойынша бағытланған.

2. Тезлениў менен тезлик векторларының арасындағы мүйештиң қәлеген мәниске ийе болыўы мүмкин. Басқа сөз бенен айтқанда тезлениў менен траектория арасындағы мүйеш қәлеген мәниске ийе болыўы мүмкин.

3. Тезлениўдиң нормаль қураўшысы тезликтиң абсолют мәнисин өзгертпейди, ал тек оның бағытын өзгертеди.

4. Тезликтиң абсолют мәнисиниң өзгериси тезлениўдиң тек тангенсиаллық (урынба) қураўшысы менен байланыслы.

Сораўлар:

1. "Механикалық қозғалыс", "есаплаў системасы", "есаплаў денеси" ҳәм "материаллық ноқат түсиниклериниң анықламаларын бериңиз.

2. "Траектория", "жол" ҳәм "орын алмастырыў түсиниклериниң айырмасы нелерден ибарат?

3. Денениң илгерилемели қозғалысы дегенимиз не?

4. Денениң ямаса бөлекшениң тең өлшеўли туўры сызықлы қозғалысы деп нелерге айтады?

5. Тең өлшеўли қозғалыстың тезлиги дегенимиз не?

6. "Тең өлшеўли қозғалыстың орташа тезлиги", "тең өлшеўли болмаған қозғалыстың орташа тезлиги" түсиниклерине анықламалар бериңиз. Усы еки түсиниктиң айырмасын сәўлелендиретуғын мысаллар келтириңиз.

7. Қандай қозғалысты тең өлшеўли тезлениўши қозғалыс деп атайды?

8. Тезлениў дегенимиз не ҳәм оның мәниси нени аңлатады? Тезлик пенен тезлениўдиң бирликлери.

9. Өтилген жолдың тең өлшеўли ҳәм тең өлшеўли тезлениўши қозғалыслардағы ўақыттан ғәрезлигиниң графигин келтириңиз?

10. Тезликтиң тең өлшеўли ҳәм тең өлшеўли тезлениўши қозғалыслардағы ўақыттан ғәрезлигиниң графигин келтириңиз?

11. Денелердиң еркин түсиўи дегенимиз не? Оның Жердиң бетиндеги сан мәниси қандай?

12. Тезликлерди қосыў нызамы. Мысаллар келтириңиз.

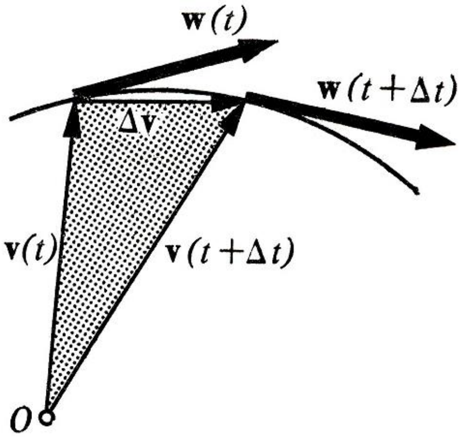
13. Тезлик годографы дегенимиз не ҳәм оның механикадағы әҳмийети нелерден ибарат.

3-санлы лекция. Иймек сызықлы қозғалыс. Айланбалы қозғалыс. Вертикаль, горизонт ҳәм горизонтқа қыя бағытта ылақтырылған дениниң қозғалысы. Қатты денелердиң қозғалысы

Енди тезлениўдиң тезликке ҳәм қозғалыс траекториясына салыстырғандағы бағытын анықлаўымыз керек. Биз тезлениўдиң тезлик годографына урынба бағытта екенлигин, бирақ оның менен қәлеген мүйеш жасап бағытланатуғынлығын да билемиз. Усы мәселени айқынластырыў ушын $\mathbf{v}=\boldsymbol{\tau}v$ формуласынан пайдаланамыз [(2.9)-формулаға қараңыз]:

$$\boldsymbol{a}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\frac{d}{dt}(\boldsymbol{\tau}\mathbf{v})=\frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{dt}}v+\tau\frac{dv}{dt}. \qquad (3.1)$$

Бул аңлатпада жерде $\tau=\tau(s)$ өтилген жолдың функциясы болып табылады. Өз гезегинде s шамасы ўақыт t ның функциясы. Сонлықтан $\frac{d\tau}{dt}=\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{ds}}\right)\left(\frac{\mathrm{ds}}{\mathrm{dt}}\right)\tau$ векторы абсолют мәниси бойынша өзгерген. Буннан $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{ds}}$ векторының $\boldsymbol{\tau}$ векторына перпендикуляр екенлиги көринип тур. $\boldsymbol{\tau}$ векторы траекторияға урынба бағытында. Демек $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{ds}}$ векторы траекторияға перпендикуляр, яғный бас нормал деп аталыўшы нормал бойынша бағытланған. Усы нормал бағытындағы бирлик вектор $\mathbf{n}$ арқалы белгиленеди. $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{ds}}$ векторының мәниси $\frac{1}{r}$ ге тең. Келтирилген аңлатпалардағы r болса траекторияның иймеклик радиусы деп аталады.



3-1 сүўрет. Тезликлер годографы. Белгиленип алынған дәслепки ноқаттан (О ноқаты) баслап тезлик векторының ақырғы ноқаты басып өткен ноқатлардың геометриялық орны болып табылады.

Траекториядан **n** бас нормалының бағытында r қашықлықта турған О ноқаты траекторияның иймеклик радиусы деп аталады. Сонлықтан

$$\frac{d\tau}{ds}=\frac{n}{r} \qquad (3.2)$$

аңлатпасын жазыў мүмкин.

$\frac{ds}{dt}=v$ екенлигин есапқа алып (3.1)-формуланы былай көширип жазамыз:

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{n}\frac{v^2}{r}+\boldsymbol{\tau}\frac{dv}{dt}. \qquad (3.3)$$

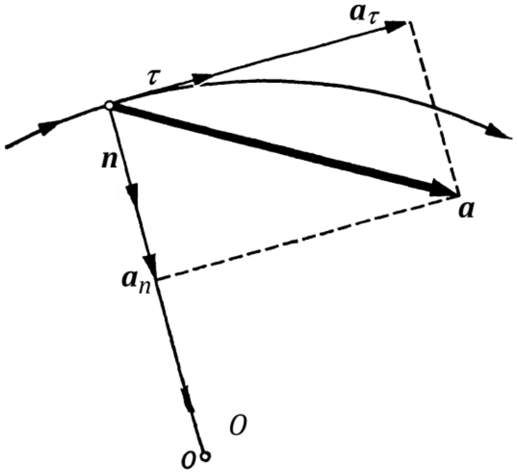
Демек толық тезлениў өз-ара перпендикуляр болған еки вектордан турады: траектория бойлап бағытланған

$$\boldsymbol{\tau}\frac{dv}{dt}=\boldsymbol{a}_\tau$$

тезлениўи тангенсиаллық (урынба) тезлениў деп аталады, ал екиншиси траекторияға перпендикуляр және бас нормал бойынша бағытланған тезлениў

$$\boldsymbol{a}_n=\boldsymbol{n}\frac{v^2}{r}$$

нормал тезлениў деп аталады.



3-2 сүўрет.
Толық тезлениўди ($\boldsymbol{a}$) қураўшылары болған тангенсиал ($\boldsymbol{a}_\tau$) ҳәм нормал ($\boldsymbol{a}_n$) қураўшыларға жиклеў.

Толық тезлениўдиң абсолют мәниси

$$a = \sqrt{\boldsymbol{a}^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{r}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}. \qquad (3.4)$$

Енди қозғалыстың ең әпиўайы түрлериниң бири болған туўры сызықлы тезлениўши қозғалыс ҳаққында гәп етемиз. Бундай жағдайда тезлениўди былай жазамыз

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}.$$

Бул аңлатпада v_0 арқалы дәслепки тезлик, t_0 арқалы дәслепки ўақыт (ўақыттың дәслепки моменти), v арқалы t ўақыт моментиндеги тезликтиң мәниси белгиленген. Бул формуладан

$$v = v_0 + a(t - t_0)$$

аңлатпасына ийе боламыз. Егер $t_0 = 0$ теңлиги орынланатуғын болса, онда көпшиликке белгили $v = v_0 + at$ формуласын аламыз.

Тезликтиң өсими Δv ның белгиси қандай болса тезлениўдиң белгиси де сондай болады.

Енди тең өлшеўли тезлениўши қозғалыстағы жүрип өтилген жолдың мәнисин есаплайық.

Әпиўайылық ушын $v_0 = 0$ деп есаплайық. Тезликтиң өсиўи OA туўрысы менен сәўлелендириледи. Сонлықтан жүрип өтилген жол OBA үш мүйешлигиниң майданына тең болады:

$$OA\frac{AB}{2} = \frac{vt}{2} = \frac{at^2}{2}.$$

Егер дәслепки тезлик нолге тең болмаса

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

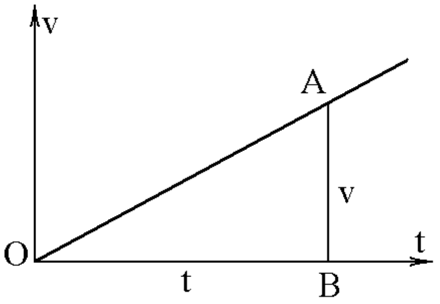
формуласын аламыз.

Ноқаттың шеңбер бойынша қозғалыўы. Мүйешлик тезлик. Ноқаттың шеңбер бойынша қозғалысын цилиндрлик координаталар системасында қараған аңсат. Бул жағдайда координата басын шеңбердиң орайына, ал x пенен ^{y} көшерлерин усы шеңбер тегислигине жайластырамыз. (x,y) тегислигинде бул поляр координаталар системасы болады. Шеңбердиң радиусын r арқалы белгилеймиз. Траектория бойынан A ноқатын алып $s = r\varphi$ теңлигин жаза аламыз. Тезликтиң абсолют мәниси

$$v = \frac{ds}{dt} = r\frac{d\varphi}{dt}$$

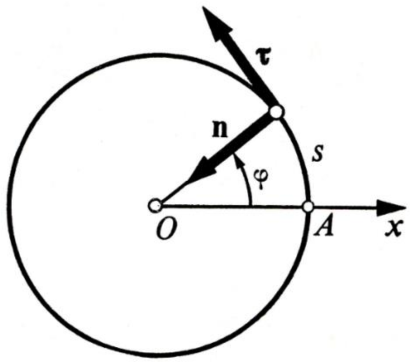
шамасына тең болады. Мүйештиң өзгериў тезлиги $\frac{d\varphi}{dt}$ **мүйешлик тезлик** деп аталады ҳәм ω ҳәрипи менен белгиленеди. Егер бул тезликтиң шамасы турақлы болса, онда мүйешлик жийиликти **цикллық жийилик** деп атайды. Мүйешлик тезликтиң мәниси айланыў дәўири T менен былай байланысқан:

$$\Omega = \frac{2\pi}{T}. \qquad (3.5)$$



3-3 сүўрет.
Тең өлшеўли тезлениўши
қозғалыста жүрип өтилген жол OAB
үш мүйешлигиниң майданына тең.

Орайға умтылыўшы тезлениў. Әдетте нормал тезлениўди **орайға умтылыўшы тезлениў** деп аталады. Шеңбердиң барлық ноқатларының иймеклик орайлары шеңбердиң орайы болып табылады. Иймеклик радиусы шеңбердиң радиусына тең. Орайға умтылыўшы тезлениў $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$. Бул аңлатпада $v = R\omega$ теңлигиниң бар екенлиги есапқа алынған.



3-4 сүўрет.
Шеңбер бойынша қозғалыстың
параметрлери.

Мүйешлик тезлениў. $v = R\frac{d\varphi}{dt}$ формуласынан тангенсиал (урынба) тезлениўдиң

$$a_t = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt} = \frac{R}{\frac{d\omega}{dt}} = \frac{R}{\frac{d^2\varphi}{dt^2}}$$

аңлатпасының жәрдеминде берилетуғынлығы келип шығады.

$$\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt}$$

шамасын ноқаттың **мүйешлик тезлениўи** деп аталады. Усының нәтийжесинде толық тезлениўди былайынша жазамыз:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = R\sqrt{\omega^4 + \dot{\omega}^2}. \qquad (4.19)$$

Мүйешлик тезлик ҳәм мүйешлик тезлениў векторлары. Шеңбер бойынша қозғалыс тек ғана шеңбердиң радиусы ҳәм мүйешлик тезлик пенен тәрийипленип қоймай, шеңбер жатқан тегисликтиң бағыты менен де тәрийипленеди. Тегисликтиң бағыты усы тегисликке түсирилген нормалдың бағыты менен анықланады. Сонлықтан шеңбер бойынша қозғалыс шеңбердиң орайы бойынша өтиўши ҳәм шеңбер тегислигине перпендикуляр сызық пенен тәрийипленеди. Бул сызық айланыў көшери болып табылады.

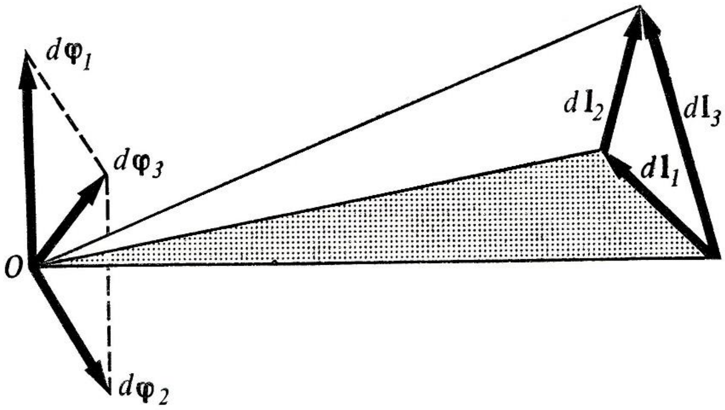
dφ шамасы элементар мүйешлик аўысыў деп аталады. v менен ds қалай байланысқан болса ($\boldsymbol{v} = \frac{ds}{dt}$ формуласы нәзерде тутылмақта) ω менен dφ де сондай болып байланысқан, яғный $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ түрине ийе. Бирақ тезликтиң тәрийиплемеси ушын тек оның тек шамасы емес, ал бағыты да керек. Егер аўысыў векторы ds арқалы белгиленген болса, онда тезлик векторы ушын аңлатпа $\frac{ds}{dt}$ түрине ийе болады.

Элементар мүйешлик аўысыў dφ тек өзиниң мәниси менен ғана емес, ал сол өзгерис жүз беретуғын тегислик пенен де тәрийипленеди. Усы тегисликти белгилеп алыў ушын d**φ** ди усы тегисликке перпендикуляр болған вектор деп қараўымыз керек. Оның бағыты оң бурғы қәдеси жәрдеминде анықланады; егер бурғыны φ диң үлкейиў бағытында айландырсақ, онда бурғының (тесиўдеги) қозғалыс бағыты d**φ** векторының бағытына сәйкес келиўи керек. Бирақ d**φ** ди вектор деп есаплайтуғын болса, онда оның ҳақыйқатында да вектор екенлигин дәлиллеўимиз керек.

Мейли $d\boldsymbol{\varphi}_1$ ҳәм $d\boldsymbol{\varphi}_2$ лер арқалы еки мүйешлик аўысыў белгиленген болсын. Усы шамалардың векторлардай болып қосылатуғынлығын дәлиллеймиз. Егер O ноқатынан (орайы O ноқаты) радиусы бир бирликке тең болған сфера пайда ететуғын болсақ усы мүйешлерге сфераның бетинде шексиз киши $d\boldsymbol{l}_1$ ҳәм $d\boldsymbol{l}_2$ киши доғалары сәйкес келеди (4-6 сүўретте сәўлеленген). $d\boldsymbol{l}_3$ доғасы болса үш мүйешликтиң үшинши тәрепин пайда етеди. Шексиз киши болған бул үш мүйешликти тегис үш мүйешлик деп есаплаўға болады. $d\boldsymbol{\varphi}_1, d\boldsymbol{\varphi}_2$ ҳәм $d\boldsymbol{\varphi}_3$ векторлары усы үш мүйешликтиң тәреплерине перпендикуляр болып жайласқан ҳәм оның тегислигинде жатады. Олар ушын төмендегидей векторлық теңликтиң орын алатуғынлығына көз жеткериў қыйын емес:

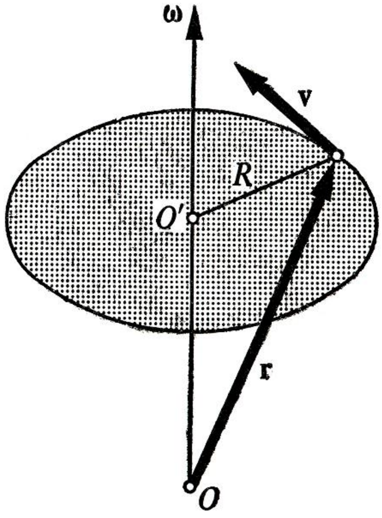
$$d\boldsymbol{\varphi}_3 = d\boldsymbol{\varphi}_1 + d\boldsymbol{\varphi}_2.$$

Демек $d\boldsymbol{\varphi}_1$ ҳәм $d\boldsymbol{\varphi}_2$ шамалары векторлар болып табылады екен. Усыны дәлиллеўимиз керек еди.



3-3 сүўрет. Элементар мүйешлик аўысыўлардың ($d\boldsymbol{\varphi}_1$ ҳәм $d\boldsymbol{\varphi}_1$ еки мүйешлик аўысыўларының) векторлық шама екенлигин дәлилеўди түсиндиретуғын сүўрет.

Бул векторларды координата көшерлери бойынша қураўшыларға жиклеўимиз керек. $d\boldsymbol{\varphi}_3 = d\boldsymbol{\varphi}_1 + d\boldsymbol{\varphi}_2$ қосындысына байланыслы бул қураўшылар вектордың қураўшыларындай болады. Сонлықтан **элементар мүйешлик аўысыў вектор болып табылады деп есаплаймыз**.



3-6 сүўрет. Радиусы R болған шеңбер бойынша қозғалыўшы ноқаттың мүйешлик тезлигиниң векторы қозғалыс тегислигине перпендикуляр бағытта бағытланған.

Вектор болыў қәсийетине тек ғана элементар (шексиз киши) мүйешлик аўысыўдың ийе болатуғынлығын сезиўимиз керек. Шекли мүйешке аўысыў вектор болып табылмайды. Себеби оларды аўысыў әмелге асатуғын тегисликке перпендикуляр болған туўрылардың кесиндиси деп қарасақ, бул кесиндилер параллелограмм қәдеси бойынша қосылмай қалады.

Материаллық ноқаттың шексиз киши аўысыўы dφ шексиз киши dt ўақыт аралығында жүзеге келеди. Сонлықтан мүйешлик тезлик

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{d\boldsymbol{\varphi}}{dt}$$

вектор болып табылады. Себеби $d\boldsymbol{\varphi}$ вектор, ал dt скаляр шама. $\boldsymbol{\omega}$ менен $d\boldsymbol{\varphi}$ лардың бағытлары бирдей ҳәм оң бурғы қағыйдасы (қәдеси) тийкарында анықланады.

Егер есаплаў басын айланыў көшериниң ықтыярлы ноқатына орналастырсақ, онда материаллық ноқаттың тезлигин мүйешлик тезлик векторы формуласы арқалы аңлатыўымыз мүмкин:

$$\mathbf{v}=[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}].$$

Мүйешлик тезлениў деп $\frac{d\omega}{dt}$ векторына атаймыз. Шеңбер бойынша қозғалыста **ω** векторының тек мәниси өзгереди, ал бағыты бойынша өзгермейтуғын айланыў көшерине параллел болып қалады. **r**=**r**(t) формуласын қолланып ноқаттың толық тезлениўин аламыз:

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \left[\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}, \boldsymbol{r}\right] + \left[\boldsymbol{\omega}, \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right] = \left[\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}, \boldsymbol{r}\right] + [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}].$$

Бул аңлатпада $\frac{dr}{dt} = \boldsymbol{v}$ екенлиги есапқа алынған. Биз қарап атырған жағдайда мүйешлик тезлениў векторы $\frac{d\omega}{dt}$ айланыў көшерине параллел болғанлықтан жоқарыдағы формуладағы $[\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}]$ векторы траекторияға урынба бағытында бағытланған. Демек:

Тангенсиаллық тезлениў	Нормал тезлениў	Толық тезлениў
$\boldsymbol{a}_\tau = \left[\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}, \boldsymbol{r}\right].$	$\boldsymbol{a}_n = [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}].$	$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_\tau.$

Бул формулалар айланыў көшери кеңисликте бағытын өзгертпейтуғын болған жағдайларда дурыс нәтийже береди.

Бир қанша мысаллар келтиремиз.

Дәслеп тең өлшеўли тезлениўши қозғалысты қараймыз. Бийиклиги 20 м болған жайдың басынан тас түсирилген, оның дәслепки тезлиги нолге тең. Ҳаўаның қарсылығын есапқа алмай тастың Жер бетине қанша ўақытта келип жететуғынлығын ҳәм Жер бетине қандай тезлик пенен түсетуғынлығын есаплаймыз.

Бул жағдайда тастың түсиўи еркин түсиў болып табылады. Дәслепки тезлиги нолге тең болған денениң тең өлшеўли тезлениўши қозғалыста өтилген жол $h = \frac{at^2}{2}$ шамасына тең (егер дәслепки тезлик v_0 нолге тең болмаса $h = v_0 t + \frac{at^2}{2}$). Еркин түсиўши дене ушын тезлениў $a = g = 9{,}81$ м/с^2 шамасын **еркин түсиў тезлениўи** деп атайды. Бул формуладан тастың түсиў ўақты

$$t = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

шамасына тең болып шығады. Сонлықтан t ≈ 2 с аралығындағы еркин түсиў ушын ақырғы тезлик v_t=gt=19.6 м/с шамасына ийе боламыз.

Енди вертикал бағытта ылақтырылған денениң қозғалысын қараймыз. Мейли вертикал бағытта ылақтырылған дене 30 м бийикликке көтерилсин. Усы бийикликке тастың қанша ўақытта жететуғынлығын ҳәм Жер бетине қанша ўақыттан кейин қайтып келетуғынлығын есаплайық.

Бул жағдайда

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

формуласын аламыз. 30 м бийикликке көтерилген ўақыттағы тастың ақырғы тезлиги нолге тең, яғный

$$v_t = v_0 - gt = 0.$$

Буннан $v_0 = gt$ теңлигин аламыз. Демек $h = gt \cdot t - \frac{gt^2}{2} = \frac{gt^2}{2}$ аңлатпасы келип шығады. Сонлықтан $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ шамасына тең. Бул нәтийжени жоқарыдағы келтирилген мысалдағы алынған нәтийже менен салыстырсақ жоқарғы еркин көтерилгендеги ўақыт пенен төменге еркин түскендеги ўақыт пенен тең екенлигин көремиз. t ның мәнисин анықлағаннан кейин $v_0 = gt = \sqrt{2gh}$ формуласы келип шығады. Сонлықтан v_0 ≈ 24.2 м/с, t ≈ 2.48 с шамаларын аламыз.

Енди иймек сызықлы қозғалысларды қарайық.

Бир дене горизонтқа α мүйешин жасап v_0 дәслепки тезлиги менен ылақтырылған. Усы денениң траекториясының түрин, денениң ең жоқарыға көтерилиў мүйешин ҳәм қанша аралыққа барып Жер бетине түсетуғынлығын анықлайық.

Мәселени былайынша шешемиз:

Сүўреттен

$$v_x = v_0 \cos\alpha,$$
$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt$$

теңликлериниң орынлы екенлиги көринип тур. x ҳәм y координаталары ўақыттың функциялары түринде былай жазылады:

$$x = v_0 \cos\alpha\, t,$$
$$y = v_0 \sin\alpha \cdot t = \frac{gt^2}{2}.$$

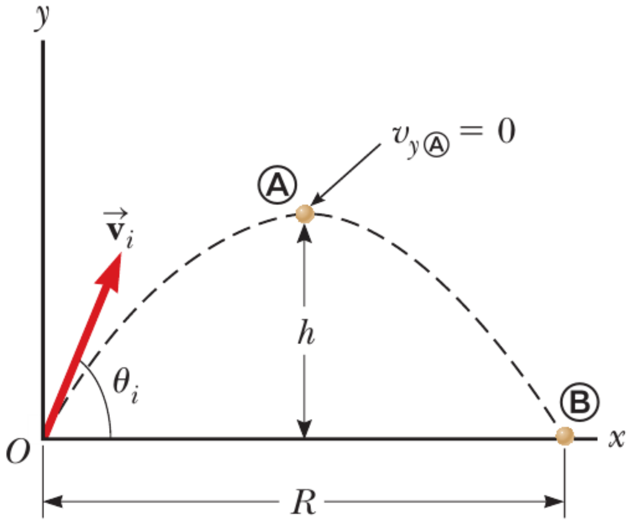
Бул теңлемелер системасынан ўақыт t ны алып тасласақ траекторияның теңлемесин аламыз:

$$y = tg\ \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2\ cos^2\alpha}x^2.$$

Алынған аңлатпалардағы x пенен x^2 лар алдында турған шамалар турақлы шамалар болып табылады. Оларды a ҳәм b арқалы белгилесек

$$y = ax - bx^2$$

функциясын аламыз. Бул параболаның формуласы. Демек Жер бетине мүйеш жасап ылақтырылған денениң парабола бойынша қозғалатуғынлығын көремиз.

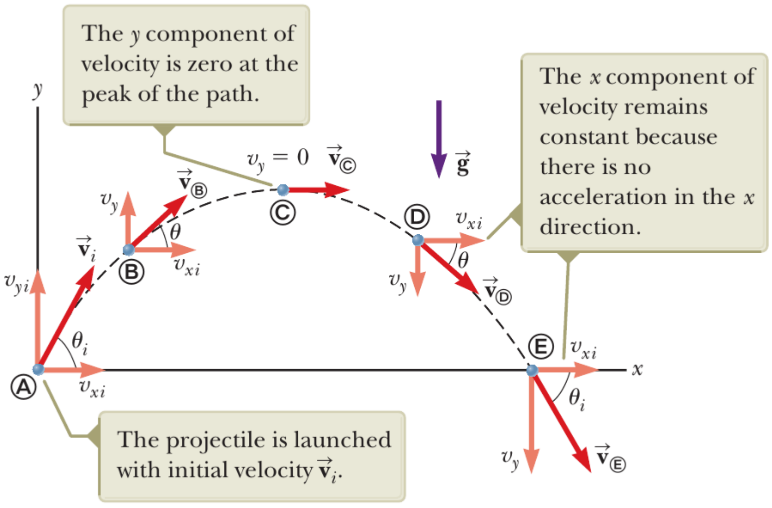


3-7 сүўрет. Горизонтқа мүйеш жасап ылақтырылған денениң қозғалысы. h арқалы максималлық бийиклик, ал R арқалы ушыў жолының узынлығы белгиленген.

Траекториясының ең жоқарғы ноқатында $v_y = 0$. Демек $v_0 \sin\alpha - gt = 0$. Олай болса ылақтырылған денениң көтерилиў ўақты ушын

$$t' = v_0\frac{\sin\alpha}{g}$$

формуласын аламыз.



The y component of velocity is zero at the peak of the path.

The x component of velocity remains constant because there is no acceleration in the x direction.

The projectile is launched with initial velocity $\vec{\mathbf{v}}_i$.

Горизонтқа мүйеш жасап ылақтырылған денениң траекториясы, тезлигиниң қураўшыларының өзгерислерин сәўлелендиретуғын сүўрет.

Ең жоқары көтерилиў бийиклиги ушын

$$y_{max} = v_0\ \sin\alpha\ \frac{v_0 \sin\alpha}{g} - \frac{g}{2}\left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)^2 = v_0^2\ \frac{sin^2\alpha}{2g}$$

формуласына ийе боламыз.

Дене Жердиң бетине $t = 2t'$ ўақты ишинде келип түседи. Олай болса ушыў ўақыты ушын

$$t = v_0 \frac{\sin\alpha}{g}$$

аңлатпасын аламыз. Демек

$$x_{max} = v_0 \cos\alpha \cdot t = \frac{v_0 \cos\alpha \ v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{2}\sin 2\alpha$$

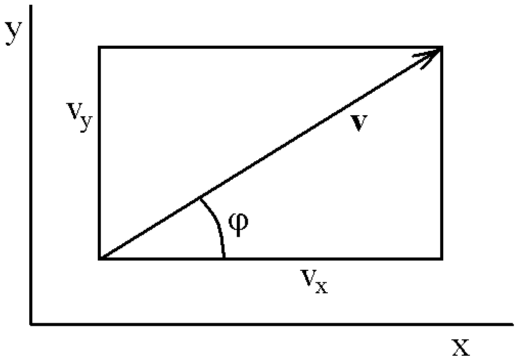
формуласы орынлы деген сөз. $\sin 2\alpha$ ның ең үлкен мәниси 1 ге тең. Бул жағдайда 2α=90^0. Демек α=45^0 та дене ең үлкен қашықлыққа ушып барады екен.

Тап сондай-ақ 2α ның ҳәр қыйлы мәнислеринде x тың бирдей мәнислеринин болыўы мүмкин. Мысалы α=63^0 пенен α=27^0 ларда бирдей x алынады (усы жағдай берилген сүўретлерде айқын түрде көрсетилген).

Мәселе: Горизонтқа α мүйешин жасап ылақтырылған дененин траекториясының еки ноқатының жәрдеминде дененин дәслепки тезлиги v менен сол мүйеш α ның мәнисин табыў.

Берилгенлери: Координата x_1 болғанда у координата y_1 мәниске, ал координата x_2 болғанда у тиң мәниси y_2 болған.

y_{max} пенен x_{max}, v_0 ҳәм α ның мәнислерин табыў керек.



3-8 сүўрет. Горизонтқа мүйеш жасап ылақтырылған дененин траекториясын есаплаў ушын дүзилген схема.

Сызылмадан

$$v_x = v\cos\varphi,\ v_y = v_0 t \sin\varphi - \frac{gt^2}{2}.$$

Буннан

$$\begin{cases} x = v_0\ t\cos\varphi\,, \\ y = v_0\ t\sin\varphi - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$$

теңлемелер системасын аламыз. Бул теңлемелер системасындағы биринши теңлемеден

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\varphi}$$

формуласын аламыз. Бул формуланы екинши теңлемеге қойсақ

$$y = \frac{v_0 \sin\varphi}{v_0 \cos\ \varphi} x - \frac{g}{2}\frac{x^2}{v_0^2\ cos^2\varphi}$$

теңлемесин аламыз ҳәм бул теңлемени былайынша жазамыз:

$$y = ax - \beta x^2.$$

Бул аңлатпаны дәслепки аңлатпа менен салыстырсақ

$$\alpha = tg\ \varphi \text{ ҳәм } \beta = \frac{g}{2}\frac{1}{v_0^2\ cos^2\varphi}$$

аңлатпаларына ийе боламыз.

Енди мәселениң шәртлери бойынша төмендегидей теңлемелер системасын дүземиз:

$$\begin{cases} y_1 = \alpha\ x_1 - \beta\ x_1^2, \\ y_2 = \alpha\ x_2 - \beta\ x_2^2. \end{cases}$$

Бул теңлемелердиң бириншисин x_1 ге, ал екиншисин x_2 ге көбейтемиз ҳәм биринширин екиншисинен аламыз. Сонда:

$$y_1x_2 - y_2x_1 = \beta x_1^2x_2 - \beta x_2^2x_1 = \beta(x_1^2x_2 - x_2^2x_1)$$

ҳәм

$$\beta = \frac{y_1x_2 - y_2x_1}{x_1^2x_2 - x_2^2x_1}$$

аңлатпаларына ийе боламыз. Демек α ушын

$$\alpha = \frac{y_1 + \beta x_1^2}{x_1}$$

аңлатпасының орынлы екенлигин аңғарамыз.

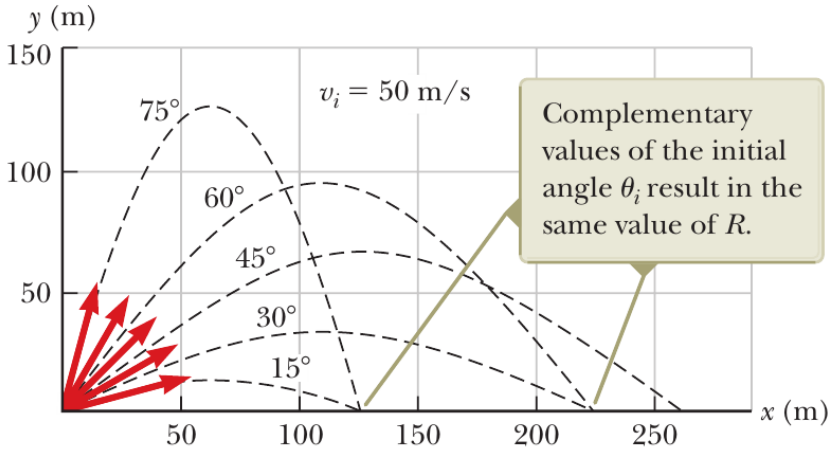
Және φ=arctgα ҳәм $v_0 = \sqrt{\frac{g}{2}\frac{1}{cos^2\varphi}\frac{1}{\beta}}$ екенлигин есапқа аламыз.

y_{max} ноқатында $\frac{dy}{dx} = 0$. Сонлықтан α - 2βx=0. Демек y_{max} ға сәйкес келиўши x тың мәниси былайынша анықланады:

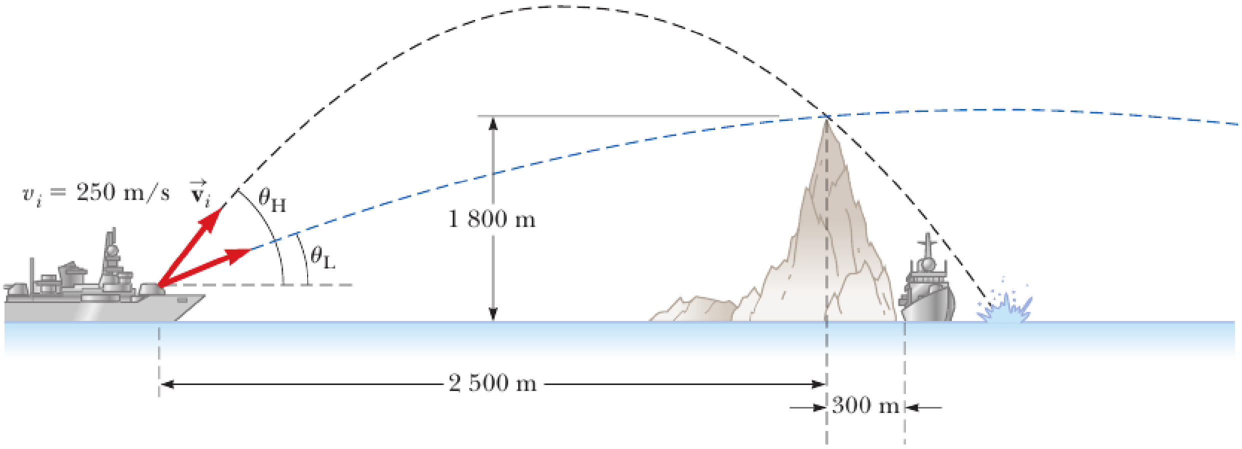
$$x = \frac{\alpha}{2\beta}.$$

Демек $y_{max} = \alpha x - \beta x^2 = \alpha\frac{\alpha}{2\beta} - \beta\frac{\alpha^2}{4\beta^2}$. Ал $x_{max} = 2\frac{\alpha}{2\beta}$.

Солай етип траекторияның еки ноқаты бойынша дәслепки тезлик v_0 ди, мүйеш φ ди, y_{max} менен x_{max} шамаларын анықлай алады екенбиз.



Горизонтқа мүйеш жасап ылақтырылған дененің ушын траекторияларының α мүйешинен ғәрезлиги. $\alpha=45^0$ болғанда дененің жер бетине тийетуғын ноқатының координатасы x ең үлкен мәниске ийе болады.



Тасаның арғы тәрепинде көринбей турған корабльди атып түсириў ушын дәслепки тезлик ҳәм горизонт пенен дәслепки тезлик арасындағы мүйештиң мәнислерин есапқа алыўдың талап етилетуғынын сәўлелендириўши сүўрет.

Базы бир жуўмақлар:

1. Тезлик барлық ўақытта траекторияға урынба бағытында бағытланған.

2. Тезлениў менен тезлик арасындағы мүйеш қәлеген мәниске ийе болыўы мүмкин. Яғный тезлениў траекторияға салыстырғанда қәлеген бағытқа ийе болады.

3. Тезлениўдиң нормал қураўшысы тезликтиң абсолют мәнисин өзгертпейди, ал тек оның бағытын өзгертеди.

4. Тезликтиң абсолют мәнисиниң өзгериси тезлениўдиң тангенсиал қураўшысының тәсиринде болады.

5. Тек шексиз киши мүйешлик аўысыў вектор болып табылады. Шекли мүйешке айланыў вектор емес.

6. Мүйешлик тезлик вектор болып табылады. Себеби ол вектор болып табылатуғын элементар мүйешлик аўысыў жәрдеминде анықланады. Шекли мүйешке бурылғандағы орташа мүйешлик тезлик абсолют мәнисине ҳәм бағытына ийе болса да вектор емес.

Сораўлар:

1. Қозғалысты тәрийиплеўдиң қандай усылларын билесиз?

2. Қозғалысты векторлар арқалы белгилеўдиң ҳәм векторлық жазыўдың қандай артықмашлары бар?

3. Элементар мүйешлик аўысыў менен шекли мүйешлик аўысыўлардың айырмасы нелерден ибарат?

4. Орайға умтылыўшы тезлениўдиң шамасы қандай формуланың жәрдеминде анықланады ҳәм физикалық мәниси неден ибарат?

5. Қандай себеплерге байланыслы орташа мүйешлик тезлик вектор болып табылмайды?

6. Материаллық ноқаттың шеңбер тәризли орбита бойынша қозғалыўы. Айланыў дәўири менен жийилиги. Цикллық жийилик дегенимиз не?

4-санлы лекция. Динамика. Денелердиң бир бири менен тәсирлесиўи. Күш. Күшлерди өлшеў. Күшлерди қосыў. Ноқатқа тәсир етиўши күшлердиң тең салмақлық шәрти

Ең дәслепки ескертиўлер. Күш пенен масса. Кинематика ушын "тезлик" ҳәм "тезлениў" түсиниклери тән. Динамикада болса сол түсиниклерге "күш" ҳәм "масса" түсиниклери қосылады. Әдеттеги сөйлесиўлерде бул сөзлер ҳәр қыйлы мәнислерге ийе болады. Ал физикалық терминлерге қатаң түрдеги анықлама бериледи.

Динамика (грек сөзи δύναμις — күш) механикалық қозғалыстың пайда болыў себеплерин изертлейтуғын физиканың бөлими болып табылады. Динамика тийкарынан масса, күш, импульс, импульс моменти, энергия түсиниклерине сүйенеди.

Ньютон нызамларына тийкарланатуғын динамиканы **классикалық динамика** деп атайды. Классикалық динамика тезликлери жақтылықтың вакуумдағы тезлигинен әдеўир киши болған объектлердиң қозғалысларын тәрийиплейди.

Динамиканың усындай усыллары жүдә киши болған объектлердиң (мысалы элементар бөлекшелер) ҳәм жақтылықтың тезлигине жақын тезликлердеги қәлеген дененең қозғалысларын классикалық динамика тәрийиплей алмайды. Сондай денелердиң қозғалыслары басқа нызамларға бағынады.

Динамиканың нызамларының жәрдеминде тутас денелердиң (яғный серпимли ҳәм серпимли емес деформацияланатуғын денелердиң), суйықлықлардың ҳәм газлердиң қозғалыслары да үйрениледи.

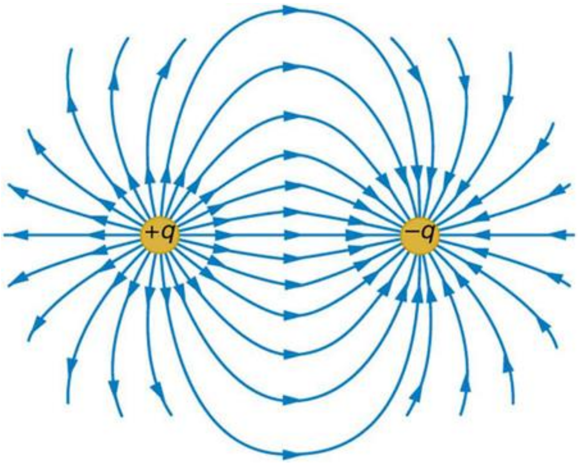
Айқын объектлердиң қозғалысларын үйрениўде динамиканың нызамларын пайдаланыў бир қатар арнаўлы пәнлердиң пайда болыўына алып келди. Усындай пәнлер сыпатында аспан механикасын, балластиканы, корабль динамикасын, самолет динамикасын ҳәм басқа да пәнлерди көрсетиў мүмкин.

Уллы алым Эрнст Мах динамиканың тийкарын Галилео Галилей дөретти деп есаплады.

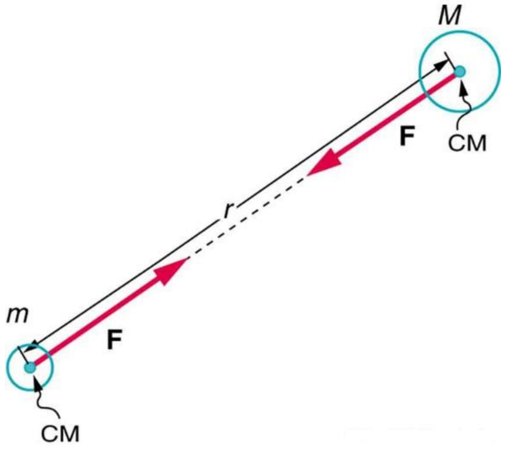
Тарийхый жақтан "динамиканың туўры мәселеси" ҳәм "динамиканың кери мәселеси" деп аталатуғын түсиниклердиң пайда болыўы төмендегилерден ибарат:

1) Динамиканың туўры мәселеси: қозғалыстың берилген характери бойынша денеге тәсир етиўши күшлердиң қосындысын табыў.

2) Динамиканың кери мәселеси: денеге тәсир ететуғын күшлерди есапқа алып дененең қозғалысының характерин анықлаў.

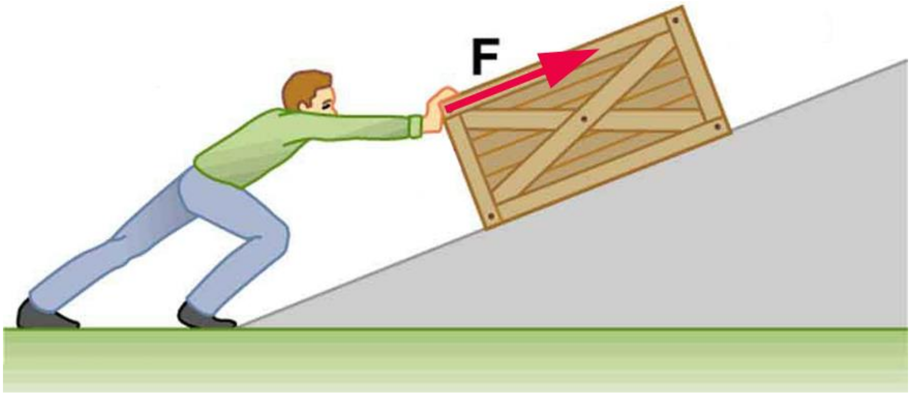


Ҳәр қыйлы белгиге ийе зарядлар менен зарядланған бөлекшелер бир бири менен электр майданы арқалы тартысады.

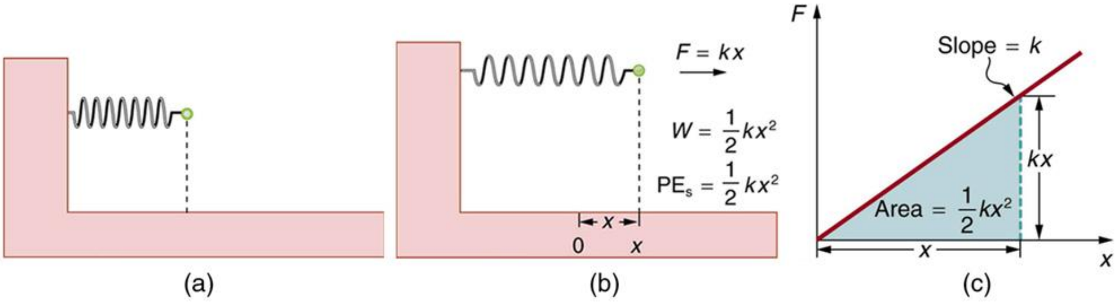


Массалары m ҳәм M шамаларына тең денелер бир бири менен тартысады. Тартысыў гравитация майданы арқалы жеткерилип бериледи.

Күш түсиниги булшық етлер тәрепинен берилетуғын сезимлерден келип шығады. Санлық жақтан күш еки белгиси бойынша анықланады: күш тынышлықта турған денени деформациялайды ҳәм тынышлықта турған денеге тезлениў береди.

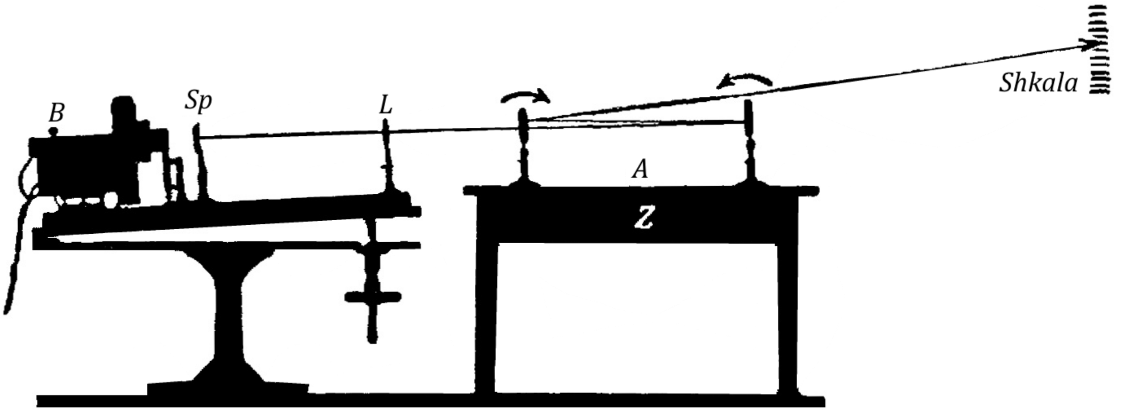


Ағаштан соғылған қутыны **F** күши менен ийтерип жокарыға шыгарыў мүмкин.

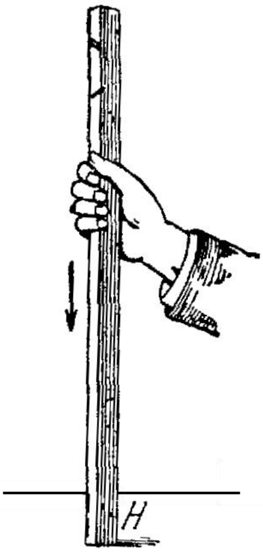


Пружинаны x шамасына созыў ушын талеп етилетуғын күштиң шамасы усы x тың мәнисине туўры пропорционал ҳәм F=kx, ал созыў ушын исленген жумыстың мәниси (1/2) kx^2 шамасына тең.

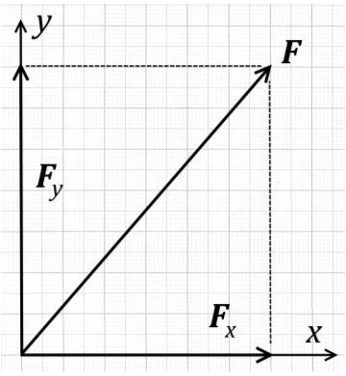
Деформация ушын төмендеги сүўретте көрсетилгендей әпиўайы мысалды келтиремиз. Үстинги бети қалың (Z арқалы белгиленген) столдың үстине еки айна орналастырылған. Жақтылық дәстеси сүўретте көрсетилгендей жолларды өтеди. Sp саңлағынан өткен жақтылық дәстеси шкаласы бар экранда жақтылық дерегиниң сүўретин береди. Столдың үстиниң қәлеген шамадағы иймейиўи айналарды кишкене стрелкалардың бағытында еңкейиўин болдырады. "Жақтылық рычагының" узынлығы үлке болғанлықтан дүзилистиң сезгирлиги жүдә жоқары. Столдың A бетине металл жүкти (мысалы массасы 1 кг болған металды) қоямыз. Столдың бети деформацияланады. Физиклер менен техниклер "жүкке оның салмағы деп аталатуғын күш тәсир етеди" деп айтады. Деформацияланған стол жүктиң тезлениўине қарсылық жасайды. Буннан кейин жүктиң үстин қол менен басамыз. Столдың бетиниң иймейиўи үлкейеди. Бундай жағдайда жүкке қосымша күш болған булшық еттиң күши деп аталатуғын күш тәсир етеди.



Биз енди жүкти столдың бетине перпендикуляр бағытта қойылған ағаш предмет пенен алмастырамыз ҳәм алақанымызды сол предметти қысып төменге қарай жылыстырамыз (төмендеги сүўретте көрсетилген). Бундай жағдайда стол және де деформацияланады. Бул жағдайда столдың бетине алақанның ағаштың бети бойынша қозғалыўының салдарынан пайда болған сыртқы сүйкелис күши тәсир етти деймиз. Бул күш ағаш предметти алақан менен қысып төменге карай жылыстырыўдың салдарынан пайда болды.

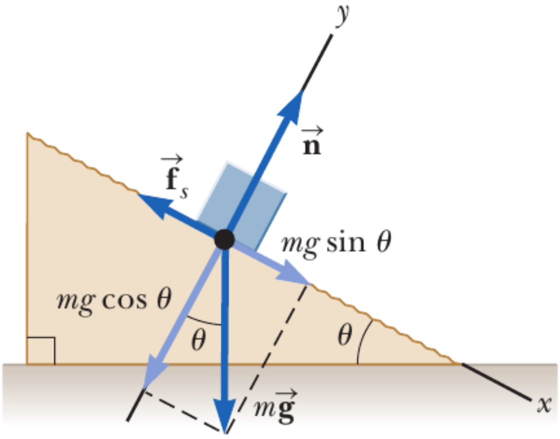


Сүйклис күшин пайда етиў арқалы столдың бетин деформациялаўды сәўлелендиретуғын сүўрет.

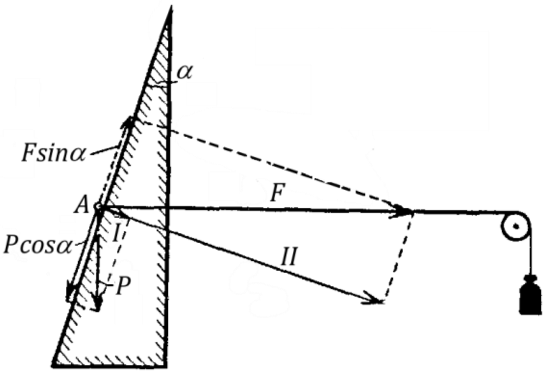


Бул сүўретте **F** күши **F**$_x$ хәм **F**$_y$ қураўшыларына жикленген.

Күш векторлық шама. Сонлықтан оны қураўшыларға жиклеўге болады. Жоқарыда келтирилген сүўретте **F**=**F**$_x$ + **F**$_y$ теңлиги орынланады.



Қыя тегисликтиң бетиндеги массасы m болған жүктиң салмағы болған m**g** күшин хәр қыйлы қураўшыларға жиклеўди сәўлелендиретуғын сүўрет.



Күш векторларын қураўшыларға жиклеў. А ролигин қыя тегисликте горизонт бағытындағы F күшиниң тәсиринде услап турыў керек. Р стрелкасы роликтиң салмағын аңлатады. Биз оны қыя тегисликтиң бетине параллель хәм перпендикуляр қураўшыларға жиклеймиз. I хәм II санлары менен белгиленген сол қураўшылар қыя тегисликтиң сезилерликтей емес серпимли деформация күшин теңгерип турады.

F·sinα ҳәм P·cosα күшлери роликти жоқары ҳәм төмен қарай тартады. Тең салмақлық ҳалда F=P/tgα. Қыя тегислик тик болса, онда α мүйеши менен tgα шамалары нолге умтылады. Бундай жағдайда жүдә үлкен F күши керек болады.

Күшлер барлық ўақытта да жубы менен пайда болады: еки күштиң шамалары бир бирине тең, бир бирине қарама-қарсы бағытланған ҳәм еки ҳәр қыйлы денеге тәсир етеди.

Ньютон бойынша бул жағдайды былайынша айтамыз: тәсир қарсы тәсирге тең (ал ҳәзирги заман тилинде тәсир етиўши күш қарсы тәсир етиўши күшке тең).

Денениң салмағы ҳәм масса. Жердиң бетинде қәлеген физикалық дене салмаққа ийе болады ҳәм $\boldsymbol{p}$ салмақтың

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{g}$$

формуласының жәрдеминде анықланатуғынлығы белгили. Бул формулада $\boldsymbol{g}$ арқалы денениң массасы белгиленген. Жоқарыдағы формуладан денениң салмағының оның массасына туўры пропорционал екенлиги көринип тур.

Жердиң бетинде $g = 9{,}81$ m/s^2. Сонлықтан массасы 1 кг ға тең заттың салмағы

$$p = mg = 1\ kg\ 9{,}81\frac{m}{s^2} = 9{,}81\ N.$$

Салмақ ушын әмелде кГ (килограмм) бирлиги қабыл етилген болып, 1 кГ=9,81 N болып табылады. Усы жағдайға байланыслы массасы 1 кг (1 килограмм) болған заттың Жердиң бетиндеги салмағы 1 кГ болып табылады.

Күнделикли турмыста масса сөзи салмақ сөзине қарағанда әдеўир жийи қолланылады. Мысаллар келтиремиз:

а) асханадағы қамыр масса болып табылады, оны ийлеўге болады;

б) ғалаба хабар қураллары халықтың кең массасының турмысын ҳәр тәреплеме сәўлелендиреди ҳ.т.б.

Бирақ жоқарыда келтирилген мысаллардың физика илиминдеги массаға дерлик қатнасы жоқ ҳәм лекциялардың барысында физикалық массаға кеңнен түсиник бериледи. Ең дәслеп денениң массасының оның инертлигиниң өлшеми екенлигин умытпаўымыз керек.

Күшлерди өлшеў. Механика ис алып баратуғын күшлердиң барлығын еки тийкарғы классқа бөлиў мүмкин:

1. Денелер бир бири менен тиккелей тийискенде пайда болатуғын күшлер;
2. Денелер арасында тиккелей контакт болмағанда да тәсир ететуғын күшлер.

Биринши классқа серпимли күшлер менен сүйкелис күшлери киреди.

Екинши классқа пүткил дүньялық тартылыс күшлери (бундай күшлерди гравитациялық күшлер деп те атайды) ҳәм Кулон менен Ампер тәрепинен ашылған электр зарядлары арасындағы тәсирлесиў күшлери (бундай күшлерди электромагнитлик күшлер деп атайды) киреди.

Серпимли күшлер денелер бир бири менен тиккелей тийискенде олардың деформациясының (мысал ретинде пружинаның созылыўын, қысылыўын ямаса иймейиўин күрсетиў мүмкин) нәтийжесинде пайда болады. Күшлердиң усындай категориясына шийшениң үстинде турған шарикке шийше тәрепинен тәсир ететуғын ҳәм шарик тәрепиненшийшениң бетине тәсир ететуғын күшлерди киргизиўге болады. усындай күшлерге жипке илдирилген дене тәрепинен жипке тәсир ететуғын ҳәм жип тәрепинен денеге тәсирететуғын күшлерди де киргизиў мүмкин. Серпимли күшлердиң пайда болыўына алып келетуғын деформациялардың шамалары жүдә киши болыўы мүмкин. Сонлықтан усындай деформациялардың шамасын анықлаў ушын арнаўлы әсбапларды пайдаланыў талап етиледи.

Деформациялардың қандай түрлериниң бар екенлиги ҳаққында арнаўлы лекцияларда айтылады.

Денелер бир бири менен тиккелей тийискенде деформацияның характеринен емес, ал денелердиң бир бирине салыстырғанда қандай тезлик пенен қозғалатуғынлығына байланыслы болған күшлер де пайда болады (сүйкелис күшлери ҳаққында лекцияларда кейинирек толық айтылады). Бул күшлердиң шамасы салыстырмалы тезликке, бир бири менен тийисетуғын бетлердиң өзгешеликлерине ҳәм басқа да факторлардан ғәрезли.

Денелердиң бир бири менен тиккелей тийисиўи талап етилмейтуғын екинши класс күшлер бир бири менен тәсирлесетуғын денелер пайда ететуғын майданлардың бар болыўының нәтийжесинде жүзеге келеди. Мысалы қәлеген дене өзиниң әтирапында тартылыс майданын (яғный гравитациялық майданды) пайда етеди. Ал электр заряды менен зарядланған денелер өзлериниң әтирапларында электр майданы деп аталатуғын физикалық майданды пайда етеди ҳәм усының нәтийжесинде сол дене басқа зарядланған денелер менен тәсир етиседи (тартысады ямаса ийтериседи). Электр мейданынан басқа магнит майданы да бар. Тоқ өтип турған өткизгишлер пайда еткен магнит майданлары арқалы тәсирлеседи. Демек бир бири менен тийиспей тәсир етесетуғын денелер (узақтын ямаса аралықтан тәсир ететуғын денелер) өзлери пайда еткен майданлар арқалы тәсирлеседи екен. Ал пайда болған күшлердиң тәбияты механикада емес, ал физиканың басқа бөлимлеринде үйретиледи. Механикада болса анаў ямаса мынаў айқын жағдайда қандай күшлердиң пайда болатуғынлығы изертлениледи.

Денелер бир бири менен тиккелей тийискенде ямаса аралықтан тәсир ететуғын күшлер арасында принципиаллық айырма жоқ. Ҳақыйқатында денелер бир бири менен тиккелей тийискенде пайда болатуғын күшлердиң өзи де денениң атомлары ямаса молекулалары тәрепинен пайда етилген анаў ямаса мынаў майданлардың бар болыўы менен байланыслы. Бирақ сол майданлардың өзгешелиги соннан ибарат, олар (майданлар) молекулалар ямаса атомлар арасындағы қашықлықлардың өзгериўи менен тез ҳәлсирейди. Сонлықтан усындай майданлардың бар екенлигиниң нәтийжелери жүдә киши қашықлықларда ғана сезиледи (яғный денениң ишинде ямаса денелер бир бири менен тиккелей тийискенде). Демек, денелер ҳәм сол денелердиң айырым бөлимлери арасындағы тәсирлесиў күшлери майданлардың бар солыўының себебинен жүзеге келеди екен.

Бирақ күшлердиң тәбияты ҳаққындағы мәселе (жокарыда атап өтилди) механикада емес, ал физиканың басқа бөлимлеринде (электродинамикада, қатты денелер физикасында ҳәм басқа да бөлимлерде) изертлениледи. Механикада болса айқын жағдайда қандай күштиң пайда болыўын изетлеў менен шекленеди.

Жоқарыда көрсетилген күшлердиң типи ҳаққындағы сораўға жуўаптың өзи ҳәр қыйлы болады. Денениң деформациясының нәтийжесинде пайда болатуғын серпимли күштиң шамасы менен бағыты тек денениң қайсы бағытта деформацияланғанына ғәрезли. Бирақ усы күш тәсир ететуғын денениң деформациясынан ғәрезли емес. Ал сүйкелис күшлерин карағанда мәселе бираз қурамаласады: бул күшлердиң шамаса күш тәсир еткен бағыттағы күши тәсир ететуғын денениң бетиниң ҳалынан да, күш тәсир еткен денениң бетиниң ҳалынан да ғәрезли. Усының менен бирге күштиң бағыты да, шамасы да бир бири менен тийисип турған бетлердиң салыстырмалы тезлигинен де ғәрезли. Майданлардың тәсиринде пайда болатуғын күшлерде (яғный узақтан ямаса аралықтан тәсир ететуғын күшлер жағдайында) күшлердиң бағыты менен шамасы тәсир етисетуғын денелердиң барлығынан да ғәрезли болады.

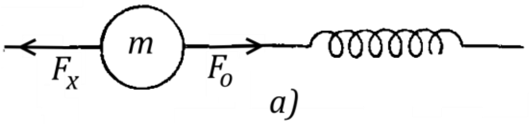
Жоқарыда айтылған жағдайларға байланыслы күшлерди өлшеў мәселеси еки мәселеге айрылады:

1) ана ямаса мына айқын жағдайда пайда болатуғын майданларды өлшеў;

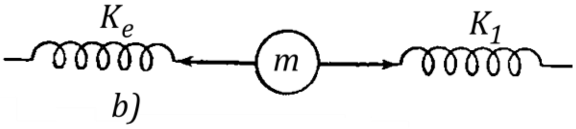
2) берилген денеге берилген майдан тәрепинен тәсир ететуғын күштиң шамасын өлшеў.

Күшлердиң шамасын өлшеў ушын бириншиден күштиң эталонының болыўы, екиншиден басқа күшлерди усы эталон менен салыстырыўдың усылы болыўы керек.

Белгили бир узынлыққа шекем созылған қандай да бир пружинаны аламыз (мысалы цилиндр тәризли формаға ийе полаттан соғылған пружина). Бул жағдайда күштиң эталоны сыпатында белгили бир узынлыққа созылған пружинаның бекитилип қойылған қәлеген ушына тәсир ететуғын F_0 күшиниң мәнисин алыў мүмкин. Эталон менен басқа күшлерди салыстырыў усылы мынадан ибарат: өлшеп атырған куштиң мәниси этанон күштиң мәнисине тең, ал бағыты қарама-қарсы (сүўретте келтирилген). Усы жағдайда күш түсип атырған денениң тынышлықта турғанлығы ямаса туўры сызықлы тең өлшеўли қозғалып баратырғанлығы итибарға алыныўы керек. Сүўретте F_0 арқалы эталон-күштиң шамасы, ал F_x арқалы өлшенетуғын күштиң шамасы белгиленген.

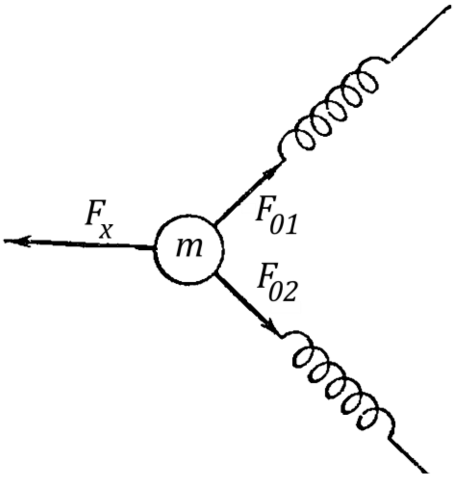


a)



b)

Жоқарыда келтиригнер усылдың жәрдеминде биз F_x күши менен F_0 күшиниң бир бирине тең екенлигин өлшей аламыз. Бирақ қәлеген шамадағы күшти өлшей алмаймыз. Оның ушын этанол-күшти жүдә көп экземплярда таярлаўымыз керек. Бундай жағдайда басқа да тап усындай пружинаны алыў жеткиликли. Тек ғана усы еки пружина да (K_e арқалы эталон пружина, ал K_1 арқалы басқа пружина белгиленген) m денесине бир ўақытта тәсир еткенде сол m денесиниң тынышлықта калыўы шәрт (b сүўрет). Усындай экспериментти өткергенде еки пружинаның көшерлериниң бир туўрының бойынша жатыўы шәрт. K_1 пружинасын тап усындай жоллар менен сайлап алып оны күштиң эталоны сыпатында пайдалана аламыз.



Бир денеге бир неше пружина тәрепинен күш тәсир ететуғын жағдай. Бундай жағдайда денег тәсир ететуғын күштиң шамасы барлық күшлердиң геометриялық суммасына тең болады.

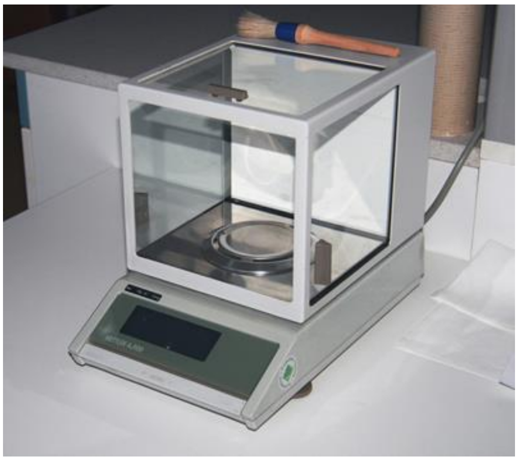
Енди биз қандай да бир денеги бир неше күш (пружина) тәсир етеди деп болжайық. Бундай жағдайда денеге тәсир ететуғын күштиң шамасы бардық пружиналар тәрепинен тәсир ететуғын күшлердиң геометриялық суммасына тең болады. Күшти бир неше эталонына ийе болып сол күш эталонына тең емес күштиң де шамасын өлшеўимиз мүмкин. Өлшенетуғын F_x күши тәсир ететуғын m денесине еки пружина-эталонды бекитемиз ҳәм олар арасындағы мүйешти m денеси тезлениў алмайтуғындай шамада қоямыз (жоқарыдағы сүўретте көрсетилген). Бундай жағдайда өлшенип атырған күштиң мәниси F_x эталонлар тәрепинен тәсир етип атырған күшлердиң кери белгиси менен алынған геометриялық суммасына тең болады, яғный:

$$\boldsymbol{F}_x = -(\boldsymbol{F}_{01} + \boldsymbol{F}_{02}).$$

Бундай жағдайда биз тек $2F_0$ шамасынан киши күштиң шамасын өлшей аламыз (F_0 арқалы эталон күштиң мәниси белгиленген). Бирақ пружиналарды бир бирине параллель қойып $2F_0$, буннан кейин $4F_0$ шамасына шекем, яғный қәлеген мәниске ийе күштиң шамасын өлшеў мүмкиншилигине ийе боламыз. Әлбетте ҳәр бир жағдайда усындай өлшеўди өткериўдиң кереги жоқ. Биз басқа қәлеген жарамлы болған пружинаны алыўымыз ҳәм жоқарыда келтирилген усылдың жәрдеминде ҳәр қыйлы созыўлардағы пружина тәрепинен тәсирететуғны күштиң өлшеўимиз мүмкин. Тап усындай етип калибровкаланған пружина-динамометрдиң жәрдеминде әмелде күштиң мәнисин өлшейди.

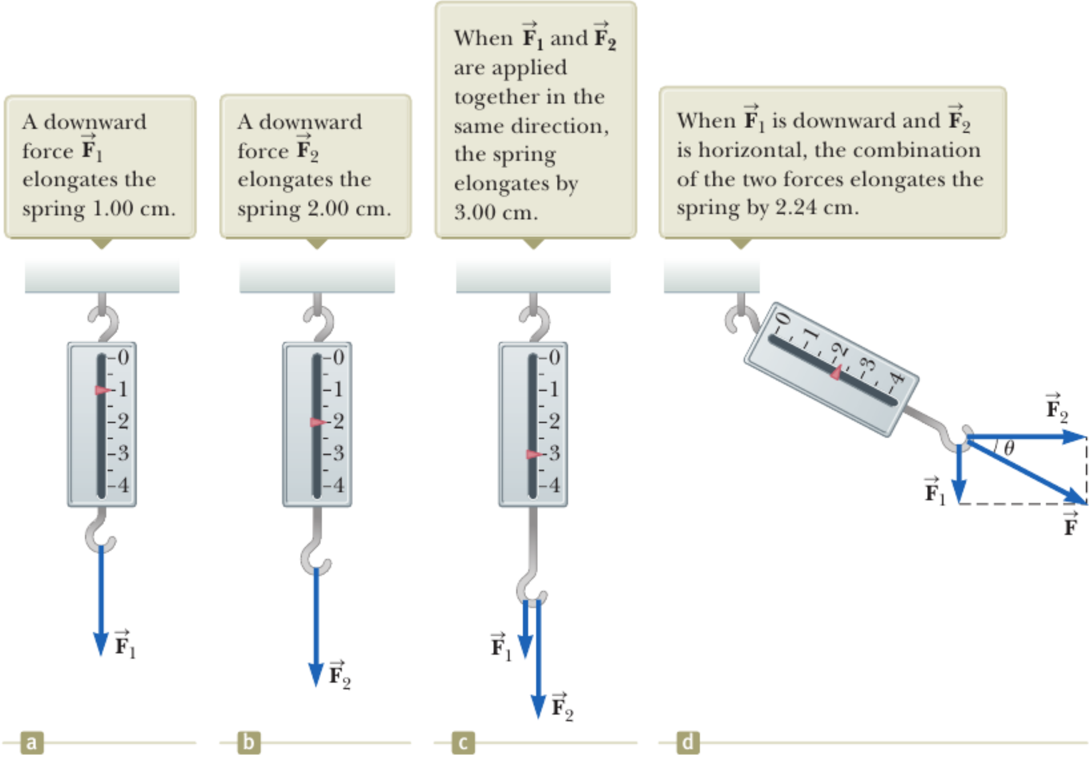
400 кН ға шекемги күшлерди өлшеў ушын арналған динамометр.

1950-жыллары усақлап сатыўды кең түрде қолланылған тәрези.



Киши массаларды өлшеўге мүмкиншилик беретуғын лабораториялық тәрези.

Электронлық тәрези.



Күшлерди динамометрдиң жәрдеминде өлшеўге мысаллар.

Базы бир жуўмақлар:

1. Динамика механикалық қозғалыстың пайда болыў себеплерин изертлейтуғын физиканың бөлими болып табылады.

2. Динамика тийкарынан масса, күш, импульс, импульс моменти, энергия түсиниклерине сүйенеди.

3. Денениң массасы деп сол денениң инертлигиниң өлшемин айтамыз. Масса скаляр шама болып табылады.

4. Күш векторлық шама болып табылады. Ол дененин қозғалыс ҳалын (дара жағдайда тынышлық ҳалын) өзгертетуғын себеп болып табылады. Сол себептиң тәбиятының ҳәр қыйлы болыўы мүмкин (денелердиң соқлығысыўы, сүйкелистиң салдарынан пайда болатуғын күшлер, гравитациялық, электромагнитлик ҳәм тағы басқа да күшлер). Күштиң тәсир етиўи денелердиң тезлениўин болдырады.

5. Күш барлық ўақытта да өзиниң жубы менен пайда болады.

6. Күшти динамометрлердиң (пружина-динамометрлердиң) ямаса тәрезилердиң жәрдеминде өлшейди. Күшти өлшеў ушын күштиң эталонының болыўы шәрт.

Сораўлар:

1. Динамика илими нени изертлейди?

2. Күш дегенимиз не ҳәм оның тәбияты ҳаққында нелерди айта аласыз?

3. Күнделикли турмыста қандай күшлердиң тәсир етиўин сезесиз?

4. Денелердиң массасы менен салмағы арасында қандай байланыстың болыўы мүмкин?

5. Масса дегенимиз не ҳәм ол физика илиминде кандай орынлы ийелейди?

6. Тәрезилер менен динамометрлердиң ислеў принциплери қандай физикалық қубылысларға тийкарланған?

7. Ҳәзирги ўақытлары пайдаланып атырған тәрезилердиң қандай түрлерин билесиз?

8. Тәрезиниң ямаса динамометрдиң өлшеўиниң дәллиги қандай факторларға байланыслы?

9. Дениниң тығызлығы дегенимиз не? Тығызлықтың бирликлери қандай?

10. Механикада қандай күшлер бар?

11. Күшлерди өлшеўдиң қандай усыллары бар? Лабораториялық ҳәм күнделикли турыста қолланылатуғын тәрезилер ҳаққында нелерди билесиз?

5-санлы лекция. Ньютон нызамлары

Динамиканың тийкарғы нызамлары ушын Ньютон тәрепинен оның басламаларында төмендегидей анықламалар усынылды:

1-анықлама. Материяның муғдары (масса) оның тығызлығы менен көлемине пропорционал түрде анықланатуғын өлшем.

Ньютонның ҳеш бир анықламасы усы анықламадай дәрежеде сынға алынбады. Бул жерде "материя муғдары" ҳәм "масса" сөзлери бирдей мәниске ийе. Ньютон тәрепинен усынылған "Материя муғдары" термини илимде көп ўақыт сақланбады ҳәм ҳәзирги илимде "масса" термини менен толық алмастырылған (бул ҳаққында жоқарыда гәп етилди).

Соның менен бирге Ньютон заманында қандай да бир шаманың өлшемин анықлағанда усы шаманың қандай шамаларға пропорционал екенлигине тийкарғы кеўил бөлинген. Мысалы ҳәзирги ўақытлары биз "үш мүйешликтиң майданы оның ултаны менен бийиклигиниң ярым көбеймесине тең" деп айтамыз. Ал Ньютон заманында "үш мүйешликтиң майданы оның ултаны менен бийиклигине пропорционал" деп айтылған.

2-анықлама. Қозғалыс муғдары тезлик пенен массаға пропорционал етип алынған шаманың өлшеми.

Ньютон тәрепинен биринши болып қабыл етилген "Қозғалыс муғдары" түсиниги де "Материя муғдары" түсинигине сәйкес келеди. Бирақ бул түсиник ҳәзирги ўақытларға шекем сақланып келди.

3-анықлама. Материяның өзине тән күши оның қарсылық етиў қәбилетлиги болады. Сонлықтан айырып алынған қәлеген дене өзиниң тынышлық ҳалын ямаса тең өлшеўли қозғалысын сақлайды.

4-анықлама. Сырттан түсирилген күш дениниң тынышлық ҳалын ямаса тең өлшеўли туўры сызықлы қозғалысын өзгертетуғын тәсир болып табылады.

Қозғалыстың биринши нызамы ретинде Ньютон XVII әсирдиң басларында Галилей тәрепинен ашылған инерция нызамын қабыл етти.

1-нызам. Қәлеген дене егер де сырттан күшлер тәсир етпесе өзиниң тынышлық ямаса тең өлшеўли туўры сызықлы қозғалыс ҳалын сақлайды.

Бундай қозғалыс әдетте еркин қозғалыс ямаса инерция бойынша қозғалыс деп аталады. Еркин қозғалатуғын денени еркин дене деп атаймыз.

Еркин денелерди тәбиятта табыў мүмкин емес. Сонлықтан бундай түсиникти қабыл етиў абстракция болып табылады.

Ньютонның екинши нызамы былайынша жазылады:

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{F}. \tag{5.1a}$$

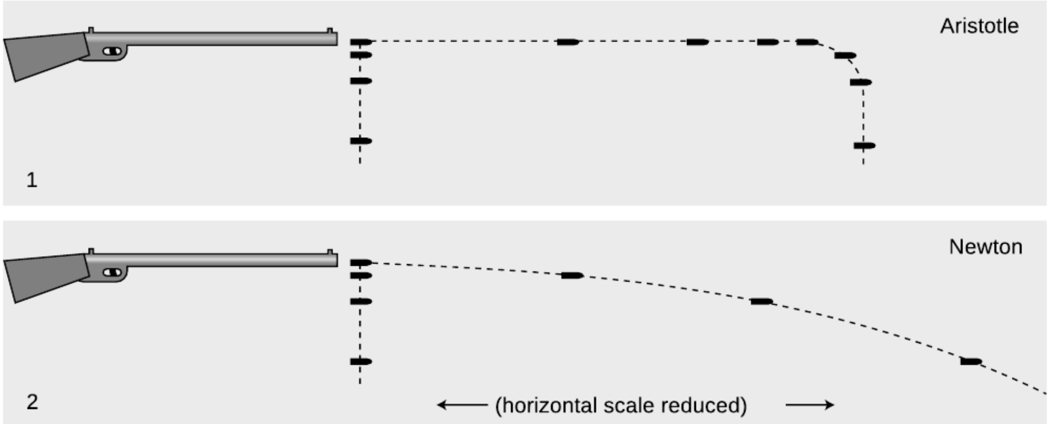
Бул формуладағы m арқалы дениниң массасы, $\frac{dv}{dt}$ арқалы тезлениўи, ал $\boldsymbol{F}$ арқалы денеге тәсир етиўши күштиң шамасы белгиленген.

Бул нызам бойынша биз төмендеги жағдайлардың орын алатуғынлығын көремиз:

1. Тезлениў қайсы тәрепке қарай бағытланған болса, күш те сол тәрепке қарай бағытланған.

2. Егер $\boldsymbol{F} = 0$ теңлиги орын алатуғын болса, онда $\frac{dv}{dt} = 0$ ҳәм $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{const}$ тезликтиң турақлы болатуғынлығын көремиз.

Усы жағдайдан Ньютонның биринши нызамы келип шықпай ма деген сораў келип туўады. Бир қатар физика илимин үйрениўшилерде усындай пикирдиң пайда болыўы мүмкин. Бирақ Ньютонның биринши нызамының өзинше ғәрезсиз нызам екенлигин ҳәр қандай инерциал есаплаў системаларын сайлап алыў арқалы айқын көрсетиўге болады. Соның нәтийжесинде бул нызамның ғәрезсиз екенлигин, қозғалысларды динамикалық ҳәм кинематикалық мәнисте қараў ушын қабыл етилген есаплаў системасының пайдаланыўға болатуғынлығын ямаса болмайтуғынлығын билдиретуғын критерийи болып саналады.



Аристотелдиң ҳәм Ньютонның тәлиматлары бойынша мылтықтан атылған оқтың траекториялары.

Масса. Импульстиң сақланыў нызамы. Қәлеген дене қозғалысқа келтирилсе ямаса оның тезлигиниң шамасын яки бағытын өзгертетуғын болсақ ол дәрҳәл қарсылық көрсетеди. Денелердиң бундай қәсийетин **инертлилик** деп атаймыз. Ҳәр қандай денелерде инертлилик ҳәр қандай болып көринеди. Үлкен тасқа тезлениў бериў, киши топқа тап сондай тезлениў бериўден әдеўир қыйын. **Инертлиликтиң өлшеми масса деп аталады**.

Дениниң массасын $\frac{F}{m} = m$ аңлатпасының жәрдеминде анықлаймыз. Масса релятивистлик инвариант (турақлы) шама болып табылады.

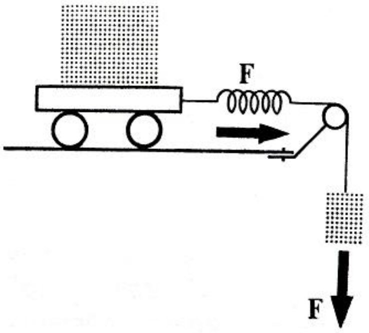
Масса **дениниң инертлилик қәсийетиниң тәрийиплемесинен басқа мәниске ийе емес**. Усыған байланыслы бундай массаны гейде **инерт масса** деп те атайды.

XIX әсирдиң ақырына келе физика менен шуғылланыўшылар дениниң массасы менен сол дениниң инертлилигиниң бир түсиник екенлигин айқын мойынлады. Бул ҳаққында О.Д.Хвальсонның "Физика курсы" китабының I томының сәйкес параграфын оқып исениўге болады.

Массаны дәл анықлаў ушын **изоляцияланған** ямаса **жабық система** деп аталыўшы түсиниклерди киргиземиз. Басқа денелерде жеткиликли дәрежеде алыслатылған, басқа денелердиң тәсири жоқ етилген денелер системасын усындай система деп қараймыз. Системаға кириўши денелер бир бири менен тәсирлесе алады. Еки материаллық ноқаттан туратуғын системаны қарайық. Бул ноқатлардың тезликлери жақтылық тезлигинен киши деп есаплаймыз. Усы материаллық ноқатлар бир бири менен тәсир етискенде олардың тезликлери өзгереди. Яғный

$$m_1 \Delta \boldsymbol{v}_1 = m_2 \Delta \boldsymbol{v}_2. \quad (5.1)$$

Бул аңлатпадағы m_1 ҳәм m_2 шамалары турақлы болып қалады. Усы шамалар 1- ҳәм 2-материаллық ноқатлардың өз-ара тәсир етисиў өзгешеликлерине пүткиллей байланыслы емес. Тәсир етисиў ўақты Δt ны қәлегенимизше өзгертиў мүмкин. Усының менен бирге $\Delta\boldsymbol{v}_1$ ҳәм $\Delta\boldsymbol{v}_2$ векторлары да өзгереди. Бирақ m_1 ҳәм m_2 коэффициентлери (дәлиреги олар арасындағы қатнас) турақлы болып қалады. Бул нәтийжени тәжирийбениң жуўмағы деп қараў керек. m_1 ҳәм m_2 коэффициентлери тек ғана усы 1- ҳәм 2-денелердиң өзлерине байланыслы болады. Оларды масса деп, анығырағы 1- жәнe 2-денелердиң инертлик массалары деп атаймыз.



5-1 сүўрет. Тезлениўдиң күштен ғәрезли екенлигин демонстрациялаў.

Солай етип еки материаллық денениң массаларының қатнасы олар бир бири менен тәсир етискенде тезликлери алатуғын өсимлердиң минус белгиси менен алынған қатнасларындай болады екен.

Массалар қатнасынан массаның өзине өтиў ушын **массаның эталоны** керек болады. Бундай жағдайда барлық денелер массалары бир мәнисте анықланады. Сондай-ақ эталон оң белгиге ийе болса барлық массалар да оң белгиге ийе болады. Физика илиминде тийкарғы бирлик ретинде **килограмм** қабыл етилген. Ол Франциядағы Севре қаласындағы Халық аралық салмақлар ҳәм өлшемлер бюросында сақланып турған иридийдиң платина менен қуймасынан исленген эталонның массасына тең. Килограммның мыңнан бир үлесине грамм деп айтамыз.

Тәжирийбениң нәтийжеси болған жәнe де бир жағдайға дыққат қоямыз. m_2/m_1 қатнасын усы еки денениң массаларының қатнаслары түринде есапланып қоймай, үшинши денени де қолланыў мүмкин. Бундай жағдайда усы массалардың үшинши денениң массасына қатнасын табамыз. Бул қатнасларды бир бирине бөлсек m_2/m_1 қатнасы келип шығады. Егер (5.1) қатнастың еки тәрепин де тәсир етисиў ўақты Δt ға бөлсек

$$m_1 a_{1\,ort} = -m_2 a_{2\,ort} \qquad (5.2)$$

аңлатпасын аламыз. Ал шектеги жағдайға (яғный ўақыттың шексиз киши кесиндисине) өтсек

$$m_1 a_1 = -m_2 a_2 \qquad (5.3)$$

формуласына ийе боламыз.

Бул формула менен массалардың қатнасын анықлаў, усы денелердиң **орташа** ямаса **ҳақыйқый тезлениўлериниң** қатнасларын анықлаўға алып келинеди.

(5.1)-аңлатпаға басқа түр беремиз. $\Delta v_1 = v_1' - v_1$ ҳәм $\Delta v_2 = v_2' - v_2$ деп белгилейик. Бундай жағдайда

$$m_1 a_1 + m_2 a_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'. \qquad (5.4)$$

$m\boldsymbol{v} = \boldsymbol{p}$ болған масса менен тезликтиң көбеймесинен туратуғын векторды материаллық ноқаттың **импульсы** ямаса **қозғалыс муғдары** деп атайық. Материаллық ноқатлар системасының **импульсы** ямаса **қозғалыс муғдары** деп ҳәр бир материаллық ноқаттың импульсларының векторлық қосындысына тең шаманы, яғный

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2 \tag{5.5}$$

шамасына айтамыз.

(5.4)-аңлатпадан

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}' \tag{5.6}$$

екенлиги келип шығады. Бул жерде $p = p_1 + p_2$ ҳәм $p' = p_1' + p_2'$ лар арқалы системаның импульсиниң өз-ара тәсирлесиўден бурынғы ҳәм кейинги импульслери белгиленген.

Демек жабық системадағы еки материаллық ноқаттың импульсларының қосындысы турақлы болып қалады екен. Бул аўҳал **импульстиң сақланыў нызамы** деп аталады. Бул нызам релятивистлик емес ҳәм релятивистлик жағдайлар ушын да дурыс келеди.

Егер материаллық ноқатқа сырттан тәсирлер түсетуғын болса, онда оның импульсы сақланбайды. Усыған байланыслы өз-ара тәсир етисиўдиң интенсивлилиги сыпатында импульстен ўақыт бойынша алынған туўындыны аламыз $\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \dot{\boldsymbol{p}}$. Физикада $\dot{\boldsymbol{p}}$ аңлатпасының жәрдеминде материаллық ноқаттың басқа денелерге салыстырғанда орны ғана емес, ал оның тезлигиниң де анықланатуғынлығы фундаменталлық мәниске ийе. Бул туўынды материаллық ноқаттың радиус-векторы **r** диң, тезлик v ның функциясы болып табылады ҳәм соның менен бирге қоршап турған материаллық ноқатлардың координаталары менен тезликлерине байланыслы болады. Бул функцияны $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{v})$ түринде белгилеймиз. Онда

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{F}. \tag{5.7}$$

түриндеги аңлатпаны аламыз.

Материаллық ноқаттың координаталары менен тезликлериниң функциясы болған, импульстиң ўақыт бойынша алынған туўындысына тең $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{v})$ **күш** деп аталады. **Күш вектор болып табылады ҳәм вектор p дан скаляр ўақыт t бойынша алынған туўындыға тең**.

Солай етип **материаллық ноқаттың импульсынан ўақыт бойынша алынған туўынды оған тәсир етиўши күшке тең** екен.

Бул жағдай Ньютонның екинши нызамы деп, ал бул нызамның математикалық аңлатпасы болған $\dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{F}$ теңлемеси **материаллық ноқаттың қозғалыс теңлемеси** деп аталады. Релятивистлик емес тезликлерде Ньютонның екинши нызамының (релятивистлик тезликлер ушын Ньютонның екинши нызамы ҳаққында гәп етиў мүмкин емес)

$$m\dot{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{F} \tag{5.8}$$

ямаса

$$m\ddot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{F} \tag{5.8a}$$

түринде жазылыўы мүмкин.

Демек масса менен тезлениўдиң көбеймеси тәсир етиўши күшке тең екен.

Ньютонның үшинши нызамы. Еки материаллық бөлекшеден туратуғын жабық системаны қараймыз. Бул жағдайда импульстиң сақланыў нызамы орынланады:

$$\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = const. \tag{5.9}$$

Бул аңлатпаны ўақыт бойынша дифференциалласақ

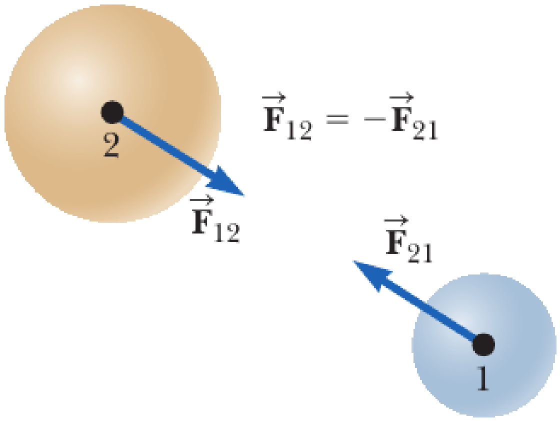
$$\dot{\boldsymbol{p}}_1 + \dot{\boldsymbol{p}}_2 = 0 \qquad (5.10)$$

аңлатпасына ийе боламыз. Ньютонның екинши нызамы тийкарында

$$\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2 \qquad (5.11)$$

формуласын жаза аламыз. Бул формуладағы $\boldsymbol{F}_1$ ҳәм $\boldsymbol{F}_2$ арқалы материаллық ноқатлар тәрепинен бир бирине тәсир ететуғын күшлер белгиленген. Бул теңликке тәжирийбеде тастыйықланған фактти қосамыз: $\boldsymbol{F}_1$ ҳәм $\boldsymbol{F}_2$ күшлери материаллық ноқатларды байланыстыратуғын сызық бойынша бағдарланған. Усы айтылғанлар тийкарында Ньютонның үшинши нызамына келемиз:

Еки материаллық ноқатлар арасындағы өз-ара тәсирлесиў күшлери өз ара тең, бағытлары бойынша қарама-қарсы ҳәм усы материаллық ноқатларды байланыстыратуғын сызықтың бойы менен бағдарланған.



Ньютонның үшинши нызамын сәўлелендириўши сүўрет. 1-дене $\vec{\boldsymbol{F}}_{12}$ күши менен 2-денени өзине қарай тартады, ал 2-дене болса $\vec{\boldsymbol{F}}_{21}$ күши менен 1-денени өзине қарай тартады. Ньютонның үшинши нызамы бойынша $\vec{\boldsymbol{F}}_{12} = -\vec{\boldsymbol{F}}_{21}$ теңлигиниң орынланыўы шәрт.

$\boldsymbol{F}_1$ ҳәм $\boldsymbol{F}_2$ күшлериниң бирин тәсир, ал екиншисин қарсы тәсир деп атайды. Бундай жағдайда үшинши нызам былайынша айтылады: ҳәр бир тәсирге шамасы жағынан тең, ал бағыты бойынша қарама қарсы тәсир етеди. Ҳәр бир "тәсирдиң" физикалық тәбияты жағынан "қарсы қарап бағытланған тәсирден" парықының жоқлығына айрықша итибар бериў керек.

Материаллық ноқатларға тәсир етиўши күшлерди **ишки** ҳәм **сыртқы күшлер** деп бөлиў керек. Ишки күшлер - бул система ишиндеги материаллық ноқатлар арасындағы тәсир етисиў күшлери. Бундай күшлерди $\boldsymbol{F}_{ij}$ деп белгилеймиз. Сыртқы күшлер - бул системаны қураўшы материаллық ноқатларға сырттан тәсир етиўши күшлер.

Ньютонның үшинши нызамы бойынша

$$\boldsymbol{F}_{ij} = \boldsymbol{F}_{ki}, \qquad (5.11а)$$

яғный $\boldsymbol{F}_{ij} + \boldsymbol{F}_{ki} = 0$ аңлатпасына ийе боламыз.

Буннан системадағы ишки күшлердиң геометриялық қосындысы нолге тең екенлиги келип шығады. Бул жағдайды былай жазамыз:

$$\boldsymbol{F}_1^{(i)} + \boldsymbol{F}_2^{(i)} + \boldsymbol{F}_3^{(i)} + \dots + \boldsymbol{F}_n^{(i)} = 0. \qquad (5.12)$$

Бул аңлатпадағы төменги индекс материаллық ноқаттың қатар санын береди. (i) индекси арқалы күшлердиң ишки күшлер екенлиги белгиленген. Сонлықтан

$$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 + \boldsymbol{p}_3 + \cdots + \boldsymbol{p}_n) = \boldsymbol{F}_1^{(e)} + \boldsymbol{F}_2^{(e)} + \boldsymbol{F}_3^{(e)} + \cdots + \boldsymbol{F}_n^{(e)} \qquad (5.13)$$

ямаса

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{F}^{(e)} \qquad (5.14)$$

формулаларын жаза аламыз. Бул аңлатпада $\boldsymbol{p}$ арқалы барлық системаның импульси, $\boldsymbol{F}^{(e)}$ арқалы барлық сыртқы күшлердиң тең тәсир етиўшиси белгиленген. Солай етип **материаллық ноқатлар системасының импульсынан ўақыт бойынша алынған туўынды системаға тәсир етиўши барлық сыртқы күшлердиң геометриялық қосындысына тең**.

Егер барлық сыртқы күшлердиң геометриялық қосындысы нолге тең болса (бундай жағдай жабық системаларда орын алады) $\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = 0$ ҳәм $\boldsymbol{p} = const$ теңликлери орынланады. Демек сыртқы күшлердиң геометриялық қосындысы нолге тең болса импульс ўақытқа байланыслы өзгермей қалады екен.

Базы бир жуўмақлар:

1. Ньютонның нызамлары классикалық механиканың тийкарында жататуғын үш нызм болып табылады. Бул назамлардың тийкарында системаны қурайтуғын барлық денелерге тәсир ететуғын күшлер белгили болған жағдайда қәлеген механикалық системаның қозғалыс теңлемесин жазыўға мүмкиншилик береди. Нызамлар биринши рет 1687-жылы жарық көрген "Натурал философияның математикалық басламалары" атлы китапта толық түрде келтирип шығарылған.

2. Инерциаллық есаплаў системалар деп аталатуғын есаплаў системалары бар болып, усындай системаларда ҳеш кандай күш тәсир етпейтуғын (ямаса тәсир етиўши күшлер бир бирин теңлестиретуғын) материаллық ноқатлар тынышлық ҳалында ямаса туўры сызықлы тең өлшеўли қозғалыс ҳалында жасайды.

3. Күшлер тезлениўден ғәресиз тәбиятта бар болып табылады. Оның мәнисин тезлениў арқалы өлшеўге болатуғын болса да күш түсинигин тезлениўге байланыссыз киргизиў керек. Бирақ усы көз-қарасқа қарама-қарсы көз қарас та орын алған.

4. Электромагнит тәсирлесиў жағдайларында Ньютонның үшинши нызамы орынланбайды. Бул нызамды туйық системадағы импульстиң сақланыў нызамы сыпатында көрсетиўдиң нәтийжесинде ғана оның дурыслығына көз жеткериў мүмкин.

5. Әпиўайы формада Ньютонның үшинши нызамының орынланбаўы кеңислик пенен ўақыттың релятивистлик қәсийетлери менен байланыслы.

Сораўлар:

1. Тәсирлесиў күши ҳаққында гәп еткенде қандай күшлер нәзерде тутылады?

2. Галилейдиң салыстырмалық принципиниң физикалық мәниси нелерден ибарат?

3. Математикалық жоллар менен Ньютонның екинши нызамынан биринши нызамды келтирип шығарыўға болады. Бирақ Ньютонның биринши нызамы (инерция нызамы) ғәрезсиз нызам сыпатында қатыл етилген. Мәнисин түсиндириңиз.

4. Физикада күш деп қандай физикалық шамаға айтады?

5. Тәсир ҳәм қарсы тәсир ҳәм олардың теңлиги ҳаққында гәп еткенде қандай физикалық қубылыслар нәзерде тутылады.

6. Ньютонның үшинши нызамының физикалық мәниси нелерден ибарат?

7. Импульстиң сақланыў нызамы менен Ньютонның үшинши нызамы арасында қандай қатнас бар?

8. Ньютонның нызамларына Ньютонның өзи берген анықламалары және ҳәзирги заманлары қолланылатуғын анықламалар арасында қандай айырмалар бар?

9. Масса материяның қандай қәсийетин тәрийиплейди?

Тәсирлесиўде физикалық майданның тутқан орны нелерден ибарат?

6-санлы лекция. Денелердиң еркин түсиўи. Салмақсызлық. Денениң еркин болмаған қозғалысы. Импульс. Күш ҳәм денениң импульси. Импульстиң сақланыў нызамы. Өзгериўши массаға ийе денениң қозғалысы. Мещерский теңлемесин келтирип шығарыў

Еркин түсиў барысындағы салмақсызлық ҳалының орнаўы әҳмийетли физикалық фактор болып табылады. Бул дененың инерт ҳәм гравитациялық массаларының бир екенлигинен дерек береди. Инерт масса дененың инертлилик қәсийетин сыпатлайды. Гравитациялық масса болса усы дененың Ньютонның нызамы бойынша басқа денелер менен тартысыў күшин тәрийиплейди. Гравитациялық масса электр заряды сыяқлы мәниске ийе. Улыўма айтқанда дененың инерт массасы менен гравитациялық массасы бир ямаса бир бирине пропорционал болады деген сөз ҳеш қайдан келип шықпайды (еки физикалық шама бир бирине пропорционал болған жағдайда өлшем бирликлерин пропорционаллық коэффициенттиң мәниси 1 ге тең болатуғындай етип сайлап алыў арқалы теңлестириўге болады). **Инерт ҳәм гравитациялық массалардың бир бирине пропорционал екенлигин дәлиллеймиз**. Жердиң гравитациялық массасын M_g арқалы белгилейик. Бундай жағдайда Жер бетиндеги гравитациялық массасы m_g болған дене менен тәсирлесиў күши

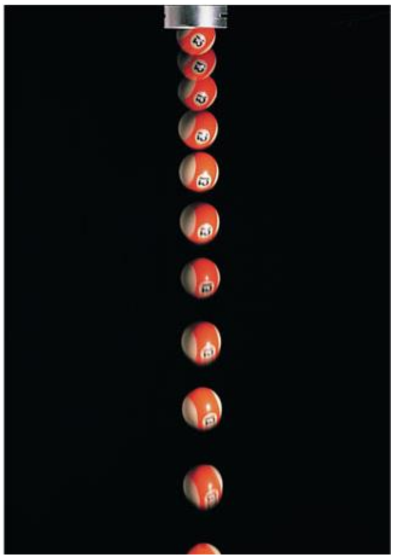
$$F = G\frac{M_g m_g}{R^2} \qquad (6.1)$$

шамасына тең болады. Бул формулада R арқалы Жердиң радиусы белгиленген.

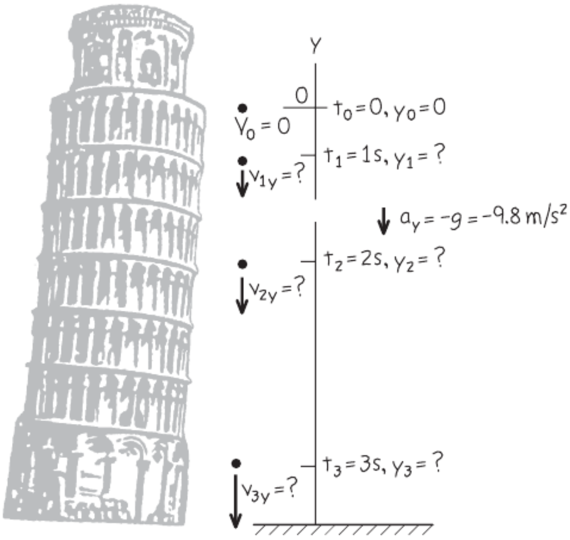
Инерт массасы m болған дене Жерге қарай g тезлениўи менен қозғалады

$$g = \frac{F}{m} = G\frac{M_g}{R^2}\frac{m_g}{m} = const\,\frac{m_g}{m}. \qquad (6.2)$$

Тезлениў g Жер бетиндеги барлық денелер ушын бирдей болғанлықтан $\frac{m_g}{m}$ қатнасы да барлық денелер ушын бирдей болады. Сонлықтан инерт ҳәм гравитациялық массалар бир бирине пропорционал деп жуўмақ шығарамыз. Ал пропорционаллық коэффициентин бирге тең деп алып еки массаны бир бирине теңлестириўимиз мүмкин.



Теңдей ўақыт аралықларында түсирилген шардың еркин түсиўи. Өтилген жолдың шамасы ўақыттың квадартына пропорционал.



Гейпара тарийхшылар Пиза қаласындағы қыйсайған минарда Галилей еркин түсиўди изертлеген деп есаплайды. Сүўретте берилген мағлыўматлар бойынша есаплаўлар жүргизиўди оқыўшының өзине усынамыз.

Инерт ҳәм гравитациялық массалардың өз-ара теңлиги экспериментте терең изертленген. Ҳәзирги ўақытлардағы олар арасындағы теңлик 10^{-12} ге тең дәлликте дәлилленди (Москва мәмлекетлик университетиниң физика факультетинде профессор В.Брагинский басқарған топар алған нәтийже). Яғный

$$\frac{m_g - m}{m_g} \leq 10^{-12}$$

теңсизлиги орынлы.

Инерт ҳәм гравитациялық массалардың теңлиги басқа нәтийжеге алып келеди: егер есаплаў системасы инерциал есаплаў системасына салыстырғанда туўры сызықлы тең өлшеўли тезлениўши қозғалатуғын болса бундай системадағы механикалық қубылыслар гравитация майданындағыдай болып өтеди. Бул тастыйықлаўды барлық физикалық қубылысларға улыўмаластырыў **эквивалентлик принципи** деп аталады.

Эквивалентлилик принципи деп базы бир есаплаў системасындағы **тезлениўдиң болыўы сәйкес тартылыс майданы бар болыўы** менен бирдей деп тастыйықлаўды айтамыз. Биз бул ҳаққында толығырақ гәп етемиз.

Тартылыс күшиниң усы күш тәсир ететуғын бөлекшениң массасына пропорционаллығы ($\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{g}$) оғада терең физикалық мәниске ийе.

Бөлекше тәрепинен алынатуғын тезлениў усы бөлекшеге тәсир етиўши күшти бөлекшениң массасына бөлгенге тең болғанлықтан гравитациялық майдандағы бөлекшениң тезлениўи w усы майданның кернеўлилиги менен сәйкес келеди:

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}$$

яғный бөлекшениң массасынан ғәрезли емес. Басқа сөз бенен айтқанда гравитациялық майдан оғада әҳмийетли қәсийетке ийе болады: бундай майданда барлық денелер массаларынан ғәрезсиз бирдей тезлениў алады (бул қәсийет биринши рет Галилей тәрепинен Жердиң салмақ майданындағы денелердиң қулап түсиўин изертлеўдиң нәтийжесинде анықланды).

Денелердиң тап сол сықлы қәсийетин егер олардың қозғалысларын инерциал емес есаплаў системасы көз-қарасында қарағанда сыртқы күшлер тәсир етпейтуғын кеңисликте де бақлаған болар едик. Жулдызлар аралық кеңисликте еркин қозғалатуғын ракетаны көз алдымызға келтирейик. Бундай жағдайларда ракетаға тәсир ететуғын тартысыў күшлерин есапқа алмаўға болады. Усындай ракетаның ишиндеги барлық денелер ракетаның өзине салыстырғанда қозғалмай тынышлықта турған болар еди (ракетаның ортасында ҳеш нәрсеге тиймей-ақ тынышлықта турған болар еди). Егер ракета a тезлениўи менен қозғала басласа барлық денелер ракетаның артына қарай $-a$ тезлениўи менен "қулап" түсер еди. Ракетаның ишиндеги денелер ракетаның тезлениўсиз-ақ, бирақ кернеўлилиги $-a$ ға тең болған гравитациялық майданда қозғалғанда да $-a$ тезлениўи менен тап жоқарыдағыдай тақлетте "қулаған" болар еди. Ҳеш бир эксперимент бизиң тезлениўши ракетада ямаса турақлы гравитациялық майданда турғанымызды айыра алмаған болар еди.

Денелердиң гравитациялық майдан менен инерциал емес есаплаў системасындағы қәсийетлери арасындағы уқсаслық **эквивалентлик принципи** деп аталатуғын принциптиң мазмунын қурайды (бул уқсаслықтың фундаменталлық мәниси салыстырмалық теориясына тийкарланған тартылыс теориясында түсиндириледи).

Жоқарыдағы баянлаўдың барысында тартылыс майданынан еркин болған кеңисликте қозғалатуғын ракета ҳаққында гәп еттик. Бул талқылаўларды, мысалы, Жердиң гравитациялық майданында қозғалыўшы ракетаны қараў арқалы даўам еттириўимиз мүмкин. Усындай майданда "еркин" (яғный двигателсиз) қозғалатуғын ракета майданның кернеўлилиги $\boldsymbol{g}$ ға тең болған тезлениў алады. Бундай жағдайда ракета инерциал емес есаплаў системасы болып табылады. Бул жағдайда ракетаға салыстырғандағы қозғалысқа инерциал емесликтиң тәсирин тартылыс майданының тәсири компенсациялайды. Нәтийжеде "салмақсызлық" ҳалы жүзеге келеди, яғный ракетадағы предметлер тартылыс майданы жоқ жағдайдағы инерциал есаплаў системасында қозғалғандай болып қозғалады. Солай етип сайлап алынған инерциал емес есаплаў системасын сайлап алыў арқалы (биз қараған жағдайда тезлениў менен қозғалыўшы ракетаға салыстырғанда) гравитациялық майданды "жоқ" қылыў мүмкин. Бул жағдай сол эквивалентлик принципиниң басқа аспекти болып табылады.

Тезлениўши қозғалыстағы ракетаның ишиндеги тартылыс майданы бир текли, яғный ракетаның ишиндеги барлық орынларда кернеўлилик $\boldsymbol{a}$ бирдей мәниске ийе. Бирақ усыған қарамастан ҳақыйқый гравитация майданы барлық ўақытта бир текли емес. Сонлықтан инерциал емес есаплаў системаларына өтиў арқалы гравитациялық майданды жоқ етиў майдан жүдә киши өзгериске ушырайтуғын кеңисликтиң үлкен емес бөлимлеринде әмелге асырылады. Бундай мәнисте гравитациялық майдан менен инерциал емес есаплаў системасының эквивалентлилиги "жергиликли" ("локаллық") характерге ийе.

Импульс моменти. О ноқатына салыстырғандағы материаллық ноқаттың импульс моменти деп

$$\boldsymbol{L} = [\boldsymbol{R},\boldsymbol{p}] \tag{6.3}$$

векторлық көбеймесине айтады.

Бул анықлама барлық (релятивистлик ҳәм релятивистлик емес) жағдайлар ушын дурыс болады. Еки жағдайда да $\boldsymbol{p}$ импульсы бағыты бойынша материаллық ноқаттың тезлиги бағыты менен сәйкес келеди.

Күш моменти. О ноқатына салыстырғандағы материаллық ноқатқа тәсир етиўши күш моменти деп

$$\boldsymbol{M} = [\boldsymbol{R},\boldsymbol{F}] \tag{6.4}$$

векторына айтамыз.

Моментлер теңлемеси. Импульс моменти (6.3) ди ўақыт бойынша дифференциаллаймыз:

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \left[\frac{d\boldsymbol{R}}{dt}, \boldsymbol{p}\right] + \left[\boldsymbol{R}, \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}\right] \tag{6.5}$$

Усының нәтийжесинде

$$\dot{\boldsymbol{L}} = [\dot{\boldsymbol{r}}, \boldsymbol{p}] + [\boldsymbol{r}, \dot{\boldsymbol{p}}]$$

аңлатпасына ийе боламыз.

$\frac{d\boldsymbol{R}}{dt} = \boldsymbol{v}$ тезликтиң бағыты $\boldsymbol{p}$ импульсы менен сәйкес келетуғын тезлик екенлигин есапқа аламыз. Өз-ара коллиниар еки вектордың векторлық көбеймеси нолге тең. Сонлықтан (9.3) тиң оң жағындағы биринши ағза $[\dot{\boldsymbol{r}}, \boldsymbol{p}]$ нолге тең, ал екинши ағза күш моментин береди. Нәтийжеде (9.3) моментлер теңлемесине айланады:

$$[\boldsymbol{r}, \dot{\boldsymbol{p}}] = \dot{\boldsymbol{L}} = \boldsymbol{M}.$$

Бул теңлеме материаллық ноқатлар менен денелердиң қозғалыслары қаралғанда үлкен әҳмийетке ийе болады.

Материаллық ноқатлар системасы. Материаллық ноқатлар системасы деп шекли сандағы материаллық ноқатлардың жыйнағына айтамыз. Сонлықтан да бул материаллық ноқатларды номерлеў мүмкин. Бул ноқатларды $i, j, \ldots$ ҳәм басқа да ҳәриплер менен белгилеўимиз мүмкин. Бул санлар $1, 2, 3, \ldots, n$ мәнислерин қабыл етеди (n системаны қураўшы бөлекшелер саны). Бундай жағдайда, мысалы, $\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{p}_i, \boldsymbol{v}_i$ шамалары сәйкес i арқалы бөлекшениң радиус-векторын, импульсын ҳәм тезлигин береди. Бундай системаларға мысал ретинде газди, Қуяш системасын ямаса қатты денени көрсетиўге болады. Ўақыттың өтиўи менен системаны қураўшы материаллық ноқатлардың орынлары өзгереди.

Системаны қураўшы ноқатлардың ҳәр бирине тәбияты ҳәм келип шығыўы жағынан ҳәр қыйлы болған күшлердиң тәсир етиўи мүмкин. Сол күшлер сырттан тәсир етиўши (сыртқы күшлер) ямаса системаны қураўшы бөлекшелер арасындағы өз-ара тәсир етисиў болыўы мүмкин. Бундай күшлерди ишки күшлер деп атаймыз. Ишки күшлер ушын Ньютонның үшинши нызамы орынланады деп есаплаў қабыл етилген.

Системаның импульсы: Системаның импульсы деп усы системаны қураўшы материаллық ноқатлардың импульсларының қосындасына айтамыз, яғный

$$\boldsymbol{p} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{p}_i = \boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 + \boldsymbol{p}_3 + \cdots + \boldsymbol{p}_n \tag{6.6}$$

теңлиги орынлы болады.

Системаның импульс моменти: Басланғыш деп қабыл етилген O ноқатына салыстырғандағы системаның импульс моменти деп сол O ноқатына салыстырғандағы материаллық ноқатлардың импульс моментлериниң қосындысына айтамыз, яғный

$$\boldsymbol{L} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{L}_i = \sum_{i=1}^{n} [\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{p}_i] \tag{6.7}$$

Системаға тәсир етиўши күш моменти: O ноқатына салыстырғандағы системаға тәсир етиўши күштиң моменти деп сол O ноқатына салыстырғандағы ноқатларға тәсир етиўши моментлердиң қосындысына тең, яғный

$$\boldsymbol{M} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{M}_i = \sum_{i=1}^{n} [\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{F}_i] \qquad (6.8)$$

формуласы орынлы болады.

Ньютонның үшинши нызамына сәйкес ишки күшлер моментлери бирин бири жоқ етеди. Сонлықтан кейинги теңлемениң оң тәрепи бирқанша әпиўайыласады. Усы жағдайды дәлиллеў ушын системаның i-ноқатына тәсир етиўши күшти $\boldsymbol{F}_i$ арқалы, ал усы күш сырттан тәсир етиўши күш болған $\boldsymbol{F}_{i(sırtqı)}$ дан ҳәм қалған барлық бөлекшелер тәрепинен түсетуғын күштен турады деп есаплайық. i-ноқаттан j-ноқатқа тәсир етиўши ишки күшти $\boldsymbol{f}_{ij}$ арқалы белгилейик. Сондай жағдайда толық күш ушын аңлатпаны

$$\boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{F}_{i(sırtqı)} + \sum_{j \neq i} \boldsymbol{f}_{ij} \qquad (6.9)$$

түринде жазамыз.

Суммадағы $j \neq i$ теңсизлиги $j = i$ болмаған барлық жағдайлар ушын қосындының алынатуғынлығын билдиреди. Себеби ноқат өзи өзине тәсир ете алмайды. Кейинги аңлатпаны алдыңғы аңлатпаға қойып күш моментиниң еки қосылыўшыдан туратуғынлығын көремиз:

$$\boldsymbol{M} = \sum_{i} [\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{F}_{i(sırtqı)}] + \sum_{i,j} [\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{f}_{ij}]. \qquad (6.10)$$

Алынған аңлатпадағы екинши сумманың нолге тең екенлигин көрсетиў мүмкин. Ньютонның үшинши нызамына муўапық $\boldsymbol{f}_{ij} + \boldsymbol{f}_{ji} = 0$. Сүўретте көрсетилген сызылмаға муўапық i ҳәм j ноқатларына тәсир етиўши күшлердиң O ноқатларына салыстырғандағы моментлерин есаплаймыз. Бул ноқатларды тутастыратуғын $\boldsymbol{r}_{ij}$ векторы i ноқатынан j ноқатына қарап бағытланған. O ноқатына салыстырғандағы $\boldsymbol{f}_{ij}$ ҳәм $\boldsymbol{f}_{ji}$ моментлери

$$\boldsymbol{M}' = [\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{f}_{ji}] + [\boldsymbol{r}_j, \boldsymbol{f}_{ij}] \qquad (6.11)$$

шамасына тең. $\boldsymbol{f}_{ij} = -\boldsymbol{f}_{ji}, \boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j = \boldsymbol{r}_{ij}$ екенлигин және $\boldsymbol{f}_{ij}$ ҳәм $\boldsymbol{f}_{ji}$ векторларының өз-ара параллеллигин есапқа алып

$$\boldsymbol{M}' = [\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{f}_{ij}] - [\boldsymbol{r}_j, \boldsymbol{f}_{ji}] = [\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j, \boldsymbol{f}_{ji}] = [\boldsymbol{r}_{ji}, \boldsymbol{f}_{ji}] = 0$$

екенлигине ийе боламыз. Солай етип (6.10) аңлатпасының оң тәрепиндеги екинши қосындыда ишки тәсирлесиў күшлериниң барлығының қосындысының өз-ара қыскаратуғынлығын ҳәм қосындының барлыгының нолге тең болатуғынлығына ийе боламыз. Тек системаның айырым ноқатларына түсирилген сыртқы күшлердиң моментлериниң қосындысына тең биринши ағза ғана қалады. Сонлықтан материаллық ноқатлар системасына тәсир етиўши күшлердиң моментлери ҳаққында айтқанымызда $\boldsymbol{F}_i$ күшлери деп тек сыртқы күшлерди түсинип, (6.8) анықламасын нәзерде тутыў керек.

Материаллық ноқатлар системасының қозғалыс теңлемеси. (6.6)-аңлатпада келтирилген $\boldsymbol{p} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{p}_i = \boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 + \boldsymbol{p}_3 + \cdots + \boldsymbol{p}_n$ түриндеги формуладан ўақыт бойынша туўынды аламыз ҳәм і-ноқаттың қозғалыс теңлемесиниң $\frac{d\boldsymbol{p}_i}{dt} = \boldsymbol{F}_i$ екенлигин есапқа алған ҳалда

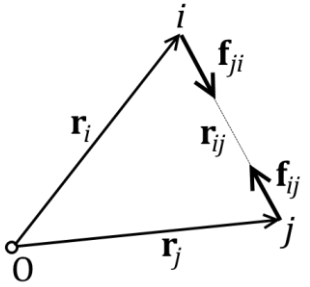
$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \sum \frac{d\boldsymbol{p}_i}{dt} = \sum \boldsymbol{F}_i, \sum \frac{d\boldsymbol{p}_i}{dt} = \boldsymbol{F} \tag{6.12}$$

екенлигине ийе боламыз. Бул аңлатпада

$$\boldsymbol{F} = \sum \boldsymbol{F}_i.$$

Демек системаға тәсир етиўши күшлердиң моменти ҳаққында айтылғанда тек ғана сыртқы күшлердиң моментлерин түсиниўимиз керек болады.

Алынған ағлатпадағы $\boldsymbol{F}$ система ноқатларына сырттан түсирилген күшлердиң қосындысы. Бул күшти әдетте сыртқы күш деп атайды. Алынған $\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{F}$ теңлемеси сыртқы көриниси бойынша бир материаллық ноқат ушын қозғалыс теңлемесине $\left\{\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{F}, \boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}\right\}$ уқсас. Бирақ система ушын импульс **p** ны алып жүриўшилер кеңислик бойынша тарқалған, $\boldsymbol{F}$ ти қураўшы күшлер де кеңислик бойынша тарқалған. Сонлықтан ноқат ушын алынған теңлеме менен система ушын алынған теңлемелерди тек ғана релятивистлик емес жағдайлар ушын салыстырыў мүмкин.



6-1 сүўрет. і-ҳәм j ноқатларына түсирилген ишки күшлердиң моменти. Ньютонның үшинши нызамына сәйкес бул момент нолге тең.

Массалар орайы. Релятивистлик емес жағдайларда масса орайы түсинигинен пайдаланыўға болады. Дәслеп импульс ушын релятивистлик емес жағдайлар ушын жазылған импульстан пайдаланайық.

$$\boldsymbol{p} = \sum m_{0i}\boldsymbol{v}_i = \sum m_{0i}\frac{d\boldsymbol{r}_i}{dt} = \frac{d}{dt}\sum m_{0i}\boldsymbol{r}_i = m\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{m}\right]\sum m_{0i}\boldsymbol{r}_i \tag{6.13}$$

аңлатпаларының орынлы екенлигин билемиз. Бул аңлатпадағы масса

$$m = \sum m_{0i}$$

шамасына тең.

$$\boldsymbol{R} = \frac{1}{m}\sum m_{0i}\boldsymbol{r}_i$$

радиус-векторы системаның массалар орайы деп аталатуғын ноқатты береди. Усы ноқаттың (массалар орайыың) қозғалыс тезлиги

$$\boldsymbol{V} = \frac{d\boldsymbol{R}}{dt}$$

шамасына тең. Демек системаның импульсы кейинги аңлатпаны есапқа алғанда былай жазылады

$$\boldsymbol{p} = m\frac{d\boldsymbol{R}}{dt} = m\boldsymbol{V} \tag{6.14}$$

ҳәм системаның массасы менен оның массалар орайының қозғалыс тезлигиниң көбеймесине тең. Сонлықтан да массалар орайының қозғалысы материаллық ноқаттың қозғалысына сәйкес келеди.

Жоқарыдағыларды есапқа алған ҳалда системаның қозғалыс теңлемесин улыўма түрде былайынша жазамыз:

$$m\frac{d\boldsymbol{V}}{dt} = \boldsymbol{F}. \tag{6.15}$$

Алынған аңлатпа материаллық ноқат ушын алынған қозғалыс теңлемесине эквивалент. Айырма соннан ибарат, бул жағдайда массалар масса орайына топланған, ал сыртқы күшлердиң қосындысы болса сол масса орайына түседи деп есапланады.

Материаллық ноқатлар системасы ушын моментлер теңлемеси. (6.7)-аңлатпада берилген $\boldsymbol{L} = \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{L}_i = \sum_{i=1}^{n}[\boldsymbol{r}_i,\boldsymbol{p}_i]$ аңлатпасын ўақыт бойынша дифференциалласақ материаллық ноқатлар системасы ушын моментлер теңлемесин аламыз:

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \sum\left[\frac{d\boldsymbol{r}_i}{dt},\boldsymbol{r}_i\right] + \sum\left[\boldsymbol{r}_i,\frac{d\boldsymbol{p}_i}{dt}\right] = \sum[\boldsymbol{v}_i,\boldsymbol{p}_i] + \sum[\boldsymbol{v}_i,\boldsymbol{F}_i]\,0 + \sum\boldsymbol{M}_i = \boldsymbol{M}. \tag{6.16}$$

Демек

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{M}$$

теңлемесине ийе боламыз. $\boldsymbol{M}$ ниң системаға тәсир етиўши сыртқы күшлер моменти екенлигин умытпаймыз.

Материаллық ноқаттың импульс моменти менен **секторлық тезлик арасындағы байланыс. Майданлар теоремасы**. Материаллық ноқаттың импульс моментин қараймыз. t ўақыт моментинде бул материаллық ноқаттың аўҳалы $\boldsymbol{r}$ радиус-векторы менен анықланатуғын болсын. Шексиз киши dt ўақыты ишинде радиус-вектор **v**dt өсимин алады. Соның менен бирге радиус-вектор шексиз киши үш мүйешликти басып өтеди. Усы үш мүйешликтиң майданы $dS = \frac{1}{2}[\boldsymbol{Rv}]dt$. Сонлықтан

$$\dot{\boldsymbol{S}} = d\boldsymbol{S}/dt$$

Бул шама ўақыт бирлигиндеги радиус-вектордың басып өтетуғын майданына тең ҳәм **секторлық тезлик** деп аталады. Анықлама бойынша $\boldsymbol{L} = m[\boldsymbol{r},\boldsymbol{v}]$ болғанлықтан $\boldsymbol{L} = 2m\dot{\boldsymbol{S}}$. Релятивистлик тезликлерде m турақлы, сонлықтан да импульс моменти секторлық тезлик $\dot{\boldsymbol{S}}$ ке пропорционал.

Егер материаллық ноқатқа тәсир етиўши күш орайлық ҳәм оның бағыты O полюсы арқалы өтетуғын болса $\boldsymbol{L}$ векторы ўақыт бойынша өзгермейди. Соған сәйкес релятивистлик емес тезликлерде секторлық тезлик $\dot{\boldsymbol{S}}$ те өзгермейди. Бул жағдайда импульс моментиниң сақланыў нызамы майданлар нызамына өтеди:

$$\dot{\boldsymbol{S}} = const. \tag{6.17}$$

Бул нызамнан еки жуўмақ келип шығады.

Бириншиден $\boldsymbol{r}$ ҳәм $\boldsymbol{v}$ векторлары жататуғын тегислик $\dot{\boldsymbol{S}}$ векторына перпендикуляр. Бул векторлардың бағыты өзгермейтуғын болғанлықтан сол тегисликтиң өзи де өзгермейди. Демек **орайлық күшлер майданында қозғалатуғын материаллық ноқаттың траекториясы тегис иймеклик** болып табылады.

Екиншиден $\dot{\boldsymbol{S}}$ векторы узынлығының турақлылығынан **бирдей ўақыт аралықларында радиус-вектор бирдей майданларды басып өтетуғынлығы келип** шығады. Бул жағдайды әдетте **майданлар нызамы** деп атайды. Майдан тек ғана шамасы менен емес ал кеңисликтеги ориентациясы менен де тәрийипленеди. Сонлықтан да майданлар нызамына кеңирек мазмун бериў керек.

Қозғалмайтуғын көшерге салыстырғандағы импульс моменти менен күш моменти. $\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{M}$ теңлемеси төмендегидей үш скаляр теңлемелерге эквивалент:

$$\frac{dL_x}{dt} = M_x^{sırt}, \qquad \frac{dL_y}{dt} = M_y^{sırt}, \qquad \frac{dL_z}{dt} = M_z^{sırt}. \tag{6.18}$$

Бул теңлемелер $\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{M}$ теңлемесинен Декарт координаталар системасының көшерлерине проекциялар түсириў жолы менен алынады. "Сырт" индекси күш моментин есаплағанда ишки күшлер моментлериниң дыққатқа алынбайтуғынлығын аңғартады. Сонлықтан да моментлер теңлемесиндеги $\boldsymbol{M}$ сыртқы күшлердиң моментин береди. L_x ҳәм M_x шамалары x күшерине салыстырғандағы импульс моменти ҳәм күш моменти деп аталады.

Улыўма базы бир x көшерине салыстырғандағы L_x ҳәм M_x импульс ҳәм күш моменти деп $\boldsymbol{L}$ менен $\boldsymbol{M}$ ниң усы көшерге түсирилген проекциясын айтамыз. Соның менен бирге O координата басы усы көшердиң бойында жатады деп есапланады.

$$\frac{d\boldsymbol{L}_x}{dt} = \boldsymbol{M}_x$$

теңлемеси қозғалмайтуғын x көшерине салыстырғандағы моментлер теңлемеси деп аталады. Қандай да бир қозғалмайтуғын көшерге салыстырғандағы күш моменти нолге тең болған жағдайда сол көшерге салыстырғандағы импульс моменти турақлы болып қалады. Бул **қозғалмайтуғын көшерге салыстырғандағы импульс моментиниң сақланыў нызамы** болып табылады (кеңисликтиң изотроплылығының нәтийжеси).

Қозғалмайтуғын көшер дөгерегиндеги айланыў ушын импульс моменти теңлемеси. Инерция моменти. Көшерге салыстырғандағы моментлер теңлемесин айланбалы қозғалысты қарап шығыўға қолланамыз. Қозғалмайтуғын көшер ретинде айланыў көшерин сайлап алыў мүмкин. Егер материаллық бөлекше радиусы $\boldsymbol{r}$ болған шеңбер бойынша қозғалса, оның O айланыў көшерине салыстырғандағы импульс моменти $L = mvr$. Мейли ω арқалы айланыўшың мүйешлик тезлиги белгиленген болсын. Онда $L = mr^2\omega$ аңлатпасына ийе боламыз. Егер O көшериниң дөгерегинде материаллық ноқатлар системасы бирдей мүйешлик тезлик пенен айланатуғын болса, онда $L = \sum mr^2\omega$. Сумма белгисинен барлық ноқатлар ушын бирдей болған ω ны сыртқа шығарыў мүмкин. Бундай жағдайда

$$L = I\omega \tag{6.19}$$

ҳәм

$$I = \sum m\,r^2$$

аңлатпасына ийе боламыз.

I **шамасы көшерге салыстырғандағы системаның инерция моменти деп аталады**. Кейинги теңлеме система айланғанда көшерге салыстырғандағы импульс моменти инерция моменти менен мүйешлик тезлигиниң көбеймесине тең.

Өз гезегинде $\frac{d}{dt}(I\omega) = M$. **Қозғалмайтуғын көшер дөгерегинде айланбалы қозғалыс динамикасының бул тийкарғы теңлемесиндеги** M шамасы айланыў көшерине салыстырғандағы сыртқы күшлер моменти. Бул теңлеме материаллық ноқаттың қозғалысы ушын Ньютон теңлемесин еске түсиреди. Массаның орнында инерция моменти I, тезликтиң орнына мүйешлик тезлик, ал күштиң орнында күш моменти тур. Импульс моменти L ди **көпшилик жағдайларда системаның айланыў импульсы** деп атайды.

Егер айланыў көшерине салыстырғандағы күшлер моменти $M = 0$ теңлиги орынланатуғын **болса айланыў импульсы $I\Omega$ көбеймесиниң мәниси өзгериссиз сақланады**.

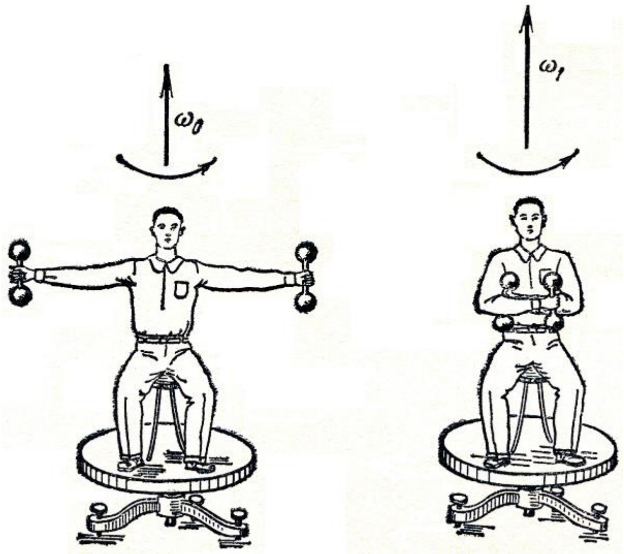
Әдетте қатты денелер ушын I турақлы шама (себеби қатты денелердиң формасы өзгериссиз қалады деп есапланады). Сонлықтан бундай системалар ушын

$$I\frac{d\omega}{dt} = M \tag{6.20}$$

теңлиги орынланады. Демек қатты денениң қозғалмайтуғын көшерге салыстырғандағы инерция моменти менен мүйешлик тезлениў $\frac{d\omega}{dt}$ диң көбеймеси сол көшерге салыстырғандағы сыртқы күшлердиң моментине тең.

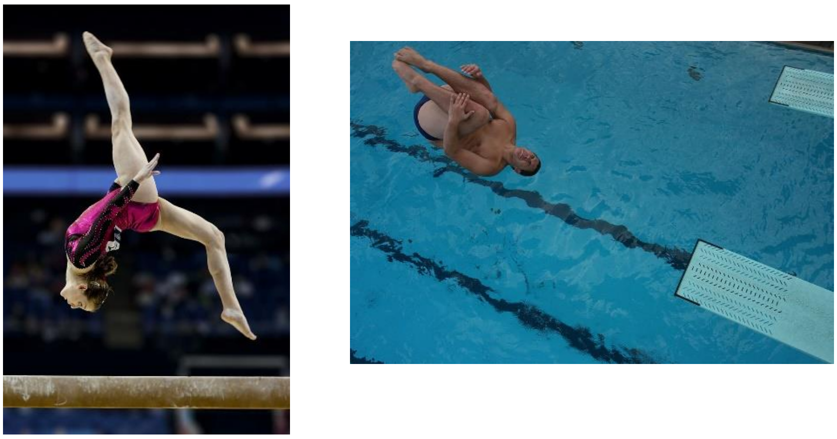
Айланыў импульсының сақланыў нызамына мысаллар.

Фигурашының ҳәм балеринаның пируэти.



9-2 сүўрет.
Жуковский (1847-1921) отырғышы (9-2 сүўрет).

Гимнастикашы ҳәм суўға секириўши тәрепинен орныланатуғын сальто.



Өзгермели массалы денелердиң қозғалысы. Реактив қозғалыс. Реактив двигателде жанар майдың жанып атлығып шығыўының нәтийжесинде тартыў күши пайда болады. Бул күш реакция күши сыпатында Ньютон нызамы бойынша пайда болады. Сонлықтан пайда болған күшти реактив күш, ал двигателди реактив двигатель деп атаймыз. Соны атап өтиў керек, *тартыў пайда ететуғын қәлеген двигатель мәниси бойынша реактив двигатель болып табылады*. Мысалы әпиўайы пәрриги бар самолеттың тартыў күши де реактив күш. Бундай самолеттың тартыў күши пәрриклер тәрепинен артқы тәрепке ҳаўа массасын ийтерилгенде пайда болатуғын күшке тең.

Бирақ ракетаның реактив қозғалысы менен басқа денелердиң қозғалысы арасында үлкен айырма бар. Ракета жаныў продуктларының атылып шығыўынан алға қарай ийтериледи. Соның менен бирге жанбастан бурын бул продуктлардың массасы ракетаның улыўмалық массасына киретуғын еди. Басқа мысалларда бундай жағдай болмайды. Пәррик тәрепинен артқа ийтерилген ҳаўа массасы самолеттың массасына кирмейди. Сонлықтан да реактив қозғалыс ҳаққында гәп болғанда реактив двигателде болатуғын жағдай нәзерде тутылады. Бул өзгермели массаға ийе денениң қозғалысының дыққатқа алынатуғынлығын, соның менен бирге тартыў күши ракетаның өзине тийисли болған затлардың жаныўынан пайда болатуғынлығынан дерек береди.

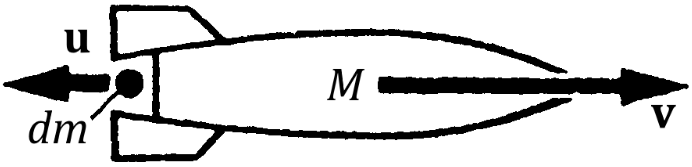
Мещерский теңлемеси. Ньютонның үшинши нызамының ең улыўма түрдеги аңлатпасы импульстың сақланыў нызамы болып табылады.

Мейли t=0 ўақыт моментинде M(t) массасына ийе ҳәм v тезлиги менен қозғалатуғын ракета тезлиги **u** болған dM' массасын шығарған болсын. M ҳәм dM' массалары релятивистлик массалар болып табылады, ал тезликлер v ҳәм u инерциал есаплаў системасына қарата алынады.

Массаның сақланыў нызамы төмендегидей түрге ийе:

$$dM + dM' = 0. \qquad (6.21)$$

$dM < 0$ екенлиги анық, себеби ракетаның массасы кемейеди. t ўақыт моментинде системаның толық импульсы M**v** ға тең, ал (t + dt) ўақыт моментинде импульс (M + dM)(v + dv) + u dM' шамасына тең. Сонлықтан берилген жабық система ушын импульстың сақланыў нызамы



6-3 сүўрет. Ракетадағы реактивлик күшлердиң пайда болыўын түсиндиретуғын сүўрет.

$$(M+dM)(v+dv)+udM' = Mv. \tag{6.22}$$

түринде жазылады. Бул жерден $dvdM$ көбеймесин киши шама деп есаплап (шексиз киши өсимниң шексиз киши өсимге көбеймеси шексиз киши шама болады)

$$Mdv+vdM+udM' = 0 \tag{6.23}$$

теңлигин шығарыў мүмкин.

$dM + dM' = 0$ екенлигин есапқа алып қозғалыс теңлемесин шығарамыз:

$$\frac{d}{dt}(Mv) = u\frac{dM}{dt}. \tag{6.24}$$

Бул теңлеме релятивистлик жағдайлар ушын да, релятивистлик емес жағдайлар ушын да дурыс болады.

Киши тезликлер жағдайында классикалық механиканың тезликлерди қосыў формуласынан пайдаланамыз

$$u = u' + v. \tag{6.25}$$

Бул аңлатпада u' арқалы ракетаға салыстырғандағы атылып шыққан массаның тезлиги белгиленген. (6.25)-аңлатпаны пайдаланамыз ҳәм (6.24)-аңлатпаның шеп тәрепин ўақыт бойынша дифференциаллап

$$M\frac{dv}{dt} = \frac{(u-v)dM}{dt} = \frac{u'dM}{dt}. \tag{6.26}$$

Бул теңлеме сырттан күшлер тәсир етпеген ҳәм релятивистлик емес жағдайлар ушын Мещерский теңлемеси деп аталады.

Егер ракетаға сырттан күш түсетуғын болса (6-26) теңлеме төмендегидей түрге ийе болады:

$$M\frac{dv}{dt} = F + \frac{u'dM}{dt}. \tag{6.27}$$

Ҳәр секунд сайын сарыпланатуғын жанылғының массасын μ арқалы белгилеймиз. Анықламасы бойынша $\mu = -\frac{dM}{dt}$. Сонлықтан Мещерский теңлемесин былай көширип жазыўға болады:

$$M\frac{dv}{dt} = F - \mu u'. \tag{6.28}$$

Бул қатнастағы μu’ шамасы реактив күшке сәйкес келеди. Егер u’ шамасы v ға қарама-қарсы болса, онда ракета тезленеди.

Циолковский формуласы. Туўры сызықлы қозғалыстағы ракетаның тезлениўин қараймыз. Ракета тәрепинен атып шығарылатуғын газлердиң тезлиги турақлы деп есаплаймыз. (6.26)-теңлеме былай жазылады:

$$M\frac{dv}{dt} = -\frac{u'dM}{dt}. \tag{6.29}$$

Бул формуладағы минус белгиси v менен uʹ тезликлериниң қарама-қарсы екенлигинен келип шыққан. v_0 ҳәм M_0 арқалы тезлениў алмастан бурынғы ракетаның тезлиги менен массасы белгиленген болсын. Бул жағдайда (6.29)-формуланы былай жазып

$$\frac{dM}{M} = -\frac{dv}{u'} \qquad (6.30)$$

ҳәм интеграллап

$$\ln M - \ln M_0 = -\frac{v - v_0}{u'} \qquad (6.31)$$

теңлигин аламыз. Бул **Циолковский формуласы** болып табылады ҳәм көбинесе төмендегидей түрлерде жазады:

$$v - v_0 = u' \ln\frac{M_0}{M}, \qquad (6.32a)$$

$$M = M_0 \exp\left(-\frac{v - v_0}{u'}\right). \qquad (6.32b)$$

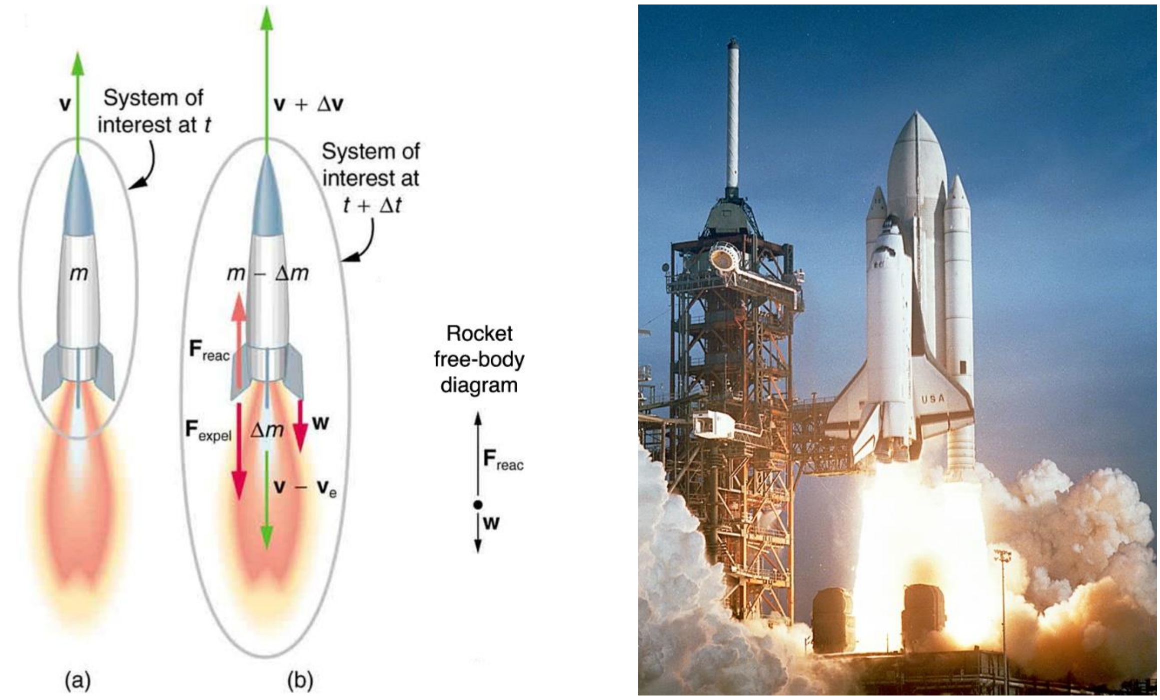
(6.32a) ракетаның массасы M_0 ден M ге шекем азайғанда тезлигиниң қанша өсим алатуғынлығын көрсетеди. Ал (6.32b) тезлиги v_0 ден v ға шекем көтерилгенде ракетаның массасының қанша болатуғынлығын береди.

Қандай жағдайда ең киши жанылғы жәрдеминде үлкен тезлик алыў машқаласы әҳмийетли мәселе болып табылады. (6.32a) дан *бунның ушын газлердиң ракетадан атылып шығыў тезлигин* (uʹ) *көбейтиў арқалы әмелге асырыўға болатуғынлығын көрсетеди*.

Характеристикалық тезлик. Ракетаның Жерди таслап кетиўи ушын 11.5 км/с тезлик бериў керек (екинши космослық ямаса параболалық тезлик). Кейинги формулалардағы ракетаның массасының қанша бөлегиниң космос кеңлигине ушып кететуғынлығын есаплаў мүмкин. uʹ ≈ 4 км/с болған жағдайда M ≈ M_0 exp (-3) ≈ M_0/22. Демек екинши космослық тезлик аламан дегенше ракетаның дәслепки массасының шама менен 4 проценти ғана қалады екен. Ал ҳақыйқатында да ракета биз есаплаған жағдайдан әстерек тезленеди. Бул ситуацияны қурамаластырады, себеби жанылғының сарыпланыўы артады. Сонлықтан жанылғы жанатуғын ўақытты мүмкин болғанынша киширейтеди. Бул өз гезегинде ракетаға түсетуғын салмақтың артыўына алып келеди. Нәтийжеде ҳәр бир ракета ушын тезлениў өзгешеликлери сайлап алынады.

Космос кеңислигинен Жерге қайтып келгенде тезликти 11.5 км/с тан нолге шекем кемейтиўге туўры келеди. Усы мақсетте двигателлер иске түсириледи. Бул Жерге қайтып келиў ушын характеристикалық тезлик болып табылады. Сонлықтан Жерден сыртқа шығып кетиў, кейнинен қайтып келиў ушын характеристикалық тезлик шама менен 23 км/с ке тең. Бул жағдайда (6.32b) аңлатпасынан M ≈ M_0 exp (-6) ≈ M_0/500 (демек дәслепки массаның 1/500 бөлеги қайтып келеди).

Ай ушын характеристикалық тезлик 5 км/с. Ал Айға ушын ҳәм Жерге қайтып келиў ушын 28 км/с. Бундай жағдайда ракетаның тек 1/1500 ғана массасы қайтып келеди.



Ракетаның ҳәм космос кораблиниң ушыўын иллюстрациялайтуғын сүўретлер.

Базы бир жуўмақлар:

1. Денелердиң еркин түсиўи тең өлшеўли тезлениўши қозғалысқа мысал болады.

2. Бир гравитация майданында еркин түсиўде барлық денелер бирдей тезлениў алады.

3. Өзиниң физикалық мәниси бойынша Галилейдиң улыўмаластырылған нызамы инерт ҳәм гравитациялық массалардың теңлиги принципине толық эквивалент.

4. Эквивалентлилик принципи деп базы бир есаплаў системасындағы тезлениўдиң болыўы сәйкес тартылыс майданы бар болыўы менен бирдей деп тастыйықлаўды айтамыз.

5. Денелердиң гравитациялық майдан менен инерциал емес есаплаў системасындағы қәсийетлери арасындағы уқсаслық эквивалентлик принципи деп аталатуғын принциптиң мазмунын қурайды.

6. Орайлық күшлер майданында қозғалатуғын материаллық ноқаттың ямаса материаллық ноқатлар системасының траекториялары тегис иймеклик болып табылады. Соның менен бирге бундай майданда қозғалатуғын денелердиң секторлық тезликлери турақлы болады.

7. Системаның инерция моменти менен мүйешлик тезлениўиниң көбеймеси системаға тәсир ететуғын күш моментине тең болады.

8. Сырттан күшлер тәсир етпесе айланыўшы системаның инерция моменти менен оның мүйешлик тезлигиниң көбеймеси турақлы шамаға тең болады.

Сораўлар:

1. Импульс моменти менен күш импульси белгили бир ноқатқа салыстырған ҳалда есапланады. Усы ноқаттың қозғалыс ҳалы ықтыярлы түрде алына ма?

2. Моментлер теңлемесин қандай шараятларда пайдаланыў мүмкин?

3. Күш пенен импульс моментлериниң мәнислери усы моментлер есапланған ноқаттың орнынан ғәрезли ме?

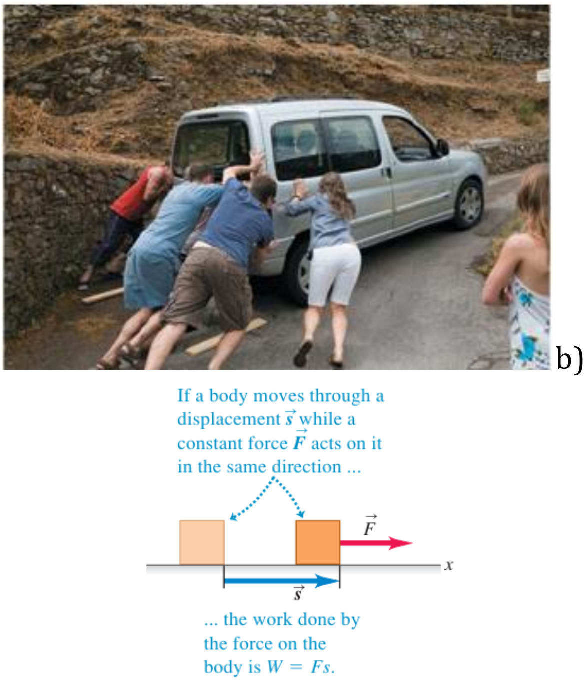
4. Егер ишинде суўы бар шелектиң төменинен тесик тессек усы шелектен төмен қарай суў аға баслайды. Суўы бар ыдысқа ағып атырған суў тәрепинен реактив күш түсеме? Күш түседи деп тастыйықлаўдың қәте екенлигин түсиндириңиз.

5. Реактив двигательдиң тартыў күши қандай факторларға байланыслы болады?

6. Космослық ушыўдың характеристикалық тезлиги дегенимиз не?

7-санлы лекция. Жумыс ҳәм энергия. Деформацияның потенциал энергиясы. Кинетикалық энергия. Денениң потенциал энергиясы. Энергияның сақланыў нызамы

a)



b)

Механикалық жумыс ушын келтирилген мысаллар ҳәм механикалық жумыстың шамасына сәйкес келиўши формуланы түсиндиретуғын схема.

F күшиниң $d\boldsymbol{s}$ орын алмастырыўында ислеген жумысы деп күштиң орын алмастырыў бағытындағы проекциясы $\boldsymbol{F}_s$ тиң орын алмастырўдың өзине көбеймесине тең шаманы айтамыз:

$$dA = \boldsymbol{F}_s ds = F\ ds \cos\alpha. \tag{7.1}$$

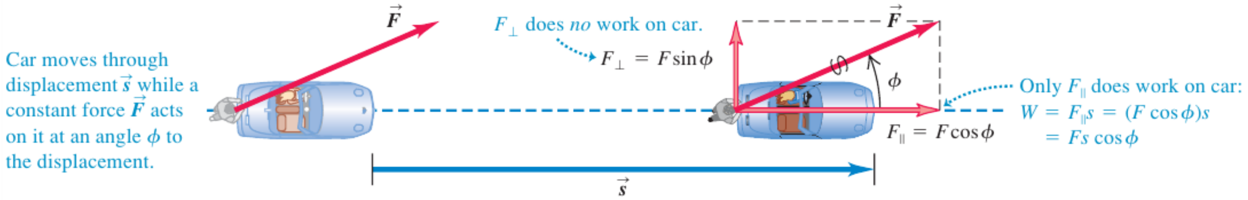
α арқалы ***F*** пенен $d\boldsymbol{s}$ векторлары арасындағы мүйеш белгиленген. $d\boldsymbol{s}$ киши мәниске ийе болғанлықтан dA шамасы **элементар жумыс** деп те аталады. Скаляр көбейме түсинигинен пайдаланатуғын болсақ, онда элементар жумыс күш ***F*** пенен орын алмастырыў $d\boldsymbol{s}$ тиң скаляр көбеймесине тең:

$$dA = (\boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s}). \tag{7.2}$$

Орын алмастырыў шекли узынлыққа ийе болған жағдайда бул жолды шексиз киши $d\boldsymbol{s}$ орын алмастырыўларына бөлип сәйкес жумыслардың мәнислерин есаплаўға болады. Соң улыўма жумыс есапланғанда барлық элементар жумыслар қосылады. Яғный:

$$A = \int_L (\boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s}). \tag{7.3}$$

Бул интеграл ***F*** күшиниң L траекториясы бойынша иймек сызықлы интегралы деп аталады. Анықлама бойынша бул интеграл ***F*** күшиниң L иймеклиги бойынша ислеген жумысына тең.



Автомобилдиң қозғалыўы менен байланыслы болған жумыстың шамасын есаплаўды түсиндиретуғын сүўрет.

Егер $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F_1} + \boldsymbol{F_2}$ (күш еки күштиң қосындысынан туратуғын жағдай) болса, онда

$$dA = dA_1 + dA_2 \tag{7.4}$$

теңлигине ийе боламыз. Демек еки ямаса бирнеше күшлердиң ислеген элементар жумыслары сол күшлер ислеген элементар жумыслардың қосындысына тең. Бундай тастыйықлаў жумыслардың өзлери ушын да орынланады:

$$A = A_1 + A_2. \tag{7.5}$$

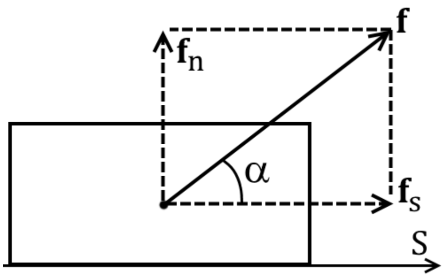
Жумыстың өлшем бирлиги СИ бирликлер системасында 1 Дж (Джоуль). 1 Дж жумыс 1 ньютон күштиң тәсиринде 1 м ге орын алмастырғанда исленеди.

1) СГС бирликлер системасында жумыстың өлшем бирлиги эрг (1 дина күштиң 1 см аралығында ислеген жумысы).

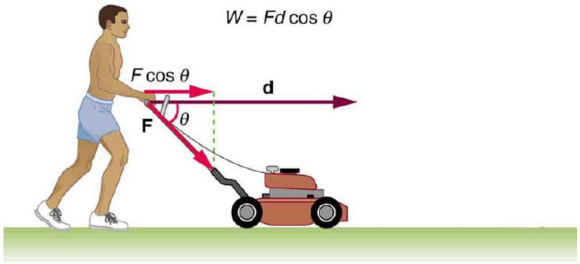
1 Дж=l0^7 эрг.

2) МКС системасында жумыс бирлиги етип 1 ньютон күштиң 1 м жол бойында ислеген жумысы алынады. 1 ньютон=10^5 дина. 1 м=100 см. Сонлықтан жумыстың усы бирлиги 10^7 эргке, яғный l джоульға тең.

3) Практикалық техникалық системада жумыс бирлиги етип 1 кГ күштиң 1 м жол бойында ислеген жумысы алынады. Жумыстың бул бирлиги килограммометр (қысқаша кГм) деп аталады.



7-1 сүўрет. Жумысты күштиң тек S орын алмастырыў бойы менен бағытланған **f**$_s$ қураўшысы ғана ислейди.



Жумыстың шамасы күш пенен усы күштиң тәсиринде өтилген жолдың көбеймесине тең. Сүўретте жумыстың шамасы W арқалы белгиленген.

1 кГ=981000 дина, 1 м=100 см, сонлықтан 1 кГм=9810009100 эрг=9.81·10^7 эрг=9.81 джоуль болады.

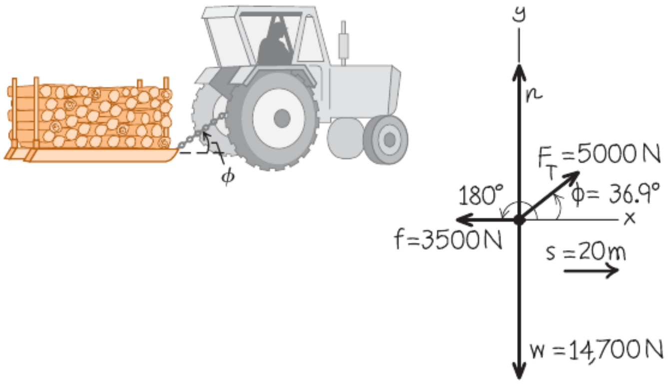
1 джоуль=(1/9.81) кГм=0.102 кГм.

Бир бирлик ўақыт ишинде исленген жумыс

$$p = \frac{dA}{dt} \tag{7.6}$$

қуўатлылық (**қуўат**) деп аталады.

CGS системасындағы қуўатлылық бирлиги етип l эрг жумысты l с ўақыт аралығында ислейтуғын механизмниң қуўатлылығы алынады. Қуўатлылықтың усы бирлиги эрг/с деп белгиленеди.



7-1 сүўретке қосымша.

Қуўатлылықтың эрг/с бирлиги менен қатар ватт деп аталатуғын ирилеў қуўатлылық бирлиги де қолланылады:

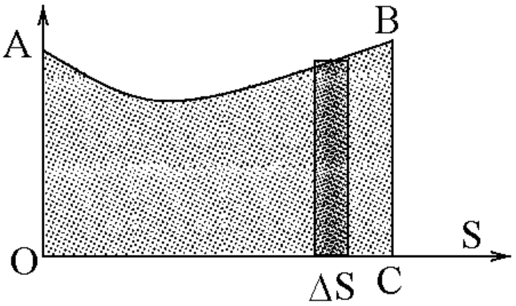
1 ватт=10^7 эрг/с=1 джоуль/с.

Соның менен бирге 1 дж жумысты 1 с ишинде орынлайтуғын механизмниң қуўатлылығы 1 вт болады.

100 ватт=1 гектоватт (қысқаша 1 гвт).

1000 ватт=1 киловатт (қысқаша 1 квт).

МКS системасында қуўатлылық бирлиги етип 1 джоуль жумысты 1 с ўақты ишинде ислейтуғын механизмниң қуўатлылығы, яғный 1 ватт алынады.



7-2 сүўрет. График жәрдеминде көрсеткенде жумыс OABC фигурасы майданы менен сүўретленеди.

Техникалық системада қуўатлылық бирлиги етип 1 кГм жумысты 1 с ишинде ислейтуғын механизмниң қуўатлылығы алынады. Қуўатлылықтың бул бирлиги қысқаша кГм/с деп белгиленеди.

Солай етип

1 кГм/с=9.81 ватт.

1 ватт=(1/9.81) кГм/с=0.102 кГм/с.

Буннан басқа "ат күши" (а.к.) деп аталатуғын қуўатлылықтың ески бирлиги де бар. 1 ат күши 75 кГм/с қа тең. Соның менен бирге

1 а.к.=75 кГм/с=736 ватт=0.736 киловатт.

Ат узақ ўақыт жумыс ислегенде орташа 75 кГм/с шамасында қуўатлылық көрсетеди. Бирақ аз ўақыт ишинде ат бир неше "ат күшине" тең қуўатлылық көрсете алады.

Бизиң күнлеримизде жумыстың төмендегидей еки бирлиги жийи қолланылады:

а) жумыс бирлиги етип қуўаты 1 гектоватқа тең механизмниң 1 саатта ислейтуғын жумысы алынады. Жумыстың бул бирлиги гектоватт-саат деп аталады.

1 гектоватт-саат=100 ватт·3600 с=3,6·10^5 джоуль.

б) жумыс бирлиги ретинде қуўатлылығы 1 киловатқа тең механизмниң 1 саатта ислейтуғын жумысы алынады. Жумыстың бул бирлиги киловатт-саат деп аталады.

1 киловатт-саат=1000 ватт·3600 с=3,6·10^6 джоуль.

(7.3)-аңлатпаға $F = \frac{dp}{dt}$ формуласын қойсақ

$$A = \int (\boldsymbol{v}\, d\boldsymbol{p}) \qquad (7.7)$$

интегралына ийе боламыз. Бул интегралды есаплаў ушын материаллық бөлекшениң тезлиги $\boldsymbol{v}$ менен импульсы $\boldsymbol{p}$ арасындағы байланысты билиў керек. Анықлама бойынша $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$.

Бул жерде dv векторы $\boldsymbol{v}$ векторының элементар өсимине тең. Бул өсим бағыты бойынша тезлик векторы менен сәйкес келмеўи де мүмкин. Егер v арқалы $\boldsymbol{v}$ векторының узынлығын түсинетуғын болсақ $v^2 = \boldsymbol{v}^2$ теңлигиниң орынланыўы керек. Сүўреттен $d\boldsymbol{v} = \boldsymbol{AB}$ (вектор), $dv = AC$. Сондай-ақ $vdv = \boldsymbol{v}d\boldsymbol{v}$.

$$\boldsymbol{v}d\boldsymbol{v} = v \cdot AB \cdot \cos\alpha = v \cdot AC = v\, dv.$$

Бул $vdv = \boldsymbol{v}d\boldsymbol{v}$ теңлигиниң орынлы екенлигин және бир рет дәлиллейди.

$$A_{12} = m\int vdv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (7.8)$$

Бул аңлатпада v_1менен v_2 арқалы дәслепки ақырғы тезликлер белгиленген. Усы аңлатпадағы

$$E_k = K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \qquad (7.9)$$

аңлатпасын материаллық ноқаттың кинетикалық энергиясы деп атайды. Бул түсиниктиң жәрдеминде алынған нәтийже былай жазылады:

$$A_{12} = K_2 - K_1. \qquad (7.10)$$

Солай етип орын алмастырыўда күштиң ислеген жумысы кинетикалық энергияның өсимине тең.

Материаллық ноқатлар системасының кинетикалық энергиясы деп усы системаны қураўшы ҳәр бир материаллық ноқаттың кинетикалық энергиясының қосындысына айтамыз. Сонлықтан егер усы система үстинен күш (күшлер) жумыс ислесе ҳәм бул жумыс системаның тезлигин өзгертиў ушын жумсалатуғын болса исленген жумыстың муғдары кинетикалық энергияның өсимине тең болады.

Кёниг теоремасы: материаллық ноқатлар системасының кинетикалық энергиясы системаның масса орайында жайласқан ҳәм система менен бирге бирге салыстырмалы қозғалысқа қатнасатуғын, массасы системаның массасына тең материаллық ноқаттың кинетикалық энергиясын тең.

Егер система бир бири менен $\boldsymbol{F}_1$ ҳәм $\boldsymbol{F}_2$ күшлери менен тартысатуғын еки материаллық ноқаттан туратуғын болса, онда бул күшлердиң ҳәр бири оң жумыс ислейди (ийтерисиў бар жағдайындағы жумыслардың мәниси терис болады). Бул жумыслар да кинетикалық энергияның өсимине киреди. Сонлықтан қарап атырылған жағдайларда кинетикалық энергияның өсими сыртқы ҳәм ишки күшлердиң ислеген жумыслардың есабынан болады.

Атом физикасында энергияның қолайлы бирлиги **электронвольт** (эВ) болып есапланады. 1 эВ энергия электрон потенциаллары айырмасы 1 вольт болған электр майданында қозғалғанда алған энергиясының өсимине тең:

1 эВ=1.6021766208(98)·10^{-12} эрг=1.6021766208(98)·10^{-19} Дж.

Соның менен бирге үлкен бирликлер де қолланылады:

1 килоэлектронвольт (кэВ)=1000 эВ.

1 мегаэлектронвольт (МэВ)=1 000 000 эВ=10^6 эВ.

1 гигаэлектронвольт (ГэВ)=1 000 000 000 эВ=10^9 эВ.

1 тетраэлектронвольт (ТэВ)=10^{12} эВ.

Электрон ҳәм протон ушын тынышлықтағы энергия (яғный тыныш турған электрон менен протонның энергиялары)

электрон ушын m_ec^2=0.511 Мэв,

протон ушын m_pc^2=938 МэВ

шамаларына тең.

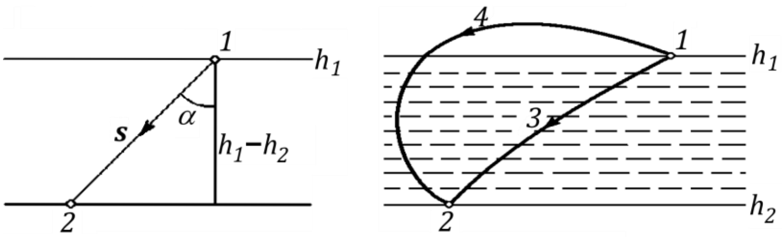
Консервативлик ҳәм консервативлик емес күшлер. Макроскопиялық механикадағы барлық күшлер **консервативлик** ҳәм **консервативлик емес** деп екиге бөлинеди. Бир қанша мысаллар көремиз.

Материаллық ноқат 1-аўҳалдан 2-аўҳалға (7-3 сүўрет) 12 туўры сызығы бойлап апарылғанда күштиң ислеген жумысын есаплаймыз. Бундай жумысқа қыя тегислик бойынша сүйкелиссиз қозғалғанда исленген жумысты көрсетиўге болады. Жумыс $A_{12} = mgs\cos\alpha$ шамасына тең ямаса

$$A_{12} = mg(h_1 + h_2) = mgh_1 + mgh_2. \qquad (7.22)$$

Бул аңлатпада h_1 менен h_2 арқалы материаллық ноқат дәслеп ҳәм ақырында ийелеген бийикликлер белгиленген.

7-3 а) ҳәм б) сүўретлерде көрсетилген жағдайларды талқылап салмақ күшиниң ислеген жумысының өтилген жолдан ғәрезсиз екенлигин, ал бул жумыстың тек ғана дәслепки ҳәм ақырғы орынларға байланыслы екенлигин көриўге болады.



7-3 сүўрет. Салмақ күшиниң жумысының жүрип өткен жолдың узынлығынан ғәрезсиз екенлигин көрсететуғын сүўрет.

Екинши мысал ретинде **орайлық күшлер майданында** исленген жумысты есаплаймыз. **Орайлық күш** деп барлық ўақытта орай деп аталыўшы бир ноқатқа қарай бағдарланған, ал шамасы сол орайға дейинги аралыққа байланыслы болған күшти айтамыз. Бул орайды **күшлер орайы** ямаса **күшлик орай** деп атайды. Мысал ретинде Қуяш пенен планета, ноқатлық зарядлар арасындағы тәсирлесиў күшлерин айтыўға болады. Анықлама бойынша элементар жумыс $dA = F\,ds\cos(\widehat{\boldsymbol{F}\,d\boldsymbol{s}})$ формуласының жәрдеминде есапланады. Бул жерде $ds\cos(\widehat{\boldsymbol{F}\,d\boldsymbol{s}})$ элементар орын алмасыў ds векторының ының күштиң бағытындағы (радиус-векторның бағыты менен бирдей) проекциясы. Сонлықтан $dA = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})d\boldsymbol{r}$ жумысы тек ғана r қашықлығына ғәрезли болады. Сонлықтан жумыс A_{12} былай анықланады:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} F(r)dr. \qquad (7.23)$$

Бул интегралдың мәниси тек 1- ҳәм 2-ноқатлар арасындағы қашықлықлар r_1 ҳәм r_1 ге байланыслы.

Жоқарыда келтирилген мысаллардағы күшлер консерватив күшлер деп аталады. Бундай күшлер жағдайында исленген жумыс жолға ғәрезли болмай, тек ғана дәслепки ҳәм ақырғы ноқатлар арасындағы қашықлыққа байланыслы болады. Жоқарыда келтирилген аўырлық күшлери менен орайлық күшлер консерватив күшлер болып табылады.

Консерватив болмаған барлық күшлер **конверватив емес** күшлер деп аталады.

Тек консервативлик күшлер бар болған системада толық энергия өзгериссиз қалады. Кинетикалық энергияның потенциал энергияға ҳәм кери өтиўиниң орын алыўы мүмкин. Бирақ системаның энергиясының мәниси турақлы болады. Бул жағдай энергияның сақланыў нызамы деп аталады.

Бир текли аўырлық майданындағы потенциал энергия. Материаллық ноқат h бийиклигинен Жер бетине қулап түссе аўырлық күшлери $A = mgh$ жумысын ислейди. Биз Жердиң бетиндеги бийикликти $h = 0$ деп белгиледик. Демек h бийиклигинде m массалы материаллық ноқат $U = mgh + C$ потенциал энергиясына ийе болады. C турақлысының мәниси ноллик қәддиге сәйкес келетуғын орынлардағы потенциал энергия. Әдетте $C = 0$ деп алынады. Сонлықтан потенциал энергия

$$U = mgh \qquad (7.25)$$

формуласы менен анықланылады.

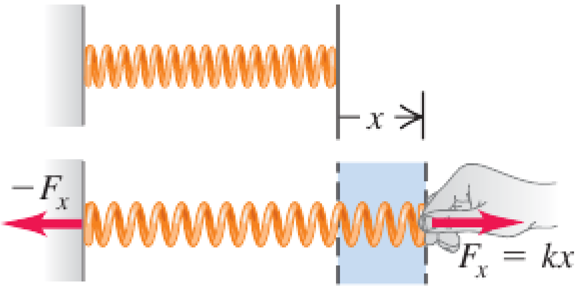
Созылған пружинаның потенциал энергиясы. Пружинаның созылмастан (қысылмастан) бурынғы узынлығын l_0 арқалы белгилеймиз. Созылғаннан (қысылғаннан) кейинги узынлығы l шамасына тең болсын. $x = l - l_0$ арқалы пружинаның созылыўын (қысылыўын) белгилеймиз. Серпимли күш деформацияның шамасы үлкен болмағанда серпимли күш $\boldsymbol{F}$ тек ғана созылыў (қысылыў) x қа байланыслы болады, яғный $\boldsymbol{F} = k\boldsymbol{x}$ (Гук нызамы). Ал исленген жумыс

$$A = \int_0^x Fdx = k\int_0^x xdx = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (7.26)$$

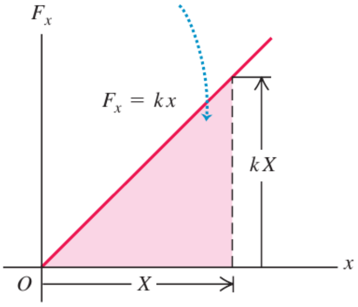
шамасына тең болады. Егер деформацияланбаған пружинаның серпимли энергиясын нолге тең деп есапласақ потенциал энергия

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (7.27)$$

формуласының жәрдеминде есапланады.



Қысылған (ямаса созлыған) пружинаның потенциал энергиясын есаплаўға арналған сүўрет.



Пружинаны созғанда исленген жумыстың (ямаса пружани тәрепинен исленген жумыстың) шамасы графиктеги үш мүйешликтиң майданына, яғный $A=\frac{1}{2}kX^2$ шамасына тең.

Ишки энергия. Жоқарыда қурамалы системаның қозғалысы ушын оның тутасы менен алғандағы тезлиги түсинигиниң киргизилетуғынлығы түсиндирилген еди. Бундай жағдайда усындай тезлик ушын системаның инерция орайының тезлиги алынады. Бул системаның қозғалысының еки түрли қозғалыстан туратуғынлығын билдиреди: системаның тутасы менен алғандағы қозғалысы ҳәм системаның инерция орайына салыстырғандағы системаны қураўшы бөлекшелердиң "ишки" қозғалысы. Усыған сәйкес системаның энергиясы Е тутасы менен алынған система ушын кинетикалық энергия $\frac{MV^2}{2}$ (бул формулада M арқалы системаның массасы, ал V арқалы оның инерция орайының тезлиги белгиленген) менен системаның ишки энергиясы E_{ishki} ның қосындысынан турады. Ишки энергия өз ишине бөлекшелердиң ишки қозғалысына сәйкес келиўши кинетикалық энергияны ҳәм олардың тәсирлесиўине сәйкес келиўши потенциал энергияны алады.

$$E=\frac{MV^2}{2}+E_{ishki}.$$

Бул формуланың келип шығыўы өз-өзинен түсиникли, бирақ бир усы формуланы туўрыдан туўры келтирип шығарыўда да көрсетемиз.

Қозғалмайтуғын есаплаў системадағы қандай да бир бөлекшениң тезлигин (i-бөлекшениң тезлигин) v_i+V қосындысын жаза аламыз (V арқалы системаның инерция орайының қозғалыс тезлиги, v_i арқалы бөлекшениң инерция орайына салыстырғандағы тезлиги). Бөлекшениң кинетикалық энергиясы мынаған тең

$$\frac{m_i}{2}(v_i+V)^2=\frac{m_iV^2}{2}+\frac{m_iv_i^2}{2}+m_i(\boldsymbol{V}\,\boldsymbol{v}_i).$$

Барлық бөлекшелер бойынша қосынды алғанда бул аңлатпаның биринши ағзалары $\frac{MV^2}{2}$ ни береди (бул жерде $M=m_1+m_2+m_3+\cdots$). Екинши ағзалардың қосындысы системадағы ишки қозғалыслардың толық кинетикалық энергиясына сәйкес келеди. Ал үшинши ағзалардың қосындысы нолге тең болады. Ҳақыйқатында да

$$m_1(\boldsymbol{V}\,\boldsymbol{v}_1) + m_2(\boldsymbol{V}\,\boldsymbol{v}_2) + \cdots = V(m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2 + \cdots).$$

Соңғы қаўсырма ишиндеги қосынды бөлекшелердиң системаның инерция орайына салыстырғанлағы анықлама бойынша нолге тең толық импульси болып табылады. Ең ақырында кинетикалық энергияны бөлекшелердиң тәсирлесиўиниң потенциал энергиясы менен қосып излеп атырған формуламызды аламыз.

Энергияның сақланыў нызамын қолланып қурамалы денениң стабиллигин (турақлылығын) қарап шыға аламыз. Бул мәселе қурамалы денениң өзинен өзи қурамлық бөлимлерге ажыралып кетиўиниң шәртлерин анықлаўдан ибарат. Мысал ретинде қурамалы денениң еки бөлекке ыдыраўын көрейик. Бул бөleклердиң массаларын m_1 ҳәм m_2 арқалы белгилейик. Және дәслепки қурамалы денениң инерция орайы системасындағы сол бөлеклердиң тезликлери $\boldsymbol{v}_1$ ҳәм $\boldsymbol{v}_2$ болсын. Бундай жағдайда усы есаплаў системасындағы энергияның сақланыў нызамы мына түрге ийе болады:

$$E_{ishki} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + E_{1ishki} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + E_{2ishki}.$$

Бул жерде E_{ishki} дәслепки денениң ишки энергиясы, ал E_{1ishki} ҳәм E_{2ishki} денениң еки бөлегиниң ишки энергиялары. Кинетикалық энергия барқулла оң мәниске ийе, сонлықтан жазылған аңлатпадан

$$E_{ishki} > E_{1ishki} + E_{2ishki}$$

теңсизлигиниң орынланатуғынлығы келип шығады. Бир денениң еки денеге ыдыраўының шәрти усыннан ибарат. Егер дәслепки денениң ишки энергиясы оның қурамлық бөлимлериниң ишки энергияларының қосындысынан киши болса дене ыдырамайды.

Базы бир жуўмақлар:

1. Физика илиминде жумыс деп күш пенен усы күштиң тәсиринде өтилген жолдың көбеймесине айтады.

2. Макроскопиялық механикадағы күшлер консервативлик ҳәм консервативлик емес болып екиге бөлинеди.

3. Абсолют қатты денелердеги (яғный деформацияланбайтуғын денелердеги) ишуи күшлердиң жумысы нолге тең.

4. Бир өлшем бар болған жағдайда координатадан ғәрезли болған қәлеген күш потенциаллық болып табылады.

5. Егер майдандағы қәлеген туйық контур бойынша есапланған майдан күшлериниң толық жумысы нолге тең болса майданды потенциаллық майдан деп есаплаймыз.

Майданның потенциаллығы қәлеген туйық контур бойынша алынған интегралдың нолге тең болыўы бойынша анықланады. Бул анықлама көргизбели түрге ийе. Бирақ жүдә эффективли емес.

Анықлама төмендегидей ситуацияны еске түсиреди: Адамның берилген қалада жасайтуғынлығын анықлаў ушын оның басқа ҳеш бир қалада жасамайтуғынлығын дәлиллеў керек болады. Майданның потенциал майдан екенлигин анықлаўдың ең эффективлиси дифференциаллық анықлама болып табылады. Бундай анықлама физиканың басқа бөлимлеринде бериледи.

6. Салмақ күши ҳәм барлық орайлық күшлер консервативлик күшлер болып табылады.

7. Системаның потенциал энергиясы тек оның коорданаталарының функциясы болып табылады.

8. Тек консервативлик күшлер бар болған системада толық энергия өзгериссиз қалады. Кинетикалық энергияның потенциал энергияға ҳәм кери өтиўиниң орын алыўы мүмкин. Бирақ системаның энергиясының мәниси турақлы болады. Бул жағдай энергияның сақланыў нызамы деп аталады.

Сораўлар:

1. Жумыс ҳәм энергия арасындағы байланыс неден ибарат?
2. Киши тезликлердеги энергия менен релятивистлик энергия арасындағы парық нелерден ибарат?
3. Консервативлик ҳәм конвсервативлик емес күшлерге мысаллар келтире аласыз ба?
4. Аўырлық майданындағы дениниң потенциал энергиясын есаплағанда h=0 болған ноқатты сайлап алыў мәселеси пайда болады. Бул мәселе қалай шешиледи?
5. Созылған пружинаның потенциал энергиясы менен тутас денени созғандағы потенциал энергия арасындағы байланыс (ямаса айырма) нелерден ибарат?
6. Потенциаллық күшлер дегенимиз не?
7. Күшлердиң потенциаллығының қандай критерийлерин билесиз?
8. Күшлер менен потенциал энергия арасында қандай байланыс бар?
9. Салмақ күши потенциаллық күш болып табылады. Усы тастыйылқлаўдың дурыс екенлигин дәлиллеўге болады?
10. Энергияның механикалық емес формалары бар ма? Мысаллар келтириңиз.
11. Потенциал энергияның нормировкасы деген не?
12. Тәсирлесиў энергиясы дегенимиз не ҳәм сол энергияның потенциал энергияға қандай қатнасы бар?
13. Потенциал энергияның алып жүриўшиси ҳаққында нелерди айта аласыз?
14. Кёниг теоремасының мәниси нелерден ибарат?
15. Орайлық майдан дегенимиз не?
16. Консерватив күшлер менен консерватив күшлер арасында қандай айырма бар?

8-санлы лекция. Соқлығысыўлар

Соқлығысыў (Collision) процесслериниң тәрийиплемеси. Физикадағы соқлығысыў түсинигиниң анықламасы. Тәбиятта бақланатуғын ең улыўмалық қубылыслардың бири материаллық денелердиң бир бири менен тәсирлесиўи болып табылады. Бильярд шарлары бир бирине жақынласып тийискенде бир бири менен тәсирлеседи. Усының нәтийжесинде шарлардың тезлиги, олардың кинетикалық энергиялары ҳәм улыўма жағдайда олардың ишки ҳалы (мысалы температурасы) өзгереди. Шарлардың усындай тәсирлесиўи ҳаққында айтқанда олардың соқлығысыўы деп айтады.

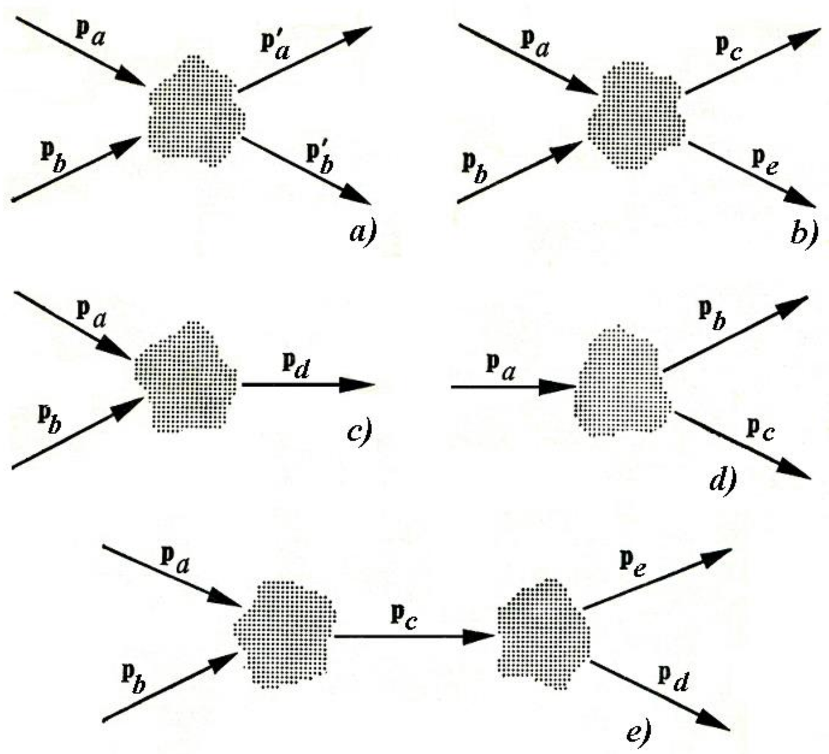
Бирақ соқлығысыў түсиниги тек материаллық денелердиң тиккелей тийисиўи менен жүзеге келетуғын тәсирлесиўине ғана тийисли емес. Әлемниң түпкирлеринен ушып келген (Қуяш системасының сыртынан) ҳәм Қуяшқа жақын аралықлардан өткен комета өзиниң тезлигин өзгертеди ҳәм басқа бағытта қайтадан Әлемниң алыс түпкирлерине ушыўын даўам етеди. Бул процессте тәсирлесиўдиң тийкарында тартылыс күшлери жатады ҳәм Қуяш пенен кометаның бир бирине тиккелей тийисиўи орын алмаса да соқлығысыў болып табылады. Биз усы жағдайды да соқлығысыў деп қарай алыўымыздың тийкарында Қуяш пенен кометаның тәсирлесиўиниң өзине тән өзгешелиги соннан ибарат, усы тәсирлесиў орын алған кеңислик областы салыстырмалы түрде киши. Кометаның тезлиги Қуяш системасы областы ишинде сезилерликтей өзгериске ушырайды. Бул область Жердеги масштабларға салыстырғанда жүдә үлкен, бирақ астрономиялық масштабларға салыстырғанда (мысалы журдызлар арасындағы областларға салыстырғанда) жүдә киши. Сонлықтан кометаның Қуяш пенен соқлығысыў процесси мына түрге ийе болады: Комета дәслеп оғада үлкен аралықларды Қуяш пенен тәсир етиспей туўры сызық бойынша өткен, буннан кейин Қуяштың әтирапындағы жүзлеген миллион километрлер менен өлшенетуғын салыстырмалы киши областта комета менен Қуяштың өз-ара тәсирлесиўи орын алады. Усының нәтийжесинде кометаның тезлиги ҳәм басқа да характеристикалары өзгереди ҳәм буннан кейин комета Әлемниң түпикирлерине Қуяш пенен сезилерликтей тәсирлеспей дерлик туўры сызықлы орбита бойынша қайтадан жол алады.

Екинши бир мысал ретинде протонның атом ядросы менен соқлығысыўын қарап өтиўге болады. Олар арасындағы қашықлық үлкен болғанда протон да, ядро да бир бири менен тәсирлеспей (әлбетте бир бирине сезилерликтей тәсир етпей деген сөз) тең өлшеўи ҳәм туўры сызықлы траекториялар бойынша қозғалады. Жеткиликли дәрежеде киши қашықлықларда Кулон күшлери сезилерликтей мәниске жетеди ҳәм ийтерисиўдиң салдарынан протон менен ядроның тезликлери өзгереди. Нәтийжеде электромагнит майданы квантларының пайда болыўы ямаса олардың энергиялары жеткиликли муғдарда үлкен болған жағдайларда басқа бөлекшелердиң (мысалы мезонлардың) пайда болыўы ямаса ядроның бөлиниўи мүмкин. Сонлықтан кеңисликтиң салыстырмалы киши болған областында орын алатуғын усындай тәсирлесиўдиң салдарынан ең әпиўайы жағдайда протон менен ядро соқлығысыўдан бурынғы тезликлерине салыстырғанда басқа тезликлер менен қозғалатуғын болады, басқа жағдайларда электромагнит нурланыўдың бир неше квантлары пайда болады, улыўмаластырып айтқанда базы бир басқа бөлекшелер пайда болады.

Жоқарыда келтирилген мысаллар төмендегидей анықламаны келтирип шығарыўға мүмкиншилик береди:

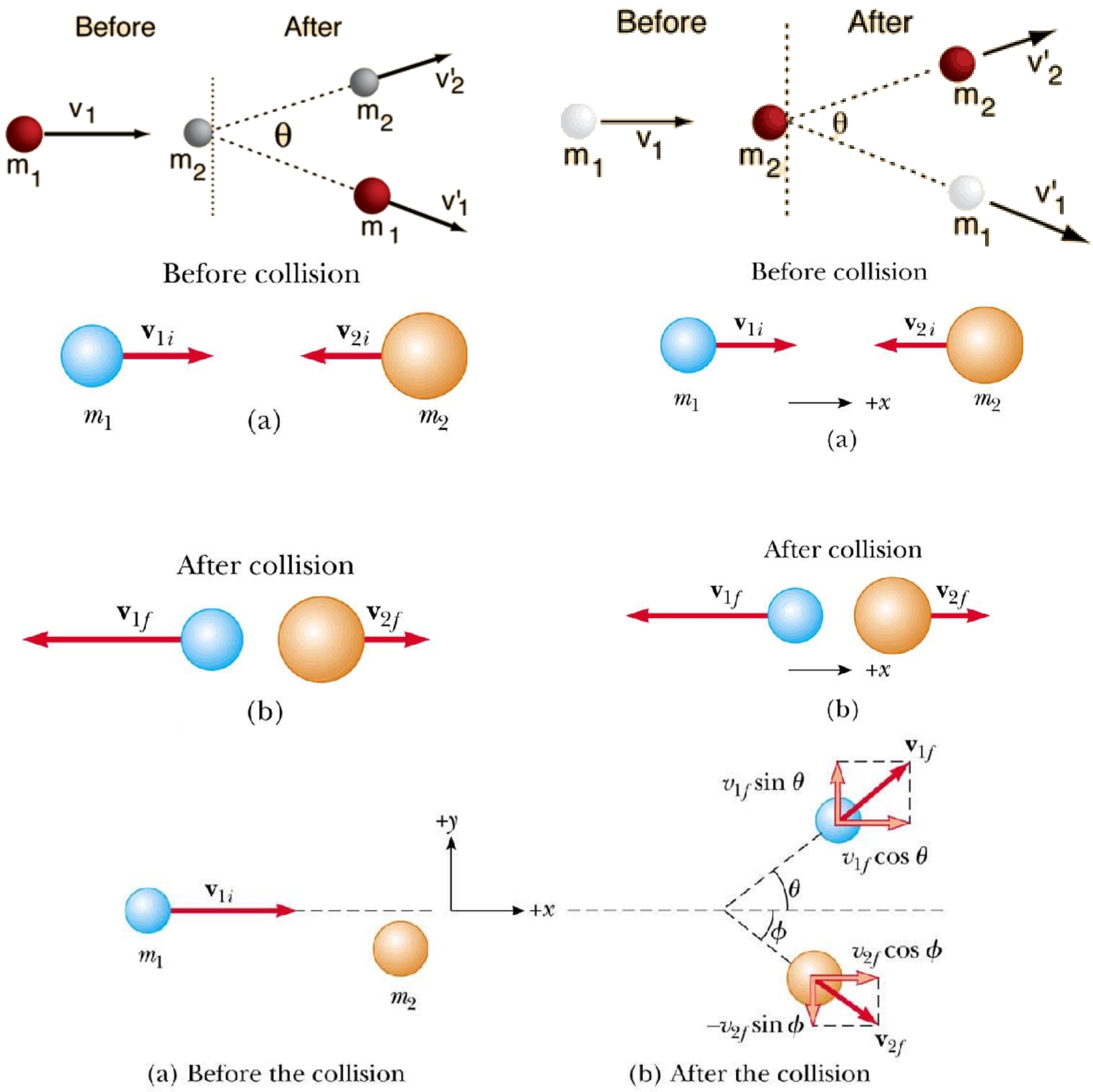
Соқлығысыў деп еки ямаса оннан да көп материаллық бөлекшелердиң, басқа да денелердиң өз-ара тәсирлесиўлерине айтамыз. Бул тәсирлесиўлер кеңисликтиң салыстырмалы киши областында ҳәм салыстырмалы киши ўақыт аралығында болып өтип, кеңисликтиң бул областы менен ўақыттың усы аралығының сыртында сол денелер менен бөлекшелердиң дәслепки ҳаллары ҳәм тәсирлесиўден кейинги тәсирлесиў орын алмайтуғын жағдайлардағы ҳаллары ҳаққында айтыўға болады.

Механикада соқлығысыўға қатнасатуғын денелер, бөлекшелер импульске, импульс моментине ҳәм энергияға ийе болады ҳәм процесстиң өзи усы шамалардың өзгериўине алып келеди. Бөлекшелер энергия ҳәм импульс алмасады деп айтыўға болады. Егер соқлығысыўдың ақыбетинде жаңа бөлекшелер пайда болса ямаса соқлығысыўға шекем бар болған бөлекшелердиң базы биреўлери жоғалса, онда энергия менен импульсты алып жүриўшилер алмасты деп есаплаймыз.



8-1 сүўрет. Ҳәр қыйлы соқлығысыў процесслериниң диаграммалары.

Соқлығысыў процесслерин диаграммалар жәрдеминде сүўретлеў. Ҳәзирги ўақытлары соқлығысыў процесслерин диаграммалар түринде көрсетиў кеңнен қабыл етилген (солардың бири 8-1 сүўретте келтирилген). Соқлығысыўға қатнасатуғын бөлекшелер менен денелер олардың импульсларының векторлары менен сәўлелендирилиеди. Бул диаграммаларда соқлығысыўлар болып өтетуғын область қандай да бир символлық сүўретке ийе болады (8-1 сүўретте бул область ▦ түринде белгиленген). Бөлекшелердиң соқлығысыўға шекемги импульслери усы областқа қарай, ал соқлығысыўдан кейинги импульслери усы областтан сыртқа қарай бағытланады. Әлбетте соқлығысыў процесслериниң оғада көп санлы болған түрлери бар. 8-1 сүўретте солардың ишинде ең көп ушырасатуғынлары көрсетилген. 8-1а сүўрет импульслары $\boldsymbol{p}_a$ ҳәм $\boldsymbol{p}_b$ болған a ҳәм b бөлекшелериниң соқлығысыўына сәйкес келеди. Соқлығысыўдан кейин сол бөлекшелердиң өзлери қалған, бирақ олардың импульслери соқлығысыўдың нәтийжесинде $\boldsymbol{p}'_a$ ҳәм $\boldsymbol{p}'_b$ шамаларына тең болған. Бирақ соқлығысыўдың нәтийжесинде a ҳәм b бөлекшелериниң орнына еки c ҳәм e бөлекшелериниң (8-1 b сүўрет) ямаса бир d бөлекшесиниң пайда болған болыўы мүмкин (8-1 c сүўрет). Соның менен бирге қандай да бир процесстиң нәтийжесинде бөлекшениң ишинде ол басқа еки b ҳәм c бөлекшелерине бөлине алады (8-1 d сүўрет). Барлық ақылға муўапық келетуғын соқлығысыў диаграммаларын көрсетип отырыўдың зәрүрлиги жоқ. Сонлықтан енди тек бир диаграмманы көрсетемиз. Бул диаграммада аралықлық хал пайда болады (8-1 e сүўрет). Бул жағдайда соқлығысыў процесси еки басқыштан турады: Соқлығысыўдың нәтийжесинде дәслеп a ҳәм b бөлекшелеринен аралықлық бөлекше деп аталатуғын c бөлекшеси пайда болады. Буннан кейин бул c бөлекшеси a ҳәм d бөлекшелерине бөлинеди. Улыўма жағдайда сол a ҳәм d бөлекшелери дәслепки a ҳәм b бөлекшелери менен бирдей болыўы да, соның менен бирге пүткиллей басқа бөлекшелер де болыўы мүмкин. Солай етип бул процесстиң ең кейинги нәтийжеси 8-1 a ҳәм 8-1 b сүўретлерде көрсетилген жағдайларға эквивалент. Бирақ аралықлық ҳаллардың бар болыўы процесстиң жүриўине әдеўир тәсир жасайды.



Соқлығысыў процесслерине мысаллар

Соқлығысыўлардағы сақланыў нызамлары. Соқлығысыў процесслери көпшилик жағдайларда жүдә қурамалы процесслер болып табылады. Мысал ретинде еки бильярд шарының соқлығысыўын қараймыз (8-1 а сүўрет). Шарлар бир бирине тийискенде деформация пайда болады. Усының нәтийжесинде кинетикалық энергияның бир бөлими деформацияның потенциал энергиясына өтеди. Буннан кейин серпимли деформация энергиясы қайтадан кинетикалық энергияға өтеди. Бирақ бул өтиў толығы менен әмелге аспайды. Қалған энергия шарлардың ишки энергиясына өтип, нәтийжеде шарлар қызады. Усының менен шарлардың бетиниң абсолют тегис емес екенлигин умытпаўымыз керек ҳәм усының салдарынан шарлар тийискенде сүйкелис күшлери пайда болады. Бул сүйкелис күшлери бириншиден энергияның бир бөлиминиң ишки энергияға айланыўына (шарлардың температураларының жоқарылаўына) алып келеди, екиншиден шарлардың айланыўына белгили бир тәсир етеди. Солай етип ҳәтте ең әпиўайы жағдайда да соқлығысыў процесси жүдә қурамалы процесс болып табылады деп жуўмақ шығарамыз.

Бирақ **соқлығысыў процессинде бизди соқлығысыў процессиниң өзи емес, ал соқлығысыўдың нәтийжеси қызықтырады**. Соқлығысыўға шекемги жағдай (ҳал)

басланғыш, ал соқлығысыўдан кейинги жағдай **ақырғы** жағдай деп аталады. Баслангыш ҳәм ақырғы ҳалларды тәрийиплейтуғын шамалар арасында тәсирлесиўдиң дәл характеринен ғәрезли болмаған белгили бир қатнаслар орын алады. Бул қатнаслардың бар болыўы соқлығысыўға қатнасыўшы бөлекшелердиң изоляцияланған системаны пайда ететуғынлығынан ҳәм усыған байланыслы олар ушын энергияның, импульстиң ҳәм импульс моментиниң сақланыў нызамының орынлы болатуғынлығына байланыслы. Демек бөлекшениң басланғыш ҳәм ақырғы ҳалларын тәрийиплейтуғын шамалар арасындағы қатнаслар соқлығысыўда энергияның, импульстиң ҳәм импульс моментиниң сақланыў нызамлары арқалы аңлатылады екен.

Сақланыў нызамлары өзинше соқлығысыўдың нәтийжесинде қандай процесслердиң жүретуғынлығын көрсете алмайды. Бирақ соқлығысыўдың нәтийжесинде нениң болып өтетуғынлығы белгили болса, онда нениң болатуғынлығын талқылаўды сақланыў нызамлары әдеўир аңсатластырады.

Бөлекшелер соқлығысатуғын областта қандай қубылыслардың болып өтетуғынлығы бизди қызықтырмайды. Биз ушын тек бөлекшелердиң соқлығысыўға шекемги ҳәм соқлығысыўдан кейинги характеристикалары арасындағы қандай байланыстың бар екенлигин билиў мәселеси ғана әҳмийетли.

Импульстиң сақланыў нызамы. Ҳәр қыйлы бөлекшелердиң соқлығысыўға шекемги импульслерин $\boldsymbol{p}_i$ арқалы белгилеймиз $(i = 1, 2, 3, \dots, n)$. Соқлығысыўдан кейинги олардың импульсин $\boldsymbol{p}'_j$ арқалы белгилейик $(j = 1, 2, 3, \dots, n)$. Жабық системаның импульси сақланатуғын болғанлықтан биз

$$\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{p}_i = \sum_{j=1}^{k} \boldsymbol{p}'_i \qquad (8.1)$$

аңлатпасын жаза аламыз.

Соқлығысыўдан алдыңғы ҳәм соқлығысыўдан кейинги бөлекшелердиң санының да, сортының да ҳәр қыйлы болатуғынлығы өз-өзинен түсиникли деп есаплаймыз.

Энергияның сақланыў нызамы. Соқлығысыўлар процесслерине энергияның сақланыў нызамын қолланыў импульстиң сақланыў нызамын қолланғанға қарағанда әдеўир қурамалы. Себеби әдетте сақланыў нызамлары ҳаққында гәп етилгенде олар тек механикалық системалар ушын қолланылды. Сонлықтан релятивистлик емес жағдайларда кинетикалық ҳәм потенциал энергиялар есапқа алынды, ал релятивистлик бөлекшелер динамикасын қарағанымызда денелердиң тынышлық энергиясы болған $E = mc^2$ шамасының есапқа алыныўының кереклиги атап өтилди. Бирақ энергияның басқа да түрлериниң бар екенлигин итибарға алыў керек болады. Мысалы жоқарыда айтылғандай бильярд шарлары соқлығысқанда олардың азмаз да болса қызыўы орын алады. Сонлықтан соқлығысқаннан бурынғы кинетикалық энергиялардың қосындысы соқлығысқаннан кейинги кинетикалық энергиялардың қосындысына тең болмайды, яғный кинетикалық энергия сақланбайды. Оның бир бөлими жыллылық пенен байланысқан дениниң ишки энергиясына өтеди. Ишки энергияның басқа да түрлери бар. Шарды қураўшы бөлекшелердиң өз-ара потенциал энергиялары да ишки энергияға киреди. Сонлықтан соқлығысыў процессине энергияның сақланыў нызамын қолланыў ушын сол соқлығысыўға қатнасатуғын бөлекшелердиң ишки энергияларын да есапқа алыў керек болады. Бирақ соқлығысыўшы бөлекшелер арасындағы потенциал энергияны есапқа алыўдың кереги болмайды, себеби басланғыш ҳәм ақырғы ҳалларда сол бөлекшелер өз-ара тәсир етиспейди деп есапланады. Бөлекшелердиң ишки энергиясын E_{ishki} ҳәм денениң илгерилемели қозғалысының кинетикалық энергиясын E_{kin} арқалы белгилесек соқлығысыўдағы энергияның сақланыў нызамын былайынша жазамыз

$$\sum_{i=1}^{n}\left(E_{i,ishki}+E_{j,kin}\right)=\sum_{j=1}^{k}\left(E_{j,ishki}+E_{j,kin}\right). \qquad (8.2)$$

Айланбалы қозғалыстың кинетикалық энергиясын ишки энергияға киригизиўге болатуғынлығын атап өтемиз.

Релятивистлик жағдайда (8.2)-теңлемениң түри әдеўир әпиўайы. Себеби бундай жағдайдағы ***толық энергия***

$$E=\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (16.13)$$

өз ишине кинетикалық энергияны да, ишки энергияның барлық формалары киретуғын тынышлықтығы энергияны да алады. Сонлықтан релятивистлик жағдайда (8.2) былайынша жазылады:

$$\sum_{i=l}^{n}E_i=\sum_{j=1}^{k}E'_j. \qquad (8.3)$$

Бул аңлатпада

$$E_i=\frac{m_ic^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (8.3a)$$

Солай етип (8.3а) ны есапқа алып (8.3)-аңлатпаны былайынша көширип жазамыз:

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{m_i}{\sqrt{1-v_i^2/c^2}}=\sum_{i=1}^{n}\frac{m'_j}{\sqrt{1-v_j'^2/c^2}}. \qquad (8.4)$$

Импульс моментиниң сақланыў нызамы. Импульс моментиниң сақланыў нызамын қолланғанда барлық денелердиң ҳәм болекшелердиң ишки импульс моментине ийе бола алатуғынлығын еске алыў керек. Денелерде импульс моменти айланыў менен байланыслы. Ал микробөлекшелер болса (электронлар, протонлар, нейтронлар, басқа элементар бөлекшелер, атом ядролары ҳәм тағы басқалар) **спин (spin)** деп аталатуғын ишки импульс моментине ийе болады. Соқлығысыўларда бөлекшениң ишки импульс моменти сыпаныда спинниң есапқа алыныўы керек. Егер биз $\boldsymbol{M}_i$ арқалы соқлығысыўға қатнасатуғын бөлекшелердиң импульс моментин, ал $\boldsymbol{M}_{ishki,i}$ арқалы олардың ишки моментлерин белгилесек, онда соқлығысыўдағы импульс моментиниң сақланыў нызамын

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\boldsymbol{M}_i+\boldsymbol{M}_{ishki,i}\right)=\sum_{j=1}^{k}\left(\boldsymbol{M}'_j+\boldsymbol{M}'_{ishki,i}\right) \qquad (8.5)$$

түринде жаза аламыз.

Серпимли ҳәм серпимли емес соқлығысыўлар. Тәсирлесиўдиң нәтийжесинде бөлекшелердиң ишки энергияларының өзгериўлерие байланыслы соқлығысыўлар **серпимли** ҳәм **серпимли емес** болып екиге бөлинеди.

Егер соқлығысыўға қатнасатуғын бөлекшелердиң ишки энергиялары өзгермейтуғын болса соқлығысыў серпимли, ал ишки энергиялары өзгерсе соқлығысыў серпимли емес деп аталады.

Мысалы егер бильярд шарлары соқлығысыўдың нәтийжесинде азмаз қызатуғын болса онда соқлығысыў серпимли емес соқлығысыў болып табылады. Ал егер бильярд шарлары жеткиликли дәрежеде жақсы серпимли материалдан исленген болса (мысалы пил сүйегинен), онда шарлардың кызыўын есапқа алмаўға болады ҳәм бул жағдайда соқлыгысыўды жеткиликли дәлликте серпимли деп есаплаймыз. Гейпара жағдайларда абсолют серпимли соқлығысыўлар ҳаққында айтады. Бул жағдайда соқлығысатуғын бөлекшелердиң ишки энергиялары абсолют дәл өзгериссиз калады. Сондай-ақ абсолют серпимли емес соқлығысыўлар ҳаққында да гәп етиледи. Бул жағдайда болса барлық энергия бөлекшелердиң ямаса денелердиң ишки энергияларына толығы менен айланады. Мысалы жумсақ материалдын исленген массалары ҳәм тезликлериниң абсолют мәнислери бирдей болған еки дене туўрыдан туўры соқлығысса (бундай соқлығысыўды **маңлай соқлығысыўы** деп атаймыз) тыныш турған бир денеге айланады. Усындай соқлығысыў абсолют серпимли емес соқлығысыў болып табылады.

Массалар орайы системасы. Егер соқлығысыўларды массалар орайы системасында жүзеге келтирсек мәселени шешиў әдеўир аңсатласады. Бундай системада энергияның сақланыў нызамы (8.3)-формула түринде, ал импульс моментиниң сақланыў нызамы (8.5)-формула түринде жазылады. Ал анықлама бойынша массалар орайы системасында бөлекшелердиң импульслериниң қосындысы нолге тең болатуғынлығына байланыслы импульстың сақланыў нызамы әдеўир әпиўайы түрде былайынша

$$\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{p}_i = \sum_{j=1}^{k} \boldsymbol{p}'_j = 0 \qquad (8.6)$$

жазылады.

Серпимли соқлығысыўлар (elastic collision). Еки бөлекшениң релиятвистлик емес жағдайдағы соқлығысыўы. Соқлығысыўға шекем бөлекшелердиң биреўи (мысалы екиншиси, яғный $\boldsymbol{p}_2 = 0$) тынышлықта туратуғын координаталар системасын таңлап аламыз. Бундай жағдайда энергия менен импульстиң сақланыў нызамлары былайынша жазылады:

$$\frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{{p'_2}^2}{2m'_1} + \frac{{p'_2}^2}{2m'_2}, \qquad (8.7)$$

$$\boldsymbol{p}_1 = \boldsymbol{p}'_1 + \boldsymbol{p}'_2. \qquad (8.8)$$

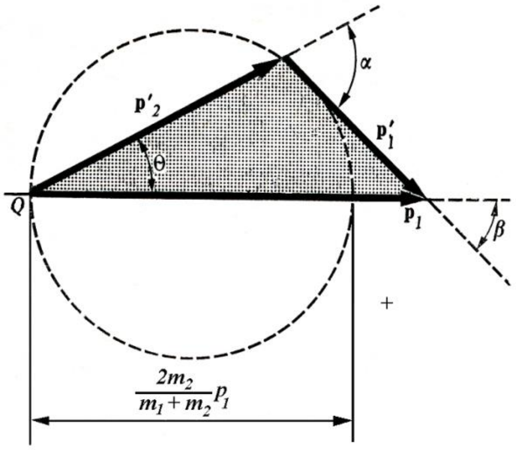
Бул аңлатпаларда кинетикалық энергия импульс арқалы жазылған$\left(\frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}\right)$ ҳәм соқлығысыўда ишки энергияның өзгермейтуғынлығы есапқа алынған. (8.8) теңлемесин $\boldsymbol{p}'_1 = \boldsymbol{p}_1 - \boldsymbol{p}'_2$ түринде (2) ге көширип жазып

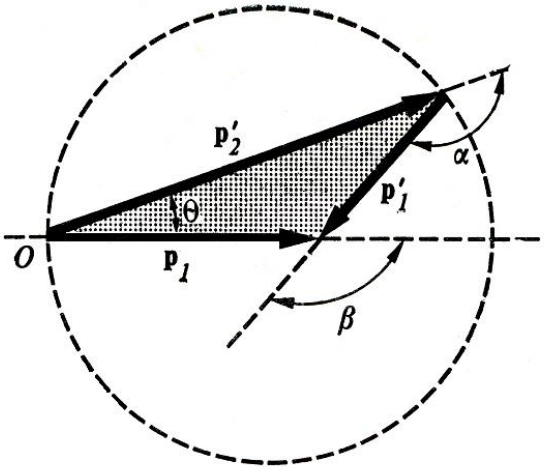
$$(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}'_2) = {\boldsymbol{p}'_1}^2 \frac{m_1 + m_2}{2m_2} \qquad (8.9)$$

екенлигин табамыз. $\boldsymbol{p}_1$ менен $\boldsymbol{p}_2'$ арасындағы мүйешти θ арқалы белгилеймиз. Сонлықтан $(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2') = p_1 p_2' \cos\theta$. Енди (8.9) дан $\boldsymbol{p}_2'$ ушын мәселени толық шешиўге мүмкиншилик беретуғын мынадай аңлатпа аламыз

$$\boldsymbol{p}_2' = 2\frac{m_2}{m_1 + m_2} p_1 \cos\theta. \qquad (8.10)$$

Енди нәтийжени тәрийиплеў мүмкин болған әпиўайы геометриялық Дүзилис дүземиз. Базы бир O ноқатынан ушып келиўши бөлекшениң импульсын сүўретлейтуғын $\boldsymbol{p}_1$ векторын жүргиземиз (22-2 сүўрет). Буннан кейин радиусы $2\frac{m_2}{m_1+m_2}p_1$ шамасына тең ҳәм O ноқатынан өтиўши, орайы $\boldsymbol{p}_1$ векторы бағытында орналасқан шеңбер жүргиземиз. Шеңбердиң диаметри бир тәрепи ҳәм шеңбердиң ишинде болған үш мүйешликтиң бир мүйеши π/2 ге тең болғанлықтан O ноқатынан басланатуғын ҳәм шаңбердиң бойында питетуғын барлық кесиндилер (8.10) ды қанаатландырады. Демек бул кесиндилер соқлығысқанға шекем тынышлықта турған бөлекшениң соқлығысқаннан кейинги импульсиниң мәнисин береди. Импульстиң сақланыў нызамы болған (8.8)-теңлемеден келип түсиўши (тыныш турған бөлекшеге келип соқлығысатуғын) бөлекшениң импульсиниң 22-2 сүўретте көрсетилген курылманың жәрдеминде берилетуғынлығы келип шығады. Соқлығысыўдан кейин еки бөлекшениң импульслери арасындағы мүйеш α ға тең. β мүйеши болса соқлығысыўшы бөлекшениң соқлығысқаннан кейинги бағыты менен соқлығысқанға шекемги бағыты арасындағы мүйеш. Тек геометриялық жол менен $\boldsymbol{p}_1'$ шамасын табыў да қыйын емес. Солай етип соқлығысыўды тәрийиплеўши барлық шамалар анықланды. 22-2 сүўретте $2\frac{m_2}{m_1+m_2} < 1$ болған жағдай (яғный $m_1 > m_2$ болған жағдай, ушып келиўши бөлекшениң массасы тыныш турған бөлекшениң массасынан үлкен, тыныш турған бөлекшени ендигиден былай **нышана** деп атаймыз) сүўретленген. 22-2 сүўретте **соқлығысыўдан кейинги еки бөлекшениң импульслери арасындағы мүйеш α шамасының мәнисиниң π/2 ден 0 ге шекем өзгеретуғынлығы көринип тур. $\boldsymbol{p}_1'$ импульсиниң максималлық мәниси нышана соқлығысыўдан кейин ушып келиўши бөлекшениң бағытына дерлик перпендикуляр бағытта қозғалғанда жетисиледи. Соның менен бирге ушып келиўши бөлекшениң бағытын қәлеген бағытқа өзгерте алмайтуғынлығын атап өтемиз**. Максималлық мәниске ийе β_{max} мүйеши бар болады. Бөлекшелер усы мүйештен үлкен мүйешке бағытын өзгерте алмайды. Бул мүйештиң шамасы 22-2 сүўреттен тек $\boldsymbol{p}_1'$ векторы шеңберге тийетуғын жағдайда ғана алынатуғынлығы көринип тур.





8-2 сүўрет. Массалары $m_1 > m_2$ болған еки бөлекшениң соқлығысыў мәселесин шешиўге арналған схема.

8-3 сүўрет. Массалары $m_1 < m_2$ болған еки бөлекшениң соқлығысыў мәселесин шешиўге арналған схема.

8-3 сүўретте нышананың массасы ушып келиўши бөлекшениң массасынан үлкен болған жағдай $(m_1 < m_2)$ сәўлеленген. Сүўретте көринип турғанындай **соқлығысқаннан кейинги бөлекшелердиң бир бирине салыстырғандағы ушып кетиў бағытлары арасындағы мүйеш π/2 < α < π шеклеринде өзгереди. Келип соқлығысыўшы бөлекшениң бағытын өзгертиў мүйеши β нолден π ге шекем, яғный бөлекше көп мүйешке аўытқыў алмайды, ал өзиниң қозғалыс бағытын қарама-қарсы бағытқа өзгерте алады**.

Биз жоқарыда қарап өткен еки жағдайда да соқлығысыўдың характеристикасы θ мүйеши бойынша анықланады екен. Бирақ базы бир айқын жағдайда оның мәниси қандай шамаға тең? Бул сораўға сақланыў нызамлары жуўап бере алмайды. Соқлығысыў процессинде орын алатуғын барлық жағдайдар соқлығысыў шәртлерине ҳәм тәсирлесиўдиң өзгешеликлерине байланыслы болады. Сонлықтан **сақланыў нызамлары соқлығысыў ҳаққадағы мәселени толық шешиўге мүмкиншилик бере алмайды, бирақ соқлығысыўдың тийкаргы өзгешеликлерин таллаўға жәрдем береди**.

Маңлай соқлығысыўы. 8-2 ҳәм 8-3 сүўретлерден θ=0 болғанда **тыныш турған бөлекшениң ең үлкен болған импульс алатуғынлығы көринип тур**. Бундай жағдайдағы соқлығысыўды **маңлай соқлығысыўы** ямаса **орайлық соққы** деп атаймыз. Бундай соқлығысыўға мысал ретинде бильярд шарлары бир бирине қарай олардың орайларын тутастырыўшы туўры бойынша қозғалғандағы соқлығысыўды көрсетиўге болады (инерциал есаплаў системасындағы кеңисликте бул сызық өзиниң бағытын өзгертпеўи керек).

Бул жағдайда (8.10) аңлатпасынан

$$p_2' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} p_1 \tag{8.11}$$

екенлиги дәрҳәл келип шығады. Екинши бөлекшениң соққыдан кейинги кинетикалық энергиясы $E'_{kin,2} = \frac{p_2'^2}{2m_2}$ биринши бөлекшениң соқлығысыўдан бурынғы кинетикалық энергиясы $E'_{kin,1} = \frac{p_1'^2}{2m_1}$ арқалы былайынша анықланады

$$E'_{kin,2} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} E'_{kin,1}. \tag{8.12}$$

Бул аңлатпа (8.11)-аңлатпадан тиккелей келип шығады. Бул аңлатпадан **энергияның бир бөлекшеден екинши бөлекшеге максималлық өтиўи бөлекшелердиң массалары өз-ара тең болғанда ($m_1 = m_2$) орын алатуғынлығы келип шығады**. Бул жағдайда

$$E'_{kin,2} = E'_{kin,1}, \tag{8.13}$$

яғный биринши бөлекшениң энергиясының барлығы да толығы менен екинши бөлекшеге бериледи. Соқлығысыўдың нәтийжесинде биринши бөлекше тоқтайды. Бул жағдай энергияның сақланыў нызамы болған (8.13) аңлатпасында да, $\boldsymbol{p}_2' = \boldsymbol{p}_1$

түрине ийе болатуғын (8.11)-аңлатпадан да, $\boldsymbol{p}_1' = 0$ теңлигине алып келетуғын импульстың сақланыў нызамы менен комбинацияда да көринип тур.

Соқлығысыўшы бөлекшелердиң массалары бир биринен үлкен айырмаға ийе болғанда бөлекшелердиң биринен екиншисие өтетуғын энергияның муғдары жүдә киши болады. (8.12)-аңлатпадан мына теңликлердиң орынлы екенлиги келип шығады:

$$m_1 \gg m_2 \text{ болғанда } E_{kin,2}' \approx 4\frac{m_2}{m_1}E_{kin,1}, \tag{8.14a}$$

$$m_1 \ll m_2 \text{ болғанда } E_{kin,2}' \approx 4\frac{m_1}{m_2}E_{kin,1}. \tag{8.14b}$$

Бул аңлатпаларға итибар берип қарасақ олардың екеўинде де $E_{kin,2}' \ll E_{kin,1}$ екенлиги көринип тур. Бирақ импульстың берилиўин киши шама деп айта алмаймыз. (8.11) ден $m_1 \gg m_2$ болған жағдайда (ушып келиўши бөлекшениң массасы соқлығысыўға шекем тыныш турған бөлекшениң массасынан салыстырмас дәрежеде үлкен) соқлығысыўдан кейин тыныш турған бөлекшениң импульси ушып келген бөлекшениң импульсинен әдеўир киши болады. Ҳақыйқатында да (8.11) аңлатпасынан $m_1 \gg m_2$ шәрти орынланғанда

$$\boldsymbol{p}_2' \approx 2\frac{m_2}{m_1}\boldsymbol{p}_1$$

аңлатпасын аламыз. Бирақ бул жағдайда еки бөлекшениң тезликлери бир биринен үлкен шамаға парық қылмайды. Себеби $\boldsymbol{p}_2' = m_2\boldsymbol{v}_2'$ ҳәм $\boldsymbol{p}_1 = m_1\boldsymbol{v}_1$ екенлигин есапқа алсақ, онда

$$\boldsymbol{v}_2' = 2\boldsymbol{v}_1$$

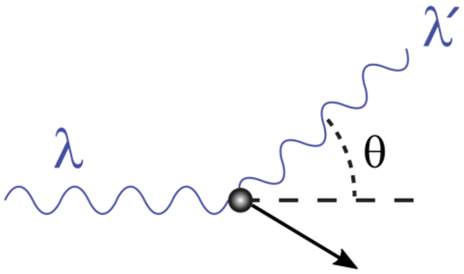
теңлигиниң орынланатуғынлығына ийе боламыз.

$m_1 \ll m_2$ шәрти орынланғнада биринши бөлекшеден екинши бөлекшеге импульстиң берилиўи әдеўир үлкен болады ($\boldsymbol{p}_2' \approx 2\boldsymbol{p}_1$). Екинши бөлекшениң импульси биринши бөлекшениң импульсинен еки есе үлкен болса да, оның тезлиги биринши бөлекшениң тезлигине салыстырғанда оғада киши ҳәм былайынша жуўық түрде анықланады:

$$\boldsymbol{v}_2' \approx 2\frac{m_1}{m_2}\boldsymbol{v}_1. \tag{8.15}$$

Биринши бөлекшениң тезлигиниң бағыты соқлығысыўдың нәтийжесинде 180 градусқа өзгереди, ал абсолют мәниси бойынша сезилерликтей өзгериске ушырамайды.

Нейтронлардың әстелениўи (нейтронлардың тезлигиниң киширейиўи). Серпимли соқлығысыўдың өзгешеликлери илим менен техникада кеңнен қолланылады. Мысал ретинде нейтронлардың әстелениўин қараймыз. Уран ядролары шама менен өз-ара бирдей болған еки бөлекке бөлингенде бөлиниўдиң сынықларының (бөлеклердиң) кинетикалық энергиясы түринде үлкен энергия бөлинип шығады. Бөлиниў процессиниң ақыбетинде бир ямаса бир неше нейтрон пайда болады. Уран ядросының бөлиниўиниң өзи нейтронлардың тәсиринде жүзеге келеди. Уран ядросы нейтрон менен соқлығысқанда көпшилик жағдайда серпимли соқлығысыў орын алады. Бирақ айырым жағдайларда нейтрон ядро тәрепинен тутып алынады ҳәм усының салдарынан ядро бөлинеди. Нейтронның уран ядросы тәрепинен тутып алыныўының итималлылығы оғада киши. Бирақ нейтронның энергиясының кемейиўи менен итималлықтың шамасы үлкейеди. Сонлықтан жеткиликли дәрежеде интенсивли болған шынжырлы реакцияны тәмийинлеў ушын, яғный уран ядролары бөлингенде пайда болатуғын нейтронлар басқа ядролардың интенсивли түрдеги бөлиниўин тәмийинлеў ушын нейтронлардың кинетикалық энергияларын кемейтиў зәрүр. Нейтронлардың уран ядролары менен ҳәр бир маңлай соқлығысыўында (8.14)-формулаға сәйкес нейтроннан ядроға энергиясының тек киши бөлими (шама менен 2/238 бөлими) ғана бериледи. Энергияның бундай муғдарда берилиўин киши берилиў деп есаплаймыз. Соның менен бирге бундай соқлығысыўда нейтронлар жүдә киши шамаға әстеленеди. Әстелениўди күшейтиў ушын ядролардың бөлиниўи орын алатуғын атомлық реактордың зонасына **әстелетиўши** деп аталатуғын арнаўлы зат салынады. Әлбетте әстелетиўшиниң ядролары жеткиликли дәрежеде жеңил болыўы керек. Сонлықтан әстелетиўши сыпатында графит көбирек қолланылады. Графиттиң қурамына киретуғын углеродтың ядросы нейтронның массасынан шама менен 12 есе үлкен. Сонлықтан нейтрон менен ядроның ҳәр бир маңлай соқлығысыўында графиттиң ядросына нейтронның энергиясының шама менен $\frac{4}{2} = \frac{1}{3}$ бөлеги өтеди ҳәм усының салдарынан әстелениў процесси үлкен тезлик пенен жүреди.



Комптон эффектин иллюстарциалаў ушын арналған сүўрет. Толқын узынлығы λ ге тең болған электромагнитлик нур шеп тәрептен оң тәрепке қарай бағытланған. Электрон менен тәсир етискенде нурдың толқын узынлығы λ' шамасына тең болады. Нурдың бағыты дәслепки бағытына салыстырғанда θ мүйешине бурылады. Фотон менен тәсир етискен электронның қозғалыс бағыты стрелканың жәрдеминде көрсетилген.

Комптон-эффект. Жоқарыдағы нейтронлар менен ядролардың серпимли соқлығысқанындай соқлығысыўды көремиз. Бул жағдайда биз қарайын деп атырған бөлекшелер релятивистлик тезликлерге ийе. Егер соқлығысыўшы бөлекшелердиң бирин соқлығысыўға шекем тынышлықта турды, ал екиншисин релятивистлик тезликлер менен келип соқлығысты деп есапласақ импульстиң сақланыў нызамы болған (8.1)-аңлатпаның түри өзгермейди. Бирақ энергияның сақланыў нызамы болған (8.2) –аңлатпаның орнына

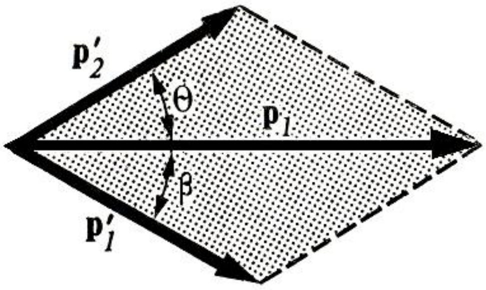
$$\frac{m_1c^2}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} + m_2c^2 = \frac{m_1c^2}{\sqrt{1-\frac{{v'_1}^2}{c^2}}} + \frac{m_2c^2}{\sqrt{1-\frac{{v'_2}^2}{c^2}}} \qquad (8.16)$$

аңлатпасын жазыў керек болады. Биз ҳәзир бул теңлемелердиң улыўмалық жағдайлар ушын шешимин табыў менен шуғылланбаймыз. Себеби бундай шешимлерди излеў жүдә қурамалы. Бирақ биз ҳәзир физика илиминде үлкен орын ийелеген бир айқын процессти қараймыз. **Бул процессти физикада Комптон эффекти деп атайды**.

Биз барлық материаллық бөлекшелердиң корпускулалық (бөлекшелерге тән болған) қәсийет пенен толқынлық қәсийетке ийе болатуғынлығын билемиз (бул ҳаққында кирисиў бөлиминде гәп етилди). Бир объекттиң бундай екилик қәсийетке ийе болыўын толқынлық-корпускулалық (толқынлық-бөлекшелик) дуализм деп атаймыз. Усының нәтийжесинде бөлекше бир жағдайларда ҳақыйқатында да бөлекше сыпатында, ал басқа бир жағдайларда оны толқын түринде көринеди. Жақтылық тап усындай қәсийетлерге ийе. Жақтылықтың дифракцияға ушыраўы жақтылықтың толқын екенлигин дәлиллейди. Бирақ фотоэффектте жақтылық өзин бөлекшелердиң ағымы түринде көрсетеди. Бул бөлекшелерди фотонлар деп атайды. Фотон бөлекшеге тән болған ε энергиясына ҳәм $\boldsymbol{p}$ импульсине ийе болады. Бул шамалар жақтылықтың жийилиги ω ҳәм толқын узынлығы λ менен

$$\boldsymbol{p} = \hbar\boldsymbol{k}, \qquad \varepsilon = \hbar\omega \tag{8.17}$$

аңлатпалары арқалы байланысқан. $|\boldsymbol{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$, ал ħ арқалы Планк турақлысы белгиленген (ħ=1,054 571 800(13)·10^{-34} Дж·с=1,054 571 800(13)·10^{-27} эрг·с=6,582 119 514·10^{-16} эВ·с). Фотонның толқын узынлығы қанша киши болса корпускулярлық қәсийет анық көринеди. Толқын узынлығы 1 ангстремге (1 Å) сәйкес келетуғын фотонларды рентген квантлары (рентген нурларының узынлығы шама менен 1 ангстремниң әтирапында болады), ал толқын узынлығы 0,001 Å болған фотонларды γ квантлары деп атайды. Рентген ҳәм γ квантларының корпускулярлық қәсийетлери айқын көринеди. Электронлар менен соқлығысқанда олар энергиясы менен импульси (8.17)-формулалар менен анықланатуғын бөлекшелер сыпатында көринеди.



8-4 сүўрет.
Комптон эффектин түсиндириўге арналған сүўрет.

Тыныш турған электрон менен рентген квантының (ендигиден былай тек квант деп атаймыз) соқлығысыўын қараймыз (8-4 сүўрет). Келип соқлығысыўшы квант соқлығысыўға шекем $\boldsymbol{p}_1 = \hbar\boldsymbol{k}$ импульсине ҳәм $\varepsilon_1 = \hbar\omega$ энергиясына ийе деп есаплаймыз. Электрон менен соқлығысыўдың нәтийжесинде β мүйешине бағытын өзгертип $\boldsymbol{p}_1' = \hbar\boldsymbol{k}'$ импульсине ҳәм $\varepsilon_2' = \hbar\omega'$ энергияларына ийе болады. Соқлығысыўдан кейинги электронның энергиясы менен импульсы

$$E_2' = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \text{ ҳәм } \boldsymbol{p}_2' = \frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

шамаларына тең болады. Соқлығысыўға шекем оның энергиясы $E_2 = mc^2$ тынышлық энергиясына, ал импульси нолге тең ($\boldsymbol{p}_2 = 0$) еди. Жоқарыдағы аңлатпаларда m арқалы электронның массасы белгиленген. **Биз массаның релятивистлик инвариант ҳәм соның ушын тезликтен ғәрезли емес екенлигин инабатқа аламыз.** Соның менен бирге көплеген китапларда орын алған "массаның тезликтен ғәрезлиги" ҳаққындағы гәплердиң дурыс емес екенлигин атап өтемиз.

Энергияның сақланыў нызамы (8.16) ны, импульстиң сақланыў нызамы (8.1) ди былайынша жазамыз:

$$mc^2 + \hbar\omega = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \hbar\omega', \tag{8.18}$$

$$\hbar\boldsymbol{k} = \hbar\boldsymbol{k}' + \frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Бул аңлатпаларды былайынша көширип жазамыз

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \hbar(\omega - \omega') + mc^2,$$

$$\frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \hbar(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}').$$

ҳәм квадратқа көтеремиз

$$\frac{m^2c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \hbar^2(\omega^2 - 2\omega\omega' + \omega'^2) + m^2c^4 + 2\hbar mc^2(\omega - \omega'),$$

$$\frac{m^2v^2c^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \hbar^2(\omega^2 + \omega'^2 - 2\omega\omega'\cos\beta).$$

Алынған теңликлердиң шеп тәрепинен шеп тәрепин, оң тәрепинен оң тәрепин аламыз:

$$\frac{m^2c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{m^2v^2c^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \hbar^2\big(\omega^2 - 2\omega\omega' + \omega'^2\big) + m^2c^4 + 2\hbar mc^2(\omega - \omega') - \tag{8.19}$$

$$-\hbar^2\big(\omega^2 + \omega'^2 - 2\omega\omega'\cos\beta\big).$$

Енди анықлама бойынша $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{cT} = \frac{\omega}{c}$ ҳәм $k' = \frac{2\pi}{\lambda\prime} = \frac{2\pi}{cT\prime} = \frac{\omega\prime}{c}$ теңликлериниң орын алатуғынлығы есапқа аламыз [бул аңлатпаларда Т арқалы жақтылық (рентген ямаса гамма] толқынының тербелис дәўири белгиленген.

Бираз әпиўайыластырыўдын кейин (8.19) мына түрге енеди:

$$\frac{m^2c^4 - m^2v^2c^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = 2\hbar^2\omega\omega'(\cos\beta - 1) + m^2c^2 + 2\hbar mc^2(\omega - \omega').$$

Демек

$$\hbar\omega\omega'(\cos\beta - 1) + mc^2(\omega - \omega') = 0$$

теңлемесине ийе боламыз жәнe математиканың мектеп курсынан $1 - \cos\beta = 2\,sin^2\frac{\beta}{2}$ теңлигиниң орын алатуғынлығын есапқа аламыз. Солай етип

$$\frac{c}{\omega'} - \frac{c}{\omega} = \frac{2\hbar}{mc} sin^2\frac{\beta}{2} \tag{8.20}$$

формуласын аламыз. Толқын узынлығы жийилик пенен $\frac{c}{\omega} = \frac{\lambda}{2\pi}$ аңлатпасы арқалы байланысқан. Сонлықтан биз излеген формуланы мына түрде аламыз

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\Lambda sin^2\frac{\beta}{2}. \tag{8.21}$$

Бул формуланы

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_k(1 - \cos\theta)$$

түринде де жазыў мүмкин. Бул формулада λ_k арқалы электронның Комптонлық толқын узынлығы белгиленген.

Бул аңлатпадағы $\Lambda = \frac{2\pi\hbar}{mc} = 0{,}0242\ \text{Å} = 2{,}4263102367(11) \cdot 10^{-12}$ м шамасына тең (электрон ушын!). Бул шама электронның Комптонлық толқын узынлығы болып табылады. Егер (8.21)-формуладағы m ниң орнына протонның ямаса басқа элементар бөлекшениң массасын қойсақ, онда протонның ямаса басқа элементар бөлекшениң Комптон толқын узынлығын аламыз. Солай етип **егер фотон еркин электрон менен соқлығысатуғын болса, онда оның қозғалыс бағыты β мүйешине бурылады, ал оның импульси серпимли соқлығыс нызамы бойынша өзгереди, ал импульстиң өзгериси (8.21)-формулаға сәйкес толқын узынлығының киширейиўине алып келеди** екен. Рентген ҳәм гамма квантларының толқын узынлығының электронлар менен тәсир етискендеги өзгерисин экспериментте өлшеўге болады. Комптонның бақлаўлары (8.21)-формуланың дурыс екенлигин толық дәлилледи. Солай етип фотонлардын еркин электронлар менен соқлығысыўының серпимли соқлығысыў екенлиги толық тастыйықланады.

Серпимли емес соқлығысыўлар (inelastic collision). Серпимли емес соқлығысыўларда соқлығысыўға қатнасатуғын денелердиң ямаса бөлекшелердиң ишки энергиясы өзгереди. Бул соқлығысыўдың нәтийжесинде денелердиң ямаса бөлекшелердиң кинетикалық энергиясының ишки энергияға ямаса ишки энергиялың кинетикалық энергияға айланатуғынлығын билдиреди. Ишки энергиясы, усыған сәйкес ишки ҳалы өзгерген дене ямаса бөлекше басқа дене ямаса басқа бөлекшеге айланады, яки басқа энергиялық ҳалдағы сол дене ямаса сол бөлекше болып табылады. Сонлықтан серпимли емес соқлығысыўларда бөлекшелердиң өз-ара айланыслары (бир бөлекшениң екинши бөлекшеге айланыўы) орын алады. Мысалы егер фотон атом тәрепинен жутылатуғын болса, онда фотон жоғалады ҳәм атом басқа энергиялық ҳалға өтеди. Көп санлы ядролық реакциялар серпимли емес соқлығысыўларға мысал бола алады.

Еки бөлекшениң серпимли емес соқлығысыўы. Бундай соқлығысыўларды бөлекшелердиң кинетикалық энергиялары ишки энергияға айланыўы ямаса ишки энергияларының кинетикалық энергияға айланыўы керек. Бул жағдайда да энергияның сақланыў нызамы менен импульстың сақланыў нызамы орын алады. Бирақ бул нызамлар кинетикалық энергияның қандай бөлиминиң ишки энергияға өтетуғынлығы ямаса қанша ишки энергияның кинетикалық энергияға айланатуғынлығы ҳаққында мағлыўматларды бере алмайды. Бул соқлығысыўдың айқын өзгешеликлери менен байланыслы. Соқлығысыўдың дерлик серпимли болыўы мүмкин. Бул жағдайда сол айланысқа энергияның тек киши бөлими ғана қатнасады. Соның менен бирге соқлығысыўдың абсолют серпимли болыўы мүмкин. Бундай жағдайда дерлик барлық кинетикалық энергия ишуи энергияға айланады.

Енди биз тынышлықта турған бөлекшениң серпимли қәсийетин абсолют серпимли ҳалдан абсолют серпимли емес ҳалға шекем өзгерте аламыз деп көз алдымызға келтирейик. Абсолют серпимли емес ҳалда ушып келиўши бөлекше тыныш турған бөлекшеге жабысып қалады деп қабыл етемиз. Бундай жағдайда соқлығысыўды барлық "серпимли емес" дәрежелеринде изертлей аламыз. Абсолют серпимли емес соққыны қараймыз. Бундай жағдайда слқлығысыўдың нәтийжесинде соқлығысыўшы денелер бир денеге биригеди ҳәм бир дене сыпатында қозғалады. Массасы m_2 ге тең болған екинши дене соқлығысыўға шекем тынышлықта турды деп есаплап төмендегидей сақланыў нызамларын жазыўға болады:

$$E_{ishki,1} + E_{ishki,2} + E_{kin,1} = E_{ishki,(1+2)} + E'_{kin,(1+2)}, \qquad (8.22)$$

$$\boldsymbol{p}_1 = \boldsymbol{p}'_{(1+2)}. \qquad (8.23)$$

Бул аңлатпаларда $E_{ishki,1}$ ҳәм $E_{ishki,2}$ арқалы соқлығысыўға шекемги биринши ҳәм екинши денелердиң ишки энергиялары $E_{kin,1}$ арқалы қозғалыўшы денениң кинетикалық энергиясы, $\boldsymbol{p}_1$ арқалы оның импульси белгиленген. Ал $E_{ishki,(1+2)}$, $E'_{kin,(1+2)}$ ҳәм $\boldsymbol{p}'_{(1+2)}$ арқалы соқлығысыўдың нәтийжесиндеги бир денеге айланған денениң сәйкес ишки энергиясы, кинетикалық энергиясы ҳәм импульси белгиленген.

Егер энергия менен тезлик арасындағы релятивистлик байланысты есапқа алмасақ, онда (8.23)-теңлеме соқлығысқанда еки денениң қосылыўынан пайда болған денениң тезлигин анықлаўға мүмкинилик береди:

$$m\boldsymbol{v}_1 = (m_1 + m_2)\boldsymbol{v}_2. \tag{8.24}$$

Буннан

$$\boldsymbol{v}_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\boldsymbol{v}_{1.} \tag{8.25}$$

Бу формулалардан ишки энергияға айланған кинетикалық энергияның (бул шаманы ΔE_{kin} арқалы белгилеймиз) мәнисин есаплаў мүмкин:

$$\Delta E_{kin} = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)v_2^2}{2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} E_{kin,1}. \tag{8.26}$$

Егер тыныш турған денениң (бөлекшениң) массасы жүдә үлкен болса ($m_1 \ll m_2$), онда $E_{kin} \approx E_{kin,1}$, яғный кинетикалық энергияның дерлик барлығы ишкин энергияға өтеди. Усының менен бирге соқлығысыўда еки денениң қосылыўынан (еки денениң бир бирине жабысыўынан) пайда болған денениң тезлиги дерлик нолге тең болады. Ал тыныш турған денениң массасы келип соқлығысыўшы денениң массасынан жүдә киши болса ($m_1 \gg m_2$), онда $E_{kin} \approx 0$, яғный кинетикалық энергияның ишки энергияға сезилерликтей өтиўи орны алмайды. Биринши дене соқлығысыўға шекем қандай тезлик пенен қозғалған болса еки денениң бир бирине қосылыўынан пайда болған дене де дерлик сондай тезлик пенен қозғалады.

Фотонның жутылыўы. Серпимли емес жутылыўға әдетте фотонның жутылыўын мысал ретинде келтириўге болады. Фотонның жутылыўы ең көп тарқалған серпимли емес соқлығысыўлардың бири болып есапланады. Бул соқлығысыў 21-1 с сүўретте келтирилген. Жутылыўға (соқлығысыўға) шекем атом менен фотон бар еди, соқлығысыўдан кейин тек атом қалады. Жутылыўға шекем массасы m болған атомды тынышлықта тырды деп есаплаймыз. Усы жағдайға энергия менен импульстиң сақланыў нызамын қолланамыз.

$$mc^2 + \hbar\omega = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \tag{8.27}$$

$$\frac{\hbar\omega}{c} = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Фотонның энергиясы тыныш турған атомның энергиясынан киши деп есаплаймыз, яғный $mc^2 >> \hbar\omega$. Бундай жағдайда екинши теңликтен фотонды жутқан атомның тезлиги v ушын мына аңлатпаны аламыз:

$$v \approx c\frac{\hbar\omega}{mc^2}. \tag{8.28}$$

Солай етип фотонды жутқаннан кейин атом $\frac{mv^2}{2}$ кинетикалық энергиясына ийе болады. Ал бул аңлатпаға (8.28) ди қойғаннан кейин кинетикалық энергия ушын

$$\Delta E_{kin} = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{\hbar^2\omega^2}{mc^2} \tag{8.29}$$

аңлатпасына ийе боламыз. Демек **атомда жутылыўының нәтийжесинде фотонның энергиясы толығы менен атомның ишки энергиясына айланбайды. Фотон энергиясы $\hbar\omega$ шамасының $\frac{1}{2}\frac{\hbar^2\omega^2}{mc^2}$ бөлими атомның кинетикалық энергиясына, ал $\hbar\omega - \frac{1}{2}\frac{\hbar^2\omega^2}{mc^2}$ бөлими атомның ишки энергиясына айланады екен**.

Фотонның шығарылыўы. Фотонның шығарылыўы да диаграммасы 21-1 d сүўретте келтирилген соқлығысыў процеси болып табылады (бул процессте бәршеге үйреншикли болған соқлығысыў орын алмайды, бирақ процесс толығы менен соқлығысыў нызамлары жәрдеминде тәрийипленеди). Бундай процессти физикада әдетте **ыдыраў** деп атайды. Фотон шығарылғанда атомның ишки энергиясы өзгереди, энергияның бир бөлими фотон энергиясына, энергияның екинши бөлими атомның кинетикалық энергиясына айланады. Атомның усы кинетикалық энергиясын физикада **берилиў энергиясы** деп атайды. Демек фотонның энергиясы атомның ишки энергиясының өзгериси болған ΔE_{ishki} шамасынан киши болады екен. Бул шаманы энергия менен импульстиң сақланыў нызамларынан табыўға болады:

$$\begin{aligned} mc^2 &= \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \hbar\omega, \\ 0 &= \frac{\hbar\omega}{c} + \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \end{aligned} \tag{8.30}$$

Бул жағдайда да фотонның энергиясы ħω тыныш турған атомның энергиясы mc^2 шамасынан киши деп есаплаймыз. Демек $v \approx c\frac{\hbar\omega}{mc^2}$. Бул тезликке сәйкес келиўши атомның кинетикалық энергиясы бул жағдайда да (8.29)-аңлатпа жәрдеминде анықланады екен.

Солай етип **фотон шығарылғанда оған атомның барлық ишки энергиясы берилмейди, тап сол сыяқлы фотон жутылғанда оның энергиясының барлығы атомның ишки энергиясына өтпейди екен**.

Егер биз гәп етип атырған атом бекитилген болса (қатты денелердиң қурамындағы атомларды бекитилген атомлар деп атай аламыз, себеби бул жағдайда фотон жутылғанда ямаса шығарылғанда берилиў энергиясы толығы менен қатты денеге бериледи. Ал қатты денениң массасы айырым атомның массасынан салыстырмас дәрежеде үлкен болғанлықтан берилиў энергиясының мәниси әмелде нолге тең болады. Бул жағдай экспериментте XX әсирдиң орталарында Мёссбауэр тәрепинен ашылды ҳәм оның ҳүрметине Мёсбауэр эффекти деп аталады).

Элементар бөлекшелер арасындағы реакциялар. Жоқарыда бөлекшелердиң бир бирине көп санлы айланыўларының серпимли емес соқлығысыўларға жататуғынлығын атап өткен едик. Фотонлар қатнасатуғын тап усындай гейпара айланысларды биз фотонлардың жутылыўы ҳәм шығарылыўы мысалларында ҳәзир ғана көрдик. Соқлығысыў процесслери менен байланыслы болған сондай айланысларға тийисли болған айырым түсиниклерге тоқтап өтемиз.

Табалдырық энергия. Мейли a ҳәм b бөлекшелери соқлығысыўдың ақыбетинде c ҳәм d бөлекшелерине айланатуғын болсын. Соқлығысыўларды массалар орайы системасында талқылаў қабыл етилген. Бул системада импульстиң сақланыў нызамы бөлекшелердиң соқлығысыўдан бурынғы ҳәм соқлығысыўдан кейинги импульслериниң қосындысының нолге тең болатуғынлығына алып келеди. Сонлықтан бул нызам ҳәзир бизди қызықтырмайды. Ал энергияның сақланыў нызамы

$$E_{ishki,a} + E_{ishki,b} + E_{kin,a} + E_{kin,b} = E'_{ishki,c} + E'_{ishki,d} + E'_{kin,c} + E'_{kin,d} \qquad (8.31)$$

түринде жазылып, бул аңлатпада E_{ishki} арқалы индексте көрсетилген бөлекшелердиң ишки энергиясы, ал E_{kin} арқалы оның кинетикалық энергиясы белгиленген.

$$Q = E_{ishki,a} + E_{ishki,b} - E'_{ishki,c} - E'_{ishki,d} - E_{kin,a} - E_{kin,b} \qquad (8.32)$$

шамасы **реакция энергиясы** (**реакцияның энергиясы**) деп аталады. Бул шама бөлекшелердиң реакцияның нәтийжесинде өзгериске ушырайтуғын кинетикалық энергиясының қосындысының өсимине ямаса ишки энергияларының өсиминиң кери белгиси менен алынған өсимине тең. Егер реакцияның нәтийжесинде пайда болған c ҳәм d бөлекшелердиң кинетикалық энергияларының қосындысы дәслепки a ҳәм b бөлекшелердиң кинетикалық энергияларының қосындысынан үлкен болса болса, онда Q > 0. Егер Q < 0 болса реакцияның нәтийжесинде пайда болған c ҳәм d бөлекшелердиң ишки энергияларының қосындысы реакцияға шекемги a ҳәм b бөлекшелердиң кинетикалық энергияларының қосындысынан үлкен. Солай етип Q > 0 шәрти орынланғанда ишки энергияның кинетикалық энергияға айланысы, ал Q < 0 шәрти орны алса кинетикалық энергия жутылады ҳәм ишки энергияға айлалады.

Мейли Q > 0. Бундай жағдайда қәлеген муғдардағы, соның ишинде жүдә киши болған кинетикалық энергияда реакция жүреди. Q=0 болғанда да реакцияның жүриўи мүмкин.

Бирақ Q < 0 шәрти орын алғанда басқаша жағдай жүзеге келеди. Бул жағдайда реакцияның жүриўи ушын кинетикалық энергияның қосындысының белгили бир минимумы зәрүрли болады. Егер усы минимум бар болмаса реакция жүрмейди. Кинетикалық энергияның бул минимумы абсолют мәниси бойынша |Q| шамасына тең. Бул шама **реакцияның табылдырық энергиясы** деп атлады.

Реакцияның табылдырық энергиясы деп реакцияның жүре алыўы ушын зәрүрли болған реакцияға кирисетуғын бөлекшелердиң кинетикалық энергиясының минималлық мәнисине айтамыз.

Активация энергиясы. Q > 0 шәрти орынланғанда реакция қәлеген кинетикалық энергияның мәнисинде жүре алатуғынлығын биз жоқарыда көрдик. Бирақ бул сөзлер реакция ҳақыйқатында сөзсиз жүреди дегенди аңлатпайды. Мысалы еки протонды бир бирине жеткиликли дәрежеде жақынлстырсақ, онда олар тәсирлесе баслайды. Усының нәтийжесинде дейтрон, позитрон, нетрино пайда болады ҳәм шамасы 1,19 МэВ болған энергия бөлинип шығады. Бул реакцияда Q > 0. Бирақ бул реакцияның басланыўы ушын оң зарядқа ийе протонлар бир бирине жақындасқанда пайда болатуғын Кулон ийтерилис күшин жеңиў керек болады. **Бул жағдайда реакцияның жүриўи ушын протонлар белгили бир муғдардағы кинетикалық энергияға ийе болыўы шәрт. Бул кинетикалық энергия реакция жүргеннен кейин де сақланады ҳәм тек реакцияның жүриўин ғана тәмийинлейди. Сонлықтан бул энергияны активация энергиясы деп атайды**.

Лабораториялық системаға өтиў. Активация энергиясы ҳәм табылдырық энергия массалар орайы системасында анықланған. Сораў бериледи: егер табылдырық энергия массалар орайы системасында берилген болса, онда оның лабораториялық системадағы мәнисин қалай алықлаймыз? Бул сораўға әлбетте "массалар орайы системасынан лабораториялық системаға өтиў керек" деп жуўап бериў керек.

Усындай өтиўди еки бөлекшениң соқлығысыў мысалында қараймыз. Улыўма жағдайда релятивистлик формулаларды қолланыўдың керек екенлиги түсиникли. Массалар орайы системасына тийисли болған шамаларды "О" ҳәрипи менен, ал лабораториялық системаға тийисли болған шамаларды "L" ҳәрипи менен белгилеймиз. Мейли лабораториялық системада 2-бөлекше тыныш турсын, ал 1-бөлекше оған келип урылатуғын болсын. Массалар орайы системасында бөлекшелер бир бирине қарай қозғалады. Соқлығысыўдың салдарынан жаңа бөлекшелердиң пайда болыўы менен жүретуғын реакцияның болып өтиўи мүмкин. Бул пайда болған бөлекшелердиң массалар орайы системасындағы энергиясы $E_i'^{(0)}$. Бул реакцияның табылдырық энергиясы Q ға, ал массалар орайы системасында соқлығысыўшы бөлекшелердиң энергиясы $E_1^{(O)}$ ҳәм $E_2^{(O)}$ шамаларына тең. Бундай жағдайда массалар орайы системасында реакцияның жүзеге келиў шәрти (23.32) ниң тийкарында

$$E^{(L)} = E_1^{(O)} + E_2^{(O)} + Q \geq \sum_i E_i'^{O} \tag{8.33}$$

түрине ийе болады. Q табылдырық энергиясына ийе болған массалар орайы системасындағы еки бөлекшени (8.33)-теңлик жәрдеминде анықланған $E^{(O)}$ ишки энергиясына ийе бир бөлекше сыпатында қараўға болады. Лабораториялық системаға өткенде бул "бөлекше" бул системадағы биринши бөлекшениң импульсине тең p_1 импульсине ҳәм $E^{(O)}$ ишки энергиясына ийе болады. Демек лабораториялық системаға өткенде (8.33)-теңликтеги $E^{(O)}$

$$E^{(L)} = \sqrt{c^2 p_1^2 + (E^{(O)})^2} \tag{8.34}$$

энергиясына түрленеди. Екинши тәрептен усы еки бөлекшениң өз алдына алынған энергияларының қосындысы

$$E^{(L)} = \sqrt{c^2 p_1^2 + (E^{(O)})^2} + E_2^{(O)} \tag{8.35}$$

түринде берилиўи мүмкин. (8.34)- ҳәм (8.35)- теңликлерден

$$\left(E^{(O)}\right)^2 = \left(E_1^{(O)}\right)^2 + \left(E_2^{(O)}\right)^2 + 2E_2^{(O)} \sqrt{c^2 p_1^2 + \left(E_1^{(O)}\right)^2} \tag{8.36}$$

екенлиги келип шығады. Лабораториялық системада биринши бөлекшениң кинетикалық энергиясы

$$E_{kin,1}^{(L)} = \sqrt{c^2 p_1^2 + \left(E_1^{(O)}\right)^2} - E_1^{(O)} \tag{8.37}$$

шамасына тең. (8.36)-теңлемеден $\sqrt{c^2p_1^2+\left(E_1^{(O)}\right)^2}$ шамасын таўып ҳәм оны (8.37)-теңлемеге қойсақ

$$E_{kin,1}^{(L)}=\frac{\left(E^{(O)}\right)^2-\left(E_1^{(O)}\right)^2-\left(E_2^{(O)}\right)^2}{2E_2^{(O)}}-E_1^{(O)}=\frac{\left(E^{(O)}\right)^2-\left(E_1^{(O)}-E_2^{(O)}\right)^2}{2E_2^{(O)}}. \qquad (8.38)$$

(8.38) ди пайдаланып (8.34) –аңлатпаны

$$E_{kin,1}^{(L)}\geq\frac{\left(E_i'^{(O)}\right)^2-\left(E_1^{(O)}-E_2^{(O)}\right)^2}{2E_2^{(O)}} \qquad (8.39)$$

түринде көрсетиў мүмкин. Бул табылдырық энергияны лабораториялық системада есаплаў ушын изленип атырған теңсизлик болып табылады. Бул теңсизликти еки протон қатнасатуғын ең белгили болған реакциялардың табылдырық энергиясын табыў ушын қолланамыз.

π⁰ мезонлардың туўылыўының табылдырық энергиясы. Еки протон соқлығысқанда

$$p+p=p'+p'+\pi^0 \qquad (8.40)$$

схемасы бойынша π^0 мезонларының пайда болыўы мүмкин. Бул аңлатпада p' арқалы басқа импульс пенен энергияға ийе сол протон белгиленген. Протонның меншикли энергиясы (тынышлықтағы энергиясы) $E_p=m_pc^2=980$ МэВ, ал π^0 мезонның меншикли энергиясы $E_{\pi^0}=135$ МэВ. Сонлықтан (8.39)-теңсизлик тийкарында реакция энергиясының төмендегидей табылдырық энергиясын табамыз:

$$E_{kin,1}^{(L)}\geq\frac{\left(2E_p+E_{\pi^0}\right)^2-\left(2E_p\right)^2}{2E_p}=280\ MeV. \qquad (8.41)$$

Протон-антипротон жубының туўылыўының табылдырық энергиясы. Еки протон соқлығысқанда

$$p+p=p+p+p+\tilde{p} \qquad (8.42)$$

схемасы бойынша протон-антипротон жубы пайда болады. Бул аңлатпада $\tilde{p}$ арқалы антипротонның белгиси белгиленген. Антипротонның тынышлықтағы энергиясы да протонның тынышлықтағы энергиясындай (себеби олардың массалары бирдей). Сонлықтан реакцияның табылдырық энергиясы ушын (8.41)-теңсизлиги

$$E_{kin,1}^{(L)}\geq\frac{\left(4E_p\right)^2-\left(2E_p\right)^2}{2E_p}=6E_p\approx 6\ GeV. \qquad (8.43)$$

Соқлығысыўды үйренгендеги ең баслы мәселе соқлығысыў процессиниң өзинде емес, ал оның нәтийжесинде. Теорияның алдында турған мәселе бөлекшелериндиң соқлығысыўға шекемги ҳәм соқлығысыўдан кейинги характеристикалары арасындағы байланысты орнатыў мәселеси болып табылады. Усындай байланыс қалайынша жүзеге келеди деген мәселе қарап шығылмайды. Сақланыў нызамлары соқлығысыў процесслердин басқармайды. Бундай нызамлар соқлығысыўлар жүзеге келгенде ғана басшылыққа алынады.

Базы бир жумақлар:

1. Соқлығысыў деп еки ямаса оннан да көп материаллық бөлекшелердиң, басқа да денелердиң өз-ара тәсирлесиўлерине айтамыз. Бул тәсирлесиўлер кеңисликтиң салыстырмалы киши областында ҳәм салыстырмалы киши ўақыт аралығында болып өтип, кеңисликтиң бул областы менен ўақыттың усы аралығының сыртында сол денелер менен бөлекшелердиң дәслепки ҳаллары ҳәм тәсирлесиўден кейинги тәсирлесиў орын алмайтуғын жағдайлардағы ҳаллары ҳаққында айтыўға болады.

2. Соқлығысыўлар процеслерин изертлеўде сақланыў нызамлары басшылыққа алынады (энергияның, импульстиң, импульс моментиниң сақналыў назамлары).

3. Ҳәр бир сақланыў нызамы кеңислик пенен ўақыттың симметриясы менен байланыслы. Ўақыттың бир теклилиги энергияның, кеңисликтиң бир теклилиги импульстиң, ал кеңисликтиң изотроплығы импульс моментиниң сақланыўына алып келеди.

4. Бөлекшелер соқлығысқан областтағы болып өткен кубылыслар бизди қызықтырмайды. Бизди соқлығысыўшы бөлекшелердиң соқлығысыўға шекемги ҳәм соқлығысыўдан кейинги характеристикалары қызықтырады.

5. γ-квант тынышлықта турған еркин электрон менен соқлығысқанда усы γ-кванттың энергиясы менен импульсиниң тек бир бөлеги ғана электронға бериледи. Усының нәтийжесинде γ-кванттың қозғалыў бағыты өзгереди ҳәм ол өзиниң энергиясының бир бөлимин жоғалтады.

6. Комптон эффектинде жақтылықтың энергиясы $\hbar\omega$ ҳәм импульси $\hbar k$ болған фотонлар деп аталатуғын бөлекшелерден туратуғынлығы дәлилленеди.

Сораўлар:

1. Соқлығысыўлардың улыўмалық анықламасының физикалық мазмуны нелерден ибарат? Элементар бөлекшелердиң, бильярд шарларының соқлығысыўында және Қуяштың әтирапынан комета өткендеги ең улыўмалық қубылыс нелерден ибарат?

2. Соқлығысыўға шекемги ҳәм соқлығысыўдан кейинги ҳаллар дегенде нени түсиниў керек?

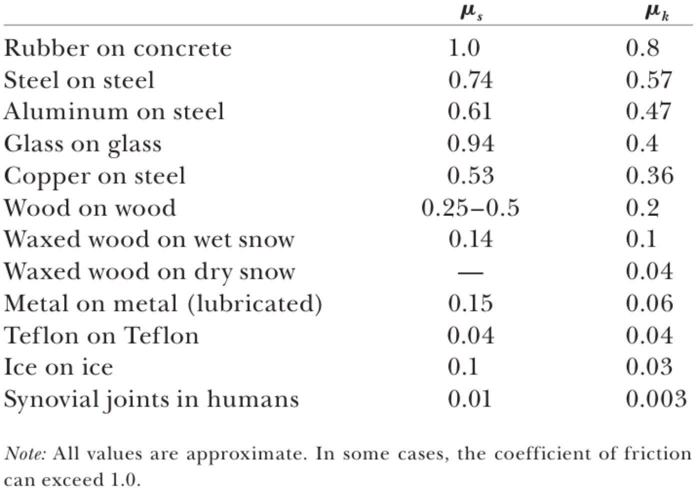
3. Энергияның, импульстиң, импульс моментиниң сақланыў нызамлары ҳаққында нелерди билесиз?

4. Ҳәр бир сақланыў нызамы ҳаққында гәп етилгенде кеңислик пенен ўақытқа байланыслы болған базы бир симметриялардың орын алыўы нәзерде тутылады. Ҳәр бир сақланыў нызамы менен қандай симметрия байланысқан?

5. Массалары бирдей болған еки бөлекше соқлығысқан. Олардың бири соқлығысыўға шекем тынышлықта турған. Соқлығысқаннан кейин бөлекшелер қандай мүйеш пенен тарқасады.

9-санлы лекция. Сүйкелис күшлери. Сүйкелистиң түрлери. Жабыскақ сүйкелис. Стокс формуласы. Қурғақ сүйкелис. Сырғанаўдағы сүйкелис. Думаланыўдағы сүйкелис

Қурғақ сүйкелис (dry friction). Егер еки дене өз бетлери менен базы бир басым астында тийисип туратуғын болса, онда усы тийисетуғын бетке урынба бағытында киши күш түскени менен бул денелер бир бирине салыстырғанда қозғалысқа келмейди (9-1 сүўрет). Жылжыўдың басланыўы ушын күштиң мәниси белгили бир минимал шамадан асыўы керек. **Денелер бир бири менен белгили басым менен тийисип туратуғын болса, онда оларды бир бирине салыстырғанда жылжытыў ушын усы жылжыўға қарсы қартылған күштен үлкен күш түсириў керек. Бул күшлер тынышлықтағы сүйкелик күшлери деп аталады**. Жылжыўдың басланыўы ушын сыртқы тангенсиал бағытланған күштиң мәниси белгили шамадан артыўы керек. Солай етип танашлықтағы сүйкелис күши f_{tinish}^{max} нолден баслап базы бир максимум шамасы f_{tinish}^{max} мәнисине шекем өзгереди. Бул күш сырттан түсирилген күштиң мәнисине тең. Бағыты бойынша қарама-қалсы болып, сыртқы күшти теңлестиреди. Сүйкелис күши басымға, денениң материалына, бир бирине тийисип турған бетлердиң тегислигине байланыслы.



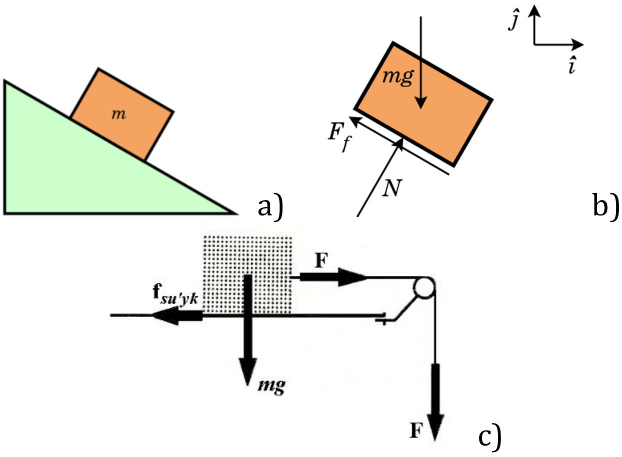
	μ_s	μ_k
Rubber on concrete	1.0	0.8
Steel on steel	0.74	0.57
Aluminum on steel	0.61	0.47
Glass on glass	0.94	0.4
Copper on steel	0.53	0.36
Wood on wood	0.25–0.5	0.2
Waxed wood on wet snow	0.14	0.1
Waxed wood on dry snow	—	0.04
Metal on metal (lubricated)	0.15	0.06
Teflon on Teflon	0.04	0.04
Ice on ice	0.1	0.03
Synovial joints in humans	0.01	0.003

Note: All values are approximate. In some cases, the coefficient of friction can exceed 1.0.

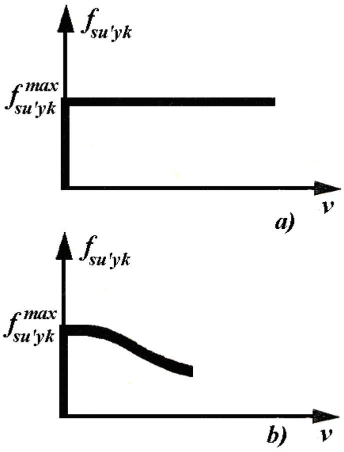
Ҳәр қандай материаллар ушын сүйкелис коэффициентлериниң мәнислери.

Сыртқы тангенсиал күш f_{tinish}^{max} тен үлкен мәниске ийе болса тийип турған бетлер бойынша жылжыў басланады. **Бул жағдайда сүйкелис күши тезликке қарсы бағытланған**. Күштиң сан шамасы тегисленген бетлер жағдайында киши тезликлерде тезликке байланыслы болмайды ҳәм f_{tinish}^{max} шамасына тең. Сүйкелис күшиниң тезликке ғәрезлилиги 9-2 а сүўретте көрсетилген. $v \neq 0$ болған барлық тезликлерде сүйкелис күши анық мәниске ҳәм бағытқа ийе. v=0 де оның шамасы бир мәнисли анықланбайды ҳәм сырттан түсирилген күшке байланыслы болады.

Бирақ сүйкелис күшлериниң тезликтен ғәрезсизлиги үлкен емес тезликлерде бақланады. 9-2 b сүўретте көрсетилгендей тезлик белгили бир шамаға шекем өскенде сүйкелис күшлери тынышлықтағы сүйкелис күшиниң шамасына салыстырғанда кемейеди, ал кейин артады.



9-1 сүўрет. Қурғақ сүйкелиске мысаллар.

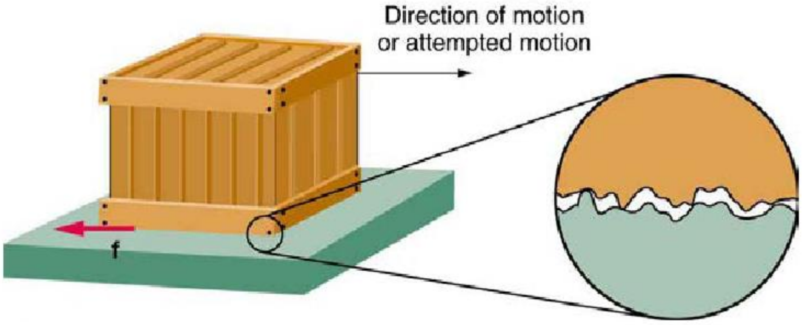


9-2 сүўрет. Қурғақ сүйкелис күшиниң тезликке байланыслылығы. Ордината көшерлерине тезликке қарсы бағытланған күш қойылған.

Қарап атырған сүйкелис күшлериниң өзине тән айырмашылығы сол күшлердиң бир бирине тийисип турған бетлердиң бир бирине салыстырғандағы тезлиги нолге тең болғанда да жоғалмайтуғынлығы болып табылады. Усындай сүйкелис қурғақ сүйкелис деп аталады. Жоқарыдағы 9-1 сүўретте жағдайдағы сүйкелис күши

$$f_s = k'mg$$

формуласы менен бериледи (яғный ***сүйкелис күшиниң шамасы денениң салмағына туўры пропорционал***). Бул аңлатпада k' арқалы сүйкелис коэффициенти деп аталатуғын коэффициент белгиленген. Бул коэффициент $\frac{f_s}{mg}$ ның мәниси әдетте экспериментте анықланады.



Сүйкелис күшиниң пайда болыўы себебин түсиндиретуғын сүўрет.

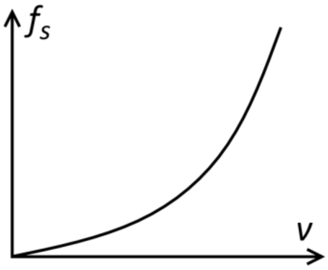
Қурғақ сүйкелистиң болыўы бир бирине тийисип турған бетлердеги атомлар менен молекулалардың өз-ара тәсирлесиў менен байланыслы. Ал атомлар менен молекулалар бир бири менен тәбияты электромагнит күшлер менен тәсирлеседи. Сонлықтан қурғақ сүйкелис электромагнит тәсирлесиўдиң нәтийжесинде пайда болады деп жуўмақ шығарамыз.

Суйық сүйкелис (fluid friction). Егер бири бирине тийип турған бетлерди майласақ, онда жылжыў дерлик нолге тең күшлердиң тәсиринде-ақ әмелге аса баслайды. Бул жағдайда, мысалы металдың қатты бетлери бир бири менен тәсирлеспей, бетлерге майлағында жағылған май пленкасы тәсирлеседи. **Тынышлықтағы сүйкелис күши болмайтуғын бундай сүйкелис суйық сүйкелис күши деп аталады.** Газде ямаса суйықлықта метал шарик жүдә киши күшлердиң тәсиринде қозғала алады.

Суйық сүйкелис күшиниң тезликке ғәрезлилиги 9-3 сүўретте көрсетилген. Күштиң киши мәнислеринде сүйкелис күшиниң мәниси тезликке туўры пропорционал, яғный

$$f_s = -kv.$$

Бул формулада k арқалы пропорционаллық коэффициенти белгиленген. Оның мәниси суйықлық ямаса газдиң қәсийетлерине, денениң геометриялық тәрийиплемелерине, денениң бетиниң қәсийетлерине байланыслы. v арқалы денениң тезлиги белгиленген.



9-3 сүўрет.
f_s суйық сүйкелис күшиниң v тезликке байланыслылығы. Ордината көшерине тезликке қарама-қарсы бағытланған күшлер қойылған.

Қатты денелер газде ямаса суйықлықта қозғалғанда сүйкелис күшлеринен басқа денелердиң тезлигине қарама-қарсы бағытланған **қарсылық күшлери** де орын алады. Бул күшлер тутас денелер механикасында үйрениледи.

Сүйкелис күшлериниң жумысы. Тынышлықтағы сүйкелис күшлериниң жумысы нолге тең. Қатты бетлердиң сырғанаўында сүйкелис күшлери орын алмастырыўға қарсы бағытланған. Оның жумысы терис белгиге ийе. Бул жағдайда кинетикалық энергия бир бири менен сүйкелисетуғын бетлердиң ишки энергиясына айланады - ондай бетлер қызады. Суйық сүйкелисте де кинетикалық энергия жаллылық энергиясына айланады. Сонлықтан **сүйкелис бар болғандағы қозғалысларда энергияның сақланыў нызамы кинетикалық ҳәм потенциал энергиялардың қосындысының турақлы болып қалатуғынлығынан турмайды**. Сүйкелис барда усы еки энергияның қосындысы кемейеди. Энергияның ишки энергияға айланыўы әмелге асады.

Суйық сүйкелис бар жағдайдағы қозғалыс. Қурғақ сүйкелисте тезлениў менен қозғалыс сүйкелис күшинниң максимал мәнисинен артық болғанда әмелге асады. Бундай жағдайларда турақлы сыртқы күштиң тәсиринде дене тәрепинен алынатуғын тезлик шекленбеген. **Суйық сүйкелис болғанда жағдай басқаша**. Бундай жағдайда турақлы күш пенен дене тек ғана **шеклик деп аталатуғын тезликке** шекем тезлетеди. Усындай тезликке жеткенде $f_s = kv$ сүйкелис күши сырттан түсирилген күшти теңлестиреди ҳәм дене тең өлшеўли қозғала баслайды. Сонлықтан шеклик тезлик ушын $v_{shek} = \frac{f_s}{k}$ формуласын қолланыў мүмкин.

Стокс формуласы. Суйық сүйкелис күшин есаплаў қурамалы мәселе болып табылады. Сүйкелис күши суйықлықта қозғалыўшы денениң формасына ҳәм **суйықлықтың жабысқақлығына** байланыслы. Үлкен емес шар тәризли денелер ушын бул күш **Стокс формуласы** жәрдеминде анықланыўы мүмкин:

$$f_s = 6\pi\mu r_0 v. \quad (9.1)$$

Бул аңлатпада r_0 арқалы шардың радиусы, μ арқалы жабысқақлық коэффициенти (ямаса динамикалық жабысқақлық) белигленген. Ҳәр бир суйықлық ушын жабысқақлық коэффициентиниң мәниси физикалық кестелерден алынады.

Стокс формуласы көп жағдайлар ушын қолланылады. Мысалы, егер күш берилген, ал шекли тезлик тәжирийбеде анықланған болса, онда шардың радиусын анықлаў мүмкин. Егер шардың радиусы белгили болса, шекли тезликли анықлап күшти табады.

Шекли тезликке жақынлаў. Бир өлшемли кеңисликте сүйкелис күшлери бар жағдайларда денениң қозғалысы

$$m\frac{dv}{dt}=f_0-kv \qquad (9.2)$$

теңлемеси менен тәрийипленеди. f_0 күшин турақлы деп есаплаймыз. Мейли t=0 ўақыт моментинде тезлик $v=0$ болсын. Теңлемениң шешимин интеграллаў арқалы табамыз:

$$\int_0^v \frac{dv}{1-\frac{k}{f}v}=\frac{f_0}{m}\int_0^t dt. \qquad (9.3)$$

Бул аңлатпадан

$$\frac{f_0}{m}\ln\left(1-\frac{k}{f}v\right)=\frac{f_0}{m}t$$

қатнасына ийе боламыз.

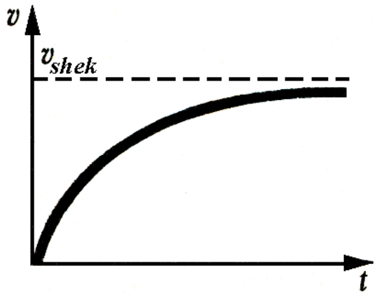
Бул аңлатпаны потенциаллағаннан (логарифмди жоғалтқаннан) кейин

$$v(t)=\frac{f_0}{m}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right) \qquad (9.4)$$

формуласын аламыз. Бул байланыс графиги 9-4 сүўретте көрсетилген. $v(t)$ тезлиги 0 ден $v_{shek}=\frac{f_0}{k}$ шамасына шекем экспоненциал нызам бойынша өседи. Экспонента өзиниң көрсеткишине күшли ғәрезлиликке ийе. Көрсеткиштиң шамасы -1 ге жеткенде нолге умтылыў орын алады. Сонлықтан көрсеткиш -1 ге тең боламан дегенше өткен τ ўақыты ишинде тезлик белгили бир шекли мәнисине ийе болады деп есаплаўға болады. Бул шаманың мәнисин $\frac{k\tau}{m}$ шәртинен анықланыў мүмкин. Буннан $\tau=\frac{m}{k}$. Шар тәризли денелер ушын Стокс формуласы бойынша $k=6\pi\mu r_0$. Шардың көлеми $\frac{4}{3}\pi r_0^3$ болғанлықтан шекли тезликке шекем жетиў ўақыты мынаған тең болады:

$$\tau=\frac{m}{6\pi\mu r_0}=\frac{2}{9}\rho_0\frac{r_0^2}{\mu}. \qquad (9.5)$$

Бул аңлатпада ρ_0 арқалы дениниң тығызлығы белгиленген. Глицерин ушын $\mu\approx 14\frac{g}{sm\cdot s}$. Сонлықтан тығызлығы $\rho_0\approx 8$ г/см³, радиусы $r_0\approx 1$ см болған полат шар $\tau\approx$ 0,13 с ишинде шекли тезлигине жетеди. Егер $r_0\approx 1$ мм болғанда ўақыт шама менен 100 есе киширейеди.



9-4 сүўрет.
Суйық сүйкелис орын алған жағдайдағы тезликтиң шекли мәнисине жақынласыўы.

Денелердиң ҳаўада қулап түсиўи. Денелер ҳаўада әдеўир үлкен болған тезликлерде қулап түскенде жабысқақлық сүйкелис күшлери менен бир қатар аэродинамикалық себеплерге байланыслы келип шығатуғын күшлер де орын алады. Бундай күшлердиң тәбияты тутас денелер механикасында толығырақ үйрениледи. Биз бул жерде ҳаўаның денелердиң қозғалысына қарсылық жасаў күшиниң тезликке пропорционал екенлигин аңғарамыз. Денелер ҳаўада еркин түсиў барысында салмақ күшиниң шамасы менен ҳаўаның қарсылық күшиниң шамасы өз-ара теңлескенде тезликтиң шеклик мәниси орнайды. Мысал ретинде аэростаттан секирген парашютшының парашют ашыламан дегенше еркин түсиўин қарайық (биз ҳәзир тыныш турған аэростаттан секирген адам ҳаққында гәп қылып атырмыз, егер адам ушып баратырған самолеттан секиргенде басқа жағдайлар орын алған болар еди). Тәжирийбелер ҳаўада қулап түсип баратырған адам ушын тезликтиң шеклик мәнисиниң шама менен 50 м/с екенлигин көрсетеди. Тезликтиң шеклик мәниси болған $v_{shek} \approx 50$ м/с шамасын қабыл етемиз (әлбетте бул мәнис парашютшының массасына, адамның өлшемлерине де, адам денесиниң қулап түсиў бағытына салыстырғандағы жайласыўына да, атмосфералық шараятларға, басқа да себеплерге байланыслы екенлигин аңсат аңғарамыз). X көшерин жоқары вертикал бағытына қарай бағытлаймыз, ал координата басы болған $x = 0$ ноқатын Жер бетиниң қәддинде аламыз. Биз қарап атырған жағдайларда (биз қарап атырған тезликлердиң мәнислеринде) ҳаўаның қарсылығы тезликке пропорционал болғанлықтан қозғалыс теңлемесин былайынша жаза аламыз:

$$m\dot{v} = m\ddot{x} = -mg + \kappa v^2. \qquad (9.6)$$

Бул аңлатпада κ арқалы сүйкелис коэффициенти аңлатылған (әлбетте $\kappa > 0$). Тезликтиң шеклик мәниси v_{shek} шамасы белгили деп есаплап, усы мәнис арқалы сүйкелик коэффициенти κ ны аңлатамыз. Шекли тезлик пенен жүриўши тең өлшеўли қозғалыс ушын мынаған ийе боламыз:

$$m\ddot{x} = 0 = -mg + \kappa v_{shek}^2.$$

Буннан $\kappa = \frac{mg}{v_{shek}^2}$ шамасын аламыз. Бул аңлатпаны есапқа алып (9.6) ны былайынша қайтадан жазамыз:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{g}{v_{shek}^2}(v_{shek}^2 - v^2).$$

Алынған аңлатпаны интеграллап

$$\int_0^v \frac{dv}{v_{shek}^2 - v^2} = -\frac{g}{v_{shek}^2}\int_0^t dt$$

ҳәм

$$\frac{1}{2v_{shek}} \ln \frac{v_{shek}^2 + v^2}{v_{shek}^2 - v^2} = -\frac{g}{v_{shek}^2} t$$

аңлатпаларын аламыз. Егер усы аңлатпаларды потенциалласақ тезлик ушын

$$v = -v_{shek} \frac{1 - \exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)}{1 + \exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)} \qquad (9.7)$$

аңлатпасына ийе боламыз. Қулап түсиўдиң дәслепки дәўири ушын (бул дәўирде $\frac{2gt}{v_{shek}} << 1$) экспонентаны қатарға жайыў ҳәм қатардың t бойынша сызықлы ағзасы менен шеклениў мүмкин. Бундай жағдайда

$$\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right) \approx 1 - \frac{2gt}{v_{shek}}. \qquad (9.8)$$

Демек (9.7)-формуладан

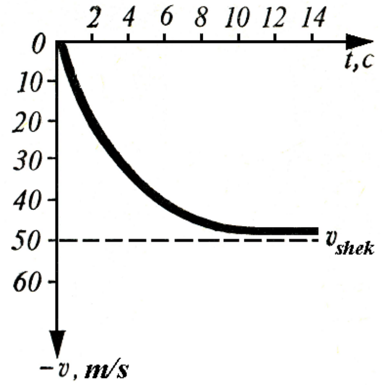
$$v = -gt$$

байланысын аламыз ҳәм қулаўдың дәслепки дәўирлеринде әдеттеги еркин түсиўдиң орын алатуғынлығын көремиз. Демек бундай жағдайда ҳаўаның қарсылығы ҳеш қандай әҳмийетке ийе болмайды екен.

Тезликтиң артыўы менен ҳаўаның қарсылық күшиниң мәниси өседи ҳәм тезликтиң шеклек мәнислерине жақын тезликлерде бул күш анықлаўшы күшке айланады. Бундай жағдайларда $\frac{2gt}{v_{shek}} >> 1$ ҳәм сонлықтан (9.7)-формуланың бөлиминдеги экспонентаны есапқа алмаўға болады. Сонлықтан (9.7)-формула мына түске енеди:

$$\frac{v_{shek}-v}{v_{shek}}=\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right). \tag{9.9}$$

Солай етип t= 10 секундта тезлик тезликтиң шеклик мәнисинен шама менен $e^{-4}\approx\frac{1}{50}$ шамасына, яғный 1 м/с қа парық қылады екен. Сонлықтан парашютшы секирген моменттен 10 секунд өткеннен кейин шеклик тезликке жетеди деп есаплаўға болады. Парашютшының тезлигиниң ўақыттан ғәрезлилиги 9-5 сүўретте келтирилген.



9-5 сүўрет.
Парашютшының еркин түсиўиндеги тезликтиң ўақыттан ғәрезлилиги.

(9.7)-аңлатпаның еки бөлимин де ўақыт бойынша интеграллап парашютшының қулап түсиўдиң барысында өткен жолын табамыз:

$$\int_0^i v\,dt=-v_{shek}\int_0^t\frac{1-\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)}{1+\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)}dt= \tag{9.10}$$

$$=-v_{shek}\int_0^t 1-\frac{2\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)}{1+\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)}dt.$$

Енди

$$-\frac{2\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)}{1+\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)}=\frac{v_{shek}}{2g}d\ln\left[1-\exp\frac{2gt}{v_{shek}}\right]$$

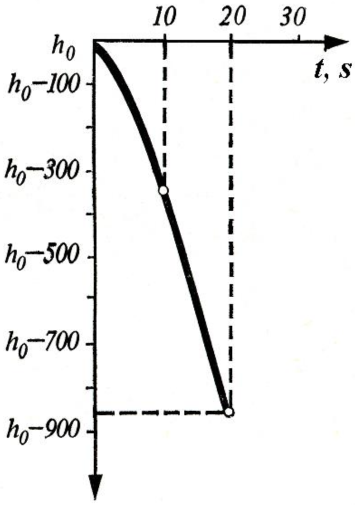
ҳәм

$$vdt=dx$$

екенлигин есапқа алып (9.10) аңлатпасынан

$$h_0-x=v_{shek}\left[t-\frac{v_{shek}}{g}\ln\frac{2}{1+\exp\left(-\frac{2gt}{v_{shek}}\right)}\right] \tag{9.11}$$

формуласын аламыз. Бул формулада h_0 арқалы парашютшы қулап түсе баслайтуғын бийиклик белгиленген. (9.11) ден 10 с ўақыт ишинде парашютшының шама менен 300 мектр жолды өтетуғынлығына ийе боламыз. Буннан кейин парашют ашыламан дегенше парашютшы тезликтиң шеклик мәнисиндей турақлы тезлик пенен тең өлшеўли қозғалады (9-6 сүўрет).



9-6 сүўрет.
Парашютшының еркин түсиўиндеги өткен жолдың ўақыттан ғәрезлилиги.

Ашық парашют пенен еркин түсиўши парашютшының тезлигиниң шеклик мәниси 10 м/с шамасынан әдеўир киши. Сонлықтан парашют ашылғанда парашютшының тезлиги тезден 50 м/с шамасынан 10 м/с шамасына шекем киширейеди. Бул қубылыс (парашютшының тезлигиниң киширейиўи) үлкен тезлениўдиң пайда болыўы ҳәм усыған сәйкес парашютшыға үлкен күштиң тәсир етиўи менен жүзеге келеди. Бул күшлердиң тәсир етиўин **динамикалық соққы** деп атайды.

Әдетте үлкен тезликлер менен ушыўшы самолеттың тезлиги секундына бир неше жүзлеген метрлерге жетеди. Сонлықтан тыныш турғын аэростаттан секирген парашютшы ҳаққында айтылғанлар бул жағдайда бир қанша басқаша болады.

Базы бир жуўмақлар:

1. Денелер бир бири менен белгили басым менен тийисип туратуғын болса, онда оларды бир бирине салыстырғанда жылжытыў ушын усы жылжыўға қарсы қартылған күштен үлкен күш түсириў керек. Бул күшлер тынышлықтағы сүйкелик күшлери деп аталады

2. Тынышлықтағы сүйкелис күши болған $f_{tınısh}$ шамасының мәниси нолден базы бир $f_{tınısh}^{max}$ шамасына шекем өзгереди ҳәм ол денеге түсикен сыртқы күштиң мәнисине тең. Оның бағыты сырткы күштиң бағытына қарама-қарсы ҳәм оны теңлестирип турады. Усының салдарынан денелер қозгалысқа келмейди ҳәм бир тегисликтиң екинши тегисликтиң бети менен жылжыўы жүзеге келмейди.

3. Сүйкелис күшиниң тезликтиң мәнисинен ғәрезсизлиги жүдә үлкен болмаған тезликлерде, барлық денелерде емес ҳәм беттиң тегислениўиниң тек белгили бир сапасында ғана орын алады.

4. Бир бири менен тийисип турған бетлердиң салыстырмалық тезлиги нолге тең болғанда да сүйкелис күши нолге айланбайды. Бундай сүйкелисти қурғақ сүйкелис деп атайды.

5. Тынышлықтағы сүйкелис орын алмайтуғын сүйкелисти суйық сүйкелис күши деп атайды.

6. Суйық сүйкелистиң өзине тән өзгешелиги қозгалыс нолге тең болганда сүйкелис күшлериниң пүткиллей жоғалыўынан ибарат.

7. Сүйкелис күшлери қатнасатуғын қозғалысларда энергияның сақланыў нызамы кинетикалық энергия менен потенциал энергиялардың қосындысы турақлы болып қалыўынан ибарат емес. Сүйкелис орын алғанда бул қосындының (сумманың) мәниси кишерейеди, энергияларының бир бөлими сүйкелисетуғын денелердиң ишки энергияға айланады.

8. Суйық сүйкелис бар болған жағдайлардаға қозғалыстың өзине тән өзгешелиги түскен күштиң мәнисине байланыслы болған тезликтиң шекли мәнисиниң бар болыўынан ибарат. Қурғақ сүйкелисте тезликтиң шеклик мәниси болмайды.

Сораўлар:

Дене қозғалмай турғанда қурғақ сүйкелис күши неге тең ҳәм қалай қарап бағытланған?

Денениң тезлиги нолге тең болғанда суйық сүйкелис күши неге тең?

Қурғақ сүйкелис күши тезликке қалай байланыслы?

Суйық сүйкелис күши тезликке қалай байланыслы?

Ҳаўада қулап түскенде адамның шама менен алынған шекли тезлиги неге тең?

10-санлы лекция. Инерциаллық емес системалардағы денелердиң қозғалысы. Мүйешлик тезлик ҳәм сызықлы тезлик векторлары арасындағы байланыс. Айланбалы қозғалыстағы системада денеге тәсир етиўши инерция күшлери

Қарап шығылатуғын тийкарғы мәселелер:

Инерциал емес есаплаў системаларының анықламасы. Инерциал емес есаплаў системаларындағы кеңислик пенен ўақыт. Инерция күшлери. Туўры сызықлы қозғалыўшы инерциал емес есаплаў системасы. Арба үстиндеги маятник. Любимов маятниги. Салмақсызлық.

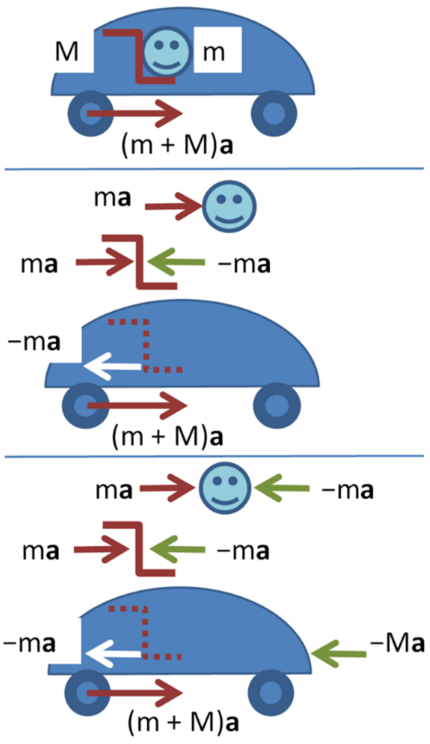
Инерциал емес есаплаў системаларының анықламасы. **Есаплаўдың инерциал емес системасы деп инерциал есаплаў системасына салыстырғанда тезлениўши қозғалатуғын есаплаў системасына айтамыз**. Есаплаў системасы абсолют қатты деп қабыл етилген дене менен байланыстырылады. Қатты денениң тезлениўши қозғалысы илгерилемели ҳәм айланбалы қозғалысларды өз ишине қамтыйды. Сонлықтан ең әпиўайы инерциал емес есаплаў системалары болып туўры сызықлы тезлениўши ҳәм айланбалы қозғалыс жасайтуғын системалар болып табылады.

Инерциал емес есаплаў системаларындағы кеңислик пенен ўақыт. Инерциал есаплаў системасында ҳәмме бақлаўшы ушын улыўмалық болған ўақыт түсиниги жоқ. Сонлықтан да бир ноқатта басланып екинши ноқатта тамам болатуғын ўақыялардың қанша ўақыт даўам еткенлигин айтыў анық емес. Ҳәр қандай ноқатлардағы орнатылған саатлардың жүриў тезлиги ҳәр қыйлы болғанлықтан усындай процесслердиң өтиў ўақтының узынлығы да мәниске ийе болмай шығады. Соның менен бирге денелердиң узынлықларын өлшеў машқаласы да қурамаласады. Мысалы егер ҳәр қыйлы ноқатлардағы бир ўақытлық мәселеси еле толық шешилмеген болса, онда қозғалыўшы денениң узынлығын анықлаў огада қыйын болады.

Егер меншикли ўақыттың интервалының тезлениўдиң мәнисинен ғәрезсиз екенлигин басшылыққа алатуғын болсақ бул қыйыншылықты белгили бир дәрежеде айланып өтиўге болады. Бирақ бул ҳаққында биз бул жерде гәп етпеймиз. Себеби биз киши тезликлерди қараў менен шекленемиз ҳәм сонлықтан Галилей түрлендириўлерин пайдаланамыз. Бундай жағдайларда инерциал емес системалардағы кеңислик-ўақытлық қатнаслар инерциал есаплаў системасындағы кеңислик-ўақытлық қатнаслардай деп жуўық түрде есаплаўға болады.

Инерция күшлери. Инерциал есаплаў системасындағы денелерди тезлениў менен қозғалыўға алып келетуғын бирден бир себеп басқа денелер тәрепинен тәсир ететуғын күшлер болып табылады. Күш барлық ўақытта материаллық денелер тәрепинен өз-ара тәсир етисиўдиң нәтийжеси болып табылады.

Инерциал емес системаларда жағдай басқаша. Бул жағдайда есаплаў системасының қозғалыс ҳалын әпиўайы түрде өзгертиў арқалы денени тезлендириў мүмкин. Мысал ретинде тезлениўши автомобилге байланыслы болған инерциал емес есаплаў системасын алыўға болады. Автомобилдиң тезлиги Жердиң бетине салыстырғанда өзгергенде бул есаплаў системасында барлық аспан денелери сәйкес тезлениў алады. Әлбетте бул тезлениў барлық аспан денелерине басқа денелер тәрепинен қандай да бир күштиң тәсир етиўиниң ақыбети емес. Солай етип инерциал емес есаплаў системаларында инерциал есаплаў системаларындағы белгили болған күшлер менен байланыслы болмаған тезлениўлер орын алады. Нәтийжеде инерциал емес есаплаў системаларында Ньютонның биринши нызамы ҳаққында гәп етиў мәниске ийе болмайды. Материаллық денелердиң бир бирине тәсири бойынша Ньютонның үшинши нызамы орынланады. Бирақ инерциал емес есаплаў системаларында денелердиң тезлениўлери материаллық денелердиң тәсирлесиўиниң "әдеттегидей" күшлердиң тәсиринде болмайтуғын болғанлықтан Ньютонның үшинши нызамы анық физикалық мәнисин жоғалтады.



Жоқарғы сүўрет: Массасы M болған автомобильдиң ишинде массасы m ге тең пассажир отыр. Көшерге түсетуғын күштиң шамасы $(M+m)\boldsymbol{a}$ шамасына тең болады. Инерциаллық есаплаў системасында бул күш автомобиль менен пассажирге тәсир ететуғын бирден бир күш болып табылады. Ортадағы сүўрет: Автомобиль менен пассажир айырып көрсетилген. Пассажирге ma күши тәсир етеди. Ал отырғыш болса (оның массасын жүдә киши деп есаплайық) ma күшиниң тәсиринде қысылады. Автомобилге тезлениў менен байланыслы болған $M\boldsymbol{a}$ күши тәсир етеди. Төменги сүўрет: Автомобилдиң тезлениўи нолге тең болған инерциаллық емес системада. Бул жағдайда системаға салыстырғанда автомобиль тезлениў алмайды. Бирақ бундай системада автомобильге ҳәм пассажирге $(M+m)\boldsymbol{a}$ күши, ал отырғыш пассажирге $m\boldsymbol{a}$ күши менен тәсир етеди. Ал пассажир болса өз гезегинде отырғышқа $-m\boldsymbol{a}$ күши менен тасир етеди.

Инерциал емес системалардағы қозғалыс теориясын дүзгенде инерциал есаплаў системалар ушын пайда болған көз-қарасларды пүткиллей өзгертиў жолы менен жумыс алып барыўға болар еди. Мысалы денелердиң тезлениўи тек күшлердиң тәсир етиўиниң нәтийжесинде пайда болады деп есапламай, ал күшлерге ҳеш қандай қатнасы жоқ басқа бир факторлардың нәтийжесинде пайда болады деп есаплаў мүмкин. Бирақ физиканың раўажланыўы тарийхында басқа жол сайлап алынған: тезлениў менен әдеттеги күшлер арасындағы қатнас қандай болатуғын болса ҳәзир ғана айтылған басқа бир факторлардың өзи де тезлениў менен тап сондай қатнастағы күш сыпатында қабыл етилген. Усындай көз-қараста **инерциал емес есаплаў системаларында да инерциал есаплаў системаларындағыдай тезлениўлер тек күшлердиң тәсиринде жүзеге келеди деп есапланады. Бирақ бул көз-қарас**

бойынша тәсирлесиўдиң "әдеттеги" күшлери менен бир қатар инерция күшлери деп аталатуғын айрықша тәбиятқа ийе күшлер бар деп есапланады. Бундай жағдайда Ньютонның екинши нызамы өзгериссиз қолланылып, тек тәсирлесиў күшлери менен бир қатарда инерция күшлерин есапқа алыў керек болады. Инерция күшлериниң бар болыўы инерциал емес есаплаў системаларының инерциал есаплаў системаларына салыстырғандағы тезлениў менен қозғалысының салдары болып табылады. Инерциал емес есаплаў системаларындағы бар ҳақыйқый тезлениўлерди әдеттеги тәсирлесиў күшлери менен толық түсиндириў мүмкин болмаған жағдйларда сол тезлениўлерди тәмийинлеў ушын инерция күшлери пайдаланылады. Сонлықтан инерциал емес системалар ушын Ньютонның екинши нызамы былайынша жазылады:

$$m\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_{in}.$$

Бул аңлатпада $\boldsymbol{a}'$ арқалы инерциал емес есаплаў системасындағы тезлениў, $\boldsymbol{F}$ арқалы "әдеттеги" күшлер, ал $\boldsymbol{F}_{in}$ арқалы инерция күши белгиленген.

Инерция күшлериниң ҳақыйқатында да бар екенлиги. Инерциал емес есаплаў системаларындағы тезлинеўлар қандай дәрежеде ҳақыйқый болса инерция күшлериниң бар екенлиги де тап сондай мәнисте ҳақыйқат. Бул күшлер тереңирек мәнисте де ҳақыйқат: инерциал емес есаплаў системаларындағы физикалық қубылысларды үйренгенде инерция күшлериниң айқын физикалық тәсирлерин көрсетиў мүмкин. Мысалы поезддың вагонында инерция күшлери пассажирлердин жарақатланыўына алып келе алады. Бундай мысалларды көплеп келтириў мүмкин ҳәм бул ҳақыйқый нәтийже болып табылады.

Инерциал есаплаў системасына салыстырғандағы $\boldsymbol{a}$ тезлениўди **абсолют тезлениў** деп атайды. Ал инерциал емес есаплаў системаларына салыстырғандағы $\boldsymbol{a}'$ тезлениўди **салыстырмалы тезлениў** деп атаймыз.

Инерция күшлери тек инерциал емес есаплаў системаларында ғана бар болады. Инерциал емес есаплаў системалардағы бундай күшлерди қозғалыс теңлемелерине киргизиў, оларды физикалық қубылысларды түсиндириў ушын пайдаланыў дурыс ҳәм зәрүрли болып табылады. Бирақ инерциал есаплаў системаларындағы қозғалысларды таллаўда инерция күшлери түсинигин пайдаланыў қәтелик болып табылады. Себеби бундай системаларда инерция күшлери пүткиллей жоқ.

Туўры сызықлы қозғалыўшы инерциал емес есаплаў системалары. Мейли инерциал емес система инерциал системаның x көшери бағытында туўры сызықлы қозғалсын (1 сүўрет). Бул жағдайда координаталар арасындағы байланыстың

$$x = x_0 + x', \qquad y = y', \qquad z = z', \qquad t = t'. \tag{10.1}$$

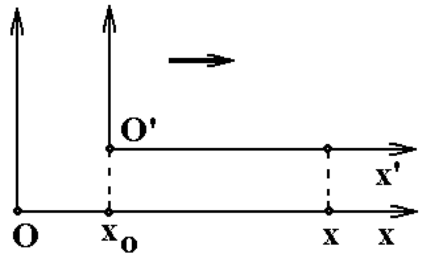
формулалары менен берилетугынлығы өз-өзинен түсиникли. Буннан

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx_0}{dt} + \frac{ax'}{dt}, \qquad v = v_0 + v', \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dz'}. \tag{10.2}$$

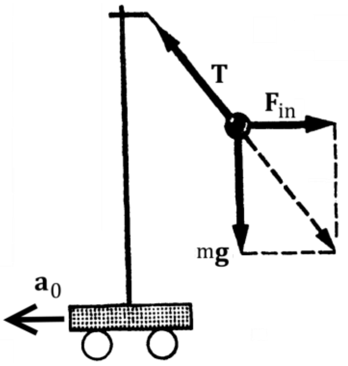
Бул формулаларда

$$v = \frac{dx}{dt}, \qquad v_0 = \frac{dx_0}{dt}, \qquad v' = \frac{dx'}{dt}.$$

Бул тезликлер сәйкес абсолют, көширмели ҳәм салыстырмалы тезликлер деп аталады.



1 сүўрет. Туўры сызықлы қозғалатуғын инерциал емес система.



2 сүўрет. Инерциал емес есаплаў системасындағы маятниктиң тең салмақлықта турыўы.

(17.2) де тезлениўлерге өтсек мыналарды табамыз:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv_0}{dt} + \frac{dv'}{dt}, \qquad a = a_0 + a'. \tag{10.3}$$

Бул формулалардағы $a = \frac{dv}{dt}, a_0 = \frac{dv_0}{dt}, a' = \frac{dv'}{dt}$ тезлениўлери сәйкес **абсолют, көширмели ҳәм салыстырмалы** тезлениўлер деп аталады.

$$F_{in} = m(a' - a) = -ma_0 \tag{10.4}$$

ямаса векторлық түрде

$$\boldsymbol{F}_{in} = -m\boldsymbol{a}_0. \tag{10.5}$$

Демек инерция күши инерциал емес системаның көширмели тезлениўине қарама-қарсы бағытланған.

Арба үстиндеги маятник. Горизонт бағытындағы илгерилемели тезлениўи $\boldsymbol{a}_0$ менен қозғалатуғын инерциал емес есаплаў системасындағы маятниктиң тең салмақлық ҳалын караймыз (горизонт бағытында тезлениўши қозғалатуғын арба үстиндеги маятник, 2 сүўрет). Маятникке тәсир ететуғын күшлер сүўретте келтирилген. Арба үстиндеги маятниктиң қозғалыс теңлемеси

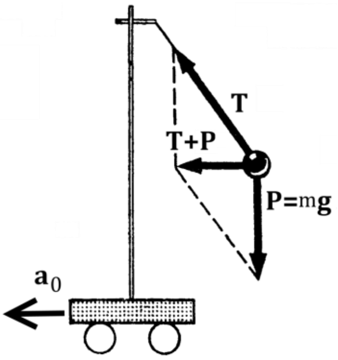
$$m\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{T} + \boldsymbol{P} + \boldsymbol{F}_{in} + \boldsymbol{T} + \boldsymbol{P} - m\boldsymbol{a}_0 = 0, \tag{10.6}$$

яғный $\boldsymbol{a}'$. Және $tg\alpha = a_0/g$ екенлиги сызылмадан түсиникли. Бул жерде α арқалы маятник илинип турған жип пенен вертикал арасындағы мүйеш белгиленген.

Инерциал координаталар системасында тәсир етиўши күшлер ҳәм қозғалыс теңлемеси өзгереди (3 сүўрет). Инерция күши бул жағдайда болмайды. Бул жағдайда кериў күши $\boldsymbol{T}$ менен салмақ күши $\boldsymbol{P}$ ғана бар болады. Тең салмақлық шәрти

$$m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{T} + \boldsymbol{P} = m\boldsymbol{a}_0 \tag{10.7}$$

теңлигиниң орынланыўын талап етеди. Тап сол сыяқлы (жоқарыда айтып өтилгениндей) $tg\beta = a_0/g$ екенлиги анық.



3 сүўрет. Инерциал есаплаў системасында $\boldsymbol{a}_0$ тезлениўи менен қозғалатуғын маятниктиң тең салмақлығы.

Любимов маятниги. Туўры сызықлы қозғалыўшы инерциал емес системалардағы қубылысларды Любимов маятниги жәрдеминде көргизбели түрде көрсетиў жүдә қолайлы. Маятник үлкен массалы рамкаға илдирилген. Ал бул рамка болса вертикал бағытлаўшы трос жәрдеминде еркин түседи. Рамка қозғалмай турғанда маятник өзиниң меншикли жийилиги менен тербеледи (4 a сүўрет). Рамка тербелистиң қәлеген фазасында еркин түсирилип жиберилиўи мүмкин. Маятниктиң қозғалысы тербелистиң қандай фазасында еркин түсиўдиң басланғанлығына байланыслы. Егер еркин түсиўдиң басланғыш моментинде маятник максимал аўысыў ноқатында жайласқан болса, ол түсиў барысында рамкаға салыстырғандағы өзиниң орын өзгертпейди. Ал түсиўдиң басланыў моментинде маятник өзиниң максимал аўысыў ноқатында жайласпаған болса, рамкаға салыстырғанда базы бир тезликке ийе болады. Рамканың түсиў барысында тезликтиң рамкаға салыстырғандағы абсолют мәниси өзгермей қалады да, оның рамкаға салыстырғандағы қозғалыс бағыты өзгерип барады. Нәтийжеде түсиў барысында маятник асыў ноқаты дөгерегинде тең өлшеўли айланбалы қозғалыс жасайды.

Любимов маятнигиниң қозғалысын инерциал емес ҳәм инерциал координаталар системасында таллаймыз.

Усы қубылысты рамкаға байланслы болған инерциал емес есаплаў системасында қараймыз (4 b сүўрет). Қозғалыс теңлемеси төмендегидей түрге ийе болады:

$$m\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{T} + \boldsymbol{P} + \boldsymbol{F}_{in} = \boldsymbol{T} + m\boldsymbol{g} - m\boldsymbol{g} = \boldsymbol{T}. \qquad (10.8)$$

Солай етип бул материаллық ноқаттың жиптиң кериў күши тәсириндеги усы жип бекитилген ноқаттың әтирапындағы қозғалысы болып табылады. Қозғалыс шеңбер бойынша дәслепки сызықлы тезликтей тезлик пенен болады. Жиптиң кериў күши маятниктиң шеңбер бойынша қозғалысын тәмийинлеўши орайға умтылыўшы күш болып табылады. Бул күштиң шамасы mv'^2/l ге тең (l арқалы маятник илдирилген жиптиң узынлығы, $\boldsymbol{v}'$ арқалы рамкаға салыстырғандағы мятниктиң қозғалыс тезлиги белгиленген).

Инерциал координаталар системасында инерция күшлери болмайды. 4 c сүўретте көрсетилген маятникке тәсир етиўши күшлер жиптиң кериў күши менен салмақ күши болып табылады. Қозғалыс теңлемеси былай жазылады

$$m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{P} + \boldsymbol{T} + m\boldsymbol{g} + \boldsymbol{T}. \qquad (10.9)$$

Бул теңлемениң шешимин табыў ушын маятниктиң толық тезлениўин еки тезлениўдиң қосындысы түринде көз алдыға келтиремиз: $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_1 + \boldsymbol{a}_2$. Бундай жағдайда (10.9) еки теңлемениң жыйнағы сыпатында былайынша жазылады

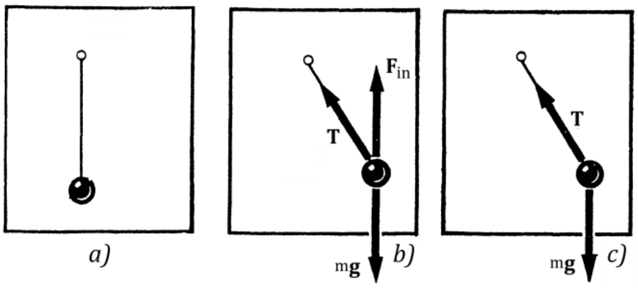
$$m\boldsymbol{a}_1 = \boldsymbol{T}, \qquad m\boldsymbol{a}_2 = m\boldsymbol{g}. \qquad (10.10)$$

Бул теңлемелердиң екиншиси $\boldsymbol{a}_2 = \boldsymbol{g}$ шешимине ийе (яғный маятниктиң еркин түсиўин тәрийиплейди), ал биринshiси болса (10.8) теңлемесине толық сәйкес келеди ҳәм асыў ноқаты дөгерегиндеги айланыўды тәрийиплейди.

Келтирилген мысалларда қозғалысты таллаў инерциал емес координаталар системасында да, инерциал координаталар системасында да әпиўайы ҳәм көргизбели. Себеби мысаллар инерциал емес ҳәм инерциал координаталар системалары арасындағы байланысты көрсетиў ушын келтирилген еди. Бирақ көпшилик жағдайларда мәселелерди инерциал емес есаплаў системасында шешиў инерциал есаплаў системасында шешиўге қарағанда әдеўир жеңил болады.

Салмақсызлық. Любимов маятниги мысалында еркин түсиўши инерциал емес есаплаў системасында инерция күшлери салмақ күшин толығы менен компенсациялайтуғынлығы анық көринди. Сонлықтан қарап өтилген жағдайда қозғалыс инерция менен салмақ күшлери болмайтуғын жағдайлардағыдай болып жүреди. Нәтийжеде салмақсызлық ҳалы жүзеге келеди. Бул мысал Жер бетинде көплеп қолланылады (мысалы космонавтлардың тренировкасында).

Егер лифт кабинасы еркин түрде төменге қозғалса ишинде турған адам салмақсызлықта болады. Бундай жағдайды самолет ишиндеги адамлар ушын да орнатыўға болады.



4 сүўрет. Любимов маятнигине тәсир етиўши күшлер схемасы:а) тең салмақлық ҳалында турған маятник, b) маятник пенен байланысқан инерциал емес есаплаў системасындағы Любимов маятнигине тәсир ететуғын күшлер, с) инерциал есаплаў системасында, бул системада маятник еркин түсиў тезлениўи менен томенге қарай қулайды.

Келеси лекцияда салмақсызлық қубылысының гравитациялық ҳәм инерт массалардың бирдей екенлигиниң (эквивалентлик принципиниң) нәтийжесинде келип шығатуғынлығы түсиндириледи.

Базы бир жуўмақлар:

1. Инерция күшлери тек инерциал емес есаплаў системаларында ғана орын алады. Инерциал есаплаў системаларында ҳеш қандай инерция күшлери болмайды.

2. Инерция күши (соның менен бирге инерциялық күш, fictitious force) — механикада ҳәр қыйлы болған үш физикалық шаманы белгилеў ушын қолланылатуғын көп мәниске ийе түсиник. Олардың бири "Даламберлик инерция күши". Бундай инерция күши инерциаллық есаплаў системаларында динамиканың теңлемелерин статиканың әпиўайы теңлемелери түринде формаль түрде жазыў ушын пайдаланылады. Екиншисин "Эйлерлик инерция күши" деп атайды. Бундай күш денелердиң инерциаллық емес есаплаў системаларындағы қозғалысын үйренгенде пайдаланылады. Үшинши иенция күшин "Ньютонлық инерция күши" деп атайды. Бундай күш Ньютонның үшинши нызамына сәйкес қарсы тәсир күши сыпатында қаралады.

3. Күштиң векторлық шама екенлиги ҳәм бирлигиниң бирдей екенлиги үш инерция күши ушын улыўмалық жағдай болып табылады.

4. Инерцияллық емес координаталар системаларында инерция күшлерин қозғалыс теңлемелерине киргизиў, оларды физикалық қубылысларды түсиндириў ушын қолланыў дурыс ҳәм зәрүрли ис болып табылады. Бирақ инерциаллық есаплаў системасында инерция күшлерин пайдаланыў дурыс емес. Себеби инерциаллық есаплаў системасында бундай күшлер пүткиллей болмайды.

5. Инерт ҳәм гравитациялық массалар бир бирине тең болғанда салмақсызлық қубылысы орын алады. Ҳәзирги ўақытлары сол теңлик экспериментлерде жүдә үлкен дәлликте анықланған.

6. Инерт ҳәм гравитациялық массалар бир бирине тең болғанлықтан еркин түсиўде инерция күши менен салмақ күши бир бирин компенсациялайды ҳәм сонлықтан еркин түсиўши денелердиң қозғалысын үйренгенде олар дыққатқа алынбайды.

Сораўлар:

Қандай жағдайларда ҳәм қандай себеплерге байланыслы инерция күшлерин қараў керек?

Инерция күшин анықлаўдың улыўмалық усыл нелерден ибарат?

Илгерилемели қозғалатуғын инерциаллық емес координаталар системаларында қандай инерция күшлери бар?

Еркин түсиўде салмақсызлықтың жүзеге келиўи қандай физикалық фактор менен байланыслы?

Гравитациялық масса дегенимиз не? Инерт ҳәм гравитациялық массалардың бир бирине пропорционал екенлигин қандай тәжирийбелер тастыйықлайды?

Эквивалентлик принципиниң мәниси нелерден ибарат?

11-санлы лекция. Кориолис тезлениўи ҳәм күши. Фуко маятниги

Енди айланбалы қозғалатуғын инерциаллық емес есаплаў системаларындағы денелердиң қозғалысларын изертлеймиз. Бундай есаплаў системаларының қатарына Жер киреди. Жердиң өз көшери дөгерегиндеги суткалық айланыўы денелердиң қозғалысларына тәсир етеди ҳәм Кариолис күши сыяқлы инерция күшлериниң пайда болыўына, тербелип турған маятниктиң тербелис тегислигиниң бағытының өзгериўине алып келеди.

Кориолис тезлениўи. Туўры сызық бойынша қозғалатуғын инерциал емес системаларды қарағанымызда абсолют, көширмели ҳәм салыстырмалы тезликлер арасындағы қатнаслар және соларға сәйкес тезлениўлер арасындағы қатнаслар бирдей болады [(10.1)-, (10.2)- аңлатпаларды қараңыз]. Ал айланыўшы инерциал емес координаталар системасында аўҳаллар әдеўир қурамалы түске енеди. Айырма соннан ибарат, айланыўшы системалардың ҳәр ноқатындағы көширмели тезлик ҳәр қыйлы мәниске ийе болып, абсолют тезлик бурынғыдай көширмели ҳәм салыстырмалы тезликлердиң қосындысынан турады:

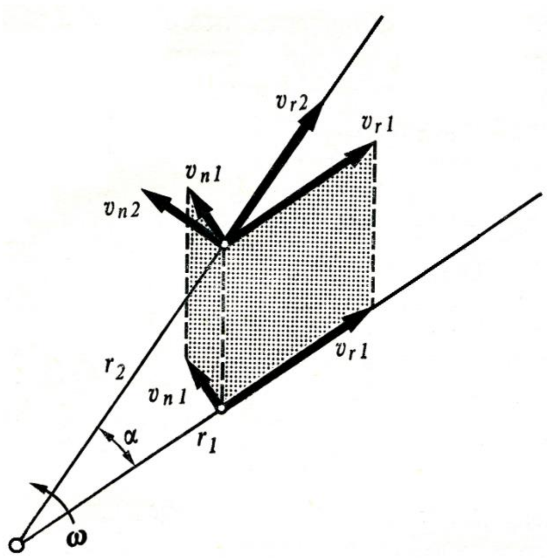
$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}'. \qquad (11.1)$$

Абсолют тезлениў болса бундай әпиўайы түрге ийе болмайды.

Айланыўшы системаның бир ноқатынан екинши ноқатына көшкенде ноқаттың көширмели тезлиги өзгереди. Сонлықтан ҳәтте егер қозғалыс барысында ноқаттың салыстырмалы тезлиги өзгермей қалған жағдайда да ноқат көширмели тезлениўден өзгеше тезлениў алады. Усының нәтийжесинде **айланыўшы координаталар системаларындағы абсолют тезлениў ушын жазылған аңлатпада көширмели ҳәм салыстырмалы тезлениўден басқа Кориолис тезлениўи деп аталыўшы тезлениў болады**:

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_0 + \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_K. \tag{11.2}$$

Бул қосындыда $\boldsymbol{a}_K$ арқалы Кориолис тезлениўи белгиленген.



11-1 сүўрет. Кориолис тезлениўи инерциал емес системаның ҳәр қыйлы ноқатларындағы көширмели тезлениўдиң ҳәр қыйлы болғанлығынан пайда болады.

Кориолис тезлениўи ушын аңлатпа. Кориолис тезлениўиниң физикалық мәнисин түсиниў ушын айланыў тегислигиндеги қозғалысты қараймыз. Биринши гезекте бизди ноқаттың радиус бойлап турақлы салыстырмалы тезлик пенен қозғалыўы қызықтырады. 11-1 сүўретте ноқаттың еки ўақыт моментиндеги аўҳалы көрсетилген (ўақыт моментлери арасындағы айырманы Δt арқалы белгилеймиз). Δt ўақыты ишинде радиус Δα=ωΔt мүйешине бурылады. Радиус бойынша тезлик v_r усы ўақыт ишинде тек бағыты бойынша өзгереди, ал радиусқа перпендикуляр болған v_n тезлиги бағыты бойынша да, абсолют мәниси бойынша да өзгериске ушырайды. Радиусқа перпендикуляр болған тезликтиң қураўшысының толық өзгериси

$$\begin{gathered}\mathit{\Delta} v_n = v_{n2} - v_{n1}\cos\alpha + v_r \mathit{\Delta}\alpha = \omega r_1 - \omega r_2\cos\alpha + v_r\mathit{\Delta}\alpha \approx \\ \approx (r_1 - r_2) + v_r\omega\, \Delta t = \omega\Delta r + v_r \omega\, \Delta t.\end{gathered} \tag{11.3}$$

Бул аңлатпада $\cos\alpha = 1$ екенлиги есапқа алынған (әлбетте, α мүйешиниң киши мәнислеринде). Демек, Кориолис тезлениўи

$$a_K = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \omega\frac{dr}{dt} + v_r\omega = 2v_r\omega \tag{11.4}$$

түрине ийе болады. Бул аңлатпа векторлық түрде былайынша жазылады:

$$\boldsymbol{a}_K = 2[\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{v}']. \tag{11.5}$$

Бул аңлатпада $\boldsymbol{v}'$ арқалы радиус бағытындағы салыстырмалы тезлик белгиленген.

Ноқат радиусқа перпендикуляр бағытта қозғалғанда, яғный қозғалыс шеңбер тәризли болғанда салыстырмалы тезлик $v' = \omega r$, ал қозғалмайтуғын координаталар системасындағы ноқаттың айланыўының мүйешлик тезлиги $\omega + \omega'$, бул қосындыда ω арқалы айланыўшы координаталар системасының мүйешлик тезлиги белгиленген. Абсолют тезлениў ушын мынадай аңлатпа аламыз:

$$\omega = (\omega + \omega')^2 r = \omega^2 r + \omega'^2 r + 2\omega\omega' r. \qquad (11.6)$$

Оң тәрептеги биринши ағза көширмели тезлениўге, екинши ағза салыстырмалы тезлениўге сәйкес келеди. Кейинги ағза $2\omega\omega' r$ Кориолис тезлениўи болып табылады. (11.6) дағы барлық тезлениўлер радиус бойы менен айланыў орайына қарай бағытланған. (11.6) дағы Кориолис тезлениўи бағытты есапқа алғанда былайынша жазылады:

$$\boldsymbol{a}_K = 2[\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{v}']. \qquad (11.7)$$

Бул аңлатпада $\boldsymbol{v}'$ арқалы усы жағдайда радиусқа перпендикуляр бағытланған салыстырмалы тезлик белгиленген.

Ықтыярлы түрде алынған қәлеген тезлик радиус бойынша ҳәм радиусқа перпендикуляр бағытланған тезликлердиң қосындысы түринде көрсетиледи. Сол еки қураўшы ушын да (11.7) түриндеги бир формула дурыс болады. Демек (11.7) түриндеги бир формула салыстырмалы тезликтиң ықтыярлы бағытындағы Кориолис тезлениўи ушын да дурыс болатуғынлығы келип шығады.

Тезлик айланыў көшери бағытында болған жағдайда ҳеш кандай Кориолис тезлениўи пайда болмайды. Себеби бул жағдайда траекторияның қоңысылас ноқатлары бирдей көширмели тезликке ийе болады.

Кориолис тезлениўи ушын аңлатпаны абсолют тезлениўди туўрыдан туўры есаплаў арқалы алыўға да болады. Қозғалыўшы ноқаттың радиус-векторы ушын жазылған аңлатпаны

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{i}'x' + \boldsymbol{j}'y' + \boldsymbol{k}'z' \qquad (11.8)$$

түринде жазып оны t бойынша дифференциаллаймыз ҳәм келеси параграфта келтирилетуғын $\boldsymbol{i}', \boldsymbol{j}', \boldsymbol{k}'$ лардың ўақыттан ғәрезлилигин есапқа аламыз, нәтийжеде абсолют тезлик ушын мына аңлатпаға ийе боламыз:

$$\boldsymbol{v} = [\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{r}] + \boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}'.. \qquad (11.9)$$

Бул аңлатпадағы $[\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{r}] = \boldsymbol{v}_0$ көширмели тезлик, ал

$$\boldsymbol{v}' = v'_x\boldsymbol{i}' + v'_y\boldsymbol{j}' + v'_z\boldsymbol{k}' \qquad (11.10)$$

тезлиги болса салыстырмалы тезлик болап табылады. Буннан абсолют тезлениўди табамыз:

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \left[\boldsymbol{\omega}, \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right] + \frac{d\boldsymbol{v}'}{dt} = [\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{v} + \boldsymbol{v}'] + \boldsymbol{a}' + [\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{v}']. \qquad (11.11)$$

Бул аңлатпаны келтирип шығарғанымызда биз айланыўдың мүйешлик тезлигин турақлы деп алдық ҳәм

$$\frac{d\boldsymbol{v}'}{dt} = \frac{dv'_x}{dt}\boldsymbol{i}' + \frac{dv'_y}{dt}\boldsymbol{j}' + \frac{dv'_k}{dt}\boldsymbol{k}' = \boldsymbol{a}' + [\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{v}'] \qquad (11.12)$$

екенлигин есапқа алдық. Сонлықтан абсолют тезлениў ушын (11.2) болған

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_0 + \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_K \qquad (11.2)$$

аңлатпасына және ийе болдық. Бул аңлатпадағы белгилеўлер:

$\boldsymbol{a}_0 = [\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{v}_0] = \big[\boldsymbol{\omega},[\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{r}]\big]$ - көширмели тезлениў,

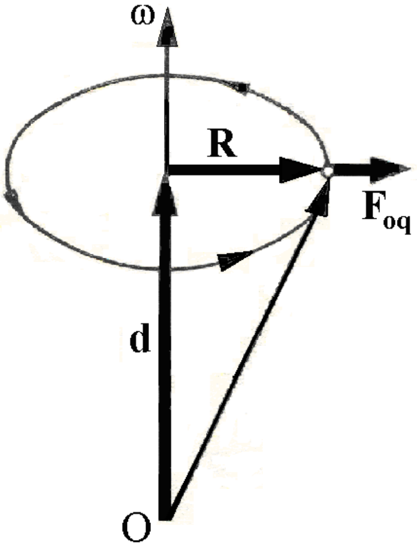
$\boldsymbol{a}' = \frac{dv'_x}{dt}\boldsymbol{i}' + \frac{dv'_y}{dt}\boldsymbol{j}' + \frac{dv'_k}{dt}\boldsymbol{k}'$ - салыстырмалы тезлениў,

$\boldsymbol{a}_K = \boldsymbol{a}' + [\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{v}']$ - Кориолис тезлениўи.

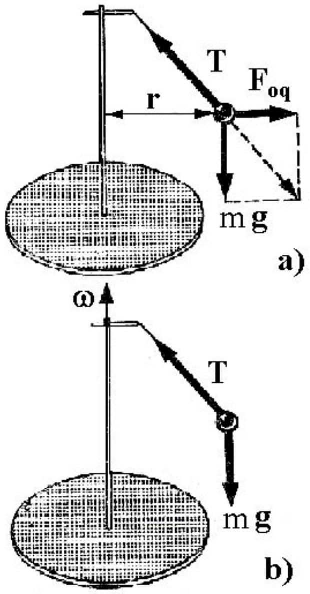
Көширмели тезлениўди

$$\boldsymbol{a}_0 = [\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{v}_0] = \big[\boldsymbol{\omega},[\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{r}]\big] = \boldsymbol{\omega},(\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{r}\omega^2 = \omega^2(\boldsymbol{d} - \boldsymbol{r}) = \omega^2\boldsymbol{R} \qquad (11.13)$$

түринде көрсеткен мақсетке муўапық келеди. Бул аңлатпадағы ***R*** айланыў көшерине перпендикуляр вектор (11-2 сүўрет). Солай етип **көширмели тезлениў орайға умтылыўшы тезлениў болып табылады екен** (айланыўдың мүйешлик тезлигин турақлы деп есаплағанымызды еске тусиремиз).



11-2 сүўрет. Инерцияның орайдан қашыўшы күши.



11-3 сүўрет. Айланыўшы есаплаў системасындағы маятниктиң тең салмақлығы.

Айланыўшы координаталар системасындағы инерция күшлери. Биз инерция күши ушын

$$m\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_{in}$$

улыўмалық формуласын алған едик. Енди усы формула жәрдеминде абсолют тезлениў ушын жазылган (11.2) ни есапка алыў арқалы айланыўшы системадағы инерция күшлери болған

$$\boldsymbol{F}_{in} = m(\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{a}) = m(-\boldsymbol{a}_0 - \boldsymbol{a}_K) = m\omega^2\boldsymbol{R} - 2m[\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{v}'] = \boldsymbol{F}_{oq} + \boldsymbol{F}_K \qquad (11.14)$$

инерция күшин табыў мүмкин. **Айланыўшы координаталар системасындағы көширмели тезлик пенен байланыслы болған күш**

$$\boldsymbol{F}_{oq} = m\omega^2\boldsymbol{R} \tag{11.15}$$

шамасына тең ҳәм бул күш айланыў көшеринен радиус бағыты бойынша бағытланған.

Кориолис тезлениўи менен байланыслы болған инерция күши

$$\boldsymbol{F}_K = -2m[\omega, \boldsymbol{v}'] \tag{11.16}$$

Кориолис күши деп аталады.

Айланыўшы дисктеги маятниктиң тең селмақлығы. Мысал ретинде айланыўшы дисктеги маятниктиң тең салмақлық аўҳалын қарап шығамыз (11-3 сүўрет). Инерциал емес есаплаў системасында маятникке инерцияның орайдан қашыўшы күши тасир етеди. Тең салмақлық аўҳалда Кориолис күши болмайды ҳәм соған сәйкес салыстырмалы тезлик нолге тең ($v' = 0$). Қозғалыс теңлемеси

$$m\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{T} + \boldsymbol{m}g + \boldsymbol{F}_{oq} = 0 \tag{11.17}$$

түринде жазылады. Ал инерциал есаплаў системасында тең салмақлықта турған маятниктиң қозғалыс теңлемеси мынадай:

$$m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{T} - m\boldsymbol{g}. \tag{11.18}$$

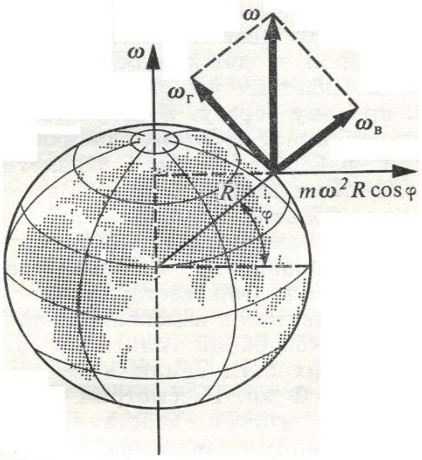
11-3 сүўреттен $tg\alpha=\omega^2r/g$, $a=\omega^2r$ екенлиги тиккелей көринип тур (α арқалы вертикал бағыт пенен маятниктиң жиби арасындағы мүйеш белгиленген).

Жердиң бети менен байланысқан инерциал емес координаталар системасы. Жер өз көшери дөгерегинде айланатуғын болғанлықтан оның бети менен байланысқан координата системасы инерциал емес координаталар системасы болып табылады.

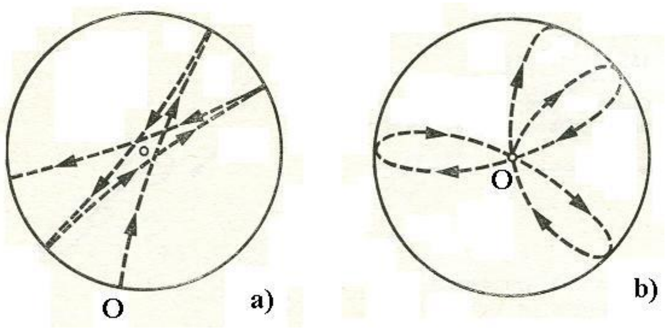
Жер бетиниң қәлеген ноқатындағы мүйешлик тезликти горизонт ҳәм вертикал бағытлардағы қураўшыларға жиклеў мүмкин (11-4 сүўрет): $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_v + \boldsymbol{\omega}_g$. Жер бетиниң φ кеңлигинде бул қураўшылар сәйкес тең:

$$\omega_v = \omega\cos\varphi,$$
$$\omega_g = \omega\sin\varphi.$$

$m\omega^2R\cos\varphi$ ге тең болған (R арқалы Жердиң радиусы белгиленген) орайдан қашыўшы күш меридиан тегислигинде жатады. Арқа ярым шарда бул орайдан қашыўшы күш вертикалдан түслик тәрепке қарай, ал түслик ярым шарда болса арқаға қарай тап сондай мүйешке еңкейген. Солай етип бул күштиң вертикал қураўшысы салмақ күшин өзгертеди, ал оның горизонт бағытындағы қураўшысы болса жердиң бетине түсирилген урынба бойынша меридиан бағытында экваторға қарай бағытланған.



11-4 сүўрет. Жердиң бети менен байланысқан координаталар системасы.



11-5 сүўрет. Фуко маятнигиниң ушы тәрепинен қалдырылған излер (түсиниклер текстте бериледи).

Кориолис күши денениң салыстырмалық тезлигинен ғәрезли. Бул тезликти вертикаль ҳәм горизонт бағытындағы қураўшыларға жиклеў қолайлы: $\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v}'_v + \boldsymbol{v}'_g$. Бундай жағдайда Кориолис күши

$$\boldsymbol{F}_K = -2m\left[\boldsymbol{\omega}_v - \boldsymbol{\omega}_g, \boldsymbol{v}'_v + \boldsymbol{v}'_g\right] = -2m\left[\boldsymbol{\omega}_v, \boldsymbol{v}'_g\right] - 2m\left[\boldsymbol{\omega}_g, \boldsymbol{v}'_v\right] - 2m\left[\boldsymbol{\omega}_g, \boldsymbol{v}'_g\right] \qquad (11.19)$$

түринде жазылады. Бул аңлатпада $[\boldsymbol{\omega}_v, \boldsymbol{v}'_v] = 0$ екенлиги есапқа алынған.

Тезликтиң вертикал бағыттағы қураўшысы $\boldsymbol{v}'$ Кориолис күшиниң меридиан тегислигине перпендикуляр болған горизонт бағытындағы тегисликтеги $-2m\left[\boldsymbol{\omega}_g, \boldsymbol{v}'_v\right]$ қураўшысының пайда болыўына алып келеди. Егер дене жоқарыға қарай қозғалса, онда күш батыс тәрепке, ал денен төменге қарай қозғалса шығыс тәрепке қарай бағытланған. Сонлықтан жеткиликли дәрежедеги бийикликтен қулап түскен денелер Жердиң орайына қарап бағытланған вертикаль бағыттан шығыс тәрепке қарап жылжыйды (аўысады). Денени усындай етип жылжытатуғын күш 2mωcos φ v'_v шамасына тең.

Тезликтиң горизонт бағытындағы қураўшысы $\boldsymbol{v}'_g$ Кориолис күшиниң еки қураўшысының пайда болыўына алып келеди. $-2m\left[\boldsymbol{\omega}_g, \boldsymbol{v}'_g\right]$ шамасына тең қураўшы Жердиң айланыўының мүйешлик тезлигиниң горизонт бағытындағы қураўшысынан ғәрезли ҳәм вертикалға қарай бағытланған. Бул күш $\boldsymbol{\omega}_g$ ҳәм $\boldsymbol{v}'_g$ векторларының бағытларына байланыслы денени Жерге қарай қысады ямаса Жердиң бетинен қашықлатыўға қарай бағдарланған. Денелер жеткиликли дәрежеде үлкен қашықлықларға ушқанда (мысалы балластикалық ракеталардың траекторияларын есаплағанда) бул күшти дыққатқа алыў зәрүр.

Тезликтиң горизонт бағытындағы қураўшысы $\boldsymbol{v}'_g$ менен байланыслы болған Кориолис күшиниң екинши қураўшысы $-2m\left[\boldsymbol{\omega}_v, \boldsymbol{v}'_g\right]$ шамасына тең. Бул тезликке перпендикуляр болған горизонт бағытындығы күш болып табылады. Егер арқа ярым шарда тезлик бағытында қарасақ, бул күш барлық ўақытта оң тәрепке қарай бағытланған. Усының нәтийжесинде арқа ярым шардағы дәрьялардың оң жағасы шеп тәрептеги жағасына салыстарғанда көбирек дегиш алады. Суўдың қозғалыўшы молекулаларына түсетуғын Кориолис күши оң жағысқа қарай бағытланған тезлениў береди. Усының нәтийжесинде суў жағаға қарай базы бир тезлик алады ҳәм дәрьяның оң жағасына басым түсиреди.

Ўақыттың өтиўи менен (көп жыллар даўамында) Әмиўдәрьяның шығыс тәрепке қарай жылжыўының, шығыс тәрепте жайласқан көп орынлардың суў алыўының себеби Кориолис күшиниң екинши қураўшысы болған $-2m[\boldsymbol{\omega}_v, \boldsymbol{v}'_g]$ шамасының тәсири болып табылады.

Кориолис күшиниң екинши қураўшысы $-2m[\boldsymbol{\omega}_v, \boldsymbol{v}'_g]$ ниң тәсириниң ең әҳмийетли көриниўлериниң бири маятниктиң тербелис тегислигиниң Жерге салыстырғандағы бурылыўы болып табылады.

Фуко маятниги. Кориолис күшиниң горизонт бойынша бағдарланған қураўшысы тәсир ететуғын маятникти қарайық. Маятниктиң горизонт бағытындағы тегисликтеги проекциялары 11-5 сүўретте келтирилген. Алынған иймекликлердиң ҳәр қыйлы болыў себеплери бтөмендегидей болып түсиндириледи:

Егер маятник тең салмақлық аўҳалынан аўыстырылған болса ҳәм Жер менен бирге қозғалатуғын бақлаўшыға салыстырғанда ноллик дәслепки тезлик пенен жиберилсе, онда ол (маятник) тең салмақлық орайына қарай қозғала баслайды. Бирақ Кориолис күши оны оң тәрепке қарай аўыстырады ҳәм сонлықтан маятник орайлық ноқат арқалы өтпейди. Нәтийжеде маятниктиң материаллық ноқатының проекциясы 11-5 а сүўретте көрсетилгендей иймекликлер бойынша қозғалады.

Бирақ маятникти басқа усыл менен қозғалысқа келтириў мүмкин. Бул усылда маятникке тең салмақлық ҳалында турғанда тезлик бериледи. Оның қозғалысының барысы өзгереди. Орайдан қашықлағанда Кориолис күши маятникке оң тәрепке бағытланған күш пенен тәсир етеди. Ал кейинге қайтарда күштиң бағыты қарама-қарсы бағытқа өзгереди ҳәм усының салдарынан маятник тең салмақлық ноқаты арқалы өтеди. Нәтийжеде маятниктиң материаллық ноқатының проекциясы 11-5 b сүўретте көрсетилгендей иймекликлер бойынша қозғалады.

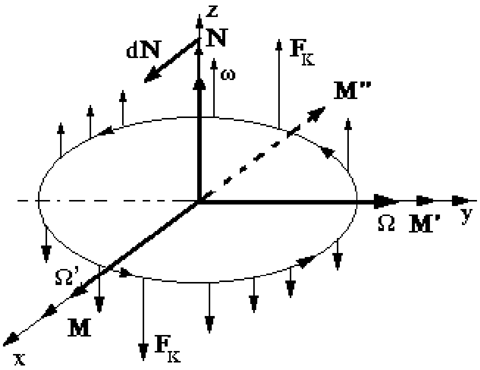
Бир тербелис даўамында маятниктиң алатуғын аўысыўының көп емес екенлиги тәбиийй. Сонлықтан үлкен аўытқыўды маятниктиң көп сандағы тербелислери барысында алыў мүмкин.

Фуко маятнигиниң тербелислерин қозғалмайтуғын жулдызларға салыстыргандағы инерциал координаталар системасында да қарап шығыўға болады. Қозғалмайтуғын жулдызларға салыстырғанда маятниктиң тербелис тегислиги өзиниң аўҳалын өзгертпейди. Жердиң өз көшери дөгерегинде айланыўынан маятниктиң тербелиў тегислигиниң аўҳалы Жердиң бетине салыстырғанда өзгереди. Бул өзгерис Фуко маятниги жәрдеминде анықланады. Жердиң полюслеринде бул өзгеристи көз алдыға келтириў аңсат. Жер бетиндеги ықтыярлы алынған орынларда бундай тәжирийбелерди ислеў бираз қыйынырақ.

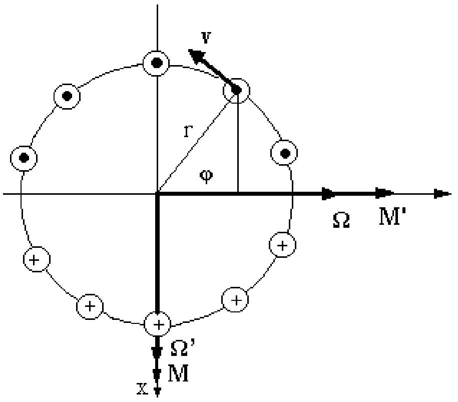
Маятниктиң тербелис тегислигиниң мүйешлик тезлиги $\boldsymbol{\omega}_v$. Сонлықтан Жер шары полюсында толық бир айланыў бир суткада, ал φ кеңлигинде 1/sinφ суткада толық бир айланады. Ал экваторда Фуко маятнигиниң тербелис тегислиги айланбайды.

Гироскоплық күшлер. Биз енди гироскоплық күшлер тәбиятын талқылаймыз. Бул күшлер тәбияты жағынан Кориолис күшлери болып табылады.

Мейли 11-6 сүўретте көрсетилгендей мүйешлик тезлиги z көшери менен бағытлас болған айланыўшы диск берилген болсын. Диск массасы m болған материаллық ноқатлардан турсын. Дискке x көшериниң оң мәнислери тәрепине қарай бағытланған **M** күш моменти түсирилсин. Усы моменттиң тәсиринде диск x көшери дөгерегинде базы бир **Ω**' мүйешлик тезлиги менен айлана баслайды. Нәтийжеде қозғалыўшы ноқатларға $\mathbf{F}_K = -2m[\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{v}']$ шамасына тең Кориолис күши тәсир ете баслайды. Бул күшлер y көшери бағытында күш моментин пайда етеди. Өз гезегинде бул күш моменти бул көшер дөгерегинде дискти мүйешлик тезлиги **Ω** болған тезлик пенен айландыра баслайды. Усының нәтийжесинде **N** импульс моменти векторы **M** векторы бағытында қозғалады, яғный сырттан түсирилген моменттиң тәсиринде гироскоптың көшериндей болып прецессиялық қозғалыс жасайды. Сонлықтан да **гироскоплық күшлер Кориолис күшлери болып табылады** деп жуўмақ шығарамыз.



11-6 сүўрет. Гироскоплық күшлер Кориолис күшлериниң бар болыўының салдарынан пайда болады.



11-7 сүўрет. Кориолис күши моментин есаплаўға арналған схема.

Гироскоплық күшлердиң пайда болыўын толығырақ талқылаў ушын Кориолис күшин есаплаймыз. 11-7 сүўретте қозғалыўшы дисктиң ноқатларының z көшериниң оң тәрепиндеги тезликлериниң тарқалыўы көрсетилген. y көшериниң жоқарысында дисктиң ҳәр қыйлы ноқатларында Кориолис күшлери сызылмаға перпендикуляр ҳәм бизге қарай бағытланған. Ал y көшеринен төменде бизден қарама-қарсы тәрепке қарай бағытланған. Буннан кейин $\mathbf{F}_K = -2m[\boldsymbol{\Omega}',\boldsymbol{v}']$ ҳәм $v' = \omega r$ екенлиги есапқа алған ҳалда (r,φ) ноқатындағы Кориолис күши ушын төмендеги аңлатпаны жазамыз:

$$\mathrm{F}_K = 2m\,\Omega' v' \sin\varphi = 2m\,\Omega'\omega\, r \sin\varphi. \qquad (11.20)$$

Сонлықтан Кориолис күшиниң y көшерине салыстырғандағы моменти ушын усындай формуланы аламыз:

$$M'_y = 2m\,\Omega'\omega\, r^2\, sin^2\varphi. \qquad (11.21)$$

Толық бир айланыў барысындағы $sin^2\varphi$ функциясының орташа мәнисиниң 1/2 ге тең екенлигин есапқа алып $\left(\langle sin^2\varphi\rangle = \frac{1}{2}\right)$

$$\langle M'_y\rangle = mr^2\;\Omega'\omega = T\Omega' \qquad (11.22)$$

екенлигине ийе боламыз. Бул аңлатпада $mr^2 = I$ екенлиги есапқа алынған (I арқалы айланыў көшерине салыстырғандағы материаллық ноқаттың инерция моменти белгиленген). Ал $N = I\omega$ сол көшерге салыстырғандағы айланыўшы ноқаттың импульс моменти. Егер дисктиң барлық ноқатлары бойынша суммаласақ, онда (11.22)-формула өзгермейди, ал $\langle M'_y\rangle$ дегенимизде дискке тәсир ететуғын y көшерине салыстырғандағы Кориолис күшиниң толық моментин түсиниў керек болады. Бул жағдайда N шамасы дисктиң импульс моментин билдиреди. 11-6 сүўреттен көринип турганындай Кориолис күшлери x көшерине салыстырғандағы күшлердиң моментин пайда етеди. Бирақ бул моментлердиң қосындысы нолге тең ҳәм сонлықтан оларды есапқа алмаўға болады.

$\langle M'_y\rangle$ күшлер моментиниң тәсиринде диск y көшериниң дөгерегинде айлана баслайды. Жоқарыдағыдай бул айланыс x көшерине салыстырғандағы бағыты дәслеп түсирилген күшлер моментине қарама қарсы болған Кориолис күшлериниң моментиниң пайда болыўына алып келеди. x көшерине салыстырғанда пайда болған

Кориолис күшлериниң моменти сырттан түсирилген моментке тең болғанша айланыўдың мүйешлик тезлиги өседи. Буның ушын (11.22) ге сәйкес

$$M=N\Omega \tag{11.23}$$

теңлигиниң орынланыўы шәрт. Бул аңлатпада M арқалы x көшерине салыстырғандағы сыртқы күшлердиң моменти, Ω арқалы дисктиң y көшери дөгерегиндеги айланыўының мүйешлик тезлиги белгиленген. Солай етип x көшерине салыстырғандағы күшлер моменти усы көшер дөгерегинде дисктиң айланыўына алып келмейди, ал y көшери бөгерегиндеги айланыўды болдырады. 11-7 сүўретте көринип турғанындай **N** векторының ушы **M** векторының бағытында қозғалады. $\Omega = \frac{d\alpha}{dt}$, N=N dα екенлигин есапқа алып (11-6 сүўретте қараңыз) (11.23)-аңлатпаны $\mathrm{M} = \frac{\mathrm{dN}}{\mathrm{dt}}$ түринде ямаса 11-6 сүўретте көрсетилген векторлардың кеңисликтеги бағытларын есапқа алып векторлық формада былайынша көширип жазыў мүмкин:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = \mathbf{M}. \tag{11.24}$$

Бул **моментлер теңлемеси** болып табылады. Усы теңлеме жәрдеминде гироскоплардың қозғалыслары толық талқыланады.

Солай етип төмендегидей жуўмақларды шығарыў айтыў мүмкин:

1. Гироскоплық күшлер Кариолис күшлери болып табылады.

2. Гироскоптың көшериниң прецессиялық қозғалысы Кориолис күшлериниң тәсиринде жүзеге келеди. Прецессия толық орнағанда гироскоптың көшериниң қозғалысының мүйешлик тезлиги Кориолис күшлериниң моментиниң пайда болыўына алып келеди. Бул моменттиң шамасы гироскопқа тәсир ететуғын сыртқы күшлердиң моментине тең, бирақ қарама-қарсы бағытланып теңликти сақлап турады.

3. Кориолис күши инерция күши сыяқлы Кориолис тезлениўине қарама-қарсы бағытланған ҳәм денеге тәсир етеди.

4. Мүйешлик тезлениўди қураўшыларға жиклеў сол мүйешлик тезликтиң векторлық тәбияты менен байланыслы.

Сораўлар:

1. Айланыўшы инерциал емес координаталар системасында қандай инерция күшлери пайда болады?
2. Кориолис күшиниң пайда болыўына қандай факторлар алып келеди?
3. Кориолис күшлери жумыс ислейме?
4. Орайдан қашыўшы күшлер жумыс ислейме?
5. Кариолис күшиниң тәбияты қандай?
6. Гироскоптың прецессиясында сыртқы күшлердиң моменти не менен теңлестириледи?
7. Гироскоптың процессиялық қозғалысы инерциалық емес, яғный прецессияға алып келетуғын сыртқы күшлердиң моменти тәсир етиўи тоқтатса прецессия дәрҳәл (бир заматта) тоқтайды. Неликтен?

12-санлы лекция. Қатты денелердиң илгерилемели ҳәм айланбалы қозғалыслары. Өзгермейтуғын көшерге ийе болған денениң тең салмақлықта турыў шәрти. Денениң қозғалмайтуғын көшери әтирапындағы айланбалы қозғалыс нызамы ҳәм оның теңлемеси

Механикадағы қатты дене. Қатты денениң қозғалыс теңлемеси ҳәм қатты денениң тең салмақлықта турыўы. Биз жоқарыда қатты денениң қозғалысының нызамлары, бул нызамларды әпиўайы жағдайларда қолланыў хаққында гәп еттик. Бул параграфта қатты денелер механикасының сайлап алынған мәселелери сөз етиледи.

Механикада қатты дене деп материаллық ноқатлардың өзгермейтуғын системасына айтады. Бундай система идеалластырылған система болып табылады. Себеби бундай денеде форма ҳәм соған сәйкес материаллық ноқатлар арасындағы қашықлықлардың өзгермей қалыўы керек. Механикада материаллық ноқат дегенде атомлар ямаса молекулаларды нәзерде тутпайды, ал сол қатты денени ойымызда жеткиликли дәрежеде киши болғанша бөлиген макроскопиялық бөлекти түсинеди.

Қатты денелерди атомлардан турады деп есаплайтуғын көз-қараслардан қатты денелердиң материаллық ноқатлары арасындағы тәсирлесиў күшлери **электр күшлери** екенлиги бәршеге мәлим. Бирақ затлар атомлардан турады деген көз-қараслар феноменологиялық механика ушын жат көз-қарас болып табылады. Механика қатты денени атомлардан ямаса молекулалардан туратуғын дискрет орталық деп қарамайды, ал тутас орталық деп қарайды. Механиканың көз-қараслары бойынша бул орталықтың ҳәр қыйлы бөлимлери арасында норамаль ҳәм урынба кернеўлер түриндеги ишки күшлер тәсир етеди. Феноменологиялық механика олардың себебин денелердиң деформациясында деп есаплайды. Егер деформациялар денеде пүткиллей болмайтуғын болса, онда ишки кернеўлер де болмайды. Бирақ сыртқы күшлердиң тәсиринде пайда болатуғын деформациялар жүдә киши болса, онда бундай деформациялар бизди қызықтырмайды ямаса оларды есапқа алмаўға болады. Солай етип сыртқы күшлердиң тасиринде ишки кернеўлер ҳәм басымлар пайда бола алса да, деформацияланыўға қәбилетлилиги жоқ денениң идеалластырылған моделине келемиз. Бундай етип қатты денени идеалластырыўға бола ма ямаса жоқ па деген сораўға жуўап ҳақыйқый денелердиң қәсийетлерин билиў жәрдеминде ҳәм жуўап бериў керек болған сораўлардың мазмуныны қарап бериледи.

Қатты дене алты еркинлик дәрежесине ийе механикалық система болып табылады. Оның қозғалысын тәрийиплеў ушын бир биринен ғәрезсиз алты санлық теңлеме керек болады. Олардың орнына еки векторлық теңлемени алыў мүмкин. Олар мыналар:

Масса орайының қозғалыс теңлемеси

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{F}_{sırtqı}. \qquad (12.1)$$

ҳәм моментлер теңлемеси

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{M}_{sırtqı}. \qquad (12.2)$$

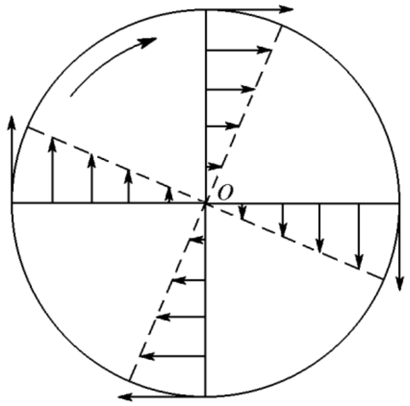
Моментлер теңлемесин қатты денениң масса орайына салыстырып ямаса ықтыярлы түрде алынған қозғалмайтуғын ноқатқа салыстырғанда алыўға болады. Бирақ қандай жағдайлар сайлап алынбасын, теңлемелер саны барлық ўақытта да еркинлик дәрежелери санына тең болыўы шәрт. (12.1) ҳәм (12.2) теңлемелерге тек сыртқы күшлер киреди. Ишки күшлер болса массалар орайының қозғалысына тәсир ете алмайды ҳәм денениң импульс моментин өзгерте алмайды. Бул ишки күшлер тек дененип материаллық ноқатлардың бир бирине салыстырғандағы орнын ямаса олардың тезликлерин өзгертиўи мүмкин. Бирақ абсолют қатты дене ушын бундай өзгерислердиң орын алыўы мүмкин емес. Солай етип ишки күшлер қатты дененип қозғалысына тәсир ете алмайды.

Егер қатты дене тынышлықта турған болса, онда (12.1) ҳәм (12.2) теңлемелер мына түрге өтеди:

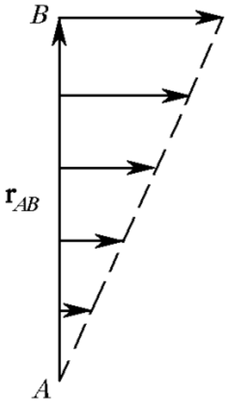
$$\boldsymbol{F}_{sırtqı} = 0, \qquad \boldsymbol{M}_{sırtqı} = 0. \tag{12.3}$$

Бул теңликлер қатты дененип тең салмақлықта турыўының зәрүрли болған шәртлери болып табылады. Бирақ олар қатты дененип тең салмақлықта турыўының жеткиликли шәрти бола алмайды. (12.3) шәртлери орынланғанда қатты дененип масса орайы туўры сызық бойлап ықтыярлы турақлы тезлик пенен қозғала алады. Соның менен бирге дене өзниңи айланыў импульсин сақлап айлана алады. Тең салмақлық орнағанда сыртқы күшлердиң қосындысы $\boldsymbol{F}_{sırtqı}$ нолге тең болады, ал бул күшлердиң моменти $\boldsymbol{M}_{sırtqı}$ тең салмақлық орнағанда қозғалмайтуғын координата басы O ның қайсы орында турғанлығынан ғәрезсиз. Сонлықтан тең салмақлыққа байланыслы қәлеген мәселени шешкенде координа басы O ны ықтыярлы түрде сайлап алыў мүмкин. Бул усыл шешиў зәрүр болған мәселелерди аңсатластырыў ушын керек болады.

Айланыўдың бир заматлық көшери. Мейли қатты дене қозғалмайлуғын көшер дөгерегинде айланатуғын болсын (12-1 сүўрет). Усы денедеги тезликлердиң ноқатлар бойынша тарқалыўын изертлеў ушын айланыў көшерине перпендикуляр болған тегисликтеги тезликлерди көрип шыққан мақул болады. Бул жағдай қатты денени тегис деп қараўға мүмкиншилик береди. Тезликлердиң тарқалыўы 19-1 сүўретте көрсетилген. Айланыў көшери өтетуғын O ноқаты қозғалмайды. Басқа ноқатлардың барлығы да O орайы әтирапында айланады. Олардың тезликлери сәйкес шеңберлердиң радиусларына туўры пропорционал. Тезликлердиң мәнислери ўақыттың өтиўи менен өзгериўи мүмкин, бирақ айланыў көшери өзгермей калады.



12-1 сүўрет. Қатты денедеги тезликлердиң ноқатлар бойынша тарқалыўын изертлеў ушын арналған схема.



12-2 сүўрет. Денедеги тезликлердиң тарқалыўы A ноқаты арқалы өтиўши қозғалмайтуғын көшер дөгерегинде айланғандағы жағдайдағыдай болады.

Енди тегис қатты дененип улыўмалырақ қозғалысын қараймыз. Айланыў тегислиги дененип өзиниң тегислигине сәйкес келеди. Қозғалмайтуғын айланыў көшери бар деп болжаў қабыл етилмейди. Мейли A ҳәм B қатты дененип еки ықтыярлы түрде алынған ноқаты болсын (12-2 сүўрет). Олар арасындағы қашықлық турақлы болып қалады. Сонлықтан $(\boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_B) = const$. Бул аңлатпаны ўақыт бойынша дифференциаллап

$$(\dot{\boldsymbol{r}}_B - \dot{\boldsymbol{r}}_B) = 0 \text{ ямаса } \boldsymbol{r}_{AB}(\boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_B) = 0 \qquad (12.4)$$

теңлемелерин аламыз. Бул аңлатпада $\boldsymbol{r}_{AB} \equiv \boldsymbol{AB}$.

Мейли биз қарап атырған ўақыт моментинде тезлиги нолге тең ноқат болсын. Усы ноқатты A ноқаты деп қабыл етейик. Онда усы ўақыт моменти ушын B ноқатының қай орында болыўына қарамастан

$$\boldsymbol{r}_{AB}\boldsymbol{r}_B = 0 \qquad (18.5)$$

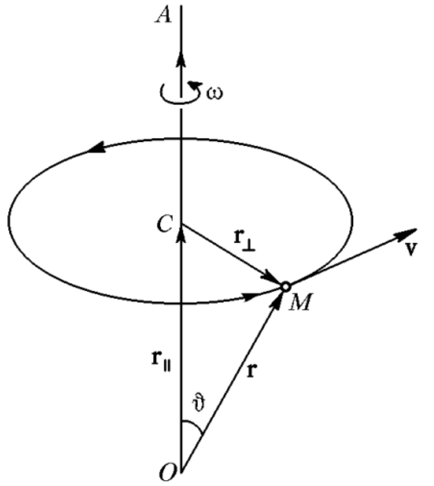
теңлигин аламыз. Еки вектордың скаляр көбеймеси нолге тең деген сөз олардың өз-ара перпендикуляр екенлигинен дерек береди. Демек $\boldsymbol{r}_B$ векторы орайы A болған шеңберге урынба бағытында бағытланған. Бундай жағдай A ҳәм B ноқатларын тутастырыўшы барлық ноқатлар ушын да дурыс. Биз қарап атырған моментте A ноқаты қозғалмай турады, ал $\boldsymbol{r}_B$ тезлигиниң шамасы AB аралығына пропорционал. Усы тийкарда былай жуўмақ шығарамыз: **қарап атырған моментте денедеги тезликлердиң тарқалыўы A ноқаты арқалы өтиўши қозғалмайтуғын көшер дөгерегинде айланғандағы жағдайдағыдай болады**. Дененің усындай қозғалысы **бир заматлық айланыс** деп аталады. Биз қараған жағдайда бир заматлық көшер A ноқаты арқалы өтеди. "**Бир заматлық**" сөзи берилген "**ўақыт моментинде**" екенлигин билдиреди.

Бир заматлық көшер тек тезликлердиң бир заматлық тарқалыўын үйрениў ушын ғана қолланылады. Бундай көшерди тезлениўлердиң ямаса тезликлердиң ўақыт бойынша алынған жоқары тәртипли туўындыларын тәрийиплеў ушын қолланыўға болмайды.

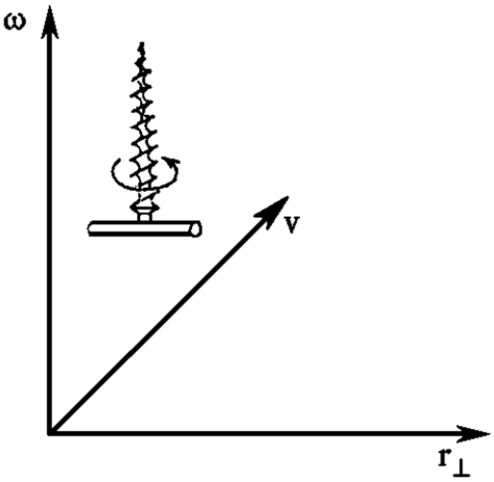
Мүйешлик тезлик вектор сыпатында. Айланбалы қозғалысларды (айланысларды) қосыў. Мейли қатты дене қозғалмайтуғын көшер дөгерегинде ямаса OA бир заматлық көшер дөгерегинде $\boldsymbol{\omega}$ мүйешлик тезлиги менен айланатуғын болсын (12-3 сүўрет). Усы дененің көшерден $\boldsymbol{r}_\perp$ қашықлықта турған ықтыярлы бир M ноқатын аламыз. Бул ноқаттың сызықлы ҳәм мүйешлик тезликлери

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega}\, \boldsymbol{r}_\perp \qquad (19\text{-}6)$$

қатнасы менен байланысқан.



12-3 сүўрет. $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{\omega}$ ҳәм $\boldsymbol{r}_\perp$ векторлары арасындағы байланысты анықлаўға арналған схема.



12-4 сүўрет. Мүйешлик тезлик $\boldsymbol{\omega}$ ның бағыты оң бурғы қағыйдасы менен анықланады.

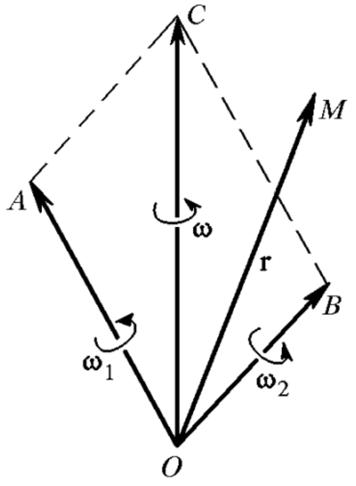
Енди төмендегидей **ω** аксиал векторын киргиземиз:

$$\omega = \frac{[\boldsymbol{r}_\perp, \boldsymbol{v}]}{(r_{|})^2}. \qquad (12.7)$$

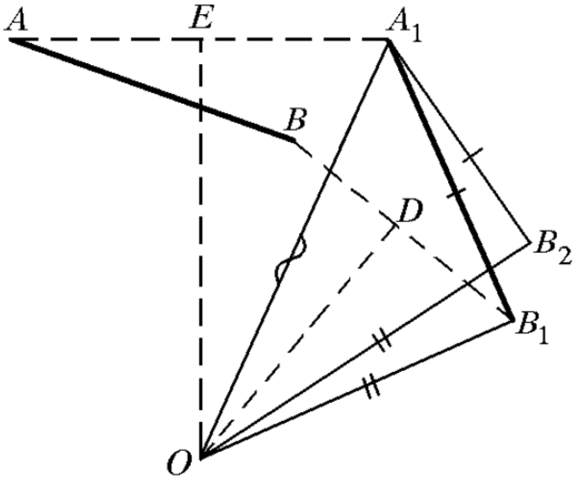
Бул аңлатпада $\boldsymbol{r}_\perp$ арқалы айланыў көшеринен $\boldsymbol{M}$ моқатына жүргизилген вектор белгиленген. (12.7) ден **ω** аксиал векторының узынлығының айланыўдың мүйешлик тезлигине тең екенлиги келип шығады. Ал бағыты айланыў көшериниң бағыты менен сәйкес келеди. $\boldsymbol{v}$, **ω** ҳәм $\boldsymbol{r}_\perp$ векторларының өз-ара жайласыўларын оларды улыўмалық бир ноқаттан баслап қоятуғын болсақ аңсат көз алдыға келтиремиз (12-4 сүўрет). Бул үш вектор өз-ара перпендикуляр. Сүўреттен

$$\boldsymbol{v} = [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{r}_\perp] \qquad (12.8)$$

екенлиги көринип тур. Бул формула тезлик $\boldsymbol{v}$ ның шамасын гана есес, ал оның бағытын да анықлайтуғын болғанлықтан (12.6) формуланың улыўмаластырылыўы болып табылады. **ω** векторы **мүйешлик тезлик векторы** ямаса әпиўайы түрде **айланыўдың мүйешлик тезлиги** деп аталады. Сонлықтан мүйешлик тезликти вектор сыпатында қараў керек. Оның бағыты оң бурғы қағыйдасы жәрдеминде анықланады (12-4) сүўрет). Егер оң бурғыны айланыў көшерине параллел етип жайластырып, оны дене айланған тәрепке айландырсақ, онда бурғының тесиў бағыты **ω** векторының бағытын береди.



12-5 сүўрет. Айланысларды қосыў.



12-6. Қатты дененең тегис қозғалысы.

(12.8)-формулаға улыўмарақ ҳәм қолайлырақ түр бериў мүмкин. Айланыў көшери бойында коориданата басы сыпатында О ноқатын аламыз (12-3 сүўрет). Бундай жағдайда усы координаталар басынан М ноқатына өткерилген радиус вектор $\boldsymbol{r}$ ди еки вектордың қосындысы $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_\perp + \boldsymbol{r}_{||}$ түринде көрсетиў мүмкин. $\boldsymbol{r}_{||}$ болса $\boldsymbol{r}$ диң айланыў көшери бағытындағы кураўшысы. $[\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{r}_{||}] = 0$. Сонлықтан

$$\boldsymbol{v} = [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{r}] \qquad (12.9)$$

екенлиги алынады. Бул аңлатападан $v = \omega r \sin\vartheta$ екенлигине ийе боламыз. Бул (12.6) ға сәйкес келеди. Себеби $r \sin\vartheta = r_\perp$.

ω ның еки вектордың векторлық көбеймеси түринде анықланғанлығына байланыслы вектор екенлигин арнаўлы түрде дәлиллеўдиң кереги жоқ. ω ның

векторлық характерде екенлиги координаталар системасын бурғанда оның көшерлерге түсирилген проекциялары бағытланған геометриялық кесиндиниң усының координаталарының айырмасындай болып түрленеди. Қәлеген вектордың устинде исленген математикалық операциялардай операцияларды мүйешлик тезликлер векторларының үстинде де ислеў мүмкин. Мысалы (дара жағдайда) **ω**1 ҳәм **ω**2 векторларын параллелограм қағыйдасы бойынша қосыў мүмкин. Ал егер қосыўды анаў ямаса мынаў физикалық операциялардың жәрдеминде анықлаў керек болса мүйешлик тезликлер қалай қосылады? деген сораў берилсе жағдайдан қалай шығамыз деген сораў туўылады. Биз **айланыўларды қосыў** түсинигин киргиземиз ҳәм оған төмендегидей мәнис беремиз: мейли дене базы бир ОА көшери дөгерегинде **ω**1 мүйешлик тезлиги менен айланатуғын болсын (12-5 сүўрет). Ал ОА көшериниң өзи басқа OB көшери дөгерегинде **ω**2 мүйешлик тезлиги менен айланатуғын болсын. Әлбетте бул жерде **гәп релятивистлик емес тезликлердеги бир заматлық айланыслар ҳаққында болып атырғанлығын** атап өтемиз. Биринши айланыс (биз қарап атырған моментте) ОА көшери қозғалмайтуғын есаплаў системасында, ал екинши айланыс OB көшери қозғалмайтуғын (бунда да биз қарап атырған моментте) басқа есаплаў системасында қаралады. Айланбалы қозғалысларды қосыў еки айланысты қосыў кандай қозғалысқа алып келеди? деген сораўға жуўап береди. Бул мәселеге жуўап бериў ушын сол ОА ҳәм OB көшерлери бир бири менен кесилисетуғын жағдайды қараў менен шекленемиз.

Бул сораўға жуўап бериў сәйкес физикалық мәнисте сызықлы тезликлерди қосыўға алып келинеди. Қатты денениң радиус-векторы $\boldsymbol{r}$ болған ықтыярлы М ноқаты биринши айланыўдың нәтийжесинде $\boldsymbol{v}_1 = [\boldsymbol{\omega}_1, \boldsymbol{r}]$ тезлигине, ал екинши айланыўдың (OB көшери дөгерегинде) нәтийжесинде $\boldsymbol{v}_2 = [\boldsymbol{\omega}_2, \boldsymbol{r}]$ тезлигине ийе болады. Нәтийжеде қосынды сызықлы тезлик

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2 = [(\boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2)\boldsymbol{r}]$$

шамасына тең болады. Егер

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2 \qquad (12.10)$$

векторлық қосындысын математикалық мәнисте жазатуғын болсақ, онда нәтийже

$$\boldsymbol{v} = [\boldsymbol{\omega}\,\boldsymbol{r}] \qquad (12\text{-}11)$$

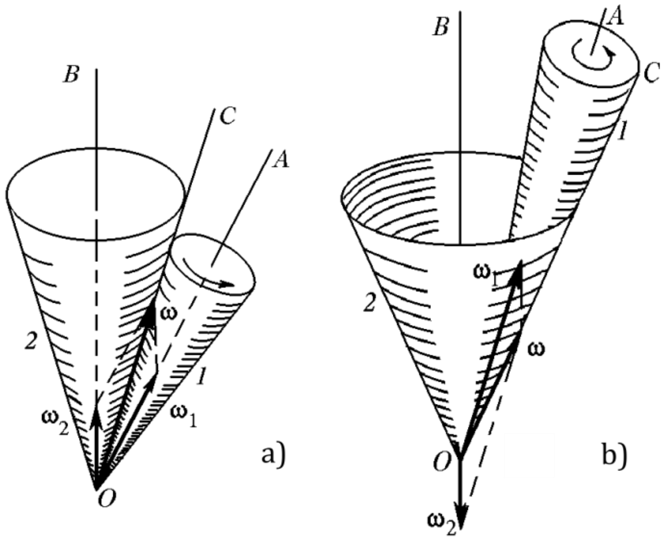
түринде жазылады.

Мейли М ноқаты **ω** векторы көшеринде, яғный $\boldsymbol{\omega}_1$ ҳәм $\boldsymbol{\omega}_2$ векторларынан жасалған параллелограммның диагоналында жатқан болсын. Бундай жағдайда $\boldsymbol{v} = 0$ Бул көшердиң барлық ноқатлары биз қарап атырған моментте тынышлықта турады. Бул былайынша түсиндириледи: усы ноқатлардың барлығы да биринши айланыўда бир бағытта, ал екинши айланыўда қарама-қарсы бағытта қозғалады. Қосынды сызықлы тезлик нолге тең болып шығады. Денениң барлық басқа ноқатлары **ω** векторының көшери дөгерегинде ω мүйешлик тезлиги менен қозғалады. Денениң қәлеген ноқатының бир заматлық сызықлы тезлигин (12.6)-формула менен есаплаў мүмкин. Бул **қатты денениң бир заматлық қосынды қозғалысының ОС бир заматлық көшери дөгерегиндеги айланыс екенлигин аңлатады**. Улыўма айтканда бул көшер қатты денениң өзине салыстырғанда да, қозғалыс қарап атырылған есаплаў системасына қарата да үзликсиз орын алмастырады.

Солай етип **биз ω_1 ҳәм ω_2 мүйешлик тезликлерине ийе еки айланыўдың бир заматлық айланыў көшери дөгерегиндеги $\omega = \omega_1 + \omega_2$ мүйешлик тезлиги менен айланыўға қосылатуғынлығын көрдик. Ўақыттың ҳәр бир моментинде бир заматлық көшер ω_1 ҳәм ω_2 векторларынан дүзилген параллелограммның диагоналы бойынша бағытланған. Айлынўларды қосыў параллелограмм**

кағыйдасына бағынады. Усындай мәнистеги айланбалы қозғалысларды физикалық қосыў математикалық қосыў менен бирдей екен.

Жоқарыда айтылған жағдайды көргизбели түрде түсиндиремиз. Мейли қозғалмайтуғын 2-конустың бети бойынша басқа 1-конус жылжыйтуғын болсын (12-7 а ҳәм b сүўретлер). Еки конустың төбелери бирлық ўақытта да бир О ноқатында жайласқан болсын. Бул қозғалысты 1-конус өзиниң меншикли көшери ОА дөгерегинде базы бир $\boldsymbol{\omega}_1$ мүйешлик тезлиги менен айланады. ОА көшериниң өзи басқа ОВ көшериниң дөгерегинде $\boldsymbol{\omega}_2$ мүйешлик тезлиги менен айланып конуслық бетти сызады. Гәп усы еки айланысты қосыў ҳаққында айтылып атыр. Сырғанаў жоқ болғанлықтан ОС туўрысында жатқан барлақ ноқатлар (усы туўрының бағытында конуслар бир бирине тийеди) қозғалмайды. Сонлықтан ОС урынбасы 1-конустың бир заматлық айланыў көшери болып табылады. Айланыўдың бир заматлық көшери денеде (яғный 1-конуста) оның бетинде қозғалып орын алмастырады. Соның менен бирге көшер кеңисликте де қозғалады (яғный 2-конустың бети бойынша қозғалады).



12-7 сүўрет.

Айланысларды қосыў процедурасын көргизбели түрде түсиндириўге арналған сүўретлер.

Базы бир жуўмақлар:

Механикада қатты дене деп материаллық ноқатлардың өзгермейтуғын идеалластырылған **системасына айтады**. Механикада материаллық ноқат ҳаққында гәп еткенде атомлар ямаса молекулаларды нәзерде тутпайды, ал сол қатты денени ойымызда жеткиликли дәрежеде киши болғанша бөлиген макроскопиялық бөлекти түсинеди.

Сыртқы күшлердиң қосындысы менен сыртқы күшлердиң моментлериниң қосындысының нолге тең болыўы қатты денелердиң тең салмақлықта турыў шәрти болып табылады. Бирақ бул еки шәрт жеткиликли шәртлер болып табылмайды. Сол шәртлер орынланғанда массалар орайы туўры сызықлы ҳәм тең өлшеўли қозғалыўы ал дене өзи айланыс импульсин сақлап айланыўы мүмкин.

Сораўлар:

Механикалық системаның еркинлик дәрежесин қалай анықлайды?

Ҳәр қыйлы қозғалыслардағы қатты денениң еркинлик дәрежелкери қандай болады?

Эйлер мүйешлериниң геометриялық анықламасы нелерден ибарат?

Қатты денениң тегис қозғалысының тезлигин илгерилемели ҳәм айланбалы қозғалыслардың қосындысы түринде көрсетиўдиң мүмкиншилигиниң бар екенлигин қалай дәлиллеўге болады?

Бир заматлық айланыў көшери дегенимиз не? Қозғалыстың әпиўайы түрлери ушын бир заматлық айланыў көшерлерге мысаллар келтире аласызба?

13-санлы лекция. Импульс моменти. Салмақ ҳәм инерция орайлары, оларды анықлаў усыллары. Қатты дененің инерция орайының қозғалыс нызамы. Гюйгенс-Штейнер теоремасы. Айланыўшы дененің кинетикалық энергиясы. Инерция моментлерин есаплаў

Эйлер теоремасы. Қатты денелердиң улыўмалық қозғалысы. Жоқарыда биз қатты дененің тегис қозғалысын қарадық. Бундай қозғалыс ушын Эйлер теоремасының дара жағдайын қараўды ҳәм оны дәлиллеўди үйрендик. Қатты дененің улыўмалық қозғалысы ушын да Эйлер теоремасын келтирип шығарыў ҳәм оны дәлиллеў тегис қозғалыстағыдай жоллар менен әмелге асырылады. Биз оны былайынша жазамыз.

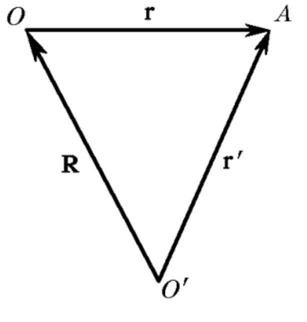
Эйлер теоремасы: ***Тегис қозғалыста қатты дене қәлеген аўҳалдан басқа аўҳалға базы бир көшер дөгерегиндеги бир бурыўдың нәтийжесинде алып келинеди***.

Бул теореманы талқылап ***бир қозғалмайтуғын ноқатқа ийе қатты дененің қәлеген қозғалысын усы ноқат арқалы өтетуғын бир заматлық көшер дөгерегиндеги айланыс деп қараўға болатуғынлығы көремиз. Ўақыттың өтиўи менен бул бир заматлық көшер денеде де, кеңисликте де орын алмастырады*** деген жуўмаққа келемиз.

Енди қатты дененің қозғалысының ең улыўмалық жағдайын караймыз. Денеде ықтыярлы O ноқатын сайлап аламыз. Қатты дененің қозғалысын O ноқатының тезлигине тең $\boldsymbol{v}_0$ илгерилемели қозғалысқа ҳәм усы ноқат арқалы өтетуғын бир заматлық көшер дөгерегиндеги айланбалы қозғалысқа жиклеў мүмкин. Бир заматлық айланыўдың мүйешлик тезлиги векторын $\boldsymbol{\omega}$ арқалы белгилеп қатты дененің басқа бир ықтыярлы A ноқатының тезлигин былайынша жазамыз:

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + [\boldsymbol{\omega}\, \boldsymbol{r}]. \qquad (13.1)$$

Бул аңлатпада $\boldsymbol{r}$ арқалы O ноқатынан A ноқатына өткерилген радиус-вектор белгиленген (13-1 сүўрет). Илгерилемели қозғалыстың тезлиги $\boldsymbol{v}_0$ әлбетте O ноқатының сайлап алынған орнына ғәрезли. Бирақ ***мүйешлик тезлик*** $\boldsymbol{\omega}$ ***қатты денедеги*** O ***ноқатының қайсы орында сайлап алынғанлығынан ғәрезли емес***. Солай етип ***бул ноқатты қандай орында жайласқанлығын көрсетпей-ақ қатты дененің айланыўының мүйешлик тезлиги ҳаққында айтыўға болады***. Усы жағдайды дәлиллеўимиз керек.



13-1 сүўрет.

Басқа бир О’ ноқатын ықтыярлы түрде сайлап аламыз ҳәм қатты дененің айланысын усы ноқатқа тийисли етемиз. Сәйкес мүйешлик тезликти $\boldsymbol{\omega}'$ арқалы белгилеймиз. Онда дәслепки А ноқатының тезлиги $\boldsymbol{v}$ енди басқаша жазылады:

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_{0'} + [\boldsymbol{\omega}'\, \boldsymbol{r}'].$$

Бул аңлатпада $\boldsymbol{r}'$ арқалы О' ноқатынан А ноқатына өткерилген радиус-вектор белгиленген. Гәп тек бир ноқаттың тезлиги ҳаққында болып атырғанлықтан бул аңлатпа (13.1)-аңлатпа менен сәйкес келиўи керек. Бул

$$\boldsymbol{v}_0 + [\boldsymbol{\omega}\, \boldsymbol{r}] = \boldsymbol{v}_{0'} + [\boldsymbol{\omega}'\, \boldsymbol{r}']$$

аңлатпасын береди. Бул аңлатпаға $\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} + \boldsymbol{R}$ қосындысын қоямыз ($\boldsymbol{R}$ арқалы $\overrightarrow{O'O}$ векторы белгиленген). Усының менен бир қатарда О ноқатының тезлигин О’ ноқатының тезлиги менен оның әтирапындағы $\boldsymbol{\omega}'$ тезлиги менен айланыў тезлигин векторлық қосыў арқалы алыў мүмкин екенлигин дыққатқа аламыз, яғный

$$\boldsymbol{v}_0 = \boldsymbol{v}_{0'} + [\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{R}].$$

Усы аңлатпаны есапқа алып

$$\boldsymbol{v}_{0'} + [\boldsymbol{\omega}'\, \boldsymbol{R}] + [\boldsymbol{\omega}\, \boldsymbol{r}] = \boldsymbol{v}_{0'} + [\boldsymbol{\omega}'(\boldsymbol{R} + \boldsymbol{r})]$$

аңлатпасын ямаса

$$[\boldsymbol{\omega}\, \boldsymbol{r}] = [\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{r}]$$

теңлигин аламыз.

$\boldsymbol{r}$ ди сайлап алыўдың ықтыярлы екенлигине байланыслы

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}'$$

теңлигиниң орын алатуғынлығы келип шығады ҳәм биз жоқарыда айтқан жағдай усының менен дәлилленеди.

Енди қатты денени қозғалмайтуғын ноқаттың дөгерегинде айланады деп есаплайық. Усы ноқатты координата басы О деп қабыл етейик. Усы дененің кинетикалық энергиясы

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\int v^2 dm$$

формуласының жәрдеминде есапланады. Бул аңлатпадағы интеграллаў дененің барлық массасы бойынша алынады. $\boldsymbol{v} = [\boldsymbol{\omega}\, \boldsymbol{r}]$ формуласынан пайдаланып

$$\boldsymbol{v}^2 = (\boldsymbol{v}\boldsymbol{v}) = ([\boldsymbol{\omega}\, \boldsymbol{r}]\boldsymbol{v})$$

аңлатпасын жаза аламыз ямаса көбейтиўшиниң дәрежесин қайтадан қойыў арқалы

$$\boldsymbol{v}^2 = (\boldsymbol{\omega}[\boldsymbol{r}\, \boldsymbol{v}])$$

аңлатпасын аламыз. $\boldsymbol{\omega}$ мүйешлик тезлигиниң шамасы дененің барлық ноқатлары ушын бирдей болғанлықтан

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\omega\int [\boldsymbol{r}\, \boldsymbol{v}]dm$$

ямаса

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{L}\, \boldsymbol{\omega}) \tag{13.2}$$

Бул аңлатпада $\boldsymbol{L}$ арқалы дененң О ноқатына салыстырғандағы импульс моменти белгиленген.

Улыўма жағдайларда $\boldsymbol{L}$ ҳәм $\boldsymbol{\omega}$ векторлары арасында белгили бир мүйеш болады. Буның дурыслығына исениў ушын қозғалмайтуғын ямаса бир заматлық көшер дөгерегинде айланатуғын бир М материаллық ноқаттың мысалында исениўге болады. О басын усы көшер бойында аламыз. Бундай жағдайда

$$\boldsymbol{L} = m[\boldsymbol{r}\,\boldsymbol{v}] = m\big[\boldsymbol{r}[\boldsymbol{\omega}\,\boldsymbol{r}]\big] = mr^2\boldsymbol{\omega} = m(\boldsymbol{r}\,\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{r}$$

Улыўма айтқанда соңғы қосылыўшы нолге айланбайды. Сонлықтан сол улыўмалық жағдайларда $\boldsymbol{L}$ ҳәм $\boldsymbol{\omega}$ векторлары коллинеар (бағытлас) емес. Егер О сыпатында М нен айланыў көшерине түсирилген перпендикулярдың тийкары алынатуғын болғанда ғана $\boldsymbol{L}$ ҳәм $\boldsymbol{\omega}$ векторлары коллиниар болған болар еди. Бул жағдайда О ноқатына салыстырғандағы момент $\boldsymbol{L}$ айланыс көшерине салыстырғандағы моментке алып келинеди. Бул кейинги моментти L_x арқалы белгилеп $L = L_x = I\omega$ теңликлерин жаза аламыз. Бул аңлатпада I арқалы айланыў көшерине салыстырғандағы ноқаттың инерция моменти белгиленген. Солай етип кейинги (13.2)-формула

$$E_{kin} = \frac{1}{2}L_x\omega = \frac{1}{2}L\omega^2$$

формуласына өтеди. Бул соңғы формула тек ғана бир материаллық ноқат ушын дурыс болып қоймай, тутас дене ушын да дурыс болады. Себеби тутас денени биз бир көшердиң дөгерегинде айланатуғын материаллық ноқатлар системасы деп қарай аламыз. Солай етип (13.2)-формула бурын басқа усыл менен алынған

$$E_{kin} = \frac{1}{2}L\omega^2 = \frac{L^2}{2I}$$

формуласына эквивалент.

Гюйгенс-Штейнер теоремасы. Енди дененң бир бирине параллель болған ҳәр қыйлы еки көшерге салыстырғандағы инерция моментлери арасындағы байланысты табамыз. Бул көшерлер сүўрет тегислигине перпендикуляр ҳәм оны денени) О ҳәм А ноқатларында кесип өтеди деп болжаймыз. Қысқалық ушын сол О ҳәм А көшерлериниң өзин көшерлдер деп есаплаймыз. Бул денени қыялымызда dm элементар массаларына бөлемиз. О ҳәм А көшерлеринен сүўреттиң тегислигине параллель етип сол көшерлердиң бирине өткерилген радиус-векторларды $\boldsymbol{r}$ ҳәм $\boldsymbol{r}'$ арқалы белгилеймиз (13-2 сүўрет). Бул сүўретте dm элементар массасы да сүўреттиң тегислигинде жайласқан. Бундай жағдайда $\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{a}$ қатнасына ийе болмыз. Бул аңлатпада $\boldsymbol{a}$ векторы $\overrightarrow{OA}$ радиус-векторын аңғартады. Демек

$$r'^2 = r^2 + a^2 - 2(\boldsymbol{a}\boldsymbol{r})$$

ҳәм

$$\int r'^2 dm = \int r dm + a^2 \int dm - 2\left(\boldsymbol{a}\int \boldsymbol{r} dm\right)$$

аңлатпаларына ийе боламыз. Шеп тәрептеги интеграл А көшерине қарата I_a, ал оң тәрептеги биринши интеграл О көшерине қарата (О көшерине салыстырғандағы) инерция моменти болып табылады. Соңғы ингералды $\int \boldsymbol{r} dm = m\boldsymbol{R}_C$ түринде жазыўға болады. Бул аңлатпада $\boldsymbol{R}_C$ арқалы массалар орайы С ның О көшерине салыстырғандағы радиус-векторы (дәлиреги $\boldsymbol{R}_C$ векторы массалар радиус-векторының сызылманың тегислигине параллель болған қураўшысы болып табылады). Демек

$$I_A = I_O + ma^2 - 2m(\boldsymbol{aR}_C)$$

аңлатпасы орынлы болады екен.

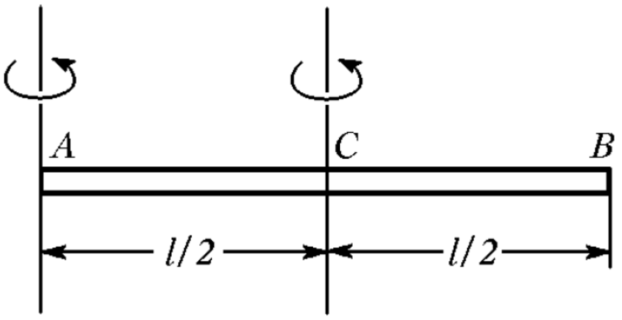
Енди O көшери дененің масса орайы C арқалы өтеди деп болжайық. Бундай жағдайда $\boldsymbol{R}_C = 0$ ҳәм ҳәзир ғана жазған формуламызды

$$I_A = I_C + ma^2$$

түринде жаза аламыз. Бул әҳмийетли болған геометриялық қатнасты Гюйгенс-Штейнер теоремасы (Якоб Штейнер 1796-жылы туўылған ҳәм 1863-жылы қайтыс болған швейцария геометри болып табылады) деп атайды. Бул теорема бойынша **қандай да бир көшерге салыстырғандағы дененің инерция моменти усы дененің масса орайы арқалы өтиўши параллел көшерге салыстырғандағы инерция моментине ma^2 шамасын қосқанға тең** (a арқалы көшерлер арасындағы аралық белгиленген).

Ҳәр қандай денелердиң инерция моментлерин есаплаў.

1. Жиңишке (жуқа) бир текли стерженниң перпендикуляр көшерге салыстырғандағы инерция моменти.



13-2 сүўрет. Жиңишке бир текли стерженниң перпендикуляр көшерге салыстырғандағы инерция моментин есаплаўға арналған сүўрет.

Мейли көшер стерженниң шетинде жайласқан A арқалы өтсин (13-2 сүўрет). Инерция моменти $I = kml^2$. Бул аңлатпада l арқалы стерженниң узынлығы белгиленген. Стерженниң орайы C масса орайы да болып табылады. Гюйгенс-Штейнер теоремасы бойынша $I_A = I_C + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$. Бул аңлатпада I_C инерция моментин узынлықлары $\frac{l}{2}$ ҳәм ҳәр қайсысының массасы $\frac{m}{2}$ болған еки стерженниң инерция моментлериниң қосындысы сыпатында қараў мүмкин. Демек инерция моменти $k\frac{m}{2}\left(\frac{l}{2}\right)^2$ шамасына тең. Сонлықтан $I_C = km\left(\frac{l}{2}\right)^2$ шамасына тең. Бул аңлатпаны алдыңғы аңлатпаға қойсақ

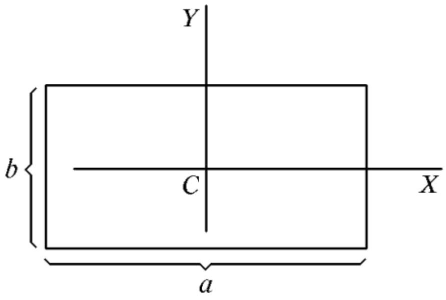
$$kml^2 = km\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

қатнасын аламыз. Бул аңлатпадан $k = \frac{1}{3}$ теңлигиниң орынланатуғынлығын аңғарамыз. Нәтийжеде

$$I_A = \frac{1}{3}ml^2, \qquad I_C = \frac{1}{12}ml^2$$

аңлатпаларына ийе боламыз.

2. Туўры мүйешли пластинка ҳәм туўры мүйешли параллелепипед ушын инерция моменти (13-3 сүўрет).



13-3 сүўрет.
Туўры мүйешли пластинка ҳәм туўры мүйешли параллелепипед ушын инерция моментин есаплаў ушын арналған сүўрет.

Мейли X ҳәм Y координаталар көшерлери C пластинканың ортасы арқалы өтетуғын ҳәм тәреплерине параллел болсын. Бул жағдайда да жоқарыдағы көрсетилген жағдай сыяқлы $\left[I_C = \frac{1}{12}ml^2\right]$

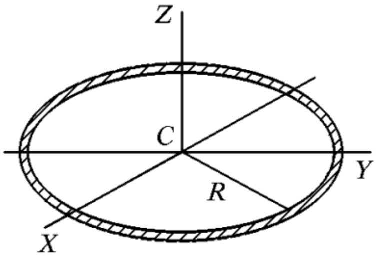
$$I_x = \frac{1}{12}b^2, \qquad I_y = \frac{1}{12}a^2$$

формулаларын аламыз. Z көшерине салыстырғандағы пластинканың инерция моменти

$$I_z = \frac{m}{12}(a^2 + b^2)$$

формуласының жәрдеминде есапланады.

3. *Шексиз жуқа дөңгелек сақыйна (шеңбер) ушын инерция моменти* (13-4 сүўрет).



13-4 сүўрет.
Шексиз жуқа дөңгелек сақыйна (шеңбер) ушын инерция моментин есаплаўға арналған сүўрет.

Z көшерине қарата инерция моменти

$$I_z = mR^2$$

шамасына тең болыўы керек (R арқалы сақыйнаның радиусы белгиленген). Биз қарап атырған жағдайдағы орын алған симметрияға байланыслы $I_x = I_y$. Сонлықтан

$$I_x = I_y = \frac{1}{2}mR^2$$

формуласына ийе боламыз.

4. *Шексиз жуқа дийўалы бар шардың инерция моменти*. Дәслеп массасы m, координаталары x, y, z болған материаллық ноқаттың туўры мүйешли координаталар системасы көшерлерине салыстырғандағы инерция моментин есаплайық (13-5 сүўретте көрсетилген).

Бул ноқаттың X, У, Z көшерлерине шекемги қашықлықларының квадратлары сәйкес $y^2 + z^2$, $z^2 + x^2$ ҳәм $x^2 + y^2$ қосындыларына тең. Усы көшерлерге салыстырғандағы инерция моментлери

$$I_x = m(y^2 + z^2),$$
$$I_y = m(z^2 + x^2),$$
$$I_z = m(x^2 + y^2)$$

шамаларына тең. Бул үш теңликти қосып

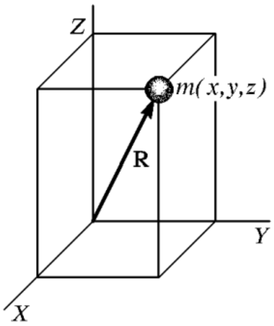
$$I_x + I_y + I_z = 2m(x^2 + y^2 + z^2)$$

теңлигин аламыз. $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ екенлигин есапқа алсақ $I_x + I_y + I_z = 2\Theta$ теңлигине ийе боламыз. Бул аңлатпада Θ арқалы массасы m болған материаллық ноқаттың ноқатқа салыстырғандағы инерция моменти белгиленген.

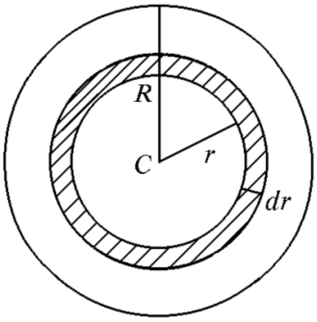
Енди дәслеп шардың орайына салыстырғандағы инерция моменти Θ ны табамыз. Оның мәнисиниң $\Theta = mR^2$ шамасына тең екенлиги түсиникли. Енди шар тәризли дене ушын $I_x = I_y = I_z$ теңликлериниң орын алатуғынлығынан пайдаланамыз ҳәм $I_x = I_y = I_z = I$ белгилеўин кабыл етемиз. Нәтийжеде жуқа шардың орайынан өтетуғын көшерине салыстырғандағы инерция моменти ушын

$$I = \frac{2}{3} mR^2$$

формуласын аламыз.



13-5 сүўрет. Шексиз жуқа дийўалға ийе шардың инерция моментин есаплаўға арналған сүўрет.



13-6 сүўрет. Тутас бир текли шардың инерция моментин есаплаўға арналған сүўрет.

5. ***Тутас бир текли шардың инерция моменти***. Тутас бир текли шарды ҳәр қайсысының массасы dm болған шексиз жуқа қатламлардың жыйнағы деп қараўға болады (13-6 сүўретте көрсетилген). Бир текли болғанлықтан $dm = m\frac{dV}{V}$, ал $dV = 4\pi r^2 dr$ сфералық қатламның көлеми, $V = \frac{3}{4}\pi r^3$. Жоқарыда келтирилип шығарылған $I = \frac{2}{3} mR^2$ формуласын пайдаланамыз. Бундай жағдайда $dI = \frac{2}{3} dmr^2 = 2mr^4 \frac{dr}{R^3}$ аңлатпасы орын алады. Бул аңлатпаны интеграллап бир текли тутас шардың инерция моменти ушын төмендегидей формула аламыз:

$$I = \frac{2}{5} mR^2.$$

Тутас цилиндрдиң көлденең көшерге салыстырғанлағы инерция моменти. Мейли көшер цилиндрдиң ултаны арғалы оның көлденең геометриялық көшери аркалы өтетуғын болсын (13-7 сүўрет). Айланыў көшеринен x қашықлығында массасы dm болған шексиз келте цилиндрди кесип аламыз. Оның инерция моменти ушын Гюйгенс-Штейнер теоремасына сәйкес

$$dI_A = dm \cdot x^2 + \frac{1}{4} dm \cdot R^2,$$

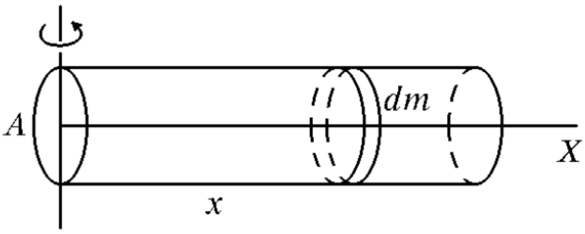
ал барлық цилиндрдиң инерция моменти ушын

$$I_A = \int x^2 dm + \frac{1}{4} R^2 \int dm$$

аңлатпаларын жаза аламыз. Оң тәрептеги биринши қосылыўшы формаллық жақтан бир текли шексиз жуқа цилиндр ушын алынған аңлатпаға сәйкес келеди. Сонлықтан бул қосылыўшының мәниси $\frac{1}{3}ml^2$ шамасына тең. Екинши қосылыўшы $\frac{1}{4}mR^2$ шамасына тең. Демек

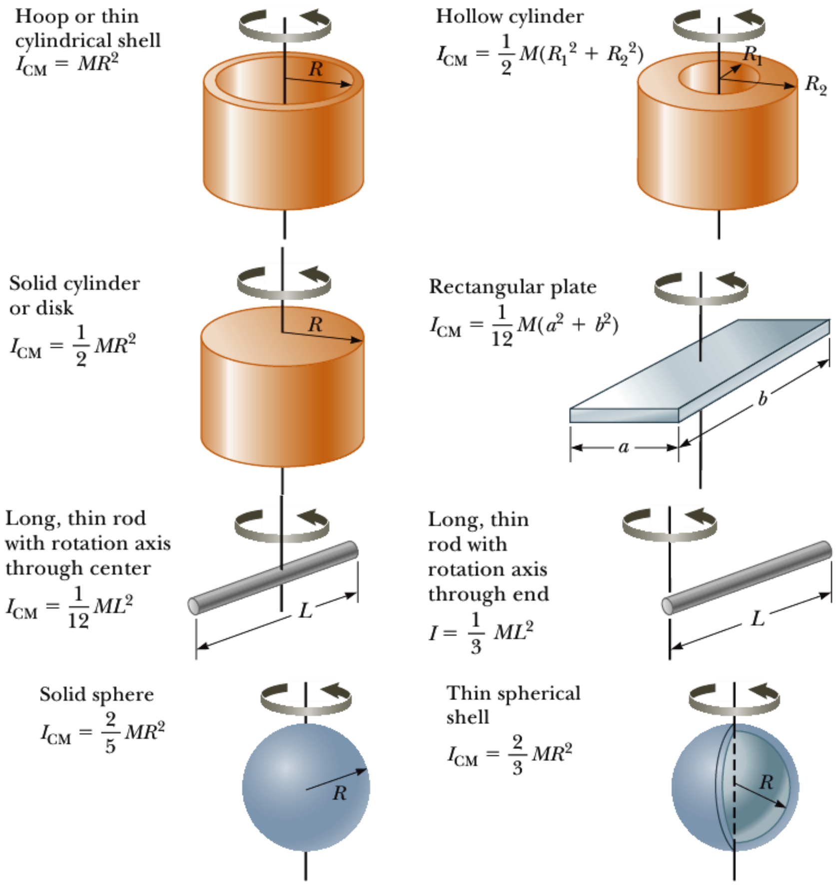
$$I_A = \frac{1}{3}ml^2 + \frac{1}{4}mR^2$$

формуласын аламыз. $R \to 0$ шегинде алынған формулалар шексиз киши стержень ушын алынған формулаларға өтеди.



13-7 сүўрет. Тутас цилиндрдиң көлденең көшерге салыстырғандағы инерция моментин есаплаў ушын арналған сүўрет.

Төменде ҳәр қыйлы формаларға ийе денелер ушын инерция моментлериниң шамалары инглиз тилинде берилген:



Айланыўшы қатты денелердиң кинетикалық энергиясы. Материаллық ноқаттың қозғалысы менен қатты дениниң қозғалмайтуғын қозғалысы арасындағы уқсаслықтың бар екенлигин басқа да мәселелерди шешкенде айқын түрде көринеди. Егер материаллық ноқат шеңбер бойынша қозғалатуғын болса, онда dφ мүйешине бурылғанда орынланатуғын элементар жумыстың мәниси

$$dA = F\,ds = Fr\,d\varphi = M\,d\varphi$$

шамасына тең болады. Егер биз қатты денени ω мүйешлик тезлиги менен айланатуғын материаллық ноқатлардың системасы деп карайтуғын болсақ, тап усындай аңлатпа алынады. Ишки күшлер есапқа алынбайды, себеби бул жағдайда олар жумыс ислемейди. Демек қозғалмайтуғын көшердиң дөгерегинде айланатуғын қатты денелер ушын

$$dA = M\ d\varphi$$

формуласына ийе боламыз. Күш моментиниң моментиниң орнын сыртқы күшлердиң моменти, ал сызықлы орын алмастырыўдың орнын мүйешлик орын алмастырыў ийелейди.

Айланыўшы катты денениң кинетикалық энергиясы

$$K = \frac{1}{2}\sum mv^2 = \frac{1}{2}\sum m(\omega r)^2 = \frac{\omega^2}{2}\sum mr^2 = \frac{1}{2}I\omega^2 = L^2/2I$$

аңлатпасы түринде бериледи. Бул аңлатпа материаллық нокат ушын жазылған кинетикалық энергияның аңлатпасын еске түсиреди.

Жоқарыда келтирилген аңлатпадан айланыўшы материаллық ноқаттың кинетикалық энергиясы ушын жазылған аңлатпаны алыў ушын

$$m \to I, \qquad v \to \omega, \qquad p \to L$$

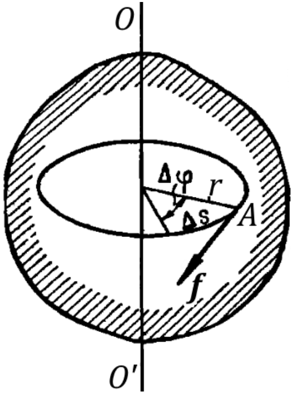
алмастырыўларын орынлаўымыз керек.

Биз жоқарыда алған нәтийжелеримизди қайтадан, айланыўға алып келетуғын күштиң жумысы сыпатында қарап шығамыз. Қатты дене жылжымайтуғын OO' көшериниң дөгерегинде айланып φ мүйешине бурылғандағы күшлер моменти M ниң ислеген жумысын анықлайық (13-2 сүўретте көрсетилген). Қатты денеге **f** күши түсирилсин. Бул күш өзи түсирилген траекторияға урынба бағытында бағытланған, ал OO’ көшерине салыстырғандағы моменти $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{fr}$ болсын.

Дене Δφ мүйешине бурылғанда күш түсирилген A ноқаты Δs доғасы узынлығына жылжыйды. Сонда $\boldsymbol{f}$ күшиниң ислеген жумысы $\Delta A = f \cdot \Delta s$ шамасына тең болады. $\Delta s = r \cdot \Delta\varphi$. Демек

$$\Delta A = \boldsymbol{f}\ \boldsymbol{r}\ \Delta\varphi$$

формуласын аламыз. Өз гезегинде $\boldsymbol{fr} = \boldsymbol{M}$ болғанлықтан $\Delta A = M \cdot \Delta\varphi$. Солай етип дене Δφ мүйешине бурылғанда исленген жумыс сан жағынан күш моменти менен буралыў мүйешиниң көбеймесине тең болатуғынлығын көремиз.



13-8 сүўрет.
Айланыўға алып келетуғын күштиң жумысы.

Егер $\boldsymbol{M}$ турақлы шама болатуғын болса дене шекли φ мүйешине бурылғанда исленетуғын жумыс

$$A = \mu \cdot \varphi$$

шамасына тең болады.

Енди берилген ω мүйешлик тезлиги менен қозғалмайтуғын көшер дөгерегинде айланатуғын қатты денени қарайық. Оның i –элементиниң кинетикалық энергиясы

$$\Delta E_{kin} = \frac{\Delta m_i\ v_i^2}{2}$$

шамасына тең болады. Бул аңлатпада Δm_i арқалы денениң i –элементиниң массасы, v_i арқалы сызықлық тезлиги белгиленген. $v_i = r_i\omega$ болғанлықтан

$$\Delta E_{kin} = \frac{\Delta m_i\ r_i^2\ \omega^2}{2}$$

формуласын аламыз. Ал қатты денениң айланбалы қозғалысының кинетикалық энергиясы оның жеке элементлериниң кинетикалық энергияларының қосындысына тең:

$$\Delta E_{kin} = \sum \frac{\Delta m_i\ r_i^2\ \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2}\sum \Delta m_i r_i^2.$$

Өз гезешинде $\sum \Delta m_i r_i^2 = I$ болғанлықтан кинетикалық энергия ушын ең ақырында

$$\Delta E_{kin} = \frac{I\omega^2}{2}$$

формуласына ийе боламыз.

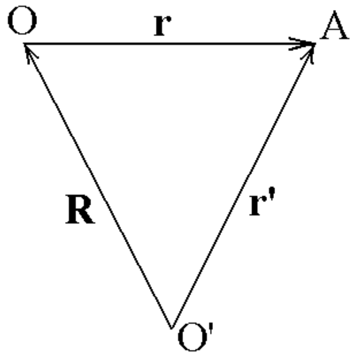
Демек қозғалмайтуғын көшер дөгерегинде айланыўшы қатты денениң кинетикалық энергиясының формуласы материаллық ноқаттың илгерилемели қозғалысының кинетикалық энергиясының формуласына уқсас екен. Илгерилемели қозғалыстағы масса m ниң орнын айланбалы қозғалыста инерция моменти I диң мәниси келеди.

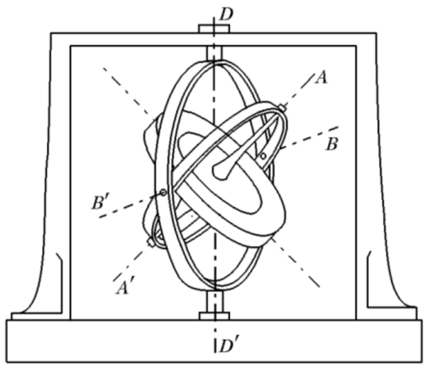
Гироскоп. Еркин гироскоптың қозғалысы. Айланып турған қатты денениң айланыў көшериниң бағытын сақлаў қәсийети, сондай-ақ сырттан тәсир түсирилгенде денениң көшери тәрепинен тиреўге тәсир етиўши күшлердиң өзгериўи ҳәр қыйлы техникалық мақсетлер ушын кеңнен пайдаланылады. ***Техникада қолланылатуғын жоқары тезлик пенен айланатуғын симметриялы денелерди әдетте гироскоп (зырылдаўық) деп атайды*** (13-8 сүўрет). Көпшилик жағдайларда гироскоп деп айланыў көшери кеңисликте бағытын өзгертетуғын айланып турыўшы қатты денеге айтамыз (гироскоп сөзи айланбалы қозғалысты анықлаўшы әсбап мәнисин береди). Гироскоплардың тез айланыўына байланыслы болған барлық физикалық қубылыслар ***гироскоплық қубылыслар*** деп аталады.

Геометриялық көшерге салыстырғанда симметрияға ийе гироскоплар симметриялық гироскоплар деп аталады. Бул көшерди ***геометриялық көшер*** ямаса ***гироскоп фигурасының көшери*** деп атайды. Физика илиминде симметриялық ҳәм симметриялық емес гироскоплар теориясы бар. Солардың ишинде симметриялық гироскоплар теориясы әпиўайы мазмунға ийе.

Әдетте гироскоптың кеминде бир ноқаты бекитилген болады. Бул ноқатты гироскоптың ***сүйениў ноқаты*** (тиреў нокаты) деп атаймыз. Улыўма жағдайда сүйениў ноқаты деп аталыўы ушын қозғалыс усы ноқатқа салыстырғанда қаралыўы керек.

Гироскоп кеңисликте еркин түрде қозғалыўы ушын ***кардан асыўы*** керек (13-9 сүўрет).





13-8 сүўрет. Қатты денениң улыўмалық қозғалысын изертлеўге арналған схема.

13-9 сүўрет. Кардан асыўындағы гироскоп.

Эйлер теоремасына муўапық қозғалмайтуғын О сүйеўи (тиреўи) болғандағы қозғалысты усы ноқат арқалы өтиўши бир заматлық көшер дөгерегидеги қозғалыс деп қараўға болады. $\boldsymbol{\omega}$ арқалы гироскоптың бир заматлық айланыў тезлигин белгилеймиз. О ноқатына салыстырғандағы импульс моменти $\boldsymbol{L}$ арқалы белгиленсин. Симметриялы гироскоп ушын $\boldsymbol{\omega}$ ҳәм $\boldsymbol{L}$ векторлары арасындағы байланысты табамыз. Егер $\boldsymbol{\omega}$ гироскоп фигурасы көшери бағытында ямаса оған перпендикуляр болса бул еки вектор ($\boldsymbol{L}$ ҳәм $\boldsymbol{\omega}$) өз-ара параллел. Бул жағдайдың дурыс екенлигине аңсат түрде көз жеткериўге болады. Гироскоп денесин ойымызда бирдей болған ҳәм гироскоп фигурасы көшерине салыстырғанда симметриялы жайласқан материаллық ноқатлар жупларына бөлемиз. Усындай жуп ноқатлардың О ноқатына салыстырғандағы импульс моменти (13-10 сүўрет)

$$d\boldsymbol{L} = dm[\boldsymbol{r}_1\ \boldsymbol{v}_1] + dm[\boldsymbol{r}_2\ \boldsymbol{v}_2].$$

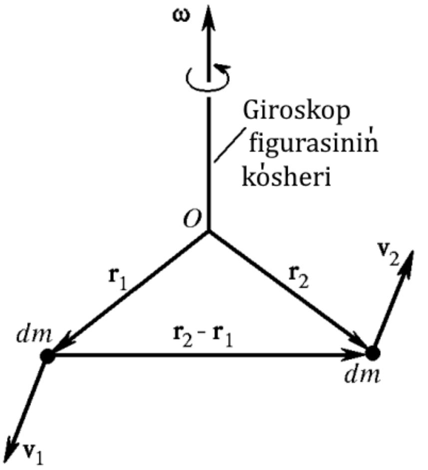
Бул аңлатпада dm арқалы ҳәр бир ноқаттың массасы белгиленген. Егер гироскоп өз фигурасының көшериниң дөгерегинде айланатуғын болса, огда $\boldsymbol{v}_1$ ҳәм $\boldsymbol{v}_1$ тезликлери өз ара тең ҳәм бағытлары бойынша қарама-қарсы болады. Бул жағдайда

$$d\boldsymbol{L} = dm[\boldsymbol{v}_2(\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1)].$$

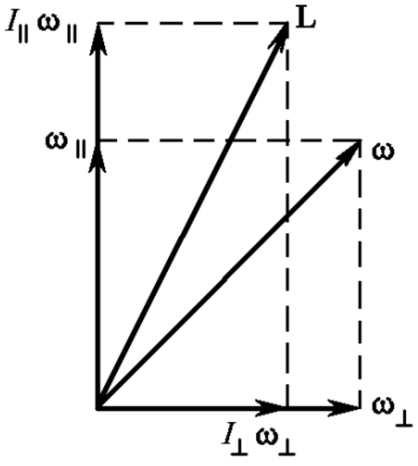
$\boldsymbol{v}_2$ ҳәм $\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$ векторлары айланыў көшерине перпендикуляр. Сонлықтан $d\boldsymbol{L}$ векторы ҳәм соның менен бирге гироскоптың өзиниң импульс моменти $\boldsymbol{L}$ айланыў көшериниң бағыты менен бағытлас. Шамасы бойынша $\boldsymbol{L}$ айланыў көшерине салыстырғандағы импульс моментине тең. Сонлықтан $\boldsymbol{L} = I_{||}\boldsymbol{\omega}$. Бул аңлатпада $I_{||}$ арқалы гироскоптың фигурасының көшерине салыстырғандағы инерция моменти белгиленген. Егер гироскоп өз фигурасының көшерине перпендикуляр көшер дөгерегинде айланатуғын болса $\boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{v}_1$ теңлиги орынланады. Сонлықтан

$$d\boldsymbol{L} = dm[\boldsymbol{v}_2(\boldsymbol{r}_2 + \boldsymbol{r}_1)]$$

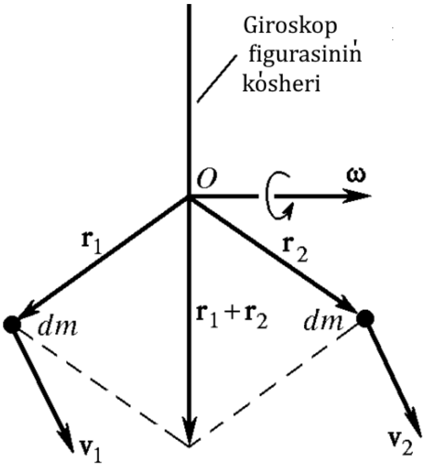
теңлигине ийе боламыз. Бул аңлатпада $d\boldsymbol{L}$ менен $\boldsymbol{L}$ векторларының айланыў көшериниң бағытында бағытланғанлығы көринип тур. Қала берсе $\boldsymbol{L} = I_{\perp}\boldsymbol{\omega}$. бул аңлатпада $I_{\perp}$ арқалы гироскоптың фигурасына перпендикуляр көшерге салыстырғандағы инерция моменти белгиленген.



13-10 сүўрет. Гироскоптың көшери менен айланыўы көшери өз-ара параллел болған жағдай.



13-11 сүўрет.



13-12 сүўрет. Гироскоптың көшери менен айланыўы көшери өз-ара перпендикуляр болған жағдай.

Ал гироскоптың фигурасы ықтыярлы көшер дөгерегинде айланатуғын болса $\boldsymbol{\omega}$ векторын гироскоп көшерине параллел болған $\boldsymbol{\omega}_{\parallel}$ ҳәм перпендикуляр $\boldsymbol{\omega}_{\perp}$ болған еки қураўшыға жиклеймиз (13-11 сүўретте көрсетилген). Анықлама бойынша импульс моменти гироскопты қураўшы материаллық ноқатлардың сызықлы тезликлери арқалы аңлатылады. Өз гезегинде бул тезликлер гироскоптың ҳәмме ноқатларында бирдей мәниске ийе болған мүйешлик тезлик векторы $\boldsymbol{\omega}$ арқалы есапланады. Демек $\boldsymbol{L}$ векторы $\boldsymbol{\omega}$ векторының жәрдеминде анықланады екен. Олай болса

$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}_{\parallel} + \boldsymbol{\omega}_{\perp})$ аңлатпасын жазамыз ямаса жоқарыда айтылған сызықлылықты басшылыққа алсақ

$$\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}_{\parallel}) + \boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}_{\perp})$$

формуласына ийе боламыз. Егер гироскоп өз фигурасының әтирапында $\boldsymbol{\omega}_{\parallel}$ жийилиги менен айланса $\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}_{\parallel})$ функциясы гироскоптың импульс моментине тең болған болар еди. Демек $\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}_{\parallel}) = \boldsymbol{I}_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel}$. Тап сол сыяқлы $\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\omega}_{\perp}) = I_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp}$. Нәтийжеде

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{I}_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel} + I_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp}$$

теңлигине ийе боламыз. Бул формуланы пайдаланып егер $\boldsymbol{\omega}$ векторы белгили болса $\boldsymbol{L}$ векторының шамасын 13-11 сүўретте берилген схемадан аңсат табыўға болады. Сол Схемада $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{\omega}$ векторларының ҳәм гироскоптың көшериниң бир тегисликте жататуғынлығы көринип тур. Бирақ улыўма жағдайларда $\boldsymbol{L}$ ҳәм $\boldsymbol{\omega}$ векторларының бағытлары бир бирине сәйкес келмейди.

Егер жоқарыда келтириген $K = E_{kin} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{L\omega})$ формуласынан пайдаланатуғын болсақ, онда $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{I}_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel} + I_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp}$ формуласынан айланып турған гироскоптың кинетикалық энергиясы ушын төмендегидей еки аңлатпа аламыз:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\left(I_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp}^2 + I_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel}^2\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{L_{\perp}^2}{I_{\perp}} + \frac{L_{\parallel}^2}{I_{\parallel}}\right).$$

Демек **симметриялық гироскоптың кинетикалық энергиясы еки айланыўшы қозғалыстың кинетикалық энергияларының қосындысынан турады екен: биринши айланыўшы қозғалыс фигура көшери дөгерегиндеги, ал екиншиси оған перпендикуляр көшер дөгерегиндеги қозғалыс болып табылады**.

Әмелде (әдетте) гироскоплар барлық ўақытта өзлериниң фигурасының көшери дөгерегинде тез айландырылады. Бул тез айланысқа салыстырғанда аныў ямаса мынаў себептиң салдарынан пайда болатуғын перпендикуляр көшердиң әтирапындағы айланыс барлық ўақытта әсте ақырынлық пенен болады. Бундай жағдайда $\boldsymbol{L}$ ҳәм **ω** векторларының бағытлары арасындағы айырма жүдә киши болады. Усы бағыттың екеўи де гироскоптың көшериниң бағытына дерлик сәйкес келеди.

Гироскоптың фигурасының көшериниң оң бағыты ретинде мүйешлик тезлик **ω** векторының бағыты менен сәйкес келетуғын ямаса (дурысырағы) оның менен сүйир мүйеш жасайтуғын бағытты алады. Егер тиреў ноқаты O дан гироскоптың оң бағытына қарай бағытланған бир бирлик узынлықтағы OS кесиндисин жүргизетуғын болсақ, онда бул кесиндиниң ақыры болған S ноқаты ***гироскоптың төбеси*** деп аталады. Егер гироскоптың төбесиниң қозғалысы ҳәм фигура көшери дөгерегиндеги айланысының мүйешлик тезлиги белгили болса, онда гироскоптың қозғалысы толық анықланған деп есапланады. Сонлықтан ***гироскоплар теориясының тийкарғы мәселеси гироскоптың төбесиниң қозғалысын ҳәм фигураның көшери әтирапындағы оның айланыўшы қозғалысының мүйешлик тезлигин табыўдан ибарат болады***.

Гироскоптың теориясы жоқарыда гәп етилген толығы менен моментлер теңлемесине тийкарланған:

$$\dot{\boldsymbol{L}} = \boldsymbol{M}.$$

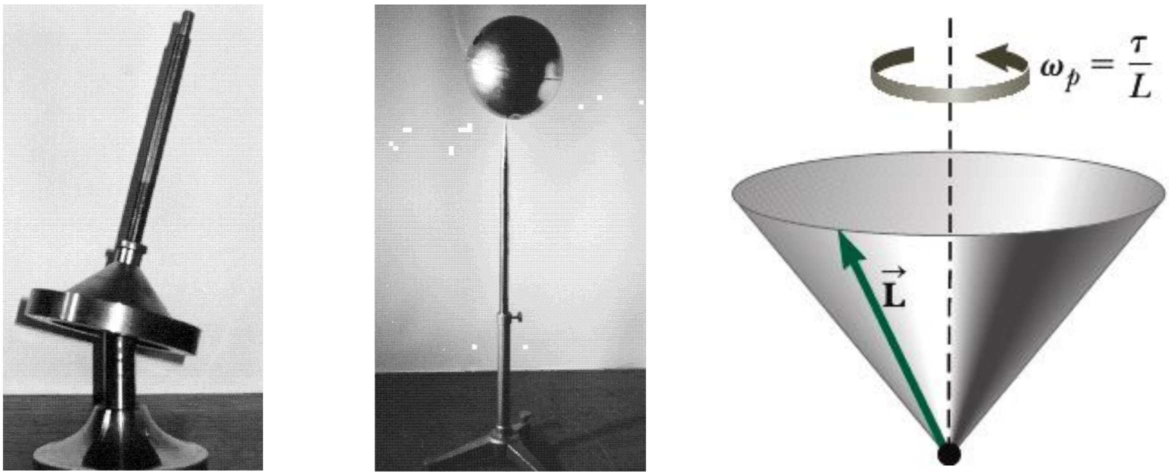
$\boldsymbol{L}$ ҳәм $\boldsymbol{M}$ моментлери гироскоптың тиреў ноқаты O ға салыстырғанда алынады. Егер сыртқы күшлер моменти $\boldsymbol{M}$ нолге тең болса гироскоп ***еркин гироскоп*** деп аталады. Еркин гироскоп ушын $\dot{\boldsymbol{L}} = 0$ ҳәм усыған сәйкес

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel} + \boldsymbol{L}_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp} = const$$

теңлемесиниң орынлы болатуғынлығын көремиз. Бул теңлеме гироскоптың импульс моментиниң сақланатуғынлығын аңлатады. Енди алынған теңлемеге энергияның сақланыў нызамы болған $E_{kin} \equiv \frac{1}{2}(\boldsymbol{L\omega}) = \frac{1}{2}\left(I_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp}^2 + I_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel}^2\right) = const$ аңлатпасын бириктириў керек. Бул аңлатпа да моментлер теңлемеси $\dot{\boldsymbol{L}} = \boldsymbol{M}$ формуласының нәтийжеси болып табылады. Егер $\boldsymbol{L}$ ушын ҳәзир ғана алынған теңлемени квадратқа көтерсек, онда

$$I_{\parallel}^2\omega_{\parallel}^2 + I_{\perp}^2\omega_{\perp}^2 = const$$

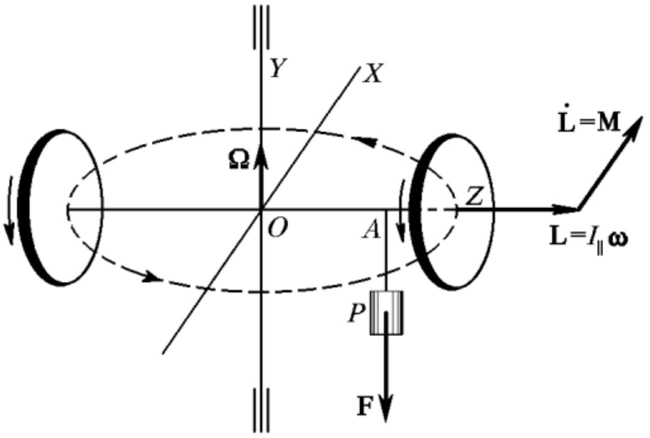
аңлатпасын аламыз. Усы теңлемеден ҳәм усы теңлемениң алдындағы теңлемеден мынадай жуўмақ шығарамыз: ***еркин гироскоп қозғалғанда $\omega_\parallel$ ҳәм $\omega_\perp$ векторларының узынлықлары турақлы болып қалады***. Усының менен бирге ***импульс моментиниң еки қураўшысы болған $L_\parallel = I_\parallel \omega_\parallel$ ҳәм $I_\perp = L_\perp \omega_\perp$ шамалары да турақлы болып калады. Демек L ҳәм ω векторлары арасындағы мүйеш те турақлы мәниске ийе болады***. $L_\parallel$ ҳәм $I_\perp$ шамаларының турақлы болып қалатуғынлығынан ***L векторының бағыты менен гироскоптың фигурасының көшери арасындағы мүйештиң де турақлы болатуғынлығы келип шығады***. Ўақыттың ҳәр бир моментинде гироскоп фигурасының көшери бир заматлық көшер дөгерегинде ω мүйешлик тезлиги менен айланады. Ал жоқарыда көргенимиздей **ω** ҳәм ***L*** векторлары гироскоп фигурасының көшери менен бир тегисликте жатады. ***L*** векторы кеңисликте өзиниң бағытын өзгериссиз сақлағынлықтан бир заматлық көшер усы өзгермейтуғын бағыт дөгерегинде сол **ω** мүйешлик тезлиги менен айланады. Бул айтылғанлардың барлығы еркин гироскоптың айланыўшы қозғалысының 13-11 ҳәм 13-13 сүўретлерде көрсетилгендей картиналарына алып келеди:



13-13 сүўрет. Гироскоптың прецессиясы.

Ҳәр бир ўақыт моментиндеги еркин гироскоптың айланыўы сүйениў ноқаты арқалы өтиўши бир заматлық көшер дөгерегинде айланыў болып табылады. Ўақыттың өтиўи менен бир заматлық көшер ҳәм L векторы денедеги орнын өзгертеди жәнe гироскоп фигурасы көшери дөгерегинде ω мүйешлик тезлиги менен конуслық бет сызады. Кеңисликтеги L векторының бағыты турақлы болып қалады. Гироскоптың фигурасының көшери ҳәм бир заматлық көшер усы бағыт дөгерегинде сол мүйешлик тезлик пенен тең өлшемли қозғалады. Усындай қозғалыс гироскоптың прецессиясы (гироскоптың еркин прецессиясы) ***деп атайды*** (13-13 сүўрет).

Сыртқы күшлердиң тасириндеги гироскоп. Жуўық теория. Гироскоптың қозғалысының ең қызықты түри ***мәжбүрий прецессия*** болып табылады. Бундай мәжбүрий прецессия сыртқы күшлердиң тәсиринде жүзеге келеди. Оны аңсат бақлаў мүмкин болған қурылыстың схемасы 13-14 сүўретте келтирилген. Бул гироскоп улыўмалық көшерге еркин түрде отырғызылған еки маховиктен турады. Гироскоп тек өз фигурасының көшери OZ әтирапында ғана емес, ал вертикал ҳәм горизонт бағытындағы OY ҳәм OX көшерлери дөгерегинде де айланатуғын қылып соғылған. Бундай гироскоп ҳаққында гәп еткенде ол ***үш еркинлик дәрежесине*** ийе деп айтады. Гироскоп фигурасының көшериниң қандай да бир A ноқатына турақлы ***F*** күшин түсиремиз (мысалы бул ноқатқа салмағы *P* болған жүк илдиремиз). Маховиклер айланбай турған ўақытта әдеттеги қубылыс орын алады: жүктиң салмағының тәсиринде оң маховик төменге қарай түсе баслайды, ал шеп тәрептеги маховик көтериледи.



13-14 сүўрет. Улыўмалық көшерге отырғызылган еки маховикке ийе гироскоп.

Егер маховиклер бир тәрепке қарай алдын ала айландырылған болса, онда қозғалыс пүткиллей басқаша көриниске ийе болады. Бул жағдайда оң тәрептеги маховик төменге қарай қозғалмайды, ал OY вертикал көшери дөгерегинде турақлы тезлик пенен әсте ақырын айлана баслайды. Бундай айланысты ***мәжбүрий прецессия*** деп атаймыз. Бундай мәжбүрий прецессия ***гироскоптың жуўық теориясы*** тийкарында аңсат түсиндириледи.

Әдетте тәжирийбелер қойыўшылар ямаса изертлеўшилер гироскопларды олардың фигуралары көшерлериниң дөгерегинде тез айландырыўға тырысады. Бирақ басқа да себеплердиң нәтийжесинде гироскоп перпендикуляр көшер дөгерегинде де айлана баслайды. Тек гироскоплық эффектлерге тийисли болған эффектлер усындай қосымша айланыслар гироскоп фигурасы көшери дөгерегиндеги айланысқа салыстырғанда жүдә әстелик пенен болғанда жақсы бақланады. Жуўық теорияда сол қосымша айланыслар есапқа алынбайды. Жоқарыда алынған $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel} + \boldsymbol{L}_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp} = const$ формуласынан екинши қосылыўшыны таслап, нәтийжеде

$$\boldsymbol{L} \approx \boldsymbol{L}_{\parallel}\boldsymbol{\omega}_{\parallel} \approx \boldsymbol{L}_{\perp}\boldsymbol{\omega}_{\perp}$$

аңлатпасына ийе боламыз. Бундай жуўықлаўда $\boldsymbol{\omega}$ ҳәм $\boldsymbol{L}$ векторлары бир биринен бағытлары бойынша айрылмайды, олардың екеўи де гироскоптың фигурасы көшери бағытында бағытланған. Сонлықтан оның фигурасы көшериниң қозғалысы менен байланыслы $\dot{\boldsymbol{L}} = \boldsymbol{M}$ түриндеги теңлеме менен тәрийипленген $\boldsymbol{L}$ векторының бағытының өзгериси бойынша гәп етиў мүмкин. Егер $\boldsymbol{L}$ ди радиус-вектор деп қарасақ, онда $\dot{\boldsymbol{L}}$ туўындысы геометриялық жақтан $\boldsymbol{L}$ векторының ушының қозғалыс тезлигине тең болады. Сыртқы күш $\boldsymbol{F}$ ти гироскоптың фигурасының көшерине түсирилген деп есаплаймыз. Бул күштиң моменти $\boldsymbol{M} = [\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{F}]$ шамасына тең ($\boldsymbol{a}$ арқалы гироскоптың тиреў ноқатынан $\boldsymbol{F}$ күши түсирилген ноқатқа шекемги аралық белгиленген). $\dot{\boldsymbol{L}} = \boldsymbol{M}$ теңлемесине сәйкес "тезлик" векторы $\dot{\boldsymbol{L}}$ гироскоптың фигурасының көшери Z ке перпендикуляр. Усындай күш моменти тек $\boldsymbol{L}$ векторының бағытын ғана өзгертип, оның узынлығын өзгерте алмайды. Демек егер сыртқы күштиң шамасы $\boldsymbol{F}$ турақлы болса, онда $\boldsymbol{L}$ векторы ҳәм соның менен бирге гироскоптың көшери OY көшери дөгерегинде тең өлшеўли айланыўы керек. Бул айланыў ***мәжбүрий прецессия*** болып табылады. Бул мысалдағы прецесияның мүйешлик тезлиги векторы (оны $\boldsymbol{\Omega}$ арқалы белнилеймиз) OY көшерине параллел.

Егер 13-14 сүўреттеги маховиклердиң биреўин бир тәрепке, ал екиншисин тап сондай тезлик пенен қарма-қарсы тәрепке қарай айландырсақ, онда ҳеш қандай прецессия жүзеге келмейди. Бул жағдайда $\boldsymbol{L} = 0$ ҳәм жүктиң салмағы P ның тәсиринде гироскоп горизонт бағытындағы OX көшериниң дөгерегинде маховиклер айланбай турған ўақыттағыдай болып бағытын бурады.

Енди $\boldsymbol{\Omega}$ векторының узынлығын табамыз. $\boldsymbol{L}$ векторы тек прецессияның мүйешлик тезлиги $\boldsymbol{\Omega}$ шамасы менен айланыўдың салдарынан өзгереди. Оның ушының сызықлы тезлиги ушын, яғный $\dot{\boldsymbol{L}}$ туўындысы ушын $\dot{\boldsymbol{L}} = [\boldsymbol{\Omega L}]$ аңлатпасын жазыўға болады. Сонлықтан $\dot{\boldsymbol{L}} = \boldsymbol{M}$ қатнасы мынаны береди:

$$[\boldsymbol{\Omega L}] = \boldsymbol{M}.$$

Бул теңлеме жәрдеминде прецессияның мүйешлик тезлиги $\boldsymbol{\Omega}$ ны табыўға болады. Биз қараған мысалда $\boldsymbol{\Omega}$ векторы гироскоптың фигурасының көшерине перпендикуляр. Сонлықтан:

$$\Omega = \frac{M}{L} = \frac{M}{L_{\parallel}\omega}$$

Гироскоптың фигурасының көшери прецессия орын алатуғын көшерге қарай еңкейген жағдайда да (бунық улыўмалық жағдай екенлигин аңғарамыз) $\boldsymbol{\Omega}$ векторын аңсат табыўға болады. Бунық ушын $[\boldsymbol{\Omega L}] = \boldsymbol{M}$ түриндеги теңлемеге $\boldsymbol{M} = [\boldsymbol{aF}] = a[\boldsymbol{sF}]$ аңлатпасын қоямыз ($\boldsymbol{s}$ арқалы гироскоптың көшериниң бойындағы бирлик вектор белгиленген). Жуўық теория $\boldsymbol{L}$ векторының ҳәм гироскоптың көшериниң бағытларындағы айырмаларды есапқа алмайтуғын болғанлықтан $\boldsymbol{L} = L\boldsymbol{s}$ аңлатпасын жаза аламыз. Усының нәтийжесинде биз излеп атырған аңлатпа

$$L[\boldsymbol{\Omega s}] = a[\boldsymbol{sF}]$$

түрине түрленеди. Буннан

$$\boldsymbol{\Omega} = -\frac{a}{L}\boldsymbol{F} = -\frac{a}{I_{\parallel}\omega_{\parallel}}\boldsymbol{F}$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Жоқарыда айтылған гәплердиң барлығы $\Omega \ll \omega$ болған жағдай, яғный тез айланатуғын гироскоп ушын дурыс болады. ***Егер гироскоптың фигурасы әтирапындағы айланыў тезлиги ω оған перпендикуляр болған көшер дөгерегиндеги айланыў тезлиги*** $\omega_{\perp}$ ***шамасынан жүдә үлкен болса, онда гироскоптың айланыўы тез деп есапланады***. Дара жағдайда гироскоптың өзиниң фигурасы көшери дөгерегиндеги айланыў тезлиги прецессия тезлиги Ω дан жүдә үлкен болыўы керек. Техникада қолланылатуғын гироскоплар ушын Ω ның мәниси ω ның мәнисинен миллионлаған есе киши болады.

Қосымшалар: Гироскоплар ҳаққында "Физикалық энциклопедиялық сөзлик" тен:

Үш еркинлик дәрежесине ийе тыныш айланып турған гироскоплардың ***биринши қәсийети***: гироскоптың фигурасының көшери дүньялық кеңисликте өзиниң дәслепки берилген бағытын турақлы етип услап турыўға тырысады. Егер усы көшер дәслеп қандай да бир жулдызға қарап бағытланған болса, онда гироскопты қәлеген орынға көширгенде де Жер менен байланыслы көшерлерге салыстырғандағы бағытын озгертип сол жулдызға қарап бағытланған ҳалын сақлайды.

Гироскоптың ***екинши қәсийети*** оның көшерине гироскопты қозғалысқа келтириўге бағытланған күш (ямаса қос күш) тәсир еткенде бақланады. Усы күштиң тәсиринде фигурасы көшериниң дөгерегинде айланып турған гироскоп күштиң бағытында емес, ал усы күштиң бағытына перпендикуляр бағытта аўысады (бул қәсийет жоқарыда айтылған прецессия болып табылады).

14-санлы лекция. Галилейдиң салыстырмалық принципи ҳәм Галилей түрлендириўлери

Қарап шығылатуғын мәселелер: Галилейдиң салыстырмалық принципи. Координаталарды геометриялық жақтан алмастырыў. Ҳәр қандай есаплаў системалары арасындағы физикалық өтиўлер. Инерциал есаплаў системалары.

Координаталарды түрлендириў мәселеси әдетте геометриялық мәселе болып табылады. Мысалы Декарт, поляр, цилиндрлик, сфералық ҳәм басқа да координаталар системалары арасында өз-ара өтиў әпиўайы математикалық түрлендириў жәрдеминде әмелге асырылады.

Координаталарды физикалық түрлендириў. Ҳәр қыйлы есаплаў системалары байланысқан ҳәр қыйлы материаллық денелер бир бирине салыстырғанда қозғалыста болыўы мүмкин. Ҳәр бир есаплаў системасында өз координата көшерлери жүргизилген, ал сол системалардың ҳәр қыйлы ноқатларындағы ўақыт сол ноқат пенен байланысқан саатлардың жәрдеминде өлшенетуғын болсын. Бир бирине салыстырғанда қозғалыста болатуғын есаплаў системаларындағы координаталар менен ўақыт қалайынша байланысқан деген сораў келип туўады. **Қойылған сораўға жуўаптың тек геометриялық көз-қарастың жәрдеминде берилиўи мүмкин емес. Бул физикалық мәселе**. Бул мәселе ҳәр қыйлы системалар арасындағы салыстырмалы тезлик нолге тең болғанда ҳәм сол есаплаў системалары арасындағы физикалық айырма жоғалғанда (яғный бир неше системалар бир системаға айланғанда) ғана геометриялық мәселеге айланады.

Инерциал есаплаў системалары ҳәм салыстырмалық принципи. Қатты денениң ең әпиўайы болған қозғалысы оның илгерилемели тең өлшеўли туўры сызықлы қозғалысы болып табылады. Усы жағдайға сәйкес есаплаў системасының ең әпиўайы салыстырмалы қозғалысы илгерилемели, тең өлшеўли ҳәм туўры сызықлы қозғалысы болып табылады. Шәртли түрде сол системалардың биреўин қозғалмайтуғын, ал екиншисин қозғалыўшы система деп қабыл етемиз. Ҳәр бир системада декарт координаталар системасын жүргиземиз. К қозғалмайтуғын есаплаў системасындағы координаталарды (x, y, z) деп, ал қозғалыўшы K' системасындағы координаталарды (x', y', z') ҳәриплери жәрдеминде белгилеймиз. Қозғалыўшы системадағы шамаларды қозғалмайтуғын системадағы шамалар белгиленген ҳәриплердиң жәрдеминде штрих белгисин қосып белгилеймиз деп келисип аламыз. Енди бир бирине салыстырғанда қозғалыўшы ҳәр бир есаплаў системасында физикалық қубылыслар қалай жүреди деген әҳмийетли сораўға жуўап бериўимиз керек.

Бул сораўға жуўап бериўимиз ушын сол есаплаў системаларындағы физикалық қубылыслардың өтиўин үйрениийимиз керек. Көп ўақытлардан бери Жердиң бетине салыстырғанда тең өлшеўли туўры сызықлы қозғалатуғын координаталарға салыстырғандағы механикалық қубылыслардың өтиў избе-излиги бойынша сол қозғалыс ҳаққында ҳеш нәрсени айтыўға болмайтуғынлығы мәлим болды. Жағаға салыстырғанда тыныш қозғалатуғын кораблдиң кабиналары ишинде механикалық процесслер жағадағыдай болып өтеди. Ал, егер Жер бетинде анығырақ тәжирийбелер өткерилсе Жер бетиниң жулдызларға салыстырғандағы қозғалысының бар екенлиги жүзеге келеди (мысалы Фуко маятниги менен өткерилген тәжирийбе). Бирақ бул жағдайда Жер бетиниң жулдызларға салыстырғандағы тезлиги емес, ал тезлениўи анықланады. Ал **көп сандағы тәжирийбелер қозғалмайтуғын жулдызларға салыстырғанда, яғный бир бирине салыстырғанда тең өлшеўли туўры сызық бойынша қозғалатуғын**

барлық есаплаў системаларында барлық механикалық қубылыслардың бирдей болып өтетуғынлығын айқын түрде көрсетти. Усының менен бирге тартылыс майданын (гравитация майданын) есапқа алмайтуғындай дәрежеде киши (әззи) деп есапланады. Бундай есаплаў системаларында Ньютонның инерция нызамы орынланатуғын болғанлықтан оларды инерциялық есаплаў системалары деп аталады.

Галилей тәрепинен биринши рет усынылған барлық инерциялық есаплаў системаларында механикалық қубылыслар бирдей болып өтеди (барлық механикалық нызамлар бирдей түрге ийе болады) деген тастыйықлаў **Галилейдиң салыстырмалық принципи** деп аталады.

Ертерек ўақытлары көпшилик авторлар усы мәселени түсиндиргенде "Галилейдиң салыстырмалық принципи" түсинигиниң орнына "Ньютон механикасындағы салыстырмалық принципи" деген түсиниктен пайдаланды (мысалы О.Д.Хвольсон).

Кейинирек басқа да көпшилик, соның ишинде электромагнитлик қубылыслар үйренилгеннен кейин бул принциптиң қәлеген қубылыс ушын орын алатуғынлығы мойынлана баслады. Сонлықтан барлық инерциал есаплаў системаларында барлық физикалық қубылыслар бирдей болып өтеди (барлық физикалық нызамлар бирдей түрге ийе болады) деп тастыйықлайтуғын салыстырмалық принцип арнаўлы салыстырмалық теориясының салыстырмалық принципи ямаса әпиўайы түрде салыстырмалық принципи деп атала баслады. Ҳәзирги ўақытлары бул принциптиң механикалық ҳәм электромагнит қубылыслары ушын дәл орынланатуғынлығы көп экспериментлер жәрдеминде дәлилленди. Соған қарамастан **салыстырмалық принципи постулат болып табылады**. Себеби еле ашылмаған физикалық нызамлар, қубылыслар көп. Соның менен бирге физика илими қаншама раўажланған сайын еле ашылмаған жаңа машқалалардың пайда бола бериўи сөзсиз. Сонлықтан салыстырмалық принципи барқулла постулат түринде қала береди.

Салыстырмалық принципи геометриясы Евклидлик болған, бирден-бир ўақытқа ийе шексиз көп санлы есаплаўлар системалары бар деген болжаўға тийкарланған. Кеңислик-ўақыт бойынша қатнаслар ҳәр бир есаплаў системасында бирдей, бул белгиси бойынша координаталар системаларының бир биринен парқы жоқ. Усындай болжаўдың дурыслығы көп санлы экспериментлерде тастыйықланған. Тәжирийбе бундай системаларда Ньютонның биринши нызамының орынланатуғынлығын көрсетеди. **Сонлықтан бундай системалар инерциаллық системалар деп аталады. Бундай системалар бир бирине салыстырғанда тең өлшеўли туўры сызық бойынша қозғалады**.

Биз ҳәзир анықлық ушын арнаўлы салыстырмалық теориясының салыстырмалық принципи ҳаққында оның авторы А.Эйнштейнниң 1905-жылы жарық көрген "Қозғалыўшы денелер электродинамикасына" атлы мақаласынан үзинди келтиремиз:

"Усыған усаған мысаллар ҳәм Жердиң "жақтылық орталығына" салыстырғандағы тезлигин анықлаўға қаратылған сәтсиз тырысыўлар тек механикада емес, ал электродинамикада да қубылыслардың ҳеш бир қәсийети абсолют тынышлық түсинигине сәйкес келмейди деп болжаўға алып келеди. Қала берсе (биринши дәрежели шамалар ушын дәлилленгенлигиндей) механиканың теңлемелери дурыс болатуғын барлық координаталар системалары ушын электродинамикалық ҳәм оптикалық нызамлар да дурыс болады. Бул болжаўды (оның мазмунын биз буннан былай "салыстырмалық принципи" деп атаймыз) биз тийкарға айландырмақшымыз ҳәм буннан басқа усыған қосымша биринши қарағанда қарама-қарсылыққа ийе болып көринетуғын және бир болжаў, атап айтқанда жақтылық бослықта оны нурландыратуғын денениң қозғалыс ҳалынан ғәрезсиз барлық ўақытта да белгили бир V тезлиги менен тарқалады деп болжаймыз".

Галилей түрлендириўлери. Қозғалыўшы координаталар системасы қозғалмайтуғын координаталар системасына салыстырғанда ҳәр бир ўақыт моментинде белгили бир аўҳалда болады (Ескертиў: Бириншиден аўҳалда болады деп айтылғанда қозғалыўшы координаталар системасының кеңисликтеги белгили бир орынды ийелейтуғынлығы инабатқа алынады. Екиншиден "координаталар системасы" ҳәм "есаплаў системасы" түсиниклери бир мәнисте қолланылып атыр). Егер координаталар системаларының баслары $t = 0$ ўақыт моментинде бир ноқатта жайласатуғын болса, t ўақыттан кейин қозғалыўшы системаның басы $x = vt$ ноқатында жайласады. Сонлықтан да, егер қозғалыс тек x көшериниң бағытында болғанда

$$x' = x - vt,\ y' = y,\ z' = z,\ t' = t. \qquad (1)$$

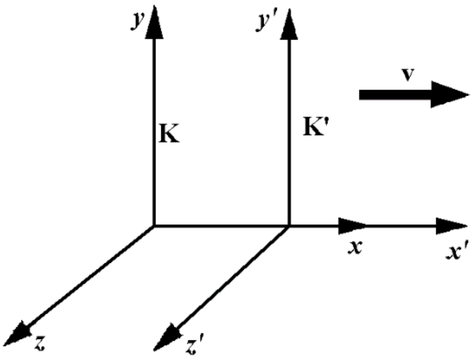
Бул формулалар Галилей түрлендириўлери деп аталады.

Егер штрихлары бар координаталар системасынан штрихлары жоқ системаға өтетуғын болсақ тезликтиң белгисин өзгеритўимиз керек. Сонда

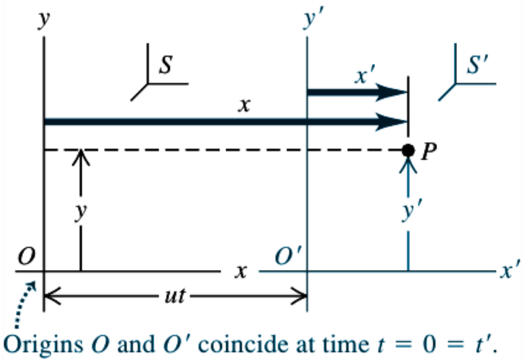
$$x = x' + vt,\ y = y',\ z = z',\ t = t'. \qquad (2)$$

формулаларын аламыз.

(2)-аңлатпа (1)-аңлатпадан теңлемелерди шешиў жолы менен емес, ал (1)-аңлатпаға салыстырмалық принципин қолланыў арқалы алынғанлығына итибар бериў керек.



1-*а* сүўрет. Штрихланған ҳәм штрихланбаған координаталар системаларының бир бирине салыстырғандағы қозғалысы. x ҳәм x' көшерлерин өз-ара параллел етип алыў ең әпиўайы жағдай болып табылады.



1-а сүўрет еки өлшемли жағдай ушын көрсетилген. Бул сүўретте есаплаў системалары S ҳәм S' арқалы, ал тезлик u арқалы белгиленген. t=0 ўақыт моментинде O ҳәм O' ноқатлары бир ноқатта жайласқан.

Координаталар системасын бурыў ямаса есаплаў басын өзгертиў арқалы координаталар системасының жүдә әпиўайы түрдеги өз-ара жайғасыўларын пайда етиўге болады.

Түрлендириў инвариантлары. Координаталарды түрлендиргенде көпшилик физикалық шамалар өзлериниң сан мәнислерин өзгертиўи керек. Мәселен ноқаттың кеңисликтеги аўҳалы (x, y, z) үш санының жәрдеминде анықланады. Әлбетте екинши системаға өткенде бул санлардың мәнислери өзгереди.

Егер физикалық шама координаталарды түрлендиргенде өз мәнисин өзгертпесе, ондай шамалар сайлап алынған координаталар системаларына ғәрезсиз болған объектив әҳмийетке ийе болады. Бундай шамалар түрлендириў инвариантлары деп аталады.

Инвариант шамалар төмендегилер жоллар менен табылады табылады:

Узынлық l еки есаплаў системасында да бирдей, яғный

$$l = \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \qquad (3)$$

теңлиги орынланады. Булдай жағдайда l шамасын Галилей түрлендириўине қарата инвариант шама деп атайды. **Бундай жағдайды кеңисликтиң абсолютлиги деп атаймыз**.

Бир ўақытлық түсинигиниң абсолютлиги. Галилейдиң салыстырмалық принципи бойынша барлық инерциал есаплаў системасында ўақыт бирдей тезликте өтеди (яғный саатлар бирдей тезликте жүреди). Демек бир системада белгили бир ўақыт моментинде жүз беретуғын ўақыялар екинши системада да тап сол ўақыт моментлеринде жүз береди. **Бундай жағдайды ўақыттың абсолютлиги деп атайды.** Сонлықтан сайлап алынған системадан ғәрезсиз еки ўақыяның бир ўақытта жүз бергенлигин тастыйықлаў абсолют характерге ийе болады.

Ўақыт интервалының инвариантлылығы. $t = t'$ түрлендиў формуласының жәрдеминде ўақыт интервалын түрлендириў мүмкин. Мейли қозғалыўшы системада t_1' ҳәм t_2' ўақыт моментлеринде еки ўақыя жүз берсин. Усы еки ўақыя арасындағы интервал

$$\Delta t = t_2 - t_1. \qquad (4)$$

Қозғалмайтуғын есаплаў системасында бул ўақыялар $t_1 = t_1'$ ҳәм $t_2 = t_2'$. ўақыт моментлеринде болып өтти. Сонлықтан

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_2' - t_1' \qquad (5)$$

теңликлерине ийе боламыз. Демек ўақыт интервалы Галилей түрлендириўлериниң инварианты болып табылады.

Ньютон теңлемелериниң Галилей түрлендириўлерине қарата инвариантлылығы. Тезликлерди қосыў ҳәм тезлениўдиң инвариантлылығы. Штрихлары бар есаплаў системасы қозғалмайтуғын штрихланған есаплаў системасына салыстырғанда V тезлиги менен қозғалатуғын болсын ҳәм биз қарап атырған материаллық ноқат қозғалатуғын, ал координаталар ўақытқа ғәрезлилиги

$$x' = x'(t'),\ y' = y'(t'),\ z' = z'(t') \qquad (6)$$

формулаларының жәрдеминде берилген болсын. Бундай жағдайда тезликтиң қураўшылары

$$v_x' = \frac{dx'}{dt'}, \qquad v_y' = \frac{dy'}{dt'}, \qquad v_z' = \frac{dz'}{dt'} \qquad (7)$$

түринде жазылады. Қозғалмайтуғын есаплаў системасына келсек

$$x(t) = x'(t') + vt',\ \ y(t) = y'(t'),\ \ z(t) = z'(t'),\ \ t = t' \qquad (8)$$

ал тезликтиң қураўшылары төмендегидей теңликлердиң жәрдеминде бериледи:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + V\frac{dt'}{dt} = \frac{dx'}{dt'} + V\frac{dt'}{dt'} = v'_x + V, \qquad (9)$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} = \frac{dy'}{dt'},$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = \frac{dz'}{dt'},$$

формулаларының жәрдеминде анықланады.

Бул формулалар классикалық релятивистлик емес механиканың тезликлерди қосыў формулалары болып табылады.

Соңғы формулалар [(9)-формулалар] жәрдеминде биз тезлениў ушын аңлатпалар алыўымыз мүмкин. Оларды дифференциаллаў арқалы ҳәм $dt = dt'$ теңлиги орынланады деп есапласақ

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt'^2}, \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y'}{dt'^2}, \qquad \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z'}{dt'^2} \qquad (10)$$

теңликлериниң орын алатуғынлығына ийе боламыз. **Бул формулалар тезлениўдиң Галилей түрлендириўлерине қарата инвариант екенлиги көрсетеди**.

Демек Ньютон нызамлары Галилей түрлендириўлерине қарата инвариант екен.

Түрлендириў инвариантлары координаталар системаларын сайлап алыўға байланыслы емес, ал үйренилип атырған объектлердеги ең әҳмийетли ҳақыйқый қәсийетлерин тәрийиплейди.

Жақтылық тезлигиниң шекли екенлиги. Биз енди Жақтылық ҳаққындағы көз-қараслардың раўажланыўы, жақтылықтың тезлигин Рёмер тәрепинен өлшеў, дүньялық эфир түсиниги, Майкельсон-Морли ҳәм Физо тәжирийбелери, Галилей түрлендириўлериниң шекленгенлиги ҳаққында гәп етемиз.

Галилей түрлендириўлериниң дурыс-надурыслығы экспериментте тексерилип көрилиўи мүмкин. Галилей түрлендириўлери бойынша алынған тезликлерди қосыў формуласының жуўық екенлиги көрсетилди. Қәтеликтиң тезлик жоқары болған жағдайларда көп болатуғынлығы мәлим болды. Бул жағдайлардың барлығы да жақтылықтың тезлигин өлшеў барысында анықланды.

Жақтылықтың тезлиги ҳаққындағы көз-қараслардың раўажланыўын төмендегидей фактлердиң жәрдеминде сәўлелендириў мүмкин:

Әйемги дәўирлердеги ойшыллардың пикирлери бойынша:

Платон (б.э.ш. 427-347) көриў нурлары теориясын қоллады. Бул теория бойынша көзден нурлар шығып, предметлерди барып "барластырып көрип" көзге қайтып келеди ҳәм усының нәтийжесинде биз көремиз.

Демокрит (б.э.ш. 460-370) атомистлик теория тәрепинде болып, оның тәлиматы бойынша көзге бөлекшелерден туратуғын жақтылық нурлары келип түседи ҳәм соның салдарынан көриў сезимлери пайда болады.

Аристотель (б.э.ш. 384-322) Демокритке сәйкес пикирде болды.

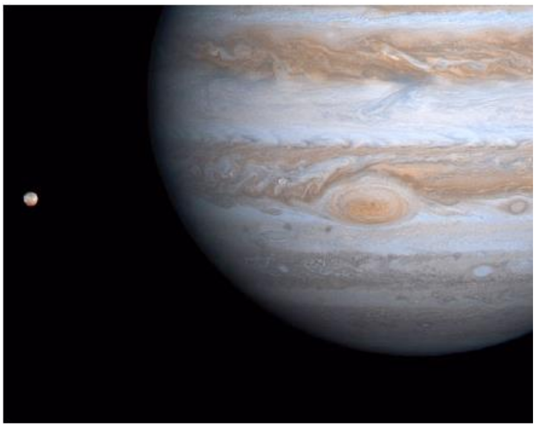
Бул еки түрли көз қараслар Евклид (б.э.ш. 300-жыллар) тәрепинен бири бирине эквивалент етилди. Ол жақтылықтың туўры сызықлы тарқалыў ҳәм шағылысыў нызамларын ашты.

Жаңа физиканың тийкарын салыўшы Галилей (1564-1642) жақтылықтың тезлиги шекли деп есаплады. Тезликти өлшеў бойынша ол қолланған әпиўайы усыллар дурыс нәтийже бере алмады. Р.Декарт (1596-1650) болса пүткиллей басқаша көз-қараста болды. Оның пикиринше жақтылық шексиз үлкен тезлик пенен таралатуғын басым.

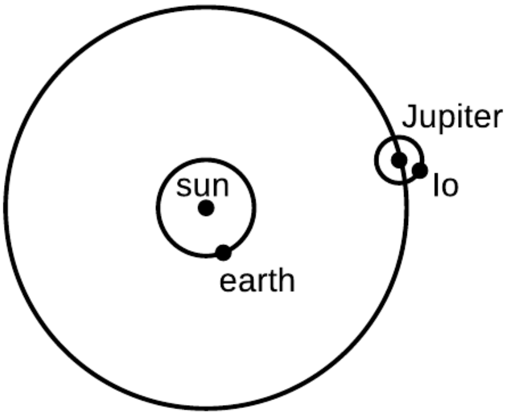
Гримальди (1618-1660) ҳәм Гук (1625-1695) жақтылыққа толқынлық көз-қараста қарады. Олардың пикиринше жақтылық бир текли орталықтағы толқынлық қозғалыс.

Жақтылықтың толқынлық теориясының тийкарын салыўшы Христиан Гюйгенс (1629-1695) болып табылады.

И.Ньютон (1643-1727) "әйтеўир ойлардан гипотеза пайда етпеў" мақсетинде жақтылықтың тәбияты ҳаққында шын кеўли менен пикир айтпады. Бирақ ол жақтылықтың корпускулалық теориясын ашық түрде қабыл етти.



2-сүўрет. Юпитер ҳәм шеп тәрепте оның жолдасларының бири Кассини.



3-сүўрет. Қуяш, Жер, Юпитер ҳәм оның жолдасы Ионың бир бирине салыстырғандағы жайласыўлары.

Жақтылықтың тезлигин Рёмер тәрепинен өлшеў. Жақтылықтыы тезлиги биринши рет 1676-жылы Олаф Рёмер (Roemer) тәрепинен өлшенди. Сол ўақытларға шекем тәжирийбелер Юпитер планетасының жолдасларының айланыў дәўириниң Жер Юпитерге жақынласқанда киширейетуғынын, ал Жер Юпитерден алыслағанда үлкейетуғынлығын анық көрсетти. 4-сүўретте Юпитердиң бир жолдасының тутылыўдын кейинги моменти көрсетилген. Юпитердиң Қуяш дөгерегин айланып шығыў дәўири Жердиң Қуяш дөгерегин айланып шығыў дәўиринен әдеўир үлкен болғанлығына байланыслы Юпитерди қозғалмайды деп есаплаймыз. Мейли базы бир t_1 моментинде Юпитердиң жолдасы саядан шықсын ҳәм Жердеги бағлаўшы тәрепинен $T_1 = t_1 + \frac{s_1}{c}$ ўақыт моментинде белгиленсин. Бул жерде s_1 арқалы бақлаў ўақтындағы Жер менен жолдастың саядан шққан жерине шекемги аралық белгиленген. Юпитердиң жолдасы екинши рет саядан шыққан ўақытты Жердеги бақлаўшы $T_2 = t_2 + \frac{s_2}{c}$ ўақыт моментинде бақладым деп белгилеп қояды. Сонлықтан Жердеги бақлаўшы Юпитердиң жолдасы ушын айланыў дәўирине

$$T_{baql} = T_2 - T_1 = T_{haqıyqıy} + \frac{s_2 - s_1}{c}$$

шамасын алады. Бул жерде $T_{haqıyqıy} = t_2 - t_1$. Демек ҳәр қандай $s_2 - s_1$ шамаларының бар болыўының нәтийжесинде жолдастың Юпитерди айланыў дәўири ушын ҳәр қыйлы мәнислер алынады. Бирақ көп санлы өлшеўлердиң нәтийжесинде (Жер Юпитерге жақынлап киятырғанда алынған мәнислер "-" белгиси менен алынады ҳәм барлық s лер бир бирин жоқ етеди) усы ҳәр қыйлылықты жоқ етиў мүмкин.

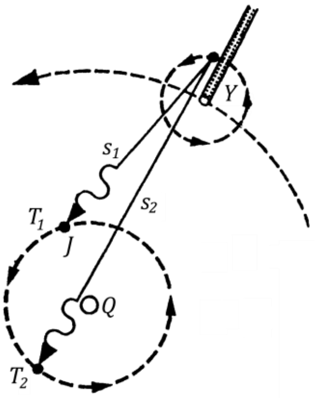
$T_{haqıyqıy}$ шамасының мәнисин биле отырып төмендеги формула жәрдеминде жақтылықтың тезлигин анықлаў мүмкин:

$$c = \frac{(s_2 - s_1)}{\left(T_{baql} - T_{haqıyqıy}\right)}. \qquad (11)$$

s_2 ҳәм s_1 шамалары астрономиялық бақлаўлардан белгили.

Нәтийжеде Рёмер $c = 214\ 300$ км/с нәтийжесин алды.

1727-жылы Брадлей жақтылықтың аберрациясы қубылысын пайдаланыў жолы менен алынған нәтийженең дәллигин жоқарылатты.



4-сүўрет. Жақтылықтың тезлигин Рёмер бойынша анықлаўдың схемасы.

Ньютонның жеке абырайы жақтылықтың корпускулалардың ағымы деген пикирди күшейтти. Гюйгенстиң жақтылықтың толқын екенлиги ҳаққындағы көз-қарасы тәрепдарларының бар болыўына қарамастан жүз жыллар даўамында жақтылықтың толқын екенлиги дыққаттан сыртта қалды. 1801-жылы Юнг интерференция принципин келтирип шығарды. Ал 1818-жылы Френель корпускулалық теорияға күшли соққы берди. Ол жақтылықтың толқынлық қәсийети ҳаққындағы көз-қарастан дифракция мәселесин шешти. Корпускулалық теория көз-қарасынан бул мәселелерди шешиў мүмкин емес болып шықты. Сонлықтан 1819-жылдан кейин жақтылық белгили бир орталықта тарқалатуғын толқын сыпатында қарала баслады. Корпускулалық теория физикадан ўақытша толық қысып шығарылды.

Бәршеге мәлим, толқынның пайда болыўы ҳәм тарқалыўы ушын белгили бир тутас серпимли орталық керек. Мысалы сес толқынларының тарқалыўы ушын ҳаўа ямаса тутас қатты дене, суўдың бетинде пайда болған толқынлардың тарқалыўы ушын суўдың өзи керек. Сонлықтан жақтылықтың кеңисликте тарқалыўы ушын сәйкес орталық талап етиледи. Сол дәўирлерде дүньяны толық қамтып туратығын сондай орталық бар деп болжанды ҳәм оны "**Дүньялық эфир**" деп атады. Усының нәтийжесинде дерлик жүз жыл даўамында сол эфирди табыў, усы эфирге салытырғанда басқа денелердиң тезлигин анықлаў (дүньяны толтырып тынышлықта турған эфирге салыстырғандағы тезликти абсолют тезлик деп атады) физика илиминде баслы мәселелердиң бири деп есапланды. Ал усындай эфир теориясын дөретиўге, эфир ҳәм оның физикалық қәсийетлери ҳаққында гипотезалар усыныўда XIX әсирдиң көп сандағы белгили илимпазлары қатнасты.

Мысаллар келтиремиз.

1. Герц гипотезасы: эфир өзинде қозғалыўшы денелер тәрепинен толығы менен алып жүриледи, соңлықтан қозғалыўшы дене ишиндеги эфирдиң тезлиги усы денениң тезлигине тең.

2. Лоренц (H.A.Lorentz) гипотезасы: эфир қозғалмайды, қозғалыўшы денениң ишки бөлиминдеги эфир бул қозғалысқа қатнаспайды.

3. Френель ҳәм Физо гипотезасы: эфирдиң бир бөлими қозғалыўшы материя тәрепинен алып жүриледи.

4. Эйнштейн гипотезасы (О.Д.Хвольсон бойынша Эйнштейн ҳәм Планк гипотезасы) бойынша ҳеш қандай эфир жоқ.

Эйнштейн гипотезасы кейинирек пайда болғанлықтан (XIX әсирдиң басы) дәслепки ўақытлары турған эфирге салыстырғандағы жақтылықтың тезлигин анықлаў машқаласы писип жетти. Тыныш турған "Дүньялық эфир" ге салыстырғандағы қозғалыс абсолют қозғалыс болып табылады. Сонлықтан өткен әсирдиң (XIX әсир) 70-80 жылларына келе "Абсолют қозғалысты", "Абсолют тезликлерди" анықлаў физика илиминдеги ең әҳмийетли машқалаларға айланды.

Пайда болған пикирлер төмендегидей:

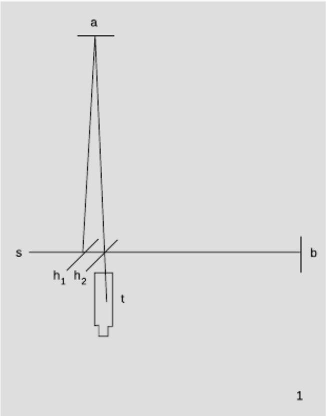
1. Жер, басқа планеталар қозғалмай турған дүньялық эфирге салыстырғанда қозғалады. Бул қозғалысларға эфир тәсир жасамайды (Лоренцтиң пикирин қоллаўшылар).

2. Қозғалыўшы денениң әтирапындағы эфир усы дене менен бирге алып жүриледи. (Френель тәлиматын қоллаўшылар).

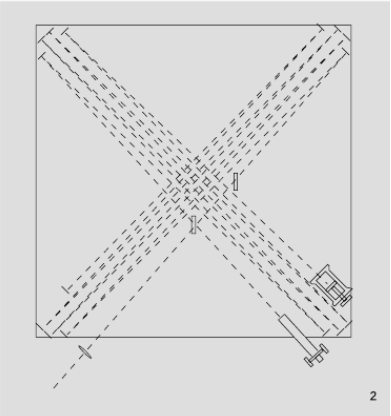
Бул мәселелерди шешиў ушын 1881-жылы Майкельсон (Michelson), 1887-жылы Майкельсон Морли (Morley) менен бирликте, 1904-жылы Морли ҳәм Миллер (Miller) интерференция қубылысын бақлаўға тийкарланған Жердиң абсолют тезлигин анықлаў бойынша тарийхый тәжирийбелер жүргизди. Майкельсон, Морли ҳәм Миллерлер Лоренц гипотезасы (эфирдиң қозғалмаслығы) тийкарында Жердиң абсолют тезлигин анықлаўды мәселе етип қойды. Бул тәжирийбени әмелге асырыўдың идеясы интерферометр жәрдеминде бири қозғалыс бағытындағы, екиншиси қозғалыс бағытына перпендикуляр бағыттағы еки жолды салыстырыў болып табылады. Интерферометрдиң ислеў принципи, соның ишинде Майкельсон-Морли интерферометри улыўма физика курсының "Оптика" бөлиминде толық талқыланады (5-ҳәм 6-сүўретлер).

Бирақ бул тарийхый тәжирийбелер күтилген нәтийжелерди бермеди: Орынланған эксперименттен Жердиң абсолют тезлиги ҳаққында ҳеш қандай нәтийжелер алынбады. Жылдың барлық мәўсиминде де (барлық бағытларда да) Жердиң "эфирге" салыстырғандағы тезлиги бирдей болып шықты.

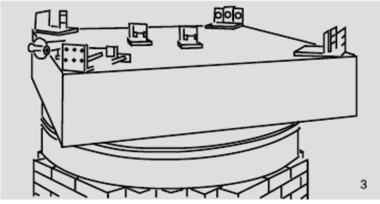
Тәжирийбелер басқа да изертлеўшилер тәрепинен жақын ўақытларға шекем қайталанып өткерилип келди. Лазерлердиң пайда болыўы менен тәжирийбелердиң дәллиги жоқарылатылды. Ҳәзирги ўақытлары "эфир самалы" ның тезлигиниң (егер ол бар болса) $10\frac{м}{с}$ шамасынан кем екенлиги дәлилленди.



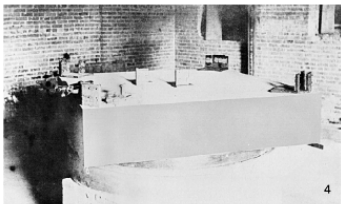
1



2

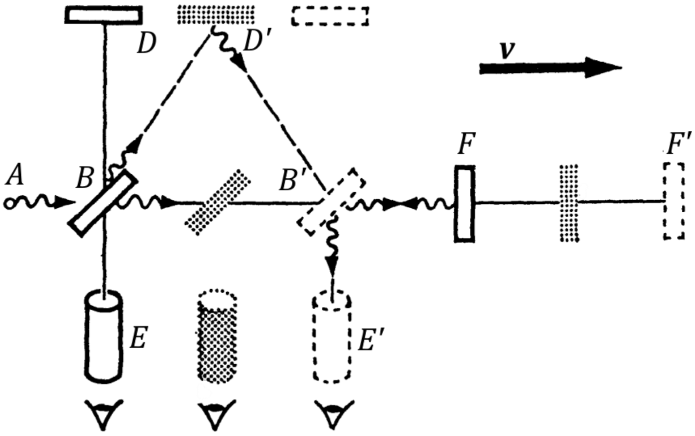


3



4

5-сүўрет. Майкельсон-Морли тәжирийбесиниң схемасы ҳәм тәжирийбе өткерилген дүзилистиң сүўрети.



6-сүўрет. Эфирге байланыслы болған координаталар системасындағы Майкельскон-Морли тәжирийбесиниң схемасы. Сүўретте интерферометрдиң эфирге салыстырғандағы аўҳалларының избе-излиги көрсетилген.

Майкельсон-Морли ҳәм "эфир самалы" ның тезлигин анықлаў мақсетинде өткерилген кейинги тәжирийбелерден төмендегидей нәтийжелерди шығарыў мүмкин:

1. Үлкен массаға ийе денелер өз әтирапындағы эфирди толығы менен бирге қосып алып жүреди (демек Герц гипотезасы дурыс деген сөз). Сонлықтан усындай денелер әтирапында "эфир самалы" ның бақланбаўы тәбийий нәрсе.

2. Эфирде қозғалыўшы денелердиң өлшемлери турақлы болып қалмайды. Бул жағдайда Герц гипотезасын дурыс деп есаплай алмаймыз.

Ал эфирдиң бир бөлими (бир бөлими, ал толығы менен емес) Жер менен бирге алып жүриле ме? деген сораўға жуўап бериў ушын 1860-жылы Физо тәрепинен тәжирийбелер жүргизилди.

Физо тәжирийбесиниң идеясы қозғалыўшы материаллық денедеги (мысалы суўдағы) жақтылықтың тезлигин өлшеўден ибарат (7-сүўрет). Мейли усы орталықтағы жақтылықтың тезлиги $v' = \frac{c}{n}$ (n арқалы орталықтың сыныў көрсеткиши белгиленген) болсын. Егер жақтылық тарқалатуғын орталықтың өзи v тезлиги менен қозғалатуғын болса қозғалмайтуғын бақлаўшыға салыстырғандағы жақтылықтың тезлиги $v' \pm V$ шамасына тең болыўы тийис. Бул аңлатпада + белгиси орталық пенен жақтылық бир бағытта қозғалатуғын жағдайға тийисли. Өзиниң тәжирийбесинде Физо орталықтың қозғалыў бағытындағы ҳәм бул бағытқа қарама-қарсы болған бағыттағы жақтылықтың тезликлерин салыстырды.

Орталықтың қозғалыў бағытындағы $\left(v^{(+)}\right)$ ҳәм бул бағытқа қарама-қарсы бағыттағы (v') жақтылықтың тезликлери былай есапланады:

$$v^{(+)} = v' + kV, \qquad v^{(-)} = kV.$$

Бул аңлатпалардағы k арқалы экспериментте анықланыўы керек болған коэффициент. Егер $k = 1$ теңлиги орынланса тезликлерди қосыўдың классикалық формуласы орынлы болады. Егер $k \neq 1$ болып шықса бул классикалық формула дурыс нәтийже бермейди.

l арқалы суйықлықтағы жақтылық жүрип өтетуғын узынлықты, ал t_0 арқалы суйықлық арқалы өткен ўақытты есапламағанда жақтылықтың эксперименталлық дүзилис арқалы өтетуғын ўақтын белгилеймиз. Бундай жағдайда еки нурдың (биреўи суйықлықтың қозғалыў бағытында, екиншиси оған қарама-қарсы) эксперименталлық дүзилис арқалы өтиў ўақты төмендегидей аңлатпалар жәрдеминде есапланады:

$$t_1 = t_0 + \frac{1}{v' + kV}, \qquad t_2 = t_0 + \frac{1}{v' - kV}.$$

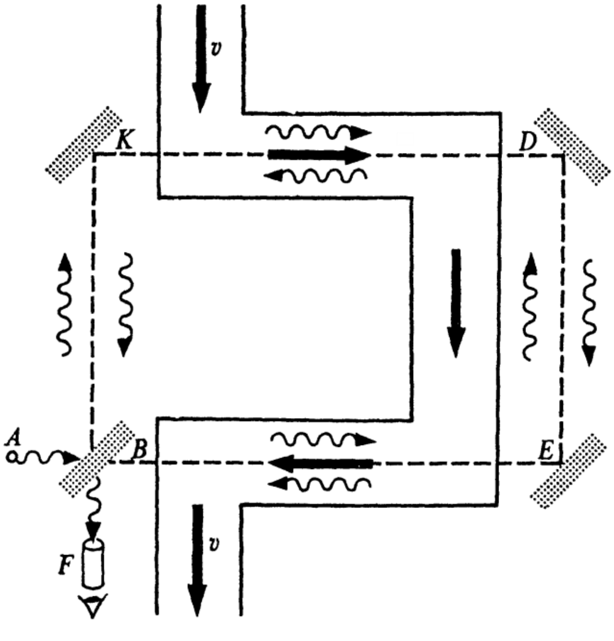
Бул аңлатпалардан еки нурдың жүрислери арасындағы айырма ўақыт бойынша төмендеги формулалар бойынша есапланатуғынлығы келип шығады:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2lkV}{v'^2 - k^2V^2}.$$

Интерференциялық жолақлар бойынша жүрислер айырмасын өлшеп, l, v, v' шамаларының мәнислерин қойып ең ақырғы формуладан k ны анықлаў мүмкин. Физо тәжирийбесинде

$$k = q/n^2$$

теңлигиниң орын алатуғынлығын көрсеткен. Суў ушын сыныў көрсеткиши $n = 1{,}3$ шамасына тең. Демек $k = 0{,}4$ екенлиги келип шығады. Сонлықтан $v^{(+)} = v' + kV$ ҳәм $v^{(-)} = v' - kV$ формулаларынан $v = v' \pm 0{,}4v$ аңлатпасы келип шығады (классикалық физика бойынша $v = v' \pm v$ болып шығыўы керек еди). Нәтийжеде Физо тәжирийбесинде тезликлерди қосыў ушын тезликлерди қосыўдың классикалық формуласынан пайдаланыўға болмайтуғынлығы дәлилленеди. Соның менен бирге бул тәжирийбеден қозғалыўшы дене тәрепинен эфир жарым-жарты алып жүриледи деген жуўмақ шығарыўға болады ҳәм денелер тәрепинен этирапындағы эфир толық алып жүриледи деген гипотеза (Герц гипотезасы) толығы менен бийкарланады.



7-сүўрет. Физо тәжирийбесиниң схемасы.

Физо тәжирийбесиниң жуўмақлары баспадан шыққаннан кейин еки түрли пикир қалды:

1. Эфир қозғалмайды, яғный ол материяның қозғалысына пүткиллей қатнаспайды.

2. Эфир қозғалыўшы материя тәрепинен алып жүриледи, бирақ оның тезлиги қозғалыўшы материяның тезлигине тең емес.

Әлбетте, екинши гипотезаны раўажландырыў ушын эфир менен қозғалыўшы материяны байланыстыратуғын қандай да бир жағдайды қәлиплестириў керек болады.

Физо жасаған дәўирде бундай нәтийже таңланыў пайда етпеди. Себеби жоқарыда гәп етилгениндей, Физо тәжирийбеси өткерилместен әдеўир бурын Френель қозғалыўшы материя тәрепинен эфир толық алып жүрилмейтуғынлығы ҳаққында болжаў айтқан еди. Әлбетте Френель қозғалыўшы материя эфирди қаншама алып жүреди деген сораўға жуўап берген жоқ. Усының нәтийжесинде жоқарыда айтып өтилген Френель ҳәм Физо гипотезасы пайда болды.

Альберт Эйнштейн өзиниң 1920-жылы жарық көрген "Эфир ҳәм салыстырмалық теориясы" мақаласында былай деп жазады:

"Жақтылықтық қәсийетлери менен материаллық денелерде тарқалатуғын серпимли толқынлар қәсийетлери арасындағы уқсаслықтың бар екенлиги анық көрингенликтен XIX әсирдиң биринши ярымында эфир гипотезасы қайтадан күшли түрде қоллап-қуўатлана баслады. Жақтылықты инерт массаға ийе ҳәм Әлемди толығы менен толтырып туратуғын серпимли орталықтағы тербелмели процесс деп қараўдың дурыслығы гүман пайда етпеди. Оған қосымша жақтылықтың поляризациясы усы орталықтың қатты денелердиң қәсийетлерине уқсаслығын келтирип шығарды. Себеби суйықлықта емес, ал қатты денелерде ғана көлденең толқынлар тарқала алады. Солай етип бөлекшелери жақтылық толқынларына сәйкес киши деформациялық қозғалыс пенен қозғала алатуғын "квазисерпимли" жақтылық эфири ҳаққындағы теорияға келип жетти.

Қозғалмайтуғын эфир теориясы деп те аталған бул теория кейинирек Физо тәжирийбесинде тирек тапты. Бул тәжирийбеден эфирдиң қозғалысқа қатнаспайды деп жуўмақ шығарыўға болады. Физо тәжирийбеси арнаўлы салыстырмалық теориясы ушын да фундаменталлық әҳмийетке ийе. Жақтылықтың аберрациясы қубылысы да тап сондай болып квазиқатты эфир теориясының пайдасы ушын хызмет етти".

А.Эйнштейн 1910-жылы жарық көрген "Салыстырмалық принципи ҳәм оның салдарлары" мийнетинде Физо тәжирийбесиниң жылдың ҳәр қыйлы мәўсимлеринде қайталанғанлығын, бирақ барлық ўақытлары да бирдей нәтийжелерге алып келгенлигин атап өтеди. Соның менен бирге Физо тәжирийбесинен қозғалыўшы материя тәрепинен Герц гипотезасы жарым-жарты алып жүрилетуғыны келип шығатуғынлығы, ал басқа барлық тәжирийбелердиң бул гипотезаны бийкарлайтуғынлығы айтылған.

Тек салыстырмалық теориясы пайда болғаннан кейин ғана **Физо тәжирийбесиниң тезликлерди қосыўдың классикалық формуласының ҳәм Галилей түрлендириўлериниң дурыс емес екенлигиниң дәлиллейтуғын тәжирийбе екенлиги анықланды**.

Солай етип жақтылықтың тезлиги ҳаққындағы көз-қараслар 200-300 жыллар даўамында үлкен өзгерислерге ушырады ҳәм өткен әсирдиң ақырында оның турақлылығы ҳаққында пикирлер пайда бола баслады.

Жақтылықтың вакуумдеги тезлигиниң турақлылығы (жақтылық тезлигиниң деректиң ямаса жақтылықты қабыл етиўшиниң тезлигине байланыссызлығы) көп санлы эксперименталлық жумыслардың тәбийий жуўмағы болып табылады. Майкельсон-Морли ҳәм Физо тәжирийбелери тарийхый жақтан биринши тәжирийбелер болды. Кейин ала бул тәжирийбелер басқа да тәжирийбелер менен толықтырылды. Бирақ соған қарамастан жақтылық тезлигин турақлы деп тастыйықлаў туўрыдан-туўры эксперименталлық тексериўлер мүмкиншиликлери шеклеринен шығып кететуғын постулат болып табылатуғынлығын умытпаўымыз керек.

Базы бир жуўмақлар:

1. Галилейдиң салыстырмалық принципи денелердиң тезликлериниң мәниси жақтылықтың тезлигинен әдеўир киши болғна жағдайларда дурыс нәтийжелерди береди.

2. Майкельсон-Морли ҳәм Физо тәжирийбелери гипотезалық "дүньялық эфир" түсинигин толық бийкарлады.

3. Эйнштейнниң салыстырмалық принципи еки постулаттан турады:

a) физиканың барлық нызамлары барлық инерциаллық есаплаў системаларына қарата инвариант;

b) жақтылықтың тезлиги барлық инерциаллық есаплаў системаларында бирдей.

4. Эйнштейнниң салыстырмалық принципи оның арнаўлы салыстырмалық теориясының тийкарында турады.

5. Арнаўлы салыстырмалық теориясы "абсолют кеңислик" ҳәм "абсолют ўақыт" түсиниклерин бийкарлады ҳәм кеңисликтиң де, ўақыттың да салыстырмалы екенлигин тастыйықлады.

6. Егер жүрип баратырған поездда ҳәр бир секундта бир реттен мылтық атылып турса (поезддағы мылтық атыўдың жийилиги 1 атыў/с), поезд жақынлап киятырған платформада турған бақлаўшыға мылтық даўысларының жийилиги көбирек болып қабыл етиледи (ω>1 атыў/с). Ал поезд алыслап баратырған жағдайда платформада турған бақлаўшыға мылтық даўыслары сийрексийди (ω<1 атыў/с).

7. Майкельсон-Морли тәжирийбесинде бирдей узынлықтағы "ийинлерди" алыў мүмкиншилиги болған жоқ. Себеби "ийинлерди" бирдей етип алыў узынлықты метрдиң миллионнан бир үлесиндей дәлликте өлшеўди талап етеди. Бундай дәллик Майкельсон-Морли заманында болған жоқ.

8. Жақтылықтың тезлиги оның дереги менен жақтылықты қабыллаўшының тезлигинен ғәрезли емес.

9. Барлық эксперименталлық мағлыўматлар тийкарында биз мынадай жуўмаққа келемиз: Егер қандай да бир инерциаллық есаплаў системасында ноқатлық деректен шыққан жақтылық толқынының фронты сфералық болса, онда сол толқын фронты қәлеген инерциал есаплаў системасында турған бақлаўшы ушын да сфералық болады.

Сораўлар:

1. Кеңислик ҳәм ўақыттың қәсийетлери ҳаққында Орта әсирлердеги Шығыс алымлары қандай пикирде болды?

2. Салыстырмалық принципин физика илиминиң ең тийкарғы принциплери қатарына жатқарады. Неликтен?

3. Қандай себеплерге байланыслы Ньютон механикасының (динамиканың) теңлемелери Галилей түрлендириўлерине карата инвариант?

4. Майкельсон-Морли ҳәм Физо тәжирийбелериниң нәтийжелериниң салыстырмалық теориясының дөретилиўине қандай орны бар?

5. Қандай бақлаўшылардың көз-карасы бойынша физикалық денелердиң өлшемлери қозғалыс бағытында қысқарады?

6. Меншикли ўақыт дегенимиз не?

7. Эйнштейнниң салыстырмалық принципиниң тийукарында кандай постулатлар жатады?

15-санлы лекция. Лоренц түрлендириўлери ҳәм олардан келип шығатуғын нәтийжелер

Биз қарап шығайын деп атырған мәселелер мыналардан ибарат: Тийкарғы принциплер, координаталарды түрлендириўдиң сызықлылығы, y ҳәм z ушын түрлендириўлер. x пенен t лар ушын түрлендириўлер, бир ўақытлықтың, интервалдың инвариантлылығы, кеңисликке ҳәм ўақытқа мегзес интерваллар, қозғалыстағы саатлардың жүриў темпи, меншикли ўақыт, тезликлерди қосыў, тезлениўлердиди түрлендириў.

Тийкарғы принциплер. Галилей түрлендириўлери үлкен тезликлерде дурыс нәтийжелерди бермейди. Бул түрлендириўлерден жақтылық тезлигиниң турақлылығы келип шықпайды, инерциал координаталар системасындағы координаталар менен ўақыт арасындағы байланысларды дурыс сәўлелендирмейди. Сонлықтан экспериментаттық фактлерди дурыс сәўлелендиретуғын, жақтылықтың тезлилгиниң турақлылығына алып келетуғын түрлендириўлерди табыў керек. Бул түрлендириўлер Лоренц түрлендириўлери деп аталады. Бул түрлендириўлерди **салыстырмалық принципи** ҳәм **жақтылықтың тезлигиниң турақлылық принципи** тийкарында келтирилип шығыў мүмкин.

Координаталарды түрлендириўдиң сызықлылығы. Кеңисликтеги бурыўлар ҳәм координаталар басын жылыстырыў жоллары менен жүргизилетуғын геометриялық түрлендириўлер жәрдеминде козғалыўшы координаталар системасының бағытларын 1-сүўретте көрсетилгендей жағдайға алып келиў мүмкин. Тезликлер классикалық (9)-формула бойынша қосылмайтуғын болғанлықтан бир координаталар системасындағы ўақыт тек екинши координата системасындағы ўақыт пенен анықланбастан, координаталардан да ғәрезли болады. Сонлықтан улыўмалық жағдайларда түрлендириўлер төмендегидей түрге ийе болады:

$$x' = \Phi_1(x, y, z, t), \qquad y' = \Phi_2(x, y, z, t), \;\; z' = \Phi_3(x, y, z, t), \qquad (1)$$
$$t' = \Phi_4(x, y, z, t).$$

Бул аңлатпалардың оң тәрепинде түрин анықлаў зәрүр болған гейпара Φ_i функциялары тур.

Бул функциялардың улыўма түри кеңислик пенен ўақыттың қәсийетлери менен анықланады. Биз сайлап алған есаплаў системасындағы ноқатлар бир биринен айырылмайды деп есаплаймыз. Демек координата басын кеңисликтиң қәлеген ноқатына көшириўге болады. Усындай жағдайда қәлеген геометриялық объектлер арасындағы барық геометриялық қатнаслар өзгериссиз қалыўы керек. Бул қәсийет **кеңисликтиң бир теклилиги** деп аталады (кеңисликтиң қәсиетиниң бир ноқаттан екинши ноқатқа өткенде өзгермей қалыўы). Соның менен бирге ҳәр бир ноқатта координата көшерлерин ықтыярлы түрде бағытлаў мүмкин. Бул жағдайда да қәлеген геометриялық объектлер арасындағы барық геометриялық қатнаслар өзгериссиз қалады. **Бул кеңисликтиң қәсийетиниң барлық бағытлар бойынша бирдей екенлиги билдиреди. Бундай қәсийетти кеңисликтиң изотроплылығы деп атаймыз**.

Инерциал есаплаў системаларындағы бир теклилиги менен изотроплылығы кеңисликтиң ең баслы қәсийетлериниң бири болып табылады.

Ўақыт та бир теклилик қәсийетке ийе. Физикалық жақтан ол төмендегидей мәниске ийе:

Мейли белгили бир физикалық ситуация базы бир ўақыт моментинде пайда болсын. Ўақыттың буннан кейинги моментлеринде ситуация раўажлана баслайды. Мейли усындай ситуация басқа бир ўақыт моментинде пайда болсын. Бул жағдайда да тап биринши жағдайдағыдай болып ситуация раўажланатуғын болса ўақыт бир текли деп есапланады. Солай етип **ўақыттың бир теклилиги деп физикалық ситуацияның қайсы ўақыт моментинде пайда болғанлығына ғәрезсиз бирдей болып раўажланыўына ҳәм өзгериўине айтамыз**.

Кеңислик пенен ўақыттың бир теклилигинен (1)-аңлатпалардың сызықлы болыўының керек екенлиги келип шығады. Дәлиллеў ушын x' тың шексиз киши өсими dx' ты қараймыз. Бул өзгериске штрихы жоқ системада шексиз киши dx, dy, dz ҳәм dt өсимлери сәйкес келеди. Математикада кеңнен белгили болған толық дифференциал формуласы жәрдеминде x, y, z, t шамаларының өзгериўлерине байланыслы болған dx' ты есаплаймыз:

$$dx' = \frac{\partial \Phi_1}{\partial x}dx + \frac{\partial \Phi_1}{\partial y}dy + \frac{\partial \Phi_1}{\partial z}dz + \frac{\partial \Phi_1}{\partial t}dt \qquad (2)$$

аңлатпасын аламыз. Кеңислик пенен ўақыттың бир теклилигинен бул математикалық қатнаслар кеңисликтиң барлық ноқатларында ҳәм барлық ўақыт моментлеринде бирдей болыўы керек. Сонлықтан $\frac{\partial \Phi_1}{\partial x}, \frac{\partial \Phi_1}{\partial y}, \frac{\partial \Phi_1}{\partial z}, \frac{\partial \Phi_1}{\partial t}$ шамалары ўақыттан да, координаталардан да ғәрезсиз, яғный турақлы санлар болыўы шәрт. Сонлықтан Φ_1 функциясы

$$\Phi_1(x, y, z, t) = A_1x + A_2y + A_3z + A_4t + A_5 \qquad (3)$$

түринде жазылыўы керек. Бул формуладағы A_1, A_2, $A_3, \ldots$ шамалары турақлылар. Солай етип $\Phi_1(x, y, z, t)$ функциясы өзиниң аргументлериниң сызықлы функциясы болып табылады. Тап усындай жоллар менен кеңислик пенен ўақыттың бир теклилигинен Φ_2, Φ_3 ҳәм Φ_4 шамаларының да (1) түрлендириўлеринде x, y, z, t өзгериўшилердиң сызықлы функциялары болатуғынлығын дәлиллеўге болады.

***y* ҳәм *z* ушын түрлендириўлер**. Ҳәр бир координаталар системасында ноқатлар $x = y = z = 0$, $x' = y' = z' = 0$ теңликлери менен берилген болсын. $t = 0$ ўақыт моментинде координаталар баслары бир ноқатта турады деп есаплайық. Бундай жағдайда (3) түриндеги сызықлы түрлендириўлерде $A_5 = 0$ болыўы керек ҳәм y және z көшерлери ушын түрлендириўлер төмендегише жазылады:

$$\begin{aligned} y' &= a_1x + a_2y + a_3z + a_4t, \\ z' &= b_1x + b_2y + b_3z + b_4t. \end{aligned} \qquad (4)$$

1-сүўретте көрсетилгендей y ҳәм y', z ҳәм z' көшерлери өз-ара параллель болсын. x' көшери барлық ўақытта x көшери менен бетлесетуғын болғанлықтан $y = 0$ теңлигинен $y' = 0$ теңлиги, $z = 0$ теңлигинен $z' = 0$ теңлиги келип шығады. Яғный қәлеген x, y, z ҳәм t ушын мына теңликлер орынланады:

$$\begin{aligned} 0 &= a_1x + a_3z + a_4t, \\ 0 &= b_1x + b_2y + b_4t. \end{aligned} \qquad (5)$$

Бул теңликлер тек

$$a_1 = a_3 = a_4 = 0 \text{ ҳәм } b_1 = b_2 = b_4 = 0 \qquad (6)$$

теңликлери орынланғанда ғана қанаатландырылады. Сонлықтан y ҳәм z лер ушын түрлендириўлер мына түрге енеди:

$$y' = ay, \; z' = az. \qquad (7)$$

Бул аңлатпаларда қозғалысқа қатнасы бойынша y ҳәм z көшерлери теңдей ҳуқыққа ийе болғанлықтан түрлендириўдеги коэффициентлердиң де бирдей болатуғынлығы, яғный $a_3 = b_3 = a$ теңликлериниң орынланатуғынлығыны есапқа алынған. (7)-аңлатпалардағы a коэффициенти базы бир масштабтың узынлығының штрихланбаған системадағыға қарағанда штрихланған системада неше есе үлкен екенлигинен дерек береди. (7)-аңлатпаларды мына түрде көширип жазамыз

$$y = \frac{1}{a}y', \qquad z = \frac{1}{a}z'. \tag{8}$$

$\frac{1}{a}$ шамасы базы бир масштабтың штрихланған системадағыға қарағанда штрихланбаған системада неше есе үлкен екенлигинен көрсетеди. Салыстырмалық принципи бойынша еки есаплаў системасы да теңдей ҳуқықлы. Сонлықтан бириншисинен екиншисине өткенде де, кери өткенде де масштаб узынлығы бирдей болып өзгериўи керек. Сонлықтан (7) ҳәм (8) формулаларында $\frac{1}{a} = a$ теңлигиниң сақланыўы шәрт ($a = -1$ болған математикалық шешим бул жерде қолланылмайды, себеби y, z ҳәм y', z көшерлериниң оң бағытлары бир бири менен сәйкес келеди. Демек y, z координаталары ушын түрлендириўлер мынадай түрге ийе:

$$y' = y, \qquad z' = z. \tag{9}$$

x пенен t ушын түрлендириўлер. y ҳәм z өзгериўшилери өз алдына түрленетуғын болғанлықтан x ҳәм t лар сызықлы түрлендириўлерде тек бир бири менен байланысқан болыўы керек. Ондай жағдайда қозғалмайтуғы системаға қарағанда қозғалыўшы системанық координата басы $x = vt$ координатасына, ал қозғалыўшы системада $x' = 0$ координатасына ийе болыўы керек. Түрлендириўдиң сызықлылығына байланыслы

$$x' = \alpha(x - vt) \tag{10}$$

аңлатпасын жаза аламыз. Бул аңлатпада α арқалы анықланыўы керек болған пропорционаллық коэффициент белгиленген.

Қозғалыўшы есаплаў системысында турып ҳәм бул системаны қозғалмайды деп есаплап жоқарыдағыдай талқылаўды даўам еттириўимиз мүмкин. Бундай жағдайда штрихланбаған координата системасының координата басы $x' = vt$ аңлатпасы жәрдеминде анықланады. Себеби штрихланған системада штрихланбаған система x көшериниң терис мәнислери бағытында қозғалады. Штрихланбаған системада штрихланбаған системаның координата басы $x = 0$ теңлиги жәрдеминде тәрийипленеди. Демек штрихланған системадан бул системаны қозғалмайды деп есаплап (10) ның орнына

$$x = \alpha'(x' + vt) \tag{11}$$

түрлендириўине келемиз. Бул аңлатпада да α' арқалы пропорционаллық коэффициенти белгиленген. Салыстырмалық принципи бойынша $\alpha = \alpha'$ екенлигин дәлиллеймиз.

Мейли узынлығы l болған стержень штрихланған координата системасында тынышлықта турған болсын. Демек стерженниң басы менен ақырының координаталары l шамасына айырмаға ийе болады деген сөз:

$$x_2' - x_1' = l. \qquad (12)$$

Штрихланбаған системада бул стержень v тезлиги менен қозғалады. Стерженниң узынлығы деп қозғалмайтуғын системадағы еки ноқат арасындағы қашықлық есапланады. Усы еки ноқатқа бир ўақыт моментинде қозғалыўшы стерженниң басы менен ақыры сәйкес келеди. t_0 ўақыт моментиндеги стерженниң басы менен ақырын (ушын) белгилеп аламыз. (10) ның тийкарында сол x_1' ҳәм x_2' ноқатлары ушын мына аңлатпаларды аламыз:

$$x_1' = \alpha(x_1 - vt_0), \qquad x_2' = \alpha(x_2 - vt_0). \qquad (13)$$

Демек қозғалыўшы стерженниң узынлығы қозғалмайтуғын штрихланбаған системада мынаған тең:

$$x_2 - x_1 = \frac{x_2' - x_1'}{\alpha} = \frac{l}{\alpha}. \qquad (14)$$

Енди мейли сол стержень штрихланбаған системада тынышлықта турған болсын ҳәм бул системада l узынлығына ийе болсын. Демек стерженниң басы менен ушы арасындағы координаталар l шамасына парық қылады деген сөз, яғный

$$x_2 - x_1 = l. \qquad (15)$$

Қозғалмайтуғын штрихланбаған системада стержень $-v$ тезлиги менен қозғалады. Штрихланған системада турып (яғный усы системаға салыстырғандағы) стерженниң узынлығын өлшеў ушын усы системадағы қандай да бир t_1' ўақыт моментинде стерженниң басы менен ушын белгилеп алыў керек. (11)-формула тийкарында мынаған ийе боламыз:

$$x_1 = \alpha'(x_1' - vt_0'), \qquad x_2 = \alpha'(x_2' - vt_0'). \qquad (16)$$

Демек қозғалмайды деп қабыл етилген штрихланған координаталар системасындағы стерженниң узынлығы мынаған тең:

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\alpha'} = \frac{l}{\alpha'}. \qquad (17)$$

Салыстырмалық принципи бойынша еки система да тең ҳуқықлы ҳәм бул системалардың екеўинде де бирдей тезлик пенен қозғалатуғын бир стерженниң узынлығы бирдей болады. Сонлықтан (14) ҳәм (17) формулаларда $\frac{l}{\alpha'} = \frac{l}{\alpha}$, яғный $\alpha' = \alpha$ теңлигиниң орын алыўы керек. Биз усы жағдайды дәлиллеўимиз керек еди.

Енди жақтылықтың тезлигиниң турақлылығы постулатына келемиз. Мейли координата баслары бир ноқатта турған жағдайда ҳәм саатлар $t = t' = 0$ ўақытын көрсеткен моментте сол координата басларынан жақтылық сигналы жиберилген болсын. Еки координаталар системасында да (штрихланған ҳәм штрихланбаған) жақтылықтың таралыўы

$$x' = ct', \qquad x = ct \qquad (18)$$

теңликлериниң жәрдеминде бериледи. Бул жерде еки системада да жақтылықтың бирдей тезликке ийе болатуғынлығы есапқа алынған. Бул аңлатпадағы мәнислерди (8)- ҳәм (9)- аңлатпаларға қойсақ ҳәм α = α' екенлигин есапқа алсақ

$$ct' = \alpha t(c - v), \;\; ct = \alpha t'(c + v) \qquad (19)$$

аңлатпаларын аламыз. Бул аңлатпалардың шет тәрепин шеп тәрепи менен, оң тәрепин оң тәрепи менен көбейтип $t't$ шамасына қысқартсақ

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{20}$$

формуласын аламыз. (11)-аңлатпадан (10)-аңлатпаны пайдаланыў арқалы мынаған ийе боламыз

$$vt' = \frac{x}{a} - x' = \frac{x}{a} - \alpha(x - vt) = \alpha vt + x\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right). \tag{21}$$

Буннан (20)-аңлатпаны есапқа алып

$$t' = \alpha\left\{t + \frac{x}{v}\left(\frac{1}{\alpha^2} - 1\right)\right\} = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{22}$$

теңлигиниң орынланатуғынлығына исенемиз.

Енди Лоренц түрлендириўлерин аңсат келтирип шығарамыз. (9), (10) ҳәм (22) түрлендириўлери бир бирине салыстырғанда v тезлиги менен қозғалатуғын системалардың координаталарын байланыстырады. Олар Лоренц түрлендириўлери деп аталады. Түрлендириў формулаларын және бир рет көширип жазамыз:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, y' = y, z' = z, t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{23}$$

Салыстырмалық принципи бойынша кери өтиў де тап усындай түрге ийе болады, тек ғана тезликтиң белгиси өзгереди:

$$x = \frac{x' + vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad y = y', \qquad z = z', \qquad t = \frac{t' - \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{24}$$

Галилей түрлендириўлери Лоренц түрлендириўлериниң дара жағдайы болып табылады. Ҳақыйқатында да $\frac{v}{c} \ll 1$ болғанда (киши тезликлерде) Лоренц түрлендириўлери толығы менен Галилей түрлендириўлерине өтеди. Киши тезликлерде Галилей түрлендириўлери менен Лоренц түрлендириўлери арасындағы айырма сезилерликтей болмайды. Сонлықтан Галилей түрлендириўлериниң дәл емес екенлиги көп ўақытларға шакем физиклердиң итибарынан сыртта қалып кетти.

Лоренц түрлендириўлеринен келип шығатуғын нәтийжелер ҳәм интервал. Бир ўақытлықтың салыстырмалылығы. Координата системасының **ҳәр қандай x_1 ҳәм x_2 ноқатларында ўақыялар усы системаның сааты бойынша бир ўақыт моментинде жүз берсе бир ўақытта болатуғын ўақыялар деп аталады**. Ҳәр бир ноқатта жүз беретуғын ўақыя сол ноқатта турған саат жәрдеминде белгиленеди. Еки ўақыя қозғалмайтуғын координаталар системасында бир t_0 ўақыт моментинде басланды деп есаплаймыз.

Қозғалыўшы координаталар системасында бул ўақыялар x_1' ҳәм x_2' ноқатларында t_1' ҳәм t_2' ўақыт моментлеринде басланады деп қабыл етейик. t_1' ҳәм t_2' ўақытлары қозғалыўшы системадағы x_1' ҳәм x_2' ноқатларында турған саатлардың көрсетиўи болады. Штрихланған ҳәм штрихланбаған координаталар арасындағы байланыс (23) Лоренц түрлендириўлери жәрдеминде бериледи:

$$x_1' = \frac{x_1 - vt_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad x_2' = \frac{x_2 - vt_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$
$$t_1' = \frac{t_0 - \frac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad t_2' = \frac{t_0 - \frac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{25}$$

Ўақыялар x көшериниң бойында жайласқан ноқатларда жүз бергенликтен y ҳәм z координаталары еки координата системаларында да бирдей болады. (25)-аңлатпалар қозғалыўшы системада бул ўақыялардың бир ўақыт моментинде болмайтуғынлығын көрсетип тур $(t_1' \neq t_2')$. Ҳақыйқатында да олар

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{\frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{26}$$

ўақыт интервалына айрылған. Демек бир координаталар системасында бир ўақытта жүз беретуғын ўақыялар екинши системада бир ўақытта жүз бермейди екен.

Бир ўақытлық түсиниги координаталар системасынан ғәрезсиз абсолют мәниске ийе болмайды. Қандай да бир ўақыялардың бир ўақытта болғанлығын айтыў ушын усы ўақыялардың қайсы координаталар системасында болып өткенлигин айтыў шәрт.

Бир ўақытлықтың салыстырмалылығы ҳәм себеплилик. (26)-формуладан егер $x_1 > x_2$ болса, онда x тың оң бағытына қарай қозғалатуғын координаталар системасында $t_2' > t_1'$ теңсизлигиниң орын алатуғынлығы көринип тур. Ал қарама-қарсы бағытта қозғалатуғын координаталар системасында болса $(v < 0)$ $t_2' < t_1'$ теңсизлиги орны алады. Солай етип еки ўақыяның жүзеге келиў избе-излиги ҳәр қыйлы координаталар системасында ҳәр қыйлы болады екен. Усыған байланыслы мынадай тәбийий сораў туўылады: бир координаталар системасында себептиң нәтийжеден бурын жүзеге келиўи, ал екинши бир координаталар системасында нәтийжениң себептен кейин жүзеге келиўи мүмкин бе? Әлбетте бундай жағдай ўақыялар себеп-нәтийжелик бойынша байланысқан (ўақыяның болып өтиўи ушын белгили бир себептиң орын алыўы керек) болыўы керек деп есаплайтуғын теорияларда болмайды: ўакыяға көз-қараслар өзгергенде де себеп пенен нәтийже арасындағы орын алмасыўдың болыўы мүмкин емес.

Себеп-нәтийжелик арасындағы байланыстың объектив характерге ийе болыўы ҳәм бул байланыс карап атырылған координаталар системасынан ғәрезсиз болыўы ушын ҳәр қыйлы ноқатларда жүз беретуғын ўақыялар арасындағы физикалық байланысты тәмийинлейтуғын материаллық тәсирлесиўлердиң ҳәммеси де жақтылықтың тезлигинен үлкен тезлик пенен тарқала алмайды. Басқа сөз бенен айтқанда бир ноқаттан екинши ноқатқа физикалық тәсир жақтылықтың тезлигинен үлкен тезликлерде жеткерилип

бериле алмайды. Усының салдарынан ўақыялардың себеплилик пенен байланыслы екенлиги объектив характерге ийе болады: себеп пенен нәтийже орын алмасатуғын координататар системасы болмайды.

Интервалдың инвариантлылығы. Мейли ўақыялар t_1 ўақыт моментинде x_1,y_1,z_1 ноқатында, ал t_2 ўақыт моментинде x_2,y_2,z_2 ноқатнда жүз берсин. Усы ўақыялар арасындағы интервал деп

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 \tag{27}$$

шамасына айтамыз (бул шаманы x_1,y_1,z_1,t_1 ҳәм x_2,y_2,z_2,t_2 ноқатлары арасындағы интервал деп те аталады). Барлық координаталар системасында бул шама бирдей мәниске ийе болады ҳәм сонлықтан оны Лоренц түрлендириўиниң инварианты деп атаймыз. Усы жағдайды дәлиллеймиз ҳәм формуланы штрихланған система ушын жазамыз.

$$x_2 - x_1 = \frac{(x_2' - x_1') + v(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$y_2 - y_1 = y_2' - y_1',$$

$$z_2 - z_1 = z_2' - z_1',$$

$$t_2 - t_1 = \frac{(t_2' - t_1') + \frac{v}{c^2}(x_2' - x_1')}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Бул аңлатпалардан интервалдың

$$\begin{aligned} s^2 &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 = \\ &= (x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2 - c^2(t_2' - t_1')^2 = s'^2 \end{aligned} \tag{28}$$

инвариант екенлиги, яғный $s^2 = s'^2$ теңлигиниң орын алатуғынлығы дәлилленеди. Бундай жазыўды әдетте $s^2 = s'^2 = inv$ деп жазады.

(28)-аңлатпадан қызықлы нәтийже шығарамыз. Сырттан қарағанда бул формула төрт өлшемли кеңисликтеги координаталары x_1,y_1,z_1,t_1 ҳәм x_2,y_2,z_2,t_2 болған еки ўақыя (еки ноқат) арасындағы қашықлыққа усайды. Егер $c^2(t_2 - t_1)^2$ ямаса $c^2(t_2' - t_1')^2$ шамалары алдындағы белги "+" белгиси болғанда (28)-аңлатпа ҳақыйқатында да төрт өлшемли Евклид геометриясындағы ўақыя (еки ноқат) арасындағы қашықлық болған болар еди. Усы жағдайға байланыслы төртинши координата алдындағы белги минус болған төрт өлшемли кеңислик бар деп есаплаймыз ҳәм бул кеңисликти көпшилик физиклердиң **псевдоевклид кеңислиги** деп атайтуғынлығын атап өтемиз.

Егер қарап атырылған ўақыялар бир бирине шексиз жақын жайласса, онда (28)-теңлик интервалдың дифференциалының квадратының инвариантлылығын дәлиллейди:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 = inv. \tag{29}$$

Кеңисликке мегзес ҳәм ўақытқа мегзес интерваллар. Ўақыялар арасындағы кеңисликлик қашықлықты l арқалы, ал олар арасындағы ўақыт аралығын t арқалы белгилеймиз. Усы еки ўақыя арасындағы интервалдың квадраты $s^2 = l^2 - c^2t^2$ инвариант болып табылады.

Мейли базы бир координаталар системасында ўақыялар себеп пенен байланыспаған болсын. Бундай жағдайда сол ўақыялар ушын $l > ct$ ҳәм сәйкес $s^2 > 0$ теңсизликлери орын алады. Интервалдың инвариантлылығынан басқа барлық координаталар системаларында да бул ўақыялардың себеплилик байланысы менен байланыспағанлығы келип шығады. Әлбетте қарама-қарсы мәниске ийе тастыйықлаў да ҳақыйқатлыққа сәйкес келеди: егер базы бир координаталар системасында ўақыялар бир бири менен себеплилик пенен байланысқан болса ($l < ct, s^2 < 0$), онда ол ўақыялар принципинде басқа барлық координаталар системаларында да белгили бир себеплер менен байланысқан болады.

Квадраты нолден үлкен, яғный

$$s^2 > 0 \qquad (30)$$

болған интервал кеңисликке мегзес интервал деп аталады.

Квадраты нолден киши, яғный

$$s^2 < 0 \qquad (31)$$

болған интервал **ўақытқа мегзес интервал** деп аталады.

Егер интервал кеңисликке мегзес болса, онда еки ўақыя бир ўақыт моментинде кеңесликтиң еки ноқатында жүз беретуғын координаталар системасын сайлап алыўға болады ($s^2 = l^2 > 0, t = 0$). Соның менен бирге усы шәрт орынланғанда еки ўақыя бир ноқатта жүз беретуғын координаталар системасын сайлап алыў мүмкин емес (Бундай жағдайда $l = 0$, яғный $s^2 = -c^2t^2$ теңлиги орын алған болар еди, бул $s^2 > 0$ шәртине қайшы келеди).

Егер интервал ўақытқа мегзес болса, онда еки ўақыя кеңисликтиң бир ноқатында, бирақ ҳәр қыйлы ўақыт моментлеринде жүз беретуғын координаталар системасын сайлап алыў мүмкин ($l = 0, s^2 = -c^2t^2 < 0$). Бирақ бул жағдайда усы еки ўақыя бир ўақытта жүзеге келетғуын координаталар системасын сайлап алыў мүмкин емес (бундай жағдайда $t = 0$, яғный $s^2 = l^2 > 0$ шәрти орынланып, ол $s^2 < 0$ шәртине қайшы келген болар еди. Солай етип принципинде себеплилик байланыста тура алатуғын еки ўақыя ушын усы еки ўақыя кеңисликтиң бир ноқатында ўақыт бойынша биринен соң бири жүзеге келетуғын координаталар системасын сайлап алыў мүмкин.

Еки ўақыя жақтылық сигналы менен байланысатуғын дара жағдайдың да орын алыўы мүмкин. Бундай жағдайда мынаны аламыз:

$$s^2 = 0.$$

Бундай интервал жақтылыққа мегзес интервал деп аталады.

Ўақыялар арасындағы интервалдың ўақытқа мегзеслиги ямаса кеңисликке мегзеслиги сайлап алынған координаталар системасына байланыслы емес. Бул ўақыялардың өзлериниң инвариантлық қәсийети болып табылады.

Интерваллар бойынша енди төмендегидей кесте келтиремиз:

Еки ўақыя ушын координаталар ҳәм ўақыт арасындағы байланыс	Интервалдың типи	Ўақыялар арасындағы байланыстың характери
$c\|\Delta t\| < \|\Delta x\|$; $\Delta s^2 < 0$	Кеңисликке мегзес.	Себеп пенен байланыс жоқ (себеплилик жоқ).

$c\|\Delta t\| > \|\Delta x\|;\ \Delta s^2 > 0$	Ўақытқа мегзес.	Себеп пенен байланыстың орын алыўы мүмкин.
$c\|\Delta t\| = \|\Delta x\|;\ \Delta s^2 = 0$	Жақтылыққа мегзес.	Ўақыялардың жақтылық сигналы менен байланысқан болыўы мүмкин.

Қозғалыўшы дененің узынлығы. Қозғалыстағы стерженниң узынлығы деп усы стерженниң еки ушына сәйкес келиўши қозғалмайтуғын системадағы усы системаның сааты бойынша бир ўақыт моментинде алынған еки ноқат арасындағы қашықлықты айтамыз. Солай етип қозғалыўшы стерженниң ушлары қозғалмайтуғын системада усы системаның саатларының жәрдеминде ўақыттың бир моментинде белгиленип алынады екен. Ал қозғалыўшы системаның саатлары бойынша белгиленип алыў моментлери басқаша болады. Қозғалмайтугын системада бир ўақыт моментинде белгиленип алынған еки ноқат арасындағы қашықлық басқа мәниске ийе болады. Демек, стерженниң узынлығы Лоренц түрлендириўиниң инварианты болып табылмайды ҳәм ҳәр қыйлы есаплаў системаларында ҳәр қыйлы мәниске ийе болады.

Мейли узынлығы l ге тең болған стержень штрихланған координаталар системасында тынышлықта турған болсын ҳәм оның бойы x' бағытына параллел болсын. Биз бул жерде дененің узынлығы ҳаққында айтканда усы дененің тынышлықта турған координаталар системасындағы узынлығын айтатуғынымызды сеземиз. Стерженниң ушларының координаталарын x_1' ҳәм x_2' деп белгилеймиз, қала берсе $x_2' - x_1' = l$. Бул жерде l штрихсыз жазылған. Себеби l стерженниң усы стержень қозғалмай турған координаталар системасындағы, басқа сөз бенен айтқанда тыныш турған стерженниң узынлығы болып табылады.

t_0 ўақыт моментинде v тезлиги менен қозғалатуғын стерженниң ушларындағы ноқатларды штрихланбаған координаталар системасында белгилеп аламыз. Лоренц түрлендириўлери формулалары тийкарында

$$x_1' = \frac{x_1 - vt_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad x_2' = \frac{x_2 - vt_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \tag{32}$$

аңлатпаларын жаза аламыз. Буннан

$$l = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{l'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{33}$$

формуласын аламыз. Бул формулада $l' = x_2 - x_1$ арқалы қозғалыўшы стерженниң узынлығы белгиленген. Демек (33)-аңлатпаны

$$l' = \frac{l}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{34}$$

түринде көширип жазып қозғалыўшы стерженниң узынлығының қозғалыс бағытындағы узынлығының қозғалмай турған стерженниң узынлығынан киши болатуғынлығын сеземиз. Әлбетте, егер биз усы талқылаўларды тынышлықта тур деп қабыл етилген штрихланған координаталар системасы көз-қарасында турып ислесекте қозғалыўшы стерженниң узынлығының (34)-формула менен анықланатуғынлығына келемиз. Бундай жағдайдың орын алыўы салыстырмалық принципи тәрепинен талап етиледи.

Егер стерженди қозғалыс бағытына перпендикуляр етип y' яки z' көшерлери бағытында орналастырсақ, онда (25)-формуладан стерженниң узынлығының өзгериссиз калатуғынлығын көриўге болады. Солай етип дененин өлшемлери салыстырмалы тезликтиң бағытына перпендикуляр бағытларды өзгериссиз калады.

Мысал ретинде Жер шарының қозғалыс бағытындағы диаметрин алып қараймыз. Оның узынлығы 12 мың километрдей, орбита бойынша тезлиги 30 км/с. Бундай тезликте Жер шарының диаметри 6 см ге қасқарады.

Қозғалыўшы дененин өлшемлериниң қозғалыс бағытында өзгеретуғынлығы ҳаққындағы батыл усыныс биринши рет бир биринен ғәрезсиз Фитжеральд (Fitzgerald) ҳәм Лорентц (Lorentz) тәрепинен берилди. Олар қәлеген дененин қозғалыс бағытындағы сызықлы өлшемлери тек усы қозғалысқа байланыслы өзгереди деп болжады. Бул болжаў дурыс болып шықты ҳәм Майкельсон тәжирийбесиниң күтилген нәтийжелерди бермеўиниң себебин толық түсиндирди.

Қозғалыстағы саатлардың жүриў темпи. Мейли қозғалыўшы координаталар системасының x_0' ноқатында t_1' ҳәм t_2' ўақыт моментлеринде еки ўақыя жүз берген болсын. Усы еки ўақыялар арасындағы ўақыт интерваллары қозғалыўшы системада $\Delta t' = t_2' - t_1'$, ал тынышлықта турған системада $\Delta t = t_2 - t_1$ болсын. Лоренц түрлендириўлери тийкарында

$$t_1 = \frac{t_1' + \frac{v}{c^2}x_0'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad t_2 = \frac{t_2' + \frac{v}{c^2}x_0'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{35}$$

теңликлерине ийе боламыз. Буннан мына формула келип шығады:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{36}$$

Солай етип қозғалыўшы саатлар менен өлшенген ўақыялар арасындағы ўақыт интервалы

$$\Delta t' = \Delta t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \tag{37}$$

тынышлықта турған саатлар менен өлшенген ўақытқа қарағанда кем болып шығады. Демек **тынышлықта турған саатлардың жүриўине қарағанда қозғалыстағы саатлардың жүриўиниң темпи кем болады**.

Меншикли ўақыт. Қозғалыўшы ноқат пенен байланыслы саат пенен (ноқат пенен бирге қозғалатуғын) өлшенген ўақыт бул ноқаттың меншикли ўақыты деп аталады. (37)-формулада шексиз киши ўақыт интервалына өтиў ҳәм оны былайынша жазыў мүмкин:

$$d\tau = dt\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \qquad (38)$$

Бул аңлатпада $d\tau$ арқалы козғалыўшы ноқаттың меншикли ўақытының дифференциалы, dt арқалы қарап атырылған ноқат берилген ўақыт моментинде V тезлигине ийе болатуғын инерциаллық координаталар системасындағы ўақыттың дифференциалы белгиленген. $d\tau$ дың қозғалыўшы ноқат пенен байланысқан ҳәр қыйлы сааттлардың көрсетиўлериниң өзгериси, ал dt болса қоңысылас кеңисликлик ноқатта жайласқан қозғалмайтуғын координаталар системасының ҳәр қыйлы саатларының көрсетиўлери екенлигин сеземиз.

Биз жоқарыда интервалдың квадратының, интервалдың дифференциалының инвариант екенлигин көрдик [(29)-формула]. Усыған байланыслы $dx^2 + dy^2 + dz^2 = dr^2$ шамасының да қоңысылас еки ноқат арасындағы кеңисликлик қашықлықтың дифференциалының да инвариант екенлигин сеземиз. Сонлықтан ҳәзир ғана еске алынған инварианттың дифференциалы ушын жазылған (29)-формуланың

$$\frac{ds}{i} = c\,dt\sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2} = c\,dt\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad (39)$$

аңлатпасында келтирилгендей етип түрлендирилиўиниң мүмкин екенлигин көремиз. Бул формулада интервалы есапланып атырған ўақыялар сыпатында қозғалыўшы ноқаттың биринен соң бири избе-из келетуғын еки аўҳалы алынған ҳәм оның тезлигиниң квадратының

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2$$

екенлиги есапқа алынған. Егер

$$ds^2 = dr^2 - c^2t^2 = (-1)(c^2t^2 - dr^2)$$

екенлигин инабатқа алатуғын болсақ, онда жормал сан $i = \sqrt{-1}$ диң қалай пайда болғанлығын аңғарыў мүмкин.

(38)-ҳәм (39)-аңлатпаларды салыстырыў меншикли ўақыттың дифференциалы $d\tau$ дың интервалдың дифференциалы арқалы былайынша аңлатылатуғынлығын көрсетеди:

$$d\tau = \frac{ds}{ic}. \qquad (40)$$

(29)-формуладан көринип турғанындай, интервалдың дифференциалы инвариант болып табылады. Жақтылықтың тезлиги турақлы шама болғанлықтан (16)-аңлатпадан **меншикли ўақыт Лоренц түрлендириўлерине карата инвариант** деп жуўмақ шығарыўға болады.

Бул пүткиллей тәбийий нәрсе. Себеби меншикли ўақыт қозғалыўшы ноқат пенен байланысқан координаталар системасында анықланады ҳәм қайсы координаталар системасында меншикли ўақыттың анықланғанлығы әҳмийетке ийе болмайды.

Тезликлерди қосыў. Биз классикалық механикадағы тезликлерди қосыўды уйрендик. Енди ретятивистлик механикада тезликлерди қалай қосатуғыны менен танысамыз.

Мейли қозғалыўшы координаталар системасында материаллық ноқаттың қозғалысы

$$x' = x'(t'),\ y' = y'(t'),\ z' = z'(t'), \tag{41}$$

ал тынышлықта турған системада болса

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t) \tag{42}$$

параметрлик функцияларының жәрдеминде берилген болсын. Қозғалыўшы ҳәм қозғалмайтуғын системалардағы материаллық ноқаттың тезлигиниң төменде келтирилген қураўшылары арасында байланысты табыўымыз керек:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'},\qquad v'_y = \frac{dy'}{dt'},\qquad v'_z = \frac{dz'}{dt'}. \tag{43}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt},\qquad v_y = \frac{dy}{dt},\qquad v_z = \frac{dz}{dt}. \tag{44}$$

Бизге белгили болған формулалардан

$$dx = \frac{dx' + V\,dt'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}},\qquad dy = dy',\qquad dz = dz', \tag{45}$$

$$dt = \frac{dt' + \frac{V}{c^2}dx'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{dt'\left(1+\frac{V\,v'_x}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

формулаларына ийе боламыз. Дифференциаллардың бул мәнислерин (45)-аңлатпадан (44)-қатнасқа қойсақ ҳәм (43)-қатнасты есапқа алсақ, онда төмендегилерди табамыз:

$$\begin{gathered} v_x = \frac{v'_x + V}{1+V\frac{v'_x}{c^2}}, \\ v_y = \frac{v'_y\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1+V\frac{v'_x}{c^2}}, \\ v_z = \frac{v'_z\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{1+V\frac{v'_x}{c^2}}. \end{gathered} \tag{46}$$

Бул формулалар салыстырмалық теориясының тезликлерди қосыў формулалары болып табылады. Штрихланған система координаталарынан штрихланбаған система координаталарына да өтиў мүмкин. Бундай жағдайда V тезлигин $-V$ менен, штрихланған шамалар штрихланбаған шамалар, штрихланғанлары штрихланбағанлары менен алмастырылады. Бул формулалардан, мысалы, жақтылық тезлигиниң турақлылығы келип шығады. Усы жағдайды дәлиллеймиз. Мейли (46)-аңлатпаларда $v'_y = v'_z = 0,\ v'_x = c$ болсын. Онда

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + V\frac{v'_x}{c^2}} = \frac{c + V}{1 + \frac{cV}{c^2}} = c, \qquad v_y = 0, \qquad v_z = 0 \tag{47}$$

аңлатпаларына ийе боламыз. Демек жақтылықтың тезлигинен үлкен тезлик алынбайды екен.

Аберрация. Мейли штрихланған координаталар системасында y' көшери бағытында жақтылық нуры тарқалатуғын болсын. Бундай жағдайда

$$v'_x = 0, \qquad v'_y = c, \qquad v'_z = 0.$$

Қозғалмайтуғын есаплаў системасы ушын төмендегини аламыз:

$$v_x = V, \ v_y = c\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}, \ v_z = 0.$$

Демек қозғалмайтуғын координаталар системасында жақтылық нурының бағыты менен y көшери бағыты өз-ара параллел болмай, олар бир бирине салыстырғанда қандай да бир β мүйешине бурылған болып шығады. Бул мүйештиң мәниси

$$tg\,\beta = \frac{v_x}{v_y} = V/c\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \tag{48}$$

шамасына тең болады. Егер $\frac{V}{c} \ll 1$ теңсизлиги орын алатуғын болса, онда (48)-аңлатпа классикалық физика беретуғын $tg\beta = \frac{v_\perp}{c}$ формула менен бирдей түрге енеди. Бирақ (48)-аңлатпаның мәниси пүткиллей басқаша. Классикалық физикада мынадай жағдайларды бир биринен айырыў керек:

қозғалыўшы дерек – қозғалмайтуғын бақлаўшы,

қозғалмайтуғын дерек – қозғалыўшы бақлаўшы.

Ал салыстырмалық теориясында болса тек дерек пенен бақлаўшының бир бирине салыстырғандағы қозғалысы ғана әҳмийетке ийе болады.

Тезлениўди түрлендириў. Мейли штрихланған системада материаллық ноқат, қураўшылары a'_x, a'_y, a'_z болған тезлениў менен қозғалысын. бирақ материаллық ноқаттың тезлиги усы ўақыт моментинде нолге тең болсын. Сонлықтан штрихланған координаталар системасында ноқаттың қозғалысы төмендегидей формулалар жәрдеминде тәрийипленеди:

$$\frac{dv'_x}{dt'} = a'_x, \qquad \frac{dv'_y}{dt'} = a'_y, \qquad \frac{dv'_z}{dt'} = a'_z, \qquad v'_x = v'_y = v'_z = 0. \tag{49}$$

Штрихланбаған координиталар системасындағы ноқаттың қозғалысын изертлеймиз. Тезликти (46)-аңлатпадан табамыз:

$$v_x = V, \ v_y = 0, \ v_z = 0. \tag{50}$$

Штрихланбаған координаталар системасындағы тезлениўлер:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \qquad a_z = \frac{dv_z}{dt} \tag{51}$$

формулаларының жәрдеминде анықланады.

dt, dv_x, dv_y, dv_z шамалары (45)-(46) формулалардың жәрдеминде анықланады. Дифференциалларды есаплап болғаннан кейин ғана тезликлер $v'_x = v'_y = v'_z = 0$ деп есаплаў мүмкин. Мысалы dv_x ушын

$$dv_x = \frac{dv'_x}{1+\frac{Vv'_x}{c^2}} - \frac{(v'_x - V)\frac{V}{c^2}v'_x}{\left(1+V\frac{v'_x}{c^2}\right)^2} = \tag{52}$$

$$= \frac{dv'_x}{\left(1+V\frac{v'_x}{c^2}\right)^2}\left(1+\frac{Vv'_x}{c^2}-\frac{Vv'_x}{c^2}-\frac{V^2}{c^2}\right) = \frac{1-V^2/c^2}{\left(1+V\frac{v'_x}{c^2}\right)^2}dv'_x$$

аңлатпасына ийе боламыз. Буннан (45)-қатнасты есапқа алыў жолы менен

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{dv'_x}{dt'} = \left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}} a'_x \tag{53}$$

түрлендириў формуласына ийе боламыз. Бул формулада (49)-аңлатпаға сәйкес $v'_x = 0$ деп есапланған.

Усындай жоллар менен dv_y ҳәм dv_z дифференциаллары есапланады. Солай етип тезлениўди түрлендириўдиң төмендегидей формулаларын аламыз:

$$a_x = \sqrt[3]{1-\frac{V^2}{c^2}}\,a'_x, \tag{54}$$

(30)

$$a_y = \sqrt[3]{1-\frac{V^2}{c^2}}\,a'_y,$$

$$a_z = \sqrt[3]{1-\frac{V^2}{c^2}}\,a'_z.$$

Штрихланбаған системада ноқат V тезлиги менен қозғалады. Сонлықтан соңғы формулалар төмендеги мәнисти аңғартады:

Қозғалыўшы материаллық ноқат пенен усы ноқат тынышлықта туратуғын инерциал координаталар системасын байланыстырыў мүмкин. Усындай координаталар системасы алып жүриўши координаталар системасы деп аталады. Егер усы координаталар системасында ноқат тезлениў менен қозғалса, онда бул ноқат басқа да қәлеген координаталар системасында тезлениў менен қозғалады. Бирақ тезлениўдиң мәниси басқа системада басқа мәниске, бирақ барлық ўақытта да киши мәниске ийе болады. Қозғалыс бағытында тезлениў қураўшысы $\sqrt[3]{1-\frac{V^2}{c^2}}$ көбейтиўшисине пропорционал киширейеди (V арқалы тезлениў қарап атырылған системадағы тезлик белгиленген). Тезликке перпендикуляр бағыттағы тезлениўдиң көлденең қураўшысы $\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$ көбейтиўшисине пропорционал болған кемирек өзгериске ушырайды. Бул хаққында басқа лекцияларда да гәп етиледи.

Бир қатар жуўмақлар:

1. Кеңисликтиң бир теклилиги менен изотроплығы оның инерциал координаталар системасындағы ең баслы қәсийети болып табылады.

2. Ўақыттың бир теклилиги берилген физикалық ўақыяның ўақыттың қайсы моментинен басланғанынан ғәрезсиз бирдей болып раўажланыўы ҳәм өзгериси болып табылады. Мысалы қандай да бир бийикликтен тас ўақыттың кайсы моментинен тасланғанлығынан ғәрезсиз Жердиң бетине бирдей ўақыт ишинде бирдей тезлик пенен қулап түседи.

3. Салыстырмалық теориясы себеплилик принципин дәлиллемейди. Бул теория себеплилик принципи барлық координаталар системасында орын алады деп есаплайды. Усы жағдай тийкарында физикалық тәсирлердиң тарқалыў тезлигине шек қойылады.

4. Лоренц түрлендириўлери тек инерциал есаплаў системаларында дурыс нәтийже береди. Сонлықтан Жер шарын батыстан шығысқа ҳәм шығыстан батысқа қарап қозғалған жағдайлардағы саатлардың жүриў темпин салыстырғанда Жердиң бети менен байланысқан қоординаталар системасын пайдаланыўға болмайды.

5. Қозғалыўшы системаларда ўақыт қозғалмайтуғын системаларға салыстырғанда әстелик пенен өтеди.

6. Меншикли ўақыт Лоренц түрлендириўлерине қарата инвариант шама болып табылады.

7. Абсолют қатты денелердиң болыўы мүмкин емес.

Сораўлар:

1. Қозғалыўшы денелердиң узынлығын анықлаў классикалық механикада ҳәм салыстырмалық теориясында айырмаға ийе ме?

2. Қозғалыўшы денелердиң узынлығының қысқаратуғынлығын тастыйықлаўдың физикалық мәниси нелерден ибарат?

3. Жер шарын батыстан шығысқа ҳәм шығыстан батысқа қарап қозғалған жағдайлардағы саатлардың жүриў темпин салыстырғанда Жердиң бети менен байланысқан қоординаталар системасын пайдаланыўға болмайтуғынлығын қалай дәлиллеўге болады?

4. Егизеклер парадоксының мәниси неден ибарат ҳәм бул парадокс қалай шешиледи?

16-санлы лекция. Сақланыў нызамлары

Егер физикалық нызамлар базы бир түрлендириўлерде өзлериниң формаларын өзгертпейтуғын болса, онда бундай нызамлар сол түрлендириўлерге қарата инвариант деп аталады.

Мысалы классикалық механиканың нызамлары Галилей түрлендириўлерине қарата инвариант: $t' = t, \boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} + \boldsymbol{v}_0 t$.

Қәлеген инерциал есаплаў системасына өткенде Ньютон нызамлары, лагранжиан L ҳәм тәсир S өзгермей калады.

1918-жылы немис математиги Эмми Нётер кейинирек Нётер теоремасы деп атала баслаған физиканың фундаменталлық теоремасының бар екенлигин тапты ҳәм оның мазмуны мыналардан ибарат (Эмми Нётер ашқан теоремасы менен өзиниң атын тарийхта қалдырған ең уллы ҳаял-қызлар қатарына кирди):

Теорияның ямаса тәсир S тиң ҳәр бир инвариантлығына базы бир сақланатуғын физикалық шама сәйкес келеди (ҳәм керисинше, егер базы бир физикалық шама сақланатуғын болса, онда физикалық нызамлар қандай да бир түрлендириўлерде өзгермей қалады). Өзгериссиз сақланатуғын шамалардың саны түрлендириў параметрлериниң санына тең.

Нётер теоремасын базы бир мысалларда көрсетемиз.

1. Кеңисликтиң бир теклилиги – **координата басы кеңисликте өзгертилип қойылғанда физиканың нызамлары өзгермейди**. Физикалық шаманы өлшейтуғын әсбапты кеңисликтиң бир ноқатынан екинши ноқатына көширип қойғанда өлшеўдиң нәтийжелери өзгериссиз қалады (егер барлық физикалық шараятлар усы ноқатларда бирдей болатуғын болса).

Барлық ноқатлардың радиус-векторларын бирдей қылып шексиз киши турақлы $\delta\boldsymbol{r} = \delta\boldsymbol{\varepsilon}$ шамасына жылыстырсақ, онда $\boldsymbol{r}'_i = \boldsymbol{r}_i + \delta\boldsymbol{\varepsilon}$ болады (16-1 сүўрет). Бул координата басын O ноқатын O' ноқатына көширгенге тең. Бундай өзгерислерде бөлекшелердиң тезликлериниң өзгермей қалатуғынлығы өз-өзинен түсиникли.

Тәсир S тиң инвариантлылығынан лагранжиан 1 диң де өзгериссиз қалыўы керек. Бул жағдайда $q_i = x_i, y_i, z_i$ болғанлықтан Лагранж функциясының өсимин

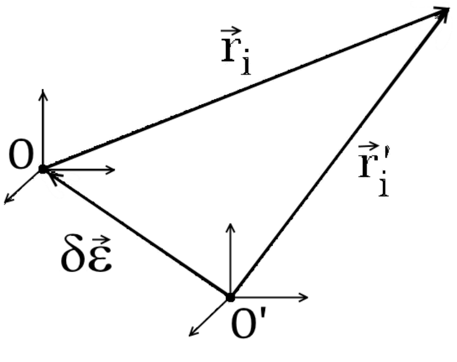
$$\delta L = \sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial x_i}\delta x_i + \frac{\partial L}{\partial y_i}\delta y_i + \frac{\partial L}{\partial z_i}\delta z_i\right) \equiv \sum_i \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}_i}\delta\boldsymbol{r}_i$$

түринде жазамыз. Бул аңлатпада $\boldsymbol{r}_i$ векторы бойынша алынған дара туўынды арқалы мына градиент белгиленген:

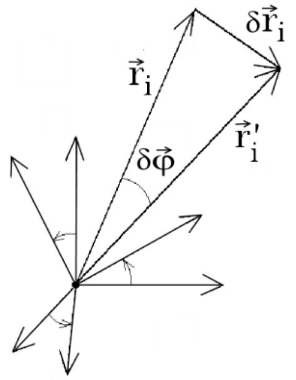
$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}} = \frac{\partial L}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial L}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial L}{\partial z}\boldsymbol{k}.$$

Тап сол сыяқлы

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}} = \frac{\partial L}{\partial v_x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial L}{\partial v_y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial L}{\partial v_x}\boldsymbol{k}.$$



16-1 сүўрет. Есаплаў системасын $\delta\boldsymbol{r} = \delta\boldsymbol{\varepsilon}$ шамасына жылыстырыў.



16-2 сүўрет. Есаплаў системасын δφ мүйешине бурыў.

Лагранж-Эйлер теңлемесин

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}_i} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i} = 0 \qquad (16.1)$$

түринде жазып (бул жерде $i = 1, 2, 3, \dots, N$)

$$\delta L = \sum_i \left(\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\right)\delta\boldsymbol{\varepsilon} = 0$$

екенлигине ийе боламыз. $\delta\boldsymbol{\varepsilon}$ шамасы ықтыярлы болғанлықтан

$$\frac{d}{dt}\left(\sum_i \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\right) = 0.$$

Сонлықтан

$$\sum_i \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i} = const.$$

Бирақ

$$L = \sum_i \frac{mv_i^2}{2} - U(\boldsymbol{r}_i)$$

аңлатпасынан

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i} = m_i \boldsymbol{v}_i$$

екенлиги келип шығады ҳәм соған байланыслы

$$\sum_i m_i \boldsymbol{v}_i = const$$

теңлигин аламыз.

Жуўмақ: **кеңисликтиң бир теклилигинен импульстиң сақланыў нызамы бар болады**. Бирақ бир әҳмийетли ескертиўди естен шығармаў керек. Жоқарыда пайдаланылган түрлендириўлер бир биринен ғәрезсиз үш $\delta\varepsilon_x, \delta\varepsilon_y, \delta\varepsilon_z$ параметрлерин өз ишине қамтыйды. Усыған сәйкес импульстиң сақланатуғын p_x, p_y, p_z үш проекциясы бар болады.

2. **Кеңисликтиң изотроплығы**: ***физиканың нызамлары есаплаў системасын турақлы мүйеш δφ ге бурғанда өзгериссиз қалады*** (өлшейтуғын әсбапты өлшеў нәтийжелерин өзгертпей бурыўға болады, усы жағдайда басқа физикалық шараятлардың өзгермей қалыўы керек, 16-2 сүўрет).

Есаплаў системасын δφ шамасына бурып қойсақ i –бөлекшениң радиус-векторы $\delta\boldsymbol{r}_i = [\delta\varphi, \boldsymbol{r}_i]$ шамасына, ал оның тезлиги

$$\delta\boldsymbol{v}_i = [\delta\varphi, \boldsymbol{v}_i] = \frac{d}{dt}\delta\boldsymbol{r}_i$$

шамасына өзгереди. Сонлықтан (16.1)-формуладан мынаны аламыз:

$$\delta L = \sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}_i}\delta\boldsymbol{r}_i + \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\delta\boldsymbol{v}_i\right) = \sum_i \left(\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}_i}\delta\boldsymbol{r}_i + \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\frac{\partial}{\partial t}\delta\boldsymbol{r}_i\right) =$$

$$= \sum_i \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\delta\boldsymbol{r}_i\right) = \frac{\partial}{\partial t}\sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}[\delta\varphi, \boldsymbol{r}_i]\right) = 0$$

ҳәм усыған сәйкес

$$\sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}[\delta\varphi, \boldsymbol{r}_i]\right) = const$$

екенлигине ийе боламыз. Бул аңлатпаға $\frac{\partial L}{\partial v_i} = m_i\boldsymbol{v}_i$ теңлигин қойып ҳәм векторларды цикллик қайта қойыў арқалы

$$\sum_i \delta\varphi[\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{v}_i] = const$$

теңлигиниң орынланатуғнылығын анықлаймыз. Буннан ақырында

$$\sum_i [\boldsymbol{r}_i, m_i \boldsymbol{v}_i] = const$$

формуласын аламыз ҳәм мынидай жуўмақ шығарамыз: **кеңисликтиң изотроплығынан импульс моментиниң сақланыў нызамы келип шығады**.

Жәнe бир ескертиўди қолланамыз: усы жағдайда пайдаланылған түрлендириў де $\delta\varphi_x, \delta\varphi_y, \delta\varphi_z$ ғәрезсиз үш параметрине ийе болады. Усыған үш сақланатуғын проекциялар L_x, L_y, L_z сәйкес келеди.

3. **Ўақыттың бир теклилиги – егер ўақыттың басланғыш моментин өзгертсе физиканың нызамлары өзгермейди** (бирдей басқа шараятлар өзгермей қалатуғын болса кеште өткерилген өлшеўлер қандай шамаларды берген болса, азанда өткерилген өлшеўлер де сондай шамаларды береди).

Сәйкес түрлендириў $t' = t + \delta t$ түринде жазылады. Кинетикалық энергия E_{kin} ге де, потенциал энергия U ға да ўақыт анық түрде кирмейди. Сонлықтан усы инвариантлыққа сәйкес келетуғын сақланыў нызамын табыў ушын тағы да (16.1) теңлемесин пайдаланып лагранжианнан толық туўынды аламыз:

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{r}_i}\frac{d\boldsymbol{r}_i}{dt} + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\frac{d\boldsymbol{v}_i}{dt} =$$

$$= \sum_i \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\boldsymbol{v}_i + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\frac{d\boldsymbol{v}_i}{dt} = \sum_i \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\boldsymbol{v}_i\right).$$

$\frac{dL}{dt}$ ны кейинги теңликтиң оң тәрепине өткеремиз. Нәтийжеде

$$\frac{d}{dt}\left(\sum_i \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{v}_i}\boldsymbol{v}_i - L\right) = 0$$

теңлигин аламыз. Яғный

$$\sum_i m_i \boldsymbol{v}_i \cdot \boldsymbol{v}_i - L \equiv \sum_i m_i v_i^2 - E_{kin} + U = const$$

ямаса

$$E_{kin} + U = const$$

аңлатпасына ийе болмыз.

Жуўмақ: ўақыттың бир теклилигинен толық механикалық энергияның сақланыў нызамы келип шығады екен.

Келеси ескертиў: пайдаланылган түрлендириў тек бир t параметрине ийе, сонлықтан оған тек бир сақланатуғын шама – системаның энергиясы сәйкес келеди.

Солай етип сақланыў нызамлары ҳәм биз жасап атырған дүньяның динамикасы кеңислик пенен ўақыттың қәсийетлери менен анықланады екен.

Биз кеңислик пенен ўақыттың тийкарғы қәсийетлериниң бири сыпатында олардың симметриясын атап өтемиз ҳәм сақланыў нызамларының ҳәр бири кеңислик пенен ўақыттың белгили бир симметриясы менен байланыслы деген жуўмақ шығарамыз.

Төменде сақланыў нызамлары ҳаққында айқын мысалларда гәп етиледи.

Сақланыў нызамларының мазмуны. Жоқарыда үйренилген қозғлыс нызамлары принципинде материаллық бөлекшелер менен денелердиң қозғалысы бойынша қойылған барлық сораўларға жуўап бере алады. Қозғалыс теңлемелерин шешиў арқалы материаллық бөлекшениң қәлеген ўақыт моментинде кеңисликтиң қайсы ноқатында болатуғынлығын, усы ноқаттағы оның импульсын дәл анықлаў мүмкин (қозғалыс теңлемелерин шешиўдиң көп жағдайларда қыйын екенлигин ҳәм саўат пенен тақатты талап ететуғынлығын еске алып өтемиз). Электрон-есаплаў машиналарының раўажланыўы менен бундай мәселелерди шешиўдиң мүмкиншиликлери жоқарылады.

Бирақ барлық жағдайларда қозғалыс теңлемелерин шешиў арқалы қойылған мәселелерди шешиў мүмкиншилигине ийе болмаймыз. Мейли бизге шешиў мүмкиншилиги жоқ қозғалыс теңлемеси берилген болсын. Мәселен қозғалыс барысында берилген дене Жерде қала ма ямаса космос кеңислигине жерди таслап кете алама? деген сораў қойылсын. Егер усындай жағдайда биз қозғалыс теңлемесин шешпей-ақ денениң Жер бетинен (мысалы) 10 км ден жоқары бийикликке көтериле алмайтуғынлығын анықлай алсақ, бул әдеўир алға илгерилегенлик болып табылады. Ал егер 10 км бийикликте денениң тезлигиниң нолге тең болатуғынлығы анықланса, соның менен бирге денениң 10 км бийикликке көтерилиўи ушын қандай басланғыш тезликке ийе болғанлығы да белгили болса онда белгили бир мақсетлер ушын бул қозғалыс ҳаққында толық мәлим болады ҳәм қозғалыс теңлемесин шешиўдиң зәрүрлиги қалмайды.

Сақланыў нызамлары қозғалыс теңлемелерин шешиўсиз, процесслердиң ўақыт бойынша дәл раўажланыўын талап етпей қозғалыстың улыўмалық қәсийетлерин қарап шығыўға мүмкиншилик береди. Қозғалыстың улыўмалық қәсийетлерин изертлеў қозғалыс теңлемелерин шешиў шеклеринде жүргизиледи ҳәм қозғалыс теңлемесине киргизилген информациялардан артық информацияларды бермейди. Сонлықтан сақланыў нызамларында қозғалыс теңлемелерине қарағанда көп информация болмайды. Бирақ сақланыў нызамларында бирден көринбейтуғын жасырын түрдеги керекли болған информациялардың болыўы мүмкин. Соның менен бирге бирқанша жағдайларда сақланыў нызамларының жәрдеминде бундай информациялар пайдаланыў ушын аңсат түрде көринеди. Усы информацияның әҳмийетли тәрепи төмендегилерден турады: ол айқын айырмашылықларынан ғәрезсиз қәлеген айқын қозғалыс ушын қолланылады.

Сақланыў нызамларының улыўмалық характери бул нызамларды қозғалыс теңлемелери бар болған жағдайда да, жоқ болған жағдайда да қолланыўға мүмкиншилик береди. Сақланыў нызамларын қолланыў ушын көпшилик жағдайларда тек ғана күшлердиң тәсир етиў симметриясын билиў жеткиликли, ал сол күшлердиң тәсир етиў нызамларын билиў шәрт емес. Усының салдарынан қозғалыстың жүдә әҳмийетли болған өзгешеликлерин күшлердиң тәсир етиў нызамларын билмей-ақ анықлаўға болады.

Ҳәр бир физикалық шаманың сақланыўы кеңислик пенен ўақыттың қәсийетлериниң тиккелей нәтийжеси болып табылатуғынлығын биз жоқарыда көрдик. Анықлық ушын төмендеги кестени келтиремиз:

Сақланыў нызамы	Нызамның орын алыўына алып келетуғын себеп
Энергияның сақланыў нызамы	Ўақыттың бир теклилиги
Импульстиң сақланыў нызамы	Кеңисликтиң бир теклилиги
Импульс моментиниң сақланыў нызамы	Кеңисликтиң изотроплылығы

Бирақ, мысалы, кеңисликтиң бир теклилигинен энергияның сақланыў нызамы, ал кеңисликтиң изотроплылығынан импульс моментиниң сақланыў нызамы келип шықпайды. Келтирилген еки нызам да тәсир етиўши күшлер ҳаққында қосымшалар киритилгендеги Ньютонның екинши нызамының нәтийжеси болып табылады. Импульс пенен импульс моментиниң сақланыў нызамларын келтирип шығарғанда **күшлер тәсир менен қарсы тәсирдиң теңлиги нызамын пайдаланыў жеткиликли. Демек Ньютонның екинши нызамына кеңислик пенен ўақыттың симметриясы қәсийетин қоссақ (атап айтқанда кеңислик пенен ўақыттың бир теклилиги, кеңисликтиң изотроплылығы) жоқарыда келтирилген сақланыў нызамларын келтирип шығарыўға болады.**

Ўақыттың бир теклилиги ҳаққында айтқанымызда барлық ўақыт моментлериниң бирдей ҳуқыққа ийе екенлиги нәзерде тутылады. Кеңисликтиң бир теклилиги кеңисликте айрықша аўҳаллардың жоқлығын билдиреди, кеңисликтиң барлық ноқатлары теңдей ҳуқыққа ийе. Ал кеңисликтиң изотроплылығы кеңисликте өзгеше қәсийетке ийе бағытлардың жоқлығын билдиреди. Кеңисликтеги барлық бағытлар да бирдей ҳуқыққа ийе.

Солай етип сақланыў нызамлары теңлемелер шешиў арқалы емес, соның менен бирге процесслердиң ўақыт бойынша раўажланыўын терең таллаўсыз қозғалыслардаң улыўмалық қәсийетлерин қарап шығыўға мүмкиншилик береди. Қозғалыс теңлемелери физикалық шамалардың ўақыт бойынша ҳәм кеңисликтеги өзгериўин бериўши теңлемелер болып табылады. Бизиң ойымызда шексиз көп сандағы физикалық ситуациялар өтеди. Соның менен бирге бизди айқын ўақыт моментинде жүз беретуғын ситуациялардың биреўи емес, ал сол қозғалыстың жүриўине алып келетуғын ситуациялардың избе-излиги көбирек қызықтырады. Ситуациялардың избе-излигин қарағанымызда бизди сол ситуациялар бир биринен неси менен айрылатуғынлығы ғана емес, ал қандай физикалық шамалардың сақланатуғынлығы қызықтырады. **Сақланыў нызамлары болса қозғалыў теңлемелери менен тәрийипленетуғын физикалық ситуациялардың барысында нелердиң өзгермей турақлы болып қалатуғынлығына жуўап береди.**

Биз физика илиминде басқа да сақланыў нызамларының орын алатуғынлығын атап өтемиз. Олардың қатарына электр зарядының сақланыў нызамы, ядролық физикадағы барионлық зарядтың, лептонлық зарядтың, толқын функциясының жуплығының, изотоплық спинниң сақланыў нызамлары киреди. Олардың да ҳәр кайсысына белгили симметрияның сәйкес келетуғынлығы атап өтемиз.

Қозғалыс теңлемелери ҳәм сақланыў нызамлары. Қозғалыс теңлемелери физикалық шамалардың ўақыт бойынша ҳәм кеңисликтеги өзгериўиниң теңлемелери болып табылады. Бизиң көз алдымызда физикалық ситуациялардың шексиз избе-излиги өтеди. Шын мәнисинде қандай да бир ўақыт моментиндеги қозғалысты өз ишине алмайтуғын айқын физикалық ситуация бизди қызықтырмайды. Бизди (физиклерди) сол қозғалысқа алып келетуғын ситуациялардың избе-излиги қызықтырады. Ал ситуациялар избе-изликлерин қарағанда олардың не менен бир биринен айрылатуғынлығын билиў менен қатар, олар арасындағы улыўмалықты, оларда нелердиң сақланатуғынлығын билиў әҳмийетке ийе. **Сақланыў нызамлары қозғалыс теңлемелери тәрепинен тәрийипленетуғын физикалық ситуациялардың жүзеге келиў избе-излигинде нелердиң өзгериссиз, турақлы болып қалатуғынлығы ҳаққындағы сораўға жуўап береди**.

Сақланыў нызамларының математикалық мәниси. Ньютонның төмендеги бир өлшемли теңлемелерин мысал ретинде көремиз:

a) $$m\frac{dv_x}{dt} = F_x,$$

b) $$\frac{dx}{dt} = v_x.$$

Материаллық ноқаттың кеңисликте ийелеген орны қәлеген ўақыт моментинде белгили болса мәселе шешиледи деп есапланады. Ал мәселени шешиў ушын а) теңлемени интеграллап v_x ты табыў керек, ал оннан кейин v_x тың сол мәнисин б) ға қойып $x(t)$ ны анықлаймыз.

Көпшилик жағдайларда биринши интеграллаў улыўма түрде исленеди ҳәм физикалық шамалардың белгили бир комбинацияларының санлық мәнисиниң турақлы болып қалатуғынлығы түринде бериледи. Сонлықтан да **механикада математикалық мәнисте сақланыў нызамлары қозғалыс теңлемелериниң биринши интегралына алып келинеди**.

Әдетте турақлы болып сақланатуғын бир қанша физикалық шамалар механикадан сыртқа шығып кетеди; олар механиканың сыртында да әҳмийетли орын ийелейди. сақланатуғын физикалық шамалар фундаменталлық физикалық шамалар, ал сақланыў нызамлары физиканың фундаменталлық нызамлары болып есапланады.

Импульстиң сақланыў нызамы. Изоляцияланған системаны қараймыз. Сырттан күшлер тәсир етпесе материаллық ноқат ямаса материаллық ноқатлар системасын изоляцияланған деп атайды.

Сырттан күшлер тәсир етпегенликтен

$$\boldsymbol{F} = 0, \qquad \frac{dp}{dt} = 0.$$

Бул теңлемени интеграллап

$$\boldsymbol{p} = const, p_x = const,\ p_y = const,\ p_z = const$$

екенлигине ийе боламыз. Бул теңликлер импульстиң сақланыў нызамын аңғартады: **изоляцияланған системаның импульсы усы системаның ишинде жүретуғын қәлеген процессте өзгермей қалады.** Материаллық ноқат ушын бул нызам **сырттан күшлер тәсир етпегенде материаллық ноқаттың туўры сызықлы, тең өлшеўли қозғалатуғынлығын** билдиреди. Релятивистлик емес жағдайларда материаллық ноқатлар системасы ушын бул нызам системаның масса орайының туўры сызықлы тең өлшеўли қозғалатуғынлығын аңлатады.

Импульстиң сақланыў нызамы релятивистлик емес ҳәм релятивистлик жағдайлар ушын да орынланады.

Импульс қураўшылары ушын да сақланыў нызамы бар.

Импульс моментиниң сақланыў нызамы. Изоляцияланған системаны қараўды даўам етемиз. Бундай система ушын сыртқы күшлердиң моменти $\boldsymbol{M}$ нолге тең ҳәм моментлер теңлемеси

$$\frac{d\boldsymbol{M}}{dt} = 0$$

түринде жазылады. Бул теңлемени интегралласақ

$$\boldsymbol{L} = const, \qquad L_x = const, \qquad L_y = const, \qquad L_z = const \qquad (16.2)$$

теңлемелер системасын аламыз.

Бул теңликлер импульс моментиниң сақланыў нызамын аңлатады: **Изоляцияланған система ишиндеги қәлеген процессте системаның импульс моменти өзгериссиз қалады**.

Импульс моментиниң айырым қураўшылары ушын да сақланыў нызамы орын алады.

Энергияның сақланыў нызамы. Күштиң жумысы. Егер күштиң тәсиринде тезликтиң абсолют шамасы өзгерсе күш жумыс иследи деп есаплайды. Егер тезлик артса күштиң жумысы оң, ал тезлик кемейсе күштиң жумысы терис деп қабыл етилген.

Жумыс пенен тезликтиң өзгериўи арасындағы байланысты анықлаймыз. Бир өлшемли қозғалысты қараймыз. Ноқаттың қозғалыс теңлемеси

$$m\frac{dv_x}{dt} = F_x. \tag{16.3}$$

Теңлемениң еки жағын да v_x қа көбейтип ҳәм

$$v_x\frac{dv_x}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dv^2}{dt}$$

теңлигиниң орынлы екенлигин есапқа алып

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv_x^2}{2}\right) = F_x v_x \tag{16.4}$$

теңлигине ийе боламыз. Бул теңликтиң оң жағының $v_x = \frac{dx}{dt}$ екенлигин есапқа аламыз ҳәм теңликтиң еки тәрепине де dt ға көбейтемиз

$$d\left(\frac{mv_x^2}{2}\right) = F_x dx. \tag{16.5}$$

(16.5)-теңлемеде анық мәнис бар. Ноқат dx аралығына көширилгенде күш $F_x dx$ жумысын ислейди. Нәтийжеде қозғалысты тәрийиплейтуғын кинетикалық энергия $\frac{mv_x^2}{2}$ ҳәм соған сәйкес тезликтиң абсолют мәниси өзгереди. $\frac{mv_x^2}{2}$ шамасы жоқарыда гәп етилгендей **денениң кинетикалық энергиясы** деп аталатуғынлығын еске түсиремиз. Дене x_1 ноқатынан x_2 ноқатына көшеди, нәтийжеде оның тезлиги v_{x_1} шамасынан v_{x_2} шамасына шекем өзгереди.

Жоқарыда алынған теңлемени интеграллаў арқалы

$$\int_{v_x=v_{x_1}}^{v_x=v_2} d\left(\frac{mv_x^2}{2}\right) = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx \tag{16.6}$$

теңлемесин аламыз.

$$\int_{v_x=v_{x_1}}^{v_x=v_2} d\left(\frac{mv_x^2}{2}\right) = \frac{mv_{x_2}^2}{2} - \frac{mv_{x_1}^2}{2} \tag{16.7}$$

екенлигин есапқа алып

$$\frac{mv_{x_2}^2}{2}-\frac{mv_{x_1}^2}{2}=\int_{x_1}^{x_2}F_x dx \tag{15.8}$$

аңлатпасына ийе боламыз. Демек материаллық ноқат бир аўҳалдан екинши аўҳалға өткенде кинетикалық энергиясының өсими күштиң ислеген жумысына тең.

Күш бар ўақытта кинетикалық энергияның мәниси өзгереди. Кинетикалық энергия $F_x=0$ болғанда сақланады. Ҳақыйқатында да жоқарыда келтирилген кейинги теңлемеден

$$\frac{mv_{x_2}^2}{2}-\frac{mv_{x_1}^2}{2}=const \tag{15.9}$$

екенлигине ийе боламыз. Бул аңлатпа кинетикалық энергияның сақланыў нызамының математикалық аңлатпасы болып табылады.

Егер материаллық ноқаттың қозғалыў бағыты менен күш өз-ара параллел болмаса исленген жумыстың

$$dA=F\cdot dl\cdot\cos\alpha \tag{16.10}$$

шамасына тең екенлигин билемиз. Бул аңлатпада α арқалы $\boldsymbol{F}$ пенен $d\boldsymbol{L}$ векторлары арасындағы мүйеш белгиленген. Исленген толық жумысты есаплаў ушын

$$A=\lim_{\Delta l_i\to 0}\sum_i(\boldsymbol{F}_i,d\boldsymbol{l}_i)=\int_{(x_1)}^{(x_2)}(\boldsymbol{F},d\boldsymbol{l}) \tag{15.11}$$

формуласына ийе боламыз. Улыўмалық жағдайды қарағанымызда $m\frac{dv_x}{dt}=F_x$ теңлемесиниң орнына

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\boldsymbol{F} \tag{16.12}$$

теңлемесинен пайдаланыўымыз керек. Бундай жағдайда

$$d\left(\frac{mv_0^2}{2}\right)=(\boldsymbol{F},d\boldsymbol{r}) \tag{16.13}$$

формуласын жаза аламыз.

Тезлик күштиң тәсиринде v_1 ден v_2 шамасына шекем өзгеретуғын болса, онда

$$\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}=\int_{(1)}^{(2)}(\boldsymbol{F},d\boldsymbol{l}) \tag{16.14}$$

формуласын аламыз.

Бул теңлеме энергияның сақланыў нызамын аңлатады.

Потенциал күшлер. Ислеген жумысы тек ғана траекторияның басланғыш ҳәм ақырғы ноқатларына байланыслы болған күшлер потенциал күшлер деп аталады. Бундай күшлерге, мысалы, тартылыс күшлери киреди. "Потенциал майдан" ҳәм "потенциал күшлер" түсиниклери бир мәнисте қолланылады.

Математикалық жақтан

$$\int_{(1)}^{(2)} (\boldsymbol{F}, d\boldsymbol{l})$$

интегралы тек ғана 1- ҳәм 2 ноқатларға байланыслы болған майданға айтылады.

Улыўма жағдайда потенциал майдан ушын

$$\oint (\boldsymbol{F}, d\boldsymbol{l}) = 0$$

шәрти орынланады.

Усы теңлемеден келип шығатуғын тастыйықлаў төмендегидей анықлама түринде берилиўи мүмкин: **қәлеген туйық контур бойынша майдан күши жумысы нолге тең болатуғын майдан потенциал майдан деп аталады**. Майданның потенциаллығы критерийи былайынша бериледи:

2) **майданның потенциаллық болыўы ушын туйық контур бойынша усы майдан күшиниң жумысының нолге тең болыўы зәрүр ҳәм жеткиликли**.

Потенциал майданда исленген жумыс

$$\int_{(1)}^{(2)} (\boldsymbol{F}, d\boldsymbol{l}) = -(U_2 - U_1)$$

ямаса

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = -(U_2 - U_1).$$

Бул теңлемени былайынша қайтадан көширип жазыў мүмкин:

$$\frac{mv_2^2}{2} + U_2 = \frac{mv_1^2}{2} + U_1.$$

Демек улыўма жағдай ушын

$$\frac{mv^2}{2} + U = const$$

екенлиги келип шығады. Бул теңлик энергияның сақланыў нызамы деп аталады. U потенциал энергия болып табылады. Соның менен бирге бул теңлеме энергияның бир түрден екинши түрге өтиў нызамын да береди.

Базы бир жуўмақлар

1. Физика илиминдеги сақланыў нызамларының барлығы да кеңислик пенен ўақыттың симметриялары ҳәм басқа да симметриялар менен тиккелей байланыслы. Ҳәр бир симметрия менен бир сақланыў нызамы байланыслы.

2. Ўақыттың бир теклилиги энергияның сақланыў нызамына алып келеди.

3. Кеңисликтиң бир теклилиги импульстиң сақланыў нызамының орын алыўын тәмийинлейди.

4. Кеңисликтиң изотроплылығы импульс моментиниң сакланыў нызмының бар екенлигине алып келеди.

5. Жабық (изоляцияланған) систмадағы бөлекшелердиң кинетикалық энергиялары менен потенциал энергияларының қосындысы турақлы шама болып табылады.

6. Қәлеген туйық контур бойынша майдан күши жумысы нолге тең болатуғын майдан потенциал майдан деп аталады.

7. Майданның потенциаллық болыўы ушын туйық контур бойынша усы майдан күшиниң жумысының нолге тең болыўы зәрүр ҳәм жеткиликли.

17-санлы лекция. Деформация. Деформацияның түрлери. Серпимли ҳәм эластик деформациялар. Гук нызамы

Бул лекцияда тийкарынан төмнедегидей мәселелер қарап шығылады:

1. Серпимли ҳәм эластик деформациялар.
2. Изотроп ҳәм анизотроп денелер.
3. Серпимли кернеўлер.
4. Стерженлерди созыў ҳәм қысыў.
5. Деформацияның басқа да түрлери (жылжыў ҳәм буралыў деформациялары).
6. Серпимли деформацияларды тензор жәрдеминде тәрийиплеў.

Тәбиятта бар барлық денелер сырттан күшлер тәсир еткенде деформацияланады. Усының нәтийжесинде олардың формалары ҳәм көлемлери өзгереди. Бундай өзгерислерди деформациялар деп атаймыз. Әдетте еки түрли деформацияны айырып айтады: **серпимли деформация ҳәм эластик деформация**. Серпимли деформация деп тәсир етиўши күшлер жоғалғаннан кейин жоқ болып кететуғын деормацияға айтылады. Пластик ямаса қалдық деформация деп тәсир етиўши күшлер жоғалғаннан кейин қандай да бир дәрежеде сақланып қалатуғын деформацияға айтамыз. деформацияның серпимли ямаса пластик болыўы тек ғана деформацияланатуғын денелердиң материалына байланыслы болып қалмастан, деформациялаўшы күшлердиң шамасына да байланыслы. Егер түскен күштиң шамасы **серпимлилик шеги** деп аталатуғын шектен артық болмаса серпимли деформация орын алады. Егер күштиң шамасы бул шектен артық болса пластик деформация жүз береди. Серпимлик шеги жүдә анық болмаған шама болып ҳәр қыйлы материаллар ушын ҳәр қыйлы мәниске ийе.

Қатты денелер **изотроп ҳәм анизотроп** болып екиге бөлинеди. **Изотроп** денелердиң қәсийетлери барлық бағытлар бойынша бирдей болады. Ал анизотроп денелерде ҳәр қандай бағытлар бойынша қәсийетлер ҳәр қыйлы. Анизотроп денелердиң ең айқын ўәкиллери **кристаллар** болып табылады. Соның менен бирге денелер айырым қәсийетлерге қарата анизотроп, ал айырым қәсийетлерге қарата анизотроп болыўы мүмкин.

Әпиўайы мысалларды көремиз. Стерженниң деформацияланбастан бурынғы узынлығы l_0 болсын, ал деформация нәтийжесинде оның узынлығы l ге жетсин. демек узынлық өсими $\Delta l = l - l_0$. Бундай жағдайда

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \qquad (17.1)$$

шамасы салыстырмалы узайыў деп аталады. Ал стерженниң кесе-кесиминиң бир бирлигине тәсир етиўши F күштиң шамасын

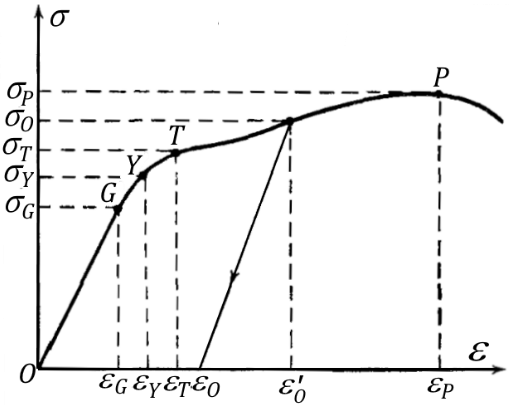
$$\sigma = \frac{F}{S} \qquad (17.2)$$

кернеў деп атаймыз.

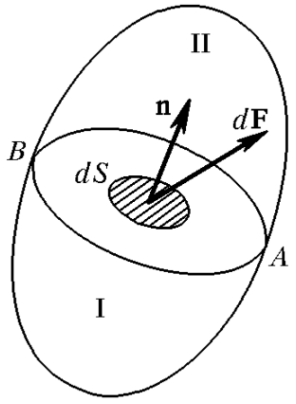
Улыўма жағдайда кернеў менен деформация арасындағы байланыс 1-сүўретте көрсетилген. Үлкен емес күшлерде кернеў σ менен деформация ε өз-ара пропорционал. Усындай байланыс G ноқатына шекем даўам етеди. Буннан кейин деформация тезирек өседи. Т ноқатынан баслап дерлик турақлы кернеўде деформация жүреди. Усы ноқаттан басланатуғын деформациялар области **ағыў области** ямаса **эластик деформациялар области** деп аталады. Буннан кейин Р ноқатына шекем деформацияның өсиўи менен кернеў де өседи. Ақырғы областта кернеўдиң мәниси киширейип стерженниң үзилиўи орын алады.

Кернеўдиң σ_y мәнисинен кейин деформация қайтымлы болмайды. бундай жағдайда стерженде **қалдық деформациялар** сақланады. $\sigma(\varepsilon)$ байланысындағы $O - \sigma_y$ области берилген материалдың ***серпимли деформациялар области*** деп аталады. $\sigma_{\text{п}}$ менен $\sigma_{\text{т}}$ шамалары арасындағы ноқат ***серпимлилик шегине*** сәйкес келеди. Дене өзине сәйкес серпимлилик шегине шекемги кернеўдиң мәнислеринде серпимлилик қәсийет көрсетеди.

Серпимли кернеўлер. Деформацияға ушыраған денелердиң ҳәр қыйлы бөлимлери бир бири менен тәсирлеседи. Ықтыярлы түрде деформацияланған денени ямаса орталықты қарйық. Ойымызда оны I ҳәм II бөлимлерге бөлемиз. Еки бөлим арасындағы шегара тегислик AB арқалы белгиленген. I дене деформацияланған болғанлықтан II денеге белгили бир күш пенен тәсир етеди. Сол себепли өз гезегинде II дене де I денеге бағыты бойынша қарама-қарсы бағытта тәсир етеди. Бирақ пайда болған деформацияны анықлаў ушын AB кесе-кесимине тәсир етиўши қосынды күшти билип қойыў жеткиликсиз. Усы кесе-кесим бойынша қандай күшлердиң тарқалғанлығын билиў шәрт. Кесе кесимнен dS киши майданын сайлап аламыз. II бөлимлен I бөлимге тәсир етиўши күшти $d\boldsymbol{F}$ арқалы балгилеймиз. *Майдан бирлигине тәсир етиўши күш* $\frac{d\boldsymbol{F}}{dS}$ *AB шегарасында I бөлимге тәсир етиўши кернеў деп аталады*. Усы ноқатта II денеге тәсир етиўши кернеў де тап сондай мәниске, ал бағыты жағынан қарама-қарсы бағытланған болады.



1 сүўрет. Деформацияның кернеўге ғәрезлилигин көрсетиўши диаграмма.



2 сүўрет. Ықтыярлы түрде деформацияланған денениң схемасы.

Улыўма жағдайда $d\boldsymbol{S}$ майданының бағытын бул майданға түсирилген нормал $\boldsymbol{n}$ арқалы бериў мүмкин. Бундай жағдайда кернеў $d\boldsymbol{S}$ ҳәм $\boldsymbol{n}$ векторлары арасындағы байланысты береди. Еки вектор арасындағы байланысты тоғыз шама менен бериў мүмкин. Бул

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \qquad (17.3)$$

шамалары болып, бул тоғыз шаманың жыйнағы серпимли кернеў тензоры деп аталады.

Бул шамалардың мәниси улыўма жағдайларда ноқаттан ноқатқа өткенде өзгереди, яғный координаталардың функциясы болып табылады.

(17.3) Серпимли кернеў тензоры симметриялық тензор болып табылады, яғный

$$\omega_{ij} = \omega_{ji} \qquad (i,j = x,y,z) \qquad (17.4)$$

Демек (17.3)-тензордың симметриялы тензор екенлигинен тоғыз қураўшының алтаўы бир биринен ғәрезсиз болып шығады.

X, У, Z координаталарының бағытларын сайлап алыў арқалы (17.3) деги барлық диагоналлық емес ағзаларды нолге тең болатуғын етип алыўға болады. Бундай жағдайда серпимли кернеў тензоры

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{vmatrix} \qquad (17.5)$$

түрине келеди. Бул түрдеги тензорды бас көшерлерге келтирилген тензор деп атаймыз. Сәйкес координаталар көшерлери кернеўдиң бас көшерлери деп аталады.

Бир өлшемли кернеў (сызықлы-кернеўли жағдай) былай жазылады:

$$\begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Еки көшерли кернеў (тегис кернеўли жағдай) былайынша көрсетиледи:

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Гидростатикалық басым

$$\begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{vmatrix}$$

түринде жазылады.

Стерженлерди созыў ҳәм қысыў. 3-сүўретте көрсетигендей стержень алып оның ултанларына созыўшы ҳәм қысыўшы күшлер түсиремиз.

Егер стержень созылатуғын болса әдетте **кернеў керим** деп аталып

$$T = F/S \qquad (17.7)$$

формуласы менен анықланады. Егер стержень қысылатуғын болса кернеў басым деп аталады ҳәм

$$P = F/S \qquad (17.8)$$

формуласы менен анықланады.

Басымды кери керим ямаса керимди кери басым деп атаў мүмкин, яғный

$$P = -T. \tag{17.9}$$

Стерженниң салыстырмалы узайыўы деп

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \tag{17.10}$$

шамасына айтамыз. Созыўшы күшлер тәсир еткенде ε>0, ал қысыўшы күшлер тәсир еткенде $\varepsilon < 0$.

Тәжирийбелер

$$T = E\frac{\Delta l}{l_0}, \qquad \mathrm{P} = -E\frac{\Delta l}{l_0} \tag{17.11}$$

теңликлериниң орынланатуғынлығын көрсетеди. Стерженниң материалына байланыслы болған E шамасы Юнг (1773-1829) модули деп аталады. (17.11)-формулалар Роберт Гук (1635-1703) нызамын аңлатады (бул нызам 1660-жылы ашылған). Был нызам тәжирийбеде дәл орынланбайды. Гук нызамы орынланатуғын деформациялар киши деформациялар деп аталады. (17.11) те $\Delta l = l_0$ болғанда $T = E$ теңлиги орынланады. Сонлықтан Юнг модули стреженниң узынлығын еки есе арттырыў ушын керек болатуғын керим сыпатында анықлайды. Бундай деформациялар ушын Гук нызамы дурыс нәтийже бермейди: буншама деформация нәтийжесинде дене яки қыйрайды, яки түсирилген кернеў менен деформация арасындағы байланыс бузылады.

Ҳәзирги ўақытлары Гук нызамының былайынша айтылатуғынлығын атап өтемиз:

а) қәлеген киши деформацияда серпимлилик күшиниң шамасы деформацияның шамасына туўры пропорционал;

б) денелердиң киши деформацияларының шамасы тәсир етиўши күшлердиң шамасына туўры пропорционал.

Көлденең қысылыў коэффициенти. Тәжирийбелер денелерди созғанда олардың көлденең өлшемлериниң киширейетуғынлығын көрсетеди. Ал денелерди қыссақ, онда олардың көлденең өлшемлери үлкейеди. Бундай қубылысты резинкадан исленген тутас буйымларды қысқанда ямаса созғанда анық көриў мүмкин. Қысқанда ямаса созғанда денелердиң кесе-кесимлериниң өзгериси **салыстырмалы көлденең қысыўдың** (ямаса көлденең созылыўдың) жәрдеминде тәрийиплейди. Бул шаманы ε_p арқалы белгилейди ҳәм оның мәнисин

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta d}{d}$$

формуласының жәрдеминде есаплайды. Бул формулада d арқалы денениң деформацияға шекемги көлденең өлшеми, ал Δd арқалы денениң көлденең өлшеминиң абсолют өзгериси белгиленген.

Тәжирийбелер бирдей материалдан исленген ҳәр қыйлы денелер ушын $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ бойлық деформацияда көлденең қысылыў коэффициенти ε_p ның мәнисиниң турақлы екенлигин көрсетеди. Соның менен бирге өлшем бирилигине ийе емес

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon} = \frac{\left(\frac{\Delta d}{d}\right)}{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)} = \mu$$

коэффициентин Пуассон коэффициенти ямаса көлденең кысылыў модули деп атайды.

Бир қатар материаллар ушын Юнг ҳәм басқа да модуллердиң мәнислери менен Пуассон коэффициентлери төмендеги кестеде келтирилген:

Затлар	Юнг модули		Жылжыў модули		Пуассон коэффициенти	Серпимлилик шеги		Беккемлик шеги	
	Гпа	$\times10^3$ кГс/мм^2	Гпа	$\times10^3$ кГс.мм^2		$\times10^7$ Па	кГс/мм^2	$\times10^7$ Па	кГс/мм^2
Полат	200	20	76	7,7	0,27	32,4	33	73,5	75
Темир	190	19	76	7,7	0,27	4,9	5	34,2	35
Мыс	98	10	44	4,5	0,37	2,94	3	21,6	22
Алюминий	69	7	24	2,5	0,34	5,88	6	31,4	32
Қорғасын	10	1	-	-	-	0,392	0,4	1,76	1,8
Шийше	5,5	0,56	21	22	-	-	-	-	-
Ағаш	12	1,2	-	-	0,2	2,45	2,5	7,85	8

Енди серпимли деформациялардың әпиўайы түрлерин қарап шығамыз.

Дәслепки узынлығы L_0 болған стерженди қысқанда ямаса созғандағы деформация былай есапланады:

$$L = L_0 + \Delta L.$$

Өз гезегинде $L = \alpha L_0 \sigma$. Сонлықтан

$$L = L_0(l + \alpha\sigma).$$

Бул формуладан серпимли деформация шеклеринде стерженниң узынлығының түскен кернеў σ ға туўры пропорционал өзгеретуғынлығын көремиз.

Енди **жылжыў деформациясын** қараймыз (4-сүўрет) Бундай деформация урынба бағытындағы f_t күшиниң (соған сәйкес урынба кернеўдиң) тәсиринде жүзеге келеди.

Жылжыў мүйеши ψ киши мәниске ийе болған жағдайда былай жаза аламыз:

$$\psi = \frac{bb'}{d}.$$

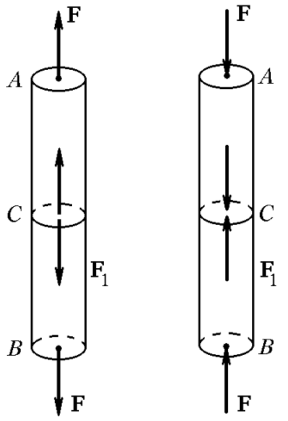
Бул аңлатпадағы d денениң қалыңлығы, bb' жоқарғы қабаттың төменги қабатқа салыстырғандағы жылжыўының абсолют шамасы. Бул аңлатпада жылжыў мүйеши ψ ның салыстырмалы жылжыўды сыпатлайтуғынлығы көринип тур. Сонлықтан былай жаза аламыз:

$$\psi = n\frac{f_t}{S}.$$

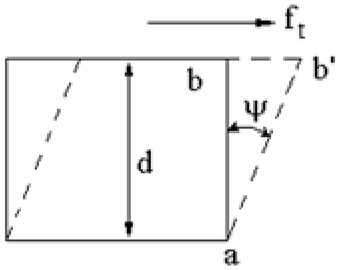
Бул аңлатпадағы n жылжыў коэффициенти деп аталады. Бул коэффициенттиң мәниси деформацияланыўшы денениң материалына байланыслы. S беттиң майданы, f_t сол бетке түсирилген күш. $\sigma_\tau = \frac{f_t}{S}$ кернеўин енгизип кейинги формуланы былайынша көширип жазамыз:

$$\psi = n\,\sigma_\tau\,.$$

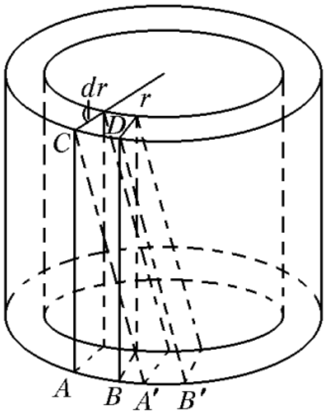
n ге кери шама болған $N = 1/n$ шамасын жылжыў модули деп атаймыз.



3 сүўрет. Созылыў ҳәм қысқарыў деформациялары.



4 сүўрет. Жылжыў деформациясы



5 сүўрет. Буралыў деформациясы

Бир текли изотроплық денелерде жылжыў модули N ниң сан мәниси шама менен Юнг модули E ниң сан мәнисиниң 0.4 бөлегине тең болады.

Енди жылжыў деформациясының бир түри болған ***буралыў деформациясын*** қараймыз (5-сүўрет).

Узынлығы L, радиусы r болған цилиндр тәризли стержень алайық (жоқарыда сүўретте көрсетилген). Стерженниң жоқарғы ултаны бекитилген, ал төменги ултанына оны бурайтуғын күш моменти $\boldsymbol{M}$ түсирилген. Төменги ултанда радиус бағытында узынлығы $OA = \rho$ болған кесинди алайық. Бурайтуғын моменттиң тәсиринде OA кесиндиси φ мүйешке бурылады ҳәм OA' аўҳалына келеди. Стержень узынлығының бир бирлигине сәйкес келиўши буралыў мүйеши болған $\frac{\varphi}{L}$ шамасы салыстырмалы деформация болып табылады. Серпимли деформация шеклеринде бул шама буралыў моменти $\boldsymbol{M}$ ге пропорционал болады, яғный

$$\frac{\varphi}{L} = cM.$$

Бул аңлатпада c пропорционаллық коэффициенти қарап атырған стержень ушын турақлы шама. Бул шаманың мәниси стерженниң материалына, өлшемлерине (узынлығы менен радиусы) байланыслы болады. c шамасын анықлаў ушын буралыў деформациясын жылжыў деформациясы менен байланыстырайық.

Стерженди бурғанда оның төменги кесе-кесими жоқарғы кесе-кесимине салыстырғанда жылжыйды. BA туўрысы буралып Ba' туўрысына айланады. ψ мүйеши жылжыў мүйеши болып табылады. $\psi = n\sigma_\tau = \frac{l}{N}\sigma_\tau$ формуласы бойынша жылжыў мүйеши мынаған тең:

$$\psi = \frac{l}{N}\sigma_\tau.$$

Бул аңлатпадағы σ_τ шамасы dS беттиң A' ноқатындағы элементине түсирилген урынба кернеў, N жылысыў модули болып табылады.

Жоқарыдағы 5-сүўреттен $\psi = Aa'$, $L = \frac{\varphi\rho}{L}$ екенлиги көринип тур. Демек

$$\sigma_\tau = N\psi = \frac{N\varphi\rho}{L}$$

қатнасының орын алатуғынлығын көремиз. Беттиң dS элементине түсирилген күш $\sigma_\tau dS$, ал оның моменти $dM = \rho\sigma_\tau dS$ шамасына тең. φ ҳәм ρ поляр координаталарды енгизсек, онда бет элементиниң $dS = \rho d\rho d\varphi$ екенлигин табамыз. Демек

$$dM = \sigma_\tau \rho^2 d\rho\, d\varphi = \frac{N\varphi}{L}\rho^3 d\rho\, d\varphi$$

аңлатпасы орынлы болады екен. Радиусы ρ болған дөңгелектиң тутас майданы бойынша dM өсимин интеграллап, стерженниң төменги бетиниң барлық жерине түсетуғын M толық моментти табамыз:

$$M = \frac{N\varphi}{L}\int_0^{2\pi}\int_{\rho=0}^{r}\rho^3 d\rho d\varphi = \frac{\pi N r^4}{2}\frac{\varphi}{L}.$$

Демек

$$\varphi = \frac{2}{\pi N}\frac{LM}{r^4}$$

формуласы орынлы болады екен. Бул формуланы $\frac{\varphi}{L} = cM$ формуласы менен салыстырып

$$c = \frac{2}{\pi N}\frac{l}{r^4}$$

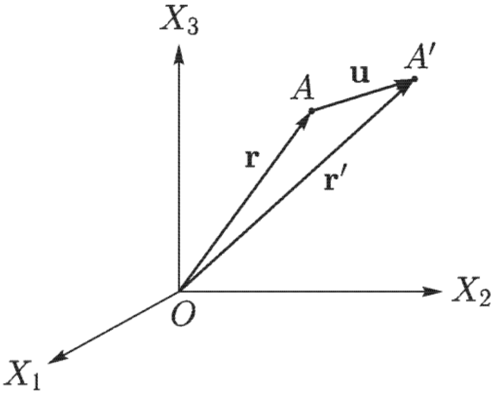
қатнасының орынлы болатуғынлығын табамыз.

$\varphi = \frac{2}{\pi N}\frac{LM}{r^4}$ формуласынан

$$M = \frac{\pi N}{2}\frac{\varphi}{L}r^4$$

екенлиги келип шығады (биз бул формулада моменттиң ралиустың 4-дәрежесине пропорционал екенлигин көрип турмыз). Сонлықтан сымды φ мүйешине бурыў ушын r диң төртинши дәрежесине туўры пропорционал, ал сымның узынлығы L ге кери пропорционал момент түсириў керек деп жуўмақ шығарамыз.

Улыўма түрде деформация былай тәрийипленеди. Деформацияланбастан бурын денеде алынған базы бир векторы $\boldsymbol{b}$ деформацияланғаннан кейин $\boldsymbol{b}'$ векторына, $x(x, y, z)$ ноқаты $x'(x', y', z')$ ноқатына айланады. Δu кесиндисин x ноқатының аўысыўы деп аталады.



Деформацияның шамасын анықлаўдың усылын түсиндиретуғын сүўрет. Деформацияны анықлаў ушын **r** ҳәм **r'** векторларының арасындағы қатнасты табыў керек болады. Бул сүўретте координата көшерлерин X, Y, Z арқалы емес, ал кристаллофизикада қабыл етилген X_1, X_2, X_3 арқалы белгиленген.

Үш өлшемли кеңисликте

$$x_i' = x_i' + \Delta u_i \quad (i = 1, 2, 3) \tag{17.12}$$

екенлиги анық.

Улыўма жағдайларда (үш өлшемли кеңислик, анизотроп орталық) ноқаттың дәслепки аўҳалы менен аўысыўдың қураўшылары былайынша байланысқан:

$$\begin{gathered}\Delta u_x = e_{xx}x_x + e_{xy}x_y + e_{xz}x_z,\\ \Delta u_y = e_{yx}x_x + e_{yy}x_y + e_{yz}x_z,\\ \Delta u_z = e_{zx}x_x + e_{zy}x_y + e_{zz}x_z\end{gathered}$$

ямаса қысқаша түрде

$$\Delta u_i = e_{ij}x_j \tag{17.13}$$

аңлатпасын жазамыз. Бул аңлатпада суммалаўдың Эйнштейн қағыйдасы пайдаланылған (теңликтиң оң тәрепинде еки рет қайталанатуғын индекс бойынша суммалаў)

Тоғыз e_{ij} коэффициентлери **деформация тензоры** деп аталатуғын екинши рангалы тензорды пайда етеди. Бул тензор симметриялы тензор болып табылады, яғный оның коэффициентлери ушын

$$e_{ij} = e_{ji}$$

теңлиги орынланады. Сонлықтан тоғыз коэффициенттиң ишинде тек алтаўы ғана бир биринен ғәрезсиз болады. Сонлықтан қатты денелердеги деформацияны толық тәрийиплеў ушын улыўма жағдайда бир биринен ғәрезсиз алты теңлеме керек болады.

$\overrightarrow{OX'}$ векторы да x ноқатының дәслепки ҳалының функциясы болып табылады:

$$x_i' = x_i + e_{ij}x_j \tag{17.14}$$

ямаса

$$\begin{gathered}x_x' = (1 + e_{xx})x_x + e_{xy}x_y + e_{xz}x_z,\\ x_y' = e_{yx}x_x + \left(1 + e_{yy}\right)x_y + e_{yz}x_z,\\ x_z' = e_{zx}x_x + e_{zy}x_y + (1 + e_{zz})x_z\end{gathered}$$

теңликлерин аламыз ҳәм e_{ij} тензорының физикалық мәнисин түсиндиремиз.

$$x_1' = (1 + e_{xx})x_1. \tag{17.15}$$

Буннан

$$e_{xx} = \frac{x_1' - x_1}{x_1} \tag{17.16}$$

формуласын аламыз ҳәм e_{xx} қураўшысының X көшери бағытындағы салыстырмалы уайыўды (узарыўды) беретуғынлығын көремиз. Сәйкес мәниске e_{yy} ҳәм e_{zz}коэффициентлери де ийе (Y ҳәм Z көшерлери бойынша).

Енди усы ноқаттың Y көшери бағытындағы аўысыўын (жылысыўын) қарайық.

$$\Delta u_y = e_{yx}x_x. \tag{17.17}$$

Буннан

$$e_{yx} = \frac{\Delta u_y}{x_x} = tg\theta, \tag{17.18}$$

яғный e_{yx} қураўшысы X көшерине параллел болған сызықлы элементтиң Y көшери дөгерегиндеги айланыўына сәйкес келеди.

Денениң ҳақыйқый деформациясын анықлаў ушын денениң тутасы менен айланыўын алып таслаўымыз керек. Соның ушын e_{ij} тензорын симметриялық ҳәм антисимметриялық бөлеклерге бөлемиз. Ямаса

$$\mathrm{e}_{ij} = R_{ij} + \varepsilon_{ij}. \tag{17.19}$$

Тензордың антисимметриялық бөлими

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}_{ij} - \mathrm{e}_{ji}\right) \tag{17.20}$$

денениң тутасы менен бурылыўын (айланыўын) береди.

Тензордың симметриялық бөлими

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}_{ij} - \mathrm{e}_{ji}\right) \tag{17.21}$$

деформация тензорының өзи болып табылады. Бул тензор былай жазылады:

$$\begin{vmatrix} e_{xx} & \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}_{xy} - \mathrm{e}_{yx}\right) & \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}_{xz} - \mathrm{e}_{zx}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}_{yx} - \mathrm{e}_{xy}\right) & e_{yy} & \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}_{yz} - \mathrm{e}_{zy}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}_{xz} - \mathrm{e}_{zx}\right) & \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}_{yz} - \mathrm{e}_{zy}\right) & e_{zz} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix}. \tag{17.22}$$

Тензордың диагоналлық қураўшылары узарыў менен қысқарыўға сәйкес келеди. Қалған қураўшылары жылжыўға сәйкес келеди.

Деформация тензорын да төмендеги схема бойынша бас көшерлерге келтириў мүмкин:

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} \to \begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} \to \begin{vmatrix} \varepsilon_{x} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{y} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{z} \end{vmatrix}. \tag{17.23}$$

Енди изотроп денелер ушын Гук нызамын былайынша жаза аламыз:

$$\varepsilon = s\omega \text{ ямаса } \omega = \mathrm{c}\varepsilon. \tag{17.24}$$

σ арқалы кернеў, ε арқалы деформация, s арқалы берилгишлик, c аркалы қаттылық белгиленген.

1839-жылы инглиз физиги Джордж Грин Гук нызамын анизотроп кристаллар ушын улыўмаларстырды.

Анизотроп денелер ушын (яғный кристаллар ушын) Гук нызамын

$$\varepsilon_{ij} = s_{ijkl}\sigma_{kl}, \qquad \omega_{ij} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl} \qquad (17.25)$$

аңлатпалары түринде жаза аламыз. Бул аңлатпада s_{ijkl} арқалы серпимли берилгишлик тензоры, c_{ijkl} арқалы серпимли қаттылық тензоры белгиленген. Бул тензорлар төртинши рангалы симметриялы тензорлар болып табылады.

Демек улыўма жағдайда s_{ijkl} ҳәм c_{ijkl} шамалары төртинши рангалы тензорлар болып табылады. Бул тензорлардың симметриялылығына байланыслы 81 коэффициенттиң орнына бир биринен ғәрезсиз 36 коэффициент қалады.

Базы бир жуўмақлар:

1. Механикалық тәсирлердиң астында қатты денелер деформацияланады.

2. Сырттан түсирилген тәсирлер жоқ етилгеннен кейин деформациялардың толық жоғалыўы ямаса калдың деформациялардың сақланыўы мүмкин. Биринши жағдайда серпимли, ал екинши жағдайда эластик деформацияларға ийе боламыз.

3. Серпимли деформацияның шамасы сырттан түскен тәсирдиң (күштиң) шамасына туўры пропорционал.

4. Улыўма жағдайда деформацияны есаплаў ушын денеде деформацияланбастан бурын ықтыярлы вектор алынады ҳәм деформацияның салдарынан усы вектордың қандай өзгерислерге ушырағанлығы анықланады ҳәм сол еки вектордың қураўшылары арасындағы қатнаслар тийкарында деформацияның шамасы есапланады. Анизотроп денелердеги деформация екинши рангалы тензор болып табылады.

5. Екинши рангалы тензордың қураўшылары қатты денелердеги деформацияның барлық қураўшыларын анықлай алады.

6. Қатты денелердеги деформацияланған ҳалды тәрийиплеў ушын улыўма жағдайда бир биринен ғәрезсиз болған алты теңлеме керек болады.

7. Қатты денедеги кернеў деп сол денедеги бет пенен усы бетке тәсир ететуғын күшти байланыстыратуғын екинши рангалы тензорға айтады.

Сораўлар:

Деформацияны қатты дененин сырттан түсирилген механикалық тәсирге жуўабы сыпатында тәрийиплейди. Неликтен?

Механикалық кернеў дегенимиз не?

Қатты денелердеги деформациялардың қандай түрлерин билесиз?

Ҳәр қыйлы деформацияларда деформацияның шамасын анықлаў ушын қандай шамалар қолланылады?

Қалдық деформацияның сақланыўы қатты денедеги кандай процесслер менен байланыслы?

Беккемлик шеги дегенимиз не?

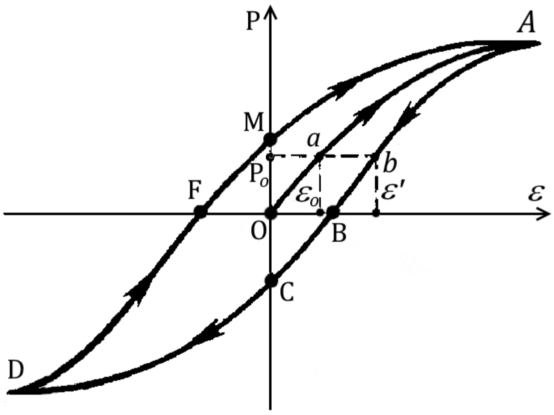
Деформация да, қатты денелерге түсирилген механикалық кернеў де тензорлық шамалар болып табылады. Неликтен?

Симметриялы ҳәм антисимметриялы тензорлар ҳаққында нелерди билесиз?

18-санлы лекция. Қатты денелердиң деформацияланыўының базы бир өзгешеликлери. Серпимли гистерезис. Деформацияның энергиясы ҳәм энергияның тығызлығы

Тәжирийбелер қатты денелердиң деформациясының шамасының тек сырттан түскен күшлерден (кернеўден) ғәрезли емес екенлигин көрсетеди. Деформацияның шамасы ўақыттан да ғәрезли болады. Бундай ғәрезлик Гук нызамында есапка алынбаған.

Сыртқы күшлер тасир еткенде деформацияның ең ақырғы мәниси дәрҳәл пайда болмайды. Тек белгили бир ўақыт аралығы өткеннен кейин ғана деформацияланыў процесси тоқтайды. Тап сол сыяқлы сырттан тәсир ететуғын күшлерди алып кеткеннен кейин деформация бирден жоғалмайды: дәслеп деформация үлкен тезлик пенен, ал кейин әстелик пенен жоғалады. Денелер өзлериниң дәслепки формасына әстелик пенен қайтып келеди. Бул қубылысты әдетте **кейинги серпимли тәсир** деп атайды. Бундай кейинги серпимли тәсирди жақсы сапаға ийе болмаған резина найда бақлаўға болады. Егер усындай найды күшлирек созсақ ҳәм оннан кейин созыўды тоқтатсақ, онда найдың дәслепки узынлығынан узынырақ болып найға айланғанлығын аңсат сезиўге болады. Бирақ ўақыттың өтиўи менен резина най әстелик пенен өзиниң дәслепки узынлығына қайтып келеди.



1-сүўрет.
Серпимли гистерезис гүрмеги.

Егер бурын деформациянбаған үлгини алсақ ҳәм оны созсақ, онда үлгиде ўақыттың өтиўи менен өзгеретуғын p кернеўи пайда болады (1-сүўрет). Кернеўдиң шамасы ε шамасының өсиўи менен OA ниймеклиги бойынша өседи. A ҳалына жеткеннен кейин ε ни әстелик пенен кемейтемиз. Бундай жағдайда p шамасының ε ден ғәрезлигин сәўлелендиретуғын график OA иймеклигинен төменнен өтеди ҳәм үлги B ҳалына келеди (бул ҳалда $p = 0$). B ҳалындағы үлги деформацияны толығы менен жоғалтпайды. OB учаткасы қалдық деформацияны сәўлелендиреди. Қалдың деформацияны жоқ қылыў ушын үлгини қысып (яғный үлгиге терис мәнисли сырқы тәсирди түсиремиз) C ноқатына сайкес келиўши ҳалға алып келиўимиз керек. Бул ҳалда үлги дәслепки формасын толық тиклейди, бирақ ол ишки кернеўге ийе болады. Ишки кернеўдиң шамасы OC кесиндиси менен тәрийипленеди. Егер үлгини қысыўды даўам етсек, онда p ның ε ден ғәрезлиги CD иймеклиги бойынша жүреди. Үлги базы бир D ҳалына келгеннен кейин сырттан түсирилген кернеўдиң мәнисин нолге шекем киширейтемиз. Бундай жағдайда p ның ε шамасынан ғәрезлиги DF иймеклиги бойынша жүреди. F арқалы белгиленген ноқатта дене OF қалдық деформациясына (қысылыўға) ийе болады Усы қалдық деформацияны сапластырыў ушын (жоқ етиў ушын) үлгини OM шамасына созыў керек. Буннан кейин үлгини буннан былай созып MA иймеклиги менен жүрин қайтадан A ҳалына жетемиз. Сыртқы тәсирди өзгертиў арқалы p менен ε арасындағы ғәрезлик ABCDFMA туйық сызығының (гүрмегиниң) жәрдеминде аңлатылады. Бул туық сызықты **серпимли гистерезис гүрмеги** деп атайды. Грек тилиндеги **"гистерезис"** сөзи қарақалпақ тилине "кейинде қалыў" түринде аўдарылады. Серпимли гистерезис қубылысы деформацияның кернеўдиң өзгерисинен кейинлде қалыўын аңлатады. р ның ҳәр бир мәнисиндеги кейинде қалыў ОА иймеклигин АВС иймеклигин тутастыратуғын горизонт бағытындағы кесиндиниң узынлығына тең. Мысалы, $p = p_0$ ушын кейинде қалыў ab кесиндисиниң узынлығы менен өлшенеди.

Гистерезис гүрмегиниң майданы дәиўирли өзгеретуғын деформацияның ҳәр бир циклындағы үлги тәрепинен бөлип шығарылатуғын энергиясына туўры пропорционал. Гүрмектиң майданы қаншама үлкен болса соншама үлкен энергия бөлинип шығады. Усының нәтийжесинде дене күшлирек қызады.

Қызыўды киширейтиў ушын машиналардың жуўапкерли деталларын гистересиз гүрмеги киши болған материаллардан соғады.

Ўақыттың өтиўи менен өзгермейтуғын деформацияларды **стационар деформациялар** деп атайды. Сонлай деформациялардың еки түри бар. Оларды **статикалық ҳәм динамикалық деформациялар** деп атайды. Тынышлықта турған ямаса тең өлшеўли қозғалатуғын денелердиң деформацияларын статикалық деформациялар болып табылады. Ал тезлениў менен қозғалатуғын денелердиң деформациялары динамикалық деформациялар болып табылады.

Енди деформацияланған денелердиң серпимли энергиясын аңсат есаплаўға болады. Стерженниң бир ушына $f(x)$ созыўшы күшин түсиремиз ҳәм оның мәнисин $f = 0$ ден $f = F$ мәнисине шекем жеткеремиз. Нәтийжеде стержень $x = 0$ ден ақырғы $x = \Delta x$ шамасына шекем узарады. Гук нызамы бойынша $f(x) = kx$, k Юнг модулиниң жәрдеминде аңсат есапланатуғын пропорционаллық коэффициенти. Стерженди созыў барысында исленген жумыс серпимли энергия U дың өсими ушын жумсалады.

$$U = \int_0^{\Delta l} f(x)dx = k\int_0^{\Delta l} xdx = \frac{1}{2}(\Delta l)^2. \tag{18.1}$$

Ақырғы ҳалда $x = \Delta l, F = F(\Delta l) = k\Delta l$ болғанлықтан

$$U = \frac{1}{2}F\Delta l. \tag{18.2}$$

Енди серпимли энергияның көлемлик тығызлығын анықлаймыз (қысылған ямаса созылған дениниң көлем бирлигиндеги серпимли энергиясы). Бул шама $U = \frac{1}{2}F\Delta l$ шамасын стерженниң көлеми $V = S \cdot l$ ге бөлгенге тең. Демек

$$u = \frac{1}{2}F\frac{\Delta l}{S \cdot l} = \frac{1}{2}T\varepsilon. \tag{18.3}$$

Бул аңлатпада $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$. Гук нызамынан пайдаланатуғын болсақ, онда кейинги формуланы былайынша өзгертиў қыйын емес:

$$u = \frac{l}{2}E\varepsilon^2 = \frac{T^2}{2E} = \frac{P^2}{2E}. \tag{18.4}$$

Көп сандағы тәжирийбелер созыўлар ямаса қысыўлар нәтийжесинде стерженниң тек ғана узынлықлары емес, ал кесе-кесимлери де өзгеретуғынлығын көрсетеди.

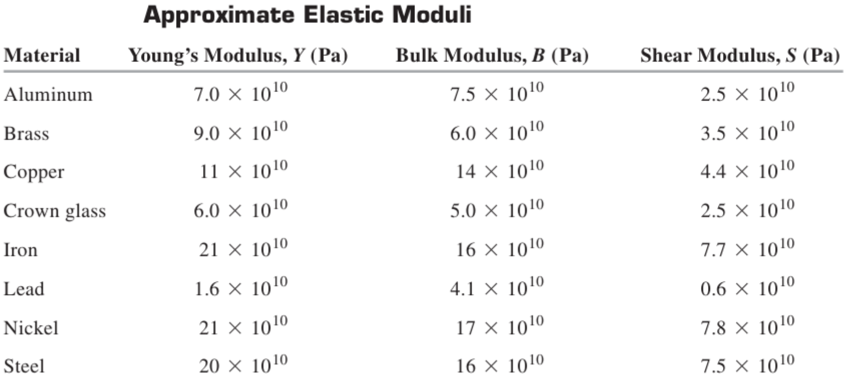
Егер дене созылса оның кесе-кесими киширейеди. Керисинше, егер дене қысылса оның кесе-кесими артады. Мейли a_0 арқалы стерженниң деформацияға шекемги қалыңлығы, ал a арқалы деформациядан кейинги қалыңлығы белгиленген болса, онда $\frac{\Delta a}{a} \approx \frac{\Delta a_0}{a}$ шамасы стерженниң салыстырмалы көлденең қысылыўы ($\Delta a = a - a_0$), ал.

$$\left(\frac{\Delta a}{a}\right)/\left(\frac{\Delta l}{l}\right) = -\left(\frac{\Delta a}{\Delta l}\right)\left(\frac{l}{a}\right) = \mu$$

шамасы болса Пуассон коэффициенти деп аталады.

Юнг модули E ҳәм Пуассон коэффициенти μ изотроп материалдың серпимли қәсийетлерин толығы менен тәрийиплейди.

Төменде келтирилген кестеде ҳәр қыйлы материаллардың механикалық характеристикалары келтирилген:



Approximate Elastic Moduli

Material	Young's Modulus, Y (Pa)	Bulk Modulus, B (Pa)	Shear Modulus, S (Pa)
Aluminum	7.0×10^{10}	7.5×10^{10}	2.5×10^{10}
Brass	9.0×10^{10}	6.0×10^{10}	3.5×10^{10}
Copper	11×10^{10}	14×10^{10}	4.4×10^{10}
Crown glass	6.0×10^{10}	5.0×10^{10}	2.5×10^{10}
Iron	21×10^{10}	16×10^{10}	7.7×10^{10}
Lead	1.6×10^{10}	4.1×10^{10}	0.6×10^{10}
Nickel	21×10^{10}	17×10^{10}	7.8×10^{10}
Steel	20×10^{10}	16×10^{10}	7.5×10^{10}

Базы бир жуўмақлар:

1. Деформацияның шамасы тек тәсир етиўши күштен (кернеўден) ғәрезли емес, ал ўақыттан да ғәрезли.

2. Тәсир етиўши күш (кернеў) ҳәм деформацияның шамасы арасындағы ғәрезлиликте серпимли гистерезис гүрмеги орын алады.

3. Қысыў-созыў деформацияларының ҳәр бир циклинде бөлинип шыққан энергияның шамасы серпимли гистерезис гүрмегиниң майданына туўры пропорционал. Сонлықтан механизмлердиң жумыс ислеўиниң барысында цикллы түрде деформацияланатуғын бөлимлерин серпимли гистерезис гүрмегиниң майданы киши болған материаллардан соғады.

Сораўлар ҳәм мәселелер:

1. Серпимли кернеўдиң деформацияның шамасынан ғәрезлигиниң графигин дүзиңиз. Усы графиктеги Гук нызамы орынланатуғын областты көрсетиңиз. Эластик деформациялар областын көрсетиңиз. Графиктиң жәрдеминде калдық деформацияның шамасын қалай анықлайсыз? Графикти пайдаланып дене ушын сызықлы ғәрезлилик областының тап усындай шамада бурын деформацияланбаған дене ушын усындай областтан үлкен екенлигин көрсетиңиз.

2. Қалдық деформация денени (үлгини) "беккемлейди" деп айтады. Графикти пайдаланып усы тастыйықлаўдың дурыс екенлигин көрсетиңиз. Әмелге калдық деформациядан қалай кутылыў мүмкин?

3. Серпимли гистерезис гүрмеги дегенимиз не? Серпимли гистерезис гүрмегиниң сүўретин салыңыз. Гүрмектиң майданы нени анықлайды?

4. Динамикалық деформациялар менен статикалық деформациялар арасындағы айырма нелерден ибарат?

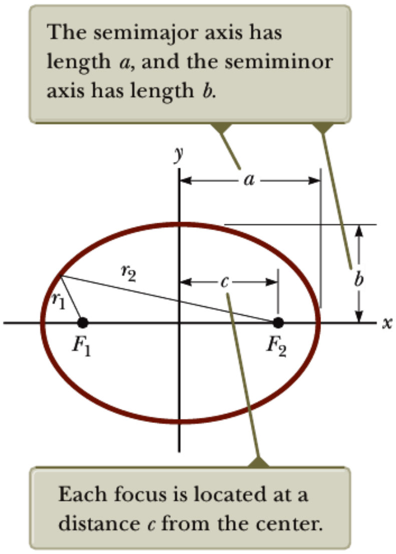
5. Деформацияленған денелердиң энергиясы қандай шамаларға байланыслы? Деформацияның шамасын анықлаў ушын ҳәр қыйлы деформацияларда (созыў,

қысыў, жылжыў, буралыў, ҳәр тәреплеме қысылыў ямаса созылыў) қандай формулалардан пайдаланады?

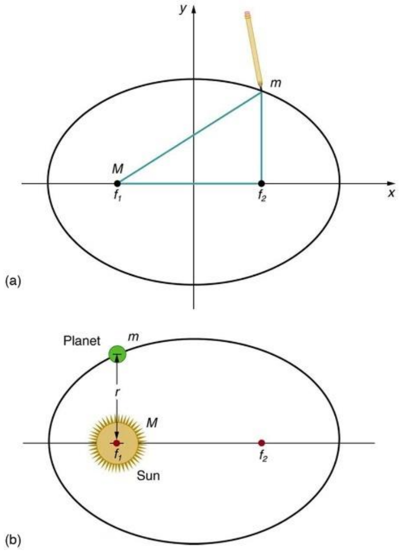
19-санлы лекция. Пүткил дүньялық тартылыс нызамы. Аспан механикасының тийкарғы нызамлары

Дания астрономы Тихо Брагениң (1546-1601) көп жыллық бақлаўларының нәтийжелерин талқылаў нәтийжесинде Иоганн Кеплер (1571-1630) планеталар қозғалысының эмперикалық үш нызамын ашты. Бул нызамлар төмендегидей мазмунға ийе:

1) ***ҳәр бир планета эллипс бойынша қозғалады, эллипстиң бир фокусында Қуяш жайласады;***



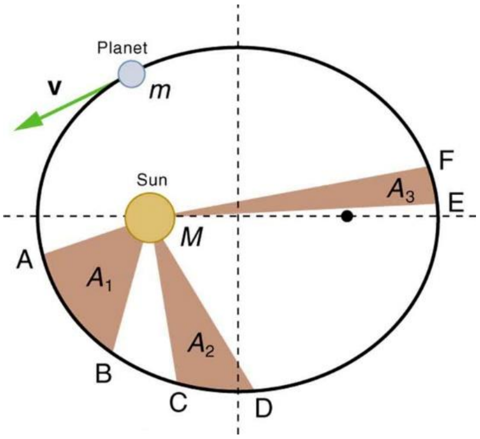
Эллипс ҳәм оның параметрлери. Анықлама: Эллипс деп фокуслары деп аталатуғын еки ноқаттан теңдей қашықлықта жайласқан (туйықластырылған) ноқатлардың геометриялық орнына айтады.



2) ***планета радиус-векторы теңдей ўақытлар аралығында бирдей майданларды басып өтеди;***

Кеплердиң екинши нызамын түсиндириўге арналған сүўрет.

Планета AB, CD ҳәм EF траекторияларын бирдей ўақыттың ишинде өтеди. Сонлықтан A_1, A_2, A_3 майданлары бирдей.



Кеплердиң биринши ҳәм екинши нызамларынан планетаның ямаса кометаның тезлениўи оның Қуяштан қашықлығының квадратына кери пропорционал екенлиги келип шығады.

3) ***планеталардың Қуяш дөгерегин айланып шығыў дәўирлериниң квадратларының қатнаслары эллипс тәризли орбиталардың үлкен ярым көшерлериниң кубларының қатнасларындай болады.***

Бул сүўретте Жерде турып бақлағанда Марс планетасының Pleiades star (Плеядалар) жулдызлар топламының территориясындағы қозғалысыниң избе-излиги келтирилген. Планетаның алға ҳәм кейин қарай қозғалысы Жердиң Қуяштың дөгерегиндеги айланыўы менен байланыслы.

Биринши еки нызам Кеплер тәрепинен 1609-жылы, үшиншиси 1619-жылы жәрияланды. Бул нызамлар Ньютон тәрепинен пүткил дүньялық тартылыс назымының ашылыўына алып келди.

Биз төменде Қуяш системасындағы планеталар ушын Кеплер нызамларының орынланатуғынлығын дәлиллейтуғын кестени келтиремиз.

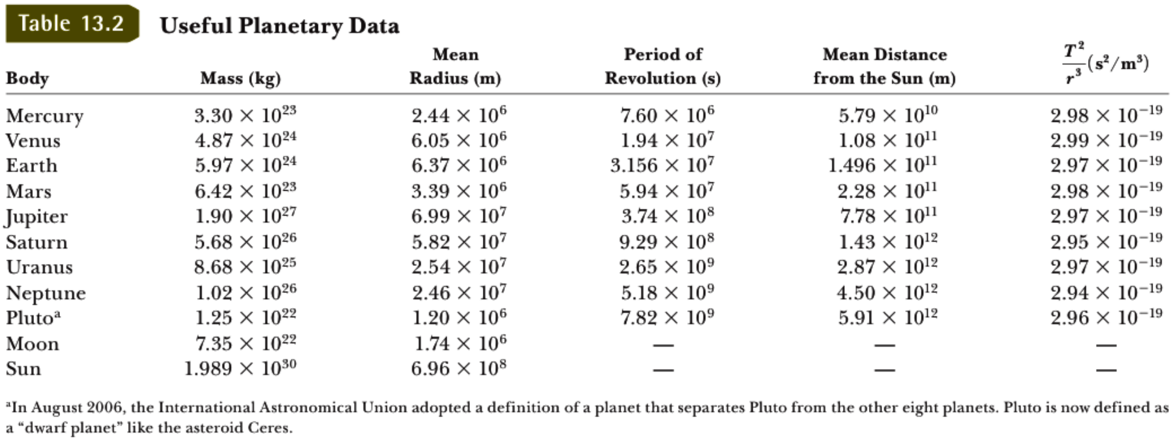


Table 13.2 **Useful Planetary Data**

Body	Mass (kg)	Mean Radius (m)	Period of Revolution (s)	Mean Distance from the Sun (m)	$\frac{T^2}{r^3}$ (s²/m³)
Mercury	3.30×10^{23}	2.44×10^{6}	7.60×10^{6}	5.79×10^{10}	2.98×10^{-19}
Venus	4.87×10^{24}	6.05×10^{6}	1.94×10^{7}	1.08×10^{11}	2.99×10^{-19}
Earth	5.97×10^{24}	6.37×10^{6}	3.156×10^{7}	1.496×10^{11}	2.97×10^{-19}
Mars	6.42×10^{23}	3.39×10^{6}	5.94×10^{7}	2.28×10^{11}	2.98×10^{-19}
Jupiter	1.90×10^{27}	6.99×10^{7}	3.74×10^{8}	7.78×10^{11}	2.97×10^{-19}
Saturn	5.68×10^{26}	5.82×10^{7}	9.29×10^{8}	1.43×10^{12}	2.95×10^{-19}
Uranus	8.68×10^{25}	2.54×10^{7}	2.65×10^{9}	2.87×10^{12}	2.97×10^{-19}
Neptune	1.02×10^{26}	2.46×10^{7}	5.18×10^{9}	4.50×10^{12}	2.94×10^{-19}
Pluto[a]	1.25×10^{22}	1.20×10^{6}	7.82×10^{9}	5.91×10^{12}	2.96×10^{-19}
Moon	7.35×10^{22}	1.74×10^{6}	—	—	—
Sun	1.989×10^{30}	6.96×10^{8}	—	—	—

[a] In August 2006, the International Astronomical Union adopted a definition of a planet that separates Pluto from the other eight planets. Pluto is now defined as a "dwarf planet" like the asteroid Ceres.

Кеплердиң биринши нызамынан планета траекториясының тегис иймеклик екенлиги келип шығады. Материаллық ноқаттың импульс моменти менен секторлық тезлиги арасындағы байланыстан планетаны туйық орбита бойынша қозғалыўға мәжбүрлейтуғын күштиң Қуяшқа қарап бағытланғанлығы белгили болады. Енди усы күштиң Қуяш пенен планета арасындағы қашықлыққа байланыслы қалай өзгеретуғынлығын ҳәм планетаның массасынан қандай ғәрезли екенлиги анықлаўымыз керек. Әпиўайылық ушын планета эллипс бойынша емес, ал орайында Қуяш жайласқан шеңбер бойынша қозғалады деп есаплайық. Қуяш системасындағы планеталар ушын бундай етип әпиўайыластырыў үлкен қәтеликлерге алып келмейди. Планеталардың эллипс тәризли орбиталарының шеңберден айырмасы жүдә кем. Усындай r радиусқа ийе шеңбер тәризли орбита бойынша тең өлшеўли қозғалғандағы планетаның тезлениўи

$$a_r = -\omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} \tag{19.1}$$

формуласының жәрдеминде анықланады. Шеңбер тәризли орбиталар бойынша қозғалыўшы планеталар ушын Кеплердиң үшинши нызамы былай жазылады

$$T_1^2 : T_2^2 : T_3^2 : \ldots = r_1^3 : r_2^3 : r_3^3 : \ldots \tag{19.2}$$

Бул формуланы Қуяш системасындағы барлық планеталар ушын бирдей болған турақлы сан т K ны пайдаланып

$$\frac{r^3}{T^2} = K$$

түринде жазыўымыз мүмкин. Бул турақлы шаманы әдетте **Кеплер турақлысы** деп атайды. Эллипс тәризли орбиталар параметрлери арқалы бул турақлының шамасы былай есапланады:

$$K = \frac{a^3}{T^2}. \tag{19.3}$$

бул аңлатпада a арқалы үлкен ярым көшериниң мәниси белгиленген.

T ны K ҳәм r лер арқалы аңлатып шеңбер тәризли орбита бойынша қозғалыўға сәйкес тезлениўди былай табамыз:

$$a_r = -\frac{4\pi^2}{r^2} K. \tag{19.4}$$

Олай болса планетаға тәсир етиўши күш

$$F = -\frac{4\pi^2}{r^2} Km \tag{19.5}$$

шамасына тең. Бул аңлатпада m арқалы планетаның массасы белгиленген.

Биз Қуяш дөгерегинде шеңбер тәризли орбита бойынша айланыўшы еки планетаның тезлениўиниң Қуяшқа шекемги аралыққа кери пропорционал өзгеретуғынлығын дәлилледик. Бирақ Қуяш дөгерегинде эллипс тәризли орбита бойынша қозғалатуғын бир планета ушын бул жағдайды дәлиллегенимиз жоқ. Бул жағдайды дәлиллеў ушын шеңбер тәризли орбиталардан эллипс тәризли орбиталарды изертлеўге өтиў керек ҳәм сол мәселени кейинирек шешемиз.

Жоқарыдағы формуладағы $4\pi^2 K$ пропорционаллық коэффициенти барлық планеталар ушын бирдей, сонлықтан да ол планеталардың массасына байланыслы болыўы мүмкин емес. Бул коэффициент планеталарды орбиталар бойынша қозғалыўға мәжбүрлейтуғын Қуяшты тәрийиплейтуғын физикалық параметрлерге байланыслы болыўы мүмкин. Бирақ өз-ара тәсир етисиўде ***Қуяш ҳәм планета бирдей ҳуқыққа ийе денелер*** сыпатында орын ийелеўи шәрт. Олар арасындағы айырмашылық тек ***санлық жақтан*** болыўы мүмкин. Ал Қуяш пенен планеталар тек массалары менен парықланады. Тәсирлесиў күши планетаның массасы m ге пропорционал болғанлығы ушын бул күш Қуяштың массасы M ге де пропорционал болыўы лазым. Сонлықтан да күш ушын

$$F = G\frac{Mm}{r^2} \tag{19.6}$$

формуласын жаза аламыз. Бул формуладағы G шамасы Қуяштың массасына да, планеталардың массасына да ғәрезсиз болған жаңа турақлы. Бул турақлы шама **физика илиминиң фундаменталлық турақлыларының** қатарынан орын алған.

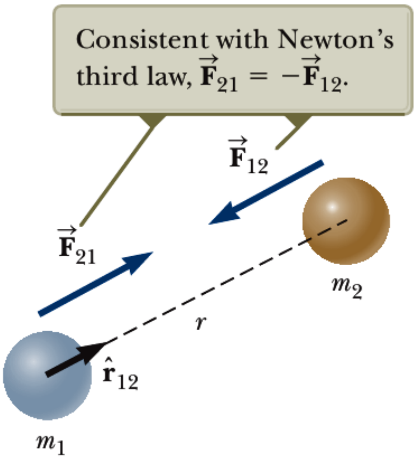
Алынған формулаларды өз-ара салыстырыў арқалы Кеплер турақлысы ушын

$$K \equiv \frac{a^3}{T^2} = G\frac{M}{4\pi^2} \tag{19.7}$$

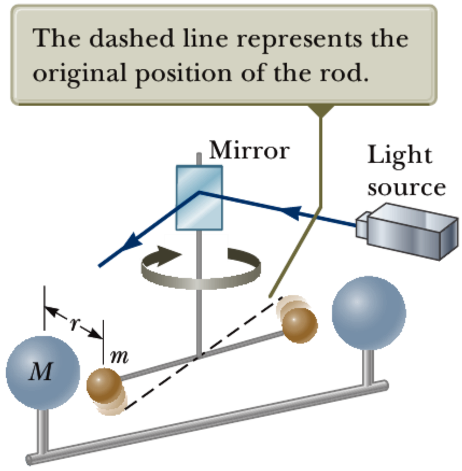
аңлатпасын аламыз.

Тартылыстың пайда болыўында Қуяш ҳәм планеталар бир биринен тек санлық жақтан - массалары бойынша ғана парықланады. Сонлықтан планеталар, басқа да денелер арасында да өз-ара тартысыў орын алады деп болжаў тәбийий нәрсе. Бундай болжаўды биринши рет Ньютон усынды ҳәм кейинирек тәжирийбеде дәлилленди. Ньютон мазмуны төмендегидей болған пүткил дүньялық тартылыс нызамын усынды: ***қәлеген еки дене (материаллық ноқатлар) бир бирине массаларының көбеймесине туўры пропорционал, аралықларының квадратына кери пропорционал күш пенен тартысады***. Бундай күшлер ***гравитациялық күшлер*** ямаса ***пүткил дүньялық тартылыс күшлери*** деп аталады. Жоқарыдағы формулаға кириўши G пропорционлаллық коэффициенти барлық денелер ушын бирдей мәниске ийе. Бундай мәнисте бул коэффициент универсал турақлы болып табылады. Ҳақыйқатында да жоқарыда айталап өтилгениндей ***гравитация турақлысы*** деп аталатуғын дүньялық турақлылыр қатарына киреди.

Жоқарыда келтирилип шығарылған пүткил дүньялық тартылыс нызамында өз-ара тәсирлесиўши денелер ноқатлық деп қаралады. Физикалық жақтан бул денелердиң өлшемлерине салыстырғанда олар арасындағы қашықлық әдеўир үлкен дегенди аңлатады. Усы жерде "**әдеўир үлкен**" сөзи физиканың барлық бөлимлериндегидей салыстырмалы түрде қолланылған. Усындай салыстырыў Қуяш пенен планеталардың өлшемлери менен ара қашықлықлары ушын дурыс келеди. Бирақ, мысалы, өлшемлери 10 см, ара қашықлығы 20 см болған денелер ушын бундай салыстырыў келиспейди. Ондай денелерди ноқатлық деп қарай алмаймыз. Бул жағдайда ойымызда сол денелердиң ҳәр бирин көлеми шексиз киши болған бөлеклерге бөлип, сол бөлеклер арасындағы гравитациялық тәсир етисиў күшлерин есаплап, кейин бул күшлерди геометриялық қосыў (интеграллаў) керек. Материаллық дененең шексиз киши бөлими материаллық ноқат сыпатында қаралыўы мүмкин. Бундай есаплаўлардың тийкарында ***гравитациялық майданларды суперпозициялаў принципи*** турады. Бул принцип бойынша қандай да бир масса тәрепинен қоздырылған гравитация майданы басқа да массалардың болыў-болмаўына ғәрезли емес. Буннан басқа ***бир неше денелер тәрепинен пайда етилген гравитациялық майдан олардың ҳәр бири тәрепинен пайда етилген майданлардың геометриялық қосындысына тең***. Бул принцип тәжирийбениң жуўмақларын улыўмаластырыўың нәтийжесинен келип шыққан.



19-1 сүўрет. Еки дене арасындағы тартылыс күшлериниң бағытын көрсететуғын сүўрет.



19-2 сүўрет. Кэвендиш тәжирийбесиниң схемасы.

Суперпозиция принципин пайдаланыў арқалы ***еки шар шар тәризли денелер бир бири менен тартысқанда олардың массалары сол шарлардың орайларында топланған еки ноқаттай болып тәсир етисетуғынлығын*** аңсат дәлиллеўге болады. Басқа сөз бенен айтқанда сфералық дене материаллық ноқат пенен тартысқанда массасының барлығы сол сфераның орайында жайласқан материаллық ноқат түринде тартысады.

Биз физикалық жақтан жүдә әхмийетли болған жағдайды атап өтемиз:

Ньютон тәрепинен ашылған $F = G\frac{Mm}{r^2}$ нызамында (пүткил дүньялық тартылыс нызамында) гравитациялық тәсирлесиўдиң тарқалыў тезлиги ҳаққында хеш қандай мағлыўмат жоқ. Сонлықтан бул нызам Эйнштейнниң салыстырмалық принципине сәйкес келмейди. Бул жағдай гравитация теориясын жетилистириў зәрүрлигин пайда етти ҳәм бул мәселени шешиў үстинде 1907-1915 жыллары Альберт Эйштейн шуғылланды. Мәселени ол 1915-жылдың ақырында (ноябрь айында) толық шешти.

Дерлик 100 жыл даўамында А.Эйнштейнниң гравитация теориясын (тартылыс теориясын) көбинесе улыўмалық салыстырмалық теориясы деп атап келди. Ҳәзирги ўақытларын теорияны Эйнштейнниң гравитация теориясы деп атаў қабыл етилген. Бул теорияда гравитациялық майдан ушын суперпозиция принципи орынланбайды.

Жоқарыда келтирилген мағлыўматлар Ньютонның Пүткил дүньялық тартылыс нызамының бир қатар кемшиликлериниң бар екенлигин көрсетеди. Бул кемшиликлер тийкарынан Ньютон теориясындағы гравитациялық тәсирлесиўдиң шексиз үлкен тезлик пенен тарқалатуғынлығы менен байланыслы.

Усы жағдайға байланыслы Ньютонның пүткил дүньялық тартылыс нызамының қандай жағдайларда орынланатуғынлығын атап өтемиз:

1. Тәсирлесетуғын денелердиң бир бирине салыстырғандағы тезликлери жақтылықтың вакуумдағы тезлигинен әдеўир киши болыўы керек (яғный $v \ll c$ шәртиниң орынланыўы керек).

2. Ньютонның пүткил дүньялық тартылыс нызамы күшли гравитациялық майданда дурыс нәтийжелерди бермейди.

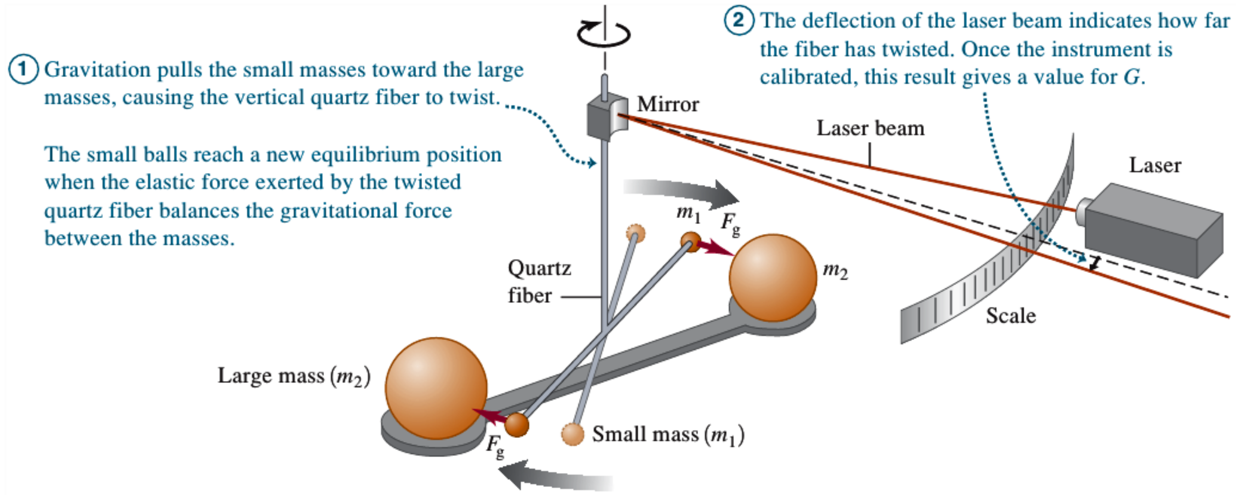
Ескертиў: дене пайда еткен күшли гравитациялық майдан ҳаққында гәп еткенде пайда еткен гравитациялық майданның энергиясының шамасы сол денениң тынышлықтағы энергиясы болған mc^2 шамасына барабар болған майдан нәзерде тутылады. Ал Қуяш системасындағы ямаса бизге белгили болған көпшилик жулдызлар системаларынңы аспан денелери ушын Ньютонның Пүткил дүньялық тартылыс нызамы үлкен дәлликте орынланады. Сонлықтан бул нызамның әҳмийетиниң физика илиминдеги оғада уллы екенлигин атап өтемиз.

Күшли гравитациялық майдан пайда ететуғын объектлердиң бири болған қара қурдымлар ҳаққында кейинирек гәп етиледи.

Гравитация майданлары ушын суперпозиция принципинен әҳмийетли жуўмақты шығарамыз. Жер менен қәлеген дене арасындағы тартылыс күшиниң шамасын сол дененең салмағы деп атаймыз ҳәм оның мәниси mg шамасына тең (m арқалы дениниң массасы, ал g арқалы Жердиң бетиндеги еркин түсиў тезлениўи белгиленген). Бул күштиң шамасы $G\frac{Mm}{r^2}$ күшине тең болады (бул аңлатпада r шамасы Жердиң массасының орайы менен биз қарап атырған дениниң массасының орайы арасындағы қашықлық белгиленген). Бул жағдайдан еки жуўмақты келтирип шығарыў мүмкин:

а) еркин түсиў тезлениўиниң мәнисин дениниң массасынан ғәрезли емес;

b) $F = G\frac{Mm}{r^2}$ формуласын пайдаланғанда тартылыс күшиниң шамасының тартысыўшы денелердиң массаларының орайларының арасындағы қашықлықтан ғәрезли, ал денелердиң геометриялық формасынан ғәрезли емес екенлигин есте тутыў керек.



① Gravitation pulls the small masses toward the large masses, causing the vertical quartz fiber to twist.

The small balls reach a new equilibrium position when the elastic force exerted by the twisted quartz fiber balances the gravitational force between the masses.

② The deflection of the laser beam indicates how far the fiber has twisted. Once the instrument is calibrated, this result gives a value for G.

Ҳәзирги ўақытлары Кэвендиш тәжирийбесин өткериў ушын қолланылатуғын схема. Жақтылық дереги ретинде лазер нуры пайдаланылады.

Ньютон дәўиринде пүткил дүньялық тартысыў нызамы тек ғана астрономиялық бақлаўлар жәрдеминде тастыйықланды. Бул нызамның Жер бетиндеги денелер ушын да дурыс екенлиги, сондай-ақ гравитация турақлысының мәниси жуўық түрде 1798-жылы Г.Кавендиш (1731-1810) тәрепинен дәлилленди ҳәм анықланды.

Кэвендиш тәжирийбесиниң схемасы 19-2 сүўретте көрсетилген.

Горозонт бағытында қойылған A стерженениң ушларына ҳәр қайсысының массасы 158 кг болған M қорғасын шарлары илдирилген. B ноқатында жиңишке ҳәм серпимли C сымына узынлығы l болған стержень бекитилген. Стерженниң ушларына массалары m болған қорғасын шарлары илдирилген. Кэвендиш тәжирийбесинде $m =$ 730 грамнан болған. A стерженин бурыў арқалы үлкен шарларды киши шарларға жақынластырғанда массалары M және m болған шарлары тартысып узынлығы l болған стержень бурылады. Бундай жағдайда C сымының серпимлилик қәсийетлерин биле отырып тартылыс күшлерин өлшеўге болады ҳәм гравитация турақлысы G ның мәнисин есаплаўға болады. Нәтийжеде Кэвендиш

$$G = 6.685 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2)$$

шамасын алған. Бул шама ҳәзирги ўақытлары қабыл етилген мәнисинен аз парықланады.

Гравитация турақлысының мәнисин өлшеўдиң басқа усылы 1878-жылы Жолли (1809-1880) тәрепинен усынылды.

Гравитация турақлысының ҳәзирги ўақытлары алынған мәниси (2000-жыл, Physics News Update, Number 478, Интернеттеги адреси http://www.hep.net/ documents/ newsletters/pnu/):

$$G = 6.67390\cdot 10^{-8}\frac{sm^3}{g\cdot s^2}$$ (0.0014 процент қәтелик пенен анықланған)

2010-жылғы мағлыўматлар бойынша

$$G = 6.67384(80)\cdot 10^{-8}\frac{sm^3}{g\cdot s^2}$$

шамасына ийе боламыз.

Бул мағлыўматлар гравитиция турақлысының мәнисин анықлаўдағы дәлликтиң жоқарылап баратырғанлығын билдиреди (соны айтып өтиў керек, эксперименталлық техниканың раўажланыўы менен фундаменталлық физикалық турақлылардың дәллиги де жылдан-жылға жоқарыламақта).

Бул аңлатпадан гравитация турақлысының мәнисиниң оғада киши екенлиги көринип тур. Ҳәр қайсысының массасы 1 кг болған бир биринен 1 м қашықлықта турған еки дене F=6.6739·10^{-11} Н=6.6739·10^{-6} дина күш пенен тартысады.

Гравитациялық тартысыў күшин электр майданындағы тәсирлесиў менен салыстырайық. Мысал ушын еки электронды алып қараймыз. Массасы m=9.1·10^{-28} $г$=9.1·10^{-31} $кг$. Заряды e=- 4.803·10^{-10} СГСЭ бирл.=-1.6·10^{-19} К. Бундай жағдайда $F_{\text{грав}}/F_{\text{е.}}$ ≈ 2.4·10^{-43} шамасына тең болады.

Еки протон ушын ($m_{\text{протон}}$=1.6739·10^{-24} г, яғный электронның массасынан шама менен 1836 есе үлкен) $F_{\text{грав}}/F_{\text{е.}}$ ≈ 8·10^{-37}.

Демек зарядланған бөлекшелер арасындағы электрлик тәсир етисиў гравитациялық тәсир етисиўге салыстырғанда оғада үлкен екен. Сонлықтан атомлық өлшемлерден үлкен (атомлық өлшемлер деп 10^{-8} см ден үлкен емес өлшемлерди айтамыз), ал астрономиялық өлшемлерден киши болған көлемлерде тийкарғы орынды электромагнитлик тәсирлесиў ийелейди. Усының нәтийжесинде қатты денелер физикасы, ярым өткизгишлер физикасы, химиялық физика сыяқлы илимлерде гравитациялық тәсирлесиў ҳеш кандай әҳмийетке ийе болмайды.

Гравитация турақлысы G ның мәнисин анықлағаннан кейин Жердиң массасы менен тығызлығын, басқа да планеталардың массаларын есаплаў мүмкин. Ҳақыйқатында да Жер бетиндеги берилген заттың салмағы

$$mg = \frac{GmM_J}{R^2}$$

формуласының жәрдеминде есапланады. Бул формулада m арқалы заттың массасы, g арқалы еркин түсиў тезлениўи, M_J арқалы Жердиң массасы белгиленген.

Демек $g = GM/R^2$ ҳәм $M = gR^2/G$ ≈5.98·10^{27} $г$=5.98·10^{24} $кг$ шамасы алынады.

Жердиң көлемин анықлаў ушын $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ формуласын пайдаланамыз (сфераның көлеми). Бундай жағдайда $\rho = \frac{M}{V} = 5.5$ $г$/см^3 шамасына ийе боламыз. Бул шама Жердиң орташа тығызлығына тең.

Қуяш пенен Жер арасындағы қашықлықты R арқалы белгилейик. Бундай жағдайда Қуяш пенен Жер арасындағы гравитациялық тартылыс күши

$$F_G = G\frac{M_Q M_J}{R^2}$$

шамасына тең болады.

Жерге тәсир етиўши орайға умтылыўшы күштиң шамасы

$$F_o = \frac{M_J v^2}{R}$$

формуласының жәрдеминде есапланады. Бул аңлатпада v арқалы Жердиң орбита бойынша қозғалыс тезлиги белгиленген. Жердиң Қуяш дөгерегинде айланып шығыў дәўирин T арқалы белгилесек, онда $v = \frac{2\pi R}{T}$ формуласына ийе боламыз. Сонлықтан

$$F_o = \frac{2\pi R M_J}{T}$$

формуласын аламыз. $F_G = F_o$ шәртинен Қуяштың массасы ушын

$$M_Q = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2} \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$$

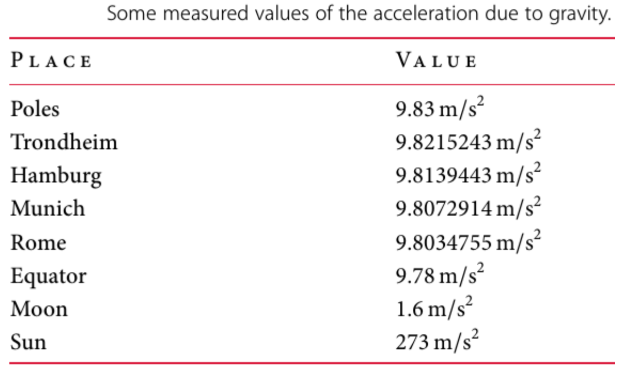
шамасына ийе боламыз. Тап сол сыяқлы Айдың да массасын есаплаўымыз мүмкин.

Биз салмақ күшиниң F_G шамасына тең болатуғынлығын аңғарамыз. Ал $F_G = mg$ (яғный күш дегенимиз масса менен тезлениўдиң көбеймесине тең). Егер салмақ күшин F_S арқалы белгилейтуғын болсақ, онда

$$F_S = mg = F_G = G\frac{mM_J}{(R+h)^2}$$

формуласына ийе болыўымыз керек. Бул формулада m арқалы салмағы гәп етилип атырған денениң массасы, R арқалы Жердиң радиусы, ал h арқалы заттың Жер бетинен бийиклиги белгиленген. Жоқарыдағы формуладан $g = GM_J/(R+h)^2$ формуласына ийе боламыз. Усыған бейланыслы еркин түсиў тезлениўи g ның Жер бетинен бийикликке байланыслы қалай өзгеретуғынлығын көрсететуғын төмендегидей кестени дүзе аламыз (оң тәрептеги кесте Motion Mountain. The Adventure of Physics. Volume I. Fall, Flow and Heat китабынан алынды):

Бийиклик, километрлерде	g, м/с^2
0	9.83
5	9.8l
l0	9.80
50	9.68
l00	9.53
400[1]	8.70
35 700[2]	0.225
380 000[3]	0.0027
∞	0



Some measured values of the acceleration due to gravity.

PLACE	VALUE
Poles	9.83 m/s^2
Trondheim	9.8215243 m/s^2
Hamburg	9.8139443 m/s^2
Munich	9.8072914 m/s^2
Rome	9.8034755 m/s^2
Equator	9.78 m/s^2
Moon	1.6 m/s^2
Sun	273 m/s^2

[1] Жердиң жасалма жолдаслары орбиталарының бийиклиги.

[2] Жердиң стационар жасалма жолдасының бийиклиги.

[3] Жер менен Ай арасындағы қашықлық.

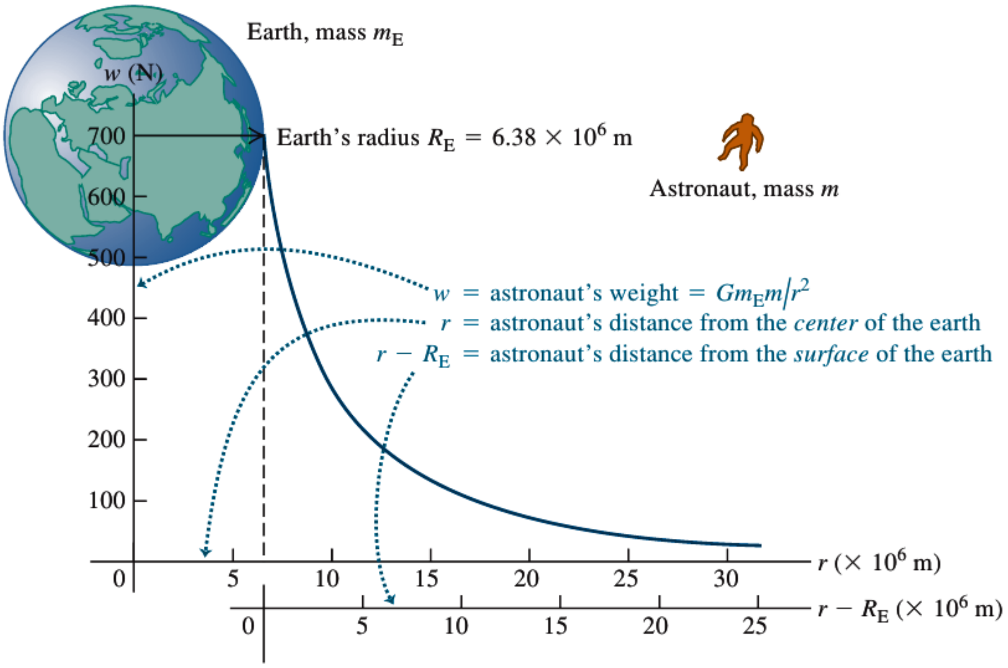
Енди жоқарыда келтирилген формулалар тийкарында Жердиң бетиндеги гравитациялық майданының кернеўлилиги H_0 менен Жер пайда еткен гравитациялық майданның потенциалы φ_0 ди табамыз. Массасы m болған дениниң пайда еткен гравитациялық майданының усы денеден r қашықлықтағы кернеўлилигиниң $H_0 = \frac{Gm}{r^2}$ (демек гравитация майданының кернеўлилиги еркин түсиў тезлениўи болып табылады), ал потенциалының $\varphi_0 = -\frac{Gm}{r}$ шамасына тең екенлигин аңсат келтирип шығара аламыз. Ал анықлама бойынша гравитациялық майданының кернеўлилиги деп

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{F}/m'$$

векторлық шамасына айтамыз (яғный бир бирлик массаға тәсир ететуғын күш, ал электр майданының кернеўлилиги деп бир бирлик зарядқа тәсир ететуғын күшке айтады). Бул жерде $\boldsymbol{F}$ арқалы майданның берилген ноқатына орналастырылған массасы m' болған денеге тәсир етиўши күш белгиленген. Демек Ньютонның екинши нызамы бойынша $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}$ екен. Жердиң бетинде бул тезлениў еркин түсиў тезлениўине тең $(a = g)$. Солай етип $H_0 = g \approx 9.81$ м/с^2. Ал анықламасы бойынша гравитация майданының Жер бетиндеги потенциалы

$$\varphi_0 = H_0 R = -9.8 \cdot 6.4 \cdot 10^6 \frac{Dj}{kg} = -6.2 \cdot 10^7\ Dj/kg$$

шамасына тең болады.

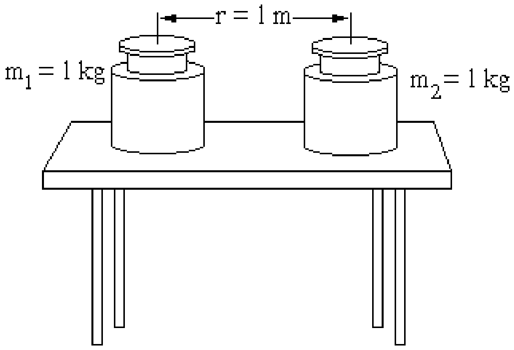


Жердиң гравитациялық майданының потенциал энергиясының бийикликтен ғәрезлиги.

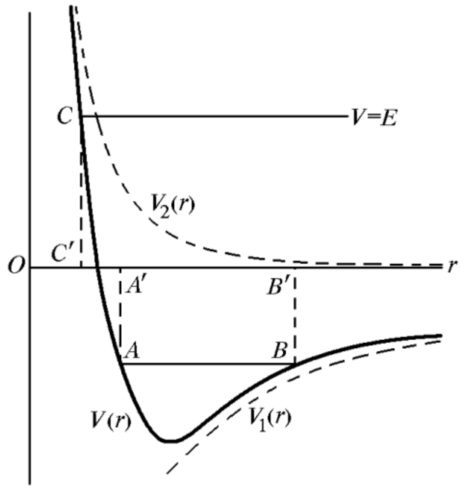
Массалары m ҳәм M ҳәм ара қашықлығы r шамасына тең болған еки дениниң бир бири менен тартысыўына сәйкес келиўши потенциал энергия

$$U = -G\frac{Mm}{r}$$

формуласының жәрдеминде есапланады. Бул формулада да r арқалы сол еки денеңың массаларының орайлары арасындағы қашықлық белгиленген ҳәм биз сфералық денелердиң бир бири менен массалары орайларында топланған материаллық ноқатлардай болып тәсирлесетуғынлығын көремиз.



19-3 сүўрет. Гравитация турақлысының физикалық мәнисин түсиндириўге арналған сүўрет.



19-4 сүўрет. Потенциал энергияның қашықлық r ден ғәрезлилигин көрсететуғын графиклер.

Базы бир жуўмақлар:

1. Қуяш системасындағы планеталардың қозғалыс нызамларының ашылыўы (бундай нызамларды Кеплер нызамлары деп атадық) аралан 50-60 жыл өткеннен кейин Ньютон тәрепинен Пүткил дүньялық тартылыс нызамының ашылыўына алып келди.

2. Ньютон тәрепинен ашылған пүткил дүньялық тартылыс нызамы физика илиминиң фундаменталлық нызамларының бири болып табылады ҳәм ол киши тезликлер менен қозғалатуғын ҳәм массасы жүдә үлкен болмаған денелер ушын жоқары дәлликте орынланады.

3. Гравитация турақлысы жақтылықтың вакуумдеги тезлиги ҳәм Планк турақлысы менен бир қатарда физика илиминиң ең фундаменталлық турақлыларының қатарына киреди.

4. Денелер бир бири менен өзлери пайда еткен гравитация майданлары арқалы тартысады.

5. Қәлеген материаллық дене өзиниң әтирапында гравитация майданын пайда етеди. Пайда болған гравитация майданы энергияға ийе болады. Ньютонның тартылыс нызамында гравитация майданын тек масса пайда етеди. Сонлықтан Пүткил дүньялық тартылыс нызамында гравитация майданы ушын суперпозиция принципи орынланады.

Эйнштейнниң гравитация теориясында гравитация майданын масса да, энергия да, басым да пайда етеди. Демек дененең массасының шамасына байланыслы гравитация майданы пайда болады ҳәм бул майдан энергияға ийе болады. Ал бул энергия өз гезегинде жаңа гравитация майданын пайда етеди. Бундай эффектлер күшли гравитация майданларында анық түрде бақланады. Усындай себеплерге байланыслы күшли гравитация майданларында суперпозиция принципи орынланбайды.

6. Сфера тәризли денелер (яғный сфералық симметрияға ийе денелер) бир бири менен массалары сол сфералардың орайларында топланған материаллық ноқатлардай болып тартысады.

7. Сфералық денениң пайда еткен гравитациялық майданның потенциалын есаплағанда усы денениң массасын сфераның орайында топланған деп есаплаў керек.

Сораўлар:

1. Қатты денелер физикасы сыяқлы физиканың бөлимлеринде гравитация майданы пүткиллей есапқа алынбайды. Неликтен?

2. Иоганн Кеплер өзиниң үш нызамын ашқанда Дания астрономы Тихо Брагениң астрономиялық мағлыўматларынан пайдаланған ҳәм сол мағлыўматлардың жәрдеминде физика менен астрономия ушын оғада уллы болған нызамларды ашқан. Бул жағдайдың себеплери нелерден ибарат?

3. Планетаның орбита бойынша қозғалысында секторлық тезликтиң турақлы болыўы механиканың қандай нызамлары менен байланыслы?

4. Гидроэлектростанцияларда электр энергиясын жоқарыдан төменге аққан суўдың энергиясының есабынан электр энергиясы өндириледи. Бул электр энергиясының гравитация энергиясына қандай қатнасы бар?

5. Сфералық симметрияға ийе емес денелер бир бири менен тартысқанда тартылыс күшлериниң мәнислерин қалай есаплаўға туўры келеди?

20-санлы лекция. Жердиң жасалма жолдасларының ҳәм космослық аппаратлардың қозғалысы. Космослық тезликлер. Тасыўлар ҳәм қайтыўлар. Гравитациялық энергия. Гравитациялық радиус. Әлемниң өлшемлери. Қара қурдымлар

Орбиталары эллипс, парабола ҳәм гипербола тәризли болған қозғалыслар шәртлери. Траекториясы эллипс тәризли болған планетаның (Жердиң жасалма жолдасының) қозғалысы (яғный туйық орбита бойынша қозғалыс) **финитлик қозғалыс** деп аталады. Бундай жағдайда планета кеңисликтиң шекленген бөлегинде қозғалады. Керисинше, параболалық ҳәм гиперболалық орбиталар бойынша планеталар **инфинитли қозғалады** (яғный орбита туйық емес). Бул жағдайда планеталар кеңисликте шексиз үлкен аралықларға қашықласады. Сонлықтан планеталар қозғалысларының финитлик ямаса инфинитлик болыў шәртлерин анықлаў зәрүрлиги келип шығады.

M арқалы Қуяштың, m арқалы планетаның, ал r арқалы олардың орайлары арасындағы қашықлықты белгилейик. Егер E арқалы планетаның толық энергиясы (яғный кинетикалық ҳәм потенциал энергияларының қүосындысы) белгиленген болса, онда

$$\frac{mv^2}{2} - G\frac{Mm}{r} = E = const \tag{20.1}$$

теңлигин жаза аламыз.

Биз Қуяштың кинетикалық энергиясын есапқа алмаймыз (яғный Қуяш қозғалмайды деп есаплаймыз). Қуяшқа салыстырғанда планетаның импульс моментин L арқалы белгилесек, онда

$$L = mr^2\dot{\varphi} = const \tag{20.2}$$

аңлатпасын жаза аламыз. Егер $\dot{\varphi}$ арқалы белгиленген мүйешлик тезликти жоғалта алсақ (буның ушын толық тезлик v ны радиал v_r ҳәм азимутал $r\dot{\varphi}$ қураўшыларға жиклеўимиз керек), онда

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}v_r^2 + \frac{m}{2}r^2\dot{\varphi}^2 = \frac{m}{2}v_r^2 + \frac{L^2}{2mr^2} \qquad (20.3)$$

аңлатпасына ийе боламыз.

Енди (20.1)-теңлеме

$$\frac{m}{2}v_r^2 - G\frac{Mm}{r} + \frac{L^2}{2mr^2} = E = const \qquad (20.4)$$

ямаса

$$\frac{m}{2}v_r^2 + V(r) = E = const$$

түрине енеди.

Бул формуладағы

$$V(r) = -G\frac{Mm}{r} + \frac{L^2}{2mr^2} \qquad (20.5)$$

шамасы потенциал энергия болып табылады. Кинетикалық энергия $\frac{m}{2}v_r^2 > 0$. Сонлықтан байланысқан ҳалдың жүзеге келиўи ушын барлық ўақытта $V(r) \leq E$ теңсизлигиниң орынланыўы шәрт.

Жоқарыда алынған теңлемеде радиал тезлик болған v_r шамасының мәниси белгисиз болып табылады. Формал түрде бул кейинги теңлемени ноқаттың бир өлшемли болған радиал бағыттағы қозғалысының теңлемеси сыпатында қараўға болады.

Ендиги мәселе $V(r)$ потенциал энергиясына ийе бир өлшемли қозғалыстың финитлик ямаса инфинитлик шәртлерин табыўдан ибарат. Сол мақсетте

$$V(r) = -G\frac{Mm}{r} + \frac{L^2}{2mr^2}, \qquad V_1(r) = -G\frac{Mm}{r},\ V_2(r) = \frac{L^2}{2mr^2} \qquad (20.6)$$

функцияларының графиклерин қараймыз. L ди нолге тең емес деп есаплаймыз. $r \to 0$ шегинде $V_2(r)$ функциясы $V_1(r)$ функциясына салыстырғанда шексизликке тезирек умтылады. Киши r лерде $V(r)$ функциясы оң мәниске ийе болады ҳәм $r \to 0$ шегинде шексизликке асимптоталық тәризде умтылады. Керисинше, $r \to \infty$ шегинде еки функцияның қосындысы (сүўретте тутас сызық) асимптоталық тәризде нолге умтылады.

Нәтийжеде $E > 0$ болған жағдайларда гиперболалық, $E = 0$ болғанда параболалық ҳәм $E < 0$ болғанда эллипс тәризли орбита менен қозғалыстың орын алатуғынлығын дәлиллеўге болады.

Демек орайлық майданда қозғалыўшы денелердең траекториялары олардың энергиясына байланыслы болады екен.

Байланысқан ҳал тек ғана байланыс энергиясының (потенциал энергияның) мәниси нолден киши болғанда орын алады. Ал байланыс энергиясының нолден үлкен мәнислерине ийтерилис күшлери сәйкес келеди.

$r \to \infty$ шегинде $V(r) = 0$, сонлықтан

$$E = -G\frac{Mm}{r} + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_\infty^2}{2}$$

Демек гиперболалық қозғалыста материаллық дене шексизликке шекли қандай да бир v_∞ тезлиги менен жетип келеди екен. Ал параболалық қозғалыста болса шексизликке дәл ноллик тезлик пенен жетеди (себеби $E = 0$ болған жағдайда $v_\infty = 0$). Параболалық қозғалыў ушын материаллық ноқатқа берилиўи керек болған дәслепки тезлик параболалық тезлик деп аталады ҳәм оның мәнисин есаплаў ушын

$$\frac{mv_p^2}{2} = G\frac{Mm}{r_0} = E = 0 \qquad (20.7)$$

теңлемесин параболалық тезлик v_p ға қарата шешиўимиз керек. Нәтийжеде

$$v_p = \sqrt{2G\frac{M}{r_0}} \qquad (20.8)$$

формуласына ийе боламыз.

Параболалық тезлик "шеңбер" тәризли орбитаға сәйкес келиўши тезлик v_{sh} менен әпиўайы байланысқа ийе. Қуяштың дөгерегинде шеңбер тәризли орбита бойынша қозғалатуғын планета усындай тезликке ийе болады. Бундай тезликтиң шамасы орайға умтылыўшы күш болған $\frac{mv_{sh}^2}{r_0}$ күши менен $G\frac{Mm}{r_0^2}$ гравитациялық тартылыс күшиниң шамасы тең болған жағдайда (яғный $\frac{mv_{sh}^2}{r_0} = G\frac{Mm}{r_0^2}$ теңлиги орынланғанда) алынады ҳәм ол

$$v_{sh} = \sqrt{G\frac{M}{r_0}} \qquad (20.9)$$

шамасына тең болып шығады. Демек

$$v_p = v_{sh}\sqrt{2} \qquad (20.10)$$

қатнасына ийе болады екенбиз.

Жер ушын $M_\oplus = 5{,}976 \cdot 10^{24}$ кг, $r_0 = 6371030$ м, ал $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m^{2}kg^{-2}. Сонлықтан

$$v_{sh} = \sqrt{G\frac{M}{r_0}} \approx 7910\frac{m}{s}.$$

ҳәм

$$v_p = v_{sh}\sqrt{2} \approx 1186\frac{m}{s}$$

шамаларына ийе боламыз.

Шеңбер тәризли орбитаға сайкес келетуғын тезликти кейинирек бундай тезликти биз биринши космослық тезлик деп атаймыз.

Космослық тезликлер ҳаққында кейинирек толық гәп етиледи.

Орбиталардың параметрлерин есаплаў. Планетаның эллипс тәризли орбитасының узын ҳәм киши көшерлерин энергияның ҳәм импульс моментиниң сақланыў нызамлары жәрдеминде анықлаў мүмкин. Перигелий P ҳәм афелий A ноқатларында планеталардың радиаллық тезлиги нолге тең. $v_r = 0$ деп есаплап

$$\frac{m}{2}v_r^2 - G\frac{Mm}{r} + \frac{L^2}{2mr^2} = E = const \qquad (20.11)$$

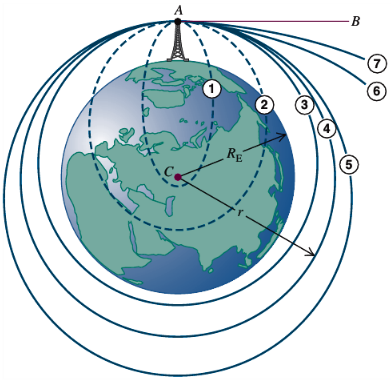
теңлемесинен сол ноқатлар ушын

$$r^2 - G\frac{Mm}{E}r + \frac{L^2}{2mE} = 0 \tag{20.12}$$

аңлатпасын аламыз. $E < 0$ болғанда бул теңлеме еки ҳақыйқый оң мәниске ийе r_1 ҳәм r_2 түбирлерине ийе болады. Сол түбирлердиң бири перигелий P ноқатына, екиншиси A афелий ноқатына сәйкес келеди. $r_1 + r_2$ қосындысы эллипстиң үлкен көшериниң узынлығына тең. Бул узынлықты $2a$ арқалы белгилеп

$$2a = r_1 + r_2 = -G\frac{Mm}{E} = -\frac{GM}{\varepsilon} \tag{20.13}$$

теңлемесине ийе боламыз. Бул формуладағы $\varepsilon = \frac{E}{m}$ шамасы планетаның масса бирлигине сәйкес келиўши толық энергияға тең. Эллипс бойынша қозғалыс ушын $\varepsilon < 0$ болғанлықтан кейинги жазылған аңлатпа оң мәниске ийе.



A projectile is launched from A toward B. Trajectories ① through ⑦ show the effect of increasing initial speed.

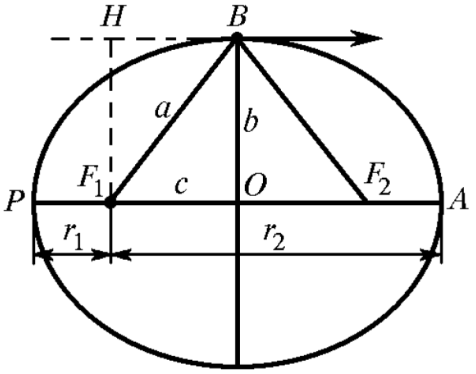
20-1 сүўрет.
Исаак Ньютон өзиниң "Басламаларында" гравитациялық майдандағы аспан денелериниң қозғалыўын түсиндириў ушын усындай сүўретти пайдаланған.

Шеңбер тәризли орбиталар эллипс тәризли орбиталардан $r_1 = r_2 = r$ болған жағдайда алынады. Бундай жағдайда $2E = \frac{GMm}{r}$ ямаса $2E = U$. Бул аңлатпаны $E = U - E$ түринде жазып, $E = K + U$ қатнасынан пайдаланып

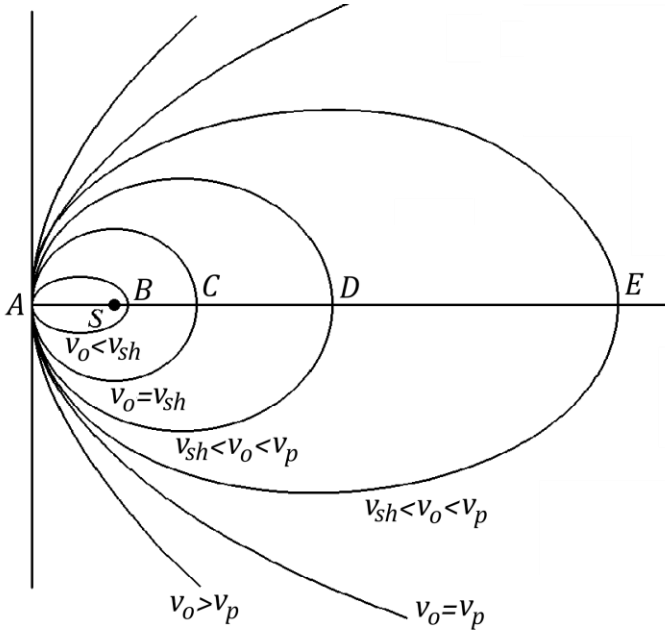
$$E = -K \tag{20.14}$$

теңлигин жаза аламыз. **Демек шеңбер тәризли орбита бойынша қозғалыста толық ҳәм кинетикалық энергиялардың қосындысы нолге тең болады екен**.

Эллипс тәризли қозғалыста да (20.14)-теңлеме дурыс болады. Бирақ бул жағдайда K шамасы кинетикалық энергияның ўақыт бойынша орташа мәнисине тең. Биз эллипс тәризли орбита бойынша қозғалыстың финитлик екенлигин атап өтемиз.



20-2 сүўрет. Орбитаның параметрлерин анықлаў ушын қолланылатуғын сүўрет.



20-3 сүўрет. Ноқатлық дене майданында қозғалыстың мүмкин болған траекториялары.

Енди эллипстиң киши көшери b ның узынлығын табамыз. Бул мәселени шешиў ушын энергиядан басқа планетаның импульс моменти ҳәм оның секторлық тезлиги $\sigma = \dot{S}$ керек. Тек энергияның мәниси арқалы келип шығатуғын эллипстиң үлкен көшери белгили деп есаплаймыз. Мейли B киши көшердиң эллипс пенен кесилесетуғын ноқатлардың бири болсын. F_1 ҳәм F_2 ноқатларынан эллипстиң қәлеген ноқатына шекемги аралықлардың қосындысы турақлы ҳәм $2a$ ға тең болатуғынлығынан $F_1 B = a$ екенлиги келип шығады. B ноқатындағы секторлық тезлик

$$\sigma = \frac{vb}{2}$$

шамасына тең болады екен.

b узынлығы $F_1 H$ перпендикулярының узынлығына тең. В ноқатындағы тезлик v энергия теңлемеси жәрдеминде анықланады. $r = a$ деп шамалап

$$\frac{v^2}{2} - G\frac{M}{a} = \varepsilon$$

теңлигине ийе боламыз. $\varepsilon = \frac{\mathrm{E}}{m}$ екенлиги есапқа алып биз төмендегидей теңликти аламыз:

$$b = 2\sigma\sqrt{\frac{a}{GM}}.$$

Космослық тезликлер. Жоқарыда келтирилип өтилген финитли ҳәм инфинитли қозғалыслар теориясы Жердиң жасалма жолдасларының ушыўы ушын да қолланылыўы мүмкин.

Жердиң жасалма жолдасының массасын m ал Жердиң массасын M ҳәрипи менен белгилеймиз (биз айтқан гәплер Қуяш пенен қәлеген планета ушын да дурыс).

Жердиң салмақ майданындағы жасалма жолдастың ямаса космос кемесиниң толық энергиясы

$$E = \frac{mv^2}{2} - G\frac{Mm}{r} \qquad (20.15)$$

ямаса

$$\text{E} = \frac{mv2}{2} - \ mrg_{abs}$$

(себеби $G\frac{\text{M}m}{r} = mrg_{abs}$, ендигиден былай g_{abs} шамасыныңның орнына тек g ҳәрипин жазамыз).

Егер E ниң мәниси терис болса қозғалыс финитлик болады ҳәм космос кемеси эллипс тәризли орбита бойынша қозғалады. Шеңбер тәризли орбита бойынша қозғалыста тезлик ушын

$$v_{sh} = \sqrt{G\frac{M}{r}} = \sqrt{gr} \tag{20.16}$$

аңлатпасын аламыз. Бул аңлатпадағы r_0 шамасы Жер шарының радиусына тең болғнада алынатуғын тезликти **бириншы космослық тезлик** деп атаймыз (шама менен 7,8 км/с қа тең).

Жердиң бетинде денени Жердиң жасалма жолдасына айландырыў ушын керек болатуғын ең минималлық тезликти биринши космослық тезлик деп атайды.

Қозғалыстың инфинитли болыўы ушын Е ниң ең киши мәниси нолге тең болады. Бундай жағдайда тезлиги

$$v_p = \sqrt{2G\frac{M}{r}} = \sqrt{2gr} \tag{20.17}$$

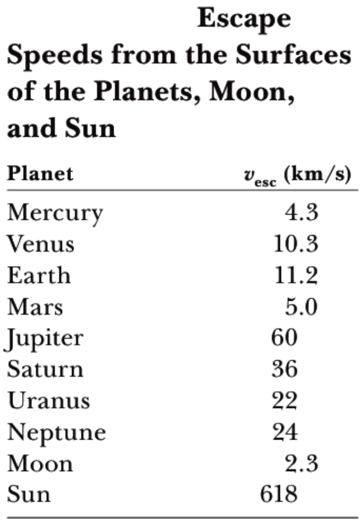
болған парабола тәризли орбита бойынша қозғалыс орын алады. Бундай тезликти **параболалық** ямаса **екинши космослық тезлик** деп атаймыз.

Екинши космослық тезлик деп Жердиң бетине жақын жайласып қозғала баслаған денеге Жерди толық таслап кетиў ушын зәрүрли болған ең киши басланғыш тезликтиң мәнисине айтады. Екинши космослық тезликтиң шамасы бийикликтен ғәрезли ҳәм Жердиң бетинде оның мәниси 11,186 км/с шамасына тең.

Қуяш системасының шеклерин таслап кетиў ушын дене Қуяштың да тартыў күшин жеңиўи керек. Жердиң бетинде ушырылған космослық аппараттың Қуяш системасын пүткиллей таслап кетиўи ушын керек болатуғын тезликти **үшинши космослық тезлик** деп атайды ҳәм оны v_3 арқалы белгилейди. Егер космослық аппарат Жердиң орбиталық қозғалысы бағытында ушырылатуғын болса, онда v_3 минималлық мәниске ийе ҳәм 16,653 км/с шамасына тең. Ал космослық аппарат қарама-қарсы бағытта ушырылса, онда $v_3 = 73$ км/с шамасына тең болады.

$E > 0$ шәрти орынланғанда ҳәм космос кораблиниң басланғыш тезлиги параболалық тезликтен жоқары болғанда қозғалыс гиперболалық қозғалысқа айланады.

Төмендеги кестеде ҳәр қыйлы планеталар, Ай ҳәм Қуяш ушын екинши космослық тезликлердиң мәнислери берилген



Escape Speeds from the Surfaces of the Planets, Moon, and Sun

Planet	v_{esc} (km/s)
Mercury	4.3
Venus	10.3
Earth	11.2
Mars	5.0
Jupiter	60
Saturn	36
Uranus	22
Neptune	24
Moon	2.3
Sun	618

Еки дене машқаласы. Келтирилген масса. Әдетте пүткил дүньялық тартылыс нызамын талқылағанда Қуяшты, сол сыяқлы гравитациялық майданның тийкарғы дереги болған үлкен массалы денелерди қозғалмайды деп есапланады. Бул бир дене машқаласы болып табылады ҳәм, әлбетте, дурыс емес нәтийжелерге алып келеди.

Егер еки дене қаралса, сондай-ақ олардың массасы бир бирине барабар болса, онда ол объектлердиң ҳеш бирин де қозғалмайды деп қараўға болмайды. Мысал ретинде қос жулдызды көрсетиў мүмкин. Ал Жер менен Айдың қозғалысын қарағанда да Жерди қозғалмай турған объект деп қараў әдеўир сезилерликтей қәтелерге алып келеди. Сонлықтан да бир бири менен тәсир етисиўши еки dенениң де қозғалысын есапқа алыўға туўры келеди. **Бул мәселе еки дене машқаласы деп аталады**.

Мейли массалары m_1 ҳәм m_2болған еки дене бир бири менен тартысыў күши арқалы тәсир етисетуғын болсын. Инерциал есаплаў системасындағы олардың қозғалыс теңлемелери төмендегидей түрге ийе болады:

$$m_1\frac{dr_1^2}{dt^2} = G\frac{m_1m_2}{r^2}\cdot\frac{1}{r}r, \qquad (18)$$
$$m_2\frac{dr_2^2}{dt^2} = G\frac{m_1m_2}{r^2}\cdot\frac{1}{r}r.$$

Бул теңлемелерде $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$ өз ара тәсир етисиўши денелерди тутастыратуғын ҳәм m_l нен m_2 ге қарап бағытланған вектор. Радиус векторы

$$m_{m.o.} = \frac{m_1r_1+m_2r_2}{m_1+m_2} \qquad (19)$$

болған масса орайы ноқатының туўры сызықлы ҳәм тең өлшеўли қозғалатуғынлығы ҳәм m_1 менен m_2 массаларының масса орайы системасындағы импульсларының қосындысы нолге тең екенлиги анық. Қәлеген инерциаллық системада (соның ишинде масса орайы менен байланысқан системада) бул массалардың импульс моменти сақланады.

Бирақ, еки дене мәселесин шешиў масса орайы менен байланысқан системада емес, ал сол еки денениң биреўи менен байланысқан есаплаў системасында шешкен қолайлырақ. Соның ушын бул жағдайда еки дене машқаласы бир дене машқаласына алып келинеди. Бул мақсетте (18)-теңлемелерди m_1 ҳәм m_2 массаларына бөлемиз ҳәм екиншисинен биринишисин аламыз. Бундай жағдайда

$$\frac{d^2}{dt^2}(r_2 - r_1) = \frac{d^2 r}{dt^2} = -\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{1}{r} r \tag{20}$$

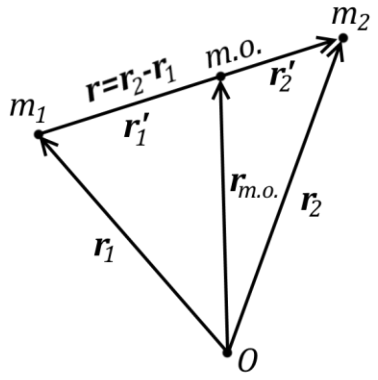
түриндеги аңлатпаға ийе болмыз. Қаўсырма белгиси ишинде турған кери массаларды

$$\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} = \frac{1}{\mu} \tag{21}$$

арқалы белгилеймиз. Бул аңлатпадағы μ шамасын келтирилген масса деп атайды. Бундай жағдайда (20)-аңлатпа былайынша жазылады:

$$\mu \frac{d^2 r}{dt^2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{1}{r} r. \tag{22}$$

Бул теңлеме бир дене машқаласы теңлемеси болып табылады. Себеби жазылған аңлатпада белгисиз шаманың тек бир $\boldsymbol{r}$ векторы екенлиги көринип тур. Бул жағдайда тәсир етисиў m_1 ҳәм m_2 массалары арасында болады, ал инерциялық қәсийет келтирилген масса μ арқалы анықланады. Бир дене мәселесин шешкенде денелердиң бири қозғалмайды деп есапланады, усы дене есаплаў системасының басында жайласады, ал екинши денениң қозғалысы биринишисине салыстырыў арқалы анықланады.



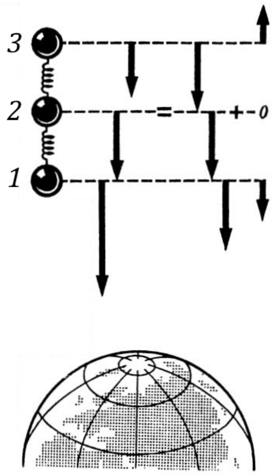
Масса орайы системасына өтиўди түсиндиретуғын схема.

Массалар орайы системасына өтиў. (22)-теңлемени шешиўдиң нәтийжесинде $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$ байланысы алынады. Буннан кейин массалар орайы системасында еки денениң де траекториясын анықлаўға мүмкиншилик туўады. Егер m_1 ҳәм m_2 массаларының радиус-векторларын сәйкес $\boldsymbol{r}_1$ ҳәм $\boldsymbol{r}_2$ арқалы белгилеймиз. Масса орайы системасына өтиўди түсиндиретуғын схемада көрсетилген жағдайға сәйкес

$$r_1' = \frac{m_2 r}{m_1 + m_2}, \qquad r_2' = \frac{m_1 r}{m_1 + m_2}. \tag{23}$$

Бул аңлатпалардың жәрдеминде жәнe $\boldsymbol{r}(t)$ ғәрезлилигин биле отырып $r_1'(t)$ ҳәм $r_1'(t)$ функцияларының графиклерин сызыў мүмкин. Еки денениң де траекториясы масса орайына салыстырғандағыға уқсас болады. Бул уқсаслықтың қатнасы массалардың қатнасына тең.

Тасыўлар ҳәм қайтыўлар. Бир текли емес гравитациялық майданда қозғалғанда денени деформациялаўға қаратылған күшлер пайда болады ҳәм соған сәйкес денелер деформацияланады. Мейли ҳәр қайсысының массасы m ге тең болған ҳәм салмағы жоқ пружина менен тутастырылған үш материаллық ноқат олардың орайларын тутастыратуғын туўры бағытында бир текли емес тартылыс майданында еркин қулайтуғын болсын. Оларға тәсирететуғын салмақ күшлери өз-ара тең емес. Жоқарғы ноқат төменги ноқатқа салыстырғанда кемирек тартылады. Тап усындай ситуацияға сәйкес келиўши төменде келтирилген сүўретте көрсетилген жағдайға төмендегидей жағдай эквивалент: үш денеге де ортаңғы денеге тәсир еткендей шамадағы күш тәсир етеди, ал бундай жағдайда жоқарыдағы денеге қосымша жоқарыға, ал төмендегисине төменге қарай бағытланған күш тәсир етеди. Сонлықтан сүўретте көрсетилген пружинаның созылыўы керек. Демек **бир текли емес тартылыс майданы усы бир текли емеслик бағытында созыўға тырысады**. Мәселен Қуяш Жерди орайларын тутастыратуғын туўры бағытынды созады. Тап сондай эффектти Жерде Ай да пайда етеди. Эффекттиң шамасы тартылыс күшине емес, ал усы күштиң өзгериў тезлигине байланыслы.



Гравитация майданының бир текли емеслигиниң салдарынан массалары бирдей болған үш денеге тәсир ететуғын гравитациялық күшлердиң шамалары бирдей емес. 1-дениниң салмағы 2-дениниң салмағынан, ал 2-дениниң салмағы 3-дениниң салмағынан үлкен болады (себеби тартылыс, яғный салмақ күшиниң шамасы $\frac{1}{r^2}$ шамасына кери пропорционал). Нәтийжеде үш денеге де ортаңғы денеге тәсир еткендей шамадағы күш тәсир етеди деп есаплайды. Ал бундай жағдайға жоқарыдағы денеге қосымша жоқарыға, ал төмендегисине төменге қарай бағытланған күштиң тәсир етиўи сәйкес келеди. Сонлықтан сүўретте көрсетилген пружина созылады.

Қуяштың дөгерегиндеги планетаның қозғалысы еркин түсиў (қулаў) болып табылады. Планета менен Қуяштың орайланын тутастыратуғын туўрыға перпендикулярға урынба бағытындағы тезлигиниң бар болғанлығы себепли планета Қуяшқа қулап түспейди.

Шар тәризли дениниң майданында орайдан r қашықлығындағы тартылыс күшиниң

$$F = -G\frac{Mm}{r^2}$$

формуласының жәрдеминде анықланатуғынлығын билемиз. Бул күштиң қашықлық r ге байланыслы өзгериўин анықлаў ушын күш F тен r бойынша туўынды алыўымыз керек ҳәм алынған туўынды

$$\frac{dF}{dr} = 2G\frac{Mm}{r^3}$$

түрине ийе болады.

Қуяш пенен Айдың Жердеги тартылыс майданы ушын

$$2G\frac{M_{\odot}m}{r^3} = 0{,}8 \cdot 10^{-13}\,\frac{1}{s^2}, \qquad 2G\frac{M_{Ay}m}{r^3} = 1{,}8 \cdot 10^{-13}\,\frac{1}{s^2}$$

шамаларына ийе боламыз. Демек Ай тәрептен Жерге тәсир етиўши «деформациялаўшы» күш Қуяш тәрепитен тәсир етиўши күшке қарағанда шама менен еки есе $\left(\frac{1{,}8}{0{,}8} = 2{,}222\right)$ артық екен.

Бул «деформациялаўшы» күш Жердиң қатты қабығын сезилерликтей өзгертпейди. Бирақ океанлардағы суўдың формасы әдеўир өзгериске ушырайды. Тартылыс күшиниң бир тексизлиги бағытында океан қәдди көтериледи, ал оған перпендикуляр бағытта океанның қәдди төменлейди. Жер өз көшери дөгерегинде айланатуғын болғанлықтан қәдди көтерилген ҳәм төменлеген аймақлар дәўирли түрде өзгереди. Жағысларда бул қубылыс тасыўлар ҳәм қайтыўлар түринде көринеди. Сутка ишинде еки рет тасыў ҳәм еки рет қайтыў орын алады. Егер Жердиң бети толығы менен суў менен қапланған болса есаплаўлар бойынша суўдың қәдди максимум 56 см ге өзгерген болар еди. Бирақ Жер бетиндеги қурғақшылықтың тәсиринде өзгерис нолден 200 см ге шекем өзгереди. Төменде келтирилген сүўретте тасыў ҳәм қайтыў ўақытлардағы океанлардың жағасындағы суўдың қәддиниң өзгеретуғынлығы анық түрде көринип тур.

Суўдың қайтыўы (a сүўрет) пенен тасыўы (d сүўрет) арасындағы океанның жағасында түсирилген сүўретлер (Tides at Saint-Valery en Caux on 20 September 2005).

Тасыўлар горизонталь бағытларда суўдың ағысына алып келеди. Бул қубылыс өз гезегинде сүйкелиске ҳәм энергияның сарпланыўына алып келеди. Соның нәтийжесинде тасыў сүйкелисиниң тәсиринде Жердиң айланыў тезлиги киширейеди.

Жердиң тартылыс майданында қозғалғанлығынан пайда болған сүйкелис күшлериниң салдарынан Ай барлық ўақытта да Жерге бир тәрепи менен қараған. Бундай қозғалыста сүйкелис күшлери пайда болмайды.

Тасыў сүйкелисиниң салдарынан Жер өз көшери дөгерегинде бир рет толық айланғанда оның айланыў дәўири $4{,}4\cdot10^{-8}$ с қа үлкейеди. Бирақ Жер-Ай системасында импульс моментиниң сақланыўы керек. Жер өз көшери дөгерегинде, сонлай-ақ Ай Жердиң дөгерегинде бир бағытта айланады. Сонлықтан Жердиң импульс моментиниң киширейиўи олардың улыўмалық массалар орайы дөгерегинде айланыўындағы Жер-Ай системасының импульс моментиниң мәнисиниң үлкейиўине алып келеди. Жер-Ай системасының импульс моменти

$$M = \mu v r \tag{24}$$

формуласының жәрдеминде есапланады (μ арқалы келтирилген масса, Жер менен Ай арасындағы қашықлық r арқалы белгиленген). Олардың орбиталарын шеңбер тәризли деп есаплап

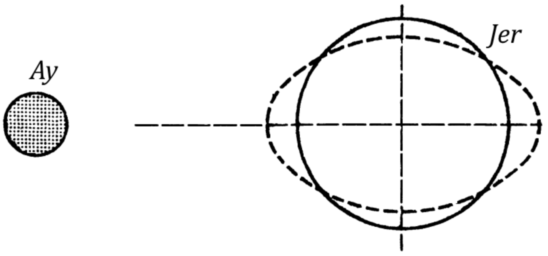
$$G\frac{m_{jer}m_{Ay}}{r^2} = \frac{\mu v^2}{r} \tag{25}$$

формуласының жәрдеминде есапланады. (24)- ҳәм (25)-формулалардан

$$r = \frac{M^2}{Gm_{jer}m_{Ay}\mu}, \qquad v = \frac{Gm_{jer}m_{Ay}}{M}$$

формулаларына ийе боламыз.

Тасыў сүйкелисине байланыслы M ниң өсиўи менен Жер менен Ай арасындағы қашықлық артады ҳәм айдың Жердиң дөгерегин айланып шығыў дәўири киширейеди. Ҳәзирги ўақытлары қашықлықтың өсиўи 0,04 см/сут шамасында. Бул аз шама болса да бир неше миллиард жыллар даўамында Жер менен Ай арасындағы қашықлыққа салыстырарлықтай шамаға шекем өседи.



Жер бетиндеги тасыўлар менен қайтыўлар Айдың тартылыс майданы тәсиринде болатуғынлығын көрсетиўши сүўрет. Қуяштың тартылыс майданы тәрепинен болатуғын тасыўлар менен қайтыўлар буннан бирнеше есе киши болады.

Шар тәризли денениң гравитациялық энергиясы. Мейли радиусы R, ал массасы M болған шар берилген болсын. Усы шарды қураўшы бөлекшелердиң өз-ара тәсирлесиўине гравитация майданының энергиясы сәйкес келеди. Бундай энергияны гравитациялық энергия деп атаймыз. Гравитациялық энергияның мәниси сол бөлеклерди бир биринен шексиз узақласқан аралықларға көширгенде исленген жумысқа тең. Бул жағдайда тек ғана гравитациялық тәсирлесиўди қараўымыз керек.

Есаплаўларды аңсатластырыў ушын шар бойынша масса тең өлшеўли тарқалған деп есаплаймыз ҳәм бул жағдайда тығызлық $\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}$ формуласының жәрдеминде анықланады. Бөлекшелерди шардан шарлық қатламлар бойынша узақластырған аңсат болады. Шексиз үлкен қашықлықларға узақластырылған қатламлар енди узақластырылатуғын қатламларға тәсир етпейди.

Орайдан қашықлығы r, қалыңлығы dr болған қатламдағы масса $\rho 4\pi R^2 dr$ шамасына тең. Бул қатламды узақластырғанда оған радиусы r болған шар тәсир етеди. Қашықластырыў жумысы

$$dU_{gr} = \frac{G}{r}\frac{4\pi\rho r^3}{3}\rho R\pi r^2 dr \tag{20.18}$$

шамасына тең. Бул аңлатпаны $r = 0$ ден $r = R$ ге шекемги шеклерде интеграллап шардың толық гравитациялық энергиясын аламыз:

$$U_{gr} = -G\frac{16\pi^2\rho^2}{3}\int_0^R r^4 dr = -G\ \frac{16}{15}\pi^2\rho^2 R^5. \tag{20.19}$$

$\rho = 3M/4\pi R^3$ екенлигин есапқа алсақ

$$U_{gr} = -\frac{3}{5}G\ \frac{M^2}{R} \tag{20.20}$$

аңлатпасы келип шығады. Бул шарды қураўшы масса элементлериниң өз-ара тәсирлесиўине сәйкес келиўши гравитациялық энергия болып табылады.

Биз (20.20)-аңлатпада **шар тәризли денениң гравитациялық энергиясының массаның квадратына туўры пропорционал, ал сол шардың радиусына кери пропорционал екенлигин көрдик**.

Енди Жер ушын гравитациялық энергия U_{gr} диң мәнисин есаплайық. Бундай жағдайда

$$U_{gr} = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R} \approx -2{,}243 \cdot 10^{32}\ Dj$$

шамасына ийе боламыз. Бул шаманы Жердиң тынышлықтағы энергиясы $E = mc^2$ пенен салыстырамыз.

$$E = mc^2 \approx 5{,}38 \cdot 10^{41}\ Dj.$$

Демек Жер ушын $E = mc^2 \gg \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$ шәртиниң орынланатуғынлығы келип шығады. Усы жағдайға байланыслы биз Жерди релятивистлик объект емес, Жер (ҳәтте Қуяш ҳәм басқа да планеталар) пайда еткен гравитациялық майдан күшли емес ҳәм сонлықтан бундай жағдайда Ньютонның Пүткил дүньялық тартылыс нызамы дәл нәтийжелерди береди деп жуўмақ шығарамыз.

Гравитациялық радиус. M массасына ийе денениң тынышлықтағы энергиясы Mc^2шамасына тең. Бир биринен шексиз қашықласқан материаллық ноқатлар жыйналып усы денени пайда еткен жағдайда сарып етилген гравитациялық майдан энергиясы толығы менен денениң тынышлықтағы энергиясына айланған жоқ па? деген сораў туўылады. Материяны шарға топлағанда гравитация майданының энергиясы $U_{gr} = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$ шамасына кемейеди, ал пайда болған шар сәйкес энергияға ийе болыўы керек.

Шардың радиусын есаплаў ушын гравитациялық энергияны тынышлық массасы энергиясына теңеў керек (санлық коэффициентлерин таслап жазамыз)

$$G\frac{m^2}{r_g} = Mc^2. \tag{20.21}$$

Бул аңлатпадан

$$r_g = G\frac{M}{c^2} \tag{20.22}$$

формуласын аламыз. **Бул шаманы гравитациялық радиус деп атайды**.

Мысал ретинде массасы $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг болған Жер ушын гравитациялық радиусты есаплаймыз. Нәтийжеде 0.4 см шамасын аламыз. Демек гравитациялық энергиясы тынышлық массасы энергиясына тең болыўы ушын Жерди диаметри шама менен 1 см болған шарға айланғандай етип қысамыз. Ал, ҳақыйқатында Жердиң диаметри шама менен 10^9 см ге тең. Алынған нәтийже Жердиң улыўмалық энергетикалық балансында (бул балансқа тынышлық массасының энергиясы да киреди) гравитациялық энергия есапқа алмаслықтай орынды ийелейди. Тап сондай жағдай Қуяш ушын да орынланады. Оның гравитациялық радиусы 1 км дей, ал радиусының ҳәзирги ўақытларындағы ҳақыйқат мәниси 700 мың км дей.

Әлемниң өлшемлери. Астрономияда гравитациялық энергиясы тынышлық массасының энергиясына барабар объектлер де бар. Сол объектлер ишине Әлемниң өзи де киреди.

Бақлаў нәтийжелери тийкарында Әлемниң орташа тығызлығын табыў мүмкин. Ҳәзирги ўақытлары орташа тығызлық $\rho \approx 10^{-26}$ кг/м^3=10^{-29} г/см^3 шамасына деп есапланады. Демек Әлем тек протонлардан туратуғын болғанда 1 м^3 көлемде шама менен 100 протон болып, олар арасындағы орташа қашықлық 30 см ге тең болған болар еди.

Биз дәслеп Әлемимиздиң ең улыўмалық қәсийетлери менен танысамыз. Үлкен астрономиялық масштабларда Әлем бир текли ҳәм изотроп деп есапланады. Әлем стационар емес, оның геометриялық өлшемлери ўақыттың өтиўи менен үлкейеди (бул жағдайдың орын алатуғынлығын 1929-жылы америкалы астроном Эдвин Хаббл ашты). Демек биз кеңейиўши Әлемде жасап атырмыз деп жуўмақ шығарамыз.

Әлемдеги қәлеген еки ноқат (ямаса еки галактика) бир биринен сол еки ноқат арасындағы қашықлыққа туўры пропорционал болған тезлик пенен қашықласады. Бундай жағдайда еки объект арасындағы қашықласыў тезлиги ушын

$$v = \frac{dR}{dt} \sim R$$

қатнасын жаза аламыз. Пропорционаллық белгиден теңлик белгисине өтиўимиз ушын H (Хабблдың ҳүрметине) пропорционаллық коэффициентин пайдаланамыз:

$$v = \frac{dR}{dt} = HR.$$

Демек

$$\frac{dR}{R} = Hdt$$

теңлиги орын талады екен. Бул дифференциаллық теңлемени $t_1 = 0$ ўақыт моментинен ўақыттың t моментине шекем интеграллаймыз. Бундай жағдайда Әлемниң радиусы R_0 ден R ге шекем өседи деп есаплаймыз. Алынған теңлемени интеграллаў ҳәм келип шыққан натураллық логарифмди потенциаллағаннан кейин

$$R = R_0 e^{Ht}$$

формуласына ийе боламыз.

Демек **Әлемниң сызықлы өлшемлери (мысалы радиусы) ўақытқа байланыслы экспоненциаллық түрде өседи екен**.

Енди Әлемниң орташа тығызлығын есаплаймыз. Буның ушын массасы M ге тең болған Әлем ҳәм бирлик массаға ийе денеден (яғный $m = 1$ болған дене ҳаққында гәп етилип атыр) туратуғын системаның толық энергиясын нолге тең деп есаплаў мақсетке муўапық келеди. Усындай тийкарда биз қарап атырған система ушын

$$\frac{mv^2}{2} - G\frac{Mm}{R} = 0$$

ямаса

$$\frac{v^2}{2} - G\frac{M}{R} = 0$$

теңлемесин жаза аламыз. Енди $v = HR$ теңлигиниң орынланатуғынлығын итибарға аламыз ҳәм алынған теңлемени

$$\frac{H^2}{2} - G\frac{M}{R^3} = 0$$

түрине алып келемиз Бул теңлемедеги белгисиз шама болған M нен қутылыўымыз керек. Буның ушын шар тәризли денениң көлеминиң $V = \frac{3}{4}\pi R^3$ ке тең екенлигинен келип шығып $G\frac{M}{R^3}$ ағзасының алымын да, бөлимин де $\frac{3}{4}\pi$ ге көбейтемиз. Нәтийжеде

$$\frac{H^2}{2} - G\frac{\frac{3}{4}\pi M}{\frac{3}{4}\pi R^3} = 0$$

теңлемсине ийе боламыз. Бул теңлемедеги $\frac{M}{\frac{3}{4}\pi R^3}$ шамасының шар тәризли дененің (биз қарап атырған жағдайда Әлемниң) орташа тығызлығы ρ екенлигин аңғарамыз. Нәтийжеде Әлемниң орташа тығызлығының

$$\rho = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

формуласының жәрдеминде анықланатуғынлығына көз жеткеремиз.

Асрономиялық бақлаўлардан Хаббл параметри H тиң мәнисин анықлаўға болады. Оның мәниси Әлемниң жасы болған T ның керисине тең (яғный $H = 1/T$). Соңғы мағлыўматлар $T \approx 13{,}7$ млрд жылға тең екенлигин көрсетеди. Сонлықтан $H = 2{,}31 \cdot 10^{-18}$ $1/s$ шамасына тең. Усы шаманы пайдаланып

$$\rho \approx 10^{-29} \frac{g}{sm^3}$$

шамасына тең екенлигине көз жеткеремиз. Бул астрономиялық бақлаўлардың нәтийжесинде алынған мағлыўматларға толық сәйкес келеди.

Демек Әлемниң толық энергиясы нолге тең, ал усыған сәйкес оның массасы да нолге тең деп жуўмақ шығара аламыз.

Енди шардың ишинде жайласқан массаның энергиясы гравитациялық энергияға тең болатуғындай етип Әлемниң радиусын есаплаймыз. Шардың массасы M ниң мәниси $\rho_0 R_0^3$ шамасына пропорционал болғанлықтан $r_g = G\frac{M}{c^2}$ формуласы былайынша жазылады

$$R_0 = G\frac{\rho_0 R_0^3}{c^2}. \qquad (20.24)$$

Бул формуладан

$$R_0 = \frac{c}{\sqrt{G\rho_0}} \approx 10^{26}\ m = 10^{28}\ sm \qquad (20.25)$$

шамасына ийе боламыз.

Солай етип биз есаплап атырған **Әлемниң гравитациялық радиусы ҳәзирги ўақытлары Метагалктиканың (Әлемниң бақланыўы мүмкин болған бөлиминиң) радиусы ушын қабыл етилген шамаға тең** болып шықты (бундай қашықлықты жақтылық шама менен 13,7 млрд жылда өтеди). Улыўмалық салыстырмалылық теориясынан базы бир шәртлерде Әлемниң өлшемлериниң шекли екенлигин тастыйықлаў барлық физикалық процесслер шекли көлемде туйықланған ҳәм сыртқа шықпайды дегенди аңлатады. Мысалы жақтылық нуры бул көлемнен шығып кете алмайды. Соның менен бирге есаплаўлар гравитациялық радиустың шамасынан ғәрезсиз сол радиустың ишинен сыртқа шыға алмайтуғынлығын көрсетеди. Радиусы гравитациялық радиустан кем болған, туўрыдан-туўры экспериментлерде еле ашылмаған астрономиялық объектлер "**қара қурдымлар**" деп аталады.

2016-жылдың 11-февраль күни Москва, Вашингтон ҳәм Пиза қалаларында бир ўақытта өткерилген пресс-конференцияда халық аралық LIGO коллаборациясы (коллаборация деп улыўмалық мақсетлерге жетиў ушын қандай да бир тараўдағы еки ямаса оннан да көп адамлардың, шөлкемлердиң биргеликтеги жумысына айтамыз) проектиниң (LIGO, инглиз тилинде Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory, гравитациялық-толқынлық обсерватория мәнисин береди) қатнасыўшылары гравитациялық толқынлардың табылғанлығын дағазалады. Гравитациялық толқынды регистрациялаў ўақыясын астрофизикада GW150914 (бул жазыўды "2015-жылы 14-сентябрь күни бақланған гравитациялық толқынлар" деп оқыў керек) ўақыясы деп белгилеў қабыл етилди. Бундай толқынлардың бар екенлиги буннан 100 жыл бурын Альберт Эйнштейн тәрепинен жаңа ғана дөретилген улыўмалық салыстырмалық теориясының (гравитация теориясының) тийкарында болжап айтылған еди. 12-февраль күни болса "Physical Review Letters" журналында сол проекттиң ағзаларының "Observation of Gravitational Waves from a Binaty Black Hole Merger" атамасындағы мақаласы шықты. Бул мақаланың авторларының саны дерлик бир ярым мың. Олар Жер жүзиниң 12 елинде жайласқан 133 университет пенен илимий мәкемелеринде жумыс ислейди. Регистрацияланған гравитациялық толқынларға сәйкес келиўши сигналдың формасы массалары шама менен Қуяштың массасынан 36 ҳәм 29 есе үлкен болған еки қара қурдымның қосылыўының нәтийжесинде пайда болатуғын гравитациялық толқынларға сәйкес келеди. Пайда болған қара қурдымның массасы Қуяштың массасынан шама менен 62 есе үлкен. Секундтың оннан бир үлесине тең ўақыт ишиндеги нурланған гравитациялық нурлардың энергиясы Қуяштың массасынан 3 есе үлкен массаға эквивалент. Демек, Әлемде қара қурдымлардың бар екенлиги ҳаққындағы гипотеза 2016-жылдан баслап тастыйықланды деп жуўмақ шығарыў керек.

Жердиң "қара қурдым" ға айланыўы ушын оның радиусының қандай болатуғынлығы есаплайық. Мәселени шешиўдиң бир неше жолы бар. Мысалы қара қурдым деп екинши космослық тезликтиң шамасы (яғный параболалық тезликтиң шамасы) жақтылықтың тезлигине тең болған объектти айтыўға болады. Бундай жағдайда параболалық

$$c = \sqrt{2G\,\frac{m}{r}}$$

Бул аңлатпадан қара қурдымның радиусы ушын

$$r = 2G\,\frac{m}{c^2}$$

аңлатпасын аламыз. Егер усы аңлатпаға Жердиң массасын ҳәм жақтылықтың тезлигиниң квадратының мәнислерин қойсақ $r \approx 0.8$ см шамасына ийе боламыз.

Қуяшты қара қурдымға айландырыў ушын оның радиусын 3 км ге шекем киширейтиў керек.

Ескертиў: Радиусы гравитациялық радиусқа тең болған объектлерди қара қурдымлар деп атаўға болмайды. Радиусы гравитациялық радиусқа тең болған сфераның бетин "ўақыялар горизонты" деп атайды. Қара қурдым усы сфераның орайында жайласқан. Оның сызықлы өлшемлерин әдетте нолге тең деп есаплайды. Ўақыялар горизонты арқалы иштен сыртқа қарай ҳеш қандай материя (ямаса сигнал) шыға алмайды (себеби екинши космослық тезлик жақтылықтың вакуумдағы тезлигине тең).

Базы бир жуўмақлар:

1. Пүткил дүньялық тартылыс нызамы планеталардың, кометалардың, басқа да аспан денелериниң ҳәм Жердиң жасалма жолдасларының қозғалысларын изертлеў ушын пайдаланылды. Олардың энергиясына байланыслы шеңбер, эллипс, парабола ҳәм гипербола тәризли орбиталар бойынша қозғалатуғынлығы көрсетилди. Егер аспан денесиниң толық энергиясы нолге тең болса, онда ол параболалық траектория бойынша қозғалады екен.

2. Пүткил дүньялық тартылыс нызамы жәрдеминде Әлемниң бақланыўы мүмкин болған бөлиминиң өлшемлерин, оның орташа тығызлығын анықлаўға мүмкиншилик беретуғын аңлатпалар алынды.

3. Еки дене машқаласы өз-ара тәсирлесиў теориясы ушын тәсирлесиўдиң ең әпиўайы мәселеси болып табылады. Бир қанша жағдайларда бул машқала дәл шешимге ийе болады. Үш дене машқаласы бирқанша қурамалы болып, бул машқала аналитикалық түрдеги дәл шешимлерге ийе болмайды.

4. Шар тәризли денениң гравитациялық энергиясы оның массасының квадратына туўры пропорционал, ал шардың радиусына кери пропорционал.

5. Әлемниң толық энергиясы нолге тең, ал усыған сәйкес оның массасы да нолге тең.

6. Орбитаның ҳәр бир ноқатындағы тартылыс күшин еки қураўшыға жиклеў мүмкин: тезлик бағытындағы тангенсиал ҳәм тезликке перпендикуляр болған нормал күшлер. Тангенсиал қураўшы планетаның тезлигиниң абсолют мәнисин, ал нормал қураўшы тезликтиң бағытын өзгертеди.

7. Орайлық күшлер майданында қозғалыўшы денениң орбитасының формасы денениң толық энергиясы бойынша анықланады.

Сораўлар:

1. Орайлық күшлердиң барлық ўақытта потенциал күшлер екенлигин дәлиллей аласызба?

2. Сфералық жақтан симметриялы шар тәризли денениң гравитациялық энергиясы неге тең?

3. Гравитациялық радиус дегенимиз не?

4. Жер менен Қуяштың гравитациялық радиуслары неге тең?

5. "Қара қурдымлар" дегенимиз не? Усындай объектлердиң бар екенлиги ҳаққында дәлиллер барма?

6. Орайлық майдандағы қозғалыстың тегис қозғалыс екенлиги қалай дәлилленеди?

7. Кеплердиң екинши нызамы қайсы сақланыў нызамының нәтийжеси болып табылады?

8. Ноқатлық денениң тартылыс майданында қозғалғанда материаллық ноқат қандай траекторияларға ийе болыўы мүмкин?

9. Кетирилген масса денелердиң массасынан үлкен бе, киши ме, ямаса сол массалар арасындағы мәниске ийе ме?

10. Қандай жағдайларда еки дене машқаласында тәсирлесиўши денелердиң бирин озғлмайды деп қараўға болады?

11. Массалар орайы системасында тәсирлесиўши бөлекшелердиң траекториялары қандай түрге ийе болады?

12. Келтирилген массаны өз ишине алыўшы еки дене машқаласының қозғалыс теңлемеси қандай координаталар системасында жазылған: инерциал координаталар системасында ма ямаса инерциал емес координаталар системасында ма?

21-санлы лекция. Суйықлықлар ҳәм газлердиң қозғалысы. Заттың агрегат ҳаллары. Суйықлықтың сатционар ағыўы. Идеал суйықлық бөлекшеси ушын динамиканың тийкарғы нызамы. Бернулли теңлемеси. Суйықлықтың ямаса газ ағымының денеге тәсири. Рейнольдс саны. Торричелли формуласы. Магнус эффекти. Көтериў күши

Қарап шығылатуғын мәселелер: Газлер ҳәм суйықлықлардың қәсийетлери. Суйықлықлардың стационар ағыўы. Ағыс найы ҳәм үзликсизлик теңлемеси. Ағыстың толық энергиясы. Бернулли теңлемеси. Динамикалық басым. Қысылыўшылықты дыққатқа алмаслық шәрти. Суйықлықтың най бойлап ағыўы. Суйықлықтың жабысқақлығы. Ламинар ҳәм турбулент ағыс. Рейнольдс саны. Пуазейл нызамы. Суйықлық ямаса газдиң денелерди айланып ағып өтиўи. Ағыстың үзилиўи ҳәм ийримлердиң пайда болыўы. Шегаралық қатлам. Маңлай қарсылық ҳәм көтериў күши.

Қатты денелер тең салмақлылық ҳалда форма серпимлилигине ийе (яғный формасын сақлайды). Суйықлықлар менен газлер болса бундай форма серпимлилигине ийе емес. Олар көлемлик серпимлиликке ийе. Тең салмақлық ҳалда газ бенен суйықлықтағы кернеў барлық ўақытта да тәсир етиўши майданға нормал бағытланған. Тең салмақлық ҳалда урынба кернеўлер пайда болмайды. Соның ушын механикалық көз-караслар бойынша **суйықлықлар менен газлер тең салмақлықта урынба кернеўлер болмайтуғын объектлер болып табылады**.

Соның менен бирге тең салмақлық ҳалда суйықлықлар менен газлерде нормал кернеўдиң (P басымының) шамасы тәсир етип турған майданның бағытына байланыслы емес. Мейли n сол нормаль болсын. Кернеў майданға перпендикуляр болғанлықтан $\sigma_n = P\boldsymbol{n}$ деп жазамыз. Сәйкес координаталар көшерлерине перпендикуляр кернеўлерди былай жазамыз:

$$\boldsymbol{\sigma}_x = P_x\boldsymbol{i}, \qquad \boldsymbol{\sigma}_y = P_y\boldsymbol{j}, \qquad \boldsymbol{\sigma}_z = P_z\boldsymbol{i}. \tag{1}$$

Бул аңлатпалардағы $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ лар координаталық ортлар болып табылады.

$$\sigma_n = \sigma_x n_x + \sigma_y n_y + \sigma_z n_z \tag{2}$$

формулаларынан

$$Pn = P_x n_x \boldsymbol{i} + P_y n_y \boldsymbol{j} + P_z n_z \boldsymbol{k} \tag{3}$$

формуласын аламыз.

Бул аңлатпаны $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}$ ҳәм $\boldsymbol{k}$ шамаларына избе-изликте скаляр көбейтиў арқалы

$$P = P_x = P_y = P_z \tag{21.4}$$

теңликлерин аламыз. Бул Паскаль нызамы болып табылады.

Паскаль нызамы бойынша суйықлық ямаса газ өзине түсирилген басымды барлық тәреплерге бирдей етип жеткерип береди.

Газлерде нормал кернеў барлық ўақытта газ ишине қарай бағытланған (яғный басым түринде болады). Ал суйықлықта нормал кернеўдиң керим болыўы да мүмкин. Суйықлық үзилиўге қарсылық жасайды. Бул қарсылықтың мәниси әдеўир үлкен шама ҳәм айырым суйықлықларда l квадрат миллиметрге бир неше ньютон болыўы мүмкин. Бирақ әдеттеги суйықлықлардың барлығы да бир текли емес. Суйықлықлар ишинде газлердиң майда көбикшелери көплеп ушырасады. Олар суйықлықлардың үзилиўин ҳәлсиретеди. Сонлықтан басым көпшилик суйықлықларда кернеў басым түрине ийе ҳәм нормал кернеўди $+T\boldsymbol{n}$ арқалы емес (керим), ал $-P\boldsymbol{n}$ арқалы (басым) белгилеймиз. Егер басым кернеўге өтсе оның белгиси терис белгиге айланады, ал бул өз гезегинде суйықлықтың тутаслығының бузылыўына алып келеди. Усындай жағдайға байланыслы газлер шексиз көп кеңейе алады, газлер барқулла ыдысты толтырып турады. Суйықлық болса, керисинше, өзиниң меншикли көлемине ийе. Бул көлем сыртқы басымға байланыслы аз шамаға өзгереди. Суйықлық еркин бетке ийе ҳәм тамшыларға жыйнала алады. Усы жағдайды атап айтыў ушын суйық орталықты *тамшылы-суйық орталық* деп те атайды. Механикада тамшылы суйықлықлардың ҳәм газлердиң қозғалысын қарағанда газлерди суйықлықлардың дара жағдайы сыпатында қарайды. Солай етип суйықлық деп яки тамшылы суйықлықты, яки газди түсинемиз. **Механиканың суйықлықлардың тең салмақлығы менен қозғалысын изертлейтуғын бөлими гидродинамика деп аталады**.

Суйықлықтағы басым қысыўдың салдарынан пайда болады. Урынба кернеўлердиң болмайтуғынлығына байланыслы киши деформацияларға қарата суйықлықлардың серпимли қәсийетлери тек бир коэффициент - *қысылыў коэффициенти* менен тәрийипленеди:

$$\gamma = \frac{1}{V}\frac{dV}{dP}. \qquad (21.5)$$

Бул шамаға кери болған

$$K = V\frac{dP}{dV} \qquad (21.6)$$

шамасын ҳәр тәреплеме қысыў модули деп атайды. Қысыўда суйықлықтың температурасы турақлы болып қалады деп болжайды. Температура турақлы болып қалатуғын болса (21.5)- ҳәм (21.6)-лар орнына аңлатпаларды былай жазамыз:

$$\gamma_T = \frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dP}\right)_{T=const}, \qquad (21.7)$$

$$K_T = V\left(\frac{dP}{dV}\right)_{T=const}. \qquad (21.8)$$

Бул аңлатпалардағы γ_T ҳәм K_T шамаларын сәйкес ҳәр тәреплеме қысыўдың изотермалық коэффициенти ҳәм модули деп атайды.

Тең салмақлық ҳалда суйықлықтың (ямаса газдиң) басымы P тығызлық ρ пенен температура T ға байланыслы өзгереди. Басым, тығызлық ҳәм температура арасындағы

$$P = f(\rho, T) \qquad (21.9)$$

қатнасы **ҳал теңлемеси** деп аталады. Бул теңлеме ҳәр қандай затлар ушын ҳәр қандай түрге ийе болады. Теңлемениң ең әпиўайы түри тек сийреклетилген газ жағдайында алынады.

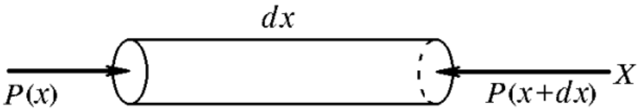
Егер суйықлық қозғалыста болса нормал күшлер менен бирге урынба бағытланған күшлердиң де пайда болыўы мүмкин. Урынба күшлер суйықлықтың деформациясы бойынша емес, ал оның тезликлери (деформацияның ўақыт бойынша алынған туўындысы) менен анықланады. Сонлықтан урынба күшлерди **сүйкелис күшлери** ямаса **жабысқақлық** классына киргизиў керек. Олар **ишки сүйкелистиң урынба** ямаса **жылысыў күшлери** деп аталады. Бундай күшлер менен бир қатарда ишки сүйкелистиң **нормал** ямаса **көлемлик күшлериниң** де болыўы мүмкин. Әдеттегидей басымларда бул күшлер қысылыўдың ўақыт бойынша өзгериў тезлиги менен анықланады.

Ишки сүйкелис күшлери пайда болмайтуғын суйықлықларды **идеал суйықлықлар** деп атаймыз. Идеал суйықлықлар - бул тек ғана P нормал басым күшлери болатуғын суйықлық.

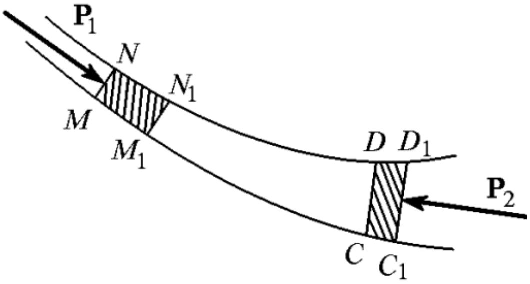
Айырым денелер тезлик пенен болатуғын сыртқы тәсирлерде қатты дене қәсийетлерине, ал киши тезликлер менен өзгеретуғын сыртқы тәсирлерде жабысқақ суйықлықтай қәсийетлерди көрсетеди. Бундай затларды **аморф қатты денелер** деп атаймыз.

Суйықлықлардың тең салмақта турыўының ҳәм қозғалысының тийкарғы теңлемелери. Суйықлықларға тәсир ететуғын күшлер, басқа жағдайлардағыдай, **массалық** (көлемлик) ҳәм **бетлик** болып екиге бөлинеди. Массалаық күшлер масса m ге ҳәм соның менен бирге көлем элементи dV ға туўры пропорционал. Бул күшти $\boldsymbol{f}dV$ арқалы белгилеймиз ҳәм $\boldsymbol{f}$ ти күштиң көлемлик тығызлығы деп атаймыз. Массалық күшлердиң әҳмийетли мысаллары болып салмақ күшлери менен инерция күшлери саналады. Салмақ күши болғанда $\boldsymbol{f} = \rho\boldsymbol{g}$. Ал бетлик күшлер болса - бундай күшлер суйықлықты қоршап турған орталық арқалы берилип, нормал ҳәм урынба кернеўлер арқалы суйықлықтың ҳәр бир көлемине бериледи.

Урынба күшлер жоқ, тек ғана нормал күшлер бар болған жағдайды қараймыз. Идеал суйықлықларда бундай жағдай барқулла орын алады. Ал қалған суйықлықларда бул аўҳал суйықлық тынышлықта турғанда, яғный **гидростатика** жағдайында орын алады.



21-1 сүўрет. Суйықлықтың қозғалысы менен тең салмақлылығының теңлемесин шығарыўға арналған схема.



21-2 сүўрет. Бернулли теңлемесин келтирип шығарыўға арналған сүўрет.

Суйықлықтың шексиз киши көлеминиң dV элементине тәсир ететуғын тең тәсир етиўши басым күшин анықлаймыз. Басым күшиниң x көшерине түсетуғын проекциясы

$$[P(x) - P(x + dx)]dS \tag{21.10}$$

шамасына тең болады. Квадрат қаўсырмадағы шексиз киши айырманы P функциясының дифференциалы менен алмастырыў мүмкин:

$$P(x) - P(x + dx) = dP_{x,y,z=const} = \left(\frac{dP}{dx}\right)_{x,y,z=const} dx. \tag{21.11}$$

Қосымша берилген $x, y, z = const$ шәрти $\frac{dP}{dx}$ туўындысын ҳәм dP дифференциалын алғанда бул шамалар турақлы болып қалатуғынлығын билдиреди. $P(x,y,z,t)$ функциясынан усындай шәртлер орынланғандағы алынған туўынды **дара туўынды** деп аталады ҳәм $\frac{\partial P}{\partial t}$ ямаса $\frac{dP}{dt}$ арқалы белгиленеди. Усы белгилеўлерди пайдаланып есапланып атырған күштиң проекциясын аламыз:

$$\frac{\partial P}{\partial x} dSdx = -\frac{\partial P}{\partial x} dV. \tag{21.12}$$

Бул аңлатпада $dSdx = dV$ екенлиги есапқа алынған. Солай етип проекция dV көлем элементине туўры пропорционал ҳәм оны $s_x dV$ арқалы белгилеў мүмкин. s_x шамасы арқалы кеңисликте P басымының өзгериўинен пайда болған суйықлық көлеминиң бирлигине тәсир етиўши күштиң x қураўшысы белгиленген. Өзиниң мәниси бойынша ол dV көлеминиң формасына байланыслы болыўы мүмкин емес. Басқа көшерлер бойынша да түсетуғын күштиң қураўшыларын табыўымыз мүмкин. Солай етип суйықлық көлеминиң бир бирлигине басымның бетлик күши тәрепинен пайда болған **s** күши тәсир етеди. Оның проекциялары

$$s_x = -\frac{\partial P}{\partial x}, \qquad s_y = -\frac{\partial P}{\partial y}, \qquad s_z = -\frac{\partial P}{\partial z} \tag{21.13}$$

түринде жазылады. $\boldsymbol{s}$ векторының өзи

$$\boldsymbol{s} = -\frac{\partial P}{\partial x}\boldsymbol{i} - \frac{\partial P}{\partial y}\boldsymbol{j} - \frac{\partial P}{\partial z}\boldsymbol{k} \tag{21.14}$$

ямаса қысқаша түрде

$$\boldsymbol{s} = -grad\, P \tag{21.15}$$

түринде азылады.

Биз мынадай белгилеў қабыл еттик:

$$grad\, P = \frac{\partial P}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\boldsymbol{k}. \tag{21.16}$$

Бул вектор P **скалярының градиенти деп аталады**. Солай етип **суйықлықтың көлеминиң элементине тәсир етиўши басым күшиниң көлемлик тығызлығы терис белгиси менен алынған Р ның градиентине тең екен**. $\boldsymbol{s}$ күшиниң шемасының P ның шамасына емес, ал оның кеңисликтеги өзгериўине байланыслы екенлиги көринип тур.

Тең салмақлық ҳалында $\boldsymbol{s}$ күшин массалық күш $\boldsymbol{f}$ пенен тең болыўы керек. Бул

$$grad\ P = \boldsymbol{f} \tag{21.17}$$

теңлемесиниң пайда болыўына алып келеди. **Бул теңлеме гидростатиканың тийкарғы теңлемеси болып табылады**.

Координаталық түрде бул теңлеме

$$\frac{\partial P}{\partial x} = f_x, \qquad \frac{\partial P}{\partial y} = f_y, \qquad \frac{\partial P}{\partial z} = f_z \tag{21.18}$$

түринде жазылады.

Енди идеал суйықлықтың тийкарғы теңлемесин де жазыў мүмкин. Ол төмендегидей түрге ийе болады:

$$\rho\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\boldsymbol{f}\ -\ grad\,P. \tag{21.19}$$

Бул жерде $\frac{dv}{dt}$ шамасы қарап атырған ноқаттағы суйықлықтың тезлигин береди. **Бул теңлемени Эйлер теңлемеси деп атайды**.

Барометрлик формула. Қысылмайтуғын суйықлық гидростатикасына итибар беремиз. P басымы тек z көшерине байланыслы жағдайды қараймыз. Бундай жағдайда

$$\frac{dP}{dz}=-\rho g \tag{21.20}$$

аңлатпасына ийе боламыз. Басым P, тығызлық ρ ҳәм абсолют температура T Клапейрон (1799-1864) (Менделеев-Клапейрон) теңлемеси жәрдеминде бериледи:

$$P=\frac{\rho}{\mu}RT. \tag{21.21}$$

Бул формулада μ арқалы газдың молекулалық салмағы белгиленген. $R=8.31\cdot 10^7\,\frac{\text{эрг}}{\text{К}\cdot\text{мол}}=8.31\,\frac{\text{Дж}}{\text{К}\cdot\text{мол}}$- универсал газ турақлысы деп аталады.

Енди

$$\frac{dP}{dz}=-\frac{mPz}{RT} \tag{21.22}$$

теңлемеси аламыз. Бул теңлемениң шешими

$$P=P_0e^{-\frac{mgz}{RT}} \tag{21.23}$$

түрине ийе болады.

Тап усындай нызам менен газдың тығызлығы да өзгереди:

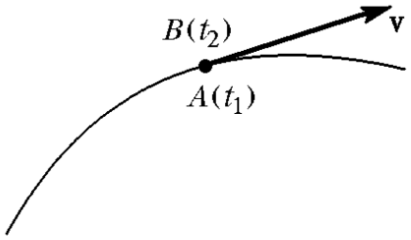
$$\rho=\rho_0e^{-\frac{mgz}{RT}}. \tag{21.24}$$

Кейинги еки формула барометрлик формулалар деп аталады. P_0 ҳәм ρ_0 шамалары Жер бетиндеги басым менен тығызлыққа сәйкес келеди. Басым менен тығызлық бийикликке байланыслы экспоненциал нызам бойынша кемейеди.

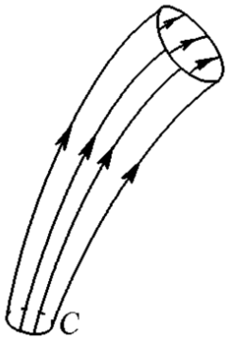
$$h=RT/mg \tag{21.25}$$

бийиклигине көтерилгенде басым ҳәм тығызлық e есе кемейеди. Бул h **бир текли атмосфера бийиклиги деп аталады**. $T=273^0$ С температурада $h\ \approx\ 8$ км.

Суйықлықтың қозғалысын кинематикалық тәрийиплеў. Суйықлықтың қозғалысын тәрийиплеў ушын еки түрли жол менен жүриў мүмкин: Суйықлықтың ҳәр бир бөлекшесиниң қозғалысын бақлап барыў мүмкин. Усындай жағдайда ҳәр бир ўақыт моментиндеги суйықлық бөлекшесиниң тезлиги ҳәм турған орны бериледи. Солай етип суйықлық бөлекшесиниң траекториясы анықланады. Бирақ басқаша да жол менен жүриў мүмкин. Бул жағдайда кеңисликтиң ҳәр бир ноқатында ўақыттың өтиўи менен не болатуғынлығын гүзетиў керек. Усының нәтийжесинде кеңисликтиң бир ноқаты арқалы ҳәр қандай ўақыт моментлеринде өтип атырған бөлекшелердиң тезликлери менен бағытлары анықланады. Усындай усыл менен тәрийиплеўди жүргизгенимизде нәтийжеде ***тезликлер майданы*** алынады. Кеңисликтиң ҳәр бир ноқатына тезлик векторы сәйкеслендириледи. Усындай сызықлар ***тоқ сызығы*** деп аталады. Егер ўақыттың өтиўи менен тезликлер майданы ҳәм соған сәйкес тоқ сызығы өзгермесе суйықлықтың қозғалысы ***стационар қозғалыс*** деп аталады. Басқаша жағдайда суйықлықтың қозғалысы ***стационар емес қозғалыс*** деп аталады. Стационар қозғалыста $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}\ (\boldsymbol{r}, t)$, ал стационар қозғалыста $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}\ (\boldsymbol{r})$.



21-3 сүўрет.



21-4 сүўрет.

Стационар емес қозғалыста тоқ сызығы, улыўма алғанда, суйықлықтың траекториясына сәйкес келмейди. Ҳақыйқатында да траектория суйықлықтың тек бир бөлекшесиниң қозғалыстың ўақытындағы жолына сәйкес келеди. Ал тоқ сызығы болса биз карап атырған ўақыт моментиндеги усы сызықтағы шексиз көп бөлекшелердиң қозғалысының бағытын тәрийиплейди. **Тек стационар ағыста ғана тоқ сызықлары бөлекшелердиң траекторияларына сәйкес келеди**. Усы жағдайды дәлиллеў ушын ықтыярлы түрде алынған А блекшесиниң траекториясын алып қараймыз (21-3 сүўрет). Мейли бөлекшениң t_1 ўақыт моментиндеги ийелеген орны $A(t_1)$ болсын. Енди В бөлекшесин аламыз. Ол t_2 ўақыт моментинде А бөлекшеси t_1 ўақыт моментинде ийелеген орынды ийелейтуғын болсын. Қозғалыс стационар болғанлықтан А бөлекшеси t_1 ўақыт моментинде $A(t_1)$ ноқаты арқалы қандай тезлик пенен өткен болса, В бөлекшеси t_2 ўақыт моментинде сол ноқат аркалы тап сондай тезлик пенен өтеди. Демек В бөлекшесиниң $A(t_1)$ ноқатындағы тезлигиниң бағыты А бөлекшесиниң траекториясына урынба бойынша бағытланған деп жуўмақ шығарамыз. Соның менен бирге t_2 ўақыт моментин ықтыярлы түрде сайлап алыўға болатуғын болғанлықтан А бөлекшесиниң траекториясының да тоқ сызығы болып табылатуғынлығын көремиз.

Енди ықтыярлы түрде С туйық контурын аламыз (21-4 сүўрет) ҳәм ўақыттың бир моментинде оның ҳәр бир ноқаты арқалы тоқ сызықларын өткеремиз. Олар базы бир найдың бетинде жайласады. Бундай бетти **тоқ найы** деп атайды. Суйықлықтың бөлекшелериниң тезликлери тоқ сызықларына урынба бағытында бағытланған болғанлықтан олар (бөлекшелер) суйықлықтың ағыўының барысында тоқ найының қаптал бетин кесип өте алмайды. Тоқ найы ишинде суйықлық ағып атырған қатты найдың бети сыяқлы болады. Суйықлық ийелеп турғна барлық кеңисликти усындай тоқ найларына бөлиў мүмкин. Егер тоқ найының кесе-кесими шексиз киши болса, онда бир кесе-кесимниң барлық ноқатларында суйықлықтың тезликлерин бирдей ҳәм олар найдың көшери бағытында бағытланған деп жуўмақ шығарыўға болады. dt ўақыт аралығында най арқалы өткен суйықлықтың массасы

$$dm = \rho vSdt. \tag{21.26}$$

формуласының жәрдеминде анықланады. Бул формулада S арқалы найдың кесе-кесиминиң майданы белгиленген. Стационар ағыста

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 \tag{21.27}$$

теңлиги орынланады. Суйықлық қысылмайтуғын болса ($\rho_1 = \rho_2$)

$$\frac{v_1}{v_1} = \frac{S_2}{S_1} \tag{21.28}$$

теңлиги орынлы болады. Бул теңлемени басқаша жазамыз. Суйықлықтың ҳәр қыйлы кесе-кесими арқалы ўақыт бирлигинде ағып өтетуғын қысылмайтуғын суйықлықтың муғдарының бирдей болатуғынлығын көрдик. (21.28)-формула да усы жағдайды дәлиллейди ҳәм

$$\Delta S_1 v_1 = \Delta S_2 v_2$$

теңлемесин жазыўға мүмкиншилик береди. Бул теңлемеден

$$\Delta Sv = const$$

екенлиги келип шығады. Демек қысылмайтуғын (соның менен бирге жабысқақ емес) **суйықлық ағысы тезлиги менен суйықлық ағыўшы түтикшениң кесе-кесиминиң майданы турақлы шама** болады екен. Бул **қатнас ағыстың үзликсизлиги ҳаққындағы теорема** деп аталады.

Қандай да бир консерватив күштиң (мысалы салмақ күшиниң) тәсириндеги суйықлықтың стационар қозғалысын қараймыз. $MNDC$ ноқатлары менен шекленген суйықлықтың бөлимин алайық (21-2 сүўрет). Усы бөлим $M_1N_1D_1C_1$ аўҳалына көшсин ҳәм бунда исленген жумысты есаплаймыз. MN кесиминен M_1N_1 ге көшкендеги исленген жумыс $A = P_1S_1l_1$ ($l_1 = MM_1$ арқалы көшиўдиң шамасы белгиленген) шамасына тең. $S_1l_1 = \Delta V_1$ көлемин киргизиў арқалы жумысты былай жазамыз:

$$A_1 = P_1\Delta V_1 \text{ ямаса } A_1 = P_1\frac{\Delta m_1}{\rho_1}.$$

Бул аңлатпада Δm_1 арқалы MNN_1M_1 көлеминдеги суйықлықтың массасы. Усындай таллаўлардан кейин

$$A = A_1 - A_2 = \left(\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2}\right)\Delta m \tag{21.29}$$

теңлигин аламыз.

Бул жумыс суйықтықтың айырып алынған бөлиминдеги толық энергияның өсими ΔE ниң есабынан исленийи керек. Ағыс стационар болғанлықтан суйықлықтың энергиясы CDD₁C₁ көлеминде өзгермейди. Сонлықтан ΔE ниң шамасы Δm массалы суйықлықтың энергиясының CDD₁C₁ ҳәм MNN₁M аўҳаллары арасындағы айырмаға тең. Масса бирлигине сәйкес келиўши толық энергияны ε ҳәрипи менен белгилеп $\Delta E = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\Delta m$ екенлигин табамыз. Бул шаманы жумыс A ға теңлестирип, Δm ге қысқартып

$$\varepsilon_1 + \frac{P_1}{\rho_1} = \varepsilon_2 + \frac{P_2}{\rho_2} \qquad (21.30)$$

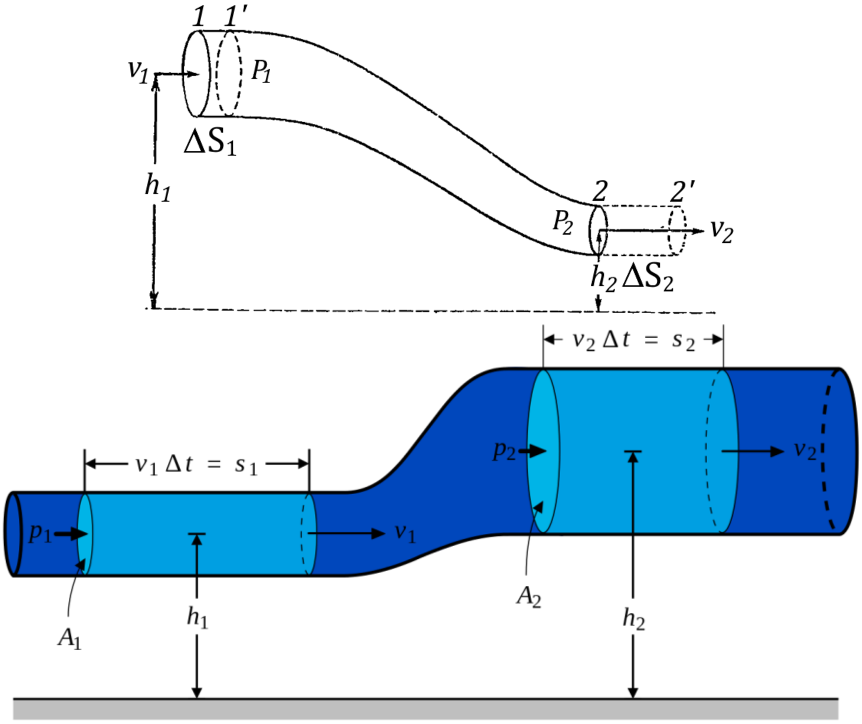
теңлемесин аламыз. Демек идеал суйықлықтың стационар ағысында бир тоқ сызығы бойынша $\varepsilon + \frac{P}{\rho}$ шамасы турақлы болып қалады екен. Яғный

$$\varepsilon + \frac{P}{\rho} = B\ = const. \qquad (21.31)$$

Бул қатнасты **Даниил Бернулли** (1700-1782) **теңлемеси**, ал B константасын Бернулли турақлысы деп атайды. Ол бул жумысының нәтийжесин 1738-жылы баспадан шығарды. Усы теңлемени келтирип шығарарда суйықлықтың қысылмаслығы ҳаққында ҳеш нәрсе айтылмады. Сонлықтан Бернулли теңлемеси қысылмайтуғын суйықлықлар ушын да дурыс болады. Енди Жер менен тартысыўды есапқа алып теңлемеге өзгерислер киргиземиз. Барлық ε энергиясы кинетикалық ҳәм потенциал энергиялардан туратуғынлығын есапқа аламыз. Сонлықтан

$$\frac{v^2}{2} + gh + \frac{P}{\rho} = B\ = const \qquad (21.32)$$

теңлемесине ийе боламыз. Бернулли турақлысы B ның бир тоқ сызығының бойын бойынша бирдей мәниске ийе болады. Егер $v = 0$ болса $B = gh + P/\rho$. Демек Бернулли турақлысы барлық ағыс ушын бирдей мәниске ийе болады екен.



21-5 сүўрет. Бернулли теңлемесин келтирип шығарыў ушын арналған сүўретлер.

Бернулли теңлемесин басқаша физикалық шамаларды қолланыў арқалы жазамыз ҳәм 21-5 сүўреттен пайдаланамыз. ΔS₁ кесе-кесиминен өтетуғын суйықлықтың Δm массасының толық энергиясы E_1, ал ΔS₂ кесе-кесиминен ағып өтетуғын суйықлықтың толық энергиясы E_2 болсын. Энергияның сақланыў нызамы бойынша $E_2 - E_1$ өсими Δm массасының ΔS₁ кесе-кесиминен ΔS₂ кесе-кесимине шекем қозғалтатуғын сыртқы күшлердиң жумысына тең болады:

$$E_2 - E_1 = A.$$

Өз гезегинде E_1 ҳәм E_2 энергиялары Δm массасының кинетикалық ҳәм потенциал энергияларының қосындысынан турады, яғный

$$E_1 = \frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m g h_1, \qquad E_2 = \frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g h_2.$$

A жумысының ΔS₁ ҳәм ΔS₂ кесе-кесимлери арасындағы барлық суйықлық қозғалғанда Δt ўақты ишинде исленетуғын жумысқа тең келетуғынлығына көз жеткизиў қыйын емес. Бундай жағдайда Δt ўақыты ишинде кесе-кесимлерден Δm массалы суйықлық ағып өтеди. Δm массасының биринши кесе-кесим арқалы өткизиў ушын $v_1 \Delta t = \Delta l_1$, ал екинши кесе-кесим арқалы өткизиў ушын $v_2 \Delta t = \Delta l_2$ аралықларына жылжыўы керек. Бөлинип алынған суйықлық участкаларының еки шетиниң ҳәр қайсысына түсетуғын күшлер сәйкес $f_1 = p_1 \Delta S_1$ ҳәм $f_2 = p_2 \Delta S_2$ шамаларына тең. Биринши күш оң шама, себеби ол ағыс бағытына қарай бағытланған. Екинши күш терис шама ҳәм суйықлықтың ағысы бағытына қарама-қарсы бағытланған. Нәтийжеде төмендегидей теңлеме алынады:

$$A = f_1 \Delta l_1 + f_2 \Delta l_2 = p_1 \Delta S\, v_1 \Delta t - p_2 \Delta S\, v_2 \Delta t.$$

Енди E_1, E_2, A шамаларының табылған усы мәнислерин $E_2 - E_1 = A$ теңлемесине қойсақ

$$\frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g h_2 - \frac{\Delta m v_1^2}{2} - \Delta m g h_1 = p_1 \Delta S\, v_1 \Delta t - p_2 \Delta S\, v_2 \Delta t$$

теңлемесин аламыз ҳәм оны былайынша жазамыз:

$$\frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m g h_1 + p_1 \Delta S\, v_1 \Delta t = \frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g h_2 + p_2 \Delta S\, v_2 \Delta t. \qquad (21.32а)$$

Ағыстың үзликсизлиги ҳаққындағы нызам бойынша суйықлықтың Δm массасының көлеми турақлы болып қалады. Яғный

$$\Delta V = \Delta S_1 v_1 \Delta t = \Delta S_2 v_2 \Delta t.$$

Енди (21.32а) теңлемесиниң еки тәрепин де ΔV көлемине бөлемиз ҳәм $\frac{\Delta m}{\Delta V}$ шамасының суйықлықтың тығызлығы ρ екенлигин есапқа аламыз. Бундай жағдайда

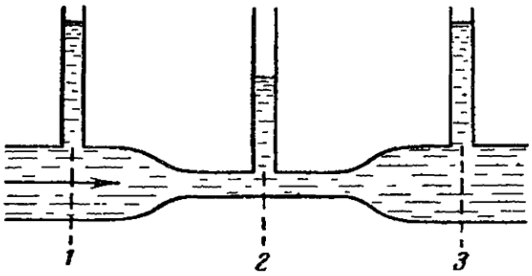
$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 \qquad (21.31а)$$

теңлемесин аламыз. Жоқарыда айтылғанындай бул теңлемени ең биринши рет усы түрде Даниил Бернулли келтирип шығарды.

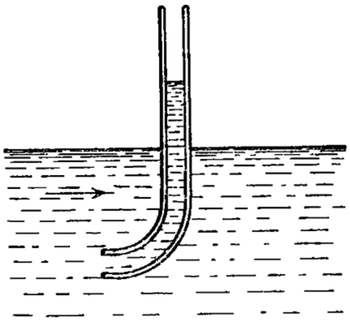
Суйықлық ағып турған түтикше горизонтқа параллель етип жайластырылса $h_1 = h_2$ ҳәм

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 \qquad (21.31б)$$

теңлемесине ийе боламыз.



21-6 сүўрет. Басымның найдың диаметрине ғәрезлилиги



21-7 сүўрет. Пито түтикшеси сызылмасы.

(21.31б) формула ҳәм ағыстың үзликсизлиги ҳаққындағы теоремаға тийкарланып суйықлық ҳәр қыйлы кесе-кесимге ийе горизонт бойынша жайластырылған най арқалы аққанда най жиңишкерген орынларда суйықлық тезлигиниң үлкен болатуғынлығын, ал най кеңейген орынларда басымның үлкен болатуғынлығын аңғарыўға болады. Усы айтылғанлардың дурыслығы найдың ҳәр қыйлы участкаларына a, b ҳәм c манометрлерин орнатып тексерип көриўге болады (21-6 сүўретте көрсетилген).

Енди най арқалы ағыўшы суйықлыққа қозғалмайтуғын манометр орнатайық ҳәм оның төменги түтикшесин ағысқа қарама-қарсы бағытлайық (сүўретте көрсетилген). Бундай жағдайда түтикше тесиги алдында суйықлықтың тезлиги нолге тең болады. (31б) формуласын қоллансақ ҳәм $v_2=0$ деп уйғарсақ, онда

$$p_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} + p_1$$

теңлигин аламыз. Демек манометр түтикшесиниң тесигин ағысқа қарсы қойғанымызда өлшенетуғын p_2 басымы p_1 басымынан $\frac{\rho v_1^2}{2}$ шамасына артық болады екен. Егер p_1 басымы белгили болса p_2 басымын өлшеў арқалы ағыстың v_1 тезлигин есаплаўға болады. Ал $\frac{\rho v_1^2}{2}$ басымын көбинесе **динамикалық басым** деп атайды.

Ағыс тезлиги жоқары болғанда найдың жиңишке жерлериндеги басым p ның мәниси терис шама болыўы мүмкин. Мысалы, егер найдың жуўан жерлериндеги басым атмосфера басымына тең болса, найдың жиңишке жерлериндеги басым атмосфера басымынан кем болады. Бул жағдайда ағыс сорып алыўшы (әтирaптағы ҳаўаны) сорыўшы хызметин атқарады.

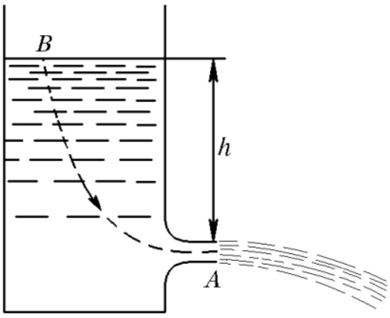
Бернулли теңлемесин пайдаланыў арқалы суйықлықтың тесикшеден ағып шығыў тезлигин анықлаўға болады (21-8 сүўрет). Егер ыдыстың өзи кең, ал тесикшеси киши болса ыдыстағы суйықтықтың тезлиги киши болады ҳәм барлық ағысты бир ағыс түтикшеси деп қараўға болады. Басым ыдыстың төменги кесе-кесиминде де, жоқарғы кесе-кесиминде де атмосфералық басым p_0 ге тең деп есаплаймыз. Сонлықтан Бернулли теңлемеси былай жазылады:

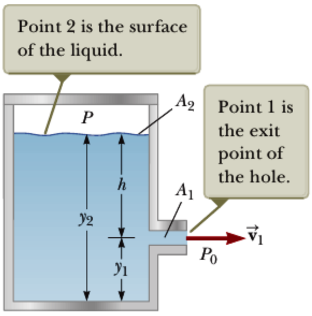
$$\frac{v_1^2}{2} + g(h_1 - h_2) = \frac{v_2^2}{2}.$$

Егер ыдыстағы суйықлықтың тезлиги $v_1 = 0$ деп есапланса (яғный ыдыстың кесе-кесими үлкен) ҳәм $h_1 - h_2 = h$ болған жағдайда (ыдыстағы тесикше горизонт бағытында тесилген)

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

шамасына тең болады. Яғный суйықлықтың тесик арқалы ағып шығыў тезлиги дене h бийиклигинен еркин түскенде алатуғын тезлигине тең болады екен.





21-8 сүўрет. Торичелли формуласын келтирип шығарыўға жәрдем беретуғын сүўретлер.

Бернулли теңлемеси жәрдеминде ***Торричелли формуласын*** келтирип шығарыў мүмкин.

Мейли суйықлық қуйылған ыдыстың төменги бөлиминде кишкене тесик болсын ҳәм бул тесик арқалы ағып шығып атырған суйықлықтың тезлигин анықлайық. Бул жағдайда Бернулли теңлемеси

$$\frac{P_0}{\rho} + gh = \frac{P_0}{\rho} + \frac{v^2}{2}. \qquad (21.33)$$

Бул теңликте h арқалы тесик пенен суўдың қәдди арасындағы қашықлық, ал P_0 арқалы атмосфералық басым белгиленген. Жоқарыдағы (21.33)-теңлемеден

$$v = \sqrt{2gh} \qquad (21.34)$$

формуласын аламыз. Бул формула ***Торичелли формуласы*** деп аталады. Бул формуладан суйықлықтың тесикшеден ағып шығыў тезлиги h бийиклигинен еркин түскенде алынған тезликке тең болатуғынлығы келип шығады.

Жабысқақлық (инглиз тилинде **viscosity**). Реал суйықлықларда нормал басымнан басқа суўықлықлардың қозғалыўшы элементлери шегараларында **ишки сүйкелистиң урынба күшлери** ямаса **жабысқақлық** болады. Бундай күшлердиң бар екенлигине әпиўайы тәжирийбелерден көрсетиўге болады. Мысалы жабысқақлық есапқа алынбай келтирилип шығарылған Бернулли теңлемесинен былайынша жуўмақлар шығарамыз: Егер суйықлық горизонт бойынша жатқан, барлық жерлеринде кесе-кесими бирдей болған найдан ағатуғын болса басым ҳәмме ноқатларда бирдей болады. Ҳақыйқатында басым ағыс бағытында төменлейди. Стационар ағысты пайда етиў ушын найдың ушларында турақлы түрде басымлар айырмасын пайда етип турыў керек. Бул басымлар айырмасы сүйкелис күшлерин жоқ етиў ушын зәрүр.

Басқа бир мысал ретинде айланыўшы ыдыстағы суйықлықтың қозғалысын бақлаўдан келип шығады. Егер ыдысты ветрикал бағыттағы көшер дөгерегинде айландырсақ суйықлықтың өзи де айланысқа келеди. Дәслеп ыдыстың дийўалларына тиккелей тийип турған суйықлықтың қатламлары айлана баслайды. Кейин айланыс ишки қатламларға бериледи. Солай етип ыдыс пенен суйықлық бирдей болып айланаман дегенше ыдыстан суйықлыққа айланбалы қозғалыс берилиўин даўам етеди. Усындай берилиўди қозғалыс бағытына урынба болып бағытланған күшлер тәмийинлейди. Усындай урынба бағытында бағытланған күшлерди ***ишки сүйкелис күшлери*** деп атаймыз. ***Жабысқақлық күшлери*** деп аталатуғын сүйкелис күшлери де айрықша әҳмийетке ийе.

Төменде айырым газлер менен суйықлықлардың ҳәр қыйлы температуралардағы жабысқақлығы ҳаққындағы инглиз тилиндеги мағлыўматларды беремиз:

Viscosity of selected gases at 100 kPa, [μPa·s]

Gas	at 0 °C (273 K)	at 27 °C (300 K)
air	17.4	18.6
hydrogen	8.4	9.0
helium		20.0
argon		22.9
xenon	21.2	23.2
carbon dioxide		15.0
methane		11.2
ethane		9.5

Суйықлықлар ушын:

Viscosity of fluids with variable compositions

Fluid	Viscosity [Pa·s]	Viscosity [cP]
blood (37 °C)	$(3–4)\times10^{-3}$	3–4
honey	2–10	2,000–10,000
molasses	5–10	5,000–10,000
molten glass	10–1,000	10,000–1,000,000
chocolate syrup	10–25	10,000–25,000
molten chocolate*	45–130	45,000–130,000
ketchup*	50–100	50,000–100,000
lard	≈ 100	≈ 100,000
peanut butter*	≈ 250	≈ 250,000
shortening*	≈ 250	≈ 250,000

Ишки сүйкелистиң санлық нызамларын табыў ушын әпиўайы мысалдан баслаймыз (21-8 сүўрет). Арасында суйықлық жайласатуғын өз-ара параллел, шексиз узын пластиналарды қараймыз. Төменги AB пластинасы қозғалмайды, ал жоқарғы CD пластинкасы оған салыстырғанда v_0 тезлиги менен қозғалсын. CD пластинасының тең өлшеўли қозғалысын тәмийинлеў ушын оған турақлы түрде қозғалыс бағытындағы F күшин түсириў керек. Бир орында услап турыў ушын AB пластинасына да тап усындай, бирақ қарама-қарсы бағытланған күш тиң түсиўи керек. Ньютон тәрепинен усы F күшиниң пластиналардың майданы **S** ке, тезик v_0 ге туўры пропорционал, ал пластиналар арасындағы қашықлық h қа кери пропорционал екенлигин дәлилледи. Демек

$$F = \frac{\eta S v_0}{h}. \tag{21.35}$$

Бул формуладағы η шамасы ***ишки сүйкелис коэффициенти*** ямаса ***суйықлықтың жабысқақлығы*** деп аталыўшы турақлы шама (коэффициент). Оның мәниси пластиналардың материалына байланыслы болмай, ҳәр қыйлы суйықлықлар ушын ҳәр қыйлы мәнислерге ийе болады. Ал берилген суйықлық ушын η ның мәниси биринши гезекте температураға ғәрезли болады (төменде келтирилген кестеде берилген).

Суйықлықлар менен газлердиң жабысқақлығы

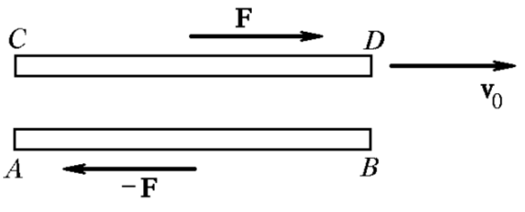
Затлар	Пуазларда берилген жабысқақлық коэффициенти			
	$t = 0^0C$	$t = 15^0C$	$t = 99^0C$	$t = 302^0C$
Суйықлықлар				
Глицерин	46	15	-	-
Суў	$1,8\cdot10^{-2}$	$1,1\cdot10^{-2}$	$0,29\cdot10^{-2}$	-
Сынап	$1,7\cdot10^{-2}$	$1,6\cdot10^{-2}$	$1,2\cdot10^{-2}$	$0,9\cdot10^{-2}$
Эфир	$0,29\cdot10^{-2}$	$0,25\cdot10^{-2}$	-	-
Углекислота (суйық)	-	$0,08\cdot10^{-2}$	-	-
Газлер				
Аргон	$210\cdot10^{-6}$	$221\cdot10^{-6}$	-	-
Гелий	$189\cdot10^{-6}$	$197\cdot10^{-6}$	-	-
Кислород	$187\cdot10^{-6}$	$195\cdot10^{-6}$	-	-
Ҳаўа	$171\cdot10^{-6}$	$181\cdot10^{-6}$	$220\cdot10^{-6}$	$299\cdot10^{-6}$
Азот	$166\cdot10^{-6}$	$171\cdot10^{-6}$	-	-
Қөмир қышқыл газ	$139\cdot10^{-6}$	$146\cdot10^{-6}$	$186\cdot10^{-6}$	$268\cdot10^{-6}$
Суў пуўы	$90\cdot10^{-6}$	$97\cdot10^{-6}$	$131\cdot10^{-6}$	-
Водород	$86\cdot10^{-6}$	$89\cdot10^{-6}$	$106\cdot10^{-6}$	$139\cdot10^{-6}$

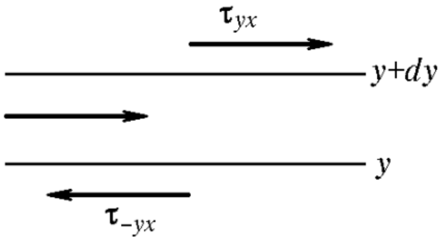
AB пластинасының бир орында тыныш турыўы да шәрт емес. AB пластинасы v_1, ал CD пластинасы v_2 тезлиги менен қозғалатуғын болса

$$F = \eta \frac{S(v_1 - v_2)}{h}. \tag{21.36}$$

Бул формуланы улыўмаластырыў ушын суйықлық X бағытында қозғалады деп есаплаймыз. Бундай жағдайда ағыс тезлиги тек y координатасынан ғәрезли болады:

$$v_x = v_x(y),\ v_y = v_z = 0. \tag{21.37}$$





21-8 сүўрет. Суйықлықта ишки сүйкелисти түсиндиретуғын сүўрет.

21-9 сүўрет. Суйықлықта ишки сүйкелис коэффициентин анықлаўға жәрдем беретуғын түсиндиретуғын сүўрет.

Суйықлықтың қатламын y қатламына перпендикуляр бағытта жуқа қатламларға бөлемиз (21-9 сүўрет). Мейли бул тегисликлер Y көшерин y ҳәм $y + dy$ ноқатларында кесип өтсин. Жоқарыда жайласқан қатламның майданының бир бирлигине тәсир етиўши урынба күшти τ_{yx} арқалы белгилеймиз. Бундай жағдайда

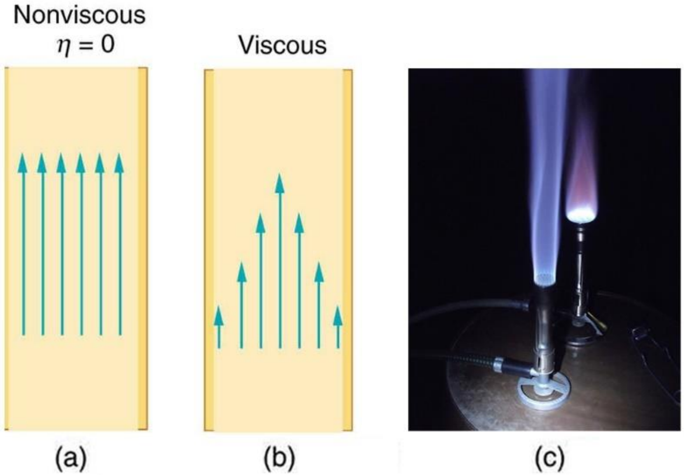
$$\tau_{yx} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y}. \tag{21.38}$$

Тап усындай талқылаўлар нәтийжесинде төмендегидей теңликлерди аламыз:

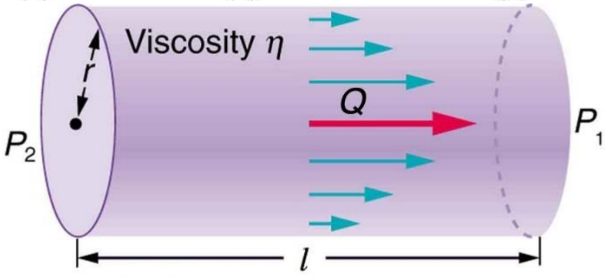
$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \eta \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right),$$
$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \eta \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right),$$
$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \eta \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right).$$

Егер суйықлық қысылмайтуғын болса бул теңликлер суйықлықлардың қозғалысының дифференциал теңлемесин келтирип шығарыў ушын толық жеткиликли.

Суйықлықтың туўры сызықлы най арқалы стационар ағысы. Мейли қысылмайтуғын жабысқақ суйықлық радиусы R болған туўры мүйешли най арқалы ағатуғын болсын. Суйықлықтың тезлиги найдың радиусы r ге байланыслы екенлиги түсиникли.



21-9a сүўрет. Суйықлықтың най бойынша ағыўы. Сүйкелис болмағанда найдың ишиндеги тезликлер бирдей (a сүўрет). Сүйкелистиң болыўының салдарынан найдың ортасындағы суйықлықтың тезлиги ең үлкен тезлик болып табылады. Горелканың ортасындағы жалынның тезлиги ең үлкен тезлик болып табылады (c).



21-9b сүўрет. Суйықлықтың тезлигиниң найдың радиусы бойынша таркалыўы.

21-9 сүўретте көрсетилгендей жағдайды талқылаймыз. Найдың көшери ретинде ағыс бойынша бағытланған X көшерин аламыз. Найда узынлығы dx, радиусы r болған шексиз киши цилиндрлик бөлимди кесип аламыз. Усы цилиндрлик қаптал бетке қозғалыс бағытында $dF = 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr} dx$ күши тәсир етеди. Соның менен бирге цилиндрдиңултанларына басымлар айырмасы күши тәсир етеди:

$$dF_1 = \pi r^2 [P(x) - P(x + dx)] = -\pi r^2 \frac{dP}{dx} dx. \tag{21.39}$$

Стационар ағыста бул еки күштиң қосындысы нолге тең болыўы керек. Сонлықтан

$$2\eta \frac{dv}{dr} = r \frac{dP}{dx}. \tag{21.40}$$

Тезлик $v(r)$ ҳәм $\frac{dv}{dr}$ туўындысы x тың өзгериўи менен өзгермей қалады. Усының нәтийжесинде

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{(P_1 - P_2)r}{2\eta l}. \tag{21.41}$$

Интеграллап

$$v = -\frac{(P_1 - P_2)r^2}{4\eta l} + C \tag{21.42}$$

формуласын аламыз. $r = R$ болғанда $v = 0$. Сонлықтан

$$v = -(P_1 - P_2) \cdot \frac{R_2 - r_2}{4\eta l}. \tag{21.43}$$

Суйықлықтың тезлиги трубаның орайында өзиниң максималлық мәнисине ийе:

$$v_0 = -\frac{(P_1 - P_1)R^2}{4\eta l}. \tag{21.44}$$

Енди суўықлықтың ағып өткен муғдарын есаплаймыз. Бир секунд ўақыт даўамында r ҳәм $r + dr$ радиуслары арасындағы сақыйна тәризли майдан арқалы ағып өткен суйықлықтың муғдары $dQ = 2\pi r dr \rho v$. Бул аңлатпаға v ның мәнисин қойып ҳәм интеграллаў арқалы суйықлықтың ағып өткен муғдарын билемиз:

$$Q = \pi\rho \frac{(P_1 - P_2)}{2\eta l} \int_0^R (R^2 - r^2) r dr = \pi\rho \frac{(P_1 - P_2)}{8\eta l} R^4. \tag{21.45}$$

Демек ағып өткен суйықлықтың муғдары басымлар айырмасы $P_1 - P_2$ ге, найдың радиусының 4-дәрежесине туўры, ал найдың узынлығы менен суйықлықтың жабысқақлық коэффициентине кери пропорционал екен.

(24.45)-формула **Пуазейл формуласы** деп аталады.

Пуазейл формуласы тек **ламинар ағыслар** ушын ғана дурыс болады. Ламинар ағыста суйықлық бөлекшелери найдың көшерине параллел болған сызық бойынша қозғалады. Ламинар ағыс үлкен тезликлерде бузылады ҳәм **турбулентлик ағыс** пайда болады.

Ҳәр секунд сайын найдың кесе-кесими арқалы алып өтилетуғын **кинетикалық энергия**:

$$K = \int_0^R \frac{\rho v^2}{2} 2\pi r v dr. \qquad (21.46)$$

Бул аңлатпаға v ның мәнисин қойып ҳәм интеграллаў нәтийжесинде аламыз:

$$K = \frac{1}{4} Q v_0^2 = Q(\bar{v})^2. \qquad (21.47)$$

Ҳәр секунд сайын суйықлық үстинен исленетуғын жумыстың шамасы басымлар айырмасы $P_1 - P_2$ шамасына туўры пропорционал ҳәм $A = \int v(P_1 - P_2) 2\pi r dr$ формуласының жәрдеминде анықланады. Ямаса

$$A = \frac{P_1 - P_2}{\rho} Q \qquad (21.48)$$

формуласы орынлы болады. Шамасы усындай болған, бирақ белгиси бойынша терис А′ жумысты ишки сүйкелис күшлери орынлайды.

$$A' = -Av_0 = -\frac{(P_1 - P_2)R^2}{4\eta l}$$

формуласынан басымлар айырмасын табамыз ҳәм

$$A' = -\frac{4\eta v_0 l Q}{\rho R^2}. \qquad (21.49)$$

Алынған формулалар қандай жағдайда сүйкелик күшлерин есапқа алмаўға болатуғынлығына (ямаса Бернулли теңлемесин пайдаланыўға) жуўап береди. Буның ушын жабысқақлыққа байланыслы кинетикалық энергияның жоғалыўы суйықлықтың өзиниң кинетикалық энергиясына салыстырғанда салыстырмас дәрежеде аз болыўы керек, яғный |А'| << А. Бул

$$\frac{v_0 R^2}{16 \nu l} \gg 1 \qquad (21.50)$$

теңсизлигине алып келеди. Бул жерде ν арқалы **кинематикалық жабысқақлық** белгиленген.

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \qquad (21.51)$$

шамасы **динамикалық жабысқақлық** деп аталады.

Потенциал ҳәм ийримли қозғалыс. Суйықлықлардың қозғалысы ҳаққында гәп етилгенде қозғалысларды ***потенциал*** ҳәм ***ийрим*** (ийримли) қозғалысларға бөлемиз.

Белгиленген ўақыт моментиндеги суйықлықтың $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r})$ тезликлер майданын қараймыз. Суйықлықта С туйық контуры аламыз ҳәм айланып шығыўдың оң бағытын белгилеймиз.

$\boldsymbol{\tau}$ арқалы бирлик урынба векторды $\boldsymbol{ds}$ арқалы конурдың узынлығының элементин белгилеймиз. C туйық контуры бойынша алынған

$$\Gamma = \oint v_\tau ds = \oint (vds) \tag{21.52}$$

интегралы С контуры бойынша ***тезлик векторының циркуляциясы*** деп аталады. Егер циркуляция туйық контур бойынша нолге тең болса суйықлықтың қозғалысы ***потенциал қозғалыс*** деп аталады. Егер циркуляция нолге тең болмаса ***ийрим қозғалысқа*** ийе боламыз.

$$v = grad\varphi \tag{21.53}$$

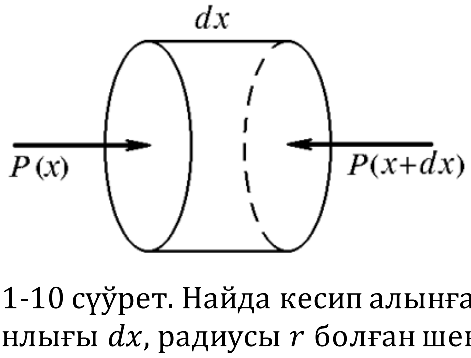
болған жағдайдағы φ шамасы тезликлер потенциалы деп аталады.

Идеал суйықлықтың консервативлик күшлер тәсиринде тынышлық ҳалынын қозғала баслаўы потенциал ағыс болып табылады.

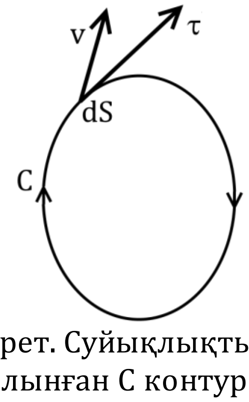
Ийрим қозғалыстың мысалы ретинде суйықлықтың бир тегисликте концентрлик шеңберлер бойынша бир ω мүйешлик тезлиги бойынша қозғалыўын көрсетиўге болады. Бул жағдайда r радиуслы шеңбер бойынша тезликтиң циркуляциясы

$$\Gamma = 2\pi r v = 2\pi r^2 \omega$$

шамасына тең. Оның контурдың майданына қанасы $\frac{\Gamma}{\pi r^2} = 2\omega$, яғный радиус r ге байланыслы емес. Егер айланыўдың мүйешлик тезлиги радиус r ге байланыслы болатуғын болса $\frac{\Gamma}{\pi r^2}$ қатнасының орнына оның $r \to 0$ болғандағы шеги бериледи. Бул шек мүйешлик тезликтиң екилетилген көбеймесине тең. Бул шек rv тезлигиниң **куйыны** ямаса **роторы** (дәлиреги контур тегислигине перпендикуляр болған тегисликке түсирирлген ротор векторының проекциясы) деп аталады.



21-10 сүўрет. Найда кесип алынған узынлығы dx, радиусы r болған шексиз киши цилиндрлик бөлим.



21-11 сүўрет. Суйықлықтың ишинде алынған С контуры.

Улыўма жағдайда ротор деп

$$rot_n v = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Gamma}{\Delta S} \tag{21.54}$$

шамасына айтамыз.

Бул аңлатпадағы Γ арқалы $\boldsymbol{v}$ векторының қарап атырылған контур бойынша циркуляциясы белгиленген.

Мысал ретинде X көшери бағытындағы суйықлықтың тегисликтеги ағысын алып қараймыз. Ағыс тезлиги көлденең бағытта $v_x = ay$ нызамы бойынша өзгерсин. Ийрим тәризли қозғалыстың орын алатуғынлығына исениў ушын тәреплери координата көшерлерине параллел болған $ABCD$ контурын аламыз. Бул контур бойынша тезликтиң циркуляциясы

$$\Gamma = (x_2 - x_1)(v_1 - v_2) = -a(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$$

шамасына тең. Оның контурдың майданы $\Delta S = (x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$ шамасына қатнасы ямаса тезлик $\boldsymbol{v}$ ның роторы

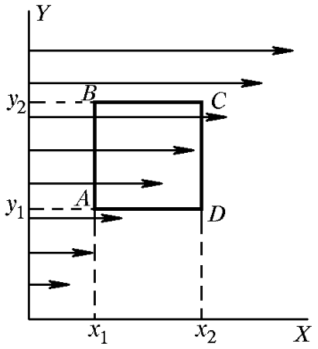
$$rot_z\boldsymbol{v} = -a \qquad (21.55)$$

ямаса

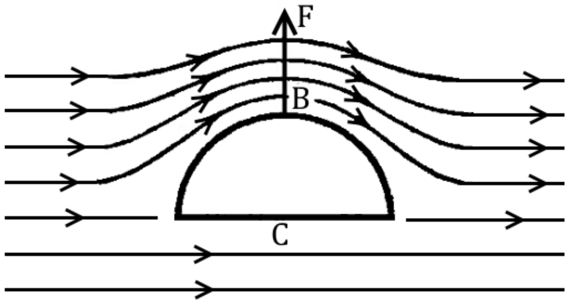
$$rot_z\boldsymbol{v} = -\frac{\partial v_x}{\partial y}. \qquad (21.56)$$

шамасына тең.

Егер v_x координата y координатасына байланыслы сызықлы болмаса да кейинги формула дурыс болып қалады, бирақ $rot_z\boldsymbol{v}$ функциясы у координатасының функциясына айланады.



21-11 сүўрет. Суйықлықтың X көшерине параллель ағысы.



21-12 сүўрет. Жабысқақ суйықлықтың симметрияға ийе емес денени орап ағыўы. Денеге суйықлық тәрепинен түсирилген күшлердиң қосындысы нолге тең емес (F ке тең).

Шегаралық қатлам ҳәм үзилиў қубылысы. Рейнольдс санының үлкен мәнислеринде сүйирленген денелер бетлеринен қашық орынларда жабысқақлық күшлери ҳеш қандай әҳмийетке ийе болмайды. Бул көшлердиң мәниси басымлар айырмасының салдарынан пайда болған күшлерден әдеўир кем. Бул күшлерди есапқа алмай кетиўге ҳәм суйықлықты идеал деп есаплаўға болады. Бирақ сол сүйирленген денелерге тийип туған орынларда ондай емес. Жабысқақлық күшлери денелердиң бетлерине суўықлықтың жабысыўына алып келеди. Сонлықтан денелер бетине тиккелей тийип турған орынларда жабысқақлыққа байланыслы сүйкелис күшлериниң шамасы басымлар айырмасы күшлери менен барабар деп жуўмақ шығарыўға болады. Усындай жағдайдың орын алыўы ушын суйықлықтың тезлиги денеден алыслаў менен тез өсиўи керек. Тезликтиң усындай тез өсиўи жуқа бетке тийип турған **шегаралық қатламда** орын алады.

Бул шегаралық қатламның қалыңлығы δ дәл анықланған физикалық шамалардың қатарына кирмейди. Себеби қатламның анық шегарасы жоқ. Қатламның қалыңлығы тек ғана суйықлықтың қәсийетлерине байланыслы болып қалмай, сүйирленген дененің формасына да байланыслы болады. Соның менен бирге шегаралық қатлам қалыңлығы ағыстың бағыты бойынша сүйирленген дененің алдыңғы жағынан арқы жағына қарай өседи. Сонлықтан δ шамасының дәл мәниси ҳаққында айтыўдың мүмкиншилиги болмайды. Оның мәнисин тек баҳалаў керек.

Шегаралық қатламның қалыңлығын усы қатламдағы жаюысқақлық күшлери менен басым айырмасынан пайда болған күшлер менен теңлестирип анықлаў мүмкин. Дәслеп шегаралық қатламдағы суйықлықтың бир бирлик көлемине тәсир ететуғын сүйкелис күши $f_{súyk}$ тиң мәнисин баҳалаймыз. Ағыс бағытына перпендикуляр бағытта суйықлық тезлигиниң градиенти шама менен v/δ ға барабар. Бир бирлик көлемге тәсир етиўши күш

$$f_{súyk} \sim \frac{\eta S v}{\delta} S\delta = \eta \frac{v}{\delta^2}.$$

Енди басымлар айырмасынан пайда болған күштиң шамасын баҳалаймыз.

$$f_{bas} = -gradP.$$

Бизди тек ағыс бағытындағы басымның градиенти қызықтырады. Оның шамасын суйықлықтың сыртқы ағысын қарап (яғный шегаралық қатламнан сырттағы ағысты) баҳалаў мүмкин. Бул ағысқа Бернулли теңлемесин қолланыўға болады. Бернулли теңлемесинен

$$P = P_0 - \frac{1}{2}\rho v^2.$$

Буннан

$$gradP = -\frac{\rho}{2} grad\, v^2$$

аңлатпасына ийе боламыз. Демек үлкенлигиниң шамасы бойынша басым күши

$$f_{bas} \sim \frac{\rho v^2}{l}$$

шамасына барабар болады. Бул аңлатпада l арқалы сүйирленген дененің өзине тән узынлығы белгиленген. Еки күшти ($f_{súyk}$ҳәм f_{bas}) теңлестирип, әпиўайы әпиўайыластырыўды әмелге асырып

$$\delta \sim \sqrt{\frac{\eta l}{\rho v}}$$

пропорционаллығының орын алатуғынлығын көремиз.

Мысалы диаметри $D = 10$ см, ҳаўадағы тезлиги $v = 30$ м/с болған шар ушын Рейнольдас саны $2 \cdot 10^5$ ке тең, демек $\delta \sim 0.2$ мм.

Рейнольдс саны шама менен бирдиң әтирапында болған жағдайларда да $\delta \sim \sqrt{\frac{\eta l}{\rho v}}$ формуласы сапалық жақтан туўры нәтийжелерге алып келеди. Бул жағдайда шегаралық қатламның өлшемлери дененің өзиниң өлшемлери менен теңлеседи. Бундай жағдайда шегаралық қатлам ҳаққында айтыў мәнисин жоғалтады. Шегаралық қатлам ҳаққындағы көз-қарас стационар ламинар ағыс ушын да дурыс келмейди. Буның себеби жабысқақлық күшлери басым градиентлери менен тек ғана дениниң әтирапында емес, ал суйықлықтың барлық көлеминде теңлеседи.

Шегаралық қатлам денеден үзилмесе онда қозғалыс суйықлықты идеал суйықлық деп есапланыў арқалы үйренилиўи керек. Шегаралық қатламның бар болыўы дененің эффективлик өлшемлерин үлкейиўи менен барабар болады. Суйықлық ағымына қарсы қараған дениниң алдыңғы бети усындай қәсийетке ийе. Бирақ дененің арт тәрепинде шегаралық ҳәр ўақыт **шегаралық қатлам дене**

бетинен үзиледи. Бул жағдайда жабысқақлық күши толық жоғалады деген көз-қарас ҳақыйқатлықтан алыс болған нәтийжелерге алып келеди. Шегаралық қатламның үзилиўи денени айланып өтиўди пүткиллей өзгертеди.

Жабысқақ суйықлықтың симметрияға ийе емес денени орап ағыўы. Бул жерде симметрияға ийе емес ҳаққында айтылғанда суйықлыққа салыстырғандағы қозғалыў бағытындағы симметрия нәзерде тутылған. Бул жағдайда, 27-12 сүўретте көрсетилгениндей суйықлық тәрепинен түсирилген күшлердиң қосындысы нолге тең болмайды. Сүўретте әпиўайылық ушын шексиз узын ярым цилиндр түриндеги дене келтирилген. Дененинң C тегис бетинде ағыс сызықлары усы бетке параллел болады, бул бетке түсетуғын басымды p ға тең деп белгилеймиз. В ноқатындағы басым р дан кем болады. Сонлықтан пайда болған қосынды күш $F = \sum f_i \neq 0$. Бул күш ийримсиз ағыста ағыс сызықларына перпендикуляр болады. Идеал суйықлықта бул күш денени ағыс бағытында қозғалтпайды, оны тек ағыс бағытына перпендикуляр емес бағытта жылжытыўға тырысады.

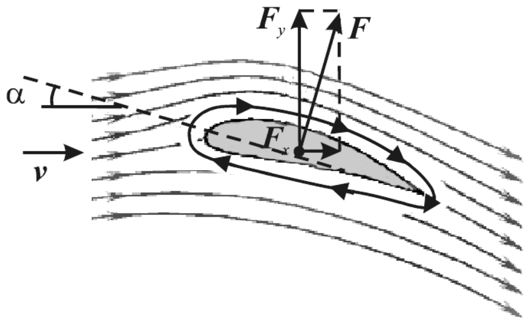
Жабысқақ суйықлық симметриясыз денени орап аққанда денеге ағыс тәрепинен тәсир етиўши күшлердиң қосындсы F күши ағыс сызықларына перпендикуляр болмайды. Бул жағдайда оны еки қураўшыға жиклеймиз: биреўи ағыс бағытында бағытланған F_a, ал екиншиси ағысқа перпендикуляр бағытланған F_{perp}.

Самолеттың қанаатының көтериў күши. Үзилиў қубылысы менен көтериў күшиниң пайда болыўы тиккелей байланыслы. Турақлы тезлик пенен қозғалыўшы самолеттың кеңисликтеги ориентациясы өзгермейди. Бундай ушыўда самолетқа тәсир етиўши барлық күшлердиң моментлери бир бирин теңлестиреди. Ал самолеттың импульс моменти турақлы болып қалады. Әпиўайылық ушын сызылмаға перпендикулярбағытланған қанатты қараймыз. Қанаттың узынлығын шексиз үлкен деп есаплаймыз. Бундай қанат **шексиз узынлыққа ийе қанат** деп аталады. Қанаттың C масса орайына координата басын орнатамыз (ең қолай жағдай). Есаплаў системасының инерциал болатуғынлығын өзи-өзинен түсиникли деп билемиз.

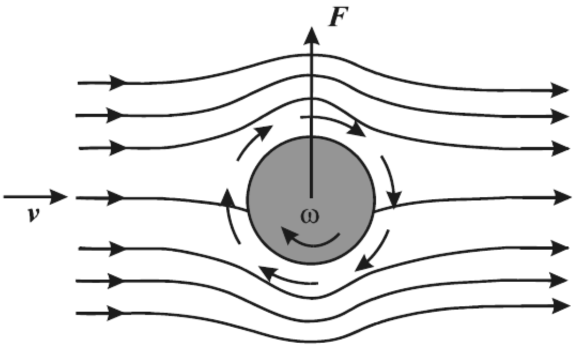
Солай етип биз қанатты қозғалмайды деп есаплаймыз. Барлық импульс момнтлерин сол C ноқатына салыстырғанда аламыз.

Көтериў күшиниң пайда болыўы ушын қанат симметриялы болмаўы керек. Мысалы өз көшери дөгерегинде айланбайтуғын дөңгелек цилиндр жағдайында көтериў күшиниң пайда болыўы мүмкин емес.

Шегаралық қатламда қанаттан қашықласқан сайын ҳаўа бөлекшелериниң тезлиги артады. Соның салдарында шегаралық қатламдағы қозғалыс ийримлик ҳәм соған сәйкес айланыўда өз ишине алады. Қанаттың үстинде айланыў саат стрелкасының қозғалыс бағытында, ал төменинде қарама-қарсы бағытта қозғалады (егер суйықлық ағысы солдан оңға қарай қозғалатуғын болса). Мейли қанаттың төменindeги шегаралық қатламда турған ҳаўа массасы бир ямаса бир неше ийрим тәрепинен жулып алынып кетеди деп есаплаймыз. Айланыўға сәйкес бул масса өзи менен бирге импульс моментин алып кетеди. Бирақ ҳаўаның улыўмалық қозғалыс моменти өзгермейди. Егер қанаттың үстинги тәрепинде шегаралық қатламның үзип алыныўы болмаса қозғалыс моментиниң сақланыўы ушын қанаттың сырты бойынша ағыс саат стрелкасы бғытында қозғалыўы керек. Басқа сөз бенен айтқанды қанаттың сырты арқалы тийкарғы ағысқа қосылыўшы саат стрелкасы бағытындағы ҳаўаның циркуляциясы пайда болады. Қанат астындағы тезлик киширейеди, үстинде үлкейеди. Сыртқы ағысқа Бернулли теңлемесин қолланыўға болады. Бул теңлемеден циркуляция нәтийжесинде қанаттың астында басымның көбейетуғынлығы, ал үстинде азайатуғынлығы келип шығады. Пайда болған басымлар айырмасы жоқарығы қарай бағытланған көтериў күши сыпатында көринеди. Ал жулып алынған ийримлер қанаттың үстинги тәрепинде пайда болса "көтериў" күши төмен қарай бағытланады.



21-13 сүўрет. Самолет қанатының көтериў күшиниң пайда болыўын түсиндиретуғын сүўрет. α арқалы атака мүйеши белгиленген.



21-14 сүўрет. Өз көшери дөгерегинде айланып турған цилиндрди ҳаўаның ағысы тәрепинен айланыўы (Магнус эффекти).

Сораўлар:

1. Суйықлықтың қандай қозғалысын қәлиплескен қозғалыс деп айта аламыз? Тоқ сызығы дегенимиз не? Қәлиплескен қозғалысты тоқ сызығының суйықлықтың бөлекшелериниң траекториясы менен сәйкес келетуғынлығын көрсетиңиз.

2. Қысылатуғын ҳәм кысылмайтуғын суйықлықлар ушын үзилмеслик теңлемесиниң түри қандай? Бул теңлемеден қандай нәтийжелерди шағарыў мүмкин? Қандай физикалық жағдайлардан үзилмеслик теңлемеси келип шығады?

3. Бернулли теңлемесин жазыңыз ҳәм теңлемедеги ағзалардың физикалық мәнислерин түсиндириңиз. Ньютонның екинши нызамына тийкарланған ҳалда Бернулли теңлемесин келтирип шығарыңыз. Энергияның сақланыў нызамы тийкарында Бернулли теңлемесин келтирип шығарыңыз.

4. Қозғалыўшы суйықлықтың ишиндеги статикалық басымды қалай өлшеўге болады? Пито найының дүзилиси қандай ҳәм оның жәрдеминде қандай басым өлшенеди? Суйықлық ағысының тезлигин калай өлшеўге болады?

5. Ыдыстағы тесик арқалы суйықлықтың ағып шығыў тезлигин есаплайтуғын Торичелли формуласын келтирип шығарыңыз. Ыдыстың ишиндеги суўдың қәддинен h метр төмендеги тесиктен аққан суйықлықтың тезлигиниң h метр бийикликтен еркин түскен суўдың тезлигине тең болатуғынлығын түсиндире аласыз ба?

6. Ишки сүйкелис күшлериниң тәбиятынан келип шыққан ҳалда температураның жокарылаўы менен суйықлықтың жабысқақлыгының киширейтетуғынлығын, ал газдиң жабысқақлығының артатуғынлығын түсиндириңиз.

7. Пуазейль формуласы найдың қәлеген радиусы ушын дурыс нәтийжелерди береди. Бирақ жабысқақлықты өлшейтуғын әсбапларда (вискозиметрлерде) тек киши радиусқа ийе болған найлар (капиллярлар) пайдаланылады. Нелиrouteктен?

8. Қандай қозғалысларды қуйын, қандай қозгалысларды қуйын емес қозғалыслар деп атаймыз?

9. Қандай қозғалысты айланбалы қозғалыс деп атайды? Жабысқақ суйықлықта айланбалы қозғалысты не пайда етеди?

10. Самолеттың қанатының көтериў күшиниң шамасы қандай факторларға байланыслы?

22-санлы лекция. Тербелмели қозғалыс. Дәўирли процесслер. Гармоникалық тербелмели қозғалыс, оның параметрлери. Амплитуда, жийилик, тербелислер дәўирир түсиниклери. Математикалық маятник ҳәм оның кинематикасы, динамикасы. Математикалық маятник нызамлары. Физикалық маятниклер, түрлери, олардың қозғалыс теңлемелери. Пружинали маятник, оның қозғалыс теңлемеси, тербелиў нызамлары. Меншикли тербелислерде энергияның өзгериў ҳәм оның графиги

Биз әпиўайы механикалық тербелислерди қараймыз. Материаллық ноқаттың тербелмели қозғалысынын баслаймыз. Бундай қозғалыста материаллық ноқат бирдей ўақыт аралықларында бир аўҳал арқалы бир бағытта өтеди. тербелмели қозғалыслардың ишиндеги ең әпиўайысы **гармоникалық тербелмели қозғалыс** болып табылады. Радиусы A болған шеңбер бойынша материаллық ноқат ω мүйешлик тезлиги менен тең өлшемли қозғалатуғын болсын. X көшерине түсирилген проекциясы шетки N_1 ҳәм N_2 ноқатлары арасында гармоникалық қозғалыс жасайды. Бундай қозғалыстың формуласы

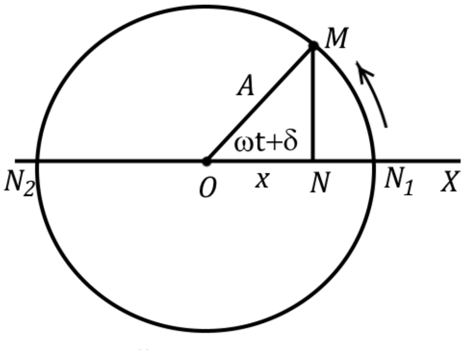
$$x = A\cos(\omega t + \delta) \qquad (22.1)$$

түринде жазылады ҳәм N ноқатының N_1N_2 диаметри бойлап тербелмели қозғалысын аналитикалық жақтан тәрийиплейди. A арқалы тербелистиң амплитудасы (тең салмақлық O ҳалынан ең максимум болған аўытқыўы), ω арқалы тербелистиң цикллық жийилиги, $\omega t + \delta$ арқалы тербелистиң фазасы белгиленген. $t = 0$ ўақыт моментиндеги фазаның мәниси δ дәслепки фаза деп аталады. Егер $\delta = 0$ болса, онда $x = \text{A}\, cos\, \omega t,$ ал $\delta = -\frac{\pi}{2}$ теңлиги орынланғанда $x = \text{A} \cdot sin\omega t$ функциясына ийе боламыз. Демек гармоникалық тербелислерде аўысыў t ўақыттың синус ямаса косинус бойынша функциясы болады.

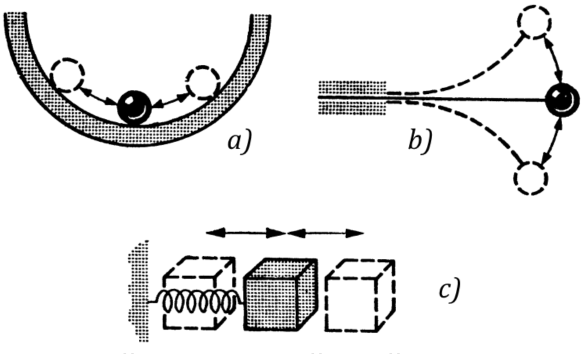
Тербелистиң дәўири деп бир толық тербелиў ушын кеткен ўақытқа айтылады ҳәм мына формуланың жәрдеминде есапланады:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}. \qquad (22.2)$$

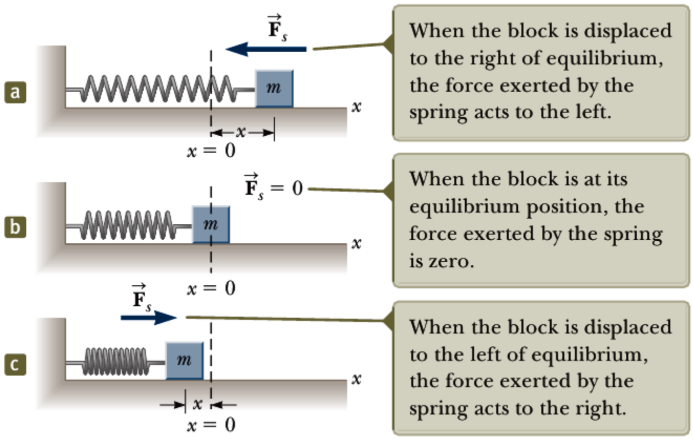
T ўақыттан кейин фаза ω өсимин алады, тербелиўши ноқат өзиниң дәслепки қозғалысы бағытындағы ҳалына қайтып келеди.



22-1. сүўрет. Гармоникалық тербелистиң теңлемесин алыў ушын сызылма.



22-2а сүўрет. Киши аўысыўлардағы ҳәр қыйлы системалардың тербелислери.

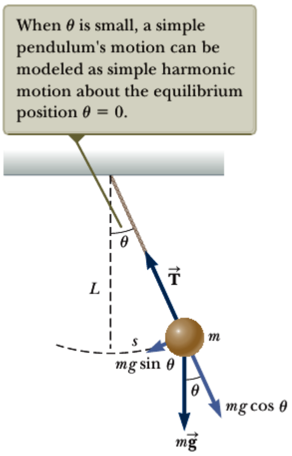


When the block is displaced to the right of equilibrium, the force exerted by the spring acts to the left.

When the block is at its equilibrium position, the force exerted by the spring is zero.

When the block is displaced to the left of equilibrium, the force exerted by the spring acts to the right.

22-2b сүўрет. Пружинаға бекитилген жүктиң тербелислери.



When θ is small, a simple pendulum's motion can be modeled as simple harmonic motion about the equilibrium position θ = 0.

22-2c сүўрет. Әпиўайы маятник ҳәм оған тәсир ететуғын күшлер.

Тербелиўши ноқаттың тезлиги ушын

$$v = \dot{x} = -\omega A \sin(\omega t + \delta) \tag{22.3}$$

аңлатпасын аламыз. Бул аңлатпаны және бир рет дифференциалласақ тезлениў ушын

$$a = \dot{v} = \ddot{x} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \delta) \tag{22.4}$$

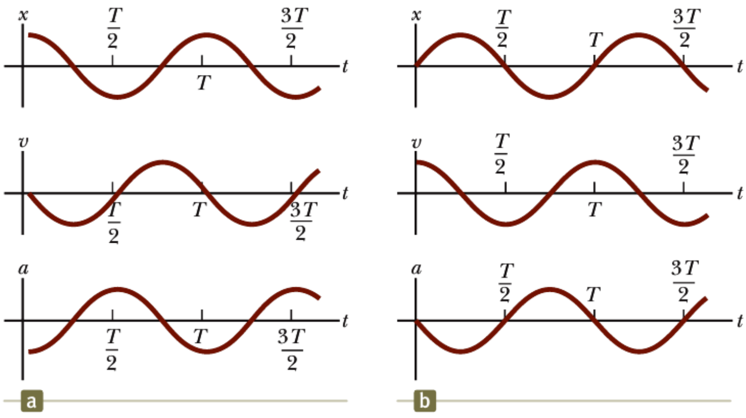
формуласына ийе боламыз. (29.1) ди есапқа алсақ

$$a = -\omega^2 x \tag{22.5}$$

теңлигиниң орынланатуғынлығына исенемиз. Материаллық ноқатқа тәсир етиўши күш ушын

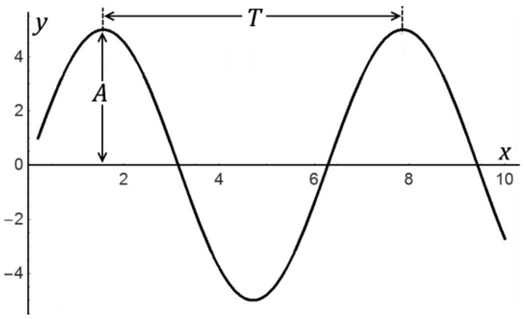
$$F = ma = -m\omega^2 x \tag{22.6}$$

шамасын аламыз. Бул күш аўысыў x қа пропорционал, ал бағыты барқулла x қа қарама-қарсы.

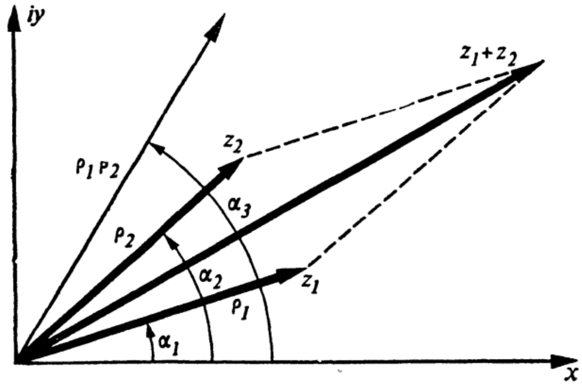


22-2d сүўрет. Тербелиўши денениң тең салмақлық ҳалдан аўысыўының, тезлигиниң ҳәм тезлениўиниң ўақытқа байланыслы өзгериўи.

Гармоникалық тербелислерди комплекс формада көрсетиў. Декарт координаталар системасында комплекс санның ҳақыйқый бөлими абсцисса көшерине, ал жормал бөлими ординатаға қойылады.



22-3. сүўрет. $y = 5\sin\varphi$ гармоникалық функциясының графиги.



26-4. сүўрет. Комплекс санлар менен олар үстинен исленген әмеллерди графикте көрсетиў.

Эйлер формуласынан пайдаланамыз:

$$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha, \quad (i^2 = -1). \tag{22.7}$$

Ескертиў:

Эйлер формуласы бойынша

$$e^{i\pi} = -1.$$

Бул формулалар қәлеген $z = x + iy$ комплексли санды экспоненциал түрде көрсете алады:

$$z = \rho e^{i\alpha}, \;\; \rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \;\; tg\alpha = \frac{y}{x}. \tag{22.8}$$

Бул аңлатпадағы ρ шамасы комплекс санның модули, ал α фазасы деп аталады.

Ҳәр бир комплекс сан z комплекс тегисликте ушының координаталары (xy) болған вектор түринде көрсетилиўи мүмкин. Комплекс сан параллелограмм қағыйдасы бойынша қосылады. Сонлықтан да комплекс санлар ҳаққында гәп етилгенде векторлар ҳаққында айтылған жағдайлар менен бирдей болады.

Комплекс санларды бир бирине көбейткенде комплекс түрде көбейтиў аңсат болады:

$$\begin{gathered} z = z_1 z_2 = \rho_1 \rho_1 e^{i(\alpha_1 + \alpha_2)}, \\ z_1 = \rho_1 e^{i\alpha_1}, \\ z_2 = \rho_2 e^{i\alpha_2}. \end{gathered} \tag{22.9}$$

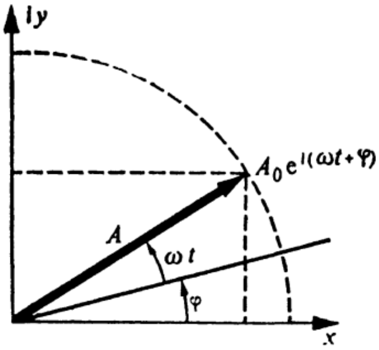
Демек комплекс санлар көбейтилгенде модуллери көтейтиледи, ал фазалары қосылады.

Енди тербелисти жазыўдың $x = A\cos(\omega t + \delta)$ ямаса $x = A\sin(\omega t + \delta)$ түринен енди комплекс түрине өтемиз:

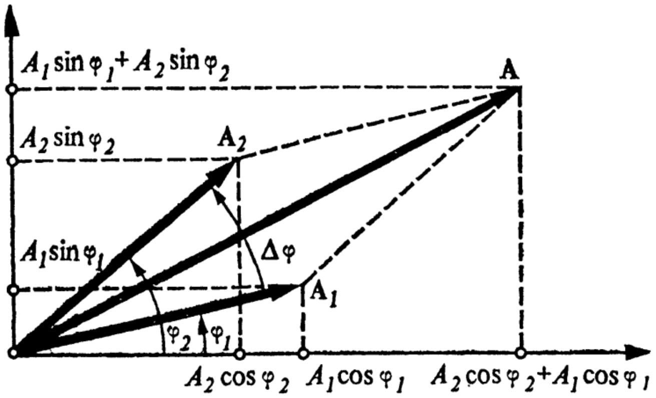
$$\bar{x} = Ae^{i(\omega t + \varphi)}. \tag{22.10}$$

$\bar{x}$ шамасы комплекс сан болып ол реал физикалық ауысыўға сәйкес келмейди улыўма айтқанда комплексли, жормал санлар физикалық мәниске ийе болмайды). Ауысыўды $x = A\cos(\omega t + \delta)$ түриндеги ҳақыйқый сан береди. Бирақ усы $\bar{x}$ шамасының синус арқалы аңлатылған ҳақыйқый бөлими ҳақыйқый гармоникалық тербелис сыпатында қаралыўы мүмкин. Соның менен бирге $A\cos(\omega t + \delta)$ болған $\bar{x} = Ae^{i(\omega t+\varphi)}$ шамасының ҳақыйқый бөлими де ҳақыйқый гармоникалық тербелисти тәрийиплейди. Снлықтан да гармоникалық тербелисти (29.10) түринде жазып, зәрүр болған барлық есаплаўларды ҳәм талқылаўларды жүргизиў керек. Физикалық шемаларға өткенде алынған аңлатпаның ҳақыйқый ямаса жормал бөлимлерин пайдаланыў керек. Бул жағдай келеси мысалларда айқын көринеди.

$\bar{x} = Ae^{i(\omega t+\varphi)}$ комплекс түриндеги гармоникалық тербелис графиги 22-3 сүўретте келтирилген. Бул формулаға кириўши ҳәрқандай шамалар сүўретте көрсетилген: A - амплитуда, φ - дәслепки фаза, $\omega t + \varphi$ тербелис фазасы. $\boldsymbol{A}$ комплекс векторы координата басы дөгерегинде сааттың тилиниң жүриў бағытына қарама-қарсы бағытта $\omega = \frac{2\pi}{T}$ мүйешлик тезлиги менен қозғалады. T арқалы тербелис дәўири белгиленген. Айланыўшы $\boldsymbol{A}$ векторының горизонтал ҳәм вертикал көшерлерге түсирилген проекциясы бизди қызықтыратуғын тербелислер болып табылады.



22-5 сүўрет. Гармоникалық тербелислерди комплекс түрде көрсетиў.



22-6а сүўрет. Комплекс түрде берилген гармоникалық тербелислерди қосыў.

Бирдей жийиликтеги гармоникалық тербелислерди қосыў. Мейли ҳәр қыйлы дәслепки фаза ҳәм бирдей емес амплитудалы бирдей жийиликтеги еки гармоникалық тербелис берилген болсын:

$$x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1), \quad (22.11)$$
$$x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2).$$

Қосынды тербелис болған $x_1 + x_2$ шамасын табыў керек. (22-11)-аңлатпаларда берилген гармоникалық тербелислер (22.10) түринде берилген тербелистиң ҳақыйқый бөлимин береди. Соның ушын изленип атырған тербелислердиң қосындысы

$$\bar{x} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 = A_1e^{i(\omega t+\varphi_1)} + A_2e^{i(\omega t+\varphi_2)} = e^{i\Omega t}\left(A_1e^{i\varphi_1} + A_2e^{i\varphi_2}\right) \quad (22.12)$$

комплекс санының ҳақыйқый бөлими болып табылады.

22-6 сүўреттен

$$A_1e^{i\varphi_1} + A_2e^{i\varphi_2} = Ae^{i\varphi}, \quad (22.13)$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1), \qquad (22.14)$$

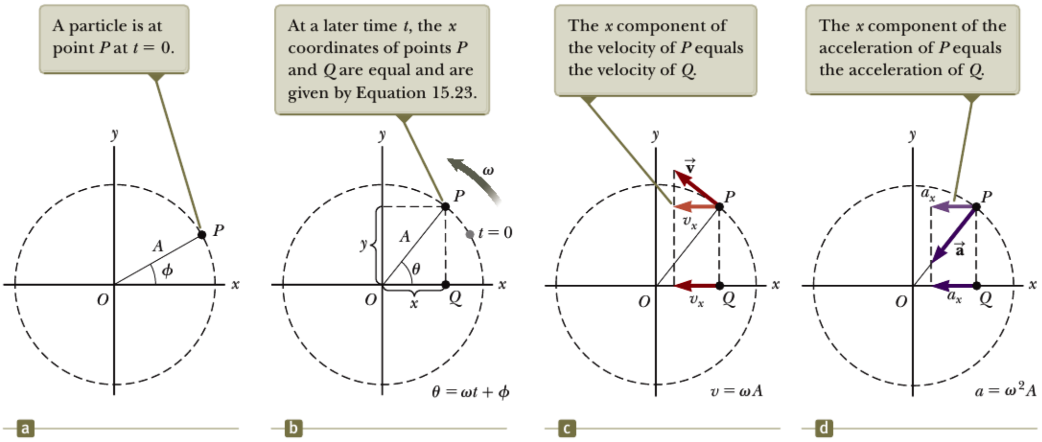
$$tg\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} \qquad (22.15)$$

екенлиги келип шығады. Демек (22.12)-аңлатпаның орнына

$$\bar{x} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 = A\cos(\omega t + \delta) \qquad (22.16)$$

формуласын аламыз.

Гармоникалық тербелислердиң қосындысының қәсийетлерин 22-5 ҳәм 22-6 сүўретлерден көриўге болады.



22-6b сүўрет. Гармоникалық тербелистеги бурылыў мүйешин, тербелис фазасын, тербелиўши бөлекшениң тезлигин ҳәм тезлениўин иллюстрациялаўшы сүўретлер.

Меншикли тербелис. Меншикли тербелис деп тек ғана ишки күшлердиң тәсиринде жүзеге кететуғын тербелиске айтамыз. Жоқарыда гәп етилген гармоникалық тербелислер сызықлы осциллятордың меншикли тербелислери болып табылады. Принципинде меншикли тербелислер гармоникалық емес тербелислер де болыўы мүмкин. Бирақ тең салмақлық ҳалдан жеткиликли дәрежедеги киши аўысыўларда ҳм көпшилик әмелий жағдайларда тербелислер гармоникалық тербелислерге алып келинеди.

Дәслепки шәртлер. Гармоникалық тербелислер жийилиги, амплитудасы ҳәм дәслепки фазасы менен толық тәрийипленеди. **Жийилик системаның физикалық қәсийетлерине ғәрезли**. Пружинаның серпимли күшиниң тәсиринде тербелетуғын материаллық ноқат түриндеги гармоникалық осциллятор мысалында пружинаның серпимлилиги серпимлилик коэффициенти k, ал ноқаттың қәсийети оның массасы m менен бериледи, яғный $\omega = k/m$.

Тербелислердиң амплитудасы менен дәслепки фазасын анықлаў ушын ўақыттың базы бир моментиндеги материаллық ноқаттың турған орнын ҳәм тезлигин билиў керек. Егер тербелистиң теңлемеси $x = Acos(\omega t + \varphi)$ түринде аңлатылатуғын болса $t = 0$ ўақыт моментиндеги координата ҳәм тезлик сәйкес

$$x_0 = A\cos\varphi \ , \qquad \dot{x}_0 = v_0 = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = -A\omega\sin\varphi$$

шамаларының жәрдеминде анықланады. Бул еки теңлемеден амплитуда менен дәслепки фаза есапланады:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0}{\omega^2}}, \qquad tg\varphi = -\frac{v_0}{x_0\omega}.$$

Демек дәслепки шәртлерди билсек гармоникалық тербелисллерди толығы менен таба алады екенбиз (тербелис теңлемесин жаза алады екенбиз).

Энергия. Потенциал энергия ҳаққында күшлер потенциаллық болғанда айта аламыз. Бир өлшемли қозғалысларда еки ноқат арасында тек бирден бир жол бар болады. Бундай жағдайда күштиң потенциаллығы автомат түрде тәмийинленеди ҳәм тек ғана координаталарға ғәрезли болса күшти потенциал күш деп есаплаўымыз керек. Бул сөздиң мәнисин есте тутыў керек. Мысалы бир өлшемли жағдайда да сүйкелис күшлери потенциал күшлер болып табылмайды. Себеби бундай күшлер (демек олардың бағыты) тезликке (яғный бағытқа) ғәрезли.

Сызықлы осциллятор жағдайында тең салмақлық ҳалда потенциал энергия нолге тең деп есаплаў қолайлы. Бундай жағдайда $F = -k$x екенлигин ҳәм күш пенен потенциал энергияны байланыстыратуғын

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \qquad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \qquad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

формулаларын пайдаланып сызықлы гармоникалық осциллятордың потенциал энергиясы ушын төмендегидей аңлатпа аламыз:

$$U(x) = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2}.$$

Сонлықтан энергияның сақланыў нызамы төмендегидей түрге ийе болады:

$$\frac{k\dot{x}^2}{2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} = const.$$

Базы бир жуўмақлар:

1. Динамикалық системалардың тең салмақлық ҳалы қасындағы тербелислери олардың қозғаысының ең улыўмалық формасы болып табылады.

2. $m\frac{d^2x}{dt^2} = x\,f'(0) = -kx$ **түриндеги теңлеме гармоникалық тербелислердиң теңлемеси деп аталады, ал усындай болып киши шамаларға тербелетуғын системаларды сызықлы ямаса гармоникалық осциллятор деп атайды.**

3. Ҳақыйқый физикалық тербелислер комплексли формада берилген тербелислердиң ҳақыйқый ямаса жормал бөлими менен тәрийипленеди. Тербелислерди комплексли формада көрсетиўдиң қолайлы екенлиги комлексли санлар үстинен исленетуғын операциялардың жеңиллиги ҳәм көргизбелилиги менен байланыслы.

4. Тербелислердиң амплитудасын ҳәм басланғыш фазасын анықлаў ушын материаллық ноқатты ўақыттың базы бир моментиндеги координаталарын ҳәм тезлигин билиў керек.

5. Осциллятордың кинетикалық энергиясының ең үлкен (максималлық) мәниси оның потенциал энергиясының ең үлкен (максималлық) мәнисине тең.

6. Осциллятордың орташа кинетикалық энергиясы оның потенциал энергиясының орташа потенциал энергиясына тең.

7. Гармоникалық тербелислерде тербелиўши ноқаттың тезлиги фазасы бойынша аўысыўдан π/2 шамасына, ал тезлениў болса фазасы бойынша тезликтен π/2 шамасына алда жүреди. Солай етип тезлениў аўысыўдан фазасы бойынша π шамасына алда жүреди.

Сораўлар:

1. Гук нызамының физикалық мәниси нелерден ибарат?

2. Қандай жағдайларда системаның тең салмақлық ҳалынан киши аўысыўларын таллаў сызықлы ағзаны есапқа алыўға алып келинбейди?

3. Гармоникалық тербелислердиң амплитудасы, жийилиги ҳәм фазасы нелер менен анықланады?

4. Комплексли формада гармоникалық тербелислерди көрсетиў қандай жағдайларға тийкарланған?

5. Комплексли санның фазасы менен модулин қалай анықлайды?

6. Комплексли санларды қосыў менен векторларды қосыў арасында кандай қатнас бар?

7. Комплексли санларды бир бирине көбейткенде олардың фазалары менен модуллеринде қандай өзгерислер болады?

8. Биениелер дегенимиз не? Олар гармоникалық тербелислер болып табылама?

9. Гармоникалық тербелислердеги кинетикалық ҳәм потенциал энергиялар арасындағы қатнасты билесиз бе?

10. Гармоникалық тербелисте тезликтиң амплитудасы менен аўысыў бир бири менен қандай байланысқан?

11. Тербелиўши ноқаттың массасы үлкейгенде меншикли тербелислердиң жийилиги қалай өзгереди?

23-санлы лекция. Сөниўши тербелмели қозғалыс. Сөниў декременти. Мәжбүрий тербелислер ҳәм оның қозғалыс теңлемеси. Резонанс. Тербелислерди қосыў

Сызықлы осцилляторлардың меншикли тербелислери сырткы күшлер болмаған жағдайда жүзеге келеди. Оның тербелислериниң энергиясы сақланады ҳәм усы жағдайға сәйкес тербелислердиң амплитудасы сақланады. **Меншикли тербелислерди сөнбейтуғын тербелислер деп атайды**.

Сыртқы күш болып табылатуғын сүйкелис болғанда сызықлы осциллятордың тербелислериниң энергиясы кемейеди ҳәм усыган сәйкес тербелислердиң амплитудасы да киширейеди.

Тербелислердиң сөниўи. **Сүйкелис күшлери бар болған жағдайлардағы тербелислер сөниўши тербелислер болып табылады**.

Қозғалатуғын денелерге сүйкелис күшлери тәсир етеди (мысалы ҳаўаның ямаса қоршаған орталықтың қарсылығы сыяқлы факторлар). Қарсылық күшиниң шамасы дениниң қозғалыс тезлигине туры пропорционал (Әлбетте, бул жағдай үлкен болмаған тезликлерде орын алады). Тезликлер жүдә үлкен болғанда қарсылық (сүйкелис) күшиниң шамасы тезликтиң екинши, үшинши ҳ.б. дәрежелерине пропорционал болыўы мүмкин. Биз төменде киши тезликлерде орын алатуғын сүйкелис күшлерин ҳаққында гәп етемиз. Булдай жағдайларда $F_{súyk}\sim v$. Сонлықтан сөниўши тербелислердиң қозғалыс теңлемесин былайынша жазамыз:

$$b\dot{x} = -kx - b\dot{x}. \qquad (23.1)$$

Бул формулада b арқалы сүйкелис коэффициенти аңлатылған. Бул теңлемени былайынша көширип жазыў қолайлырақ:

$$m\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0. \qquad (23.2)$$

Бул формулаларда $\gamma = \frac{b}{2m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.

Жоқарыдағы теңлемениң шешимин

$$x = A_0 e^{i\beta t} \tag{23.3}$$

түринде излеймиз. Ўақыт бойынша туўындылар аламыз:

$$\frac{d}{dt} e^{i\beta t} = -i\beta e^{i\beta t}, \qquad \frac{d^2}{dt^2} e^{i\beta t} = -\beta^2 e^{i\beta t}. \tag{23.4}$$

Бул шамаларды (23.2)-теңлемеге қойыў арқалы

$$A_0 e^{i\beta t}(-\beta^2 + 2i\gamma\beta + \omega_0^2) = 0 \tag{23.5}$$

аңлатпасын аламыз. $A_0 e^{i\beta t}$ көбейтиўшиси нолге тең емес. Сонлықтан

$$-\beta^2 + 2i\gamma\beta + \omega_0^2 = 0. \tag{23.6}$$

Бул β шамасына қарата алгебралық квадрат теңлеме. Оның шешими

$$\beta = i\gamma \pm \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = i\gamma \pm \Omega \tag{23.7}$$

түрине ийе болады. Өз гезегинде

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}. \tag{23.8}$$

β ушын аңлатпаға усы мәнислерди қойыў арқалы

$$x = A e^{-\gamma t} e^{\pm i\Omega t} \tag{23.9}$$

функциясына ийе боламыз. "±" белгиси екинши тәртипли дифференциал теңлемениң еки шешиминиң бар болатуғынлығы менен байланыслы.

Үлкен емес сүйкелис коэффициентлеринде

$$\gamma = \frac{b}{2m} < \omega_0. \tag{23.10}$$

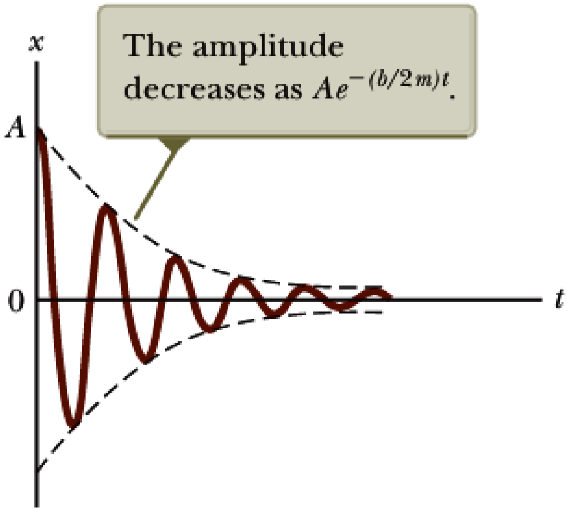
Бул жағдайда $\omega_0^2 - \gamma^2 > 0$ ҳәм соған сәйкес Ω ҳақыйқый сан болады. Сонлықтан

$$e^{\pm i\Omega t}$$

функциясы гармоникалық функция болып табылады. Ҳақыйқый санларда (23.9)-функция

$$x = A_0 e^{-\gamma t} \cos \Omega t \tag{23.11}$$

формуласының жәрдеминде бериледи (сол формуланың ҳақыйқый бөлими алынған). Бул аңлатпа жийилиги Ω турақлы шамасына тең болған, ал амплитудасы кемейетуғын тербелистиң математикалық жазылыўы болып табылады. Бундай тербелистиң графиги 23-1 сүўретте көрсетилген.



23-1 сүўрет.
Сөниўши тербелисти графикалық сәўлелендириў. Тербелис амплитудасының мәниси ўақытқа байланыслы
$Ae^{-\frac{b}{2m}t}$
нызамы бойынша кемейеди.

(23.11)-аңлатпа менен берилетуғын тербелис дәўирлик ҳәм гармоникалық емес тербелис болып табылады. Бул формуладан

$$\tau = \frac{1}{\gamma} \qquad (23.12)$$

ўақты ишинде тербелис амплитудасының $e = 2.7$ есе кемейетуғынлығын аңғармыз. Бул шама **сөниўдиң декременти** деп аталады.

Мейли биринши тербелисте амплитуда A_1 ге тең болсын. Ал екинши тербелгенде (яғный Т ўақыттан кейин) амплитуда кемейген ҳәм A_2 шамасына тең болған болсын. Ондай жағдайда

$$A_1 = A_0 e^{-\gamma t_1}, \qquad A_2 = A_0 e^{-\gamma(t_1+T)} \qquad (23.12a)$$

аңлатпаларын жаза аламыз. Буннан

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{\gamma t} \qquad (23.13)$$

формуласына ийе боламыз. Сонлықтан Т ўақыты ишинде амплитуданың өзгериси $\theta = \gamma t$ шамасы менен тәрийипленеди екен. Бул шаманы "**сөниўдиң логарифмлик декременти**" деп атайды. (23.13)-аңлатпадан θ ның

$$\theta = \ln\frac{A_1}{A_2} \qquad (23.13a)$$

шамасына тең екенлигин табамыз.

Сөниўдиң лагорифмлик декременти амплитудалардың бир тербелис дәўиринен кейинги амплитудалардың қатнасының логарифми болып табылады.

Сөниўдиң логарифмлик декрементине басқа да интерпретацияның берилиўи мүмкин. N дана дәўирдиң ишиндеги, яғный NT ўақыттың ишиндеги тербелислердиң амплитудасының кемейиўин қараймыз. Енди (22.12а) аңлатпаларының орнына

$$A_1 = A_0 e^{-\gamma t_1}, \qquad A_{N+1} = A_0 e^{-\gamma(t_1+NT)} \tag{23.13b}$$

аңлатпаларын жаза аламыз. Сонлықтан N дәўирге ажыралған амплитуладардың қатнасын

$$\frac{A_{N+1}}{A_1} = e^{\gamma Nt} = e^{N\theta} \tag{23.13c}$$

түринде жаза аламыз. $N\theta = 1$ болған жағдайда тербелислердиң амплитудасы е есе кемейеди. **Сонлықтан сөниўдиң логарифмлик декременти**

$$\theta = \frac{1}{N}$$

деп тербелислердиң амплитудасы е есе киширейемен дегенше өткен дәўирлердиң санына кери шаманы айтады екенбиз. Мысалы $\theta = 0{,}01$ болған жағдайда тербелислер шама менен 100 тербелистен кейин сөнеди. Бирақ 10 тербелистен кейин тербелислер амплитудасы өзиниң даслепки мәнисиниң тек 1/10 шамасына ғана киширейеди.

Ал $\theta = 0{,}1$ болған жағдайда (яғный сөниўдиң логарифмлик декременти үлкен болган жағдайда) 10 тербелистен кейин тербелислер дерлик толығы менен сөнеди. Сонлықтан сөниўдиң логарифмлик декременти киши болған жағдайларда тербелислерди сөнбейтуғын тербелислер, ал сөниўдиң логарифмлик декременти үлкен болған жағдайларда тербелислерди сөниўши тербелислер деп есаплаў мүмкин.

Мәжбүрий тербелислер. Резонанс. Сүйкелис күшлеринен басқа тербелиўши системаға (ямаса сызықлы осцилляторға) қандай да бир басқа күшлердиң тәсир етиўи де мүмкин. Усындай күштиң өзгешеликлерине байланыслы сызықлы осциллятордың қозғалысының характери пүткиллей өзгериўи мүмкин.

Сыртқы күшлер гармоникалық болған жағдай әҳмийетли жағдайлардың қатарына киреди.

Мейли тербелиўши системаға сырттан

$$F = F_0 \cos\omega t \tag{23.14}$$

нызамы менен өзгеретуғын күш тәсир етсин. Бул аңлатпада F_0 арқалы күштиң амплитудасы, ал ω арқалы оның жийилиги белгиленген. Бундай жағдайда **қозғалыс теңлемеси**

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x} + F_0 \cos\omega t \tag{23.15}$$

түрине енеди. Бул теңлемениң еки тәрепин де осциллятордың массасы m ге бөлип

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{\omega_0}{m}\cos\omega t \tag{23.16}$$

теңлемесин аламыз.

Күш тәсир ете баслағаннан кейин $\tau = \frac{1}{\gamma}$ ўақты өткеннен кейин тербелис процесси толық қәлпине келеди. Егер система дәслеп тербелисте болмаған жағдайда да ***мәжбүрлеўши күш тәсир ете баслағаннан усындай ўақыт өткеннен кейин мәжбүрий тербелис стационар қәлпине келди*** деп есапланады.

(23.16)-теңлемени ўақыттың барлық моментлери ушын орынлы болады. Оны шешиў ушын гармоникалық тербелислердиң комплексли формасынан пайдаланған қолайлы. Бундай жағдайда (23.16)-теңлеме

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} e^{i\omega t} \tag{23.16а}$$

түрине енеди ҳәм бизиң ушын оның шешими усы теңлемениң шешиминиң ҳақыйқый бөлими болып табылады.Бул теңлемениң шешимин

$$x = Ae^{i\beta t} \tag{23.17}$$

түринде излеймиз. Бул формуладағы A шамасы улыўма жағдайда ҳақыйқый шама емес. Бул аңлатпаны (23.16а)-теңлемеге қойып

$$Ae^{i\beta t}(-\beta^2 + 2i\gamma\gamma\beta + \omega_0^2) = \frac{F_0}{m} e^{i\omega t} \tag{23.17а}$$

алгебралық теңлемеге ийе боламыз. Бул теңлеме барлық ўақыт моментинде де орынланыўы керек. Демек теңлемеден ўақыт t ны алып таслаў шәрти талап етиледи. Бул шәрттен $\beta = \omega_0$ теңлиги келип шығады. (23.17а) дан A шамасын таўып ҳәм оның алымын да, бөлимин де $\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega$ шамасына көбейтип

$$A = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega} = \frac{F_0}{m}\frac{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}$$

түриндеги аңлатпаны жазамыз. Бул комплексли санды экспоненциаллық формада көсеткен қолайлы:

$$A = A_0 e^{i\varphi}, \tag{23.18}$$

$$A_0 = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}, \tag{23.18а}$$

$$tg\varphi = -\frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{2\gamma\omega}{\omega^2 - \omega_0^2}. \tag{23.18б}$$

Биз қарап атырған теңлемениң шешими комплекс түрде

$$x = A_0 e^{i(\omega t + \delta)} \tag{23.19}$$

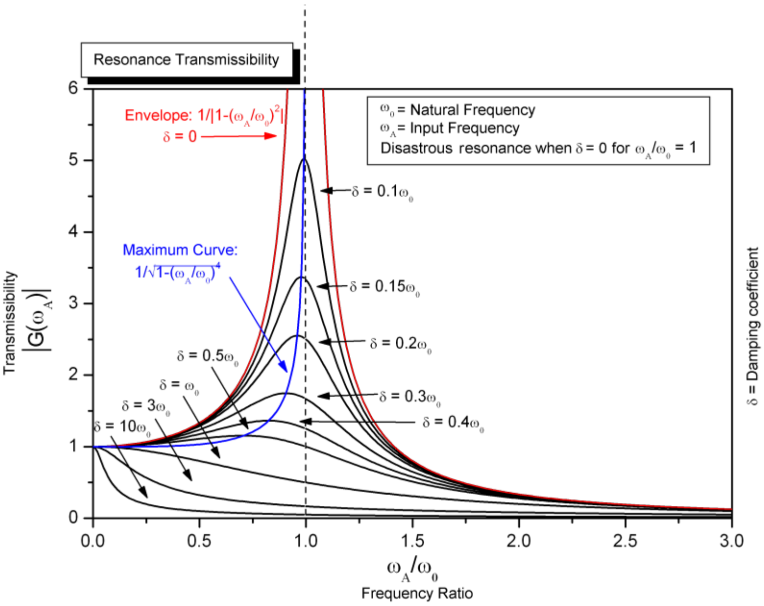
түрине ийе, ал оның ҳақыйқый бөлими

$$x = A_0 \cos(\omega t + \delta) \tag{23.20}$$

түринде жазылады. Бул аңлатпада ω арқалы сыртқы күштиң өзгериў жийилиги, ω_0 аркалы системаның меншикли жийилиги белгиленген.

Солай етип сыртқы гармоникалық күштиң тәсиринде грмоникалық осциллятор сол күштиң жийилигиндей жийиликтеги гармоникалық тербелис жасайды. Бул тербелислердиң фазасы менен амплитудасы тәсир етиўши күшлердиң қәсийетинен ҳәм осциллятордың характеристикаларынан ғәрезли болады. Мәжбүрий тербелислердиң фазасының ҳәм амплитудасының өзгерислерин қарайық.

Амплитудалық резонанслық иймеклик. Орнаған мәжбүрий тербелислердиң амплитудасының сыртқы күштиң жийилигинен ғәрезлилигин сәўлелендиретуғын иймеклик **амплитудалық резонанслық иймеклик** деп аталады Оның аналитикалық аңлатпасы (23.18а) аңлатпасы болып табылады. Ал оның графикалық сүўрети төмендеги 23-2 сүўретте келтирилген.



23-2 сүўрет. Сыртқы тәсирдиң хәр қыйлы жийиликлери хәм сөниў коэффициентлери ушын амплитудалық резонанслық иймекликлер. Үлкен емес сөниўлерде резонанслық жийилик ω_{rez} шамасының мәниси меншикли жийилик ω_0 диң мәнисине жақын.

Амплитуданың максималлық мәниси сыртқы мәжбүрлеўши тәсирдиң жийилиги осциллятордың меншикли жийилигинде (яғный $\Omega \approx \Omega_0$ шәрти орынланғанда) алынады.

Максималлық амплитуда менен болатуғын тербелислер резонанслық тербелислер, ал тербелислердиң $\boldsymbol{\Omega \approx \Omega_0}$ шәрти орынланғанша өзгериўи резонанс, бул жағдайдағы $\boldsymbol{\Omega_0}$ жийилиги резонанслық жийилик деп атайды.

Төмендегидей жағдайларды қарап өткен пайдалы. Сүйкелис күшлериниң тәсири кем деп есаплаймыз (яғный $\gamma << \omega_0$ деп болжаймыз).

1-жағдай. $\omega << \omega_0$ шәрти орынланғанда амплитуда ушын жазылған (23.18)-формуладан

$$A_{0stat} \approx \frac{F_0}{m\omega_0^2} \tag{23.21}$$

формуласын аламыз. Бул формуланың физикалық мәниси төмендегиден ибарат: Сыртқы күштиң киши жийиликлеринде ол турақлы (өзгермейтуғын) статикалық күштей болып тәсир жасайды. Ал осциллятор болса өзиниң меншикли жийилиги менен тербеле береди. Ал амплитуда болса (23.21) ге сәйкес статикалық F_0 күшиниң тәсиринде

$$x_{max} = \frac{F_0}{k} = \frac{F_0}{m\omega_0^2}$$

мәнисите тең болады. Бул аңлатпада $k = m\omega_0^2$ арқалы орнына қайтарыўшы күш ушын серпимлилик коэффициенти белгиленген. $\omega << \omega_0$ шәртинен (23.16)-теңлемедеги тезлениўге байланыслы болған $\ddot{x}$ хәм тезликке сәйкес келиўши $2\gamma\dot{x}$ ағзалары серпимли болған күш пенен байланыслы болған $\omega_0^2 x$ ағзасынан әдеўир киши екенлиги келип шығады. Сонлықтан қозғалыс теңлемеси төмендеги аңлатпаға алып келинеди:

$$\omega_0^2 = \frac{F_0}{m}\ cos\omega t.$$

Бул теңлемениң шешими төмендегидей түрге ийе болады:

$$x = \frac{F_0}{m\omega_0^2}\cos\omega t.$$

Бул теңлеме күш ўақытқа байланыслы өзгермей өзиниң бирзаматлық мәнисине тең болғандағы жағдайдағы ўақыттың ҳәр бир моментиндеги аўысыўдың мәнисин береди. Сүйкелис күшлери әҳмийетке ийе болмай қалады.

2-жағдай. $\omega >> \omega_0$ болғанда (23.18а) аңлатпасына сәйкес амплитуда ушын $A \approx \frac{F_0}{ma^2}$ формуласын аламыз. Бул аңлатпаның физикалық мәниси төмендегидей: Сыртқы күш үлкен жийиликке ийе болса $\ddot{x}$ шамасына байланыслы болған ағза тезликке ҳәм серпимли күшке байланыслы болған ағзалардан әдеўир үлкен. Себеби

$$|\ddot{x}| \approx |\omega^2 x| \gg |\omega_0^2 x|, \qquad |\ddot{x}| \approx |\omega^2 x| \gg |2\gamma\dot{x}| \approx |2\gamma\omega x|.$$

Сонлықтан қозғалыс теңлемеси болған (23.16)

$$\ddot{x} \approx \frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

түрине енеди ҳәм оның шешими төмендегидей көриниске ийе болады

$$x \approx -\frac{F_0}{m\omega^2}\cos\omega t.$$

Бундай жағдайда тербелисте сырттан тәсир ететуғын күшке салыстырғанда серпимлилик күши менен сүйкелис күшлери әҳмийетке ийе болмай қалады. Сыртқы күшлер оссилляторға ҳеш бир сүйкелис ямаса серпимли күшлер болмайтуғындай болып тәсир етеди.

3-жағдай. $\omega \approx \omega_0$. Бул жағдай резонанс жүзеге келетуғын жағдай болып табылады. Резонанста тербелис амплитудасы максималлық мәнисине жетеди ҳәм (23-18а) ға сәйкес

$$A_{0rez} = \frac{F_0}{m}\frac{1}{2\gamma\omega_0} \qquad (23.22)$$

шамасына тең болады. Бул нәтийжениң физикалық мәниси төмендегидей:

Тезлениўге байланыслы болған ағза серпимли күшке байланыслы болған ағзаға тең, яғный

$$\ddot{x} = -\omega^2 x = -\omega_0^2 x$$

теңлиги орынлы болады. Бул тезлениўдиң серпимлилик күши тәрепинен әмелге асатуғынлығын билдиреди. Сыртқы күш пенен сүйкелис күши бир бирин компенсациялайды. Қозғалыс теңлемеси (23.16) төмендегидей түрге ийе болады:

$$2\gamma\dot{x} = \frac{F_0}{m}\cos\omega_0 t.$$

Бул теңлемениң шешими

$$x = \frac{F_0}{2\gamma m\omega_0}\sin\omega_0 t$$

түрине ийе болады. Қатаң түрде айтсақ $\omega = \omega_0$ шәрти орынланғанда **амплитуданың максималлық мәниси дәл алынбайды**. Дәл мәнис (23.18a) аңлатпасындағы A_0 ден ω бойынша туўынды алып, усы туўындыны нолге теңеў арқалы алынады. Бирақ үлкен болмаған сүйкелислерде ($\gamma << \omega_0$ болғанда) максимумның $\omega = \omega_0$ ден аўысыўын есапқа алмаўға болады.

Пружинаға илдирилген жүктиң гармоникалық тербелислери. Бир ушын бекитилген пружинаға илдирилген жүктиң тербелисин қараймыз. Пружинаның жүк илдирилместен бурынғы узынлығы l_0 шамасына тең болсын. Жүк илдирилгеннен кейин пружина узынлығы l ге тең болады ҳәм денени өзиниң тең салмақлық ҳалына қарай ийтермелеўши F күши пайда болады. Созылыў $x = l - l_0$ үлкен болмағанда $F = -kx$ Гук нызамы орынланады. Бундай жағдайларда ноқаттың қозғалыс теңлемеси

$$m\ddot{x} = -kx \qquad (23.23)$$

түринде жазылады. Бул аңлатпада k аркалы пружинаның ***серпимлилик коэффициенти*** ямаса ***қаттылығы*** белгиленген.

(23.23) теңлемеси келтирилип шағарылғанда денеге басқа күшлер тәсир етпейди деп болжаў қабыл етилди. Бир текли тартылыс майданында турған жағдай ушын да (23.23) теңлемесиниң келип шығатуғынлығын көрсетип өтемиз. Бул жағдайда пружинаның созылыўын $X = l - l_0$ арқалы белгилейик. Пружина жүкти жоқары қарай kX күши менен көтереди, жүк болса төменге қарай тартады. Қозғалыс теңлемеси

$$m\ddot{X} = -kX + mg \qquad (23.24)$$

түринде жазылады. Мейли X₀ пружинаның тең салмақлықтағы узынлығы болсын. Онда -kX₀ + mg=0. Салмақ mg ти жоқ етип $m\ddot{X} = -k(X - X_0)$. Бул теңликте $X - X_0 = x$ белгилениўи пайдаланылған. Бундай жағдайда $m\ddot{X} = -kx$ аңлатпасына қайтып келемиз Сонда (23.18a) теңлемесине қайта келемиз.

$m\omega^2 = k$ белгилеўин пайдаланып

$$m\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \qquad (23.25)$$

теңлемесин аламыз. Теңлемени шешиў арқалы төмендегидей нәтийжелер алынады:

Жийилик

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad (23.26)$$

тербелис дәўири

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \qquad (23.27)$$

Айланыў дәўири T амплитуда A дан ғәрезсиз. Бул тербелистиң изохронлылығы деп аталады. Изохронлылық Гук нызамы орынланатуғын жағдайларда сақланады.

Амплитуда A менен дәслепки фаза δ (23.25) теңлемесин шешиў арқалы алынбайды. Ал олар сол теңлемени шешиў ушын зәрүрли болған басланғыш шәртлер түринде бериледи.

Тербелиўши денениң энергиясы. Потенциал энергия менен кинетикалық энергия

$$E_{pot} = \frac{1}{2}kx^2, \qquad E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \tag{23.28}$$

формулалары менен бериледи. Олардың екеўи де ўақытқа байланыслы өзгереди. Бирақ олардың қосындысы болған толық энергия E ўақыт бойынша турақлы болып қалыўы шәрт:

$$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = const. \tag{23.29}$$

Соның менен бирге

$$E_{pot} = \frac{1}{2}kA^2[1 + cos^2(\omega t + \delta)], \qquad E_{kin} = \frac{1}{2}m\Omega^2 A^2 sin^2(\omega t + \delta).$$

(23.26)-аңлатпаны есапқа алсақ

$$E_{kin} = \frac{1}{2}kA^2 sin^2(\omega t + \delta) \tag{23.30}$$

аңлатпасының орынлы екенлигин көремиз.

Бул формулаларды былайынша көширип жазамыз:

$$E_{pot} = \frac{1}{4}kA^2[1 + \cos 2(\omega t + \delta)], \qquad E_{kin} = \frac{1}{4}kA^2[1 - \cos 2(\omega t + \delta)]. \tag{23.31}$$

Бул формулалар кинетикалық ҳәм потенциал энергиялардың мәнислериниң өз алдына турақлы болып қалмайтуғынлығын, ал өзлериниң улыўмалық орташа мәниси болған $\frac{1}{4}kA^2$ шамасының әтирапында гармоникалық тербелис жасайтуғынлығын билдиреди. Кинетикалық энергия максимум арқалы өткенде потенциал энергия нолге тең. Толық энергия

$$E = E_{pot} + E_{kin} = \frac{1}{2}kA^2 \tag{23.32}$$

шамасына тең ҳәм турақлы екен.

Жоқарыда келтирилген талқылаўлардың барлығы да бир өлшемли жағдайға сәйкес келеди (***бир еркинлик дәрежесине ийе механикалық система*** деп аталады). Бир еркинлик дәрежесине ийе механикалық системаның бир заматлық аўҳалы қандайда бир q шамасының жәрдеминде анықланыўы мүмкин. Бундай шаманы ***улыўмаласқан координата*** деп атаймыз. Бул жағдайда $\dot{q}$ ***улыўмаласқан тезлик*** деп аталады. Механикалық системаны потенциал ҳәм кинетикалық энергиялары былайынша алынатуғындай етип сайлап аламыз:

$$E_{pot} = \frac{\alpha}{2} q^2, \qquad E_{kin} = \frac{\beta}{2} \dot{q}^2. \tag{23.33}$$

Бул теңлемедеги α ҳәм β лар оң мәнисли коэффициентлер (системаның параметрлери деп те аталады). Энергияның сақланыў нызамы

$$E = \frac{\alpha}{2} q^2 + \frac{\beta}{2} \dot{q}^2 = const \tag{23.34}$$

теңлемесине алып келеди. Бул теңлемениң улыўмалық шешими

$$q = q_0 \cos(\Omega t + \delta) \tag{23.35}$$

түрине ийе болып, улыўмаласқан координата q жийилиги $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ болған гармоникалық тербелиске сәйкес келеди.

Физикалық маятник. Физикалық маятник деп қозғалмайтуғын горизонт бағытнда жайласқан көшер дөгерегинде тербелетуғын қатты денеге айтамыз (23-3 сүўрет). Маятниктиң масса орайы арқалы өтиўши вертикал тегислик пенен сол көшердиң кесисиў ноқаты маятникти асыў ноқаты (A арқалы белгилеймиз) деп аталады. Денениң ҳәр бир ўақыт моментиндеги аўҳалы оның тең салмақлық ҳалдан аўытқыў мүйеши φ менен анықланады. Бул мүйеш улыўмаласқан координата q дың орнын ийелейди. тербелиўши физикалық маятниктиң кинетикалық энергиясы

$$E_{kin} = \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 \tag{23.36}$$

формуласының жәрдеминде анықланады. Бул теңликте I арқалы маятниктиң A көшерине салыстырғандағы инерция моменти белгиленген. Потенциал энергия

$$E_{pot} = mgh$$

шамасына тең. Бул аңлатпада h арқалы маятниктиң масса орайының (C арқалы белгилеймиз) өзиниң ең төменги аўҳалынан көтерилиў бийиклиги. C менен A ноқатларының арасындағы қашықлық a арқалы белгиленген болсын. Бундай жағдайда

$$E_{pot} = mga(1 - \cos\varphi) = 2mga\, sin^2 \frac{\varphi}{2} \tag{23.37}$$

теңлиги орынлы болады. Киши мүйешлерде синусты аргументи менен алмастырыў мүмкин. Бундай жағдайда потенциал энергия ушын

$$E_{pot} = mga \frac{\varphi^2}{2} \tag{23.38}$$

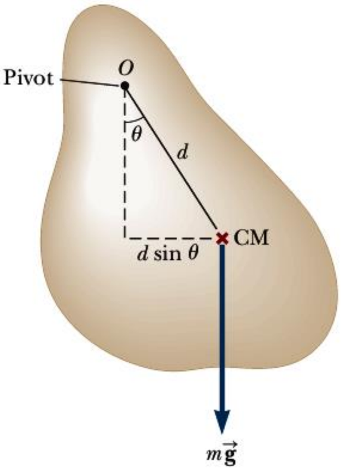
аңлатпасын аламыз. Демек киши тербелислерде потенциал ҳәм кинетикалық энергиялар(23.33)-теңлемелерге сәйкес түрге келеди. Енди (23.33)-теңлемелерде $\alpha = mga$, $\beta = I$ теңликлери орынлы болады. Усыннан физикалық маятниктиң киши тербелислери шама менен гармоникалық тербелис болады деген жуўмақ келип шығады. Жийилиги

$$\Omega = \sqrt{\frac{mga}{I}}, \tag{23.39}$$

тербелис дәўири

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}}. \tag{23.40}$$

Демек ***физикалық маятниктиң киши амплитудалардағы тербелиси изохронлы*** екен. Үлкен амплитудаларда изохронлық бузылады (үлкен амплитудалар аўысыў бир неше градуслардан үлкен болса орын алады).



23-3 сүўрет.
Физикалық маятник

а)б)

Математикалық маятник физикалық маятниктиң дара жағдайы болып табылады. Математикалық маятник деп массасы бир ноқатқа топланған (маятниктиң орайында) маятникти айтамыз. Математикалық маятниктиң мысалы ретинде узын жипке асылған киши шарды көрсетиўге болады. $a = l, I = ml^2$. l арқалы маятниктиң узынлығы белгиленген. Сонлықтан

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{23.41}$$

(23.40)- ҳәм (23.41)-формулаларын салыстырыў арқалы физикалық маятниктиң узынлығы $l = \frac{I}{ma}$ болған математикалық маятниктей болып тербелетуғынлығын көриўге болады. Сонлықтан $l = \frac{I}{ma}$ узынлығы физикалық маятниктиң келтирилген узынлығы деп атайды.

Базы бир жуўмақлар:

1. Тербелмели қозғалыстың жүзеге келиўиниң тийкарғы себеби энергияның сақланыўының зәрүр екенлиги болып табылады. Осциллятордың кинетикалық энергиясының максималлық мәниси оның потенциал энергиясының максималлық мәнисине тең.

2. Тербелмели қозғалыста потенциал энергияның кинетикалық энергияға ҳәм кинетикалық энергияның потенциал энергияға айланыўы жүзеге келеди.

3. Сырттан тәсирлер түсирилмеген жағдайларда киши тербелислерди гармоникалық тербелислер деп қараўға болады.

4. Сырттан күшлер тәсир еткенде (мысалы сүйкелис күшлери бар болған жағдайларда) тербелислер сөнеди. Бундай жағдайларда тербелис энергиясының қоршаған орталыққа берилиўи орын алады.

5. Тербелистиң сөниўиниң лагорифмлик декрементиниң кери шамасы амплитуда е есе кемейетуғын тербелис дәўирлери санына тең. Логарифмлик декремент қаншама үлкен болса тербелис соншама тезирек сөнеди.

6. Мәжбүрлеўши дәўирли өзгеретуғын күштиң өзгерис жийилиги тербелиўши системаның (ямаса денениң) меншикли тербелис жийилилине жақынлағанда резонанс қубылысы – тербелислер амплитудаларының үлкен шамаларға артып кетиўи бақланады.

7. Резонанс жийилиги менен денениң меншикли жийилигиниң бирдей болыўы шәрт емес.

8. Резонанс сыртқы күшлерден тербелиўши системаға энергияның ең эффектив түрде берилиўи ушын шараят жаратылған жағдайда жүзеге келеди.

9. Резонанс иймеклигиның кеңлиги тербелислердиң амплитудасының жәрдеминде емес, ал амплитуданың квадратының жәрдеминде анықланады.

Сораўлар:

1. Қандай жағдайларда сөниўши тербелислер сөнеди. Тербелислердиң сөниўи қандай физикалық факторларға байланыслы.

2. Сөниўши тербелислер ушын қозғалыс теңлемесинде қандай ағзалар орын алады?

3. Сөниўши тербелислердиң дәўири түсиниги қандай мәниске ийе?

4. Қандай көз-карасларда сөниўши тербелислердиң жийилигиниң сәйкес сөнбейтуғын меншикли тербелислердиң жийилигинен үлкен болыўы мүмкин?

5. Сөниўдиң лагорифмлик декременти дегенимиз не?

6. Сөниў декременти тербелислердиң қандай әҳмийетли өзгешеликлерин тәрийиплейди?

7. Өтиў режими дегенимиз не? Оның даўам етиў ўақыты не менен анықланады?

8. Гармоникалық сыртқы тәсирлердеги мәжбүрий тербелислердиң жийилиги неге тең?

9. Амплитудалық резонанслық иймекликтиң қандай өзгешеликлерин көрсете аласыз?

24-санлы лекция. Толқынлар. Көлденең ҳәм бойлық толқынлар. Толқын бети ҳәм фронты. Тардың тербелиси. Тегис синусоидаллық толқын. Толқынның қозғалыс энергиясы. Толқын энергиясының ағымы. Умов векторы. Толқынның интенсивлиги. Толқынлардың интерференциясы

Сфералық толқынлар. Әдтте сфера бойынша тарқалатуғын толқынлар сфералық толқынлар деп атайды. Мысалы радио динамигинен шыққан сес толқынлары үлкен қашықлықларда сфералық бет бойынша тарқалады. Барлық ноқатлары (бөлекшелери) бирдей қозғалыс жасайтуғын бир текли орталықтың бети ***толқынлық бет*** деп аталады. Сфералық толқынның орайында толқын дереги туратуғын қәлеген сфералық бети толқынлық бет болып табылады.

Суў бетиндеги тасты таслап жибергенде пайда болатуғын толқынлар ***шеңбер тәризли толқынлар*** деп аталады.

Толқынлық қозғалыслардың әпиўайы түри бир бағытта тарқалатуғын толқынлар болып табылады (най ишинде бир тәрепке тарқалатуғын сес толқынлары, стержен бойынша тарқалатуғын серпимли толқынлары). Бундай жағдайда толқынлық бет ***тегис бет*** болып табылады (найдың яки стерженниң көшерине перпендикуляр бет).

Бөлекшелер толқынның таралыў бағытында тербелетуғын толқынлар ***бойлық толқынлар*** деп аталады (мысалы сес толқынлары, сүўретте көрсетилгендей най бойынша тербелиўши поршень тәрепинен қоздырылған толқынлар). Бөлекшелердиң тербелиўи толқынның таралыў бағытына перпендикуляр болатуғын толқынлар көлденең толқынлар деп аталады. Бундай толқынларға суў бетиндеги тегис толқынлар, электромагнит толқынлары киреди. Сондай-ақ көлденең толқынлар тартылып қойылған арқан бойынша да тарқалады.

Толқынлардың суйықлықларда ямаса газлерде (ҳаўада) тарқалғанын қарағанымызда бул орталықлар бөлекшелерден турады деп есаплаймыз (атом ҳәм молекулалар сөзлери бөлекшелер сөзи менен алмастырылады).

Тар бойынша тарқалатуғын толқынлар ең әпиўайы толқынлар қатарына киреди. Усы толқында толығырақ қарайық. "Төменге қарай иймейген" орын тардың бойы бойынша белгили бир с тезлиги менен қозғалады. Қозғалыс барысында бул орын формасын өзгертпейди. Тезликтиң бул шамасы тардың материалына ҳәм тардың keрилиў күшине байланыслы болады. c шамасын ***толқынның тарқалыў тезлиги*** деп атаймыз.

Тегис синусоидалық сес толқыны. Жоқарыда көрсетилген сүўреттеги поршень сес жийиликлеринде (16 дан 10000 гц шекем) ҳәм киши амплитудалар менен қозғалатуғын болса онда найда тарқалатуғын толқын тегис толқын болып табылады. Поршень Ω жийилигиндеги гармоникалық тербелис жасаса пайда болған толқын синусоидал тегис толқын болады.

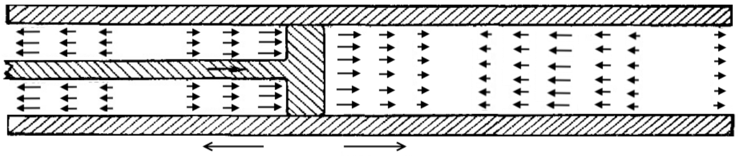
Мейли поршень $y_0(t) = A\cos\omega t$ гармоникалық тербелис жасасын. Поршенге тийип турған газ молекулалары да усындай тербелис жасай баслайды. Поршеннен x қашықлығында турған бөлекшелер $\tau = \frac{x}{c}$ ўақты өткеннен кейин кешигип тербеле баслайды. Сонлықтан бул бөлекшелердиң тербелисин былай жазыўға болады:

$$y(x,t) = A\cos\rho(t-\tau) = A\cos\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right). \tag{24.1}$$

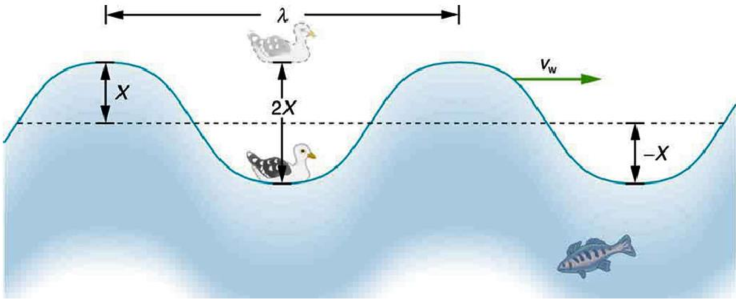
Бул формула ***жуўырыўшы тегис синусоида тәризли толқынның аналитикалық жазылыўы*** болып табылады. $y(x,t)$ функциясы координата x пенен ўақыт t ның функциясы болып табылады. Бул формула толқын дерегинен x аралығында турған бөлекшениң қәлеген t ўақыт моментиндеги тең салмақлық ҳалдан аўысыўын береди. Барлық бөлекшелер жийилиги ω, амплитудасы A болған гармоникалық қозғалады. Бирақ ҳәрқандай x координаталарға ийе бөлекшелердиң тербелиў фазалары ҳәр қыйлы болады. ***Толқын фронтының x көшерине*** перпендикуляр тегислик екенлиги анық.

$$y = A\cos\omega\left(t + \frac{x}{c}\right) \tag{24.2}$$

функциясы x көшериниң терис мәнислери бағытында тарқалатуғын жуўырыўшы синусоидал толқынды тәрийиплейди.



24-1a сүўрет. Тутас орталықларда тербелислерди пайда етиўге арналған сызылма.



24-1b сүўрет. Суў бетиндеги толқын ҳәм оның параметрлери.

Толқындағы бөлекшелердиң тезликлери төмендегидей түрге ийе (бул шаманы тезликлер толқыны деп атасақ болады):

$$v(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega \sin\left(\omega t - \omega \frac{x}{c}\right). \qquad (24.3)$$

Бирдей фазада тербелетуғын бир бирине ең жақын турған ноқатлар аралығы ***толқын узынлығы*** деп аталады. Бир биринен s қашықлығында жайлақан ноқатлар тербелисиндеги фазалар айырмасы

$$\varphi_s = \frac{\omega s}{c} = \frac{2\pi s}{(cT)} \qquad (24.4)$$

теңлигиниң жәрдеминде анықланады. Бул жерде $T = \frac{2\pi}{\omega}$ синусойдалық толқындағы ноқатлардың грамоникалық тербелисиниң жийилиги болып табылады. Бундай жағдайда бирдей фазада тербелетуғын бир бирине жақын ноқатлар теребелисиндеги фазалар айырмасы 2π ге тең болыўы керек, яғный:

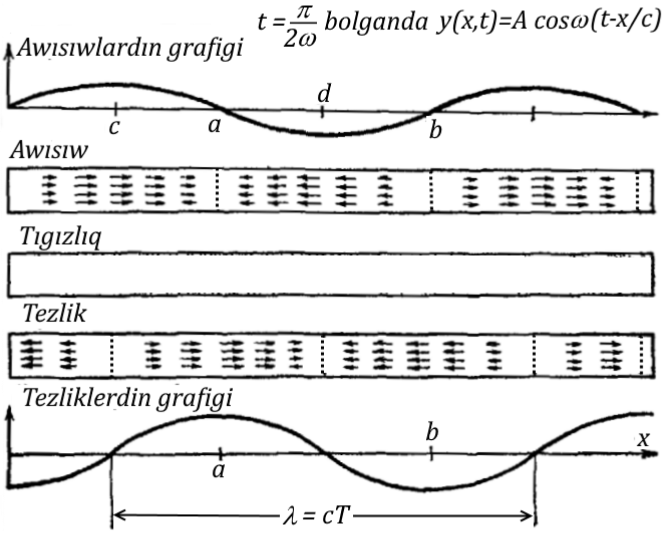
$$\varphi_F = 2\pi = \frac{\omega F}{c} = \frac{2\pi}{cT}. \qquad (24.5)$$

Буннан

$$F = cT \qquad (24.6)$$

теңлигине ийе боламыз.

Толқын тарқалғанда бир бөлекшеден екиншилерине ***энергия*** бериледи. Сонлықтан ***толқынлық қозғалыс кеңисликтеги энергияның берилиўиниң бир түри болып табылады***.



$t = \frac{T}{4}$ ўақыт моментиндеги жуўырыўшы синусоидалық сес толқынның барлық ноқатларының аўысыўы, тығызлығы, тезликлери ҳәм олардың графиклери. Бөлекшелердиң тезликлериниң толқыны $v(x,t) = \frac{dy}{dy} = -A\omega \sin\left(\omega t - \frac{\omega x}{c}\right)$ түрине ийе.

$$v\,(x,\ t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega \sin\left(\omega t - \frac{\omega x}{c}\right)$$

Сес толқынының энергиясы. Бир бирлик көлемде жайласқан бөлекшелердиң кинетикалық энергиясы (яғный кинетикалық энергияның тығызлығы)

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(\rho_0 + \rho)v^2 \text{ ямаса } E_{kin} = \frac{1}{2}\rho_0 v^2 \tag{24.7}$$

шамасына тең. Бул формулаларда ρ_0 арқалы толқын келместен бурынғы орталықтың тығызлығы, ρ арқалы толқынның тәсиринде жүзеге келген орталықтың тығызлығы, v арқалы бөлекшелердиң тезлиги белгиленген. ρ ны есапқа алмаймыз. Бундай жағдайда гармоникалық толқынның қәлеген ноқатындағы кинетикалық энергияның тығызлығы

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\rho_0 \omega^2 A^2 \sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \tag{24.8}$$

формуласының жәрдеминде табылады.

Енди көлем бирлигиндеги қосымша қысылыўдан пайда болған бир бирлик көлемдеги потенциал энергияны есаплаймыз. Басымның өсимин p арқалы белгилеймиз. Тынышлықтағы (яғный толкын келместен бурынға) басым p_0 болсын. Басым менен көлемниң өзгериси адиабата нызамы аркалы байланыслы ҳәм былайынша жазылады:

$$(p_0 + p)(V_0 + V)^{\vartheta} = h_0 V_0^{\vartheta}. \tag{24.9}$$

Бул теңликте V_0 арқалы тынышлықтағы көлем, V арқалы толқындағы көлем өсиўи. (24.9)-формулада

$$(V_0 + V)^{\vartheta} = V_0^{\vartheta}\left(1 + \frac{V}{V_0}\right)^{\vartheta} \approx V_0^{\vartheta}\left(1 + \vartheta\frac{V}{V_0}\right)$$

екенлиги есапқа алсақ

$$p = -\vartheta p_0 \frac{V}{V_0} \tag{24.10}$$

теңлигине ийе боламыз. Толқынның тәсириндеги көлемниң өзгерисин табамыз. $Sdx = V_0$ көлемин аламыз. Бул аңлатпада S арқалы найдың кесе-кесиминиң майданы белгиленген. Ауысыўдың салдарынан бөлекшелер

$$V_0 + V = S\left(dx + \frac{\partial y}{\partial x}dx\right) \tag{24.11}$$

көлемин ийелейди.

Буннан көлемниң мынадай шамаға тең болатуғынлығына исенемиз:

$$V = S\frac{\partial y}{\partial x}dx. \tag{24.12}$$

(24.12)-аңлатпаны (24.10)-аңлатпаға қойсақ толқындағы басымның өзгерисин аламыз:

$$p = -\vartheta\frac{p_0}{V_0}S\frac{\partial y}{\partial x}dx = -\vartheta\frac{p_0}{Sdx}S\frac{\partial y}{\partial x}dx = -\vartheta p_0\frac{\partial y}{\partial x}dx. \tag{24.13}$$

Бул формула бойынша басымның өсими $\frac{\partial y}{\partial x}$ туўындысына туўры пропорционал, ал белгиси бойынша қарама-қарсы. Сестиң орталықтағы тезлигиниң $c = \sqrt{\vartheta\frac{p_0}{\rho_0}}$ шамасына тең екенлиги есапқа алсақ, онда (24.13)-қатнасларды былайынша жаза аламыз:

$$p = -\rho_0 c^2\frac{\partial y}{\partial x}. \tag{24.14}$$

Демек (24.1) толқынына төмендегидей басымлар толқыны сәйкес келеди:

$$p(x,t) = -\rho_0 c^2\frac{A\omega}{c}\sin\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) = -\rho_0 cA\omega\sin\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right). \tag{24.15}$$

Демек басымның тербелиси фазасы бойынша барлық ўақытта да бөлекшелердиң тезлигиниң тербелисине сәйкес келеди. Берилген ўақыт моментинде кинетикалық энергияның тығызлығы үлкен болса қысылыўға сәйкес келетуғын потенциал энергия да өзиниң үлкен мәнисине ийе болады.

Потенциал энергия газдың басымын үлкейтиўге (ямаса киширейтиўге) яки көлемин үлкейтиў (яки киширейтиў) ушын исленген жумысқа тең. Басым менен көлем киши шамаларға өзгергенде олар арасында пропорционаллық орын алады деп есаплаймыз. Сонлықтан көлем бирлигиниң потенциал энергиясының былай жазылыўы мүмкин:

$$E_{pot} = -\frac{pV}{2V_0}. \tag{24.16}$$

Бул формулаға (24.6)-формуланы қойсақ потенциал энергияның тығызлығын табамыз:

$$E_{pot} = \frac{1}{2}\rho_0 c^2\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2. \tag{24.17}$$

Демек потенциал энергияның тығызлығының өзгериў толқыны

$$E_{pot} = \frac{1}{2}\rho_0 c^2 \left[\frac{\partial}{\partial x} A\cos\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right)\right]^2 = \frac{1}{2}\rho_0 A^2\omega^2 \sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \quad (24.18)$$

түринде жазылады екен.

Энергияның еки түри (потенциал ҳәм кинетикалық) ушын алынған формулаларды салыстырып көрип қәлеген ўақыт моментинде толқынның қәлеген ноқатында кинетикалық ҳәм потенциал энергиялардың тығызлықлары бирдей болатуғынлығын көремиз. Сонлықтан толық энергияның тығызлығы

$$E = E_{pot} + E_{kin} = \rho_0 A^2\omega^2 \sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \quad (24.19)$$

формуласының жәрдеминде анықланады.

Δt киши ўақыты ишинде толқынлық қозғалыс с Δt участкасына тарқалады. Усыған байланыслы толқынның таралыў бағытына перпендикуляр қойылған бир бирлик майдан арқалы Δt ўақыты ишинде

$$\Delta U = Ec\Delta t \quad (24.20)$$

муғдарындағы энергия өтеди. $\frac{\Delta U}{\Delta t}$ шамасын энергияның ағысы деп атаймыз ҳәм оны U_e арқалы белгилеймиз. Бундай жағдайда

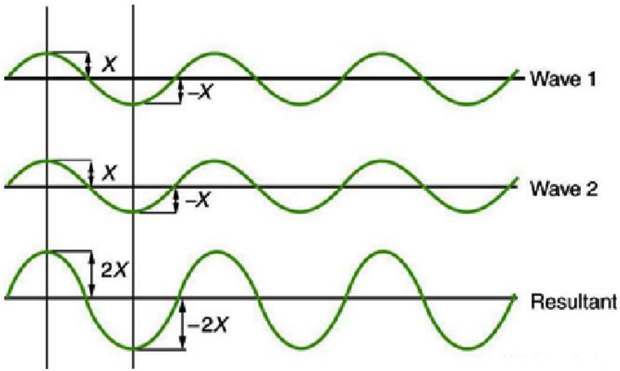
$$U_e = \frac{\Delta U}{\Delta t} = Ec = \rho_0 A^2\omega^2 c\sin^2\left(\omega t - \omega\frac{x}{c}\right) \quad (24.21)$$

формуласына ийе боламыз.

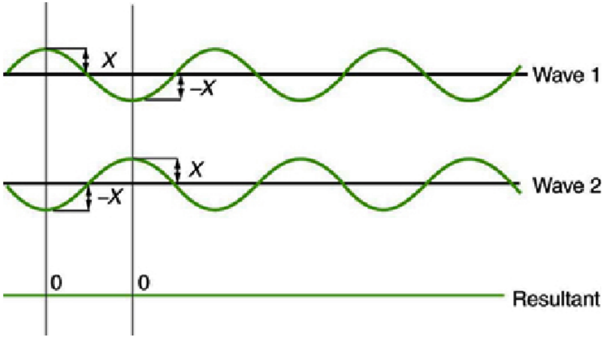
Энергияның ағысын вектор менен тәрийиплейди (демек энергияның ағысы веторлық шама болып табылады). Бул векторДың бағыты толқынның тарқалыў бағытына сәйкес келеди. Ал сан шамасы толқын таралыў бағытына перпендикуляр қойылған беттиң бир бирлигинен ўақыт бирлигинде ағып өткен толқын энергиясының муғдарына тең. Бул векторды **Умов векторы** (Умов-Пойнтинг векторы) деп атайды.

Толқынлардың қосылыўы (интерференциясы). Бир орталықта бир ўақытта ҳәр қыйлы тербелис орайларынан шыққан толқынлардың тарқалыўы мүмкин.

Ҳәр түрли толқын дереклеринен тарқалатуғын толқынлардың еки түрли системалары бир орталыққа келип жеткенде қосылып, кейин қайтадан ажыралып кетеуғын болса, толқынлардың еки системасы да бир бири менен ушырасаман дегенше қандай болып тарқалған болса, ушырасыўдан кейин де сондай болып тарқалыўын даўам ете береди. Толқынлардың тарқалыўындағы усындай бир биринен ғәрезсизлик принципи ***суперпозиция принципи*** деп аталады. Бул принцип толқынлық процесслердиң басым көпшилигине тән болады.

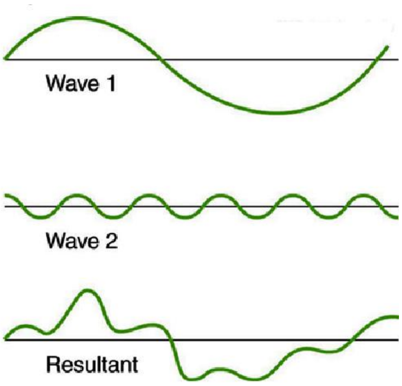


Толқын узынлықлары, амплитудалары (Х) ҳәм фазалары бирдей болған еки толқынды қосыўға мысал. Қосынды толқынның амплитудасы 2Х шамасына тең болады.



Толқын узынлықлары менен амплитудалары бирдей, ал фазалары қарама-қарсы болған еки толқынды қосыўға мысал. Толқынлардың қосындысы нолге тең болады.

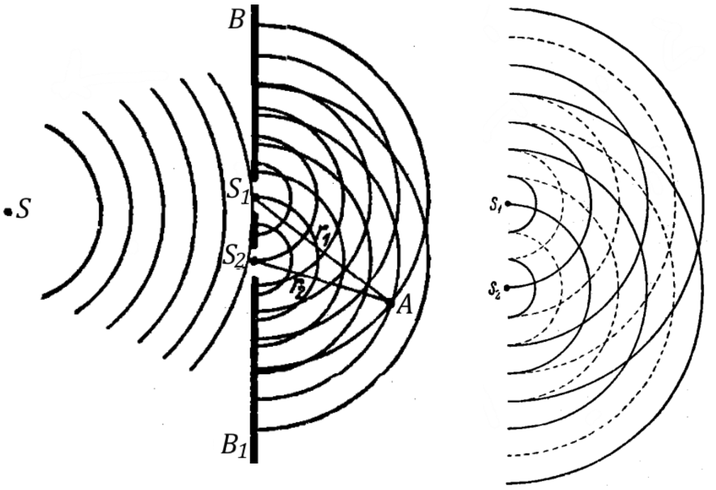
Суўға еки тас таслап, суперпозиция принципин аңсат бақлаўға болады. Таслар түскен оранларда пайда болған сақыйна тәризли толқынлар бир бири арқалы өткеннен кейин бурынғысынша сақыйна тәризли болып таралыўын даўам етеди.



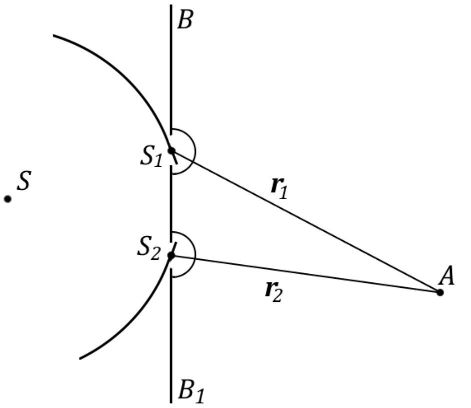
Толқын узынлықлары да, фазалары да ҳәр қыйлы болған еки толқынды қосыўдың нәтийжеси.

Толқынлар бир бири менен қосылған орынларда тербелислер бетлесип, толқынлардың қосылыў қубылысы ***толқынлардың интерференциясы*** болып табылады. Усының нәтийжесинде айырым орынларда тербелислер күшейеди, ал басқа орынларда тербелислер ҳәлсирейди. Орталықтың ҳәр бир ноқатындағы қосынды тербелис усы ноқатқа келип жеткен барлық тербелислердиң қосындысынан турады.

Қосылатуғын толқынлар дереклери бирдей жийилик пенен тербелип, тербелис бағытлары бирдей, фазалары да бирдей ямаса фазалар айырмасы турақлы болған жағдай айрықша қызықлы болады. Бундай толқын дереклерин ***когерентли*** деп атайды. Бундай жағдайда орталықтың ҳәр бир ноқатындағы қосынды тербелистиң амплитудасы ўақытқы байланыслы өзгермейди. Тербелислердиң усылайынша қосылыўы ***когерентли толқын дереклеринен болған интерференция*** деп аталады.



24-2 сүўрет.
S_1 ҳәм S_2 саңлақларынан тарқалатуғын толқынлардың орналасыўы.



24-3 сүўрет. S_1 ҳәм S_2 дереклеринен шыққан толқынлардың A ноқатындағы амплитудасын табыўға арналған сүўрет.

S сфералық толқын дерегин алайық (24-2 сүўретте көрсетилген). Толқынның таралыў жолына S ке қарата симметриялы S_1 ҳәм S_2 саңлақлары бар BB_1 экраны қойылған. Гюйгенс принципи бойынша S_1 менен S_2 саңлақлары да толқын дереклери болып табылады. Олардың S тербелис дерегинен қашықлары бирдей болғанлықтан, олар бирдей амплитуда ҳәм фазада тербеледи. BB_1 экранының оң тәрепинде сфералық еки толқын таралады ҳәм усы орталықтың ҳәр бир ноқатындағы тербелис усы еки толқынның қосылыўының салдарынан пайда болады. S_1 менен S_2 ноқатларынан қашықлықлары r_1 ҳәм r_2 болған A ноқатындағы толқынлардың қосылыўын қарайық. A ноқатына жетип келген толқынлар тербелислери арасында фазалар айырмасы болып, бул айырма r_1 ҳәм r_2 шамаларына байланыслы болады.

Фазалары бирдей S_1 менен S_2 дереклериниң тербелислерин былайынша жазыўға болады:

$$x_1 = a_0 \cos \omega t, \quad x_2 = a_0 \cos \omega t.$$

S_1 менен S_2 дереклеринен A ноқатын келип жеткен тербелислер былайынша жазылады:

$$x_1 = a_1 \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{r_1}{\lambda}\right),$$
$$x_2 = a_2 \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{r_2}{\lambda}\right).$$

Бул аңлатпадағы $\nu = \omega/2\pi$ шамасы тербелислер жийилиги болып табылады. Анықлама бойынша $\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_1}{r_2}$. Егер $|r_2 - r_1| \ll r_1$ теңсизлиги орынланатуғын болса, онда жуўық түрде $a_1 \approx a_2$ деп есаплаўға болады.

Солай етип A ноқатында қосылатуғын тербелислердиң фазалар айырмасы

$$\Delta\alpha = 2\pi \frac{(r_2 - r_1)}{\lambda}$$

шамасына тең болады.

Қосынды тербелистиң амплитудасы қураўшы тербелислердиң фазалар айырмасына байланыслы болады, ал фазалар айырмасы нолге тең ямаса 2π ге пүтин сан есели мәниске ийе болса, онда амплитуда қураўшы тербелислер амплитудаларының қосындысына тең максимум мәнисине жетеди. Егер фазалар айырмасы π ге ямаса тақ сан еселенген π ге тең болса, онда амплитуда қураўшы амплитудалардың айырмасына тең, яғный минимум мәниске ийе болады. Сонлықтан еки тербелистиң А ноқатына келип жеткен моментте Δα фазалар айырмасының қандай болатуғынлығына байланыслы А ноқатында я максимум, я минимум тербелис бақланады. Усы айтылғанлар бойынша А ноқатында амплитуданың мәнисиниң максимум болыў шәрти мынадай болады:

$$\Delta\alpha = 2\pi\frac{(r_2 - r_1)}{\lambda} = \pm 2k\pi.$$

Бул аңлатпада $k = 0, 1, 2, \dots$. Демек

$$|r_2 - r_1| = k\lambda$$

болғанда тербелислер максимумы бақланады. Демек толқынлар жүрислери айырмасы нолге ямаса толқын узынлағының пүтин сан еселенген мәнисине тең болатуғын ноқатларда амплитуда максимум мәнисине жетеди.

А ноқатында амплитуда мәнисиниң минимумға тең болыў шәрти төмендегидей болады:

$$\Delta\alpha = 2\pi\frac{(r_2 - r_1)}{\lambda} = \pm(2k \pm 1)\pi.$$

Бул аңлатпада да $k = 0, 1, 2, \dots$. Демек усы жағдайда жүрислер айырмасы

$$|r_2 - r_1| = (2k \pm 1)\frac{\lambda}{2}$$

ге тең. Демек толқынлар арасындағы жүрислер айырмасы ярым толқынлардың тақ санына тең болатуғын ноқатларда амплитуда минимум мәнисине тең болады.

Фазалар айырмасы $\pm 2\pi k$ менен $\pm(2k + 1)\pi$ аралығында мәнислерге тең болса тербелислердиң күшейиў ямаса ҳәлсиреўиниң орташа мәнислери бақланады.

Усы айтылғанлар менен бирге бир орталықта еки толқынның бетлесиўи нәтийжесинде ҳәр қыйлы ноқатларда амплитудалары ҳәр қыйлы болатуғын тербелислер пайда болады. Бул жағдайда орталықтың ҳәр бир ноқатында (ноқаттың когерентли дерегинен қашықлықларының айырмасының мәнисине байланыслы) амплитуданың максимум ямаса минимум ямаса олардың аралық мәниси бақланады.

25-санлы лекция. Турғын толқынлар. Сес ҳәм оның тәбияты. Акустика элементлери. Сестиң параметрлери: күши, бийиклиги, тембри. Сестиң басымы. Сестиң интенсивлиги. Сестиң күшиниң (қаттылығы) бирликлери. Допплер эффекти. Ультрасес ҳәм оны пайда етиў усыллары; пьезоэффект, магнитострикция

Турғын толқынлар. Турғын толқынлар деп аталатуғын толқынлар еки толқынның интерференциясының нәтийжесинде алынады. Турғын толқынлар амплитудалары бирдей, қарама-қарсы бағытларда тарқалатуғын еки тегис толқынның бетлесиўиниң нәтийжесинде пайда болады.

Амплитудалары бирдей болған еки тегис толқынның биреўи у көшериниң оң бағытында, екиншиси у тиң терис бағытында тарқалады деп есаплайық. Қарама-қарсы тарқалатуғын толқынлардың фазалары бирдей болып келетуғын ноқатты координаталар басы деп алып ҳәм ўақытты дәслепки фазалары нолге тең болатуғын ўақыт моментинен есаплайтуғын болсақ усы еки тегис толқынның теңлемелерин төмендеги түрде жазыўға болады: у көшериниң оң бағыты менен тарқалатуғын тоқын ушын:

$$x_1 = a\cos 2\pi\left(\nu t - \frac{y}{\lambda}\right),$$

ал у көшериниң терис бағыты менен тарқалатуғын толқын ушын

$$x_2 = \mathrm{a}\cos 2\pi\left(\nu t + \frac{y}{\lambda}\right)$$

аңлатпаларын жаза аламыз. Бул еки толқынды қоссақ

$$x = x_1 + x_2 = a\cos 2\pi\left(\nu t - \frac{y}{\lambda}\right) + \mathrm{a}\cos 2\pi\left(\nu t + \frac{y}{\lambda}\right)$$

түриндеги аңлатпаға ийе боламыз. Бул теңлеме бир қатар алгебралық түрлендириўлерден кейин былай жазылады:

$$x = 2a\cos\left(2\pi\frac{y}{\lambda}\right)\cos 2\pi\nu t. \qquad (25.1)$$

Усы еки толқынның амплитудалары ҳәр қыйлы болсын ҳәм оларды A ҳәм B арқалы белгилейик. Бундай жағдайда төмендегилерди аламыз:

y көшериниң оң бағытында тарқалатуғын толқын ушын:

$$x_1 = A\cos\omega\left(t - \frac{y}{c}\right). \qquad (25.2)$$

Ал оған қарама-қарсы бағытта тарқалатуғын толқын ушын:

$$x_2 = B\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right). \qquad (25.3)$$

Еки толқынның қосылыўынан пайда болған толқын еки толқынның қосындысынан турады, яғный

$$x = x_1 + x_2 \qquad (25.4)$$

x_2 толқынын еки жуўырыўшы толқынның қосындысы түринде былай жаза аламыз:

$$x_2 = A\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right) + (B - A)\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right). \qquad (25.5)$$

Бундай жағдайда

$$x = x_1 + x_2 = A\cos\omega\left(t - \frac{y}{c}\right) + A\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right) + (B - A)\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right) = \qquad (25.6)$$

$$= 2A\cos\frac{\omega y}{c}\cos\omega t + (B - A)\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right).$$

Нәтийжеде алынған толқын төмендегидей еки толқынның қосындысынан турады:

$2A\cos\frac{\omega y}{c}\cos\omega t$ ***турғын толқын***, ал

$(B - A)\cos\omega\left(t + \frac{y}{c}\right)$ ***жуўырыўшы толқын*** деп аталады.

$B = A$ болған жағдайда қосынды толқын тек турғын толқыннан турады. Бул шәртке айрықша әҳмийет бериў керек. Себеби қосылыўшы толқынлар амплиталары өз-ара тең болмаса турғын толқын (бир орындағы тербелислер) алынбайды, ал бул жағдайда жуўырыўшы толқынға ийе боламыз.

Қосылыўшы еки толқынның амплитудалары бирдей болатуғын жағдайды қараўды даўам етемиз. (25.1)-аңлатпадағы cos(2πνt) көбейтиўшиси орталық ноқатларында жийилиги қарама-қарсы тарқалатуғын толқынлардың жийилигиндей тербелистиң пайда болатуғынлығын көрсетеди. Ўақытқа ғәрезли емес 2acos(2πy/λ) көбейтиўшиси қосынды тербелистиң A амплитудасын тәрийиплейди. Дәлирек айтқанда тек оң шама болып қалатуғын амплитуда усы көбейтиўшиниң абсолют мәнисине тең:

$$A = \left|2a\cos 2\pi\frac{y}{\lambda}\right|. \qquad (25.7)$$

Бул аңлатпада амплитуданың мәнисиниң y координатасына ғәрезли болатуғынлығы көринип тур. Бул пайда болған тербелисти ***турғын толқын*** деп атаймыз. Турғын толқынның амплитудасы белгили бир ноқатларда қураўшы тербелислер амплитудаларының қосындысына тең болады. Бундай ноқатлар турғын толқынлардың ***шоғырлары*** деп аталады. Басқа ноқатларда қосынды амплитуда нолге тең. Усындай ноқатлар турғын толқынлардың ***түйинлери*** деп аталады.

Шоғырлар менен түйинлер ноқатларының координаталарын анықлайық. (25.7) бойынша

$$\left|2a\cos 2\pi\frac{y}{\lambda}\right| = 1$$

болатуғын ноқатларда амплитуда максимал мәнислерге жетеди. Бул ноқатларда (28) бойынша $A = 2a$.

Демек шоғырлардың геометриялық орны

$$2\pi\frac{y}{\lambda} = \pm k\pi$$

шәрти менен анықланады ($k = 0, 1, 2, \ldots$). Олай болса шоғырлардың координаталары

$$y = \pm\, k\frac{\lambda}{2} \qquad (25.9)$$

ге тең болады ($k = 0, 1, 2, \ldots$).

Егер k ның қоңсылас еки мәниси ушын y тың (30) формула бойынша анықланатуғын еки мәнисиниң айырмасын алсақ, онда қоңысылас еки шоғыр арасындағы қашықлық былай есапланады:

$$y_{k+1} - y_k = \frac{\lambda}{2},$$

яғный қоңсылас еки шоғыр арасы интерференция нәтмийжесинде берилген турғын толқын пайда болатуғын толқынлар узынлығының ярымына тең болады. Шоғырлар пайда болатуғын орынларда еки толқынның тербелислериниң бир фазада болатуғынлығы сөзсиз.

Түйинлерде қосынды тербелистиң амплитудасы нолге тең. Сонлықтан (28)-формула бойынша түйинниң пайда болыў шәрти мынадай болады:

$$\cos 2\pi \frac{y}{\lambda} = 0 \text{ ямаса } 2\pi \frac{y}{\lambda} = \pm(2k + l)\frac{\pi}{2}.$$

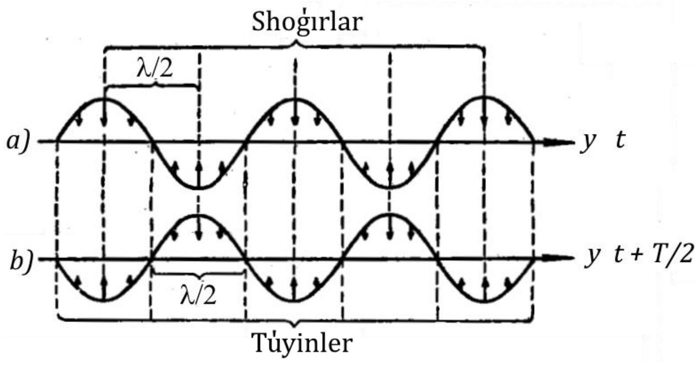
Олай болса түйинлердиң координаталары

$$y = \pm(2k\ +\ 1)\frac{\lambda}{4}$$

шамасына тең болады. демек түйинниң ең жақын жатқан шоғырдан қашықлығы мынаған тең:

$$(2k + 1)\frac{\lambda}{4} - k\frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{4},$$

яғный түйинлер менен шоғырлар арасы толқын узынлығының шерегине тең болатуғынлығын көремиз. Еки толқынлағы тербелислер қарама-қарсы фазаларда ушырасатуғын орынларда түйинлер пайда болады.



94-сүўрет. Гармоникалық тербелислерди қосыў ушын арналған сүўрет.

Турғын толқынды компьютерлер жәрдеминде бақлаў қызықлы нәтийжелерди береди.

Төменде еки толқынның қосылыўынан пайда болатуғын жуўырыўшы ҳәм турғын толқынларды компьютер экранына шығарыў ушын tolqin программасы келтирилген:

```
program tolqin;
```

```
    uses crt, Graph;
    const q=1.4; a1=50;  a2=100; nj=0.01;
    var
          z, t, gd, gm :   integer;
          x1, x2, x3, x5 :   real;
          color:   word;
    begin
         gd:=detect;  initgraph(gd,gm,' ');      SetLineStyle(0,0,1);      color:=GetMaxColor;
         SetLineStyle(0,0,1);
          for z:=0 to 300 do begin;
          for t:=0 to 400 do begin;
    x1:=a1·cos(2·pi·nj·(t+z)); x2:=a2·cos(2·pi·nj·(t-z));    x3:=x1+x2;
    line (10,250,600,250); putpixel (round(10+t·q),round(250+x1),color);
    putpixel (round(10+t·q),round(250+x2),color);
    putpixel (round(10+t·q),round(250+x3),1);
    circle  (round(10+t·q),round(250+x3),2); end;    clearviewport;    end;     readln;
closegraph;   end.
```

Бул программада q компьютер экранындағы масштабты бериўши турақлы шама, al менен a2 лер еки толқынның амплитудасына тең. nj арқалы толқынлар жийилиги берилген.

Жуўырыўшы толқын жағдайында ноқатлардың аўытқыўы у көшерине параллель. Жуўырыўшы турғын толқын жағдайында ноқатлардың арасы ярым дәўирге тең еки ўақыт моментлериндеги орынлары жоқарыдағы а) ҳәм б) сүўретлерде көрсетилген. Тербелиўши ноқатлардың тезликлери нолге тең болатуғын түйинлерде орташа тығызлығының бирден тез өзгереди - бөлекшелер түйинге еки тәрептен де биресе жақынлап, биресе оннан қашықлайтуғынлығын көремиз.

Турғын толқынлар әдетте илгери қарай тарқалыўшы ҳәм (шағылысып) кери қайтыўшы толқынлардың интерференциясының нәтийжесинде пайда болады. Мысалы жиптиң бир ушын мықлап байлап қойсақ, сол жип байланған жерден шағылысқан толқын илгери тарқалыўшы толқын менен интерференцияланады ҳәм турғын толқын пайда болады. Бул жағдайда қозғалмай қалатуғын түйин ноқатларының бир биринен қашықлықлары илгери тарқалыўшы толқын узынлығының ярымына тең, ал жиптиң бекитилген жеринде, яғный толқын шағылысатуғын орында түйин пайда болады.

Физикалық акустиканың тийкарлары. Ҳаўада тарқалатуғын жийилиги 20 дан 20000 Гц ке шекемги серпимли толқынлар адамлардың қулағына жетип даўыс (сес) сезимин пайда етеди. Сонлықтан усындай толқынларды сес толқынлары деп атайды. Тар мәнисте акустика деп сес ҳаққындағы тәлиматты түсинеди. Бирақ ҳәзирги ўақытлары акустика илими тек адамлардың қулақлары сезетуғын толқынларды ғана емес, ал басқа қәлеген орталықлардағы тарқала алатуғын механикалық толқынларды да изертлейди. Жийилиги 20 Гц тен киши болған серпимли толқынларды инфрасес, ал 20000 Гц тен үлкен болған толқынларды ультрасес деп атайды.

Суйықлықлар менен газлердеги сес толқынлары тек бойлық толқынлар болып табылады.

Сес толқынының тезлиги. Серпимли орталықларда тарқалатуғын бойлық толқынлардың тезлиги

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

формуласының жәрдеминде есапланады. Бул формулада E арқалы орталық ушын Юнг модули, ал ρ арқалы орталықтың тығызлығы белгиленген.

Узынлығы l ге тең болған стержень ушын Юнг модулиниң шамасы

$$E = -\frac{p_n}{\varepsilon} = -\frac{p_n}{\frac{\Delta l}{l}}$$

формуласының жәрдеминде анықланады. Бул формулада $\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon$ арқалы салыстырмалы узайыў, ал p_n арқалы стержендеги серпимли кернеў белгиленген.

Газ бағанасы ушын p_n шамасын газди қысатуғын қосымша басым болған Δp шамасы менен, ал салыстырмалы сызықлы узайыўды салыстырмалы көлемлик деформация $\frac{\Delta V}{V}$ менен алмастырыў мүмкин. Себеби газ бағанасы тек өзиниң узынлығының бағытында, яғный толқынның тарқалыў бағытында қысылады. Усындай жағдайға байланыслы газ ушын

$$E = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}} \qquad (33)$$

аңлатпасына ийе боламыз. Биз бул формуланы келтирип шығарғанда орталықтың участкаларының қысылыўы менен созылыўы изотермалық рәўиште жүреди деп болжадық. Қатты денелерде (әсиресе электр тоғын жақсы өткеретуғын металларда) үлкен жыллылық өткизгишлик орын алғанлықтан бундай болжаў орынлы болып табылады. Газлер болса кемирек жыллылық өткизгишликке ийе. Сонлықтан қысылыў (бундай участкалар қызады) ҳәм созылыў (газлердеги созылыў ҳаққында гәп еткенимизде сийрексийди нәзерде тутамыз, газдиң сийрексийи температураның төменлеўине алып келеди) орын алатуғын участкалар жыллылық алмасып үлгермейди. Бул жағдай газдиң серпимлигиниң жоқарылаўына алып келеди.

Газдиң қысылыўы менен сийрексийин адиабаталық рәўиште (яғный жыллылық алмасыўсыз) жүреди деп есаплаў дурысырақ болады. Усы жағдайға байланыслы (33)-аңлатпаны

$$E = V\frac{\Delta p}{\Delta V}$$

түринде көширип жазамыз. Шекли өсимди дифференциал менен алмастырамыз:

$$E = V\frac{dp}{dV}. \qquad (34)$$

$\frac{dp}{dV}$ туўындысының шамасын адиабаталық процесс ушын

$$pV^{\gamma} = const \qquad (35)$$

түринде жазылатуғын Пуассон теңлемесинен табамыз. Бул теңлемедеги $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$ шамасы турақлы басымдағы жыллылық сыйымлығының турақлы басымдағы жыллылық сыйымлығына қатнасы болып табылады.

Пуассон теңлемесин V көлеми бойынша дифференциаллап

$$\frac{dp}{dV}V^{\gamma}+p\gamma V^{\gamma-1}=0 \tag{}$$

түриндеги аңлатпаға ийе боламыз. Бул аңлатпадан

$$\frac{dp}{dV}=-\frac{\gamma p}{V} \tag{36}$$

теңлемесин аламыз. Бул аңлатпаны (34)-аңлатпаға қойсақ

$$E=\gamma p$$

теңлигиниң орын алатуғынлығын көремиз. Енди сестиң тезлиги ушын жазылған (32)-формула

$$v=\sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \tag{37}$$

түрине ийе болады. Бул формулада басым p бар. Бирақ усындай жағдайға қарамастан сестиң тезлиги газдиң басымынан ғәрезли емес. Ҳақыйқатында да (37)-формулаға идеал газдиң ҳал теңлемесинен (яғный $pV=RT$ теңлемесинен, V арқалы газ молекулаларының 1 молиниң көлеми, T арқалы оның температурасы, ал R арқалы универсаллық газ турақлысы белгиленген) газдиң басымын қойсақ ҳәм $\rho V=\mu$ теңлигиниң орын алатуғынлығын есапқа алсақ (μ арқалы молекулалық салмақ белгиленген), онда газдеги сестиң тезлиги ушын

$$v=\sqrt{\gamma\frac{RT}{\mu}} \tag{38}$$

түриндеги формулаға ийе боламыз. Бул формуладан сестиң газдеги тезлигиниң газдиң басымынан ғәрезли емес екенлигин, ал $\sqrt{T}$ шамасына пропорционал екенлигин көремиз (берилген газ ушын γ, μ, R шамалары турақлы шамалар болып табылады).

Артықмаш сес басымы. Сес газде ямаса суйықлықта тарқалғанда қысылыў ҳәм сийрексиў областларын пайда етеди. Бундай областларда басым сес жоқ ўақыттағы p басымына салыстырғанда Δp шамасына үлкейеди (қысылыў областларында) ямаса киширейеди (сийрексиў областларында). Δp басымын артықмаш сес басымы деп атайды. Газ ушын артықмаш басымның шамасын (36)-аңлатпадан алыўға болады:

$$dp=-\frac{\gamma p}{V}dV.$$

Бул аңлатпада p арқалы сес болмаған жағдайдағы газдиң басымы, V арқалы газдиң элементар участкасының көлеми (элементар участка деп узынлығы сес толқынынан киши болған участкаға айтады) белгиленген. Көлемниң салыстырмалы өзгериси болған $\frac{dV}{V}$ шамасын бөлекшелердиң салыстырмалы аўысыўы болған $\frac{d\xi}{dx}$ шамасы менен алмастырыў мүмкин. Бундай жағдайда

$$dp=-\gamma p\frac{d\xi}{dx} \tag{39}$$

аңлатпасын аламыз.

Енди тегис толқын ушын математикалық аңлатпаны

$$\xi = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

түринде жазамыз ҳәм оны (39)-аңлатпадағы $\frac{d\xi}{dx}$ көбейтиўшисиниң орнына қоямыз. Соның менен бирге dp түриндеги шексиз киши өсимди Δp түриндеги шекли өсим менен алмастырамыз. Нәтийжеде артықмаш басымның кеңисликтеги ҳәм ўақытқа байланыслы өзгериси ушын аңлатпаны аламыз:

$$\Delta p = \rho v A\omega \cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right). \quad (40)$$

Бул аңлатпадағы косинустың алдындағы көбейме артықмаш сес басымының амплитудасы болып табылады:

$$p_0 = \rho v A\omega. \quad (41)$$

Жоқарыдағы формулалардан биз артықмаш сес басымының шамасының орталықтың характеристикасынан да (яғный ρ, v шамаларынан) ҳәм толқынның өзиниң характеристикаларынан да (яғный A, ω шамаларынан) ғәрезли екенлигин көремиз. Орталықтың характеристикаларынан ғана ғәрезли болған

$$\rho v = R_a \quad (42)$$

шамасын **акустикалық қарсылық деп атайды** (бул шама акустикалық омларда өлшенеди).

$v \sim \frac{1}{\sqrt{\rho}}$ ғәрезлиги орын алғанлықтан акустикалық қарсылық болған $R_a = \rho v$ шамасы $\sqrt{\rho}$ шамасына туўры пропорционал өзгереди.

Акустикалық қарсылық түсинигин пайдаланып артықмаш басым ушын аңлатпаны былайынша жазыў мүмкин:

$$p_0 = R_a A\omega. \quad (43)$$

Бир орталықтан екинши орталыққа өткенде сестиң жийилиги менен p_0 артықмаш басымның амплитудасының мәнислери өзгериске ушырамайды. Бирақ бундай жағдайда акустикалық қарсылық болған R_a шамасы өзгеретуғын болғанлықтан бөлекшелердиң тербелис амплитудалары болған A шамасының мәнисиниң өзгериўи керек. Усының салдарынан сес тығызлығы кем орталықтан тығызлығы жоқары орталыққа өткенде акустикалық қарсылықтың шамасы неше есе артатуғын болса сестиң амплитудасы A да сонша есе кемейеди.

Артықмаш сес басымы ушын жазылған (40)-аңлатпаға қайтып келемиз. Бундай жағдайда

$$A\omega\, cos\,\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = \frac{d\xi}{dx} = u$$

түриндеги аңлатпа толқын процессинде қатнасатуғын орталықтың бөлекшелериниң тезлиги болғанлықтан (40)-формуланы былайынша көширип жазыўға болады:

$$\Delta p = \rho v u = R_a u. \quad (44)$$

Солай етип артықмаш сес басымы орталықтың акустикалық қарсылығы менен бөлекшелердиң тербелмели қозғалысының тезлигиниң көбеймесине тең екен.

Артықмаш бесымның өзгериси бөлекшелердиң тезлигиниң өзгерислери менен бирдей фазада болады.

Сестиң характеристикалары. Сести физикалық шамалардың еки системасының жәрдеминде тәрийиплеў мүмкин:

- адам тәрепинен сести қабыл етиўдиң өзгешеликлеринен ғәрезсиз болған характеристикалар (бундай характеристикаларды әдетте объективлик характеристикалар деп атайды).
- адам тәрепинен сести қабыл етиўдиң өзгешеликлеринен ғәрезли болған характеристикалар (бундай характеристикаларды субъективлик характеристикалар деп атайды).

Әлбетте, жоқарыда келтирилген характеристиклар арасында белгили бир байланыс бар. Бирақ бундай байланыстың әпиўайы емес екенлигин атап өтиў керек.

Сестиң объективлик характеристикалары. Бундай характеристикалар қатарына қәлеген толқынлық процессти тәрийиплейтуғын физикалық шамалар киреди. Олар мыналар:

1. Сестиң жийилиги ν (толқынлық процесске қатнасатуғын орталықтың бөлекшелериниң ўақыт бирилиги ишиндеги тербелислериниң саны). Сестиң жийилиги әдетте герцлерде (Гц) бериледи (1 Гц = 1 $\frac{1}{s}$).

2. Энергия ағысының тығызлығы (ямаса сестиң интенсивлиги). Сестиң интенсивлиги деп сестиң тарқалыў бағытына перпендикуляр қойылған беттиң майданының бир бирлиги арқалы ўақыт бирлиги ишинде өтетуғын сестиң энергиясының муғдарына айтады. Сонлықтан оның өлшем бирлиги $\frac{Dj}{m_2 s}$ ямаса $\frac{Vt}{m^2}$ түринде жазылады).

Сестиң интенсивлиги I жийиликтиң квадратына ҳәм орталықтың бөлекшелериниң тербелислериниң амплитудасының квадратына туўры пропорционал ҳәм

$$I = \frac{1}{2}\rho A^2 \omega^2 v$$

формуласының жәрдеминде есапланады. Егер артықмаш басымның амплитудасы ҳәм акустикалық қарсылық түсиниклеринен пайдаланатуғын болсақ, онда бул формулаға басқа түр бериў мүмкин

$$I = \frac{1}{2}\frac{p_0^2}{R_a}. \qquad (45)$$

Демек сестиң интенсивлигиниң шамасы артықмаш басымның квадратына туўры пропорционал, ал акустикалық қарсылыққа кери пропорционал екен.

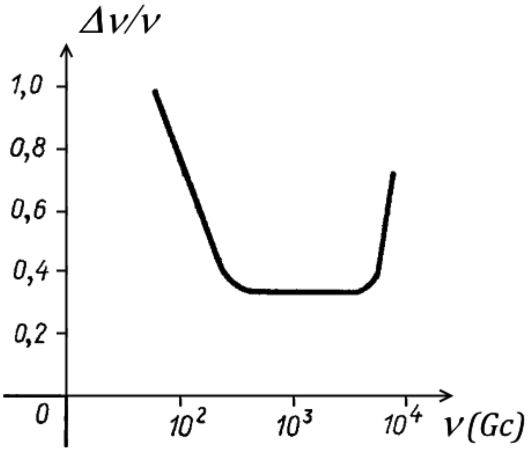
Сестиң спектраллық қурамы берилген сестиң қандай жийиликлердеги сеслерден туратуғынлығын ҳәм сестиң ҳәр бир қураўшысы ушын амплитуданың қалайынша тарқалғанлығын көрсетеди.

Сестиң субъективлик характеристикалары. Сестиң субъективлик характеристикаларының қатарына

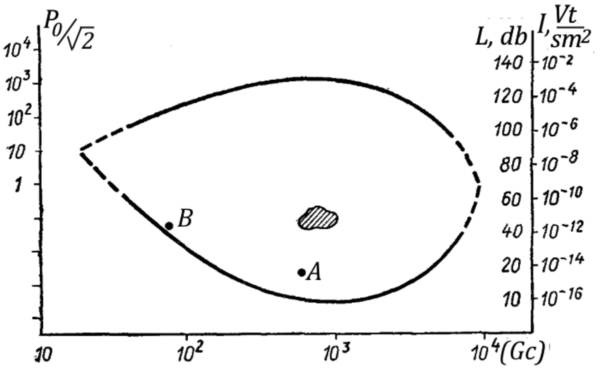
a) тонның бийиклиги,

b) сестиң күши (громкость звука) ҳәм

c) тембр киреди.



1-сүўрет. Адам ушын тәжирийбеде алынған тонның бийиклигиниң өзгерисин аңлай алатуғын сестиң жийилигиниң салыстырмалы өзгериси $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ шамасының иймеклиги.



2-сүўрет. Адамның қулағы ушын тәжирийбелерде алынған еситиў областы.

Тонның бийиклиги сестиң жийилигин субъектив түрдеги баҳалаў болып табылады. Жийилик қаншама көп болса қабыл етилетуғын сестиң тоны да жоқары болады. Бирақ қулақтың жийилиги бойынша сести айыра алыў қәбилетлиги жийиликтиң өзине байланыслы болады. 1-сүўретте адам ушын тәжирийбеде алынған тонның бийиклигиниң өзгерисин аңлай алатуғын сестиң жийилигиниң салыстырмалы өзгериси болған $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ шамасының иймеклиги көрсетилген. Киши ҳәм үлкен жийиликлерде қулақтың тонның өзгерисин аңғарыўы ушын сестиң жийилигиниң өзгерисиниң шамасы үлкен болыўы керек. 1000 Гц тен 600 Гц ке шекемги жийиликлерде (бундай жийиликлерде қулақ жақсы еситеди) жийиликтиң бундай салыстырмалық өзгерисиниң шамасы киши болады ($\frac{\Delta\nu}{\nu} = 0{,}3$).

Сестиң күши дегенимизде сестиң интенсивлигин субъектив баҳалаў нәзерде тутылады. Интенсивликти қабыл етиў сестиң жийилигинен ғәрезли. Қандай да бир жийиликке ҳәм үлкен интенсивликке ийе сестиң басқа бир жийиликке ийе, бирақ киширек интенсивликке ийе сеске салыстырғанда әдеўир әззирек қабыл етилиўи мүмкин.

Тәжирийбелер қулақ еситетуғын сеслер областында (20 - 20·10^3 Гц) еситиў ушын ең киши интенсивликтиң (еситиўдиң табалдырығы) орын алатуғынлығын көрсетеди. Егер интенсивлиги еситиўдиң табалдырығынан киши интенсивликке ийе сес келип жетсе, онда оны қулақ сес түринде қабыл етпейди. Соның менен бирге тәжирийбелер ҳәр бир жийилик ушын аўрыў пайда ететуғын табалдырықтың орын алатуғынлығын көрсетеди. Интенсивлиги усындай табалдырықтан үлкен болған сеслер адам қулақларында аўрыўды пайда етеди. Сестиң интенсивлигин аўрыў пайда ететуғын табалдырықтан жоқарылатыў адамның қулақлары ушын жүдә қәўипли.

Еситиў табалдырығына сәйкес келетуғын ноқатлардың ҳәм аўрыў пайда ететуғын табалдырыққа сәйкес келиўши ноқатлардың жыйнағы (I, ν) диаграммасында еки иймекликти пайда етеди. Бул иймекликлер 2-сүўретте кесилиўге шекем экстраполяцияланған. 2-сүўреттеги еки иймеклик пенен шегараланған область еситиў областы деп аталады. Әңгимелескенде қолланылатуғын сеслер 2-сүўреттеги областтың киши бөлегин ийелейди (2-сүўретте бул область штрихланған). Диаграммадан А ноқатына сәйкес келетуғын киши интенсивликке ийе сестиң В ноқатына сәйкес келетуғын интенсивлиги жоқары болған сеске салыстырғанда күши еситилетуғынлығы көринип тур. Себеби А ноқаты

В ноқатына салыстырғанда еситиў табалдырығына салыстырғанда узагырақ жайласқан.

Диаграммадан адам қулағының интенсивлиги бир биринен 10^{13} есе айрылатуғын сесберди сезе алатуғынлығы көринип тур. Адам қолы менен жаратылған ҳеш бир әсбап өлшенетуғын шаманың усындай кең диапазонын өлшей алмайды.

Тәжирийбелер сестиң интенсивлигин (яғный сестиң күшин) субъектив баҳалаўдың сестиң интенсивлигине салыстырғанда әстерек өзгеретуғынлығын көрсетеди: сестиң интенсивлиги геометриялық прогрессия бойынша өскенде сестиң күши шама менен арифметикалық прогрессия бойынша өседи (яғный сызықлы түрде өседи). Сонлықтан сестиң күшин оның I интенсивлигиниң басланғыш деп есапланатуғын базы бир I_0 шамасына қатнасының онлық логарифми сыпатында анықлаў мақсетке муўапық келеди:

$$L = \lg\frac{I}{I_0}. \tag{46}$$

Ең басланғыш интенсивлик сыпатында $I_0 = 10^{-9}\,\frac{erg}{sm^2 \cdot s}$ шамасы қабыл етилген. Бул жийилик 1000 Гц болғандағы еситиў табалдырығы болып табылады. Бундай интенсивликке сәйкес келиўши сестиң күши нолге тең (бундай интенсивликтеги сести адамның қулағы еситпейди).

Сестиң күши L диң бирлиги **бел** болып табылады. Әдетте сестиң күшлилигин (сестиң күшин) децибеллерде аңлатады (дб). Бул бөлшек бирликти **фон** деп те атайды:

1 бел = 10 дб (фон).

Егер сестиң күши децибеллерде аңлатылса, онда (46)-формуланы былайынша жазамыз:

$$L = 10\lg\frac{I}{I_0}. \tag{47}$$

Адам қулағының еситиў табалдырығынан аўрыў пайда ететуғын табалдырыққа шекемги сестиң интенсивлигиниң диапазонына нолден 130 дб ге шекемги сестиң күши сәйкес келеди. Төменде келтирилген кестеде турмыста жийи ушырасатуғын базы бир сеслердиң күшиниң мәнислери келтирилген:

Сеслер	Күши, db	Интенсивлиги, $\frac{erg}{sm^2 \cdot s}$
Сааттың жүриси	20	10^{-7}
1 м аралықтағы жүрип баратырған адамның аяғының даўысы	30	10^{-6}
Әсте аңгимелесиў	40	10^{-5}
Қатты сөйлеў	70	10^{-2}
Шаўқым, бақырыс	80	10^{-1}
3 м қашықлықтағы самолет двигателигиң даўысы.	130	10^{4}

Тембр сестиң спектраллық қурамын субъектив түрдеги баҳалаў болып табылады. Таза тон (таза сес) ең әпиўайы даўыс болып табылады. Бундай жағдайда әпиўайы гармоникалық (синусоидалық) тербелисти қабыл етиўди түсинемиз.

Қурамалырақ сеслер жийиликлери ν, 2ν, 3ν, ... болған таза тонлардың араласпасы болып табылады. Сестиң бийиклиги тийкаргы ν жийилиги бойынша анықланады.

Жийиликлери жийиликлери ν, 2ν, 3ν, ... шамаларына тең гармоникалар болса (обертонлар) сестиң тембрин пайда етеди. Гармоникалардың амплитудалары A_2, A_3, ... лер тийкарғы тонның амплитудасы A_1 ден киши. Ал гармониканың фазалары φ_1, φ_2, φ_3, ... лер ықтыярлы болыўы мүмкин:

$$\xi_n = A_n \sin(\omega_n t + \varphi_n).$$

Аккорд еки ямаса оннан де көп санлы таза тонлардың бир ўақытта берилиўи болып табылады. Аккорд жағымлы тәсирди де, жағымсыз тәсирди де пайда ете алады. Биринши жағдайда оны консонанс, ал екинши жағдайда диссонанс деп атайды.

Сораўлар:

1. Сес дегенимиз не ҳәм акустика қандай физикалық қубылысларды үйренеди?

2. Газлердеги сестиң тезлиги ушын жазылатуғын формуланы келтирип шығарыңыз. Сес толқынындағы газдиң өзгерислерин әдетте адиабаталық процесс деп есаплайды. Неликтен? Неликтен сестиң тезлиги басымнын ғәрезли емес?

3. t = 20°С температурадағы кислородтағы, азотдағы ҳәм водородтағы сестиң тезлигин есаплаңыз. Суйықлықлардағы сестиң тезлигин есаплағанда қандай формуланы пайдаланыў керек? Суўдағы 0°С температурадағы сестиң тезлигин есаплаңыз.

4. Сестиң тезлигин өлшеўдиң усыллары ҳаққында айтып бериңиз. Сол усыллардың қайсысын тәрийиплей аласыз? Егер сестиң жийилиги 20 Гц тен 20000 Гц ке ҳәм $2\cdot10^4$ Гц тен 10^6 Гц ке шекем өзгергенде (ультрасес) сестиң толқын узынлықлары ҳаўада ҳәм суўда қандай шамаларға өзгереди?

5. Артықмаш сес толқыны дегенимиз не? Орталықтағы бир заматлық артықмаш басымның тарқалыўының сүўретин салыңыз ҳәм оны орталықтағы молекулалардың аўысыўының тарқалыўы ҳәм молекулалардың тезликлериниң тарқалыўы менен салыстырыңыз. Артықмаш басым менен бөлекшелердиң қозғалыс тезлиги арасында қандай байланыс бар? Ең үлкен артықмаш басым областы қозғалыс тезлиги ең үлкен областқа сәйкес келеди?

6. Артықмаш сес басымының амплитудасы ушын аңлатпаны келтирип шығарыңыз. Орталықтың акустикалық қарсылығы дегенимиз не ҳәм усындай қарсылық пенен артықмаш басымның амплитудасы қалай байланысқан?

7. Еки орталықты айырып турған шегараның еки тәрепинде де артықмаш сес басымының бирдей екенлигин қалай түсиндириўге болады? Толқын тығызырақ орталықтан тығызлығы кем орталыққа өткенде бөлекшелердиң тербелис амплитудалары қалай өзгереди? Бундай жағдайда бөлекшелердиң қозғалыс тезликлери қалайынша өзгереди?

8. Сестиң қулақ тәрепинен қабыл етилиўинен ғәрезсиз болған характеристикаларын айтып бериңиз. Сестиң тезлиги, сестиң интенсивлиги дегенимиз не ҳәм олар қандай бирликлерде өлшенеди? Сестиң спектраллық қурамы дегенимиз не?

9. Сестиң интенсивлиги менен артықмаш басымның амплитудасы арасындағы байланысты сәўлелендиретуғын формуланы жазыңыз. Бул формула бойынша, егер p_0 шамасы өзгериссиз сақланатуғын болса, онда бир орталықтан екинши орталыққа өткенде сестиң интенсивлигиниң шамасы өзгериске ушыраўы керек. Бул жағдай энергияның сақланыў нызамына қайшы келмей ме?

10. Сестиң қулақ тәрепинен қабыл етилиўи менен байланыслы болған характеристикаларын айтып бериңиз. Тонның бийиклиги дегенимиз не? Сестиң

жийилигиниң қулақ тәрепинен қабыл етилиўиниң өзгешеликлери нелерден ибарат? Сестиң күши деп неге айтады? Адам қулағы сестиң интенсивлигин қандай нызам бойынша қабыл етеди? Еситилиў табалдырығы дегенимиз не? Адамның қулағы қандай жийиликлерлеги сеслерди жақсы еситеди? Аўрыў пайда етиўши табалдырық дегенимиз не? Ол жийилик пенен қалайынша байланысқан? Еситиў диаграммасын сызыңыз.

11. Сестиң күши менен интенсивлиги арасында қандай байланыс бар? Сестиң күшин анықлағанда интенсивликтиң қандай шамасын басланғаш интенсивлик деп қабыл етеди? Сестиң күши қандай бирликлерде өлшенеди? Егер сестиң күши 10 децибалға өзгергенде оның интенсивлиги қандай шамаға өзгереди?

12. Таза тон дегенимиз не? Сестиң тембри дегенимиз не ҳәм оны қалайынша анықлаў керек? Қабыл етилип атырған сестиң тембрине айырым гармоникалар арасындағы қатнас тәсир жасай ма? Усы жағдайға байланыслы қулақтың жумысының физикалық принципи ҳаққында айтыўға бола ма?

13. Аккорд дегенимиз не? Шаўқым дегенимиз не. Олардың спектрлери арасындагы айырма нелерден ибарат?

14. Сес толқынының сөниў нызамын жазыңыз. Бун нызамнан толқынның амплитудасының кемейиў нызамын алыңыз.

15. Доплер эффектиниң физикалық мәниси нелерден ибарат?

16. Ультрасес ҳәм инфрасес дегенимиз не. Олардың деректериниң өзгешеликлери ҳаққында нелерди билесиз?

26-санлы лекция. Релятивистлик бөлекшелер динамикасының элементлери

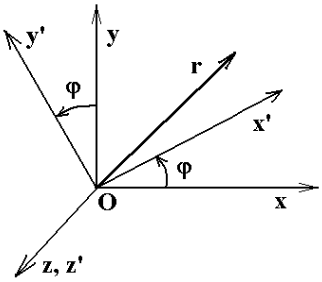
Қарап шығылатуғын мәселелер: Минковскийдиң төрт өлшемли кеңислиги. Төрт өлшемли векторлар. Энергия-импульстиң төрт өлшемли векторы. Релятивистлик бөлекшениң қозғалыс теңлемеси.

Минковскийдиң төрт өлшемли кеңислиги. Классикалық үш өлшемли кеңисликтиң координаталары усы координаталардың өзлери арқалы түрленеди. Мысалы Декарт көшерлерин xy тегислигинде φ мүйешине бурғанда (1-сүўрет) координаталарды түрлендириў нызамы

$$\begin{aligned} x &= x' \cos\varphi - y' \sin\varphi, \\ y &= z' \sin\varphi + y' \cos\varphi, \\ z &= z'. \end{aligned} \qquad (1)$$

түрине ийе болады.

(1) формулаларға ўақыт кирмейди ҳәм $t = t'$ сыяқлы болып түрленеди. Ал (23) – (24) Лоренц түрлендириўлери болса (1) түрлендириўлерине уқсас, бирақ бул түрлендириўлер кеңисликтиң координаталары менен ўақыт моментиниң координатасын байланыстырады.

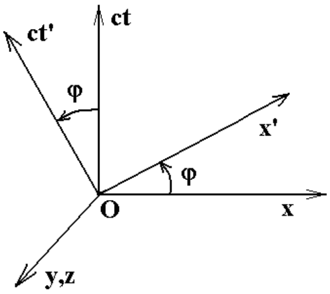


1 сүўрет. Декарт көшерлерин xy тегислигинде φ мүйешине бурыўдағы координаталарды түрлендириў.

Анри Пуанкаре (1854-1912) ҳәм сәл кейинирек Герман Минковский (1864-1909) мынаны көрсетти:

Лоренц түрлендириўлерин төрт өлшемли кеңисликтеги координата көшерлериниң бурылыўлары түринде қабыл етиў керек. Бул түрлендириўлерде үш x, y, z кеңисликлик координаталарға ўақытлық ct координатасы қосылады (барлық координаталардың өлшемлери бирдей).

Бундай кеңислик **төрт өлшемли кеңислик-ўақыт** ямаса **Минковскийдиң 4 өлшемли кеңислиги** деп аталады.



2 сүўрет. Лоренц түрлендириўлери төрт өлшемли кеңисликтеги координаталар көшерлерин бурыў болып табылады.

Ҳақыйқатында да

$$ch\ \varphi = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad sh\ \varphi = \frac{v_0/c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

белгилеўлерин қабыл етсек ҳәм бундай жағдайда $ch^2\varphi + sh^2\varphi = 1$ екенлигин есапқа алсақ, онда (23) – (24) Лоренц түрлендириўлерин

$$\begin{aligned} ct &= ct' ch\ \varphi + x' sh\ \varphi, \\ x &= ct' sh\ \varphi + x' ch\varphi, \\ y &= y', \\ z &= z' \end{aligned} \tag{2}$$

түринде жаза аламыз. (2) формулалары (1) формулаларына жүдә уқсас ҳәм ct тегислигинде x көшерин базы бир φ мүйешине бурыў сыпатында қараўға болады. Бул жердеги көзге тасланатуғын айырма соннан ибарат, (1) деги тригонометриялық функциялар (2) де гиперболалық функциялар менен алмастырылған. Бул жағдай

4 өлшемги Минковский кеңислигиниң қәсийетлериниң 3 өлшемли Евклид кеңислигиниң қәсийетлеринен өзгеше екенлигин билдиреди.

Бундай өзгешеликтиң мәнисин түсиниў ушын координата көшерлерин бурғанда қәлеген вектордың қураўшыларының өзгеретуғынлығын, ал бир скаляр шама болған усы вектордың узынлығының өзгермей қалатуғынлығын еске түсиремиз. Усыған сәйкес (1) түрлендириўлериниң жәрдеминде Декарт көшерлерин бурғанда радиус-вектордың узынлығы

$$|r| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}$$

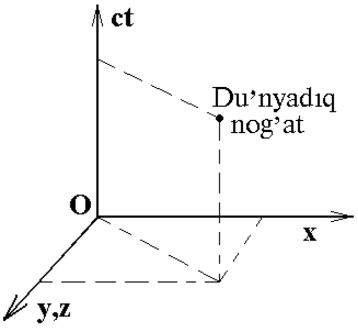
шамасының өзгермей қалатуғынлығына исениўге болады.

Бирақ Лоренц түрлендириўлери бул шаманы өзгертеди (жоқарыда гәп етилгениндей басқа инерциал есаплаў системасында узынлықтың релятивистлик қысқарыўы орын алады). Сонлықтан әдеттеги 3 өлшемли векторлар (тезлик, тезлениў, күш, импульс, импульс моменти ҳәм басқалар) Минковский кеңислигиниң векторлары бола алмайды.

Биз интервалды еске түсиремиз ҳәм мына формуланы жазамыз:

$$s^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2. \tag{3}$$

Бул шама Минковский кеңислигиндеги 4 өлшемли радиус-вектордың квадраты болып табылады. Бул вектордың проекциялары болған ct, x, y, z шамалары базы бир ўақыяның кеңисликлик координаталары менен сол ўақыя болып өткен ўақыт моментиниң координатасы болып табылады. Демек Минковский кеңислигинде ҳәр бир ўақыя **дүньялық ноқат** жәрдеминде белгиленеди. Бул жағдай 3 сүўретте келтирилген.



3 сүўрет.
Дүньялық ноқат.

Енди қәлеген шекли өлшемли кеңисликтеги вектордың квадратының қалайынша жазылатуғынлығын еске түсирип өтемиз. Буның ушын ***кеңисликтиң мектрикасы*** деп аталатуғын базы бир симметриялы $\|g\|$ матрицасы қолланылып, бул шама сол кеңисликтиң барлық геометриялық қәсийетлерин анықлайды. Оны былайынша жазамыз:

$$s^2 = (ct, x, y, z)\begin{pmatrix} g_{\mathrm{ct,ct}} & g_{\mathrm{ct},x} & g_{\mathrm{ct},y} & g_{\mathrm{ct},z} \\ g_{x,\mathrm{ct}} & g_{x,x} & g_{x,y} & g_{x,z} \\ g_{y,\mathrm{ct}} & g_{y,x} & g_{y,y} & g_{y,z} \\ g_{z,\mathrm{ct}} & g_{z,x} & g_{z,y} & g_{z,z} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \mathrm{ct} \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \tag{4}$$

$\|g\|$ матрицасын координаталар көшерлерин сәйкес түрде сайлап алыў арқалы диагоналластырыў мүмкин. δ_{ik} арқалы Кронекер символын белгилейик. Егер диагоналластырыўдан кейин ол матрица $g_{ik} = \delta_{ik}$ түрине енсе, онда ***кеңисликти тегис ямаса Евклид кеңислиги деп атаймыз***. Ньютонның үш өлшемли кеңислиги тегис ямаса Евклид кеңислик болып табылады (Биз кейинирек тегис кеңисликте гравитация майданының болмайтуғынлығына көз жеткеремиз).

Әлбетте Евклид кеңислиги ушын

$$\|g\| = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Бул матрица менен қураўшылары ct, x, y, z болған векторға тәсир еткен менен ҳеш қандай өзгерис болмайды. Ҳақыйқатында да

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\mathrm{ct}\\ x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathrm{ct}\\ x\\ y\\ z\end{pmatrix}.$$

Егер диагоналластырыўдан кейин диагоналда жайласқан матрицаның қураўшылары ҳәр қыйлы мәниске ийе болатуғын болса, онда сәйкес кеңислик ***майысқан кеңислик*** болып табылады. (3) ҳәм (4) аңлатпаларын салыстырып көриўден

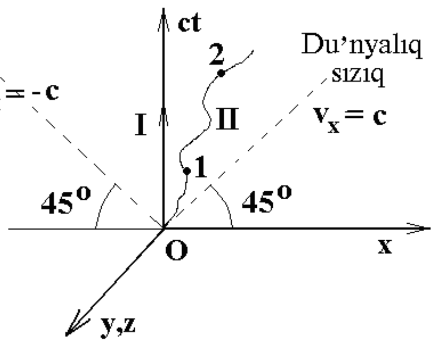
$$\|g\| = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{pmatrix} \tag{5}$$

екенлигине көз жеткеремиз. Усындай метрикаға ийе кеңислик (Минковский кеңислигиниң усындай метрикаға ийе екенлигин умытпаймыз) ***псевдоевклид кеңислик*** деп аталады. Демек Минковский кеңислиги (кеңислик-ўақыты) псевдоевклид кеңислик болып табылады.

Егер (5)-аңлатпаны қураўшылары ct, x, y, z болған векторға көбейтсек қураўшылары ct, -x, -y, -z болған вектор аламыз.

Солай етип арнаўлы салыстырмалық теориясында өз ҳеш нәрседен ғәрезсиз болған ўақыт ҳәм оның менен байланысқа ийе емес үш өлшемли кеңислик ҳаққында гәп етиўге болмайды, ал ўақыт пенен кеңисликлик координаталар метрикасы (5)-аңлатпа түринде болған бирден бир төрт өлшемли Минковский кеңислик-ўақытын пайда етеди.

Бөлекшениң қозғалыў процессин ўақыялардың избе-излиги (дүньялық ноқатлардың избе-излиги) сыпатында сүўретлеп Минковский кеңислигиндеги қозғалыс траекториясын аламыз ("Минковский кеңислиги" түсиниги "Минковский кеңислик-ўақыты" түсиниги менен бир мәнисте қолланылады). Бул 4-сүўретте сәўлелендирилген. Бул траектория ***дүньялық сызық*** деп аталады ҳәм бөлекшениң қәлеген ўақыт моментиндеги кеңисликлик координаталарын көрсетеди. Усындай көз-қараста дүньялық сызық бөлекше бар болған дәўирдеги барлық тарийхты сәўлелендиреди. 4-сүўреттеги I сызық тынышлықта турған бөлекшениң дүньялық сызығын сәўлелендиреди (Демек тынышлықта турған бөлекшеге төрт өлшемли Минковский кеңислигинде ct көшерине параллел туўры сызық сәйкес келеди екен). Ал II сызыққа басланғыш моментте координата басында жайласқан қозғалыўшы бөлекшениң дүньялық сызығы сәйкес келеди.



4 сүўрет.
Дүньялық сызық бөлекшениң туўылғанынан берги дәўириндеги барлық тарийхты сәўлелендиреди

$\frac{\Delta x}{\Delta t} = v_x < c$ екенлигин нәзерде тутсақ, онда дүньялық сызықтықтың Ox, Oy, Oz көшерлерине қыялығының тангенси 1 ден үлкен болмайтуғынлығын көриўимиз керек. Егер қыялық мүйешиниң тангенси 1 ден үлкен болғанда бөлекше жақтылықтың тезлигинен үлкен тезликлер менен қозғалған болар еди.

Төрт өлшемли векторлар. Минковский кеңислигиндеги қәлеген вектор 4 қураўшыға ийе болады. Оларды биз $A_\mu\left(A_{ct}, A_x, A_y, A_z\right)$ ҳәриплериниң жәрдеминде белгилеймиз. Бундай векторлар ***төрт өлшемли векторлар*** ямаса ***4 векторлар*** деп аталады.

Қозғалмайтуғын K инерциал есаплаў системасынан оған салыстырғанда Ox көшери бойы менен $\boldsymbol{v}_0$ тезлиги менен қозғалыўшы K' системасына өткенде A_μ төрт өлшемли векторының қураўшылары былайынша түрлендириледи:

Туўры түрлендириўлер:

$$\begin{aligned} A_x &= \frac{A'_x + \frac{v_0}{c} A'_{ct}}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}, \\ A_y &= A'_y, \\ A_z &= A'_z, \\ A_{ct} &= \frac{A'_{ct} + \frac{v_0}{c} A'_x}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}. \end{aligned} \tag{6}$$

Кери түрлендириўлер:

$$\begin{aligned} A'_x &= \frac{A_x - \frac{v_0}{c} A_{ct}}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}, \\ A'_y &= A_y, \\ A'_z &= A_z, \\ A'_{ct} &= \frac{A_{ct} - \frac{v_0}{c} A_x}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}. \end{aligned} \tag{7}$$

Бул түрлендириўлер Лоренц түрлендириўлерине толығы менен сәйкес келеди.

Минковский кеңислигиниң көшерлерин бурғанымызда 4 векторлардың проекциялары өзгереди. Бундай бурыўлар басқа инерциал есаплаў системасына өтиўге эквивалент. Бирақ 4 векторлардың квадратлары өзгермей қалады, яғный олар **релятивистлик инвариантлар** болып табылады. Бундай инвариантқа мысал ретинде интервалдың квадратын көрсетиўге болады.

4 вектордың квадраты (4)-қағыйда тийкарында анықланады. Оны ықшамлы түрде былайынша жаза аламыз:

$$A^2 = \sum_{\mu,\nu} A_\mu g_{\mu,\nu} A_\nu.$$

Буннан кейин сумма белгисин жазбаймыз ҳәм А.Эйнштейн тәрепинен усынылған мынадай суммалаў қағыйдасынан пайдаланамыз***:*** **егер бир формулада теңликтиң бир тәрепинде бирдей еки индекс ушырасатуғын болса, онда суммалаў усындай индекслер бойынша жүргизиледи**.

Минковский кеңислигиниң метрикасы болған (5) ти қойыў арқалы релятивистлик инвариант болған барлық инерциал есаплаў системаларында бирдей мәниске ийе мынадай скаляр алынады:

$$A^2 = A_{ct}^2 + A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A_{ct}'^2 + A_x'^2 + A_y'^2 + A_z'^2 \qquad (8)$$

Тап (8) сыяқлы еки 4 вектордың скаляр көбеймеси анықланады:

$$A \cdot B = A_\mu g_{\mu\nu} B_\nu = A_{ct}A_{ct} - A_xA_x - A_yA_y - A_zA_z. \qquad (9)$$

Солай етип классикалық физиканың 3 өлшемли векторлары 4 векторлар болып табылмайды екен ҳәм олар ҳәтте 4 векторлардың кеңисликлик қураўшылары да бола алмайды.

Энергия-импульстиң төрт өлшемли векторы. Ньютон механикасының теңлемелери ҳәм тийкарғы шамалары жақтылықтың тезлигине шамалас үлкен тезликлерде үлкен өзгерислерге ушырайды. Мысалы биз импульс ушын берген анықлама (масса менен тезликтиң көбеймеси ҳәм импульс векторы менен тезлик векторының өз-ара параллеллиги) $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ үлкен тезликлерде орынланбайды. Ҳақыйқатында да жабық системадағы тезликлер $\boldsymbol{v}_i$ лердиң өзгериўи мүмкин, бирақ бундай системаның толық импульси $\boldsymbol{p} = \sum m_i\boldsymbol{v}_i$ өзгермей қалады. (22) тезликлерди түрлендириў формулалары жәрдеминде тезликлерди түрлендириўде басқа инерциал системаларда классикалық импульс $\boldsymbol{p}' = \sum m_i\boldsymbol{v}'_i$ векторының турақлы болып қалмай, басқа мәниске ийе болатуғынлығы келип шығады. Бул жағдай барлық инерциал есаплаў системаларының эквивалентлилиги постулатына қайшы келеди.

Соның менен бирге (6) ямаса (7) ге сәйкес үш қураўшыға ийе (үш өлшемли) классикалық импульс $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ Минковский кеңислигиниң қандай да бир векторының қураўшылары да бола алмайды.

Релятивистлик бөлекше деп тезлиги жақтылықтың тезлиги c ға салыстырғанда көп шамаға киши емес болған бөлекшеге айтамыз. Солай етип релятивистлик бөлекше жағдайында $\frac{v^2}{c^2} \to 0$ деп есаплаўға болмайды. Қәлеген релятивистлик бөлекше ушын импульстиң 4 векторын аңсат анықлаўға болады. Буның ушын тезликтиң 4 векторы болған u_μ ды турақлы көбейтиўшиге көбейтемиз:

$$p_\mu = mcu_\mu. \qquad (10)$$

Бул аңлатпада m арқалы бөлекшениң массасы белгиленген. (10) дағы жақтылықтың тезлиги c дурыс өлшем алыў ушын жазылған. (22) формуладағы 4 тезликтиң кеңисликлик қураўшыларын қойғаннан кейин

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{i}p_x + \boldsymbol{j}p_y + \boldsymbol{k}p_z = \frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (11)$$

екенлигине ийе боламыз.

$$\frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\left(\boldsymbol{i}v_x + \boldsymbol{j}v_y + \boldsymbol{k}v_z\right).$$

Бул релятивистлик бөлекшениң кеңисликлик координаталарда жазылған импульс векторы болып табылады. Ўақытлық координатаға байланыслылықты кейинирек көремиз. (11) ден $\frac{v^2}{c^2} \to 0$ шегинде импульстиң классикалық импульс $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ ға өтетуғынлығы көринип тур.

Импульстен ўақыт бойынша алынған туўынды бөлекшеге тәсир ететуғын күш болып табылады. Мейли бөлекшениң тезлиги тек бағыты бойынша өзгеретуғын болсын, яғный бөлекшеге тәсир ететуғын күш оның тезлигине перпендикуляр болсын. Онда

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt}=\frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}.$$

Егер тезлик тек шамасы бойынша өзгеретуғын болса, онда

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt}=\frac{m}{\sqrt[3]{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$$

аңлатпасын аламыз. Биз бул жерде қарап өтилген еки жағдайда күш $\frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$ ның тезлениў $\frac{dv}{dt}$ ға қатнасының ҳәр қыйлы болатуғынлығын көремиз.

Енди ўақытлық қураўшы p_{ct} ның мәнисин анықлаў қалды. Буның ушын классикалық механикадағы кинетикалық энергияның $E_{kin}=\frac{mv^2}{2}$ ҳәм бөлекшеге тәсир ететуғын күшлердиң барлығының усы бөлекшениң кинетикалық энергиясын өзгертиў ушын жумсалатуғынлығын еске аламыз, яғный

$$dE_{kin}=dA$$

ямаса

$$(E_{kin})_2-(E_{kin})_1=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}=\int_1^2\sum Fdr.$$

Соның менен бирге қозғалыс теңлемеси болған $\boldsymbol{F}=\frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$ аңлатпасын пайдаланамыз. Нәтийжеде релятивистлик емес бөлекше ушын

$$dE_{kin}=\boldsymbol{F}\,d\boldsymbol{r}=\frac{d\boldsymbol{p}}{dt}\boldsymbol{v}dt=\boldsymbol{v}\,d\boldsymbol{p}$$

аңлатпасына ийе боламыз (әлбетте $d\boldsymbol{r}=\boldsymbol{v}dt$). Релятивистлик бөлекшениң кинетикалық энергиясының өзгериси ушын да бул аңлатпаны пайдаланыўға болады. (11)-аңлатпадан $d\boldsymbol{p}$ дифференциалын есапласақ

$$dp=\frac{mdv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+\frac{mv^2dv}{c^2\sqrt[3]{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

аңлатпасына ийе боламыз. $2\boldsymbol{v}d\boldsymbol{v}=d(v^2)$ екенлигин есапқа аламыз. Буннан кейин

$$dE_{kin}=vdp=\frac{mdv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+\frac{mv^2d(v^2)}{2c^2\sqrt[3]{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{md(v^2)}{2\sqrt[3]{1-\frac{v^2}{c^2}}}=d\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

аңлатпасына ийе боламыз. Тынышлықтағы бөлекше кинетикалық энергияға ийе емес ҳәм сонлықтан

$$E_{kin} = \int_0^v d\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) \qquad (12)$$

ямаса

$$E_{kin} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - mc^2. \qquad (12a)$$

Бул релятивистлик бөлекшениң кинетикалық энергиясы болып табылады.

(12)-аңлатпалардан массасы нолге тең емес ҳеш бир бөлекшениң жақтылықтың тезлигинен үлкен тезлик пенен қозғала алмайтуғынлығы бирден келип шығады. Бундай бөлекшени жақтылықтың тезлигине теңдей тезликке шекем тезлетиў ушын шексиз үлкен жумыс ислеў керек. Соның менен бирге массаға ийе емес (мысалы фотонлар), ал қандай да шекли энергияға ийе бөлекшелер тек жақтылықтың тезлиги с ға ийе тезлик пенен қозғалыў менен ғана жасай алады.

Киши тезликлерде ($v \ll c$)

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

ҳәм

$$E_{kin} = mc^2\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - 1\right) = \frac{mv^2}{2},$$

яғный (12)-формула бөлекшениң кинетикалық энергиясы ушын жазылған классикалық аңлатпаға өтеди.

Кинетикалық энергия қозғалыўшы ҳәм қозғалмай турған бөлекшениң энергияларының айырмасына тең. Усындай энергия еркин бөлекшениң толық энергиясы деп аталады ҳәм

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (13)$$

формуласы менен анықланады. Буннан тынышлықта турған массасы нолге тең емес қәлеген бөлекшениң ($v = 0$) энергияға ийе болатуғынлығы келип шығады. Бундай энергияны А.Эйнштейн **тынышлықтағы энергия** деп атады:

$$E_t = mc^2. \qquad (14)$$

Биз кейинирек тынышлықтағы энергияның ҳақыйқатында да бар екенлигин ҳәм оның энергияның басқа түрлерине өте алатуғынлығын көремиз.

Еркин бөлекшениң толық энергиясы тынышлықтағы энергия менен кинетикалық энергияның қосындысынан турады:

$$E = mc^2 + E_{kin}.$$

(10)-аңлатпаның "ўақытлық" қураўшысы толық энергия менен былайынша байланысқан:

$$p_{ct} = mcu_{ct} = \frac{mc}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E}{c}.$$

Басқа сөз бенен айтқанда релятивистлик бөлекшениң динамикалық характеристикаларын бөлекшениң энергиясы менен импульсын байланыстыратуғын төрт өлшемли p_μ векторын анықлап, оны былайынша жазамыз:

$$p_\mu = \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z\right). \qquad (15)$$

Бул векторды энергия-импульстиң 4 векторы деп атаймыз.

4 векторды түрлендириў қағыйдасынан [(7) формуланы қараңыз] бир инерциал есаплаў системасынан екиншисине өткенде бөлекшениң толық энергиясы менен импульсин түрлендириў формулалары келип шығады:

$$E' = \frac{E - v_0 p_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad p_x' = \frac{p_x - \frac{Ev_0}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad p_y' = p_y, \qquad p_z' = p_z,$$

яғный энергия менен импульс бир бири менен байланысқан ҳәм бири арқалы екиншиси түрленеди екен. Бул вектордың квадраты инвариант болып табылады ҳәм түрлендириўде ол өзгермей қалады:

$$\frac{E^2}{c^2} - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2 = \frac{{E'}^2}{c^2} - p_x'^2 - p_y'^2 - p_z'^2 = inv.$$

(11) ҳәм (13) формулаларын тиккелей қойыў арқалы

$$\frac{1}{c^2}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)^2 - \left(\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)^2 = m^2c^2$$

екенлигине ийе боламыз. Буннан энергия менен импульс арасындағы релятивистлик қатнасты сәўлелендиретуғын

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$$

қатнасына ийе боламыз.

Сол (11) ҳәм (13) формулаларынан еркин релятивистлик бөлекшениң толық энергиясы менен импульсының

$$\boldsymbol{p} = \frac{E\boldsymbol{v}}{c^2} \qquad (16)$$

формуласы менен байланысқа ийе екенлигин аңлаў қыйын емес. Ал массаға ийе емес бөлекшелер ушын (мысалы фотонлар ушын)

$$E_{foton} = p_{foton}c$$

түрине ийе болады.

Релятивистлик бөлекшениң қозғалыс теңлемеси. Ньютон механикасындағы денениң қозғалыс теңлемесиниң мына түрге ийе болатуғынлығын еске түсиремиз:

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{F} = \sum_i \boldsymbol{F}_i. \qquad (17)$$

Бул формулада ***F*** арқалы денеге тәсир ететуғын күшлердиң векторлық қосындысы белгиленген. Бул аңлатпаға сәйкес қозғалыстың релятивистлик нызамын былайынша жазамыз:

$$\frac{dp_\mu}{ds} = \Im_\mu$$

ямаса (18)

$$mc\frac{du_\mu}{ds} = mcw_\mu = \Im_\mu.$$

Бул Ньютон тәрепинен усынылған (17)-теңлемени алмастыратуғын **Минковский теңлемеси** болып табылады.

Күштиң 4 векторы $\Im_\mu$ Минковский күши деп аталады ҳәм әдеттеги күшке сәйкес келмейди. Оның қураўшыларын анықлаў ушын (5) энергия-импульс 4 векторын ҳәм интервал ушын жазылған $ds = c\,d\tau = c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ dt аңлатпасын пайдаланамыз. Ньютон нызамы болған $\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{F}$ формуласын және (18)-аңлатпадағы $\frac{dp_\mu}{ds} = \Im_\mu$ қатнасын есапқа аламыз. Сонлықтан биз dp_μ ди тек ds ке бөлиў ҳәм оны күштиң сәйкес қураўшысы арқалы белгилеў ғана қалады ҳәм

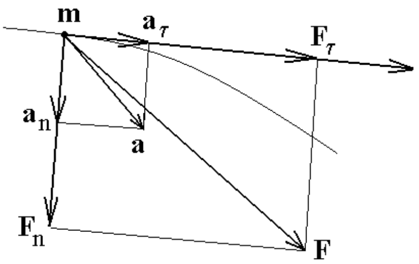
$$\frac{dp_x}{ds} = \Im_x = \frac{1}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{dp_x}{dt} = \frac{F_x}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$
$$\frac{dp_y}{ds} = \Im_y = \frac{1}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{dp_y}{dt} = \frac{F_y}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad (19)$$
$$\frac{dp_z}{ds} = \Im_z = \frac{F_z}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

аңлатпаларына ийе боламыз.

Минковский теңлемесиниң кеңисликлик қураўшылары белгили қозғалыс теңлемесине сәйкес келеди:

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \boldsymbol{F}. \qquad (20)$$

Бул теңлеме релятивистлик динамиканың тийкарғы теңлемеси болып табылады. $\frac{v^2}{c^2} \to 0$ шегинде бул теңлеме (7)-классикалық қозғалыс теңлемесине сәйкес келеди. Бирақ релятивистлик бөлекше ушын бул теңлеме қызықлы өзгешеликлерге алып келеди.



5 сүўрет.
Тезлениўлердиң ҳәм күшлердиң проекцияларын табыўға арналған схема.

Мына туўындыны есаплаў арқалы бөлекшениң траекториясына түсирилген урынбаның проекциясында (5-сүўрет):

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)=\frac{m}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\frac{dv}{dt}=\frac{m}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}a_\tau=F_\tau.$$

екенлигин табамыз. Екинши тәрептен траекторияға нормал бағытланған күштиң қураўшысы жумыс ислемейди ҳәм соның салдарынан бөлекшениң тезлигиниң шамасын өзгертпейди ҳәм $v^2 = const$ болып қалады. Сонлықтан

$$\frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}a_n=F_n.$$

Буннан мынадай жуўмақ шығарамыз: Релятивистлик бөлекшениң тезлениўиниң бағыты бөлекшеге тәсир ететуғын күштиң бағыты менен сәйкес келмейди (5-сүўрет). Күштиң шамасының тезлениўдиң шамасына қатнасы бөлекшениң инертлигин анықлайтуғын болғанлықтан **релятивистлик бөлекшениң инертлиги траекторяға урынба бағыттағы күш тәсир еткенде үлкен, ал траекторияға перпендикуляр бағыттағы күш тәсир еткенде оған салыстырғанда киши мәниске ийе болады**.

Релятивистлик динамикада тезлениў $\boldsymbol{a}$ векторының бағыты $\boldsymbol{F}$ векторының бағыты менен тек еки жағдайда ғана сәйкес келеди:

1). $\boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{v}$ (көлденең күш). Бундай жағдайда тезлик векторы $\boldsymbol{v}$ модули бойынша өзгермейди, яғный $v = const$. Сонлықтан (20)-теңлеме

$$\frac{m\boldsymbol{a}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\boldsymbol{F}$$

түрине енеди. Буннан тезлениў ушын

$$\boldsymbol{a}=\frac{\boldsymbol{F}}{m}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

формуласына ийе боламыз.

2). $\boldsymbol{F} \parallel \boldsymbol{v}$ (бойлық күш). Бундай жағдайда (20)-теңлемени скаляр түрде жазыў мүмкин:

$$\left[\frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+\frac{\frac{mv^2}{c^2}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\right]\frac{dv}{dt}=F.$$

Ал тезлениў болса векторлық түрде былайынша жазылады:

$$\boldsymbol{a}=\frac{\boldsymbol{F}}{m}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Енди күштиң "ўақытлық" қураўшысы $\mathfrak{J}_{ct}$ ны анықлаймыз. (18) теңлемеге сәйкес күштиң 4 векторы тезлениўдиң 4 векторы болған ω_μ ге пропорционал. Сонлықтан тезлениўдиң 4 векторының тезликтиң 4 векторына скаляр көбеймеси нолге тең болады $[(\mathfrak{J}u)=0]$. Талқылаўлардың түсиникли болыўы ушын биз тезлик 4 векторы u_μ диң қураўшыларын төмендегише жазылатуғынлығын еске түсиремиз:

$$u_{ct}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad u_x=\frac{\frac{dx}{dt}}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{v_x}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

$$u_y=\frac{v_y}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad u_z=\frac{v_z}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Енди усы формулаларды пайдаланып, (9) ҳәм (19) дан мынаны аламыз:

$$\mathfrak{J}_{ct}=\frac{\mathfrak{J}_x u_x+\mathfrak{J}_y u_y+\mathfrak{J}_z u_z}{u_{ct}}=\frac{\boldsymbol{Fv}}{c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Ал әдеттеги скаляр көбейме $\boldsymbol{Fv}$ күштиң қуўатлылығы болғанлықтан Минковский теңлемесиниң "ўақытлық" қураўшысы (18) бөлекшениң биз тапқан толық энергиясының өзгериси менен байланыслы болып шығады:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)=\boldsymbol{Fv}.$$